

## Notas e comentários

### Variações num tema de Christ

Antonio Maria da Silveira \*

1. Fluxo de fundos; 2. Multiplicadores de impacto; 3. IS-LM; 4. Trajetórias de expansão; 5. Conclusão.

Procuramos apresentar neste trabalho uma elaboração didática rumo modelo construído por Christ (1968, p. 53-6). Trata-se de modelo linear de procura agregada para economia fechada. Sua distinção reside na formalização da restrição orçamentária do governo, com formulação matemática de diversas alternativas de política econômica e derivação qualitativa de seus efeitos sobre renda, juros, despesa privada e receita governamental. Christ realça a perda de liberdade do governo com o reconhecimento da restrição orçamentária. As políticas monetárias, tributárias e de despesas não são mais independentes. A escolha de duas delas implica a fixação da terceira.

Reapresentamos o modelo no anexo. No primeiro item procuramos colocá-lo no formato de fluxo de fundos.<sup>1</sup> Em seguida apresentamos a solução de impacto completa. É um complemento algébrico do trabalho de

\* Professor de economia da FGV (EPGE), Ph. D em economia (1971) e MS. em Administração (1968) pela Carnegie-Mellon University e engenheiro mecânico e eletricitista pela UFMG.

<sup>1</sup> Este item, assim como parte do terceiro, foram desenvolvidos como participação do autor em um projeto de Fluxo de Fundos, patrocinado pelo Ministério da Fazenda e Banco Central. Obviamente, as idéias e afirmações aqui contidas são de exclusiva responsabilidade do autor.

Christ, visto que ele não chega a publicar todos os multiplicadores. Terceiro, desenvolvemos uma solução alternativa, segundo o esquema IS-LM. Como se trata de modelo indecomponível, este esquema permite uma visualização maior das interações e mecanismos envolvidos. Finalmente, no quarto item apresentamos as trajetórias de expansão de renda, tecendo algumas considerações sobre *seigniorage*.

## 1. Fluxo de fundos

Desenvolvemos, no quadro 1, a colocação do modelo na matriz de fluxo de fundos. Temos apenas dois setores, o privado e o governamental. Unidades familiares, empresas, sistema financeiro não-monetário e sistema bancário aparecem consolidados no setor privado. O Banco Central, por outro lado, encontra-se consolidado ao setor governo. Nas linhas, temos a moeda governamental como único fluxo financeiro explicitado. A simplicidade da matriz resultante permite-nos identificar alguns pontos interessantes.

O exercício desta colocação demonstra-se útil para desenvolver uma melhor compreensão da matriz de fluxo de fundos, dada a generalidade de conhecimento dos modelos “derivados” das cortas nacionais. Por outro lado, a colocação torna óbvia uma omissão geralmente encontrável nestes modelos, isto é, a restrição orçamentária. Ela aparece aqui claramente na igualdade das fontes e usos de cada setor da matriz de fluxo de fundos.

Outro ponto interessante é o realce em que ficam colocadas as equações de equilíbrio dos diversos mercados. Na coluna total ou no agregado das fontes e usos dos diversos setores, temos em primeiro lugar a equação de equilíbrio do mercado do produto na versão investimento-poupança. Seguem-se as equações de equilíbrio dos diversos instrumentos financeiros, proporcionando uma boa visão de equilíbrio geral. No caso, temos apenas a moeda governamental. Isto nos leva ao último ponto que queremos realçar.

Trata-se da impossibilidade, encontrada pelo próprio autor, de obtenção de soluções qualitativas num modelo estendido, incluindo títulos do governo (Christ, 1967). Seu recurso a soluções numéricas através de simulação pode ser visto como ponderável evidência da dificuldade envolvida no tratamento de modelos formais de fluxo de fundos. Talvez tenhamos aqui uma das principais causas do acusado lento desenvolvimento da matéria.

## Quadro 1

Modelo de procura agregada — versão Christ 1968  
Uma colocação no formato de fluxo de fundos

Fluxos	Setores	Governo		Setor privado		Total	
		U	F	U	F	U	F
Investimento-poupança		$G_I$	$T - G_e$	$E_I$	$X - T - E_e$	Equilíbrio do produto $G_I + E_I = T - G_e + X - T - E_e$ $\therefore G + E = X$	
Moeda governamental		$\Delta B$		$\Delta B$		Equilíbrio de moeda $\Delta B$	
		Restrição orçamentária $G_I = T - G_e + \Delta B$ $\therefore G = T + \Delta B$		Restrição orçamentária $E_I + \Delta B = X - T - E_e$ $\therefore E = X - T - \Delta B$			
		Procura do produto: $G$		Procura do produto: $E = e_o + e_v (X - T) + e_r R$			
		Oferta da moeda: $\Delta B$		Procura de moeda: $\Delta B = b_x \Delta X + b_r \Delta R$			
		Receita: $T = u X + v$		Renda disponível: $X - T$			

## 2. Multiplicadores de impacto

Seguimos Christ no englobamento da taxaço aut  noma e marginal da renda numa op  o de política tributária. Mas sua constru  o de alternativas de política econ  mica encobre ou encortina o papel da moeda, realçando as políticas tributárias e de despesas. Colocamos a apresenta  o em termos mais simples. A restri  o orçamentária exige a endogeneidade de uma das variáveis de política. Dado que temos três variáveis, temos realmente três modelos ou três casos simples para a economia, dependendo da escolha de endogeneidade.

Em outras palavras, as autoridades monetárias respondem passivamente com uma das variáveis de política ao exercer seu poder discricionário sobre qualquer das outras. Nos três quadros seguintes apresentamos todos os multiplicadores de impacto para cada um dos casos.<sup>2</sup> No quadro 5 temos os valores para o caso em que a restri  o orçamentária    ignorada. Observando os multiplicadores, podemos ver nitidamente as diferenças entre impulsos fiscais e monetários.

Efeitos de impulsos fiscais puros aparecem na segunda coluna dos quadros 2 e 3. Temos as rea  o  es da economia quando o governo, mantendo constante a base monetária, varia discricionariamente a despesa ou a tributa  o. A constância da base exige que varia  o  es discricionárias de despesas sejam acompanhadas por mudanças de tributa  o. Analogamente, varia  o  es discricionárias da tributa  o implicam mudanças de despesas.

Efeitos de impulsos fiscais mistos aparecem no quadro 4. Temos a base monetária respondendo a independentes e discricionárias varia  o  es fiscais. Não há impulso monetário puro no modelo, visto inexistirem títulos do governo. As varia  o  es discricionárias da base são acompanhadas por varia  o  es derivadas de tributos, primeira coluna do quadro 2, ou de despesas, primeira coluna do quadro 3. Tomando os vários casos, os sen-

<sup>2</sup> As políticas (A) e (B) de Christ correspondem ao nosso Caso III. A política (C) corresponde    segunda coluna do Caso I. A política (D) corresponde    soma das duas colunas do Caso I. Nós procuramos apresentar os multiplicadores na forma usual de soluço de modelos. Temos alguns "supérfluos" como resultado. Por exemplo, os multiplicadores para varia  o  es da base do Caso II são iguais aos multiplicadores para varia  o  es de despesas do governo no Caso III vezes o multiplicador de despesas do governo para varia  o  es da base. Obviamente, t  mb  m o multiplicador de despesas do governo para varia  o  es da base    o inverso do multiplicador da base para varia  o  es de despesas. Em termos gerais, se (Z)    uma variável endógena e (I<sub>1</sub>) e (I<sub>2</sub>) são instrumentos alternativamente sob discri  o das autoridades, temos:

$$\frac{\Delta Z}{\Delta I_1} = \frac{\Delta Z}{\Delta I_2} \times \frac{\Delta I_2}{\Delta I_1} ; \frac{\Delta I_2}{\Delta I_1} = \frac{1}{\Delta I_1 / \Delta I_2}$$

No Anexo II apresentamos um exemplo de cálculo dos multiplicadores.

## Quadro 2

## Caso I: Políticas: monetária e de despesa; tributária é derivada

V. endógena	Multiplicadores de impacto	
	Política monetária	Política de despesa
Renda	$\frac{e_y + e_r/b_r}{1 - e_y + b_x e_r/b_r}$	$\frac{1 - e_x}{1 - e_y + b_x e_r/b_r}$
Receita governamental	$- 1$	$+ 1$
Renda disponível	$\frac{1 + (1 + b_x) e_r/b_r}{1 - e_y + b_x e_r/b_r}$	$- \frac{b_x e_r/b_r}{1 - e_y + b_x e_r/b_r}$
Tributação	$- \frac{1 - (1 - u) e_y + (b_x + u) e_r/b_r}{1 - e_y + b_x e_r/b_r}$	$\frac{(1 - u) (1 - e_y) + b_x e_r/b_r}{1 - e_y + b_x e_r/b_r}$
Despesa privada	$\frac{e_y + e_r/b_r}{1 - e_y + b_x e_r/b_r}$	$- \frac{b_x e_r/b_r}{1 - e_y + b_x e_r/b_r}$
Taxa de juros	$- \frac{1}{b_r} \frac{e_y (1 + b_r) - 1}{1 - e_y + b_x e_r/b_r}$	$- \frac{1}{b_r} \frac{(1 - e_y) b_x}{1 - e_y + b_x e_r/b_r}$

## Quadro 3

## Caso II: Políticas: monetária e tributária; despesa é derivada

V. endógena	Multiplicadores de impacto	
	Política monetária	Política tributária
Renda	$\frac{1 + e_r/b_r}{(1 - u)(1 - e_y) + b_x e_r/b_r}$	$\frac{1 - e_y}{(1 - u)(1 - e_y) + b_x e_r/b_r}$
Receita governamental	$\frac{u(1 + e_r/b_r)}{(1 - u)(1 - e_y) + b_x e_r/b_r}$	$\frac{1 - e_y + b_x e_r/b_r}{(1 - u)(1 - e_y) + b_x e_r/b_r}$
Renda disponível	$\frac{(1 - u)(1 + e_r/b_r)}{(1 - u)(1 - e_y) + b_x e_r/b_r}$	$- \frac{b_x e_r/b_r}{(1 - u)(1 - e_y) + b_x e_r/b_r}$
Despesa governamental	$\frac{1 - e_y(1 - u) + (b_x + u)e_r/b_r}{(1 - u)(1 - e_y) + b_x e_r/b_r}$	$\frac{1 - e_y + b_x e_r/b_r}{(1 - u)(1 - e_y) + b_x e_r/b_r}$
Despesa privada	$\frac{(1 - u)(e_y + e_r/b_r) - b_x e_r/b_r}{(1 - u)(1 - e_y) + b_x e_r/b_r}$	$- \frac{b_x e_r/b_r}{(1 - u)(1 - e_y) + b_x e_r/b_r}$
Taxa de juros	$- \frac{1}{b_r} \cdot \frac{b_x - (1 - u)(1 - e_y)}{(1 - u)(1 - e_y) + b_x e_r/b_r}$	$- \frac{1}{b_r} \cdot \frac{b_x(1 - e_y)}{(1 - u)(1 - e_y) + b_x e_r/b_r}$

## Quadro 4

## Caso III: Políticas: apenas fiscal; monetária é derivada

V. endógena	Multiplicadores de impacto	
	Política de despesa	Política tributária
Renda	$\frac{1 + e_r/b_r}{1 - e_v(1 - u) + (b_x + u) e_r/b_r}$	$- \frac{e_v + e_r/b_r}{1 - e_v(1 - u) + (b_x + u) e_r/b_r}$
Receita governamental	$\frac{(1 + e_r/b_r) u}{1 - e_v(1 - u) + (b_x + u) e_r/b_r}$	$\frac{1 - e_v + b_x e_r/b_r}{1 - e_v(1 - u) + (b_x + u) e_r/b_r}$
Renda disponível	$\frac{(1 - u)(1 + e_r/b_r)}{1 - e_v(1 - u) + (b_x + u) e_r/b_r}$	$- \frac{1 + (1 + b_x) e_r/b_r}{1 - e_v(1 - u) + (b_x + u) e_r/b_r}$
Base monetária	$\frac{(1 - e_v)(1 - u) + b_x e_r/b_r}{1 - e_v(1 - u) + (b_x + u) e_r/b_r}$	$- \frac{1 - e_v + b_x e_r/b_r}{1 - e_v(1 - u) + (b_x + u) e_r/b_r}$
Despesa privada	$\frac{e_v(1 - u) + (1 - b_x - u) e_r/b_r}{1 - e_v(1 - u) + (b_x + u) e_r/b_r}$	$- \frac{e_v + e_r/b_r}{1 - e_v(1 - u) + (b_x + u) e_r/b_r}$
Taxa de juros	$\frac{1}{b_r} \frac{(1 - e_v)(1 - u) - b_x}{1 - e_v(1 - u) + (b_x + u) e_r/b_r}$	$- \frac{1}{b_r} \frac{1 - e_v(1 + b_x)}{1 - e_v(1 - u) + (b_x + u) e_r/b_r}$

Quadro 5

Ignorando restrição orçamentária

V. endógena	Multiplicadores		
	Política monetária	Política de despesa	Política tributária
Renda	$\frac{e_r/b_r}{1 - e_v(1 - u) + b_x e_r/b_r}$	$\frac{1}{1 - e_v(1 - u) + b_x e_r/b_r}$	$- \frac{e_v}{1 - e_v(1 - u) + b_x e_r/b_r}$
Receita governamental	$\frac{u e_r/b_r}{1 - e_v(1 - u) + b_x e_r/b_r}$	$\frac{u}{1 - e_v(1 - u) + b_x e_r/b_r}$	$\frac{1 - e_v + b_x e_r/b_r}{1 - e_v(1 - u) + b_x e_r/b_r}$
Renda disponível	$\frac{(1 - u) e_r/b_r}{1 - e_v(1 - u) + b_x e_r/b_r}$	$\frac{1 - u}{1 - e_v(1 - u) + b_x e_r/b_r}$	$- \frac{1 + b_x e_r/b_r}{1 - e_v(1 - u) + b_x e_r/b_r}$
Despesa privada	$\frac{e_r/b_r}{1 - e_v(1 - u) + b_x e_r/b_r}$	$\frac{(1 - u) e_v - b_x e_r/b_r}{1 - e_v(1 - u) + b_x e_r/b_r}$	$- \frac{e_v}{1 - e_v(1 - u) + b_x e_r/b_r}$
Taxa de juros	$\frac{1}{b_r} \frac{1 - e_v(1 - u)}{1 - e_v(1 - u) + b_x e_r/b_r}$	$- \frac{1}{b_r} \frac{b_x}{1 - e_v(1 - u) + b_x e_r/b_r}$	$- \frac{1}{b_r} \frac{- e_v b_x}{1 - e_v(1 - u) + b_x e_r/b_r}$



Quadro 6

Valores numéricos

$$e_y = 0,8 / e_r = -0,645 / b_x = 0,1 / b_r = -2,160 / u = 0,2$$

Variável endógena	Caso I		Caso II		Caso III		Ignorando restrição		
	Base	Despesa	Base	Tributo	Despesa	Tributo	Base	Despesa	Tributo
Renda	4,8	0,87	6,8	1,1	2,9	-2,4	0,77	2,6	-2,1
Juros (%)	-0,024	0,0040	-0,015	0,0049	-0,0062	0,012	-0,043	0,012	-0,0095
Receita governamental	-1,0	+1,0	1,4	1,2	0,58	0,51	0,15	0,51	0,59
Renda disponível	5,8	-0,13	5,5	-0,16	2,3	-3,0	0,61	2,1	-2,6
Despesa privada	4,8	-0,13	4,5	-0,16	1,9	-2,4	0,77	1,6	-2,1
Tributação	-2,0	0,83		<b>1</b>		<b>1</b>			<b>1</b>
Despesa governamental		<b>1</b>	2,4	1,2	<b>1</b>			<b>1</b>	
Base monetária	<b>1</b>		<b>1</b>		0,42	-0,51	<b>1</b>		

tidos de variação dos diversos agregados são facilmente observáveis a partir de valores usuais dos parâmetros.

O quadro 6 facilita, entretanto, a tarefa, apresentando multiplicadores numéricos para os valores tomados por Christ como razoáveis. Vejamos um caso qualquer, por exemplo, o aumento unitário de despesa financiado por emissão. Ocorre pequena redução da taxa de juros (0,0062%) e multiplicação da renda (2,9). Esta multiplicação traz aumento da receita governamental (0,58), permitindo que a emissão seja apenas de 42% da variação de despesa do governo. A renda disponível aumenta de um valor, (2,3), igual à diferença entre as variações da renda e da receita governamental. Como parte desta renda é absorvida pelo entesouramento, a despesa privada cresce apenas de (1,9).

### 3. IS — LM

Apresentamos agora a solução do modelo via IS-LM. Este esquema permite-nos visualizar melhor as interações das diversas forças econômicas. No primeiro caso a tributação é endógena para dada base e despesa. Logo, a LM tem sua equação usual, enquanto a IS engloba a restrição. Temos, para constância da base e despesa governamental,

$$\text{IS: } \frac{\Delta X}{\Delta R} = \frac{e_r}{1 - e_y} = -3,225; \quad \text{LM: } \frac{\Delta R}{\Delta X} = -\frac{b_x}{b_r} = 0,000046$$

Façamos uma variação isolada da base, a partir do sistema em equilíbrio. Uma emissão desloca a LM para a direita, com crescimento da renda e queda da taxa de juros.

$$\frac{\Delta X}{\Delta B} = \frac{1}{b_x} = 10; \quad \frac{\Delta R}{\Delta B} = \frac{1}{b_r} = -0,00046$$

Mas a emissão causa também deslocamento da IS para a direita, em virtude da redução de tributação. Esta deve ocorrer para que a receita governamental se reduza do montante da emissão. Este efeito reforça o aumento de renda e contrapõe-se à queda da taxa de juros provocados pela LM.

$$\frac{\Delta X}{\Delta B} = \frac{e_y}{1 - e_y} = 4; \quad \frac{\Delta R}{\Delta B} = -\frac{e_r}{e_r} = 0,0012$$

O efeito global, quadro 4, é uma multiplicação da renda, (4,8), prevalecendo a queda da taxa de juros, (-0,024%). Vejamos, por outro lado, um aumento isolado de despesas do governo. A LM não é afetada. Entretanto, o deslocamento da IS é menor do que o que ocorreria se ignorássemos a restrição orçamentária, pois a tributação deve aumentar a fim de que a receita aumente no montante das despesas. Temos,

$$\frac{\Delta X}{\Delta G} = 1; \quad \frac{\Delta R}{\Delta G} = - \frac{1 - e_y}{e_r} = 0,00031$$

O efeito global é uma multiplicação de (0,87) na renda e um aumento de (0,004%) na taxa de juros.

No segundo caso a despesa é endógena para dada base e tributação. Novamente, a IS é afetada pela restrição orçamentária, enquanto LM mantém sua abrangência limitada ao mercado da moeda. Temos, para constância da tributação e da base,

$$\text{IS: } \frac{\Delta X}{\Delta R} = \frac{e_r}{(1 - e_y)(1 - u)} = -4,031; \quad \text{LM: } \frac{\Delta R}{\Delta X} = - \frac{b_x}{b_r} = 0,000046$$

Uma emissão isolada provoca o mesmo deslocamento da LM visto no caso anterior. Mas o deslocamento derivado da IS ocorre agora em virtude do aumento de despesas do governo, em montante igual ao da emissão mais o aumento induzido da receita. Temos, como antes, reforço para o aumento de renda e contraposição para a queda da taxa de juros.

$$\frac{\Delta X}{\Delta B} = \frac{1}{(1 - e_y)(1 - u)} = 6,25; \quad \frac{\Delta R}{\Delta B} = - \frac{1}{e_r} = 0,0016$$

Prevalece, como no primeiro caso, a queda da taxa de juros, mas em montante menor, (0,015%), acompanhada de maior multiplicação da renda, (6,8).

Por outro lado, a variação isolada da tributação deixa a LM estável mas exige variação da despesa no mesmo sentido. O deslocamento da IS resulta, portanto, dos efeitos opostos da tributação e da despesa. Temos,

$$\frac{\Delta X}{\Delta W} = \frac{1}{1 - u} = 1,3; \quad \frac{\Delta R}{\Delta W} = - \frac{1 - e_y}{e_r} = 0,00031$$

O efeito global é aumento da renda, (1,1), e da taxa de juros, .... (0,0049%).

Finalmente, tomemos o terceiro caso, o mais realizado por Christ, com base endógena para dada tributação ou despesa. Agora temos a IS independente da restrição orçamentária, enquanto a LM engloba esta restrição. Temos para constância da tributação e da despesa,

$$\text{IS: } \frac{\Delta X}{\Delta R} = \frac{e_r}{1 - e_y (1 - u)} = -1,792; \quad \text{LM: } \frac{\Delta R}{\Delta X} = -\frac{b_x + u}{b_r} = 0,00014$$

Tomemos uma variação isolada da despesa do governo. Um aumento de despesa desloca a IS para a direita, com crescimento da renda e da taxa de juros.

$$\frac{\Delta X}{\Delta G} = \frac{1}{1 - e_y (1 - u)} = 2,8; \quad \frac{\Delta R}{\Delta G} = -\frac{1}{e_r} = 0,0016$$

Mas o aumento de despesa requer emissão se os tributos são mantidos constantes. Assim, a LM se desloca para a direita, reforçando o crescimento da renda e contrapondo-se à elevação da taxa de juros

$$\frac{\Delta X}{\Delta G} = \frac{1}{b_x + u} = 3,3; \quad \frac{\Delta R}{\Delta G} = \frac{1}{b_r} = -0,00046$$

Como efeito global, temos um aumento de (2,9) na renda, prevalecendo a queda da taxa de juros, (-0,0062%).

Tomando um aumento isolado da tributação, teremos deslocamento da IS para a esquerda, com queda da renda e da taxa de juros.

$$\frac{\Delta X}{\Delta W} = -\frac{e_y}{1 - e_y (1 - u)} = -2,2; \quad \frac{\Delta R}{\Delta W} \frac{e_y}{e_r} = -0,0012$$

Mas o aumento da tributação exige contração da moeda quando a despesa é mantida constante. A LM também se desloca para a esquerda, reforçando a queda da renda e contrapondo-se à redução da taxa de juros

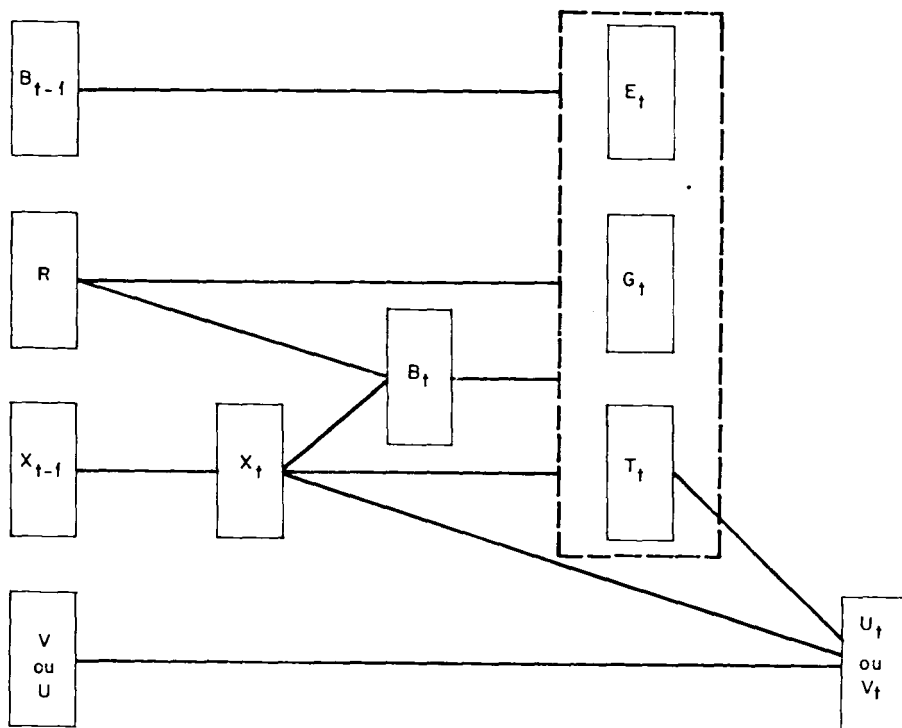
$$\frac{\Delta X}{\Delta W} = -\frac{1}{b_x + u} = -3,3; \quad \frac{\Delta R}{\Delta W} = -\frac{1}{b_r} = 0,00046$$

Prevalece aumento na taxa de juros, (0,012%), acompanhado de redução da renda, (-2,4).

#### 4. Trajetórias de expansão

Christ apresenta alguns multiplicadores de longo prazo para cada política que formula.<sup>3</sup> Cuidamos aqui de uma questão diferente. Tomando a versão normativa do modelo, perguntamos sobre a trajetória de expansão dos instrumentos de política para crescimento exponencial da renda e constância da taxa de juros. Nestas condições o modelo é causal, havendo discricionariedade apenas na forma de política tributária adotada, isto é, taxação autônoma ou marginal da renda. Isto se mantivermos a abordagem de uma opção de política tributária.<sup>4</sup>

Quadro 7  
Ordenação causal



<sup>3</sup> Nesta direção, veja também a crítica de Steindt (1971).

<sup>4</sup> Ignorando esta simplificação, teríamos quatro casos mantendo alternativamente constantes cada uma das variáveis de política.

Apresentamos no Quadro 7 a ordenação causal do modelo para um período qualquer. A taxa de juros e um dos coeficientes de tributação são constantes. A renda do período é dada pelo seu valor no período anterior e pela constância da taxa de crescimento,  $(\beta)$ .

$$R_t = R$$

$$X_t = X_o (1 + \beta)^t$$

A renda e a taxa de juros determinam simultaneamente a base monetária do mesmo período, através da procura de moeda governamental.

$$B_t = b_o + b_r R + b_x X_o (1 + \beta)^t$$

A base cresce, portanto, segundo uma taxa que se aproxima assintoticamente da taxa de crescimento da renda

$$\frac{\Delta B_t}{B_{t-1}} = \frac{\beta}{1 + \frac{b_o + b_r R}{b_x X_o (1 + \beta)^{t-1}}} \rightarrow \beta$$

Na ordem seguinte, despesas do governo e do público e receita do governo são concomitantemente determinadas pela taxa de juros, pela base defasada e pela renda e base correntes. As relações determinantes são o equilíbrio do produto, a restrição orçamentária e a equação de despesa privada. Os três agregados também crescem assintoticamente de acordo com a renda.

$$G_t = - \frac{e_o + e_r R}{1 - e_y} + \frac{1 - e_y [1 + b_x \beta (1 + \beta)^{-1}]}{1 - e_y} X_o (1 + \beta)^t$$

ou,

$$\frac{\Delta G_t}{G_{t-1}} = \frac{\beta}{1 - \frac{e_o + e_r R}{\{1 - e_y [1 + b_x \beta (1 + \beta)^{-1}]\} X_o (1 + \beta)^{t-1}}} \rightarrow \beta$$

$$T_t = \frac{e_o + e_r R}{1 - e_y} + \frac{1 - e_y - b_x \beta (1 + \beta)^{-1}}{1 - e_y} X_o (1 + \beta)^t$$

ou,

$$\frac{\Delta T_t}{T_{t-1}} = \frac{\beta}{1 - \frac{e_o + e_r R}{[1 - e_y - b_x \beta (1 + \beta)^{-1}] X_o (1 + \beta)^{t-1}}} \rightarrow \beta$$

$$E_t = \frac{e_o + e_r R}{1 - e_y} + \frac{e_y b_x \beta (1 + \beta)^{-1}}{1 - e_y} X_o (1 + \beta)^t$$

ou,

$$\frac{\Delta E_t}{E_{t-1}} = \frac{\beta}{1 + \frac{e_o + e_r R}{e_y b_x \beta X_o (1 + \beta)^{t-2}}} \rightarrow \beta$$

Finalmente, dada a receita do governo e a renda, temos a tributação através da equação de receita governamental. Optando pela fixidade da taxa-ção autônoma, verificamos que também a taxa-ção marginal da renda tende para um valor constante.

$$U_t = \frac{1 - e_y b_x \beta (1 + \beta)^{-1}}{1 - e_y} - \frac{e_o + e_r R + (1 - e_y)^v}{(1 - e_y) X_o (1 + \beta)^t} \rightarrow \text{constante}$$

## 5. Conclusão

Usemos a conclusão apenas para salientar um aspecto importante e simples, o *seigniorage*. O modelo mostra que, com estabilidade de preços, o governo tem uma fonte permanente e crescente de recursos no processo de emissão de moeda. Estes recursos crescem segundo a taxa de crescimento da renda ao longo de sua trajetória de expansão em equilíbrio.

$$\Delta B_t = b_x X_o \beta (1 + \beta)^{t-1} = b_x \beta (1 + \beta)^{-1} X_t$$

ou,

$$\frac{\Delta B_t - \Delta B_{t-1}}{\Delta \beta_{t-1}} = \beta$$

Em trabalhos publicados recentemente,<sup>5</sup> defendemos a tese da destinação destes recursos para redistribuição de renda, através do imposto de renda negativo, numa estratégia de erradicação a longo prazo da pobreza. Teríamos, concomitantemente, um fator de redução gradativa do grau de estatização das economias e, mais importante, alívio de pressões inflacionárias sobre bancos centrais.<sup>6</sup>

<sup>5</sup> Veja Silveira (abr.-jun. 1975), (jul. 1975) e (1975-1976).

<sup>6</sup> Para evidência empírica do caso brasileiro, veja Silveira (1974).

Para a economia abstratamente retratada por este modelo teríamos deslocamentos da função de despesa privada com a destinação do *seigniorage* para redistribuição. Estamos fazendo esta reformulação do modelo, como também a proposta em modelo menos abstrato, reconhecendo o sistema financeiro e o lado da oferta agregada.

### Bibliografia

Christ, Carl F. A simple macroeconomic model with a government budget restraint. *Journal of Political Economy*, v. 7, p. 53-66, Jan./Feb. 1968.

———. A short-run aggregate-demand model of the interdependence and effects of monetary and fiscal policies with keynesian and classical interest elasticities. *American Economic Review*, p. 434-43, May 1967.

Silveira, Antonio M. da. Bancos centrais: uma estrutura para o alívio de pressões inflacionárias. *Apecão*, p. 115-7, jul. 1975/76.

———. Teoria bancária e política monetária. *Conjuntura Econômica*, p. 96-101, jul. 1975.

———. Redistribuição de renda. *Revista Brasileira de Economia*, v. 29, p. 3-15, abr./jun. 1975.

———. The money supply: the evidence from the Brazilian economy. *Kredit und Kapital*. Heft 3, 1974. p. 364-78.

Steindl, Frank G. A simple macroeconomic model with a government budget restraint: a comment. *Journal of Political Economy*, v. 79, May/June 1971. p. 675-9.



## **Apêndice I**

### **Modelo de Christ**

#### **1. Equação de definição de renda real**

$$X = E + G$$

onde:

$X$  = renda real (endógena)

$E$  = despesa real privada (endógena)

$G$  = despesa real do governo (exógena)

#### **2. Equação de receita governamental**

$$T = u X + v$$

onde:

$T$  = receita real menos transferências (endógena)

$u$  = taxa marginal de tributação (parâmetro)

$v$  = tributação autônoma real (parâmetro)

#### **3. Equação de definição de renda disponível real**

$$Y = X - T$$

onde:

$Y$  = renda disponível real (endógena)

4. Equação de despesa privada real

$$E = e_y Y + e_r R + e_o$$

onde:

$R$  = taxa de juros (endógena)

5. Equação de procura por moeda governamental

$$B = b_x X + b_r R + b_o$$

onde:

$B$  = moeda governamental real (exógena)

6. Equação de restrição orçamentária do governo

$$G = T + \Delta B$$

**Observação:**

6 equações: 5 endógenas:  $X, E, T, Y, R$

2 exógenas:  $G, B$

2 parâmetros de política fiscal:  $u, v$

Tomamos a liberdade de mudar alguns símbolos, além de excluir o nível de preços, supérfluo em virtude da hipótese de preços constantes.

## Apêndice II

### Exemplo do cálculo de multiplicadores de impacto

- (1)  $\Delta X_t = \Delta E_t + \Delta G_t$
- (2)  $\Delta T_t = u_t \Delta X_t + X_{t-1} \Delta u_t + \Delta v_t$
- (4)  $\Delta E_t = e_y (\Delta X_t - \Delta T_t) + e_r \Delta R_t$
- (5)  $\Delta B_t = b_x \Delta X_t + b_r \Delta R_t$
- (6)  $\Delta G_t = \Delta T_t + \Delta B_t - \Delta B_{t-1}$

A equação (3) foi retirada pela substituição da renda disponível por sua definição na equação (4). Para o cálculo do multiplicador de impacto a partir de uma posição de equilíbrio, a variação defasada da base na equação (6) é nula. Christ engloba a política de taxaço aut  noma,  $\Delta v_t$ , e de taxaço marginal da renda,  $\Delta u_t$ , numa única opção de política tributária,  $\Delta W_t$ . Temos, com aproximação linear,

$$\Delta W_t = \Delta v_t + X_{t-1} \Delta u_t$$

Como todas as variáveis se referem assim ao período  $t$ , podemos eliminar os   ndices. Todos os multiplicadores de impacto são calculados a partir do sistema com estas modificações. Tomemos, por exemplo, a solução para variação da renda, quando a tributação    endógena. O sistema    causal, sendo a variação da receita do governo obtida imediatamente do subsistema de ordem zero constituído pela equação (6). Temos:

$$\Delta T = \Delta G - \Delta B$$

Os multiplicadores mostram que um aumento unitário da receita decorre de um aumento unitário da despesa ou da destruição de uma

unidade de moeda governamental. A variação da renda é obtida pela consideração simultânea das equações (1), (4) e (5). Tomando a equação (1), substituímos  $(\Delta E)$  pelo seu valor dado em (4) e substituímos, em seguida,  $(\Delta T)$  pelo seu valor obtido acima e  $(\Delta R)$  por sua expressão derivada de (5). Manipulando algebricamente, obtemos os multiplicadores.

$$\Delta X = \frac{e_i + e_r/b_r}{1 - e_y + b_x e_r/b_r} \Delta B + \frac{1 - e_y}{1 - e_y + b_x e_r/b_r} \Delta G$$