

# Dinâmica econômica e caos: para uma agenda de pesquisas

João Damásio\*

*"Eppur si muove..."*

Galileu

Sumário: 1. Introdução; 2. Modelos matemáticos e economia; 3. Teoria econômica e modelos determinísticos; 4. Aleatoriedade e modelos econométricos; 5. Caos e conhecimento: para uma agenda de pesquisas em economia.

## 1. Introdução

Nos últimos 20 anos, os pesquisadores das diversas áreas da ciência foram surpreendidos com uma nova forma de interpretação e tratamento de fenômenos da realidade que manifestavam um comportamento não-regular, aperiódico e errático. Fenômenos que se recusavam a se encaixar nos modelos matemáticos determinísticos e que — mesmo quando tratados probabilisticamente — resistiam a uma perfeita aderência às hipóteses de aleatoriedade. É verdade que a imprevisibilidade sempre foi uma característica mais associada às análises das ciências sociais e da economia, com a freqüente justificativa das “dificuldades de mensuração” e da “impossibilidade da realização de experimentos sob controle”.<sup>1</sup> Presumia-se que nas ciências físicas e naturais os objetos de estudo seriam mais afeitos ao tratamento ensejado pela modelagem matemática determinística.

Heisenberg com seu “princípio da incerteza”, e Schrödinger com sua famosa equação, ajudaram, há já muito tempo, a abalar a confiança dos físicos no sonho laplaciano de um Universo determinístico, onde, por hipótese, poderiam ser previstos eventos futuros com precisão. Em outros ramos e áreas, os estudos da turbulência dos fluidos, da transferência de *bits* de comunicação a distância, da distribuição dos vasos sanguíneos na microcirculação, do desequilíbrio dos ecossistemas e das populações animais, dos jogos com três ou mais participantes e outros, muitos outros fenômenos dinâmicos, revelaram-se pouco frutíferos pelas dificuldades geradas pela *complexidade* dos sistemas sob observação e dos modelos analíticos a eles associados. A imprevisibilidade passou obrigatoriamente a fazer parte das considerações analíticas de um número cada vez maior de pesquisadores de todas as disciplinas.

Entretanto, ainda que os fenômenos dinâmicos permanecessem, na maioria dos casos, imprevisíveis, buscava-se representá-los matematicamente através de sistemas de equações

\* Professor do Curso de Mestrado em Economia da Universidade Federal da Bahia.

<sup>1</sup> Tornou-se lugar-comum encontrar críticas à proposta comtiana de construção da “física social” essencialmente por essas razões. Entretanto, com muita freqüência, aderiu-se — conscientemente, ou não — ao *positivismo* embutido nessa proposta.

de diferenças finitas e/ou diferenciais — frequentemente não-lineares —, em busca do “hamiltoniano” que os *explicasse* e, se possível, os mantivesse sob controle. Alternativamente, lançava-se mão de métodos de análise estocástica que condicionavam os resultados ao conhecimento prévio das funções de distribuição probabilística das variáveis envolvidas na construção do modelo, assim como dos eventuais “ruídos” e/ou desvios. Ainda assim a imprevisibilidade não se dissipava... Sistemas não-lineares, quando solúveis, apresentavam soluções que dependiam fortemente das condições iniciais *de contorno*, e os tratamentos probabilísticos tendiam cada vez mais a se transformar em esotéricos exercícios não-experimentais de estatística bayesiana.

Fosse qual fosse o ramo das ciências, sempre havia um ponto em que os problemas analisados eram postos de lado porque se tornavam não-lineares. Na maioria das vezes eram adotadas técnicas de linearização nas “vizinhanças” dos pontos sob interesse, admitindo-se que quaisquer flutuações subjacentes eram decorrentes de erros de observação ou desvios aleatórios com distribuição postulável.

Como princípios, eram geralmente tomadas por verdadeiras as seguintes asserções:

- a) *Sistemas simples* — representados por modelos determinísticos simples, regidos por regras comportamentais claras e bem específicas — *comportam-se de maneira simples*.<sup>2</sup>
- b) *Sistemas complexos* — que exigem múltiplas especificações de variáveis, incluem equações não-lineares ou diferenciais sem soluções gerais conhecidas, ou ainda que exibem um enorme edifício de considerações sobre as distribuições probabilísticas das diversas variáveis e grandezas paramétricas — *têm comportamentos complexos, causalidades complexas e problemas de mensurabilidade estatística, o que os torna imprevisíveis*.<sup>3</sup>
- c) *Sistemas complexos poderiam ser mais bem entendidos se fossem decompostos em suas partes, representadas por sistemas simples* — o que pressupunha que o todo era a composição das partes já isoladas e estudadas.<sup>4</sup>

A recente análise do caos — que lida com fenômenos de não-equilíbrio — avançou na década de 80: por um lado, dotando os pesquisadores de instrumental matemático que os ajudasse a compreender sistemas determinísticos complexos, os quais geravam comportamentos aperiódicos sem aleatoriedade, mas imprevisíveis; e por outro lado, legitimando a indagação objetiva sobre aspectos flutuantes, irregulares, descontínuos do mundo real, que ainda assim *demonstravam uma surpreendente ordem em seus comportamentos “caóticos”*.<sup>5</sup>

O caos deixava de ser “um universo cujos códigos não são conhecidos”... Por entre a desordem aparentemente ilógica, surgem estruturas não-aleatórias, *ordenadas* — embora não-determinísticas; *semelhantes* — embora não-repetitivas; *imprevisíveis* — embora conformando-se a padrões subjacentes limitados e não-explosivos. Cachoeiras, indiferentes à turbulência de suas águas, sempre são parecidas; mangueiras, todas tão desiguais, continuam reconhecíveis; ondas do mar, nunca idênticas, raramente se destacam por suas singularidades; economias inteiras, em crise ou não, apresentam semelhanças em sua diversidade, quaisquer

<sup>2</sup> Por exemplo, o modelo hicksiano IS-LM.

<sup>3</sup> Por exemplo, o estudo do comportamento dinâmico de uma economia nacional, afetado simultaneamente por muitos fatores independentes.

<sup>4</sup> Em economia, as condições *coeteris paribus* da estática comparativa e a busca das microfundações da macroeconomia espelham esse comportamento.

<sup>5</sup> Uma interessante abordagem não-técnica, porém rica bibliograficamente, pode ser encontrada em Gleick (1990).

que sejam as expectativas — racionais ou não — de seus “agentes econômicos”. O *vir-a-ser* se libertava das amarras analíticas e se deixava observar em sua inteireza.

O caos, nessa visão, podia ser encontrado em qualquer parte! Mais do que isso: ele é estruturado, e mesmo estável! O interesse não está mais na descoberta da ordem na natureza, mas no estudo da desordem.<sup>6</sup> O conceito de “atrator estranho”, aplicado à experiência caótica do mundo real, foi gradativamente sendo robustecido por relatos de sucessos: *os sistemas dinâmicos reais se mostravam contidos*. A desordem, deixada a si e vista no conjunto, permitia entrever padrões subjacentes que eram esses “atratores”. A aleatoriedade pareceu não ser mais a saída lógica para explicar fenômenos imprevisíveis:

“A natureza forma padrões. Alguns são ordenados no espaço, mas desordenados no tempo; outros, ordenados no tempo, mas desordenados no espaço. Alguns padrões são fractais, evidenciando estruturas auto-selhantes em escala. Outros dão origem a regimes estacionários ou oscilantes.(...) A dinâmica parece tão básica — formas que se modificam no espaço e no tempo — e, apesar disso, só agora há instrumentos para a sua compreensão.”<sup>7</sup>

Passou-se a procurar caracterizar atratores estranhos sempre que o comportamento dinâmico de um sistema sob observação se comportasse de forma aparentemente aleatória. Mostrou-se que, no longo prazo, os atratores eram os únicos comportamentos possíveis de um sistema dinâmico caótico, além de serem *estáveis*. A curto prazo, o comportamento dependia crucialmente das condições iniciais, mas algumas flutuações eram transitórias: a) *sistemas simples podiam dar origem a comportamentos complexos, caóticos*; b) *sistemas complexos, localizados seus atratores e bacias de atração, têm comportamento simples*; e o que é mais surpreendente; c) *sistemas complexos muito diferentes podem apresentar comportamentos semelhantes no longo prazo*.

A despeito das primeiras reações de incredulidade esboçadas por especialistas de todas as áreas, o estudo do caos ganhou solidez e vem forçando a uma reorganização profunda das formas de se ver o mundo. O reducionismo — a prática de analisar o todo em partes constitutivas, isolando os mecanismos individualizados para depois somá-los — vem sendo substituído por abordagens “holistas”, que, de roldão, levam também pedaços das fronteiras que fragmentavam o conhecimento através da especialização e da sua disciplinarização. É claro que “... os problemas nos quais os pesquisadores se concentram são exatamente aqueles que lhes parecem poder ser formulados e resolvidos dentro da tradição científica vigente...”,<sup>8</sup> e assim continua sendo, mas, otimisticamente, já se podem vislumbrar novas perspectivas que — ao explicitarem a inutilidade de estudar as partes isoladamente do todo — voltem a considerar a compartimentalização das ciências como obstáculo epistemológico, pelo reducionismo inevitável.<sup>9</sup>

<sup>6</sup> Ver Deffarges (1991). Não há como evitar uma reminiscência da postura platônica das formas projetadas na caverna, dos padrões invisíveis da matéria. E também das categorias analíticas de Marx, ao opor essência e aparência como um par antitético, e ao defender a construção de conceitos a partir do concreto-pensado, como etapa prévia à análise do geral e do particular.

<sup>7</sup> Gleick (1990, p. 296). Neste texto faremos repetidas referências a esse trabalho.

<sup>8</sup> Kuhn (1970, p. 33).

<sup>9</sup> “Quando a ciência não-linear surgiu em cantos estranhos de diferentes disciplinas, o fluxo das idéias não seguiu a lógica-padrão dos historiadores. O aparecimento do caos como uma entidade em si mesma foi uma história não só de novas teorias e novas descobertas, mas também do entendimento tardio de idéias antigas. Muitas peças do enigma tinham sido vistas muito antes — por Poincaré, por Maxwell, até mesmo por Einstein — e esquecidas” (Gleick, 1990, p. 178). Os economistas da escola clássica britânica do século XIX — assim como Marx — mantinham uma perspectiva da dinâmica de crescimento de longo prazo e ressaltavam a pouca importância das flutuações no curto prazo.

Este trabalho não se propõe a ser uma survey nem do surgimento da análise do caos, nem da teoria econômica. Trata-se tão-somente do resultado de um exercício de reflexão a respeito das implicações dos recentes tratamentos de comportamentos caóticos sobre o teorizar em economia — particularmente quando essa teorização se baseia ou se utiliza de modelos matemáticos e estatísticos, e dos recursos gráficos a eles associados. Nas palavras de Goodwin:

“(...) o caos simplesmente adiciona uma explicação possível a mais, mas uma explicação de grande interesse teórico, uma vez que ela é de um tipo diferente: um gerador endógeno de irregularidades.” (Goodwin & Punzo, 1987, p. 125.)

Como é inevitável que um enorme número de referências seja feito, procuramos limitá-las àquelas que pareciam mais significativas, ou indispensáveis, sem portanto a intenção de cobrir ou esgotar discursivamente todas as inúmeras questões envolvidas. Isto é particularmente verdadeiro para as referências à análise do caos. A estrutura de apresentação é a seguinte: na seção 2, levantam-se algumas questões lógicas ligadas à utilização de modelos matemáticos na teoria econômica. A seção 3 discorre sobre modelos determinísticos encontrados na teoria econômica, levantando questionamentos sobre as análises de estática comparativa, modelos dinâmicos de crescimento, equilíbrio, linearidade e suas conformidades com o mundo real. Na seção 4 são tratadas questões relacionadas à introdução da idéia de aleatoriedade e à construção de modelos econométricos. Finalmente, o trabalho é concluído, na seção 5, com algumas considerações sobre como a formação do conhecimento em economia pode vir a ser afetada pela análise do caos. Despretenciosamente, espera-se que o conjunto do trabalho sirva para inspirar — e talvez fundamentar — algumas direções para a elaboração de uma agenda de pesquisas sobre a dinâmica econômica e o caos.

Resta-nos lembrar que a análise do caos vem hoje em dois sabores: a) o *caos determinístico*, gerado a partir de sistemas dinâmicos expressos matematicamente através de equações não-lineares — desordem aperiódica não-aleatória e imprevisível, a partir de modelos ordenados; b) o *caos estruturado e estável* de fenômenos da realidade observável, aparentemente aleatórios mas, na verdade, intrinsecamente ordenados. Embora o abismo que por algum tempo separou essas duas concepções venha se estreitando rapidamente, ainda perdura uma certa dificuldade conceitual entre autores diferentes. Parece-nos que a junção final das duas perspectivas recomporá o verdadeiro *status* da formulação teórica: o de analisar e representar a realidade, *a partir da realidade*. E esta, mesmo sendo complexa — e insubmissível à modelagem linear e/ou parcial — apesar de tudo, *se move!*

## 2. Modelos matemáticos e economia

*“... uma teoria científica é apenas um modelo matemático, que criamos para descrever nossas observações: existe apenas em nossa imaginação.”*

Hawking (1988)

O uso de modelos matemáticos em economia hoje é generalizado. A introdução de um número cada vez maior de disciplinas de “métodos quantitativos” nos currículos de economia colabora para que também se generalize a opinião de que a análise da realidade econômica que não faça uso do instrumental matemático e estatístico não deva ser de fato completamente digna de confiança. O problema está menos na utilização de métodos quantitativos do que na

fragmentação lógica e analítica que passa a dominar a visão de mundo — e da realidade econômica — da maioria dos usuários desse instrumental. O critério de correção da análise — que em outras disciplinas tem a ver com a consistência e coerência mantidas com a realidade observada — torna-se interno à lógica da própria análise.<sup>10</sup>

Ora, Bertrand Russel, em seu *Principia mathematica*, publicado em 1903, argumentava de forma incisiva sobre a inextricabilidade entre o corpo matemático e a lógica aristotélica:

“... matemática e lógica são idênticas. (...) Essa tese foi, a princípio, impopular, porque a lógica é tradicionalmente associada à filosofia e a Aristóteles. (...) Essas razões são, em termos gerais, de duas naturezas opostas: primeiro, há certas dificuldades não resolvidas na lógica matemática que a fazem parecer menos correta do que se supõe que a matemática seja; e segundo, que, se a base lógica da matemática for aceita, ela justifica, ou tende a justificar, muito trabalho (...) que é visto com suspeição por muitos matemáticos, por conta de paradoxos não resolvidos que ela divide com a lógica.” (Russel, 1938, p. v.)

Como é sabido, a lógica aristotélica é estruturada de forma a dar sentido à *causalidade*. Seu edifício condiciona todas as suas aplicações — inclusive a matemática — com a formalização das questões que se podem indagar sobre a realidade, nos extremos de *causas* e *conseqüências*.<sup>11</sup> Assim, não é surpreendente verificar que o analista econômico, instrumentalizado com seu modelo matemático/quantitativo, só reconheça os aspectos da realidade que sejam nele inseridos como variáveis e parâmetros — e que passe a operacionalizá-lo com aquele viés lógico. Wittgenstein pronunciou-se inúmeras vezes a esse respeito:

“A lógica matemática deformou completamente o pensamento dos matemáticos e dos filósofos, pela construção de uma interpretação superficial das formas da nossa linguagem cotidiana como uma análise das estruturas dos fatos. É claro que, neste particular, ela apenas continuou a construir sobre a lógica aristotélica.” (Wittgenstein, 1964, p. 156e.)

É contudo evidente o importante papel que a lógica matemática desempenhou no desenvolvimento científico nos últimos 200 anos, particularmente nas ciências físicas e exatas. Para referenciais em velocidades não-relativísticas e para dimensões não comparáveis às quânticas ou astronômicas, os modelos matemáticos de equações puramente determinísticas apresentaram bom desempenho:

“A lógica matemática começou a florescer apenas no século XIX, sob a influência das ciências exatas, que fizeram dos problemas computacionais complexos a ordem do dia (...) O problema de criar um sistema lógico orientado para aplicações científicas foi proposto em sua forma geral por Descartes e Pascal, e foi concretamente primeiro desenvolvido por Jung (...) e Leibniz.” (Styazhkin, 1969, p. 53-7.)

Descartes sonhou com uma “matemática universal”, como método para solucionar problemas matemáticos relacionados às ciências. Para tal “... deveria haver uma correspondência isomórfica para com os objetos representados”,<sup>12</sup> o que equivale a dizer que se tornava necessário supor que a realidade — instrumentalizada pela matemática cartesiana — tornava-se também isomórfica no tocante à *lógica aristotélica* embutida em seu método. Mais prudente, Leibniz ressaltava que “... todas as verdades são logicamente demonstráveis, exceto as várias proposições baseadas na evidência experimental...”,<sup>13</sup> uma vez que ele não concor-

<sup>10</sup> A competição é imperfeita, os mecanismos de mercado *falham*, a troca é *falsa*, o comportamento da realidade econômica é *atípico*, as informações são *assimétricas*, as correlações são *espúrias*...

<sup>11</sup> Ao contrário da lógica dialética, de Heráclito, Hegel, Marx e também de Bachelard e da Escola de Frankfurt.

<sup>12</sup> Styazhkin, 1969, p.67. Em termos popperianos, Descartes sonhava com a transformação de nuvens em relógios...

<sup>13</sup> Styazhkin, 1969, p.69. Nossa ênfase.

dava com a tese que o mundo era constituído por objetos relacionados entre si por regras definidas e possuindo propriedades absolutamente fixas.

Este “pressuposto” de isomorfismo entre a realidade observada e sua representação matemática levou à possibilidade de *formalmente* representar proposições — até mesmo divergentes — de corpos teóricos diferentes. Nas palavras de Von Neumann:

“Se alguém realmente penetrou um assunto tecnicamente, coisas que previamente pareciam em completo contraste podem ser puras transformações matemáticas umas das outras. Coisas que parecem representar profundas diferenças de princípio e de interpretação desta forma podem acabar não afetando qualquer declaração significativa ou qualquer predição. Elas nada significam para o conteúdo da teoria.” (Von Neumann, 1963, p. 496.)

De fato, o estabelecimento de correspondências *formais* é um fator que favorece o diálogo e a discussão — particularmente no meio acadêmico e na comparação de modelos econômicos.<sup>14</sup> Nesse sentido, a matemática é *normativa*,<sup>15</sup> o que não quer dizer que seja um critério da verdade:

“(…) A matemática usa uma noção que não é constituinte das proposições que ela considera, especificamente a noção de verdade.” (Russell, 1938, p. 3.)

Talvez seja por isso que Feigenbaum, o primeiro formulador do princípio da universalidade para sistemas caóticos, tenha declarado que “(…) de alguma forma, escrever equações diferenciais parciais é não ter estudado o problema (...)”.<sup>16</sup>

### 3. Teoria econômica e modelos determinísticos

*“If in the midst of life we are in death, so in sanity  
we are surrounded by madness.”*

Wittgenstein (1964, p. 156e)

#### *Modelos determinísticos de estática comparativa*

*“Os antigos cientistas podiam escolher os seus  
princípios iniciais — na verdade tinham de  
escolhê-los.”*

Kuhn (1970, p. 13-5)

A construção de modelos matemáticos determinísticos na teoria econômica foi iniciada na segunda metade do século XIX — principalmente através dos trabalhos seminais de Jevons, Walras, Edgeworth, Fisher, Barone e Pareto, que se auto-intitulavam “economistas-matemáticos”. Seus modelos faziam pesado uso de cálculo diferencial aplicado a funções de várias

<sup>14</sup> Como veremos, pode também *favorecer* a identificação de modelos dinâmicos que *formalmente* geram caos determinísticos com atratores estranhos equivalentes.

<sup>15</sup> “O que eu estou dizendo se resume a isto, que a matemática é *normativa*. Mas norma não quer dizer a mesma coisa que ‘ideal’.” (Wittgenstein, 1964, p. 190e.)

<sup>16</sup> Citado em Gleick, 1990, p. 182.

variáveis, levando freqüentemente ao estudo de sistemas determinísticos não-lineares.<sup>17</sup> Logo, tornou-se prática comum transferir o plano da discussão econômica para um mundo de “fatos estilizados”. Dessa forma, esses modelos afastaram-se da desordem experimental dos fenômenos econômicos da realidade, modificaram as intuições — através da criação de regras comportamentais maximizadoras, do *homo economicus*, da competição perfeita ... — e construíram um *mundo econômico ideal*, que passa, este sim, a ser o verdadeiro *objeto* da teorização econômica.<sup>18</sup>

Mas mesmo essas caricaturas da realidade insistiam em “mau comportamento”, sobretudo devido à sua não-linearidade. A “estática comparativa” de Marshall; a postulação de “funções de produção bem comportadas” de Wicksteed e J. B. Clark; a definição do “tamanho ótimo da firma” de Pigou são exemplos da criatividade que se tornou condição necessária para manter em pé a *consistência lógica interna* da teoria neoclássica.<sup>19</sup>

Como a dinâmica não-linear foi logo reconhecida como fonte potencial de dificuldades — pela complexidade implicada —, disseminou-se a prática de substituí-la pela “análise estática comparativa” entre situações de *equilíbrio*. Decompôs-se o problema econômico em pequenos segmentos analíticos, na suposição de que — em cada caso — um pequeno número de princípios e regras comportamentais seria suficiente para caracterizá-lo em seu “estado puro”.<sup>20</sup> Análises mais complicadas exigiam a *composição* das partes, respeitada a coerência lógica.<sup>21</sup>

“(...) ao lidar com a produção, todas as vezes que alguma coisa que não era bem consistente com o modelo puro de trocas vinha à luz, a reação típica era modificar o lado da produção, isto é, introduzir na teoria da produção todos os pressupostos que fossem necessários para restaurar sua consistência com o modelo puro de trocas previamente concebido.” (Pasinetti, 1977, p. 26, n. 19.)

Entretanto, embora a maioria dos praticantes atuais dos preceitos neoclássicos de modelagem matemática em economia se julgue de alguma forma “discípulo de Walras”, Jaffé

<sup>17</sup> Cabe notar a exceção à regra: Walras (1988, p. 10), provavelmente consciente das complexidades que a não-linearidade traria para a resolução de seu sistema analítico, argumenta que “(...) A aplicação de que se trata não consiste absolutamente em *prever*, mas em *explicar* a variação dos preços de acordo com as variações da oferta e da demanda, sob o regime da livre concorrência. Desse ponto de vista, a possível substituição de determinadas mercadorias por outras constitui certamente uma complicação matemática; mas essa complicação é resolvida pela substituição de funções a uma única variável por funções a diversas variáveis para exprimir a utilidade, e, em seguida, de equações a derivadas simples por equações a derivadas parciais para exprimir o máximo de utilidade.” E Walras se pergunta: “Esse método é absolutamente indispensável?”, para concluir de forma indagativa se a *linearização* “(...) não constitui um método vantajoso de simplificação em uma ciência tão complicada como a nossa?” loc. cit.

<sup>18</sup> É desnecessário dizer que essa passa a ser a postura cognitiva fundamental de toda a tradição neoclássica.

<sup>19</sup> São bem conhecidas as dificuldades geradas pelo conceito de “função de produção agregada”, pois várias funções de produção não-lineares *bem comportadas*, em geral, não se agregavam como função não-linear *bem comportada*, a não ser que fossem aditivas-separáveis em termos de seus “fatores produtivos”. Solow, Minhas, Arrow e Chenery vieram resgatar a teoria dessas dificuldades através da formulação da função não-linear de produção CES, que curiosamente não foi escolhida por melhor satisfazer quaisquer considerações sobre o comportamento *real* da produção, mas porque suas especificações evitavam o *desmoronamento do edifício lógico neoclássico*.

<sup>20</sup> As conhecidas condições de *coeteris paribus* providenciavam o adequado *isolamento*. É curioso notar que ainda assim alguns resultados eram não-garantidos; como exemplo temos o conhecido “efeito de *cobweb*” — também chamado de teorema da teia de aranha. As flutuações na convergência, os ciclos, até mesmo a explosão são típicos de sistemas não-lineares. A novidade é que um contexto tão simples como o de *cobweb* pode gerar — e de fato gera — o caos determinístico, com flutuações aperiódicas imprevisíveis.

<sup>21</sup> Isso nem sempre foi possível, particularmente quando se tentava fechar o todo. Isso talvez explique o relativo grau de esquizofrenia por décadas demonstrado pelos livros-textos de microeconomia, quando apresentavam seqüencialmente as teorias do “consumidor” e da “firma” — essencialmente não-lineares — e o “equilíbrio geral” — baseado em Walras, e essencialmente linear —, onde o teorema de Euler era alternativamente aplicado com grau zero e grau um. Algumas dessas dificuldades foram contornadas por Debreu, pela utilização axiomática da topologia e da álgebra linear.

(1977) questionou essa continuidade, argumentando que o sistema walrasiano caiu presa de outras interpretações, que têm levado a sua utilização a “(...) tratar de problemas diferentes daqueles para os quais ele foi originalmente concebido” (Jaffé, 1977, p. 386). Jaffé defende que o objetivo de Walras era puramente *lógico e especulativo*, quando ele buscava uma solução geral para o equilíbrio dos preços de mercado. Em outras palavras — guardando prudente distância da realidade — suas proposições eram “prescritivas”, e não “descritivas”.

“O propósito latente de Walras ao conceber o seu modelo de equilíbrio geral não era o de descrever ou analisar o funcionamento do sistema econômico como ele existia, nem era primariamente a caracterização das relações econômicas puras numa rede de mercados sob o pressuposto teórico de um regime perfeito de livre competição. Era (...), ao contrário, demonstrar a possibilidade de formular axiomáticamente um sistema econômico racionalmente consistente (...) sem ultrapassar os limites impostos pelas naturais exigências do mundo real.” (Jaffé, loc cit.)<sup>22</sup>

Assim, Jaffé argumenta que essa concepção errônea foi ecoada, em diferentes épocas, nos trabalhos de Wicksell, Hicks e Baumol, quando esses autores afirmaram que “(...) Walras pretendia que seu teorema declarasse que (...) a competição perfeita leva ao máximo de satisfação social que seria obtido por qualquer outro sistema de preços” (Jaffé, 1977, p. 377). Em particular, Jaffé afirma que Pareto inverteu *propositalmente* o argumento de Walras.

Nessa versão torcida — que pode ser chamada de teoria walrasiana-paretiana —, os modelos matemáticos não-lineares determinísticos da tradição neoclássica não podem abandonar “mecanismos de convergência” que assegurassem o equilíbrio: fosse a *perfeita transparência do futuro* — implicada pelo pressuposto de *informação perfeita* — fosse o mecanismo original, autocorretor, de Walras conhecido por *tâtonnement*. É claro que, como observa Morgenstern (1972, p.1.170), “(...) se existe a perfeita transparência do futuro, não haverá *tâtonnement*, uma vez que todos irão diretamente para o preço final de equilíbrio”.<sup>23</sup> Por outro lado, a qualidade de *mecanismo autocorretor* atribuída ao *tâtonnement* tem que ser submetida a escrutínio. Morgenstern questionou:

“Quantos passos são permitidos? O seu número é finito? Quantas mercadorias, compradores e vendedores estão envolvidos? (...) Como é concebível que um estado de equilíbrio jamais possa ser atingido em qualquer tempo finito, a existência de equilíbrio precisa ser provada independentemente da utilização do *tâtonnement*, e é questionável se esta noção superficialmente intrigante é de fato necessária.”<sup>24</sup> (Morgenstern, 1972, p.1.171.)

Não obstante, considerável parcela dos economistas neoclássicos passou a interpretar os seus modelos de forma positivista, *como se fossem verificáveis na economia real*, ainda que imperfeitamente.<sup>25</sup> Por exemplo, a comparação de estados alternativos de equilíbrio foi

<sup>22</sup> É sabido que esta tarefa não foi de fato cumprida por Walras. “Nos anos 30 um seminário econométrico liderado por Karl Menger sugeriu que a prova de Walras era *naïve* e insuficiente” (Brody, 1970, p. 51-2). O método de contar equações e variáveis por ele adotado não garante nem a *existência*, nem a *unicidade*, nem a *não-negatividade* dos preços e das quantidades.

<sup>23</sup> Incidentalmente, caberia a pergunta: dada a perfeita transparência do futuro, o que mais poderia resultar senão o equilíbrio geral do modelo econômico? Certamente, ao introduzir como *pressuposto* exatamente o mecanismo de convergência — cuja ausência tornaria o sistema instável e potencialmente imprevisível — impõe-se logicamente, e de forma imprópria, aquilo que o modelo se propunha a encontrar. Evita-se o caos determinístico com um *pressuposto* que o exclui...

<sup>24</sup> Deve-se recordar que, juntamente com Von Neumann, Morgenstern demonstrou as dificuldades encontradas na solução teórica de jogos finitos de soma zero quando três ou mais parceiros estão envolvidos.

<sup>25</sup> Durante a chamada “Controvérsia de Cambridge”, Robinson & Navqi (1967, p. 591) argumentaram que “(...) não há qualquer razão para discutir o que é mais *provável de ser encontrado na realidade*”. (...) O argumento envolve



reforçada por esse tipo de argumentação por Allen, Ferguson, Eltis e Stiglitz. entre outros, apenas para ouvir de Harcourt que:

“(...) proposições essenciais sobre estados alternativos de equilíbrio (...) não são sujeitas à falsificação empírica, como alguns econométristas e expoentes neoclássicos têm argumentado.” (Harcourt, 1973, p.1.203.)

De fato, sem os pressupostos adequados tradicionais, a convergência tipicamente apresentada pelos modelos neoclássicos desapareceria, sendo substituída por complicadas flutuações, que *poderiam* resultar em caos determinístico...

### **Modelos determinísticos dinâmicos**

*“Por que seria necessário um volume infinito de lógica para determinar o que um pequeno fragmento de espaço/tempo vai fazer?”*

Feynmann (1967, p. 57)

A inclusão explícita do *tempo* na análise econômica sempre foi problemática e ainda é uma das dificuldades dos modelos dinâmicos em economia.<sup>26</sup> Sem entrar em maiores detalhes, sabe-se que os trabalhos seminais desta estirpe de modelos são atribuídos a Harrod, Domar, Solow, Swan, Phelps e Samuelson. A maioria desses trabalhos utilizou modelos econômicos não-lineares. Dentro dos pressupostos neoclássicos, esses modelos *não-lineares* unidimensionais não apresentavam quaisquer dificuldades de convergência para trajetórias de estado estacionário. Porém, o aumento de suas dimensões, de forma a comportar mais de um setor produtivo, ou a existência de bens de capital heterogêneos levava esses modelos dinâmicos a apresentar sérios problemas de convergência para as trajetórias estacionárias.<sup>27</sup> Tornavam-se extremamente dependentes das condições iniciais e tanto podiam convergir para os estados estacionários, como podiam apresentar comportamentos explosivos ou aparentemente cíclicos. Enfim, tornavam-se *imprevisíveis*.

“Em geral, a introdução de um número de bens de consumo ou de bens intermediários de uso único não chega a ser um problema, mas a multiplicidade de bens de capital suscita problemas importantes de equilíbrio e de estabilidade.” (Sen, 1970, p. 30.)

Não tardaram a aparecer modelos determinísticos dinâmicos *lineares*, multissetoriais, assentados nos teoremas da álgebra vetorial.<sup>28</sup> As referências básicas, como é sabido, são

---

comparações de posições de equilíbrio com diferentes taxas de lucros no mesmo ‘estado do conhecimento técnico’. Isso não é encontrado na natureza e não pode ser observado. (...) O benefício da discussão é apenas desfazer ilusões”.

<sup>26</sup> Adam Smith, Ricardo, Malthus e Marx utilizavam primariamente a noção de *tempo histórico* em suas análises, uma vez que elas eram fundadas na contemplação de fenômenos da dinâmica econômica real. Nos modelos determinísticos ditos *dinâmicos*, a noção utilizada é a de *tempo lógico*, o que por si só limita o seu escopo como instrumento de análise.

<sup>27</sup> Um iniciado na dinâmica do caos determinístico não se surpreenderia, pois estão ali presentes os ingredientes básicos para possibilitar esse comportamento: não-linearidade e retroalimentação.

<sup>28</sup> Uma breve resenha sobre esses modelos foi tratada recentemente em outro trabalho e não será aqui apresentada. Ver Damásio (1991).

encontradas nos trabalhos de Leontief, Morishima, von Neumann, Solow e Seton.<sup>29</sup> O “fechamento” do modelo básico de Leontief apresentou severos *problemas de instabilidade dual*, que foram parcialmente contornados pela introdução de hipóteses de perfeita *maleabilidade e transferibilidade* dos bens de capital entre ramos, por “regras de descarte”<sup>30</sup> e outros artifícios, que — sob condições bastante estritas — permitiam a convergência e a relativa estabilidade das trajetórias de estado estacionário.

Na verdade, o abandono do vetor de *preços próprios*<sup>31</sup> e sua substituição por preços resultantes de *sistemas de valoração competitiva* introduziam não-linearidades no modelo — *que de outra forma era linear* — e, dada a sua natureza dinâmica, a qual exige retroalimentação, passavam a gerar comportamentos erráticos, característicos do caos determinístico. Em uma época em que as discussões sobre o caos ainda não tinham atingido sequer o público acadêmico, restringindo-se a tímidas formulações que passavam despercebidas, é curioso notar que um arguto analista declarasse que:

“(...) alguns dos problemas aparentemente intratáveis encontrados pela moderna teoria do crescimento na verdade não têm qualquer conexão intrínseca com o crescimento, mas surgem, ao contrário, de tensões internas da teoria do valor que normalmente se presume estar subjacente a esses modelos; (...) se essa teoria do valor for substituída (...) esses problemas desaparecerão ou tornar-se-ão mais amenos.” (Nell, 1967, p. 23-4.)

De forma paralela à ocorrida anteriormente — quando se recorreu à estática comparativa para avaliar posições alternativas de equilíbrio — passa-se a procurar analisar, também comparativamente, as trajetórias de crescimento em estado estacionário: o raio de Von Neumann; trajetórias balanceadas de Koopmans e Morgenstern; Turnpikes diversas; trajetórias douradas e prateadas de Morishima... Percebeu-se logo, porém, que fora dessas trajetórias os modelos se comportavam de forma raramente previsível. Não faltaram os que insistiram na necessidade — aliás correta — de dizer alguma coisa relevante sobre os *processos de passagem* de um estado estacionário para outro:

“Todos concordariam, suponho, que a análise dos estados estacionários é, na melhor das hipóteses, apenas um começo; certamente não um fim em si mesma. O estudo dos problemas da transição, ou *traverse*, de um estado estacionário para outro pode, por outro lado, representar um primeiro passo na direção correta.” (Spaventa, 1973, p. 168.)

Entretanto essa análise dos processos de transição não avançou muito. Hoje sabe-se o porquê. O caos determinístico gerado por modelos não-lineares de muitas dimensões é a principal razão. Não havia como domá-los, a não ser submetendo-os a uma camisa-de-força de pressupostos adicionais, que acabavam por lhes retirar todo o interesse.<sup>32</sup> Mesmo em um plano analítico onde a única seta do tempo era a do *tempo lógico*, os modelos se tornavam intratáveis e muitas vezes imprevisíveis. Que dizer então da dinâmica econômica real, onde impera o *tempo histórico*, e a previsibilidade é, no mínimo, imperfeita? Nas palavras, já antigas, de Joan Robinson:

<sup>29</sup> Uma listagem mais abrangente incluiria Samuelson, Dorfman, Hicks, Sargan, Jorgenson, Kemeny, Morgenstern, Gale, Radner, Malinvaud, McKenzie, Nikaido, Bromek, Weil e Tsukui, entre outros.

<sup>30</sup> *Disposability rules*.

<sup>31</sup> Dados pelo autovetor dominante à esquerda da matriz tecnológica do sistema e adotados por Hawkins, Zamowitz e Brody, entre outros.

<sup>32</sup> Geralmente um conjunto conveniente de pressupostos é *conectado* ao modelo, de forma que a *propriedade de convergência* seja obtida. A esse respeito ver Damásio (1981, p. 263-5).

"Há muito o que aprender a respeito de comparações *a priori* entre posições de equilíbrio, mas elas devem ser mantidas em seu devido lugar lógico. Elas não podem ser aplicadas a situações reais; é de uma certeza mortal que qualquer situação particular, real, que nós desejemos discutir esteja fora do equilíbrio. A história observada não pode ser interpretada em termos de um movimento ao longo de uma trajetória de equilíbrio, nem referida como evidência para respaldar qualquer proposição desta derivada." (Robinson, 1962, p. 25.)

E, em outro texto, ao tratar de trajetórias estacionárias de crescimento, é ainda mais cáustico:

"Dada uma situação de equilíbrio, a produção e o consumo de hoje determinam quais estoques de bens de todos os tipos existirão amanhã; e os estoques de hoje determinam quais foram a produção e o consumo de ontem. A posição presente (...) decreta qual será a situação em qualquer data no futuro, e revela o que ela foi em qualquer data do passado. *O modelo é uma criatura que se move em ravinas determinadas — nem mesmo um ônibus, mas um bonde.* (...) Um sistema em equilíbrio, por sua própria natureza, está distanciado da realidade. É imprestável para analisar a história em seus termos, e é ilegítimo apelar para a história por evidências que o suportem. Tudo o que ele pode fazer é apresentar as relações lógicas geradas pelos seus pressupostos. Uma vez reunido um conjunto de pressupostos, é bastante fácil fazer o modelo correr ao longo de seus trilhos de bonde." (Robinson, 1961, p. 362-3.)

De fato, se nos afastarmos dos "trilhos de bonde", a extrema dependência dos comportamentos dos modelos dinâmicos determinísticos sobre as suas condições iniciais faz com que seus resultados sejam, *em geral*, imprevisíveis! E isso deve nos trazer reminiscências do *efeito borboleta*, formulado pelos pioneiros do estudo do caos determinístico.<sup>33</sup> Por outro lado, ainda que estejamos sobre uma trajetória estacionária de equilíbrio — com as necessárias propriedades de estabilidade —, se existirem múltiplas trajetórias com características semelhantes não está afastada a possibilidade de comportamento caótico. Caso se tente trafegar de uma trajetória de equilíbrio para outra, o caos *pode surgir nesse caminho*. Isso porque cada uma dessas trajetórias funciona, em princípio, como um atrator estranho, criando *bacias de atração* que podem ser bastante intrincadas. O sistema eventualmente tenderá a chegar a uma das trajetórias, mas não se pode *a priori* prever *qual*. A questão torna-se ainda mais complexa — e caótica — quando as trajetórias de estado estacionário apresentarem equilíbrio *instável*; ou quando estas *não existirem*. Nesses casos, a localização de atratores estranhos passa a ser uma tarefa incontornável, se se deseja conhecer o comportamento do sistema a longo prazo. Novamente, a curto prazo ele será *imprevisível*.

### *Equilíbrio, linearidade e o mundo real*

*"O caos é antes uma ciência de processo do que de estado."*

Browand (1986, p. 135)

Desenha-se o fim dos paradigmas da estabilidade e da convergência suave para o equilíbrio. Explicitam-se também os limites da linearidade.

<sup>33</sup> Nome dado por Lorenz à dependência sensível sobre as condições iniciais e retirado de um artigo seu intitulado: Predictability: does the flap of a butterfly's wings in Brazil set off a tornado in Texas? Citado em Gleick (1990, p. 29).

É verdade: os sistemas lineares são geralmente calculáveis e costumam apresentar dinâmicas monotônicas — e por isso mesmo tediosas. São facilmente separáveis em suas partes, e podem ser construídos *à la carte* e compostos como imensos *smogarsbords*. Porém, além de não apresentarem a riqueza de comportamentos dos sistemas não-lineares, são *irrealísticos*. Falando sobre modelos de Leontief, Von Neumann, teoria dos jogos e programação linear, Brody assim se expressou:

“Uma bem conhecida característica comum a todos esses modelos é a sua linearidade. Esta parece ser uma limitação comum. Eles não podem refletir a realidade econômica, que é *não-linear*, e onde as inter-relações tomam formas mais complicadas. Não se pode justificar o pressuposto da linearidade por ser *confortável*, ou porque requer um número menor de observações para uma medida quantitativa das relações.” (Brody, 1970, p. 56-7.)

O mesmo autor, entretanto, busca justificar a adoção da hipótese de linearidade com o bem conhecido argumento de que:

“(…) Na vizinhança imediata do ponto a ser examinado (...) a maioria das relações complexas pode ser aproximada por relações lineares, com a requerida precisão.” (loc. cit.)

Este *artigo de fé* sempre foi o principal apelo dos modelos lineares. Com a teoria do caos, hoje sabemos que ele é *falso*. Não raro, as vizinhanças das posições de equilíbrio podem conter bacias *fractais* que levem o comportamento do sistema a se *afastar* daquelas, ao invés de manter uma consistência *aproximadamente linear*, como era pressuposto:

“Levados por um falso sentimento de segurança pela sua familiaridade com a resposta única de um sistema linear, o analista ou o experimentador ocupado grita ‘eureka, é a solução’, quando uma simulação se fixa num equilíbrio de ciclo constante, sem se preocupar em explorar pacientemente o resultado de diferentes condições de partida. Para evitar erros potencialmente perigosos e desastres, [eles] têm de estar preparados para dedicar uma maior percentagem de seu esforço à investigação de toda a gama de respostas dinâmicas de seus sistemas.” (Stewart & Thompson, 1986, p. xiii.)

Por outro lado — por estarem quase sempre voltados para a discussão de posições de equilíbrio e/ou estados estacionários — esses modelos não podem descrever o funcionamento da dinâmica econômica real, *observável*. Parece-nos que as trajetórias de crescimento das economias *de fato existentes* apenas se dirigiriam para o raio de Von Neumann por acaso. E, na eventualidade de atingirem tal trajetória, com plena certeza cruzá-la-iam sem ali permanecer... Na verdade, o processo desigual de crescimento (e não-crescimento) é que parece ser a *regra*, e não a *exceção*, em economias capitalistas reais. Os modelos econômicos determinísticos apenas descrevem o que aconteceria ao sistema se o sistema econômico estivesse em equilíbrio; eles podem nos dizer pouco — ou quase nada — sobre o que aconteceria se ele estivesse fora das posições de equilíbrio. *E o desequilíbrio permanente parece ser o estado geral das economias capitalistas reais.*

Reconhecido que ainda não temos uma abrangente *teoria do crescimento econômico desequilibrado*, parece que se abrem duas grandes alternativas teóricas:

a) Estipular explicitamente hipóteses e pressupostos comportamentais, os mais *realísticos* possíveis, a respeito de variáveis e parâmetros comportamentais afetados pela incerteza e pelas expectativas — por exemplo, sobre o consumo das famílias e suas decisões de poupança; sobre os planos de investimentos empresariais e seus *portfolios*; sobre a demanda efetiva e os níveis toleráveis de estoques; sobre a simetria das informações; sobre padrões salariais, taxa de desemprego e capacidade produtiva ociosa; a lista continuaria... —, apostando e mantendo

as esperanças de que eles de fato descrevam a dinâmica real das economias.<sup>34</sup> Não adiantaria! Os modelos ainda assim continuariam determinísticos.<sup>35</sup> E sobretudo *imprevisíveis*, fora das trajetórias de equilíbrio, se elas existirem...

b) Reconhecer e admitir que o equilíbrio pode, simplesmente, *nunca* ocorrer no dia-a-dia das economias reais em que vivemos. Que as análises econômicas baseadas em noções de equilíbrio parecem condenadas a falhar. Que a realidade apresenta um comportamento *não-linear*, justamente porque *linear* é apenas um produto da nossa imaginação.<sup>36</sup> Que as economias reais, embora erráticas e oscilantes, bem ou mal funcionam em oscilações aperiódicas, não-repetitivas — sem contudo explodirem ou se decomporem totalmente! E que estas são justamente características do caos *estruturado e estável da realidade observável*. De alguma forma, parece que os fenômenos econômicos jogam o jogo do caos. Dessa forma, tanto as análises do caos determinístico *gerado por modelos não-lineares retroalimentados multidimensionais* quanto a caracterização de atratores e de suas respectivas bacias de atração, *a partir da realidade observável*, parecem interessantes alternativas para a pesquisa econômica, suscitadas por esse novo ângulo de visão.

Há uma terceira alternativa: recorrer à conhecida declaração de fé de Ferguson...

#### 4. Aleatoriedade e modelos econométricos

*“Uma causa muito pequena, que nos passa despercebida, determina um efeito considerável que não podemos deixar de ver, e então dizemos que o efeito é devido ao acaso.”*

Poincaré

À constatação de que os dados econômicos *mensuráveis* do mundo real nunca se encaixavam *perfeitamente* — e muitas vezes simplesmente não se encaixavam! — nos modelos matemáticos utilizados na construção dos segmentos da teoria econômica, buscou-se introduzir a *aleatoriedade* nesses modelos. A formulação de modelos estocásticos aplicados à análise econômica empírica desenvolveu-se rapidamente, criando um verdadeiro *ramo* do processo cognitivo em economia. Convencionou-se chamar genericamente de *econometria* o trabalho de especificação e estimação de modelos paramétricos estocásticos.<sup>37</sup>

Com o aumento do número de economistas treinados nessa metodologia, multiplicaram-se em curto espaço de tempo os trabalhos na área, e a econometria ganhou meteórica respei-

<sup>34</sup> Keynes (1939, p. 46) — ele próprio um economista acostumado a teorizar *a partir da realidade econômica observável* — comentou: “Na verdade é raro que alguém que não seja economista suponha que os preços sejam predominantemente governados pelos custos marginais. A maioria dos empresários se surpreende com a sugestão de que deveriam ser os cuidadosos cálculos, no curto prazo, de seus custos marginais ou de suas receitas que orientassem suas políticas de preços. Eles afirmam que políticas como essas rapidamente levariam à falência todos que as praticassem.”

<sup>35</sup> É sabido que é sempre possível introduzir variáveis estocásticas e probabilidades condicionais, construindo modelos com distribuições alternativas e mesmo desconhecidas. É porém bastante questionável se um sistema analítico estocástico levará a uma descrição não-hipotética, detalhada, dos comportamentos das economias reais — os quais, de fato, envolvem um (nem sempre consistente) processo racional.

<sup>36</sup> Apenas um dos *axiomas* de Euclides.

<sup>37</sup> A despeito da existência de outros métodos não-estocásticos de *mensuração da economia*.

tabilidade. Apesar da conhecida e sempre repetida advertência de que *correlação não é causalidade*, miríades de modelos *explicativos* das variáveis *independentes*, em termos das variáveis *dependentes* neles especificadas, foram formuladas e estimadas. Com efeito, logo surgiram centenas de estimativas empíricas *robustas* de correlações entre variáveis econômicas que não eram nem *previstas* nem mesmo objeto de análise na *teoria* econômica. Alguns acusaram os econométricos de estarem executando *empirismo sem teoria*, ao que estes responderam com o inegável apelo de estarem trabalhando os fatos econômicos *duros*, como eles *eram*; e alegando não serem eles responsáveis pelas correlações que o mundo real demonstrava, dentro dos devidos intervalos de confiabilidade estatística: a econometria simplesmente *revelava* os aspectos da realidade econômica — capturada nas variáveis dos modelos — *como ela é...*

Nas palavras de conhecidos autores da área:

“A econometria se ocupa com a determinação empírica das leis econômicas. A palavra empírica indica que os dados utilizados nessa determinação foram obtidos a partir da observação, que pode ser efetuada seja por experimentos controlados, projetados pelo econométrico para o propósito particular da lei na qual ele está interessado, seja pela observação *passiva*. Esta última prevalece entre os economistas, assim como entre os meteorologistas.”<sup>38</sup> (Theil, 1971, p. 1.)

“A ciência da construção de modelos consiste em um conjunto de instrumentos, a maioria deles quantitativos, que são utilizados para construir e a seguir testar as representações matemáticas de porções do mundo real.” (Pindyck & Rubinfeld, 1976, p. xi.)

Popularizaram-se termos como heteroscedasticidade, multicolinearidade, estatísticas de Durbin-Watson para autocorrelação, malhas de Hildret-Lu, método de Cochrane-Orcutt, mínimos quadrados de dois estágios, séries temporais, filtros de Kallman etc. — a econometria ferveu com a criatividade que brotava da aplicação de modelos estocásticos à análise econômica. Por trás de toda essa atividade intelectual, freqüentemente repousava a convicção de que — com especificações adequadas e com um número suficientemente grande de equações estocásticas — poder-se-ia representar, com alguma confiabilidade, o real comportamento da economia.

“(...) Podem-se determinar os efeitos de políticas monetárias alternativas sobre o comportamento da economia dos Estados Unidos através da construção de um modelo econométrico grande dessa economia, com muitas equações, e então fazendo as simulações das diferentes políticas monetárias. O modelo resultante seria razoavelmente complicado e presumivelmente explicaria uma estrutura complexa do mundo real.” (loc. cit.)

Nas décadas de 70 e 80, com a proliferação de “pacotes” de modelagem econométrica, disseminaram-se as análises e previsões econômicas com base em modelos estocásticos. Entretanto, com o benefício diacrônico — vivemos no futuro daquelas análises — verificamos que a maioria das previsões foi frustrada. Certamente as especificações não haviam sido corretas; as equações deviam ser revisadas para fornecerem resultados em correspondência com as expectativas; as inevitáveis simplificações eram responsáveis pela deformação dos resultados; as justificativas abundavam. Entretanto, “os modelos econométricos revelaram-se desanimadoramente cegos para o futuro”.<sup>39</sup> A realidade das economias capitalistas guardava

<sup>38</sup> Incidentalmente, Lorenz — o pai da descoberta do comportamento aperiódico de modelos determinísticos — era um meteorologista.

<sup>39</sup> Ver Medawar (1982, p. 301-2).

o potencial da surpresa e de fato surpreendia com a imprevisibilidade típica dos movimentos livres e não-controlados; enfim, da dinâmica não-ordenada.

Parece-nos necessário, entretanto, descer a um nível um pouco mais detalhado dessa questão. No âmago das proposições utilizadas na construção dos modelos econométricos estava o pressuposto de que — desde que as mensurações *nunca* poderiam ser *perfeitas* — aproximações e erros seriam *inescapáveis*. Implicitamente supunha-se que, dadas as condições iniciais do modelo econométrico — as informações empíricas, ainda que *aproximadas* e perturbadas *aleatoriamente* por erros de mensuração —, chegar-se-ia a resultados *aproximadamente* corretos, dentro da confiabilidade do sistema. Em outras palavras, *insumos aproximadamente exatos levariam a resultados aproximadamente exatos*. Tratava-se portanto de saber *quão* aproximados eram os intervalos de confiança e como eles se comportavam, além do índice de correlação múltipla do sistema.

A prática econométrica tratava de administrar essas questões através da inclusão de um *ruído extrínseco*, aleatório, em cada uma das equações:

“(...) Os *e*'s são conhecidos como *perturbações* (...) e portanto representam os efeitos combinados (...) dos fatores determinantes que não são explicitamente incluídos. Esses fatores são freqüentemente chamados de *variáveis desprezadas*. (...) O modelo linear padrão divide os fatores determinantes em dois grupos: aqueles que são introduzidos explicitamente como variáveis explicativas, e aqueles que não são introduzidos e são portanto desprezados. (...) O modelo linear padrão opera condicionalmente sobre os valores tomados pelas variáveis explicativas. Mas suponha-se que esses valores estejam sujeitos a erros de observação e que esses erros sejam aleatórios. Então, se os valores verdadeiros são vistos como não-estocásticos e se formularmos a matriz [dos dados] em termos dos valores observados, não poderemos realmente supor que [os elementos da matriz] são não-estocásticos. (...) Também deveria ser notado que o conceito de erro de observação deve ser interpretado com liberalidade. (...) Quando ocorrem desvios, eles podem ser vistos como erros de observação com respeito ao índice que realmente precisamos. Se pressupusermos que esses desvios são aleatórios, eles serão efetivamente equivalentes a erros de observação aleatórios. (...) O modelo linear padrão pressupõe que os fatores determinantes desprezados são a única causa do fato de que as variáveis explicativas não sejam totalmente responsáveis pelo comportamento observado na variável à esquerda da equação. Essencialmente, a mesma explicação é dada para a extensão desse modelo.” (Theil, 1971, p. 104; 108-9; 158; 607.)

Em primeiro lugar, uma curiosa consequência desse tratamento é que se *postulava* uma reta — ou curva, caso ela fosse *linearizável* — da *regressão real*, e a partir dela eram calculados os “erros”.<sup>40</sup> A aplicação do “modelo linear padrão”, como vimos, acabava por impor a *linearidade* sobre os dados da economia real. Quaisquer afastamentos da linearidade — que podiam caracterizar comportamento *não-linear* dos dados empíricos — eram considerados “indistinguíveis” dos *erros de observação*, por sua vez considerados *aleatórios*. Isto equivale a dizer que qualquer não-linearidade observada empiricamente era acumulada no rol dos *erros*.<sup>41</sup>

De fato, a não-linearidade era o que os econometristas *precisavam* deixar fora de seus modelos. Fazendo justiça, alguns comportamentos não-lineares, multiplicativos ou exponenciais, podiam ser estimados após a devida linearização obtida através da aplicação de

<sup>40</sup> Nenhum comentário sobre o *positivismo* dessa prática.

<sup>41</sup> Mesmo quando esses efeitos englobassem a explicação de serem originados por variáveis desprezadas. Quando esses valores tornavam-se muito altos (*t*-Student e  $R^2$  baixos), recomendava-se a *reespecificação* do modelo.

logaritmos. Nesse caso, os pressupostos mudavam *ligeiramente*: os desvios deveriam ser todos multiplicativos e seus *logaritmos* deveriam ocorrer aleatoriamente segundo a distribuição gaussiana. Outras vezes, a alternativa utilizada era a estimativa indireta, através de “substitutos” lineares.<sup>42</sup> Na verdade, há muito sabia-se que modelos não-lineares são frequentemente *insolúveis* — e quando solúveis, geralmente *instáveis*. Assim, buscava-se uma regularidade *linear*, esperando que as não-linearidades fossem e permanecessem *pequenas*. Como os fenômenos reais — e os dados empíricos do modelo — revelavam-se essencialmente não-lineares, supunha-se que o modelo linear padrão — tratável e solucionável — encontrava-se *próximo*, apenas separado por pequenas perturbações aleatórias, do *mundo real*.<sup>43</sup>

Formularam-se métodos computacionais como ferramentas para fornecer estimativas de sistemas estocásticos que incluíssem equações não-lineares através de:

“(…) um método de linearização iterativo, no qual a equação não-linear é linearizada — utilizando-se uma expansão em série de Taylor — ao redor de um conjunto inicial de valores para os coeficientes. Aplica-se o método ordinário dos mínimos quadrados nessa equação linear, gerando um novo conjunto de coeficientes. A equação não-linear é relinearizada ao redor desses novos valores dos coeficientes; mínimos quadrados são novamente aplicados para gerar novos valores para os coeficientes, e a equação volta a ser relinearizada a partir desses valores. Este processo iterativo é repetido até a obtenção da *convergência*, isto é, até que os valores dos coeficientes não mudem substancialmente após cada nova regressão de mínimos quadrados. (...) Nós utilizamos o fato de que qualquer função não-linear pode ser expressa como uma expansão em séries de Taylor. (...) Uma aproximação linear da nossa função não-linear é fornecida pelos dois primeiros termos da expansão da série de Taylor. (...) Não há qualquer garantia de que este processo iterativo vá convergir para o estimador de máxima verossimilhança dos coeficientes. O processo pode, por exemplo, convergir para um mínimo local, e não global, da função da soma-dos-erros-quadráticos. (...) O fato de crucial importância é que o processo pode não convergir nunca. (...) Se o processo ainda não convergir, então se torna necessário tentar um método de estimação alternativo.” (Pindyck & Rubinfeld, 1976, p. 226-8.)

Na verdade, se por um lado surgiam dificuldades em fazer a estimação de fenômenos não-lineares da realidade através de modelos lineares, por outro, quando se partia para métodos computacionais iterativos não-lineares, a convergência se tornava problemática. Hoje é possível saber que no primeiro caso procurava-se submeter a desordem caótica — aparentemente aleatória — da realidade à lógica dos modelos lineares. No segundo caso, os modelos estocásticos não-lineares, quando submetidos a processo iterativo, potencialmente geravam trajetórias de caos determinístico.<sup>44</sup> Caos estruturado, estável, dos fenômenos da realidade observável de um lado; e caos determinístico do outro.

Os limites da linearidade e da convergência para pontos estacionários manifestavam-se na econometria, como já se haviam manifestado nos diversos modelos determinísticos da teoria econômica, gerando em alguns a sensação de beco sem saída:

<sup>42</sup> Por exemplo, o conhecido processo de estimativa indireta da elasticidade de substituição ( $\sigma$ ) de uma função de produção CES.

<sup>43</sup> Enrico Fermi de certa feita assim se expressou: “Não está escrito na Bíblia que todas as leis da natureza são expressas linearmente”. Citado por Gleick (1990, p. 77, n. 15).

<sup>44</sup> Cabe lembrar que, a despeito de as equações serem feitas *estocásticas* pela adição dos desvios, o processo iterativo utiliza mínimos quadrados, isto é  $\beta = (X'X)^{-1} \cdot (XY)$ , que é uma equação *determinística*.



“Quando a não-linearidade de uma equação não se restringe às variáveis, mas envolve os parâmetros (...) então as dificuldades aumentam. A abordagem mais promissora nessas circunstâncias é procurar uma transformação que linearize a equação. Se isto falhar, pode ser extremamente difícil aplicar a análise de regressões. (...) Enormes problemas computacionais aparecem durante o ajustamento de qualquer modelo que não pode ser linearizado por uma transformação ou através da redefinição das variáveis.” (Wonnacott & Wonnacott, 1970, p. 91-9.)

Ou ainda:

“Não há, de fato, qualquer fórmula analítica que possa ser usada para computar diretamente os intervalos de confiança para previsões das equações não-lineares em geral. (...) Não há qualquer garantia de que [um] método forneça sequer uma boa aproximação do erro verdadeiro da previsão. (...) Com esperança, arriscar um novo estado inicial resultará em convergência, apesar de não se poder ter certeza se este será o caso. Se se tornar impossível alcançar uma solução de convergência, então novas especificações para o modelo terão que ser feitas.”<sup>45</sup> (Pindyck & Rubinfeld, 1976, p. 231-2; 486.)

Imprevisibilidade; dependência sensível das condições iniciais; convergência não-garantida; comportamento errático: exatamente as características dos modelos não-lineares retroalimentados discutidos pela recente análise do caos determinístico. A ausência de convergência poderia simplesmente estar indicando um movimento aperiódico, não-repetitivo, imprevisível — e *não-aleatório*! A aleatoriedade poderia ser apenas uma pista *falsa*...

## 5. Caos e conhecimento: para uma agenda de pesquisas em economia

*“O mundo exhibe, repetidamente, uma regularidade irregular.”*

Mandelbrot (1977)

O leque de possibilidades de avanço analítico aberto pelo entendimento do caos determinístico é certamente instigante, sugerindo direções de possíveis desdobramentos nesta e na próxima década. Mas a descoberta de *regularidades* no comportamento dinâmico de tantos aspectos da *realidade* — em diferentes ramos da ciência — abre uma questão mais profunda, pois suscita discussões de âmbito *epistemológico*. Não há como aqui fazer essa discussão de forma adequada. Mas as regularidades macroeconômicas — *quase* oscilatórias — resultantes do aparentemente caótico movimento de miríades de “agentes econômicos” podem ensejar um campo fértil para procurar a caracterização de atratores estranhos e suas bacias de atração, *a partir de dados empíricos*:

“Desde o século XVIII, houve certo sonho de que a ciência não estava acompanhando a evolução da forma no espaço e a evolução da forma no tempo. Se pensarmos num fluxo, poderemos pensar nele de muitas maneiras, fluxo na economia ou fluxo na história. Primeiro, pode ser laminar, depois bifurcar-se em regimes mais complicados, talvez com oscilações. E pode em seguida ser caótico.” (Libchaber.)<sup>46</sup>

<sup>45</sup> Justamente como comentou George (1990): “A complexidade associada à não-linearidade pode encorajar alguns em suas convicções de que as dificuldades ignoradas são as dificuldades resolvidas”.

<sup>46</sup> Citado por Gleick (1990, p. 191-2).

De fato, a descoberta — e a demonstração — de que sistemas não-lineares determinísticos podem gerar comportamento caótico teria menor importância se não fosse possível encontrar a regularidade do caos também na *realidade*.

Não é difícil constatar que a “tarefa teórica” de muitos pesquisadores tem sido a decomposição do objeto sob análise em “componentes mais simples”, postulando uma relação direta e mecânica entre parte e todo, de forma que o comportamento deste seja entendido como o conjunto dos comportamentos dinâmicos de suas “partes constitutivas”. A partir do advento da perspectiva do caos, sabemos que se os modelos associados à análise de *uma* dessas partes apresentarem dinâmica caótica, a dinâmica do restante será afetada — mas não necessariamente *da mesma forma* que seria se fosse preservada a sua indivisibilidade. Segue-se que sua aderência aos fenômenos reais também seria afetada:<sup>47</sup>

“As ciências não tentam explicar; dificilmente tentam sequer interpretar, elas fazem modelos, principalmente. Por modelo, entenda-se um constructo matemático que, com o acréscimo de certas interpretações verbais, descreve fenômenos observados. A justificação é apenas, e precisamente, que se espera que funcione.” (Von Neumann.)<sup>48</sup>

Mas modelos matemáticos *dinâmicos* — além de estarem irremediavelmente presos às amarras da *lógica aristotélica* — são freqüentemente representados na forma de equações de diferenças finitas e/ou diferenciais. Em primeiro lugar: ao contrário das equações de diferenças finitas, as equações diferenciais representam a variação no tempo e no espaço de forma *contínua*, o que é necessário para viabilizar o cálculo infinitesimal. Isso faz com que — ao contrário daquelas — não consigam representar variações discretas, saltos finitos ou mudanças catastróficas.<sup>49</sup> Lorenz, em um de seus primeiros trabalhos sobre comportamento aperiódico de modelos determinísticos, chegou mesmo a declarar que:

“(...) a equação de diferença finita encerra grande parte da matemática (...) das transições de um regime de fluxo para outro e, na verdade, de todo o fenômeno da instabilidade.” (Lorenz, 1964, p.11.)

Em segundo lugar: muitas dessas equações — sejam de diferenças finitas, sejam diferenciais — não têm soluções conhecidas. E mesmo quando têm soluções estacionárias gerais conhecidas — e dicionarizadas —, suas soluções particulares, *no tempo lógico*, dependem das *condições de contorno* específicas para gerar o comportamento local desejado. Isso denota uma *dependência sensível das condições iniciais* — condição básica para o comportamento aperiódico —, como o próprio Lorenz se encarregou de difundir.

Abre-se, portanto, a discussão sobre como o comportamento *global* pode diferir do comportamento *local*. Na microescala econômica real, incontáveis “agentes” tomam — e não tomam — decisões racionais ou não, em cada momento do *tempo histórico*. Parece ser impossível submeter seus comportamentos a uma mensuração global, pela impossibilidade de monitoração; por outro lado, pela sua atomicidade, a mensuração local de um determinado “agente econômico” pode ser *enganosa*. A ótica do caos evita a lacuna entre as microescalas

<sup>47</sup> No ramo da física, Hawking (1988, p. 32) reclama: “(...) Caso se acredite que o universo não é arbitrário, mas sim governado por leis definidas, será preciso em última análise combinar as teorias parciais numa outra, mais completa e unificada, capaz de descrever tudo no universo. (...)”. Em princípio não se pode vislumbrar com facilidade como isso teria correspondência na análise econômica, mas os trabalhos de Smith, Ricardo e Marx eram certamente mais “holísticos” do que os desenvolvidos por toda a tradição *mainstream* no século XX.

<sup>48</sup> Citado por Gleick (1990, p.264).

<sup>49</sup> Aplicadas a modelos econômicos, significam exigir, por exemplo, que os preços das mercadorias passem por *todos* os valores intermediários entre dois extremos. Mas sabemos que os vendedores aumentam preços de uma forma *discreta*.

e as macroescalas. A valorização e a acumulação prosseguem macroeconomicamente — ainda que crises *aperiódicas* possam eventualmente surgir — diante, e apesar, da miríade de comportamentos individuais dos numerosos “agentes econômicos”. Fica-se tentado a avaliar, na economia, as relações entre as macroescalas e as microescalas, através do *comportamento adaptativo*:

“O comportamento adaptativo é uma propriedade emergente que surge espontaneamente pela interação de componentes simples. (...) A adaptação só pode ocorrer se o comportamento do todo for qualitativamente diferente do comportamento da soma das partes individuais. É precisamente essa a definição de não-linear.” (Farmer & Packard, 1985.)

Esse notório comportamento não-linear da realidade — que resultou em frustrados esforços de construção de modelos não-lineares que representassem os eventos observados em muitos campos da teorização científica — passa entretanto a ser *abordável*, dentro da ótica do caos. Lorenz,<sup>50</sup> com seus modelos determinísticos não-lineares, concebidos para simular as condições meteorológicas, demonstrou ser possível gerar comportamentos aperiódicos, não-repetitivos, imprevisíveis no curto prazo; e que, apesar de tudo, não comportavam a hipótese de *aleatoriedade*. Isso porque, embora as flutuações presentes nos resultados obtidos pudessem a princípio ser confundidas com perturbações estocásticas, quaisquer delas eram *inseparáveis* dos possíveis *ruidos*. Com esse conceito de *caos determinístico*, pôde-se mostrar a diferença entre caos e instabilidades *locais*. Mais ainda, essa imprevisibilidade local não impede que o sistema continue — em muitos casos — a apresentar características de *estabilidade global*, no sentido de que as trajetórias não-repetitivas permanecem, entretanto, limitadas por uma *envoltória*, por isso mesmo batizada de “atrator estranho”. Assim, as trajetórias *quase* se repetem, mas nunca *exatamente*. Embora determinista, não é possível *prever* por onde passará a *próxima* trajetória. Nesse contexto, nem cadeias de Markov, nem métodos estocásticos, nem formulações bayesianas são de muita utilidade. Pode ser, afinal, que “Deus não joga dados”...

“Caos é um nome inadequado, porque tem a conotação de aleatoriedade. A mensagem predominante é que os processos simples, na natureza, podem produzir edifícios magníficos de complexidade *sem* aleatoriedade. Na não-linearidade e na retroalimentação estão todos os instrumentos necessários para codificar e em seguida revelar estruturas [complexas].” (Hubbard, 1985.)<sup>51</sup>

Um passo importante na análise econômica seria submeter a escrutínio todos os tipos de modelos não-lineares utilizados para representar posições de estática comparativa ou de convergência para o equilíbrio. Uma vez identificados aqueles que geram *caos determinístico*, convém avaliar a possibilidade de determinar a envoltória de suas respostas, de forma a localizar eventuais *atratores estranhos*. Sempre que possível caracterizar suas *bacias fractais de atração* rumo a atratores não-caóticos. E levantar, em cada caso, os efeitos e implicações para os aspectos da teoria econômica a que eles estiverem ligados, e sua possível relevância para lançar luz sobre fenômenos da dinâmica de economias reais. Uma vez que, na perspectiva caótica, modelos simples podem gerar soluções complexas e modelos complexos podem apresentar comportamentos relativamente simples, seria interessante procurar estabelecer —

<sup>50</sup> As referências, já históricas, são Lorenz (1963a; 1963b; 1964).

<sup>51</sup> Citado por Gleick (1990, p. 294). Ver também a citação de Packard: “Espantava-nos o fato de que se tomássemos sistemas físicos regulares, analisados exaustivamente na física clássica, mas nos afastássemos deles um passo em espaço paramétrico, acabávamos com alguma coisa à qual não se aplicava todo esse enorme corpo de análise.” (Op. cit. p. 241-2).

inclusive com a ajuda da experiência acumulada em outras disciplinas — a *caracterização* dos modelos e de seus comportamentos, identificando, sempre que existirem, os respectivos atratores estranhos.

Particularmente interessante, e potencialmente mais difícil, seria a extensão da pesquisa para o estudo de modelos lineares multissetoriais retroalimentados, nos quais fossem introduzidas não-linearidades — por exemplo, preços e quantidades que não apresentassem perfis comparáveis aos dos autovetores dominantes à esquerda e à direita na equação característica. Assim, todo o processo produtivo simulado seria continuamente retroalimentado com *erros* do *passado*, e com eles teria de conviver. Utilizando o autovalor dominante — sempre menor do que um — como *parâmetro de sintonia*, deve-se verificar as seqüências que se estabilizam nas envoltórias de atratores estranhos, e analisar as eventuais bacias de atração.

Deve-se ter em mente que, ao contrário de sistemas lineares, os não-lineares ainda parecem resistir a classificações: seus comportamentos no *curto prazo* costumam ser muito diferentes entre si. Mas a formulação do conceito de *universalidade* por Feigenbaum<sup>52</sup> abre novos caminhos: sistemas não-lineares muito *diferentes* em suas estruturas podem apresentar características *comuns* no longo prazo, em alguns casos até os *mesmos* atratores. Nas palavras de Farmer:

“Até então parecia que os sistemas não-lineares teriam de ser tratados caso a caso. Estávamos tentando encontrar uma linguagem para quantificá-los e descrevê-los, mas ainda assim parecia que tudo teria de ser tratado caso a caso. Não víamos como colocar os sistemas em classes e escrever soluções que fossem válidas para toda a classe, como em sistemas lineares. A universalidade significava encontrar propriedades que fossem exatamente as mesmas em formas quantificáveis para tudo naquela classe. Propriedades *previsíveis*.” (Farmer.)<sup>53</sup>

Quais seriam as profundas implicações da *universalidade*, para a teoria econômica? Essa resposta parece ser fundamental, pois pode subverter completamente — ou não? — a maior parte do que foi produzido em mais de 100 anos de modelagem em economia, desde os “economistas-matemáticos” do século passado...

Finalmente, resta-nos discutir de forma sucinta a possibilidade de existência de uma *ordem mascarada, estruturada*, no seio dos fenômenos econômicos observáveis. Uma ordem que emergiria de comportamentos aparentemente aleatórios de uma desordem aparente.

É difícil evitar que o parágrafo acima seja imediatamente associado a uma postura voluntarista, dogmática ou até mesmo *mística*. Pode soar como a procura da quadratura do círculo; do moto perpétuo; da rosa azul; da fonte da juventude; do abominável homem das neves; ou do monstro do Loch Ness. Mas é precisamente isso — sugestões de estruturas estáveis sem aleatoriedade, a partir de observações do mundo real(!) — que os recém-chegados analistas do caos afirmam ser *possível* descobrir e garantem que *vêm descobrindo*. A

<sup>52</sup> As referências originais são Feigenbaum (1978; 1979).

<sup>53</sup> Citado por Gleick (1990, p. 257). Era inesperado como a desordem produzia a universalidade em sistemas *diferentes*. Nas palavras do autor: “Muitos sistemas físicos passavam por transições a caminho do caos, e essas transições eram demasiado complicadas para serem analisadas. Eram, todos, sistemas cuja mecânica parecia perfeitamente bem compreendida. [Sabiam-se] todas as equações adequadas; apesar disso, passar das equações para o entendimento do comportamento global, a longo prazo, parecia impossível. (...) A descoberta de Feigenbaum, porém, deixava implícito que essas equações não interessavam. Eram irrelevantes. Quando surgia a ordem, ela parecia ter esquecido, subitamente, qual era a equação original. Quadrático ou trigonométrico, o resultado era o mesmo. (...) Feigenbaum tinha encontrado a prova de que precisava para elaborar uma nova maneira de calcular problemas complexos não-lineares. Até então todas as técnicas existentes dependiam dos detalhes das funções.” (Op. cit. p. 172.).

simples menção de que essas análises possam ser extensíveis ao estudo de dinâmicas econômicas, como elas se apresentam na realidade, deve causar estupefação e perplexidade. Entretanto, pode ser que seja um objeto cognitivo legítimo.<sup>54</sup>

As respostas a essas indagações aparentemente têm que ser procuradas a partir dos trabalhos de Benoit Mandelbrot<sup>55</sup> e suas investigações sobre *dimensões fractais*. Este autor descobriu que dados empíricos que fugiam à distribuição gaussiana demonstravam entretanto curiosas *quase-simetrias* em escala, embora nunca exatamente idênticas. As irregularidades da realidade — ao contrário de se mostrarem aderentes a alguma função de *distribuição probabilística* — apresentavam uma inesperada ordem, *semelhança*, apenas visível se levada em consideração a *escala* dos fenômenos. Entretanto, essas *escalas* não podiam ser representadas em espaços dimensionais representados por *números inteiros*. Mandelbrot percebeu que a geometria euclidiana — condicionada em nossas mentes — era uma barreira à compreensão dessas complexas estruturas. *Fractal significava a introdução de dimensões fracionárias em nossa percepção do espaço*. Ele insistia que as dificuldades só existiam dentro da ótica da geometria euclidiana, que, uma vez afastada, tornaria possível descrever com simplicidade as estruturas ramificantes dos fenômenos em escalas quase-simétricas:

"(...) os complexos limites entre o comportamento ordenado e caótico tinham regularidades insuspeitadas, que só podiam ser descritas em termos da relação entre escalas grandes e pequenas. As estruturas que proporcionavam a chave da dinâmica não-linear eram fractais(...)" (Gleick, 1990, p. 108.)

Mas não seria um custo muito grande abandonar a *confortável* geometria euclidiana? Seria mesmo necessário isso para entender a complexa dinâmica do mundo real? Bertrand Russel já advertia:

"(...) é simplesmente importante observar que dimensões, assim como ordenação e continuidade, são definidas em termos puramente abstratos, sem qualquer referência ao espaço real. Portanto, quando dizemos que o espaço tem três dimensões, não estamos a ele atribuindo uma idéia que pode ser obtida *apenas* no espaço. Isto aparecerá mais claramente a partir da aplicação de dimensões aos números complexos (...)" (Russel, 1938, p. 376.)

Desde Poincaré, utilizava-se a topologia como forma de visualizar o comportamento de sistemas dinâmicos. Os *diagramas de fase* permitem representar o *estado* de um sistema em cada instante. *Zonas proibidas* representam combinações que nunca ocorrem. Entretanto, se procurarmos construir diagramas de fase para representar algo mais do que os estados instantâneos de uma série histórica macroeconômica agregada — digamos, representar as fases para o crescimento multissetorial, com referência ao perfil do produto e suas taxas de crescimento —, veremos que os graus de liberdade dos sistemas aumentam com o aumento da desagregação setorial. Na busca da determinação do estado do sistema de forma unívoca, somos levados a um espaço de fase de difícil visualização e limitada tratabilidade! A complexidade embutida na simples *representação descritiva* de sistemas com muitos graus de liberdade era evidente.<sup>56</sup>

<sup>54</sup> Até mesmo a demonstração da impossibilidade de extensão da análise do caos sobre a realidade econômica seria um ato cognitivo legítimo.

<sup>55</sup> A referência básica continua sendo Mandelbrot (1977).

<sup>56</sup> A complexidade multidimensional apresentava não poucas dificuldades. Winfree, que se interessou pela questão, estava convencido de que seria possível encontrar "leis" que a reduzissem a poucas dimensões, pois "uma parte demasiado grande do universo parecia estar fora do alcance do caos de baixa dimensão". Ver Gleick (1990, p. 295 e segs.).

A chave para o tratamento de sistemas complexos estava nas *dimensões fractais*. Demonstrou-se matematicamente que seria possível representar o comportamento de longo prazo desses sistemas em diagramas com um *pequeno número de graus de liberdade*.<sup>57</sup> Mostrava-se que através da dissipação eram gradativamente eliminados movimentos conflitantes, reduzindo as dimensões do comportamento do sistema e diminuindo drasticamente os graus de liberdade envolvidos. Passou-se a procurar atratores estranhos de *baixa dimensão*, onde quer que o comportamento dos dados empíricos parecesse ser aleatório. Mandelbrot podia estar certo!

Um atrator estranho de um fenômeno multidimensional complexo da realidade devia apresentar algumas *propriedades*; seria: a) *estável*, de forma a representar o estado de longo prazo, no qual os “ruídos” do curto prazo houvessem sido dissipados; b) *aperiódico*, capaz de produzir *todos* os comportamentos de longo prazo, sem se repetir nem se cruzar, uma trajetória *infinitamente longa*, confinada a um volume envoltório *finito*; c) *de baixa dimensão fractal*, reduzindo os graus de liberdade originais a alguns *poucos* (e possivelmente *fracionários*!). No volume de um atrator estranho, quaisquer pontos arbitrariamente *próximos* podem estar arbitrariamente *afastados* no tempo.<sup>58</sup> Em qualquer instante, *observados os pontos representativos de estados passados, é impossível prever o próximo estado*. Entretanto, nesse volume estão confinados *todos* os possíveis comportamentos do sistema no longo prazo, ou seja, todas as demais trajetórias de curto prazo para ela convergem, mas não de maneira *simples*.

Ademais, na presença de mais de um atrator em um mesmo sistema, surgem *bacias fractais de atração*, sempre entremeadas, com estrutura fractal e semelhanças em escalas cada vez menores. Esclarecia-se a dependência sensível das condições iniciais: um deslocamento *infinitesimal* podia retirar o sistema de uma bacia de atração e jogá-lo em outra. Alguns sistemas reais podem apresentar *estabilidade* ao redor de um atrator caótico. Outros sistemas podem convergir *complicadamente* para estados estacionários *não-caóticos*.

A partir daí muitas perguntas podem ser feitas. É possível encontrar atratores estranhos que representem o conjunto da dinâmica de uma economia capitalista real? Quais são as suas formas topológicas? Como se dá a convergência para esses atratores, dadas diferentes condições iniciais? Quais são e como estão estruturados os limites das bacias fractais dos atratores? Existem sistemas dinâmicos correlatos, que permitam a utilização de conhecimento acumulado? É uma vasta agenda de *questões*... Mas questões nas quais os parâmetros de decisão que envolvem expectativas e incerteza quanto ao futuro deixam de ser tratados como variáveis passíveis de serem submetidas à *escolha teórica*.<sup>59</sup>

Talvez o estudo da morfogênese do capitalismo, em tempo histórico, ajude e inspire essa tarefa. Smith, Ricardo e Marx, referindo-se à dinâmica capitalista, tratavam-na como resultante de processos circulares de produção e reprodução. Sem impor *linearidades* sobre a dinâmica do real, preocupavam-se com valorização, acumulação e crises, descrevendo qualidades oscilatórias e cíclicas sem período comum e buscando leis que garantissem a regularidade na diversidade. Não prosseguiremos aqui nessas conjecturas, mas elas parecem merecer alguma atenção: estariam eles buscando descrever “propriedades” de um atrator estranho da dinâmica capitalista real? Nesse ponto a pergunta é simplesmente retórica.

<sup>57</sup> Ver Collet, Eckmann & Koch (1981).

<sup>58</sup> Ferindo profundamente alguns dos pressupostos do cálculo infinitesimal e diferencial!

<sup>59</sup> *Theoretical-choice variables*.

## Referências bibliográficas

- Barnsley, M. Iterated function systems and the global construction of fractals. *Proceedings of the Royal Society of London (A399)*. 1985. p. 243-75.
- Brody, A. *Proportions, prices and planning*. Amsterdam, North-Holland, 1970.
- Browand, F. K. The structure of the turbulent mixing layers. *Physica* (18d), 1986.
- Collet, P.; Eckmann, J. P. & Koch, H. Period-doubling bifurcations for families of maps on  $\mathbb{R}^n$ . *Journal of Statistical Physics* (25): 1-27, 1981.
- Damásio, J. *Studies on raffian systems: toward a neo-Ricardian dynamic theory*. Boston University, 1981 (PhD Dissertation).
- . *Contribuições de sistemas lineares à análise macroeconômica*. Apresentado em seminário da Anpec-FGV/RJ, set. 1991. (Texto para Discussão, 8.) mimeog.
- Deffarges, T. *L'hyperinflation chaotique*. Paris, GREITD/Cedi, 1991. mimeog.
- Farmer, J. D.; Packard, N. *Evolution, games and learning: models for adaptation in machines and nature*. Los Alamos, 1985.
- Feigenbaum, M. J. Quantitative universality for a class of nonlinear transformations. *Journal of Statistical Physics* (19): 25-52, 1978.
- . The universal metric properties of nonlinear transformations. *Journal of Statistical Physics* (21): 669-706, 1979.
- Feynmann, R. P. *The character of physical law*. Cambridge, MIT Press, 1967.
- George, D. A. R. Chaos and complexity in economics. *Journal of Economic Survey* (4), 1990.
- Gleick, J. *Caos — a criação de uma nova ciência*. Rio de Janeiro, Campus, 1990.
- Goodwin, R. M. & Punzo, L. F. *The dynamics of a capitalist economy: a multi-sectoral approach*. Cambridge, Polity Press, 1987.
- Harcourt, G. The rate of profits in equilibrium growth models: a review article. *Journal of Political Economy* (42), Sept. 1973.
- Hawking, S. W. *Uma breve história do tempo*. Rio de Janeiro, Rocco, 1988.
- Jaffé, W. The normative bias on the walrasian model: Walras versus Gossen. *Quarterly Journal of Economics*. Aug. 1977. p. 371-87.
- Keynes, J. M. Relative movement in real wages and output. *Economic Journal*. 1939. p. 34-51.
- Kuhn, T. S. *The structure of scientific revolutions*. University of Chicago Press, 1970.
- Lorenz, E. Deterministic nonperiodic flow. *Journal of the Atmospheric Sciences* (20): 130-41, 1963a.
- . The mechanics of vacillation. *Journal of the Atmospheric Sciences* (20): 448-64, 1963b.
- . The problem of deducing climate from the governing equations. *Tellus* (16): 1-11, 1964.
- Mandelbrot, B. *The fractal geometry of nature*. New York, Freeman, 1977.
- May, R. Simple mathematical models with very complicated dynamics. *Nature* (261): 459-67, 1976.
- Medawar, P. B. Expectation and predictions. In: *Plato's Republic*. Oxford University Press, 1982.

- Morgenstern, O. Thirteen critical points in contemporary economic theory: an interpretation. *Journal of Economic Literature* (10), Dec. 1972.
- Nell, E. Theories of growth and theories of value. *Economic Development and Cultural Change* (16): 15-26, 1967.
- Pasinetti, L. *Lectures on the theory of production*. New York, Columbia University Press, 1977.
- Pindyck, R. & Rubinfeld, D. *Econometric models and economic forecasts*. New York, McGraw, 1976.
- Robinson, J. Equilibrium growth models. *American Economic Review* (51): 360-9, 1961.
- . *Essays on the theory of economic growth*. St. Martin Press, 1962
- & Navqi, K. A. The badly behaved production function. *Quarterly Journal of Economics*. 1967. p. 579-91.
- Russel, B. *Principles of mathematics*. New York, Norton, 1938.
- Sen, A. (ed.). *Growth economics*. Harmondsworth, Penguin, 1970.
- Stewart, H. B. & Thompson, J. M. *Non-linear dynamics and chaos*. New York, Wiley, 1986.
- Styazhkin, N. I. *History of mathematical logic from Leibniz to Peano*. Cambridge, MIT Press, 1969.
- Theil, H. *Principles of econometrics*. New York, John Wiley, 1971.
- Von Neumann, J. *Collected works*. London, Pergamon Press, 1963.
- Walras, L. *Compêndio dos elementos de economia política pura*. São Paulo, Nova Cultural, 1988.
- Wittgenstein, L. *Remarks on the foundations of mathematics*. Cambridge, MIT Press, 1964.
- Wonnacott, R. & Wonnacott, T. H. *Econometrics*. New York, John Wiley, 1970.