

# Financiamento do governo através de senhoriagem em condições de equilíbrio: algumas simulações\*

Fabio Giambiagi\*\*

O artigo discute a capacidade do governo de se financiar através da emissão monetária (*seignorage*). Utilizando uma equação de demanda de moeda *à la* Cagan, aquela capacidade evidentemente tem um teto, em um contexto de estabilidade inflacionária. Esse teto é então calculado para o caso da economia brasileira. Adicionalmente, é gerada uma matriz de resultados para a relação *seignorage*/PIB, baseada em diferentes níveis de inflação e de taxa de crescimento do PIB. Finalmente, é feita uma análise de sensibilidade para calcular o resultado dessa mesma relação adotando hipóteses alternativas, referentes aos valores dos parâmetros de grau de monetização e de elasticidade da demanda de moeda.

1. Introdução; 2. Estabilização e expansão monetária: considerações iniciais; 3. A Curva de Laffer monetária; 4. Resultados para o Brasil; 5. Conclusões.

## 1. Introdução

Esse artigo, inspirado em Friedman (1971), é uma tentativa de calcular a capacidade do governo de se financiar através da emissão monetária, num contexto de estabilidade inflacionária e com a economia crescendo em regime de *steady state*.

Como se sabe, de acordo com a literatura sobre o assunto, baseada numa equação *à la* Cagan (1956) para a demanda de moeda, essa capacidade de financiamento seria uma função crescente da inflação até um determinado limite, após o qual tornar-se-ia uma função declinante dessa mesma variável.

\* O autor beneficiou-se dos comentários de Juan Carlos Lerda a respeito da formalização adotada. Dois pareceristas anônimos desta revista fizeram sugestões posteriormente incorporadas ao texto. Como de praxe, a responsabilidade pelo conteúdo do artigo é exclusivamente do autor.

\*\* Do BNDES e da FEA/UFRJ.

O propósito do artigo é dimensionar os valores do coeficiente (aumento da base monetária/PIB) que estariam associados a essa Curva de Laffer monetária no caso brasileiro.

Por se referir ao Brasil, o texto complementa os trabalhos de Dall'Acqua (1989) e Pereira e Giambiagi (1990). Embora, em relação aos mesmos, ele não incorpore qualquer desdobramento teórico, constitui uma extensão que visa subsidiar com novos números o debate sobre questões essencialmente práticas de interesse das autoridades. Nesse sentido, as simulações feitas pretendem ser úteis para responder às seguintes questões:

- a) Qual a taxa de inflação que cabe esperar de um certo nível de déficit público, supondo que a variação da dívida pública seja nula e dada uma certa taxa de incremento do PIB?
- b) Qual o financiamento máximo que o governo pode ter via expansão monetária, sem recorrer à emissão de novos títulos?
- c) De quanto deve ser, no máximo, a relação déficit público/PIB, se a dívida pública não se alterar e o governo tiver uma certa meta de inflação?

O trabalho encontra-se dividido em cinco seções. Depois desta introdução, são feitas algumas considerações adicionais sobre o objeto do trabalho — a capacidade do governo de se financiar através da expansão monetária —, no caso brasileiro. Na terceira seção, apresentam-se o modelo e as equações utilizadas. Na quarta, são mostrados os resultados. Por último, são expostas as conclusões.

## **2. Estabilização e expansão monetária: considerações iniciais**

O pressuposto deste trabalho é que, uma vez que a inflação brasileira ceda, será preciso definir qual o nível de expansão monetária consistente com o equilíbrio macroeconômico e a estabilidade da taxa de inflação. Num primeiro momento, haverá uma remonetização inevitável. Em que pese tal fato, cabe esperar, também num primeiro momento, para evitar que esse fenômeno gere descontrole, que o governo adote uma taxa de juros elevada. Entretanto, conforme frisa Calvo (1992), “(...) interest rates should be set in such a way that they do not contradict the sustainability of the program” (p. 68). Surge daí a necessidade de as autoridades terem uma idéia a mais precisa possível de qual é o espaço para a eventual existência de algum nível de déficit compatível com a estabilidade, tanto do nível real absoluto da dívida pública quanto da taxa de inflação.

O fluxo de expansão monetária nominal — a ser chamado de “senhoriagem” no resto do trabalho — correspondeu, em média, a 2,2% do PIB nos anos 70 (Barbosa, 1987). Na segunda metade dos anos 80 e começo da década atual, por sua vez, ele representou um componente fundamental do financiamento

das Necessidades de Financiamento do Setor Público (NFSP) ou, em alguns casos, até mesmo de redução da dívida pública (ver tabela 1). Entretanto, isso ocorreu num contexto de profundo desequilíbrio das finanças públicas, associado a uma situação de alta inflação — embora às vezes reprimida — ou mesmo virtual hiperinflação.

**Tabela 1**  
**Brasil – senhoriagem/PIB**  
**(%)**

Ano	Fluxo de emissão anual de base monetária/PIB
1985	2,3
1986	3,7
1987	2,8
1988	3,6
1989	5,0
1990	4,8 .
1991	2,1

Fonte: Banco Central.

A tabela mostra que, em situações de desequilíbrio, o fluxo de emissão monetária é simplesmente aquele que o governo precisa para financiar a diferença entre gastos e receitas não coberta pela colocação de títulos de dívida. Isso decorre da aceitação forçada da moeda como forma de pagamento por parte dos agentes que trabalham para o governo ou a ele fornecem bens e/ou serviços. Nas palavras de Keynes (1923), “a government can live for a long time, even the German government or the Russian government, by printing paper money. That is to say, it can by this means secure the command over real resources, resources just as real as those obtained by taxation (...) so long as the public use money at all, the government can continue to raise resources by inflation (...) What is raised by printing notes is just as much taken from the public as is a beer duty on an income tax. What a government spends the public pays for. *There is no such thing as an uncovered deficit.*” (p. 37, grifo nosso.)

Naturalmente, porém, numa situação de estabilidade, a capacidade do governo de se financiar com base na emissão de base monetária tende a enfrentar limites. Isso pode ser sumariamente explicado com base na derivação da base monetária:

$$(dB)/P = \overset{0}{p} \cdot (B/P) + d(B/P) \quad (1)$$

onde a letra  $d$  indica derivação,  $B$  é a base monetária em termos nominais,  $P$  é o índice de preços e, portanto,  $(B/P)$  é a base monetária em termos reais. Nessa equação definem-se:

$(dB)/P$  = variação nominal da base monetária, com o fluxo de variação expresso em termos reais (ou, simplesmente, senhoriagem);

$\overset{0}{p} \cdot (B/P)$  = imposto inflacionário;

$d(B/P)$  = variação do estoque real de base monetária; e, por último,

$\overset{0}{p} = (dP)/P$ .

Com o aumento da inflação, em (1),  $p$  obviamente cresce, mas, paralelamente, devido à fuga da moeda,  $(B/P)$  se reduz. Inicialmente, o primeiro efeito se sobrepõe ao segundo, mas após um certo limite ocorre uma inversão. Conseqüentemente, a relação entre o imposto inflacionário e a inflação tem a forma côncava de uma Curva de Laffer, em que uma mesma necessidade de expansão monetária está associada a duas taxas diferentes de inflação — com exceção do ponto de máximo —, das quais cabe supor que prevalece aquela que fica à esquerda do ponto de senhoriagem máxima (Simonsen, 1986).

No Brasil, esse tipo de questão foi discutido em Dall'Acqua (1989) e Pereira e Giambiagi (1990), em ambos os casos com base numa equação de demanda de moeda similar à de Cagan. No primeiro desses dois trabalhos, o coeficiente de monetização Base monetária/PIB ( $B/Y$ ) é calculado como uma função da inflação para dois períodos diferentes:

Período	1982-85	1986-88
Equação	-2,36p	-1,29p
$(B/Y) =$	3,8 e	3,8 e
	(35,6) (7,2)	(35,6) (4,5)

No quadro, os números entre parênteses refletem o valor da estatística  $t$ , e o conceito de inflação ( $p$ ) é trimestral. Dall'Acqua conclui que, durante 1982-85, o imposto inflacionário máximo consistente com o equilíbrio, associado a uma inflação de aproximadamente 320% ao ano, era de 2,4% do PIB, enquanto em 1986-88 esse máximo teria aumentado para 4,3% do PIB, relacionado com uma inflação anual da ordem de 900%.

Embora sendo uma contribuição importante, o trabalho de Dall'Acqua não explora o efeito de mudanças na taxa de crescimento da economia sobre a receita de senhoriagem. Além disso, na estimação da demanda de moeda são utilizados dados da base monetária de fim de período, quando para relacionar o estoque de moeda com o fluxo do PIB o recomendável seria trabalhar com a média dos saldos diários do mês.

O artigo de Pereira e Giambiagi não tem esses problemas, na medida em que faz algumas simulações utilizando taxas diferenciadas de crescimento do PIB e adota uma estimação da demanda de moeda baseada na média dos saldos diários de base monetária. O coeficiente de monetização utilizado é por

$$(B/Y) = k \cdot (1+p)^{-a} \quad (2)$$

onde  $k$  é o valor de  $(B/Y)$  quando a inflação esperada  $p$  — nesse caso, anual — é nula e  $a$  é um parâmetro de elasticidade. Admite-se que a inflação esperada coincida com a inflação efetiva. Os valores dos parâmetros calculados pelos autores são  $k = 0,05$  e  $a = 0,8026$ . Quando a taxa de crescimento do PIB é nula, tais parâmetros geram um imposto inflacionário máximo de 2,3% do PIB, com uma inflação da ordem de 250% ao ano.

O propósito de nosso artigo é estender o trabalho de Pereira e Giambiagi, com o intuito de realizar uma série de simulações adicionais e relacionadas única e exclusivamente com o financiamento do governo via senhoriagem. No trabalho daqueles autores, a preocupação dos mesmos era mais abrangente e se relacionava com o financiamento total do déficit público, que pode-se dar também através de títulos. Em função disso, não dedicaram maior espaço a análises de sensibilidade que permitissem calcular o financiamento monetário do governo em alguns cenários alternativos. É justamente essa lacuna que nosso texto se propõe a preencher.

### 3. A Curva de Laffer monetária

Para contemplar não apenas o financiamento monetário através do imposto inflacionário, como também a variação real da base monetária, é preciso entender a base monetária nominal ( $B$ ) como uma função do índice de preços ( $P$ ) e da renda real ( $Q$ ). Conseqüentemente, a senhoriagem como proporção do PIB é dada por

$$\begin{aligned}
 (B_T - B_{T-1}) / (P_t \cdot Q_t) &= \\
 &= [B_T / (P_T \cdot Q_T)] \cdot [(P_T \cdot Q_T) / (P_t \cdot Q_t)] - \\
 &- [B_{T-1} / (P_{T-1} \cdot Q_{T-1})] \cdot [(P_{T-1} \cdot Q_{T-1}) / (P_t \cdot Q_t)]
 \end{aligned} \tag{3}$$

onde  $t$  indica o período e  $T$  o instante final de  $t$ .

A relação entre o índice do começo do período — igual ao do fim do período anterior — e o índice do meio do período, em função da demonstração incluída no Anexo, é dada por

$$P_{T-1} / P_t = [\ln(1+p)] / p \tag{4}$$

e

$$(Q_{T-1} / Q_t) = [\ln(1+q)] / q \tag{5}$$

onde  $p$  e  $q$  são as taxas de variação anual — por hipótese, constantes — dos preços e da renda real, respectivamente.

O coeficiente de monetização — também suposto constante — é o mesmo de (2), o que significa que, dados  $p$  e  $q$ , tem-se  $[B_T / (P_T \cdot Q_T)] = [B_{T-1} / (P_{T-1} \cdot Q_{T-1})] = [B/Y]$ . Substituindo (2), (4) e (5) em (3), chega-se então a

$$\begin{aligned}
 (B_T - B_{T-1}) / (P_t \cdot Q_t) &= \\
 &= k \cdot (1+p)^{-a} \cdot [(1+p) \cdot (1+q) - 1] \cdot [\ln(1+p)] \cdot [\ln(1+q)] / [p \cdot q]
 \end{aligned} \tag{6}$$

Cabe destacar que essa equação é válida apenas quando  $p$  e  $q$  são diferentes de zero. Caso contrário, a equação (6) assume a forma

$$(B_T - B_{T-1}) / (P_t \cdot Q_t) = k \cdot (1+p)^{-a} \cdot [\ln(1+p)] \tag{6a}$$

quando  $p = 0$  e

$$(B_T - B_{T-1}) / P_t \cdot Q_t = k \cdot (1+p)^{-a} \cdot [\ln(1+p)] \tag{6b}$$

quando  $q = 0$ . Quando  $p = q = 0$ , a senhoriagem também é nula.

Se o déficit público é a única fonte de emissão e se ele é financiado exclusivamente através de moeda, existe um valor de  $p$ , para dados valores de  $k$ ,  $a$  e  $q$ , que torna a expansão monetária igual a esse déficit. Em termos

meramente matemáticos, a rigor, com exceção do ponto de máximo — em que há apenas uma solução —, nos outros haverá duas soluções ou nenhuma — neste último caso, significando a necessidade de emitir títulos e/ou sinalizando a inconstitência entre o déficit e a estabilidade da inflação. Contudo, supõe-se que a solução econômica da equação (6) se localiza no trecho ascendente da Curva de Laffer. Nesse trecho, “the inflationary impact of a given deficit can differ widely, depending on the financial structure and the growth rate of output. There are three key points of this relation. First, the inflation rate is lower the higher the growth rate of output is (...) Second, inflation is higher the larger the budget deficit is (...) Third, the inflation rate depends on the velocity parameters in equation.” (Dornbusch, 1992. p. 19/20; a equação refere-se à demanda de

**Tabela 2**  
**Brasil – coeficiente de monetização**  
**Base monetária/PIB**  
**(%)**

Ano	Trimestres				Média anual
	I	II	III	IV	
1980	3,9	3,4	3,2	3,1	3,4
1981	3,0	2,5	2,6	2,9	2,7
1982	3,4	2,7	2,7	3,1	2,9
1983	3,4	2,5	2,2	2,0	2,3
1984	2,1	1,6	1,6	1,7	1,7
1985	1,7	1,5	1,6	1,6	1,6
1986	1,7	2,7	3,6	3,9	3,1
1987	3,2	1,8	1,8	2,1	2,1
1988	1,8	1,4	1,2	1,3	1,3
1989	1,5	1,7	1,1	1,1	1,2
1990	1,0	2,5	2,2	2,2	2,1
1991	2,1	1,9	1,7	1,5	1,7
1992	1,3	1,2(p)			

Fonte: Banco Central.

(p) Preliminar.

Obs.: a) O numerador (base monetária) é a média aritmética dos saldos diários do período. b) Considera a mudança do conceito de base monetária adotada em 1986 e que gerou uma série oficial retrospectiva desde 1983. De 1980-I a 1982-IV, foi adotada a hipótese de que a taxa de variação da base monetária de acordo com o novo conceito teria sido igual à da mesma variável no conceito antigo. c) No caso dos trimestres, o PIB a preços correntes foi multiplicado por 4, para tornar o coeficiente de monetização compatível com o dado anual.

moeda.) A relação entre a inflação e os demais parâmetros em questão será quantificada na próxima seção.

Para fazer uma análise aplicada a uma situação concreta — no nosso caso a economia brasileira —, é preciso calcular os valores dos parâmetros  $k$  e  $a$  da equação (2). Neste trabalho, iremos inicialmente adotar  $k = 0,05$  e  $a = 0,8026$ , para depois realizar simulações com valores alternativos. Conforme foi anteriormente mencionado, esses valores foram estimados no citado trabalho de Pereira e Giambiagi, através de mínimos quadrados recursivos, a partir de dados trimestrais do período 1980-88. Tais dados, corrigidos e atualizados, são mostrados na tabela 2, para informação do leitor.

#### 4. Resultados para o Brasil

A tabela 3 apresenta os resultados da senhoriagem como proporção do PIB, obtidos com base na equação (6), supondo  $k = 0,05$  e  $a = 0,8026$ , e dados diferentes valores das taxas anuais de inflação ( $p$ ) e de crescimento da economia ( $q$ ). A tabela 4, também baseada na equação (6), mostra os valores máximos da relação senhoriagem/PIB consistentes com o equilíbrio e a taxa de inflação associada a tais níveis.

Para melhor avaliar a capacidade de financiamento monetário do governo, porém, é conveniente ter alguma sensibilidade acerca do efeito, no resultado de (6), de mudanças nos valores de  $k$  e  $a$ . Por isso, foram gerados os valores da tabela 5, que expõe o impacto de  $k$  e  $a$  sobre o valor de  $(B/Y)$  na equação (2).

Para recalcular o valor de (6) na tabela 3, supondo diferentes valores dos parâmetros da equação (2), basta apenas multiplicar o resultado da combinação de  $p$  e  $q$  na tabela 3 pelo quociente entre o resultado de  $(B/Y)$  na tabela 5 — para dados  $k$  e  $a$  e supondo os mesmos valores de  $p$  e  $q$  — e o valor desse coeficiente  $(B/Y)$  na mesma linha da tabela 5, quando  $k=0,05$  e  $a=0,8026$ . Com o intuito de não cansar o leitor com um número excessivo de simulações, isso foi feito com apenas uma alternativa, conservando o valor de  $a$ , mas supondo que, com as inovações financeiras dos últimos anos, o valor de  $k$  tenha caído para 0,03. Os resultados são indicados na tabela 6.

Por último, visando selecionar alguns casos mais interessantes para a discussão do espaço de manobra da política monetária, admite-se que a taxa de crescimento do PIB seja de 5% ao ano e calcula-se o resultado da relação senhoriagem/PIB (%) na equação (6), em função de diferentes valores de  $k$  e  $a$ , em quatro cenários diferentes de inflação:

- Cenário A — inflação anual: 15% (1,17% mensal)
- Cenário B — inflação anual: 50% (3,44% mensais)



**Tabela 3**  
**Resultados da relação senhoriagem/PIB**  
**(%)**

$k=0,05$ ;  $a=0,8026$

Taxa de inflação anual (%)	Taxa de crescimento do PIB (%)					
	0	1	2	3	4	5
0	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,24
10	0,44	0,49	0,53	0,58	0,62	0,67
20	0,79	0,83	0,87	0,92	0,96	1,00
30	1,06	1,10	1,14	1,18	1,22	1,26
40	1,28	1,32	1,36	1,40	1,44	1,47
50	1,46	1,50	1,54	1,57	1,61	1,64
60	1,61	1,65	1,68	1,71	1,75	1,78
70	1,73	1,77	1,80	1,83	1,86	1,90
80	1,83	1,87	1,90	1,93	1,96	1,99
90	1,92	1,95	1,98	2,01	2,04	2,07
100	1,99	2,02	2,05	2,08	2,10	2,13
110	2,05	2,07	2,10	2,13	2,16	2,19
120	2,09	2,12	2,15	2,18	2,20	2,23
130	2,13	2,16	2,19	2,21	2,24	2,27
140	2,17	2,19	2,22	2,25	2,27	2,30
150	2,20	2,22	2,25	2,27	2,30	2,32
160	2,22	2,24	2,27	2,29	2,32	2,34
170	2,24	2,26	2,29	2,31	2,33	2,36
180	2,25	2,28	2,30	2,32	2,35	2,37
190	2,27	2,29	2,31	2,33	2,36	2,38
200	2,27	2,30	2,32	2,34	2,36	2,39
210	2,28	2,30	2,33	2,35	2,37	2,39
220	2,29	2,31	2,33	2,35	2,37	2,39
230	2,29	2,31	2,33	2,35	2,37	2,39
240	2,29	2,31	2,33	2,35	2,37	2,39
250	2,29	2,31	2,33	2,35	2,37	2,39
260	2,29	2,31	2,33	2,35	2,37	2,39
270	2,29	2,31	2,33	2,35	2,37	2,39
280	2,29	2,31	2,33	2,34	2,36	2,38
290	2,28	2,30	2,32	2,34	2,36	2,38
300	2,28	2,30	2,32	2,33	2,35	2,37
400	2,21	2,23	2,24	2,26	2,28	2,29
500	2,13	2,14	2,16	2,17	2,19	2,20
600	2,04	2,05	2,07	2,08	2,09	2,11
700	1,96	1,97	1,98	2,00	2,01	2,02
800	1,88	1,90	1,91	1,92	1,93	1,94
900	1,81	1,82	1,84	1,85	1,86	1,87
1.000	1,75	1,76	1,77	1,78	1,79	1,80

**Tabela 4**  
**Limite máximo de relação senhoriagem/PIB**  
**(%)**

$k=0,05$ $a=0,8026$	Taxa de crescimento do PIB (%)					
	0	1	2	3	4	5
Máximo senhoriagem/ PIB (%)	2,29	2,31	2,33	2,35	2,37	2,39
Inflação anual (%)	248	245	242	239	236	233

**Tabela 5**  
**Coefficientes base monetária/PIB**  
**(%)**

Taxa de inflação (%)	$\alpha=0,0000$				$\alpha=0,5000$				$\alpha=0,8026$				$\alpha=1,0000$			
	$k$ (%)															
	2	3	4	5	2	3	4	5	2	3	4	5	2	3	4	5
0	2,00	3,00	4,00	5,00	2,00	3,00	4,00	5,00	2,00	3,00	4,00	5,00	2,00	3,00	4,00	5,00
10	2,00	3,00	4,00	5,00	1,91	2,86	3,81	4,77	1,85	2,78	3,71	4,63	1,82	2,73	3,64	4,55
20	2,00	3,00	4,00	5,00	1,83	2,74	3,65	4,56	1,73	2,59	3,46	4,32	1,67	2,50	3,33	4,17
30	2,00	3,00	4,00	5,00	1,75	2,63	3,51	4,39	1,62	2,43	3,24	4,05	1,54	2,31	3,08	3,85
40	2,00	3,00	4,00	5,00	1,69	2,54	3,38	4,23	1,53	2,29	3,05	3,82	1,43	2,14	2,86	3,57
50	2,00	3,00	4,00	5,00	1,63	2,45	3,27	4,08	1,44	2,17	2,89	3,61	1,33	2,00	2,67	3,33
60	2,00	3,00	4,00	5,00	1,58	2,37	3,16	3,95	1,37	2,06	2,74	3,43	1,25	1,88	2,50	3,13
70	2,00	3,00	4,00	5,00	1,53	2,30	3,07	3,83	1,31	1,96	2,61	3,27	1,18	1,76	2,35	2,94
80	2,00	3,00	4,00	5,00	1,49	2,24	2,98	3,73	1,25	1,87	2,50	3,12	1,11	1,67	2,22	2,78
90	2,00	3,00	4,00	5,00	1,45	2,18	2,90	3,63	1,19	1,79	2,39	2,99	1,05	1,58	2,11	2,63
100	2,00	3,00	4,00	5,00	1,41	2,12	2,83	3,54	1,15	1,72	2,29	2,87	1,00	1,50	2,00	2,50
110	2,00	3,00	4,00	5,00	1,38	2,07	2,76	3,45	1,10	1,65	2,21	2,76	0,95	1,43	1,90	2,38
120	2,00	3,00	4,00	5,00	1,35	2,02	2,70	3,37	1,06	1,59	2,12	2,66	0,91	1,36	1,82	2,27
130	2,00	3,00	4,00	5,00	1,32	1,98	2,64	3,30	1,02	1,54	2,05	2,56	0,87	1,30	1,74	2,17
140	2,00	3,00	4,00	5,00	1,29	1,94	2,58	3,23	0,99	1,49	1,98	2,48	0,83	1,25	1,67	2,08
150	2,00	3,00	4,00	5,00	1,26	1,90	2,53	3,16	0,96	1,44	1,92	2,40	0,80	1,20	1,60	2,00
160	2,00	3,00	4,00	5,00	1,24	1,86	2,48	3,10	0,93	1,39	1,86	2,32	0,77	1,15	1,54	1,92
170	2,00	3,00	4,00	5,00	1,22	1,83	2,43	3,04	0,90	1,35	1,80	2,25	0,74	1,11	1,48	1,85
180	2,00	3,00	4,00	5,00	1,20	1,79	2,39	2,99	0,88	1,31	1,75	2,19	0,71	1,07	1,43	1,79
190	2,00	3,00	4,00	5,00	1,17	1,76	2,35	2,94	0,85	1,28	1,70	2,13	0,69	1,03	1,38	1,72
200	2,00	3,00	4,00	5,00	1,15	1,73	2,31	2,89	0,83	1,24	1,66	2,07	0,67	1,00	1,33	1,67
210	2,00	3,00	4,00	5,00	1,14	1,70	2,27	2,84	0,81	1,21	1,61	2,02	0,65	0,97	1,29	1,61
220	2,00	3,00	4,00	5,00	1,12	1,68	2,24	2,80	0,79	1,18	1,57	1,97	0,63	0,94	1,25	1,56
230	2,00	3,00	4,00	5,00	1,10	1,65	2,20	2,75	0,77	1,15	1,53	1,92	0,61	0,91	1,21	1,52
240	2,00	3,00	4,00	5,00	1,08	1,63	2,17	2,71	0,75	1,12	1,50	1,87	0,59	0,88	1,18	1,47
250	2,00	3,00	4,00	5,00	1,07	1,60	2,14	2,67	0,73	1,10	1,46	1,83	0,57	0,86	1,14	1,43
260	2,00	3,00	4,00	5,00	1,05	1,58	2,11	2,64	0,72	1,07	1,43	1,79	0,56	0,83	1,11	1,39
270	2,00	3,00	4,00	5,00	1,04	1,56	2,08	2,60	0,70	1,05	1,40	1,75	0,54	0,81	1,08	1,35
280	2,00	3,00	4,00	5,00	1,03	1,54	2,05	2,56	0,69	1,03	1,37	1,71	0,53	0,79	1,05	1,32
290	2,00	3,00	4,00	5,00	1,01	1,52	2,03	2,53	0,67	1,01	1,34	1,68	0,51	0,77	1,03	1,28
300	2,00	3,00	4,00	5,00	1,00	1,50	2,00	2,50	0,66	0,99	1,31	1,64	0,50	0,75	1,00	1,25
400	2,00	3,00	4,00	5,00	0,89	1,34	1,79	2,24	0,55	0,82	1,10	1,37	0,40	0,60	0,80	1,00
500	2,00	3,00	4,00	5,00	0,82	1,22	1,63	2,04	0,47	0,71	0,95	1,19	0,33	0,50	0,67	0,83
600	2,00	3,00	4,00	5,00	0,76	1,13	1,51	1,89	0,42	0,63	0,84	1,05	0,29	0,43	0,57	0,71
700	2,00	3,00	4,00	5,00	0,71	1,06	1,41	1,77	0,38	0,57	0,75	0,94	0,25	0,38	0,50	0,63
800	2,00	3,00	4,00	5,00	0,67	1,00	1,33	1,67	0,34	0,51	0,69	0,86	0,22	0,33	0,44	0,56
900	2,00	3,00	4,00	5,00	0,63	0,95	1,26	1,58	0,32	0,47	0,63	0,79	0,20	0,30	0,40	0,50
1.000	2,00	3,00	4,00	5,00	0,60	0,90	1,21	1,51	0,29	0,44	0,58	0,73	0,18	0,27	0,36	0,45

**Tabela 6**  
**Resultados da relação senhoriagem/PIB (%)**

$k=0,03; a=0,8026$

Taxa de inflação anual (%)	Taxa de crescimento do PIB (%)					
	0	1	2	3	4	5
0	0,00	0,03	0,06	0,09	0,12	0,15
10	0,26	0,29	0,32	0,35	0,37	0,40
20	0,47	0,50	0,52	0,55	0,57	0,60
30	0,64	0,66	0,69	0,71	0,73	0,76
40	0,77	0,79	0,82	0,84	0,86	0,88
50	0,88	0,90	0,92	0,94	0,96	0,99
60	0,97	0,99	1,01	1,03	1,05	1,07
70	1,04	1,06	1,08	1,10	1,12	1,14
80	1,10	1,12	1,14	1,16	1,18	1,19
90	1,15	1,17	1,19	1,21	1,22	1,24
100	1,19	1,21	1,23	1,25	1,26	1,28
110	1,23	1,24	1,26	1,28	1,30	1,31
120	1,26	1,27	1,29	1,31	1,32	1,34
130	1,28	1,30	1,31	1,33	1,34	1,36
140	1,30	1,32	1,33	1,35	1,36	1,38
150	1,32	1,33	1,35	1,36	1,38	1,39
160	1,33	1,35	1,36	1,38	1,39	1,40
170	1,34	1,36	1,37	1,39	1,40	1,41
180	1,35	1,37	1,38	1,39	1,41	1,42
190	1,36	1,37	1,39	1,40	1,41	1,43
200	1,36	1,38	1,39	1,41	1,42	1,43
210	1,37	1,38	1,40	1,41	1,42	1,43
220	1,37	1,38	1,40	1,41	1,42	1,44
230	1,37	1,39	1,40	1,41	1,42	1,44
240	1,37	1,39	1,40	1,41	1,42	1,44
250	1,38	1,39	1,40	1,41	1,42	1,44
260	1,37	1,39	1,40	1,41	1,42	1,43
270	1,37	1,39	1,40	1,41	1,42	1,43
280	1,37	1,38	1,40	1,41	1,42	1,43
290	1,37	1,38	1,39	1,40	1,42	1,43
300	1,37	1,38	1,39	1,40	1,41	1,42
400	1,33	1,34	1,35	1,36	1,37	1,38
500	1,28	1,28	1,29	1,30	1,31	1,32
600	1,22	1,23	1,24	1,25	1,26	1,26
700	1,18	1,18	1,19	1,20	1,21	1,21
800	1,13	1,14	1,14	1,15	1,16	1,16
900	1,09	1,09	1,10	1,11	1,11	1,12
1.000	1,05	1,06	1,06	1,07	1,07	1,08

– Cenário C – inflação anual: 100% (5,95% mensais)

– Cenário D – inflação anual: 200% (9,59% mensais)

O primeiro cenário corresponde à repetição das taxas de inflação da época do “milagre”, no começo dos anos 70; o segundo implica taxas algo superiores às registradas na segunda metade daquela década; o terceiro reflete as taxas registradas no período 1980-82; e o quarto está associado às taxas de 1983-85, antes do Plano Cruzado. Os resultados estão nas tabelas 7 a 10.

**Tabela 7**  
**Cenário A – senhoriagem/PIB**  
(%)

$q=0,05; p=0,15$

Valores de $a$	Valores de $k$			
	0,02	0,03	0,04	0,05
0,0000	0,38	0,57	0,75	0,94
0,5000	0,35	0,53	0,70	0,88
0,8026	0,34	0,51	0,67	0,84
1,0000	0,33	0,49	0,66	0,82

**Tabela 8**  
**Cenário B – senhoriagem/PIB**  
(%)

$q=0,05; p=0,50$

Valores de $a$	Valores de $k$			
	0,02	0,03	0,04	0,05
0,0000	0,91	1,37	1,82	2,28
0,5000	0,74	1,11	1,49	1,86
0,8026	0,66	0,99	1,31	1,64
1,0000	0,61	0,91	1,21	1,52

**Tabela 9**  
**Cenário C – senhoriagem/PIB**  
(%)

$q=0,05; p=1,00$

Valores de $a$	Valores de $k$			
	0,02	0,03	0,04	0,05
0,0000	1,49	2,23	2,98	3,72
0,5000	1,05	1,58	2,10	2,63
0,8026	0,85	1,28	1,71	2,13
1,0000	0,74	1,12	1,49	1,86

**Tabela 10**  
**Cenário D - senhoriagem/PIB**  
**(%)**

$q=0,05; p=2,00$

Valores de $a$	Valores de $k$			
	0,02	0,03	0,04	0,05
0,0000	2,30	3,46	4,61	5,76
0,5000	1,33	2,00	2,66	3,33
0,8026	0,95	1,43	1,91	2,39
1,0000	0,77	1,15	1,54	1,92

Conclui-se que, dados os parâmetros estimados por Pereira e Giambiagi ( $k=0,05$  e  $a=0,8026$ ), com a economia crescendo 5% ao ano e sem qualquer variação no valor real absoluto da dívida pública, a capacidade de financiamento do déficit, para diferentes níveis de inflação anual constante, é

0,84% do PIB para  $p=15\%$

1,64% do PIB para  $p=50\%$

2,13% do PIB para  $p=100\%$

2,39% do PIB para  $p=200\%$

Por sua vez, supondo que o valor de  $k$  tenha caído, por exemplo, para  $k=0,03$ , devido às inovações financeiras dos últimos anos e mantidas as demais hipóteses, a relação senhoriagem/PIB de equilíbrio cairia para

0,51% do PIB para  $p=15\%$

0,99% do PIB para  $p=50\%$

1,28% do PIB para  $p=100\%$

1,43% do PIB para  $p=200\%$

## 5. Conclusões

Este artigo apresentou elementos quantitativos para avaliar empiricamente a capacidade do governo de se financiar através da emissão monetária.

Considerando os valores de  $a=0,8026$  do parâmetro de elasticidade da demanda de moeda à inflação e de  $3\% < k < 5\%$  do coeficiente de monetização  $k$ , conclui-se que, para um nível de inflação similar ao que vigorou no Brasil no começo dos anos 70, aquela capacidade de financiamento pode ser estimada entre 0,5 e 1,0% do PIB.

## Anexo 1 - Relação entre os índices no começo e no meio do período

Seja uma variável  $X$  qualquer definida como

$$X_T = X_0 \cdot e^{x^i_T} \quad (\text{A.1})$$

onde  $X_0$  representa o valor inicial da variável,  $x^i$  a sua taxa instantânea de variação e  $T$  o tempo. Utilizando o conceito de tempo discreto, essa equação pode também ser escrita como

$$X_T = X_0 \cdot (1+x)^T \quad (\text{A.2})$$

sendo  $x$  a taxa ordinária de variação de  $X$ , isto é,  $[(X - X_{-1})/X_{-1}]$ , onde o subíndice  $(-1)$  indica defasagem.

O valor médio de  $X$  entre 0 e  $T$  é definido como

$$\bar{X} = \left( \int_0^T X_T \, dT \right) / T \quad (\text{A.3})$$

A integral de  $X$  de 0 a  $T$ , por sua vez, dado (A.2), é igual a

$$\begin{aligned} \int_0^T X_T \, dT &= X_0 \cdot (1+x)^T / \ln(1+x) \Big|_0^T = \\ &= X_0 \cdot [ (1+x)^T - 1 ] / [ \ln(1+x) ] \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Substituindo (A.4) em (A.3), chega-se a

$$\bar{X} = [X_0/T] \cdot [ (1+x)^T - 1 ] / [ \ln(1+x) ] \quad (\text{A.5})$$

que, quando  $T=1$ , é

$$\bar{X} = X_0 \cdot x / [ \ln(1+x) ] \quad (\text{A.6})$$

Conseqüentemente, por último, conclui-se, por (A.6), que

$$(X_0/\bar{X}) = [\ln(1+x)]/x \quad (\text{A.7})$$

que gera as fórmulas (4) e (5) utilizadas no trabalho, nos casos em que a taxa de variação da variável correspondente é expressa em termos anuais.

## Abstract

This article discusses the public sector's capacity to finance its deficit through money printing (seignorage). Using a Cagan equation of money demand, this capacity has naturally a ceiling within a context of inflation stability. It is shown what this maximum would be in the case of the Brazilian economy. A seignorage/GDP ratio matrix of results, based on different levels of inflation and GDP growth rates, is calculated. Finally, a sensitivity analysis is undertaken to calculate the same variable (seignorage/GDP ratio) using alternative hypotheses on the values of monetisation and money elasticity.

## Referências bibliográficas

- Barbosa, F. H. Inflação, indexação e orçamento do governo. *Revista Brasileira de Economia*, 41(3), jul./set. 1987.
- Cagan, P. The monetary dynamics of hyperinflation. In: Friedman, M. *Studies in the quantity theory of money*. Chicago, University of Chicago Press, 1956.
- Calvo, G. Are high interest rates effective for stopping high inflation? Some skeptical notes. *The World Bank Economic Review*, 6(1), Jan. 1992.
- Dall'Acqua, F. Imposto inflacionário: uma análise para a economia brasileira. *Revista de Economia Política*, 9(35), jul./set. 1989.
- Dornbusch, R. Lessons from experience with high inflation. *The World Bank Economic Review*, 6(1), Jan. 1992.
- Friedman, M. Government revenue from inflation. *Journal of Political Economy*, 79(4)Jul./Aug. 1971.
- Keynes, J. M. A tract on monetary reform [1923]. London, Royal Economic Society, 1971.
- Pereira, P. V. & Giambiagi, F. Déficit público e inflação: o caso brasileiro. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, 20(1), abr. 1990.
- Simonsen, M. H. Um paradoxo em expectativas racionais. *Revista Brasileira de Economia*, 40(1), jan./mar. 1986.