

Uma nota sobre a especificação da função de investimento agregado para países em desenvolvimento*

Márcio Valério Ronci**

O presente trabalho se propõe a examinar as principais teorias de investimento agregado e sua aplicação aos países em desenvolvimento. Inicialmente, é feito um breve sumário das principais teorias de investimento. Em seguida, são examinados os trabalhos de Blejer & Khan (1984) e Sundararajan & Thakur (1980), que adaptaram e estimaram equações para o investimento privado de países em desenvolvimento. Finalmente, são feitas algumas críticas aos trabalhos apresentados e é proposto um modelo alternativo de investimento para países em desenvolvimento usando-se o modelo do acelerador ótimo.

1. Introdução. 2. Breve esboço de teorias de demanda de investimentos; 3. A função investimento para países em desenvolvimento; 4. O modelo Mafo para países em desenvolvimento; 5. Comentários finais.

1. Introdução

É amplamente aceito o fato de que em países em desenvolvimento o investimento público representa um estímulo significativo ao investimento privado, constituindo-se também num poderoso instrumento de estabilização e de políticas de desenvolvimento. A relação entre investimento público e privado nos países em desenvolvimento, em geral, tem sido pouco estudada ou adequadamente testada segundo evidências empíricas. Contudo, os efeitos financeiros dos gastos públicos sobre os investimentos privados têm sido amplamente analisados em países desenvolvidos.¹ A evidência no caso brasileiro é particularmente pobre. As duas únicas estimativas de função de investimento — Assis (1983) e Sahota (1975) —

*Este trabalho foi parte de um projeto de pesquisa para obter o grau de doutor. O autor agradece ao PNPE, pelo apoio que tornou possível esta pesquisa, e a J.J. Thomas, Helson C. Braga, José Luiz Carvalho, Pedro Luis Valls Pereira e Fernando de Holanda Barbosa, por comentários úteis.

**Da Escola de Pós-Graduação em Economia da Fundação Getúlio Vargas.

¹Para um exame da literatura sobre a formação de capital em países desenvolvidos, ver Jorgenson (1971) e Clark (1979).

R. Bras. Econ.	Rio de Janeiro	v. 42	nº 2	p. 179-194	abr./jun. 1988
----------------	----------------	-------	------	------------	----------------

foram desenvolvidas dentro do contexto de pequenos modelos macroeconômicos e não estudavam, em detalhe, a relação entre investimentos públicos e privados. Os estudos mais recentes sobre a disputa por recursos físicos ou financeiros que poderia estar ocorrendo entre os setores públicos e privados no Brasil têm sido discutidos mais em termos ideológicos do que no campo empírico.²

Será útil apresentar um resumo dos canais através dos quais o investimento público pode afetar o investimento:

a) o investimento público compete com o setor privado por recursos naturais e financeiros escassos e, por conseguinte, exerce uma influência negativa, pelo menos no que se refere ao curto prazo;

b) as necessidades de investimento privado por unidade de produto se reduzem na medida em que o investimento público complementa o investimento privado, mediante a criação de infra-estrutura e elevação da produtividade do estoque de capital privado;

c) um aumento no investimento público eleva a demanda de produção do setor privado, assim influenciando as expectativas sobre a produção e as necessidades de investimento do setor privado;

d) o investimento público eleva o nível de produto agregado e de poupança, suplementando os recursos naturais e financeiros da economia, compensando, pelo menos em parte, qualquer efeito inicial que desloque o investimento privado.

Portanto, a questão central é de avaliar se os efeitos positivos do investimento público são fortes o suficiente para compensar seus efeitos negativos e por quanto tempo irão durar. Isto é muito importante no julgamento dos efeitos sobre o crescimento econômico de programas de estabilização econômica que envolvem controles sobre os gastos públicos.

Modelar todos os efeitos do investimento público sobre o investimento privado citados anteriormente pode-se mostrar muito difícil e possível apenas dentro de um modelo de crescimento completo em que, além da função de investimento agregado, tenham-se também as relações de produção e poupança da economia. O enfoque adotado pelo presente artigo se restringe a um modelo com uma única equação que considera apenas os canais *a* e *b*.

Este artigo se divide em quatro partes: o item 2 apresenta os mais importantes modelos de determinação da demanda de investimento privado. O item 3 mostra a adaptação desses modelos aos países em desenvolvimento. O item 4 propõe uma extensão dos modelos apresentados para os países em desenvolvimento usando o modelo do acelerador ótimo. Finalmente, o item 5 conclui com alguns comentários sobre o modelo proposto e suas limitações.

² Martone (1983) e Coutinho & Reichstull (1983) mostram dois extremos do espectro ideológico.

2. Breve esboço de teorias de demanda de investimentos

Existem três modelos principais sobre o comportamento do investimento: o modelo do acelerador simples, modelo do acelerador flexível e a teoria neoclássica de investimento. O modelo do acelerador simples supõe uma relação entre o investimento líquido e a variação esperada no produto ou nas vendas. Logo, se I_n é o investimento líquido e Y^e , o produto esperado, tem-se:

$$K_t - K_{t-1} = I_{nt} = f(\Delta Y_t^e) \quad (1)$$

Para obter a relação entre o investimento líquido e o produto real temos que supor um processo de ajustamento do investimento líquido e como as expectativas do produto se formam. Podemos supor que as expectativas do produto seguem um modelo de defasagens distribuídas:

$$I_{nt} = a(L) \Delta Y_t \quad (2)$$

em que $a(L)$ é um polinômio de defasagens distribuídas.

Em estudos empíricos é comum incluir na expressão (2) algumas variáveis, tais como os lucros das firmas antes dos impostos, ou o valor de mercado da firma ao final do ano anterior como um indicador da expectativa de lucros futuros. Entretanto, todas estas generalizações do modelo do acelerador simples são de natureza arbitrária.

O modelo do acelerador flexível impõe um mecanismo de ajustamento parcial do estoque de capital, através do qual se supõe que o estoque de capital se ajuste à diferença entre o estoque desejado no período t e o estoque no período anterior:

$$I_{nt} = \Delta K_t = b(K_t^* - K_{t-1}) \quad (3)$$

em que K^* é o estoque de capital de equilíbrio e b é o coeficiente de ajustamento parcial ($0 \leq b \leq 1$).

Na versão mais simplificada deste modelo, supõe-se que K^* é proporcional ao produto esperado:

$$K_t^* = a Y_t^e \quad (4)$$

substituindo (4) em (3) e supondo um polinômio de defasagens distribuídas para o produto esperado, obtém-se:

$$I_{nt} = a b(L) Y_t + (1 - b) I_{nt-1} \quad (5)$$

A teoria neoclássica de investimento foi mais amplamente estudada no trabalho de Jorgenson e seus seguidores. Esta teoria especifica a função objetivo de uma firma em termos de maximização do valor presente das receitas sobre os desembolsos que são os custos correntes com salários e despesas de investimento.

Este problema de otimização pode ser especificado como:

$$\max V(0) = \int_0^{\infty} e^{-rt} [Y_t - C(w, Y, K) - q(K - \delta K)] dt \quad (6)$$

em que r é a taxa de juros de mercado, C é a função de custos de curto prazo, q o custo do estoque de capital novo e δ a taxa de depreciação. A empresa decide por uma trajetória dinâmica de acumulação de capital que maximize suas receitas líquidas ao longo do tempo, igualando o produto marginal do capital aos preços correntes, deflacionados pelo preço do produto final. Isso determina o estoque de capital desejado que, combinado com uma equação de ajustamento para o investimento real, fornece equações de investimento estimáveis.

Supondo que a função de produção é do tipo Cobb-Douglas e aplicando a condição de Euler em (6), obtemos:

$$K_t^* = a \left(\frac{p_t Y_t}{U_t} \right) \quad (7)$$

em que Y é o nível de produção, p é o preço do produto e U é o custo de uso do capital, que no caso mais simples é igual a $q.(r + \delta)$.

O ajustamento do investimento real ao investimento desejado segue um modelo de defasagens distribuídas. A justificativa para tal se deve às defasagens entre pedidos e entregas. O investimento real, portanto, é uma soma ponderada de pedidos anteriores, sendo uma parte de cada pedido entregue no período corrente:

$$I_{nt} = b(L) \Delta K_t^* \quad (8)$$

Essa expressão pode ser transformada a fim de explicar o investimento bruto em vez do líquido:

$$I_t = I_{nt} + \delta K_{t-1} = b(L) \Delta \left(\frac{p_t Y_t}{U_t} \right) + \delta K_{t-1} \quad (9)$$

Note-se que esse modelo se reduz a um modelo do acelerador simples se supusermos que os preços são constantes.

Há duas críticas com relação ao modelo neoclássico. A primeira, de menor importância, é que, em geral, ele é calculado supondo o tempo contínuo e isto pode se mostrar incorreto. Em particular, o custo de uso do capital não é o mesmo para as especificações de tempo contínuo e discreto (ver item 4). A segunda é que a hipótese de ajuste do investimento ao investimento desejado é arbitrária e não guarda qualquer relação com o processo de otimização das firmas.

Considerando este último aspecto do modelo neoclássico, Lucas (1967), Grossman (1972) e Mortensen (1973) desenvolveram uma versão distinta incluindo custos de ajustamento. Eles deduzem uma função de investimento similar ao modelo do acelerador flexível (3), no qual o coeficiente de ajustamento b é uma função das taxas de juros reais e dos custos de ajustamento. Denominaremos esta classe de modelos de acelerador flexível ótimo (Mafo).

A versão mais simples do Mafo supõe expectativas estáticas para o produto, $Y_t = Y_0$ para todo t . A firma típica prevê que será sempre capaz de vender precisamente a quantidade Y_0 . Sob essas condições, a maximização do valor presente da receita líquida esperada envolve dois cálculos. Primeiramente, a firma planeja produzir, agora e no futuro, o produto Y_0 e, para tanto, a cada período, escolhe a menor quantidade possível de trabalho, dado o estoque de capital existente naquela data. Segundo, dada esta estratégia para o emprego de trabalho, a firma escolhe uma trajetória ótima para a acumulação de capital.

A demanda de trabalho é então dada por:

$$L_t = L(K_t, Y_0)$$

tal que:

$$F(K_t, L(K_t, Y_0)) = Y_0$$

Mas, agora, diferentemente do modelo de Jorgenson, além dos custos do trabalho, existem também os custos de ajustamento, que dependem da taxa de investimento, de acordo com:

$$\begin{aligned} c &= c(\dot{K}) & c(0) &= 0 \\ \frac{\partial c(\dot{K})}{\partial \dot{K}} &> 0 & \frac{\partial^2 c(\dot{K})}{\partial \dot{K}^2} &> 0 \end{aligned}$$

A condição de que a segunda derivada seja positiva significa que o investimento apresenta custos marginais crescentes. É também comum supor que \dot{K} não pode ser negativo — não existe mercado para bens de capital usados.

No longo prazo, a firma escolhe um cronograma de investimento para maximizar:

$$\text{mas } V(0) = \int_0^{\infty} e^{-rt} [Y_0 - w L_t - c_t] dt \quad (10)$$

sujeita a $L_t = L(K_t, Y_0)$ e $c_t = c(\dot{K})$

Esta maximização determina o estoque de capital desejado K^* , dado por:

$$K^* = K^*\left(\frac{1}{w}, Y_0\right) \quad (11)$$

tal que:

$$w \frac{\partial L(K^*, Y_0)}{\partial K} = -r \frac{\partial c(0)}{\partial r}$$

A demanda efetiva de investimento é o cronograma efetivo do estoque de capital. Se considerarmos aproximações quadráticas das funções $L(.)$ e $c(.)$, este cronograma é dado pela equação diferencial:

$$\dot{K} = b_t (K^* - K_t) \quad (12)$$

onde b é o coeficiente de ajustamento dado por:

$$b_t = -\frac{r}{2} + \sqrt{\frac{r^2}{4} + \frac{\frac{\partial^2 L}{\partial K^2}}{\frac{\partial^2 c}{\partial \dot{K}^2}}} > 0 \quad (13)$$

Nessa versão do Mafo, o coeficiente de ajustamento é uma função das taxas de juros, salários, e custos de ajustamento. Podemos interpretar o Mafo como uma síntese dos modelos neoclássicos e do acelerador flexível.

3. A função investimento para países em desenvolvimento

Recentemente tentou-se adaptar os modelos de investimento neoclássico e do acelerador flexível às condições encontradas nos países em desenvolvimento, levando em conta certas características institucionais.

Um exemplo deste tipo de modelo foi desenvolvido por Blejer & Khan (1984), que usaram uma variante do modelo do acelerador flexível, adaptado para incorporar alguns aspectos institucionais e estruturais dos países em desenvolvimento. Os autores supuseram o estoque de capital desejado no longo prazo pelo setor privado proporcional ao produto esperado,

$$KP_t^* = a Y_{t+1}^e \quad (14)$$

onde KP^* representa o estoque de capital desejado pelo setor privado e Y^e o produto esperado. Esta hipótese pode ser racionalizada assumindo que a função de produção é de proporções fixas entre os fatores e, portanto, os preços dos fatores não entram na especificação.

Os autores adotaram uma função de ajustamento para o investimento bruto como se segue:³

$$IP_t = b_t (IP_t^* - IP_{t-1}) \quad (15)$$

onde IP é o investimento privado bruto, IP^* é o nível desejado de investimento e b é o coeficiente de ajustamento entre o investimento desejado e corrente, que é

³Os autores trabalharam com o investimento bruto porque para a maioria dos países em desenvolvimento os dados sobre investimento líquido ou estoque de capital não são disponíveis.

relacionado com a fase do ciclo econômico, a disponibilidade de financiamento e o investimento público. Por esta razão, o efeito deslocamento é percebido muito mais por afetar a velocidade de ajustamento do que por alterar, diretamente, o nível desejado do investimento privado.

Blejer & Khan usaram a seguinte representação linear para o coeficiente de ajustamento:

$$b_t = b_0 + \frac{1}{(IP_t^* - IP_{t-1})} (b_1 GAP_t + b_2 DCR_t + b_3 GIR_t) \quad (16)$$

onde *GAP* representa fatores cíclicos, dado pela diferença entre o produto corrente e a tendência do produto, *DCR* é a variação de crédito bancário real ao setor privado e *GIR* é o investimento do setor público.

No estado estacionário, o investimento privado desejado é dado por:⁴

$$IP_t^* = [1 - (1 - \delta) L] KP_t^* \quad (17)$$

Combinando-se as equações (15), (16) e (17), podemos derivar a seguinte função para o investimento privado:

$$IP_t = a b_0 [1 - (1 - \delta) L] Y_{t+1}^e + b_1 GAP_t + b_2 DCR_t + b_3 GIR_t + (1 - b_0) IP_{t-1} \quad (18)$$

De acordo com os autores, o efeito dos fatores cíclicos sobre o investimento privado é ambíguo. Durante a fase expansionista do ciclo é possível que o setor privado responda mais rapidamente a mudanças no investimento desejado. Alternativamente, o investimento poderá responder mais rapidamente em situações de excesso de capacidade. Não está claro que efeito, em média, os fatores cíclicos podem ter sobre o investimento privado, logo, $b_1 \leq 0$.

O efeito da disponibilidade de financiamento é mais claro. Em contraste com os países desenvolvidos, um dos principais entraves ao investimento nos países em desenvolvimento é muito mais a quantidade de recursos financeiros do que propriamente os seus custos. A natureza rudimentar do mercado de capitais nos países em desenvolvimento limita o financiamento do investimento privado ao uso de lucros acumulados e ao crédito bancário. De acordo com os autores, o fluxo de crédito bancário real para o setor privado seria, quantitativamente, talvez, o mais importante. Um aumento no crédito real ao setor privado, em geral, encorajará o investimento privado, logo, $b_2 > 0$.

Finalmente, o investimento do setor público pode causar um efeito deslocamento do investimento privado, caso ele utilize recursos naturais ou financeiros que poderiam estar disponíveis ao setor privado. Por outro lado, o investimento público relacionado com a infra-estrutura e a provisão de bens públicos, claramente, também, pode ser complementar ao investimento privado. Este tipo de investimento público pode melhorar as alternativas de investimento privado, aumentar a produtividade do capital, elevar a demanda de fatores de produção e

⁴ $IP_t = (KP_t - KP_{t-1}) + \delta KP_{t-1} = [1 - (1 - \delta) L] KP_t$

aumentar a disponibilidade global de recursos, mediante a expansão do produto e poupança agregados. Deste modo, o efeito líquido do investimento público sobre o privado seria ambíguo, $b_3 \leq 0$.

Para separar os dois tipos de efeitos do investimento público mencionados, Blejer & Khan supuseram que a tendência do investimento público, $TGIR$, representaria a componente de longo prazo ou infra-estrutura que teria um efeito positivo sobre o setor privado. A diferença entre o investimento público corrente e a tendência do investimento público ($GIR - TGIR$) corresponderia a investimentos públicos excessivos e, portanto, teriam um efeito negativo sobre o investimento privado. Usando esta distinção, eles especificaram a seguinte equação:

$$IP_t = a_0 [1 - (1 - \delta) L] Y_{t+1}^e + b_1 GAP_t + b_2 DCR_t + b_3 TGIR_t + b_4 (GIR_t - TGIR_t) + (1 - b_0) IP_{t-1} \quad (19)$$

onde $ab_0 > 0$, $b_1 \leq 0$, $b_3 > 0$, $b_4 < 0$ e $(1 - b_0) > 0$

As equações (18) e (19) foram estimadas usando-se dados anuais de 24 países em desenvolvimento para o período 1971-79. As principais conclusões foram: identificação de uma relação bem definida para o investimento privado e estabelecimento de uma relação empírica entre variáveis de política econômica e o investimento privado. Em particular, os coeficientes do componente de longo prazo dos investimentos públicos foram positivos e significantes e os coeficientes da variável que media investimentos públicos excessivos, isto é, acima da tendência de longo prazo, foram negativos e significantes.

A principal objeção ao modelo Blejer & Khan é a natureza arbitrária do coeficiente de ajustamento (16), que não tem relação com o processo de otimização das firmas privadas. Outra objeção seria que os autores confundem variáveis estoque e fluxo. Eles afirmam que existe complementaridade entre investimentos público e privado (variáveis fluxo) quando o correto seria dizer que existe complementaridade entre estoques de capital público e privado. A totalidade do estoque de capital público aumenta a eficiência do estoque de capital privado e não compete por recursos escassos, exceto, talvez, no caso de poucas empresas públicas deficitárias. O efeito deslocamento surge somente a partir do investimento público corrente, que compete por recursos físicos e financeiros escassos.

Um outro exemplo de modelo de investimento privado para países em desenvolvimento é apresentado por Sundararajan & Thakur (1980). A análise é feita dentro de um modelo de crescimento que consiste em relações para o investimento privado, poupança e produção além de identidades contábeis.

A função de investimento privado é derivada modificando a teoria neoclássica de investimento vista no item 2, incorporando alguns canais através dos quais o investimento público influencia o investimento privado. Os autores supõem que o setor privado determina seu nível de capital desejado minimizando o custo total TC , definido como o valor presente descontado dos custos de produção e aquisição de capital. O custo C de produzir o produto planejado Y é função não somente do próprio produto planejado, como também do estoque de capital privado e da infra-estrutura disponível representada pelo estoque de capi-

tal público, KG . O custo de aquisição de capital é o valor do investimento líquido mais a reposição a preços correntes. Portanto, o setor privado minimiza:⁵

$$TC = \int_0^{\infty} e^{-rt} [C(Y_t, KP_t, KG_t) + q_t (\dot{KP}_t + \delta KP_t)] dt \quad (20)$$

onde r é a taxa de juros, q é o preço do bem de capital, δ é a taxa de depreciação do capital e \dot{KP} é o investimento líquido. A condição de Euler para minimização é dada por:

$$\frac{\partial TC}{\partial KP_t} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial TC}{\partial \dot{KP}_t} \right) = 0$$

aplicando esta condição à equação (20) a seguinte condição de primeira ordem pode ser escrita:

$$\frac{\partial C}{\partial KP_t} = -U_t \quad (21)$$

$$U_t = q_t [r_t + \delta - \dot{q}_t]$$

onde U designa o custo de uso do capital. Supondo uma função de produção homogênea, pode-se derivar a seguinte função custo de curto prazo:

$$C = W_t L_t = g(W_t, Y_t, KG_t, KP_t) \quad (22)$$

onde W é o salário nominal e L representa o fator trabalho. Diferenciando-se a função custo de curto prazo (22) e substituindo na condição de mínimo (21), obtém-se o estoque de capital desejado de setor privado. Para fins de estimação, os autores usaram a seguinte aproximação linear:⁶

$$KP^* = a_0 + a_1 \left(\frac{U_t}{W_t} \right) + a_2 Y_t^e + a_3 KG_t \quad (23)$$

$$a_1 < 0, a_2 > 0 \text{ e } a_3 < 0$$

O estoque de capital desejado KP^* é função do produto esperado Y^e e da relação custo de uso do capital/salário nominal. Uma importante implicação da equação (23) é que um aumento do estoque de capital público melhora a produtividade

⁵ A minimização do valor presente dos custos futuros para obter a demanda da firma do fator capital seria o análogo dinâmico da função de demanda condicional estática, por um fator de produção obtida minimizando os custos dado o nível de produção. Ver Varian (1978, p. 25).

⁶ O uso da relação custo de uso do capital/salário nominal não é comum na literatura sobre o assunto. Ver, por exemplo, Jorgenson (1967).

do setor privado, o que, *ceteris paribus*, reduzirá a necessidade de capital do setor privado (complementaridade). O produto esperado é suposto como uma função de um polinômio de defasagens do produto corrente e passado.

Finalmente, os autores, da mesma forma que Blejer & Khan, supõem que exista somente um ajuste parcial entre estoques de capital desejado e corrente:

$$\Delta KP_t = b_t (KP_t^* - KP_{t-1}) \quad (24)$$

O coeficiente de ajustamento b varia em resposta e disponibilidade de recursos para financiar o investimento privado:

$$b_t = b_0 + b_1 \frac{(S_t - GIR_t)}{(KP_t^* - KP_{t-1})} \quad (25)$$

onde S é a poupança agregada e GIR representa o investimento público. Quanto maior a disponibilidade de financiamento em relação às necessidades de financiamento, maior seria o coeficiente de ajustamento, $b_1 > 0$.

Combinando as equações (23), (24) e (25), obtém-se a seguinte equação para o investimento privado:

$$IP_t = a_0 b_0 + a_1 b_0 \begin{pmatrix} U_t \\ W_t \end{pmatrix} + a_2 b_0 Y_t^e + a_3 b_0 KG_t + b_1 (S_t - IGT_t) + (\delta - b_0) KP_{t-1} \quad (26)$$

onde $a_1 b_0 < 0$, $a_2 b_0 > 0$, $a_3 b_0 < 0$, $b_1 > 0$ e $(\delta - b_0) < 0$

Os autores estimaram tal modelo para Índia e Coréia. A simulação do modelo para um aumento unitário do investimento público indicou a existência de deslocamento do investimento privado no período inicial e um efeito positivo sobre o investimento privado nos períodos subseqüentes. Para ambos países, o efeito final do aumento do investimento público sobre o investimento privado é positivo.

O modelo Sundararajan & Thakur é superior ao modelo Blejer & Khan na medida que leva em consideração o preço dos fatores de produção e torna claro o efeito substituição, integrando o estoque de capital público na função de produção do setor privado. No entanto, a hipótese de ajustamento entre o estoque de capital desejado e o corrente é tão arbitrária quanto a usada por Blejer & Khan em seu estudo. Outra inconsistência do modelo seria que o processo de minimização dos custos, equação (20), supõe implicitamente expectativas estáticas para o produto. No entanto, os autores, quando estimaram a equação (26), usaram um polinômio de defasagens do produto como *proxy* para o produto esperado, supondo, portanto, expectativas adaptativas para o produto esperado.

4. O modelo Mafo para países em desenvolvimento

Este item apresenta uma forma de modelar os efeitos deslocamento e substituição que contorna as objeções dos modelos apresentados no item anterior. Usamos o mesmo enfoque do modelo Sundararajan & Thakur, acrescentando os custos de ajustamento. Incluímos ainda na função de produção matérias-primas.

Supõe-se que o setor privado determina seu nível de capital desejado minimizando o custo total, TC , definido como o valor presente descontado dos custos futuros de produção, aquisição de capital e ajustamento. O custo de ajustamento do setor privado, segundo Lucas (1967), ocorre porque a instalação e o planejamento envolvem o uso de recursos internos e também porque a empresa pode ser monopsonista no mercado de fatores. Portanto, o setor privado minimiza a seguinte expressão:

$$TC = \sum_{t=0}^{\infty} v_t^t \left\{ C(Y_t, KP_t, KG_t) + q_t [(KP_t - KP_{t-1}) + \delta KP_{t-1}] + c(KP_t - KP_{t-1})^2 \right\} \quad (27)$$

onde Y é o produto, KP representa o capital privado; KG é o estoque de capital público, v é o fator de desconto definido como $(1+r)^{-1}$, r é a taxa de juros real,⁷ q representa o preço do bem de capital, δ é a taxa de depreciação do capital e o termo quadrático representa os custos de ajustamento.

Supomos expectativas estáticas para todas as variáveis explicativas do modelo:

$$Y_t = Y_0; W_t = W_0; E_t = E_0; KG_t = KG_0; r_t = r_0; q_t = q_0$$

para todo t ; onde W é o salário nominal e E o preço da matéria-prima.

A equação de Euler e a condição de transversalidade para minimizar (27) são dadas por:⁸

$$\frac{\partial C}{\partial KP_t} + 2v_t c(KP_t - KP_{t-1}) - 2c(KP_{t+1} - KP_t) + q_t \frac{(r_t + \delta)}{(1+r_t)} = 0 \quad (28)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} v_t^n \left[\frac{\partial C}{\partial KP_t} + q_t + 2c(KP_t - KP_{t-1}) \right] = 0 \quad (29)$$

⁷ A taxa de juros real é definida por $r = (\pi^e - i)/(1 + \pi^e)$, onde i é a taxa de juros nominais e π^e é a taxa de inflação esperada.

⁸ Explicações sobre as equações de Euler e a condição de transversalidade podem ser encontradas em Simonsen (1983, p. 243-8).

O equilíbrio de longo prazo é obtido fazendo-se $KP_t^* = KP_{t+1} = KP_t = KP_{t-1}$ e substituindo-se em (28):

$$\frac{\partial C}{\partial KP_t} = -q_t \frac{(r_t + \delta)}{(1 + r_t)} = U_t \quad (30)$$

onde U representa o custo de uso do capital. Supondo uma função de produção qualquer, obtém-se a função custo de produção de curto prazo minimizando:

$$C_t = W_t L_t + E_t N_t$$

restrito a $Y_t = F(L_t, N_t, KP_t, KG_t)$, onde L é o fator trabalho e N representa matéria-prima. Diferenciando-se a função custo mínimo obtida em relação a KP , obtém-se:

$$\frac{\partial C_t}{\partial KP_t} = g(Y_t, KG_t, KP_t, E_t, W_t) \quad (31)$$

igualando (31) ao custo de uso do capital, obtém-se o estoque de capital desejado em função do produto, preço dos fatores de produção e estoque de capital público.⁹ Adotou-se a seguinte aproximação linear para o estoque de capital desejado:

$$KP_t^* = a_0 + a_1 \left(\frac{U_t}{W_t} \right) + a_2 \left(\frac{U_t}{E_t} \right) + a_3 Y_t + a_4 KG_t \quad (32)$$

$$a_1 \leq 0, a_2 \leq 0, a_3 > 0, a_4 < 0$$

Os sinais de a_1 e a_2 são esperados positivos caso haja complementaridade entre capital-fator de produção e negativos caso haja substituição entre capital e fator de produção. O coeficiente a_4 é esperado negativo devido à substituição entre capital público e privado na função de produção do setor privado.

Substituindo (31) em (28), obtém-se uma equação de diferenças finitas não-linear, que descreve a trajetória do estoque de capital privado:

$$g(Y_t, KG_t, KP_t, E_t, W_t) + 2c(KP_t - KP_{t-1}) - 2v_t c(KP_{t+1} - KP_t) + q_t \frac{(r_t + \delta)}{(1 + r_t)} = 0 \quad (33)$$

Para linearizar (33), a função g foi desenvolvida em série de Taylor em torno de KP^* , obtendo-se a seguinte equação de diferenças linear:

⁹ Ver anexo.

$$2v_t c KP_{t+1} - [g(KP_t^*) + 2c(1+v_t)] KP_t + 2cKP_{t-1} + \text{constante} = 0 \quad (34)$$

seja $B = g'(KP_t^*) + 2c(1+v_t)$.

A equação característica de (34) fornece duas raízes reais $0 < x_1 < 1 < x_2$:

$$x = \frac{B \pm \sqrt{B^2 - 4v_t c^2}}{2cv_t} \quad (35)$$

A solução geral de (34) é dada por:

$$KP_t = KP_t^* + h_1 x_1^t + h_2 x_2^t \quad (36)$$

esta solução é estável somente para $h_2 = 0$. A equação (36) é equivalente a:

$$\Delta KP_t = b_t (KP_t^* - KP_{t-1}) \quad (37)$$

onde $b_t = 1 - x_1 > 0$. Pode-se mostrar que:

$$\frac{\partial b_t}{\partial r_t} < 0$$

se $-g'(KP^*) > 2v_t c$.

Substituindo (32) em (37) e adicionando-se o investimento de reposição, obtém-se a seguinte equação para o investimento privado bruto:

$$IP_t = \left\{ \frac{1 - b - \sqrt{B^2 - 4v_t c^2}}{2cv_t} \right\} * \left[a_0 + a_1 \left(\frac{U_t}{W_t} \right) + a_2 \left(\frac{U_t}{E_t} \right) + a_3 Y_t \right. \\ \left. + a_4 KG_t - KP_{t-1} \right] + \delta KP_{t-1} \quad (38)$$

A condição de transversalidade (29) é satisfeita somente se $(1+i) > (1+\pi^e)$, isto é, se a taxa de juros nominal for maior que a taxa de inflação esperada.

5. Comentários finais

O modelo resumido na equação (38), ao contrário dos modelos de investimento estimados para países em desenvolvimento, mostra, claramente, dentro de uma estrutura de otimização da firma, os efeitos deslocamento e substituição do investimento público sobre o privado. Um aumento da taxa de juros real, devido à competição por recursos financeiros entre os setores público e privado, aumenta os custos de ajustamento do setor privado para atingir um novo nível de estoque

de capital desejado KP^* , diminuindo o coeficiente de ajustamento ($\partial b/\partial r < 0$) e o investimento privado corrente.

No entanto, o efeito total de um aumento da taxa de juros real sobre o investimento privado dependerá também do grau de substituição ou complementaridade entre capital e os outros fatores de produção. Por exemplo, se houver substituição entre capital e trabalho, um aumento da taxa de juros real aumentará o custo de uso do capital, tornando o fator trabalho mais barato em relação ao capital e, por conseguinte, diminuindo o investimento privado. Portanto, o sinal do efeito de um aumento da taxa de juros é indeterminado, como pode ser verificado pela seguinte expressão:

$$\frac{dIP_t}{dr_t} = \frac{\partial IP_t}{\partial r_t} + \frac{\partial IP_t}{\partial U/W} \frac{\partial U/W}{\partial r_t} + \frac{\partial IP_t}{\partial U/E} \frac{\partial U/E}{\partial r_t} \leq 0$$

Por outro lado, o estoque de capital público aumenta a produtividade do capital privado, reduzindo a necessidade de investimentos privados para produzir um dado nível de produto esperado, $a_4 < 0$.

Finalmente, devemos concluir apontando algumas limitações do modelo. Primeiramente, a hipótese de expectativas estáticas para as variáveis explicativas do modelo é muito restritiva. É correto argumentar que o investimento público influencia as expectativas de produção e necessidades de investimento do setor privado. Segundo, o modelo não leva em conta o fato de que o investimento público eleva o produto e a poupança agregados, suplementando os recursos naturais e financeiros da economia, compensando, pelo menos em parte, qualquer efeito deslocamento do setor privado. Entretanto, estes efeitos só poderiam ser avaliados dentro de um modelo de equações simultâneas, em que, além da função investimento, também se apresentassem as relações de poupança e produção da economia.

Anexo

Para derivarmos o estoque de capital privado desejado, observamos primeiro que a função custo variável de curto prazo é homogênea de primeiro grau em relação ao salário nominal e ao preço da matéria-prima, assim:

$$C_t(Y_t, \lambda W_t, \lambda E_t, KP_t, KG_t) = \lambda C_t(Y_t, W_t, E_t, KP_t, KG_t)$$

Derivando-se em relação a KP , obtém-se:

$$\frac{\partial C_t}{\partial KP_t}(Y_t, \lambda W_t, \lambda E_t, KP_t, KG_t) = \lambda \frac{\partial C_t}{\partial KP_t}(Y_t, W_t, E_t, KP_t, KG_t)$$

ou seja,

$$g(Y_t, \lambda W_t, \lambda E_t, KP_t, KG_t) = \lambda g(Y_t, W_t, E_t, KP_t, KG_t)$$

Igualando-se (31) ao custo de uso do capital temos:

$$g(Y_t, W_t, E_t, KP_t, KG_t) = U_t$$

dividindo-se esta equação por U e usando o fato de que g é homogênea de primeiro grau, obtém-se:

$$g\left(Y_t, \frac{W_t}{U_t}, \frac{E_t}{U_t}, KP_t, KG_t\right) - 1 = 0$$

supondo que as condições do Teorema da Função Implícita são verificadas, pode-se reescrever a expressão anterior como se segue:

$$KP_t^* = f\left(Y_t, \frac{W_t}{U_t}, \frac{E_t}{U_t}, KG_t\right)$$

Abstract

The present paper discusses the aggregate investment theories and their adaptation to developing countries. First, the main investment theories are examined briefly. The following section presents Blejer & Khan's (1984) and Sundararajan & Thakur's (1980) models. The authors adapted and estimated the former theories to developing countries. Finally, these models are criticized and an alternative model for developing countries is proposed based on the optimal accelerator model.

Referências bibliográficas

Assis, Milton. A estrutura e o mecanismo de transmissão de um modelo macroeconômico para o Brasil (MEB). *Revista Brasileira de Economia*, 37(4):483-511, out./dez. 1983.

Blejer, Mario & Khan, Mohsin S. Government policy and private investment in developing countries. *IMF Staff Papers*, 31(2):379-403, June 1984.

Clark, Peter K. Investment in the 1970's theory, performance and prediction. *Brookings Papers on Economic Activity*, 1979.

Coutinho, L.G. & Reichstull, H.P. O setor produtivo estatal e o ciclo. In: Martins, Carlos Estevam, ed. *Estado e capitalismo no Brasil*. São Paulo, Hucitec/Cebrap, 1977.

— & —. Investimento estatal 1974-1980: ciclo e crise. In: Belluzzo, Luiz Gonzaga & Coutinho, Renata, org. *Desenvolvimento capitalista no Brasil*; ensaios sobre a crise. São Paulo, Brasiliense, 1983. v. 2.

Epstein, Larry G. & Denny, Michael G.S. The multivariate flexible accelerator model: its empirical restrictions and application to U.S. manufacturing. *Econometrica*, 51 (3): 647-74, 1983.

Grossman, Herschel I. A choice-theoretic model of an income-investment accelerator. *American Economic Review*, 62:630-41, Sept. 1972.

Jorgenson, Dale W. The theory of investment behavior. In: Ferber, Robert, ed. *Determinants of investment behavior*. National Bureau of Economic Research, 1967. p. 129-55.

———. Econometric studies of investment behavior: a survey. *Journal of Economic Literature*, 9(4):1.111-47, 1971.

Lucas Jr., Robert E. Optimal investment policy and the flexible accelerator. *International Economic Review*, 8(1):78-85, Feb. 1967.

Martone, Celso. A expansão do Estado empresário no Brasil. In: Castro, Paulo R. de, ed. *A crise do "bom patrão"*. Rio de Janeiro, Cedes/Apec, 1982.

Morrison, C.J. & Bernt, E.R. Short-run labour productivity in a dynamic model. *Journal of Econometrics*, 16(3):339-65, Aug. 1981.

Mortensen, Dale T. Generalized costs of adjustment and dynamic factor demand theory. *Econometrica*, 41(4):657-65, July 1973.

Ronci, Marcio V. Política econômica e investimento privado no Brasil: 1955/82. Tese de doutorado. Rio de Janeiro, EPGE/FGV, 1987.

Sahota, Gian S. *Brazilian economic policy; an optimal control theory analysis*. New York, Praeger, 1975.

Schram, R. The influence of relative prices, production conditions and adjustments cost on investment behaviour. *The Review of Economic Studies*, 37(3): 61-76, July 1970.

Simonsen, Mario Henrique. *Dinâmica macroeconômica*. Rio de Janeiro, McGraw-Hill, 1983.

Sundararajan, V. & Thakur, Subhash. Public investment, crowding out, and growth: a dynamic model applied to India and Korea. *IMF Staff Papers*, n. 4, 1980.

Varian, Halr. *Microeconomic analysis*, 2^a ed. New York, Norton.