Crescimento econômico e exaustão dos solos*

Antônio Salazar P. Brandão* *

Desenvolve-se um modelo de crescimento em que um fator é a capacidade produtiva do solo. Examina-se a natureza do estado estacionário nesta economia com o objetivo de caracterizar a quantidade de deterioração que é compatível com o equilíbrio.
No item 3 utiliza-se um modelo de crescimento ótimo e os resultados são comparados com o do item 2.

1. Introdução; 2. A economia Solow-Swan; 3. Crescimento econômico ótimo.

1. Introdução

A erosão dos solos constitui problema de vulto em muitas regiões agrícolas do Brasil. Importantes estados produtores, como Paraná e Rio Grande do Sul, há muito vêm lutando contra a exaustão de seus solos. Aparentemente, a questão tem-se agravado nos últimos anos, na medida em que a procura de produtos agrícolas vem aumentando com maior rapidez, levando a mudanças nas práticas de cultivo ou, de modo mais geral, na tecnologia.

Não é de hoje que os edafologistas vêm-se preocupando com estes problemas. E, ao que parece, o debate sobre a conservação dos solos vem-se alastrando também para outros grupos. Os agricultores têm tido uma participação mais ativa e, em alguns casos, constituíram a força motriz para a adaptação e adoção de tecnologias adequadas à conservação dos solos. Exemplo interessante desse tipo de envolvimento por parte dos agricultores é um grupo conhecido como Clube da Minhoca, na região de Ponta Grossa, no estado do Paraná. Práticas de cultivo mínimo e plantio direto foram amplamente adotadas naquela região em reação a problemas específicos de erosão, sem qualquer participação direta do governo.[1]

---

* O trabalho de pesquisa aqui referido teve o apoio financeiro da Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (Embrapa).

* * Professor de economia na Escola de Pós-Graduação em Economia (EPGE) da Fundação Getulio Vargas. Na época em que redigiu este estudo, o autor era professor visitante no Departamento de Economia Agrícola e Aplicada da Universidade de Minnesota.

[1] Como exemplo do processo de difusão da tecnologia, isto merece uma pesquisa profunda. Certos trechos da história do envolvimento indicariam inicialmente condições de solo muito más e em deterioração. Por sua vez, isto fez com que certos agricultores fossem a universidades dos EUA para aprender mais acerca desta tecnologia, e levou-os a envolverem-se mais com firmas privadas interessadas em tais práticas, bem como ao desenvolvimento de capacitação técnica local (geralmente nas cooperativas da região), para aumentar ainda mais seu conhecimento da tecnologia.

Para a economia brasileira, cujo crescimento tanto depende de um bom desempenho do setor agrícola, estas questões são realmente cruciais. Se a exaustão dos solos vier a ser um sério obstáculo ao aumento da produtividade da terra (ou levar ao seu declínio), especialmente em estados tão importantes quanto Paraná e Rio Grande do Sul, o setor como um todo pode não ser capaz de manter a expansão de sua capacidade produtiva a uma taxa compatível com um desempenho adequado da economia em geral.

Este trabalho aborda a questão da conservação do solo no contexto da teoria do crescimento econômico. Seu principal objetivo é emprestar ao atual debate uma perspectiva econômica. Examina as relações entre o potencial de crescimento da agricultura no longo prazo e a taxa de exaustão dos solos. Além disso, aborda a questão das oportunidades de investimento em técnicas de conservação e também os efeitos das mesmas sobre o crescimento.

A análise baseia-se num modelo de crescimento *à la* Solow-Swan (Solow, 1957; Swan, 1956). Examina o estado de equilíbrio estacionário de tal economia e a trajetória que leva a esse estado de equilíbrio. Salienta a existência de um conceito bem definido de conservação do solo e investiga suas reações a mudanças de parâmetros.

A segunda parte do estudo examina o mesmo problema num modelo de crescimento ótimo. Compara as soluções deste modelo e do modelo de Solow-Swan, especialmente no tocante ao comportamento das duas economias no estado estacionário.

Os modelos aqui estudados salientam o papel dos serviços produtivos da terra como o único determinante do seu valor. Em outras palavras, a avaliação da terra é feita unicamente à base de sua capacidade produtiva (agrícola), pressupondo-se que o seu valor alternativo para quaisquer outros fins é zero. Isto elimina da análise a característica da terra como bem ativo. Ou seja, se nenhuma produção ocorrer no ano t (em conseqüência, digamos, de falta de procura), o aluguel da terra deverá ser zero nesse ano, e o preço da terra será o mesmo, salvo atualizações, nos anos t e $t + 1$.

O estudo é organizado como segue: no item 2, examina-se o modelo Solow-Swan; no item 3, discute-se o modelo de crescimento ótimo; o item 4 apresenta alguns comentários finais e sugestões para investigação futura.

2. A economia Solow-Swan

Três bens diferentes são incluídos nesta economia. Um bem, Y, que pode ser consumido ou investido; um bem, T, chamado serviços da terra; e a mão-de-obra, L. O bem de consumo é produzido por uma tecnologia que utiliza capital, mão-de-obra e serviços da terra; T é também produzido usando-se capital e uma quantidade fixa e dada de terra que se pressupõe igual a um.[2]

O modelo pressupõe ainda que os serviços da terra diminuem quando Y cresce. Ou seja, à medida que aumenta a produção, a pressão sobre a quantidade

[2] Pode-se conceber este modelo como um modelo de um só agente, um agricultor, que deve decidir quanto investir a cada período e como esse investimento deve ser alocado ao aumento da produção, ou seja, da produção de y, e à produção de serviços da terra.

ou estoque de terra existente reduz a quantidade de serviços que podem ser obtidos. A não ser que ocorra algum investimento, a capacidade produtiva deste fator tornar-se-á desprezível com a expansão da produção. É desta forma que o modelo incorpora a exaustão do solo e as conseqüentes questões de conservação.

Na versão estática, as equações deste modelo são as seguintes:

$$Y = K_1^{\alpha} L^{\beta} T^{\gamma} e^{\eta t} \tag{1}$$

$$T = Y^{-\lambda} K_2^{\rho} \tag{2}$$

$$\frac{\delta Y}{\delta K_1} = r \frac{\delta T}{\delta K_2} \tag{3a}$$

$$\frac{\delta Y}{\delta T} = r \tag{3b}$$

$$K = K_1 + K_2 \tag{4}$$

onde:

K_1 e K_2 são as quantidades de capital aplicadas à produção de Y e de T, respectivamente. Pressupõe-se que elas duram para sempre;

K é a dotação total de capital;

r é o preço do aluguel da terra;

L é a quantidade de mão-de-obra utilizada na produção do bem de consumo;

t indica o tempo e é um número inteiro maior ou igual a zero;

α, β, γ, λ, η e ρ são parâmetros que satisfazem as seguintes condições: a) são todos positivos; b) $\rho<1$; c) $\alpha + \beta + \gamma = 1$.

A equação (1) é a função de produção do bem de consumo Y. A equação (2) descreve a quantidade de serviços da terra produzidos. Para determinado valor de Y, é uma função de produção que apresenta um produto marginal decrescente de K_2.[3] A equação (3a) requer que o produto marginal do capital (em unidades de Y) seja igual nos dois setores. A equação (3b) define o preço de aluguel da terra, e a equação (4) impõe a plena utilização do capital.

As variáveis endógenas são Y, K_1, K_2, T e r, e as variáveis exógenas são K, L e t. O modelo pode ser resolvido como segue:

a) a partir de (3), (4), (1) e (2),

$$K_1 = \theta K_2 \tag{5}$$

onde $\theta = \dfrac{\alpha}{\rho/\gamma}$. Esta relação mostra que a questão alocativa da quantidade de capital que deve ser empregado em cada setor será inteiramente determinada pela tecnologia. Quanto maior a parcela do capital em relação à terra $\frac{\alpha}{\gamma}$ no setor de consumo, maior será o estoque total alocado a esse setor.

[3] Em toda esta análise, presume-se que Y > 0.

Note-se ainda que, dado α/γ, quanto maior for o valor de ρ (isto é, quanto melhor for a tecnologia disponível para fins de conservação), maior será a proporção de K alocada à produção de T. Em outras palavras, θ informa-nos quanto à importância da terra como fator de produção de Y em relação ao capital, bem como sobre a eficácia da tecnologia.

Convém lembrar que λ não aparece em (5). Isto se deve inteiramente ao fato de que ainda estamos num contexto estático, ao passo que λ desempenhará papel fundamental somente na dinâmica desta economia;

b) a partir das equações (4) e (5):

$$K_1 = \frac{\theta}{1+\theta} K \tag{5a}$$

$$K_2 = \frac{1}{1+\theta} K; \tag{5b}$$

c) a partir de (5), (5a), (5b), (1), (2) e (3b):

$$Y = \left\{ \frac{\theta}{(1+\theta)^{\alpha+\rho\gamma}} L^{\beta} K^{\alpha+\rho\gamma} e^{\eta t} \right\}^{\frac{1}{1+\lambda\gamma}} \tag{1'}$$

$$T = \frac{1}{(1+\theta)^{\rho}} Y^{-\lambda} K^{\rho} \tag{2'}$$

$$r = \gamma(1+\theta)^{\rho} \left\{ \frac{\theta^{\alpha}}{(1+\theta)^{\alpha+\rho\gamma}} L^{\beta} K^{\alpha+\rho\gamma} e^{\eta t} \right\}^{\frac{1+\lambda}{1+\lambda\gamma}} . \frac{1}{K^{\rho}} \tag{3'}$$

Isto demonstra que o modelo só admite uma solução. Observe-se que um aumento em K faz aumentar Y e que o seu efeito sobre T é indeterminado. Um aumento em K fará aumentar T se, e somente se, $\rho - \lambda\frac{\alpha+\rho\gamma}{1+\lambda\gamma} > 0$. Esta condição tornará a surgir na análise dinâmica.

A fim de desenvolver a dinâmica desta economia, que é o que nos interessa aqui, supomos que

$$\dot{K} = sY \tag{6}$$

$$\dot{L} = \epsilon L \tag{7}$$

onde $\dot{K}$ e $\dot{L}$ são as derivadas de K e L, respectivamente, em relação ao tempo. A equação (6) postula que a poupança é uma proporção constante do PNB, com $0 < s < 1$. A equação (7) nos diz que a taxa de crescimento do contingente de mão-de-obra é constante.

As equações (6), (7) e (1') podem ser combinadas para nos dar

$$\dot{K} = s\, m e^{\mu t} K^{\delta} \tag{8}$$

onde:

$$m = \left\{ \frac{\theta^{\alpha}}{(1+\theta)^{\alpha+\rho\gamma}} L_0^{\beta} \right\}^{\frac{1}{1+\lambda\gamma}}$$

$$\delta = \frac{\alpha + \rho\gamma}{1+\lambda\gamma}$$ [4]

$$\mu = \frac{\eta + \beta\epsilon}{1+\lambda\gamma}$$

e L_0 é a força de trabalho em t = 0.

A solução da equação diferencial (8) é: [5]

$$K(t) = \left\{ K_0 + (e^{\mu t} - 1) \frac{(1-\delta)}{\mu} s\, m \right\}^{\frac{1}{1-\delta}} \tag{9}$$

onde $K_0 = K(0)^{1-\delta}$ sendo K (0), por hipótese, positivo.

Da equação (9) é possível obter a taxa de crescimento proporcional de K (indicada por $\hat{K}$):[6]

$$\hat{K}(t) = \frac{\mu s m}{sm(1-\delta) + e^{-\mu t}(\mu K_0 + sm(1-\delta))} \tag{10}$$

e segue-se que

$$\hat{K}^* = \lim_{t \to +\infty} K(t) = \frac{\mu}{1-\delta} = \frac{\eta + \beta\epsilon}{\beta + \gamma(1-\rho+\lambda)}$$

o que indica que a taxa de crescimento do estoque de capital converge para um li-

---

[4] $\delta < 1$, uma vez que $(\rho - 1 - \lambda) < 0$, donde $(\rho - \lambda)\gamma < \beta$ e, portanto, $(\rho - \lambda)\gamma < 1 - \alpha$, o que finalmente implica a desigualdade desejada.

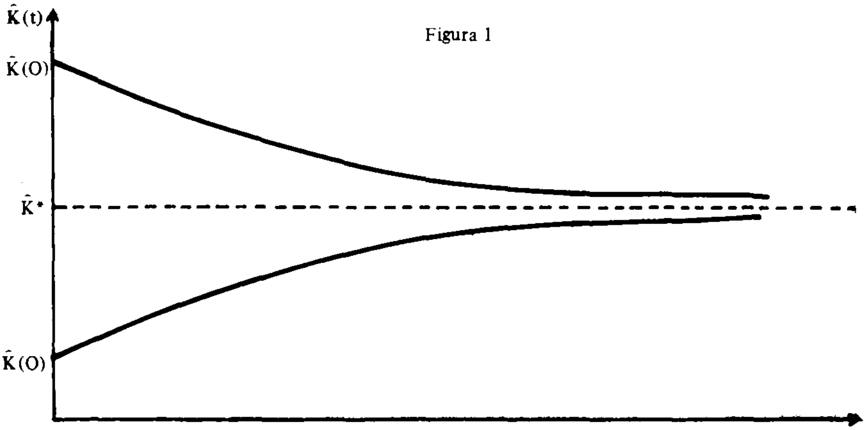
[5] Para resolver a equação (8), seja $\dot{z}(t) = K(t)^{1-\delta}$. Multipliquem-se ambos os lados por $(1-\delta)K^{-\delta}$ e note-se que $\dot{z} = (1-\delta)\, s\, m\, e^{\mu t}$.

[6] Daqui por diante, o sinal $\hat{}$ sobre uma variável x indica sua taxa proporcional de crescimento, isto é, $\hat{x} = \frac{\dot{x}}{x}$.

mite finito, ou seja, a longo prazo, o estoque de capital cresce a uma taxa constante.[7]

Uma das propriedades deste modelo é que a convergência de $\hat{K}(t)$ para $\hat{K}^*$ é monotônica. Isto é, se $\hat{K}(0) > \hat{K}^*(\hat{K}(0) < \hat{K}^*)$, a taxa de acumulação de capital diminui (aumenta) constantemente até atingir o valor de longo prazo. Convém notar que $\hat{K}(0) = \frac{sm}{K_0}$, o que significa que as economias bem dotadas de capital em seus períodos iniciais terão uma acumulação de capital muito baixa nos estágios iniciais. Mais tarde, essa taxa aumentará até tornar-se igual a $\hat{K}^*$. A figura 1 mostra as duas trajetórias típicas de $\hat{K}(t)$.

Figura 1



É claro que $\hat{K}^*$ independe do coeficiente de poupança, característica que o modelo tem em comum com o modelo original de Solow. Contudo, a trajetória que converge na direção do estado de equilíbrio depende de s. Quanto maior for o coeficiente de poupança, maior será o valor de $\hat{K}(t)$ para qualquer valor finito de t, a não ser que $\hat{K}(0) = \hat{K}^*$.

Podemos agora calcular a taxa de crescimento de Y, bem como o seu comportamento no limite. Da equação (1'), segue-se que

$$\hat{Y}(t) = \mu + \delta \hat{K}(t) \tag{11}$$

---

[7] Se fizermos $k(t) = e^{-\frac{\mu}{1-\delta}} k(t)$, segue-se então de (9) que

$$k(t) = \left\{ e^{-\mu t} K_0 + (1 - e^{-\mu t}) \frac{1-\delta}{\mu} sm \right\}^{\frac{1}{1-\delta}}$$

e, portanto,

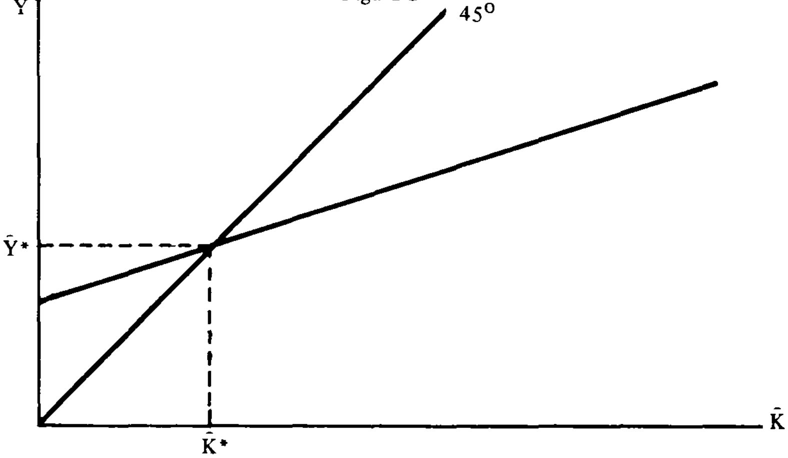
$$k^* = \lim_{t \to +\infty} k(t) = \left\{ \frac{(1-\delta)}{\mu} sm \right\}^{\frac{1}{1-\delta}}$$

e, portanto

$$\hat{Y}^* \equiv \lim_{t \to +\infty} Y(t) = \mu + \delta \hat{K}^* = \frac{\mu}{1 + \delta}$$

A figura 2 mostra a relação representada por (11). É evidente que, para uma economia pouco dotada de capital em t = 0, isto é, $\hat{K}(0) > K^*$, o capital crescerá mais depressa que o produto nos primeiros estágios, e a relação produto/capital será decrescente. Naturalmente, o oposto ocorrerá se $\hat{K}(0) < \hat{K}$.[8]

Figura 2



Passamos agora ao aspecto central da análise: o comportamento da taxa de crescimento de T e seu valor no estado de equilíbrio. Das equações (2') e (11), tem-se.

$$\hat{T}(t) = \lambda\mu + (\rho - \lambda\delta)\,\hat{K}(t) \tag{12}$$

e também

$$\hat{T}^* \equiv \lim_{t \to +\infty} \hat{T}(t) = (\rho - \lambda)\,\frac{\mu}{(1 - \delta)}$$

Fica imediatamente claro que, se $\rho - \lambda\delta < 0$, $\hat{T}(t) < 0$ para qualquer valor de t, contanto que $\hat{K}(t) \geqslant 0$.[9] Nesta situação, há uma incompatibilidade entre a tecnologia existente para a conservação do solo e o crescimento econômico. Nessa condição de inadequação de tecnologia, não há muito a fazer mediante investimentos para melhorar o solo. O único caminho a seguir é a utilização de melhores

[8] Pode-se verificar que $\left(\frac{Y}{K}\right)^* = \lim_{t \to +\infty} \frac{Y(t)}{K(t)} = \frac{\mu}{s(1 - \delta)}$

[9] O que, naturalmente, se aplica a este modelo.

tecnologias que reduzam esta limitação, permitindo mudanças nos coeficientes. Em particular, baixos valores de λ e α e, naturalmente, altos valores de ρ são associados como valores mais elevados de $\rho - \lambda\delta$ o que, por sua vez, significa que as restrições mencionadas poderão ser menos restritivas.

Quando α é grande, por exemplo, a economia não depende tanto da base de terra para manter seu crescimento. Este efeito, porém, é exagerado neste modelo, em virtude das amplas possibilidades de substituição entre terra e capital permitidas pela tecnologia. De qualquer forma, este efeito chama atenção para o fato de que os agricultores podem, com razão, preferir investir em tecnologia de produção capital-intensiva, em vez de alocar mais capital para conservação do solo, dada a natureza das técnicas a seu dispor. A observação de que a agricultura moderna é um empreendimento capital-intensivo deixa claro que tal possibilidade talvez seja mais que uma mera curiosidade; talvez o cerne do debate da conservação esteja exatamente aqui.

Outro aspecto das questões levantadas em torno do debate da conservação surge quando examinamos a natureza diferente de ρ e λ. Tanto um alto valor de ρ como um pequeno valor de λ são desejáveis do ponto de vista de manutenção do solo. No entanto, os dois têm a ver com questões muito diferentes. De um lado, λ reflete a verdadeira situação em relação às práticas de cultivo em uso corrente e a estrutura e profundidade do solo. Por outro lado, ρ reflete as possibilidades oferecidas por novos investimentos para a redução dos níveis de perdas de solo em virtude das práticas correntes. É evidente que se devem adotar estratégias diferentes para lidar com λ e ρ. Enquanto o primeiro pode ser reduzido mediante difusão de informações sobre melhores práticas (considerando-se dadas, aqui, as características do solo), os efeitos neutralizantes permitidos por ρ só podem tornar-se efetivos se for feita uma avaliação econômica da decisão de investimento. Acontece que as propostas dos conservacionistas concentram-se basicamente no primeiro tipo, uma vez que os fatores econômicos são geralmente ignorados. Não obstante, trata-se de uma dimensão realmente importante do problema, a qual, se adequadamente considerada, pode melhorar as perspectivas de crescimento a longo prazo. Antes de explorarmos este ponto mais a fundo, é necessário mencionar o fato de que a maioria das tecnologias existentes, senão todas, para lidar com a erosão dos solos são extremamente capital-intensivas, e não se pode esperar que elas sejam adotadas em face de um coeficiente custos/benefícios desfavorável.

Com relação à taxa de crescimento, a longo prazo, da produção de Y, é possível deduzir certas relações interessantes entre λ e α. Dada uma meta $\hat{Y}^* = k$, é possível atingir essa taxa com diferentes combinações destes dois parâmetros. Contudo, altos valores de λ podem exigir valores irrealisticamente altos de α para manter esse nível de crescimento. Para verificarmos este fato de maneira mais formal, lembramos que o valor de $\hat{Y}^*$ é

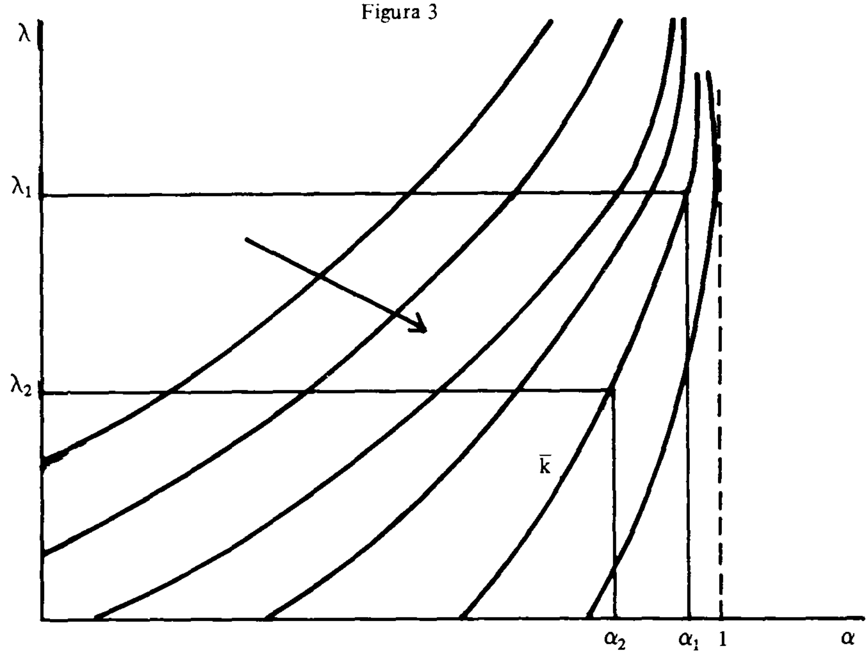
$$k = \frac{\eta + \beta\epsilon}{(1 - \alpha) + \gamma(\lambda - \rho)}$$

Para simplificar a apresentação, suponhamos que $\beta = 0$. Temos então uma função $\lambda = \lambda(\alpha)$ determinada por essa equação, dados η e ρ. Mais explicitamente, temos

$$\lambda = \frac{\eta}{k(1 - \alpha)} + (\rho - 1)$$

Esta relação é ilustrada pela figura 3 para vários níveis de k. As curvas mais distanciadas da origem na direção da seta representam um nível mais elevado de crescimento a longo prazo. Verifica-se pela figura que, com $\lambda = \lambda_1$, só será possível atingir uma taxa de crescimento de k se o valor de α for muito próximo de 1, α_1 na figura. Por outro lado, para $\lambda = \lambda_2$, essa mesma taxa de crescimento de k poderá ser atingida com um valor menor de α, α_2. Em outras palavras, a presente análise realça o fato de que uma tecnologia de produção capital-intensiva pode nem sempre compensar a má qualidade das práticas agrícolas ou as más características do solo vigentes num dado momento. Além disto, sob a condição $\rho - \lambda\delta < 0$, uma tecnologia capital-intensiva talvez seja a única alternativa viável de crescimento auto-sustentado.

Figura 3



Tendo examinado longamente a natureza da limitação tecnológica imposta pela condição mencionada, passamos agora à premissa de que $\rho - \lambda\delta > 0$. Neste caso, há uma relação positiva entre acúmulo de capital e a taxa de crescimento dos serviços da terra. Isto permite a consideração de um maior número de alternativas tecnológicas de conservação; isto é, inclui aquelas práticas que exigem investimentos para sua utilização.

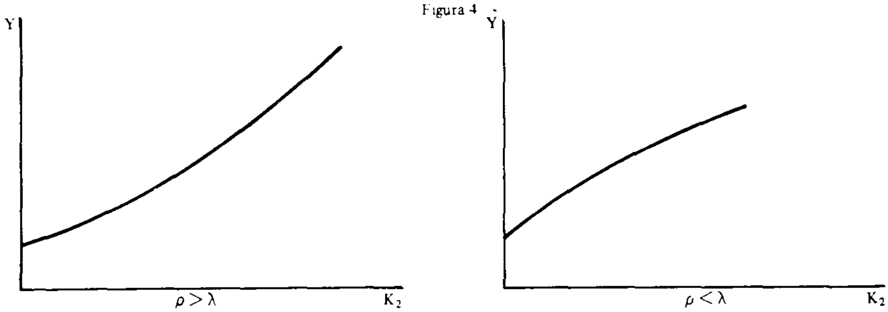
É evidente, porém, que nem mesmo esta premissa é suficiente para garantir que $\hat{T}^* > 0$. O nível de crescimento dos serviços da terra a longo prazo será negativo ou positivo, dependendo de se $\rho > \lambda$ ou $\rho < \lambda$. Isto, por sua vez, focaliza o problema da tecnologia num contexto diferente. Trata-se agora de comparar a possibilidade de o capital compensar os efeitos resumidos por λ e discutidos anteriormente.

Para esclarecer a natureza do problema em questão, examinemos as combinações de Y e K_2 que produzem uma dada quantidade de T (equação 2), ou seja, isoquantas de T. Observa-se facilmente o seguinte:

a) $\dfrac{dY}{dK_2} = \dfrac{Y}{K_2} \; \dfrac{\rho}{\lambda}$, isto é, dado $T = \bar{T}$, há uma relação positiva entre as combinações de Y e K_2 que produzem esse nível;

b) $\dfrac{d^2Y}{dK_2^2} = \dfrac{\rho Y}{\lambda K_2^2} \left(\dfrac{\rho}{\lambda} - 1 \right)$, isto é, dado $T = \bar{T}$, a relação entre Y e K_2 será convexa ou côncava, dependendo de se $\rho \gtrless \lambda$, como se vê pela figura 4.

Figura 4



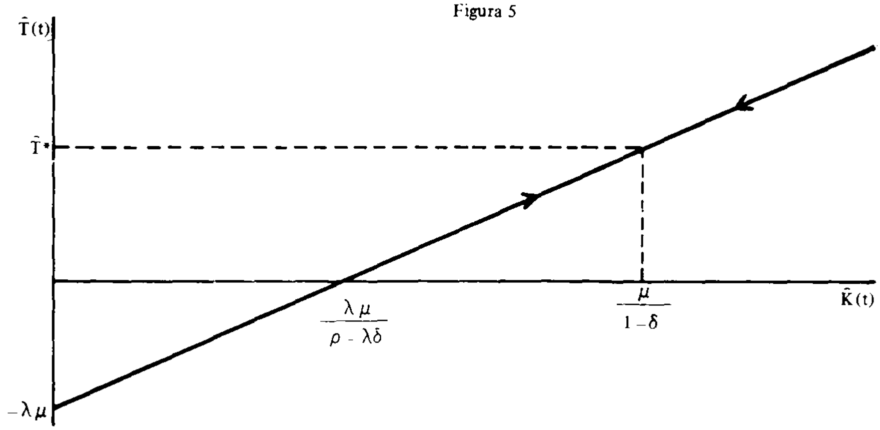
No caso de $\rho > \lambda$, temos uma situação na qual é difícil anular os aumentos de Y (de modo a manter T constante) com baixos níveis de capital. À medida, porém, que cresce o estoque de capital, as coisas ficam mais fáceis, e pequenos investimentos adicionais resultarão em uma grande produção adicional. Naturalmente, ocorrerá o oposto se $\rho < \lambda$.

Levaremos adiante a análise supondo $\rho > \lambda$. Isto porque não desejamos que a tecnologia elimine, de início, a possibilidade de conservação. Além disto, não parece inadequado conceber as tecnologias de conservação à base de capital da forma sugerida por esta premissa. Ademais, grande parte do que faremos nas páginas seguintes não depende da diferença $\rho - \lambda$, exceto para o valor de $\hat{T}$ a longo prazo. Em particular, toda a discussão das trajetórias de convergência independe dela.

A relação entre $\hat{K}(t)$ e $\hat{T}(t)$ é ilustrada adiante (equação 12), na figura 5. Mais uma vez, temos uma situação na qual o montante inicial de capital determina a trajetória convergente. Para economias bem-dotadas (aquelas nas quais

$\hat{K}(0) < \hat{K}^*$), o modelo prevê valores crescente da taxa de variação de T que convergem para $\hat{T}^*$. O oposto ocorrerá em economias pouco dotadas de capital (nas quais $\hat{K}(0) > \hat{K}^*$).

Figura 5



Não é difícil chegar a uma compreensão intuitiva dessas trajetórias. Numa economia pouco dotada, os níveis de produção são baixos e, portanto, pequenas quantidades de capital produzem altos níveis de serviços da terra. Como o processo de acumulação é forte inicialmente e perde sua força à medida que o tempo passa, a taxa de variação dos serviços da terra diminui até que atinge $\hat{T}^*$.

É importante saber, porém, que a cada momento no tempo há uma quantidade ótima de conservação. Portanto, não é viável nem desejável reduzir a exaustão (ou aumentar a conservação) do solo mediante tecnologias baseadas em capital. Isto é, toda esta questão deve ser concebida no contexto das limitações econômicas e tecnológicas encaradas pelos agentes. O reconhecimento deste fato deve levar-nos a ser mais cuidadosos quanto aos resultados a serem esperados das medidas que formulamos.

Por exemplo, suponhamos que, na presença de alguma externalidade,[10] o governo decide aumentar o nível de conservação que vem sendo observado no momento. É claro que, se já se atingiu algum valor mínimo viável de λ, o governo terá de alterar a lucratividade dos investimentos dos agricultores na terra mediante certas medidas fiscais. Sem isto e sem investimentos a longo prazo em tecnologia, não se deve esperar qualquer grau substancial de sucesso da política.

Para encerrar este item, duas considerações são ainda necessárias. A primeira tem a ver com o papel da taxa de poupança. Uma vez que a taxa de crescimento do capital a longo prazo é independente desse coeficiente, $\hat{T}^*$ também o é. Contudo, quanto maior for s, maior será o nível de acumulação de capital e também a taxa

[10] A questão das externalidades tem papel importante na literatura da conservação de solos. Nesta análise, evitamos este aspecto do problema, que é muito importante.

de variação da produção dos serviços da terra para qualquer valor finito de t, contanto que $\hat{K}(0) \neq \hat{K}^*$.

O segundo comentário tem a ver com o comportamento do aluguel da terra r. Das equações (3') e (7), segue-se que:

$$\hat{r} = \mu (1 + \lambda) + (\delta (1 + \lambda) - \rho) \hat{K}$$

e que

$$\hat{r}^* \equiv \lim_{t \to +\infty} r(t) = \frac{\mu}{1 - \delta} (1 + \lambda - \rho)$$

Portanto, a relação entre a taxa de variação do aluguel da terra e da acumulação de capital depende do sinal de $\delta (1 + \lambda) - \rho$. Contudo, qualquer que seja o sinal desse coeficiente, teremos um aluguel de terra crescente no estado estacionário.

3. Crescimento econômico ótimo

Neste item, mantemos a mesma tecnologia de antes. A principal diferença aqui é que as preferências entram explicitamente no modelo, e elas, juntamente com a tecnologia, endogenamente determinam a poupança.

Supomos que as preferências podem ser representadas pela seguinte função utilidade:

$$U(\tilde{C}) = \frac{\tilde{C}^{1-\tau}}{1 - \tau}, \quad \Gamma \neq 1$$

onde $\tilde{C}$ representa o consumo e τ é um parâmetro.[11] Esta função tem a propriedade de que a elasticidade da utilidade marginal é constante e igual a τ.

O problema estudado e resolvido neste item é o seguinte:

$$\max_{\tilde{C}(t)} \int_0^\infty U(\tilde{C}(t))\, e^{-gt}\, dt$$

$$C/\dot{K}(t) = Y(t) - \tilde{C}(t)$$

$$\tilde{C}(t) \geqslant 0$$

$$K(t) \geqslant 0$$

$$K(0) > 0 \text{ dado}$$

onde as variáveis são definidas como antes, $g > 0$ é a taxa de desconto, e a produ-

---

[11] Quando $\Gamma = 1$, esta função reduz-se à função logaritmo.

ção é dada por (1'), equação que, levando em conta a premissa de aumento populacional constante (aqui adotada), pode ser escrita sob a forma:

$$Y(t) = me^{\mu t} K(t)^{\delta} \qquad (1'')$$

sendo os parâmetros definidos como no item 2.

Para resolver o problema, há necessidade de fazer certas transformações. Estas são necessárias porque *t* aparece explicitamente na função da produção e também porque esta não é homogênea de grau um.[12]

Seja

$$k(t) = e^{-\tau t} K(t)$$

onde $\tau = \dfrac{\mu}{1-\delta}$ · Da equação (1''), segue-se que

$$Y(t) = me^{\tau t} k(t)^{\delta}$$

e, por conseguinte,

$$\dot{k}(t) = mk(t)^{\delta} - \tau k(t) - e^{-\tau t} \tilde{C}(t).$$

Finalmente, fazendo-se

$$c(t) = e^{-\tau t} \tilde{C}(t)$$

obtemos

$$U(\tilde{C}(t) = e^{\tau(1-\tau)t} u(c(t))$$

e, portanto, chegamos ao problema seguinte, equivalente ao problema inicial:

$$\underset{c(t)}{\text{Max}} \int_0^{\infty} e^{-ht} U(c(t))\, dt$$

$$\begin{aligned} C/\dot{k}(t) &= mk(t)^{\delta} - \tau k(t) - c(t) \qquad (P) \\ c(t) &\geqslant 0 \\ k(t) &\geqslant 0 \\ k(0) &> 0 \text{ dado} \end{aligned}$$

---

[12] Estas transformações seguem de perto as de Arrow & Kurtz (1970), especialmente nas pp. 22-3 e 85-6.

onde $h = g - \tau(1 - \tau\Gamma)$.

Se há uma solução para (P), será uma solução interior para a maioria dos valores dos parâmetros.[13] As condições necessárias, a serem satisfeitas ao longo da trajetória ótima, são as seguintes:

$$\frac{\partial}{\partial c} H(c, k, p) = c^{-\tau} - p = 0$$

$$\dot{p} = -\frac{\partial}{\partial K} H(c, p, k) + ph = p(g + \Gamma\tau) - p^{\delta} m k^{\delta - 1}$$

onde $H(c, k, p) = U(c) + p\{mk^{\delta} - \tau k - c\}$ é o Hamiltoniano, e p é um multiplicador não-negativo (o preço-sombra do capital).

O seguinte sistema de equações

$$\dot{k} = mk^{\delta} - \tau k - c \tag{13}$$

$$\dot{p} = p\{(g + \Gamma\tau)\} - \delta m k^{\delta - 1}\} \tag{14}$$

$$p = c^{-\Gamma} \tag{15}$$

descreve as trajetórias ótimas (se existe uma) de k, p e c. Um estado estacionário deste sistema é um vetor $(k^{\infty}, c^{\infty}, p^{\infty})$ tal que $\dot{k} = \dot{p} = 0$. Resolvendo as equações (18), (14) e (15) para estes valores, obtemos[14]

$$k^{\infty} = \left(\frac{\delta m}{g + \Gamma\tau}\right)^{\frac{1}{1-\delta}}$$

$$p^{\infty} = \left(\frac{\delta}{k^{\infty}\{g + \tau(\Gamma - \delta)\}}\right)^{\Gamma}$$

$$c^{\infty} = \frac{k^{\infty}\{g + \tau(\Gamma - \delta)\}}{\delta}$$

Passemos agora ao diagrama de fase do sistema de equações diferenciais apresentado. Fazendo $\dot{k} = 0$ em (13), obtém-se $p = p(k)$, função esta que tem as seguintes propriedades:

---

[13] Não faremos aqui uma análise formal deste ponto. Como logo ficará evidente, supondo-se $g + \tau(\Gamma - \delta) > 0$, a solução interna é garantida.

[14] Note-se que p^{∞} é bem definido para qualquer valor de $\Gamma > 0$ se $g + \tau(\Gamma - \delta) > 0$. Isto garante também que $c^{\infty} > 0$.

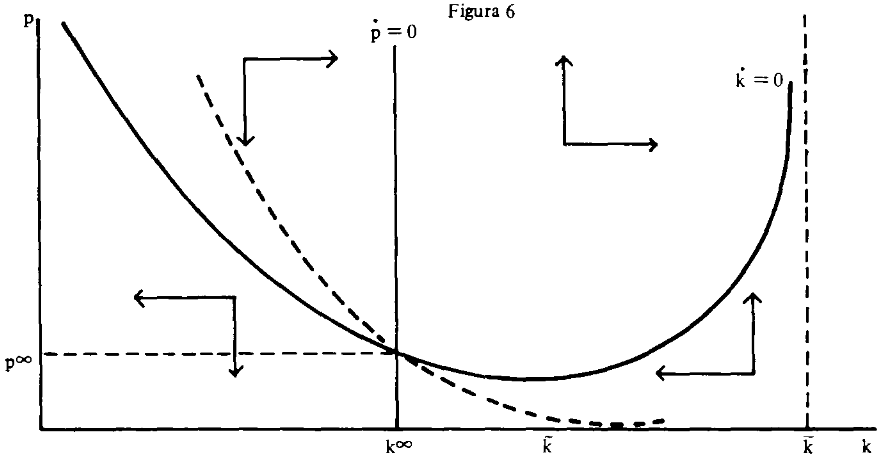
a) tem um mínimo em

$$\tilde{k} = \left(\frac{m\delta}{\tau}\right)^{\frac{1}{1-\delta}}$$

b) tem duas assíntotas: uma em k = 0 e outra em $\bar{k} = \left(\frac{m}{\tau}\right)^{\frac{1}{1-\delta}}$

A figura 6 mostra as curvas $\dot{k} = 0$ e $\dot{p} = 0$. As setas indicam a direção tomada por cada variável naquela região específica. Pode-se demonstrar que só existe uma trajetória (representada aqui pela linha pontilhada) que converge para o estado de equilíbrio do modelo (Arrow & Kurz, 1970, p. 66-70). Além disto, se $h > 0$, esta é a solução ótima de (P) (Arrow & Kurz, 1970).

Figura 6



No estado estacionário, que é o limite para o qual *k*, *p* e *c* convergem ao longo da trajetória ótima, temos então

$$K(t) = e^{\tau t}\, k^{\infty}$$

$$Y(t) = me^{\tau t}\, (k^{\infty})^{\delta}$$

$$\tilde{C}(t) = e^{\tau t}\, c^{\infty}$$

Portanto, como antes, K, Y e $\tilde{C}$ aumentarão todos à taxa τ no estado de equilíbrio. Note-se ainda que a propensão marginal a poupar será constante e igual a $\frac{\tau\delta}{g + \tau\Gamma}$. Além disto, se lembrarmos k^* do modelo Solow-Swan (de-

finido na nota 7), será fácil verificar que, quando se tem s com o valor acima, obtém-se $k_\infty = k^*$.

De modo geral, porém, toda a análise do estado de equilíbrio que fizemos antes se aplica a este modelo de crescimento ótimo. Não obstante, nada no modelo Solow-Swan garante que o k_∞ ótimo será atingido no estado estacionário.

4. Comentários finais

Este estudo procura estabelecer uma estrutura para a análise de várias questões ligadas à economia da conservação de solos. Muito pouca análise econômica foi feita até hoje sobre estas questões, e a maior parte do debate político não dá a devida atenção aos tipos de limitações econômicas encaradas pelos agentes.

O método aqui adotado foi o da teoria do crescimento *à la* Solow-Swan. Isto se deve à simplicidade analítica deste modelo, que nos permitiu obter soluções explícitas na maioria das circunstâncias. Além disto, estes exercícios esclarecem vários aspectos importantes do problema.

Contudo, várias extensões podem ser incorporadas ao estudo. Apesar da possibilidade de algum envolvimento com tecnicalidades matemáticas, algumas delas podem ser realmente úteis. Por exemplo, a consideração explícita da natureza de bem ativo da terra e a conseqüente consideração das expectativas referente a futuros preços da terra pode ser um desses casos. Em particular, na análise anterior, o preço da terra aumenta sem limite (uma vez que são os próprios valores atuais do aluguel da terra que tendem para mais infinito), fato que pode não ocorrer num modelo mais completo que exiba mais explicitamente as condições de arbitragem entre os vários ativos considerados. Neste contexto, podemos também encontrar dificuldades mais fundamentais com o mecanismo competitivo na obtenção de alocações eficientes.[15]

Outro tipo de extensão que certamente será interessante explorar é a consideração de um processo mais sofisticado de produção de serviços da terra – por exemplo, incluindo-se parâmetros do solo, tais como profundidade e quantidade de perdas de solo por unidade de terra, na equação que determina a quantidade dos serviços da terra a cada momento do tempo.[16]

Apesar das limitações, o modelo desenvolvido neste estudo leva a conclusões interessantes. Entre elas, mencionaremos as seguintes:

1. Mesmo permitindo, como o modelo o faz, a substituição entre capital e serviços da terra na produção, taxas muito elevadas de exaustão do solo (refletidas em altos valores de λ) podem levar a baixas taxas de crescimento de capital e de produção a longo prazo.

---

[15] Estes problemas são bastante examinados na teoria dos recursos esgotáveis. Ver Stiglitz (1974*a*, 1974*b*) e Dasgupta & Heal (1979).

[16] Isto foi feito num contexto algo semelhante por McConnell (1983). Contudo, os dois modelos são diferentes e uma análise específica deste tipo é desejável no modelo Solow-Swan.

2. Pode haver ou uma relação de complementaridade entre o acúmulo de capital e a conservação do solo ou o oposto. Este último caso, que geralmente ocorre quando as tecnologias de conservação não são adequadas, comportar-se-á como mecanismo de indução para a adoção de tecnologias mais capital-intensivas para a produção do bem de consumo. Isto será tão mais importante quanto mais fácil for obter esse tipo de tecnologia em comparação com as tecnologias de conservação.
3. Existe um nível ótimo de tecnologias de conservação (aquelas que exigem investimento) a cada momento. Qualquer tentativa de ir além desse nível exigirá medidas que aumentem o retorno privado decorrente da conservação.
4. Finalmente, a análise nos permitirá, de fato, calcular o comportamento das variáveis do modelo ao longo do tempo. A partir de estimativas dos vários parâmetros, pode-se realmente determinar quais são as trajetórias e qual é o comportamento da economia a longo prazo.

Referências bibliográficas

Arrow, Kenneth J. & Kurz, Mordecai, *Public investment*; the rate of return and optimal fiscal policy. Baltimore, Johns Hopkins University Press, 1970.

Brandão, Antônio Salazar P. *Uma avaliação econômica do plantio direto*. Rio de Janeiro, Escola de Pós-Graduação em Economia (EPGE) da Fundação Getulio Vargas, out. 1981. mimeogr.

Dasgupta, P.S. & Heal, G.M. *Economic theory and exhaustible resources*. Cambridge, Cambridge University Press, 1979.

McConnell, Kenneth E. An economic model of soil conservation. *American Journal of Agricultural Economics, 65*(1), Feb. 1983.

Solow, R.M. Technical change and the aggregate production function. *Review of Economics and Statistics, 39*, 1957.

Stiglitz, J. Growth with exhaustible natural resources: the competitive economy. *Review of Economic Studies, 41*(125), Jan. 1974*a*.

————. Growth with exhaustible natural resources: efficient and optimal growth paths. *Review of Economic Studies, 41*(125), Jan. 1974*b*.

Swan, T. Economic growth and capital accumulation. *Economic Record, 52*(63), Nov. 1956.