A demanda de dividendos: uma justificativa teórica*

Tommy Chin-Chiu Tan **
Sérgio Ribeiro da Costa Werlang***

A demanda de dividendos em um ambiente no qual sobre estes incidem mais impostos do que sobre os ganhos de capital é discutida. A motivação básica para tal fato é que os acionistas são incapazes de certificarem-se de que os lucros retidos serão reinvestidos pelos diretores da melhor maneira possível. Neste artigo discute-se o caso geral onde o diretor é avesso ao risco, mas resolve-se apenas o caso onde este possui aversão ao risco constante, por simplicidade.

1. Introdução

O paradoxo da demanda de dividendos é, até a presente data, um problema econômico que não possui solução teórica satisfatória. Este paradoxo consiste no seguinte: por que os acionistas exigem o pagamento de dividendos, sobre os quais incide o imposto de renda, quando estes podem ser reinvestidos, de modo a aumentar o valor de mercado da firma, onde o imposto incidente é baixo.

As justificativas para tal fato são diversas. Miller & Scholes (1978) tentam argumentar que, no caso norte-americano, as leis permitem que este problema seja contornado. Porém, mais tarde, Miller & Scholes (1982) mostram que as hipóteses básicas do artigo anterior não são verificadas nos EUA.

Soluções mais heterodoxas, como por exemplo Shefrin & Statman (1984), tentam explicar esta demanda de fatores que implicam a invalidade do princípio da utilidade esperada. Isto, por si só, não representa problema muito grande: sabe-se que em várias instâncias este princípio é violado. Ocorre, porém, que a explicação baseia-se, justamente, em um desvio muito pronunciado deste padrão de comportamento, fato pouco aceito pela maioria da comunidade econômica.

Por outro lado, Bhattacharya (1979) argumenta que dividendos funcionam como uma maneira de a firma sinalizar ao mercado a sua lucratividade esperada. A idéia fundamental é que os diretores têm mais informação sobre esta lucrativi-

* Os autores agradecem a Daniel Valente Dantas pela discussão da idéia básica do problema.
** Da Chicago Business School, University of Chicago.
***Do Impa (Instituto de Matemática Pura e Aplicada) e EPGE/FGV. O autor agradece a ajuda financeira recebida do CNPq.

dade que os acionistas. Este modelo é muito interessante e certamente contém parte da verdade. Contudo, é extremamente implausível que o diferencial de informação sobre as perspectivas de lucro de empresa, entre diretores e acionistas, seja o único responsável pela existência de dividendos. De fato este modelo é perfeitamente compatível com o aqui apresentado. A situação de complementaridade entre este ponto de vista e o presente artigo é semelhante à da educação: vê-se-a como fator de aumento do capital humano como Becker (1964) e como sinalizadora da capacidade de trabalho do empregado, como Spence (1974).

A alternativa que se ataca neste trabalho é a de que, no mundo moderno, os acionistas e diretores de empresas são pessoas distintas. Ou pelo menos estes não possuem a totalidade das ações da firma. Dado este fato, passa a haver o problema de como o lucro retido deve ser reinvestido. Claramente pode ser melhor para os diretores investir em salas melhores, mais secretárias, ou mesmo desviar parte dos lucros para contas bancárias particulares.

É óbvio que tais investimentos improdutivos serão tão maiores quanto maior for a incapacidade de verificação do destino dos lucros retidos pelos acionistas.

O item 2 cuida do modelo teórico em geral. Entre os pontos importantes há um resultado geral da teoria de informação assimétrica, chamado o "Princípio da Revelação da Verdade". De posse deste resultado desenvolve-se o problema geral.

No item 3 resolve-se-o para o caso de aversão ao risco constante dos diretores. Embora este caso seja muito particular, pode-se ver, perfeitamente, que, com impostos não muito altos, a demanda de dividendos existe. O item 4 conclui o trabalho.

2. O modelo: descrição

Neste modelo vai-se supor apenas uma única firma, com um acionista e um diretor apenas. Este não possui nenhuma parte da firma. Os resultados aqui apresentados seriam igualmente válidos caso o administrador possuísse parte das ações, desde que esta não seja a maioria absoluta das mesmas. O acionista está interessado somente no valor de mercado da firma. Supor-se-á a existência de um único bem: o capital e o produto são indistinguíveis. Assim um aumento do valor de mercado da firma corresponde a um ganho de capital para o acionista. É claro que se pode argumentar que não há direito de recesso de uma empresa, ou seja, quando um acionista decide desfazer-se de sua parte no patrimônio da firma, este não pode fazê-lo de imediato. Contudo, isto não é central no modelo. De fato, como os acionistas da empresa são vistos de modo agregado, não há sentido em "vender" sua parte: isto representa apenas uma distribuição da renda da economia. Olha-se para a firma como um todo: seu valor de mercado como representando o valor presente dos fluxos futuros de valor adicionado por ela gerados na economia.

Por hipótese o valor de mercado no início do período é V. Parte deste valor, P, é composta de encaixes, em moeda, correspondente aos lucros líquidos obtidos no período anterior. Esta quantia P destina-se a dois propósitos básicos: parte será

reinvestida na firma com o propósito de aumentar seu valor de mercado e parte será destinada ao acionista como dividendos.

Seja α um número entre zero e um, a fração de P que o acionista exige em forma de dividendos. Por hipótese sobre estes incide um imposto t. Também supõe-se que são investidos a uma taxa de juros i sem risco, que é indisponível no mercado.

A fração restante, $(1-\alpha)P$ é dada ao diretor para que este reinvista em um projeto que dá um retorno aleatório líquido $\tilde{r} \geqslant 0$ por unidade monetária investida, cuja distribuição de probabilidade é conhecida. O diretor, de posse desta soma, pode apropriar-se indevidamente (ou reinvestir improdutivamente) de uma fração da mesma. Supõe-se, por simplicidade, que esta fração, $\beta(1-\alpha)P$, seja aplicada à taxa de juros sem risco i. O restante, $(1-\beta)(1-\alpha)P$, dará ao fim do período um retorno líquido $(1-\beta)(1-\alpha)P\tilde{r}$. Este é o único valor que pode ser observado por acionista e diretor. Assim, se $\alpha < 1$, caso o diretor escolha $\beta = 1$ o acionista percebe facilmente, já que o retorno líquido seria zero. O diretor, portanto, tem seu desempenho medido pelo valor observado do retorno líquido. Designe por $W(R_L)$, onde R_L é o retorno líquido ao reinvestimento, dado pela variável aleatória $(1-\beta)(1-\alpha)\tilde{r}P$, o salário do diretor.

Assim o valor da firma no fim do período é:

$$V - P + (1-t)(1+i)P + (1-\beta)(1-\alpha)\tilde{r}P - W((1-\beta)(1-\alpha)\tilde{r}P)$$

Vai-se supor que o acionista é neutro ao risco, caso contrário o reinvestimento, sendo de retorno aleatório, seria uma aplicação com risco, e o acionista tenderia a diversificar (caso $E\tilde{r} > 1+i$), demandando dividendos trivialmente. Quer-se mostrar que, mesmo que o acionista seja indiferente em relação ao risco, este demandará dividendos ainda que $t > 0$.

O diretor, dados α e $W(.)$, escolherá o nível ótimo de apropriação indevida $0 < \beta < 1$ que maximiza o valor esperado da utilidade de sua renda ao fim do período:

$$Eu(\beta(1-\alpha)(1+1)P + W(1-\beta)(1-\alpha)\tilde{r}P))$$

onde u é a sua função de utilidade da renda. Dado β como função de α e $W(.)$ indicado como $\beta(\alpha)$, o acionista escolhe α e $W(.)$ que maximizem a esperança matemática do valor da firma do período:

$$V - P + \alpha(1-t)(1+i)P + (1-\beta)(1-\alpha)E\tilde{r}P - EW((1-\beta)(1-\alpha)\tilde{r}P)$$

Estes problemas de informação assimétrica, onde uma parte tem dificuldades de verificar o comportamento da outra parte, são chamados problemas de azar moral. O acionista não pode monitorar de maneira perfeita o diretor, de modo que este, por sua vez, tem um incentivo para não se comportar de acordo com o que foi determinado. Assim o acionista tem que levar isto em consideração quando escolhe um contrato $(\alpha, W(.))$.

Como hipóteses adicionais, suponha: a) que é possível ao diretor ir ao mercado de trabalho e conseguir R_O ao certo (por conseguinte Eu $(\beta\ (1-\alpha)\ (1+i).$ $P + W\ (\ (1-\beta)\ (1-\alpha)\tilde{r}P)\ )\ u(R_O)$; b) que o diretor possua ativos K que podem ser apropriados judicialmente caso este seja flagrado desviando parte do valor destinado ao reinvestimento. Assim $W(.) \geqslant -K$.

O primeiro resultado que se mostra aqui é uma forma do conhecimento "Princípio da Revelação da Verdade". Ele diz que toda vez que um contrato de salário $W(.)$ é escolhido pelo acionista, existe um contrato $\hat{W}(.)$ que dá pelo menos a mesma esperança matemática do valor da firma que $W(.)$ no qual o diretor não tem incentivo para apropriar-se indevidamente de parte dos lucros retidos.

Este resultado é desprovido de implicações morais. Diz, apenas, que é sempre possível que o acionista escolha um contrato dentre aqueles que são tais que o diretor prefere não desviar para si parte do reinvestimento. Portanto, reduz de maneira drástica a dimensão do problema matemático a ser resolvido. Também é importante notar que de modo algum isto quer dizer que a existência do azar moral está resolvida. Isto porque, embora não "minta", o diretor pode fazê-lo em potencial e isto é suficiente para gerar todas as complicações que são observadas no modelo.

Proposição 1 ("Princípio da Revelação da Verdade"):

Suponha $E\tilde{r} > 1 + 1$, seja $(\alpha, W(.))$ um contrato de salário. Então existe $\hat{W}(.)$ um contrato no qual o acionista está pelo menos tão bem quanto no contrato $W(.)$ – ou seja, a esperança matemática do valor da firma sob o contrato $\hat{W}(.)$ é maior ou igual à mesma no contrato $W(.)$, dado o valor de α – no qual o diretor não desvia parte alguma dos lucros retidos.

Demostração: dado α e $W(.)$ seja (α) o valor que maximize a utilidade esperada do diretor ao fim do período:

$\beta\,(\alpha)$ maximiza Eu $(\beta\,(1-\alpha)\,(1+i)\,P + W\,(1-\beta)\,(1-\alpha)\tilde{r}\,P)$

Defina $\hat{W}\,(R) = \beta\,(\alpha)\,(1-\alpha)\,(1+i)\,P + W\,((1-\beta\,(a))\,R)$

Assim, sob o novo contrato, o diretor da firma escolherá $\beta\,(\alpha)$ tal que:

$\hat{\beta}\,(\alpha)$ maximize Eu $(\beta\,(1-\alpha)\,(1+i)\,P + \hat{W}\,((1-\beta)\,(1-\alpha)\,\tilde{r}\,P))$

Dada a definição de $\hat{W}(.)$ é impossível que $\hat{\beta}\,(\alpha) > 0$, já que é imediato de se ver que contrariaria a otimilidade de $\beta\,(\alpha)$. Daí $\hat{\beta}\,(\alpha) = 0$.

Falta apenas ver que o acionista está pelo menos tão bem com $\hat{W}(.)$ quanto estava com $W(.)$. De fato, com $W(.)$ o valor esperado da firma é:

$V - P + a\,(1-t)\,(1+i)\,P + (1-\beta\,(\alpha))\,(1-\alpha)\,E\tilde{r}\,P - EW((1-\beta\,(\alpha))\,(1-\alpha)\tilde{r}\,P) \leqslant V - P + a\,(1-t)\,(1+1)\,P + (1-\alpha)E\tilde{r}P - E\,\beta(\alpha)\,(1-\alpha)\,(1+1)\,P + EW((1-\beta(\alpha))(1-\alpha)\,\tilde{r}P = V - P + a\,(1-t)\,(1+i)\,P + (1-\alpha)\,E\tilde{r}P - E\hat{W}\,((1-\alpha)\,\tilde{r}\,P) =$ valor esperado da firma com contrato $\hat{W}(.)$, visto que $\hat{\beta}\,(\alpha) = 0$.

Q.E.D.

Observe que, neste caso, o valor de a é o mesmo sob o novo contrato. Isto quer dizer que se o contrato ótimo implicar $\alpha > 0$, o mesmo acontecerá quando o

diretor não "mente". Um contrato desta forma é dito *contrato que incentiva a verdade.*

Para que o problema se torne tratável matematicamente, vai-se supor que $\tilde{r}$ é uma variável aleatória que pode assumir apenas dois valores: um baixo, ℓ, e um alto, h, com probabilidade π e $1-\pi$ respectivamente, ambas positivas, onde $E\tilde{r} = \pi \ell + (1-\pi) h \geq i + i$. Quando este é o caso, pode-se restringir ainda mais o problema de ser resolvido. Apenas dois valores importam no contrato W: o valor em $(1-\alpha) \ell P$ e em $(1-\alpha) hP$.

Proposição 2: (estrutura dos contratos quando $\tilde{r}$ é variável aleatória que atinge somente dois valores):

Suponha que o acionista demande e use o contrato $W(.)$ que incentiva a verdade. Então existe um contrato $\hat{W}(.)$ onde o acionista demanda e que também incentiva a verdade, que é da forma seguinte:

$$\hat{W}((1-\alpha) \ell P) = R$$
$$\hat{W}((1-\alpha) h P) = R'$$
$$\hat{W}(R_L) = -K \text{ caso } (1-\alpha) \ell \hat{P} \neq R_L \neq (1-\alpha) h P$$

e que dá a mesma esperança matemática para o acionista e para o diretor que o contrato $W(.)$.

Demonstração: seja $R=W((1-\alpha) \ell P)$ e $R' = W((1-\alpha) hP)$, e defina $\hat{W}(.) = -K$ nos outros valores.

É claro que $E\hat{W} = EW$, de modo que para o acionista o resultado está provado. De forma análoga $Eu(\beta(1-\alpha)(1+i)P + \hat{W}((1-\beta)(1-\alpha)\tilde{r}P)) = Eu(\beta(1-\alpha)(1+i)P + W((1-\beta)(1-\alpha)\tilde{r}P)) \; \forall \beta \in [0,1]$.

Daí o resultado segue trivialmente.

Q.E.D.

A intuição por trás desta proposição é clara. Toda vez que fica evidente que o diretor se apropriou indevidamente de parte dos lucros retidos, pune-se-o ao máximo: $-K$.

Dado que há apenas dois valores, a restrição de ser um contrato que incentiva a verdade pode ser dada por apenas duas desigualdades:

Proposição 3: dados R e R', como anteriormente, este contrato incentiva a verdade se e só se:

a) $\pi u(R) + (1-\pi) u(R') \geq u((1-\alpha)(1+i)P-K)$;

b) $\pi u(R) + (1-\pi) u(R') \geq \pi u((1-\frac{\ell}{h})(1-\alpha)P-K) + (1-\pi) u((1-\frac{\ell}{h})(1-\alpha)(1+i)P + R)$

Demonstração: por definição este contrato incentiva a verdade quando

$$\pi u(R) + (1-\pi) u(R') \geqslant \pi u(\beta(1-\alpha)(1+1)P + W((1-\beta)(1-\alpha)\ell P)) +$$

$$(1-\pi) u((\beta(1-\alpha)(1+i)) + W((1-\beta)(1-\alpha) h P)).$$

Como W tem a forma particular acima, $W(R_L)$ só é diferente de $-K$ quando $R_L = (1-\alpha)\ell P$ ou $R_L = (1-\alpha)hP$. Estes valores só são atingidos com $\beta = 0$, ou com $(1-\beta)(1-\alpha) hp = (1-\alpha)\ell P$, o que faz com que $\beta = 1 - \frac{\ell}{h}$. (Este é o caso em que houve retorno líquido alto, mas o diretor apropriou-se da fração exata que faz com que pareça que houve retorno líquido baixo.)

Assim, a desigualdade acima para $\beta \neq 0$ e $\beta \neq 1 - \frac{\ell}{h}$ é

$\pi u(R) + (1-\pi) u(R') \geqslant u(\beta(1-\alpha)(1+i)P-K)$, que é respeitada $\forall \beta \epsilon\, 0{,}1$, $\beta \neq 0$ e $\beta \neq 1 - \frac{\ell}{h}$ se e só se vale para $\beta = 1$, o que nos dá *a*. A desigualdade *b* corresponde ao caso $\beta = 1 - \frac{\ell}{h}$.

com estes resultados vê-se a forma geral do problema. O acionista escolhe (α, R, R') tais que maximizem:

$$V-P+(1-t)(1+i)P + (1-\alpha)(\pi\ell + (1-\pi)h)P - \pi R - (1-\pi)R'$$

sujeito às restrições:

a) $\pi u(R) + (1-\pi) u(R') > u((1-\alpha)(1+i)P-K)$;

b) $\pi u(R) + (1-\pi) u(R') > \pi u((1-\frac{\ell}{h})(1-\alpha)(1+i)P-K +$

$(1-\pi) u((1-\frac{\ell}{h})(1-\alpha)(1+i)P + R)$;

c) $R \geqslant -K$;

d) $R' \geqslant -K$;

e) $\alpha \geqslant 0$;

f) $\alpha \leqslant 1$;

g) $\pi u(R) + (1-\pi) u(R') \geqslant u(R_0)$.

A última quer apenas dizer que o diretor recebe pelo menos o salário de mercado (ou a utilidade do salário de mercado). Supõe-se que $R_0 > 0$ e que

$P(1+i) \leqslant K$, de modo que a punição por "mentir" seja tão alta que não valha a pena o diretor desviar todo o lucro reinvestido.

3. Exemplo: aversão constante ao risco

Neste item considera-se que o diretor possua uma função de utilidade da renda da forma $u(R) = -e^{-aR}$, onde $a > 0$ é a aversão ao risco do mesmo. O objetivo é encontrar uma solução para o problema de maximização proposto no final do item 2, que resulte em $\alpha > 0$ quando $t > 0$ mas pequeno. Daí segue-se a proposição seguinte.

Proposição 4:

$$\text{Seja } G = \frac{\pi \ell + (1-\pi) h - (1-t)(1+i)}{a(1-\frac{\ell}{h})(1+i)}$$

Suponha que os parâmetros do modelo sejam tais que:

a) $-(1-^{\ell}$

a) $-(1-\frac{\ell}{h})^2 (1+i)^2 P^2 [G\pi e^{ak}(1-\pi+\pi^2 e^{aR_0} e^{aK})] +$

$(1-\frac{\ell}{h})(1+i) P [G\pi^2 e^{ak} + e^{-aR_0}(1-\pi)(\pi+G) + \pi e^{ak}] - e^{-aR_0} > 0;$

b) $\frac{1}{a} \geqslant G;$

c) $\pi G^2 - G(1-\pi^2) + \pi \geqslant 0$

Então: existe solução para o modelo com $\alpha > 0$. Mais ainda, neste caso $R' > R_0 > R$.

Demonstração: embora as restrições não sejam convexas, é fácil ver que as condições de teorema de Kuhn-Tucker são suficientes.[1] Assim, se o lagrangeano é da forma:

$$L(\alpha,R,R') = V-P+(1-t)(1+i)P+(1-\alpha)(\pi\ell+(1-\pi)h)P -$$

$$\pi R - (1-\pi)R' + \lambda_1 [\pi(-e^{-aR}) + (1-\pi)(-e^{-aR'}) +$$

$$e^{-a((1-\ell)(1+i)P-K)}] + \lambda_2 [\pi(-e^{-aR}) + (1-\pi)(-e^{-aR'}) +$$

[1] Ver anexo 1.

$$\pi e^{-a((1-\ell)(1-\alpha)P-K)} + (1-\pi)\, e^{-a((1-\frac{\ell}{h})(1-\alpha)(1+i)P+R)}] +$$

$$\lambda_3 (R+K) + \lambda_4 (R'+K) + \lambda_5 \alpha + \lambda_6 (1-\alpha) +$$

$$\lambda_7 [\pi(-e^{-aR}) + (1-\pi)(-e^{-aR'}) + e^{-aR_0}]$$

tendo uma solução com

$$\lambda_1 = \lambda_3 = \lambda_4 = \lambda_5 = \lambda_6 = 0, \lambda_2 > 0 \text{ e } \lambda_7 > 0.$$

Após muitos algebrismos verifica-se que as três condições implicam que este fato ocorre. Das contas apresentadas tem-se também que $R' > R_0 > R$.

Q.E.D.

Esta proposição dá condições de suficiência. Não importa. O que é relevante aqui é que se mostre que há soluções para o modelo onde ocorre demanda de dividendos, mesmo com $t > 0$. Para isto basta ver que se $\pi\ell + (1-\pi)h$ é bem próximo (ou igual) a $1 + i$, então se $t > 0$ é pequeno, isto faz G tão pequeno quanto se queira. Portanto, as desigualdades *a* a *c* verificam-se muito facilmente. Vê-se também que é possível fazer isto sem que se altere a condição da nota 1. Também vê-se que se G é grande as condições perdem a validade. Não se pode concluir, porém, que isto implique $\alpha = 0$, já que são apenas condições suficientes.

4. Conclusão

Um modelo teórico para a demanda de dividendos foi apresentado. Este destaca a importância do problema de azar moral que surge da impossibilidade de os acionistas monitorarem de forma perfeita o comportamento do diretor da firma. Um exemplo foi resolvido: o caso do diretor com aversão absoluta ao risco constante. Há um problema matemático sutil, mas que no caso pode ser resolvido facilmente. Em casos mais gerais isto deverá dificultar sobremaneira a solução. O caso geral será discutido num próximo trabalho.

Anexo 1

Maximização de funções com restrições em geral – aplicação ao problema do item 3

Este fato, embora trivial, merece menção. Seja o problema: maximizar *f(x)* sujeito à restrição $F(x) \geqslant 0$. Se se acha um multiplicador de Lagrange $\lambda \geqslant 0$, e x_0 tal que $F(x_0) \geqslant 0$, $\lambda.F(x_0) = 0$, e x_0 maximiza $f(x) + \lambda.F(x)$, então x_0 é solução do problema de máximo com restrição. De fato: $f(x_0) = f(x_0) + \lambda.F(x_0) \geqslant f(x) + .F(x)$. Como $F(x) \geqslant 0$, tem-se $f(x) + \lambda.F(x) \geqslant f(x) \Rightarrow f(x_0) \geqslant f(x)$ para qualquer x. Esta observação é devida ao Prof. Mario Henrique Simonsen. No caso em questão, a função $f(x) + \lambda.F(x) = g(x)$ não é côncava, mas o problema é irrestrito. Daí $Dg(x_0) = 0$ no ponto de máximo ou mínimo, caso existam. Para checar se o máximo existe, vê-se o comportamento de *g(x)* quando $\|x\| \to \infty$. Para o problema que está sendo resolvido desde que $(1-\pi)\, e^{-a(1-\frac{\ell}{h})}\, (1+i)\, P \leqslant \pi$, tem-se que $\lim_{\|x\| \to \infty} g(x) = -\infty$. Logo a solução com $Dg(x_0) = 0$ tem que ser característica de máximo.

(Poderia ser mínimo local, mas isto não importa: qualquer máximo tem que obedecer à mesma igualdade e possuir as mesmas propriedades, e o máximo existe.)

Referências bibliográficas

Becker, Gary S. *Human capital.* New York/London, Columbia University Press, 1964.

Bhattacharya, Sudipto. Imperfect information, dividend policy and the "bird-in-the-hand" fallacy. *Bel Journal of Economics, 10:* 259-70, 1979.

Miller, Merton H. & Scholes, Myron S. Dividends and taxes. *Journal of Financial Economics, 6:* 333-64, 1978.

——————— & ———————. Dividends and taxes: some empirical evidence. *Journal of Political Economy, 90* (61): 1.118-41, 1982.

Shefrin, Hersh M. & Statman, Meir. Explaining investor preference for cash dividends. *Journal of Financial Economics, 13:* 253-82, 1984.

Spence, Michael. *Market signalling.* Cambridge, Mass. Harvard University Press, 1974.