Análise econômica e financeira do crédito educativo*

Alberto de Mello e Souza e Clovis de Faro**

O crédito educativo, após um início promissor, está reduzindo drasticamente o número de novos empréstimos contratados, além de tornar irrisório o valor do empréstimo de manutenção. Razões peculiares à sistemática adotada no Brasil explicam esse desempenho desapontador do crédito educativo, refletido nos elevados subsídios e taxas de inadimplência. Após traçar a evolução das aplicações do crédito educativo e apontar as causas do seu fracasso, este trabalho apresenta um modelo que descreve os desembolsos líquidos do crédito educativo em sua modalidade de prestações fixas e obtém as condições de equilíbrio, ou seja, de desembolso líquido nulo. Este modelo permite calcular o subsídio implícito numa taxa de juros real negativa e realizar simulações que revelam as necessidades de recursos para operar o crédito educativo, de acordo com os valores adotados para os parâmetros do modelo.

1. Introdução

Apesar de iniciar suas atividades apenas em 1976, o programa do crédito educativo adotou um modelo operacional que, ao desprezar as experiências de outros países latino-americanos, apresenta sérios inconvenientes que redundaram na sua inviabilidade atual. Sugestões para sua reformulação foram apresentadas em outro trabalho[1]. Aqui, nossa preocupação é desenvolver um modelo que descreva a evolução

* Uma versão anterior deste trabalho foi apresentada no I Encontro Brasileiro de Econometria, Atibaia, dezembro de 1979, e publicada em seus *Anais*.

**Respectivamente, do Programa de Doutorado da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Rio de Janeiro e da Escola de Pós-Graduação em Economia da Fundação Getulio Vargas.

[1] Mello e Souza, Alberto de & Faro, Clovis de. Crédito educativo e ensino pago: sugestões para o financiamento do ensino superior. *Forum Educacional, 4* (1): 3-17, jan./mar. 1980.

das aplicações do crédito educativo. Inicia-se o trabalho com uma discussão das deficiências do modelo operacional adotado no Brasil, que provocaram uma redução drástica das suas aplicações nos últimos anos. A seguir é apresentado o modelo matemático, com suas três variantes, cuja finalidade é prever os recursos que o programa do crédito educativo irá exigir em anos futuros. Por fim, são apresentadas diferentes simulações que mostram o efeito de variações nos parâmetros do modelo sobre os desembolsos líquido e acumulado do crédito educativo para um período de 40 anos.

2. A experiência brasileira: anatomia de um fracasso

O crédito educativo foi criado em 1976, tendo iniciado suas operações no mesmo ano.[2] São duas as finalidades dos empréstimos. Primeiro, financiam o valor das anuidades, não podendo o prazo de utilização ultrapassar em mais de um ano o período de duração do curso. Segundo, financiam a manutenção do aluno, não podendo o seu valor mensal exceder o do maior salário mínimo do país. O prazo de carência foi fixado em um ano e o prazo de amortização tem duração igual ao prazo de utilização. Da taxa de juros nominal, de 15% ao ano, 12% referem-se à remuneração dos agentes financeiros e 3% destinam-se à constituição do fundo de risco. Ficou dispensada dos contratos de financiamento a apresentação de garantias reais ou pessoais.

Já na sua formulação, o crédito educativo continha alguns equívocos importantes. Primeiro, ao estabelecer que o período de amortização teria a mesma duração que o de utilização, restringiu-o excessivamente. No início da vida profissional a renda é menor e as despesas familiares são elevadas, o que impõe um pesado sacrifício ao mutuário para pagar as prestações. Este sacrifício decorre, além do prazo restrito, do fato de que as prestações são fixas (Sistema Price), podendo representar uma elevada proporção da renda do mutuário.[3]

Segundo, ao fixar uma taxa de juros nominal constante, tornou os subsídios uma função da taxa de inflação. Supondo de cinco anos a duração dos períodos de utilização e de amortização e uma taxa de inflação constante no período do empréstimo, pode-se determinar a proporção do valor do empréstimo que é subsidiada. Assim, para taxas de inflação de 30%, 40%, 80% e 100% a proporção do subsídio é de, respectivamente, 52%, 69%, 93% e 96% ou seja, mesmo que a taxa de inflação fosse igual à menor taxa verificada no período 1976-81, menos da

[2] O Conselho Monetário Nacional, tendo em vista a Exposição Ministerial n.º 393 de 18 de agosto de 1975, do Ministro da Educação e Cultura, aprovada pelo Presidente da República em 23 de agosto de 1975, instituiu o Programa do Crédito Educativo, através da Resolução n.º 356, do Banco Central do Brasil, em 12 de janeiro de 1976.

[3]. Existe uma outra modalidade do crédito educativo, na qual as prestações são uma proporção constante da renda do mutuário. Veja Mello e Souza & Faro, op. cit.

metade dos recursos, em termos reais, eventualmente retornaria ao fundo do crédito educativo. A ser mantida a atual taxa de inflação, menos de 10% dos recursos hoje aplicados eventualmente retornarão a esse fundo.

Terceiro, a falta de exigência de garantias reais, ainda que parciais, e a concessão dos empréstimos de acordo com o grau de carência dos aplicantes, independente das condições existentes no mercado de trabalho das várias carreiras e do aproveitamento dos alunos, contribuíram fortemente para a elevada taxa de inadimplência, hoje em torno de 50%. Em princípio, a ausência de garantias reais tem a vantagem de atrair estudantes pobres com uma elevada aversão ao risco. Entretanto, ao contribuir para a alta taxa de inadimplência, acaba por restringir a participação de novos estudantes no programa. Sendo a necessidade econômica o principal critério, os candidatos selecionados terão, em média, modestos benefícios educacionais. Isto porque sabe-se que a escolha das carreiras está fortemente associada ao nível sócio-econômico do estudante. Fenômeno semelhante se passa com o seu desempenho acadêmico. Decorre que muitos dos candidatos selecionados escolheram carreiras sem perspectivas atraentes no mercado de trabalho, ou nas quais terão ganhos modestos devido a um desempenho acadêmico insatisfatório, agravado pelo fato de terem suas opções restritas às piores faculdades. Ao financiar estudantes que, devido a estes fatores, têm reduzida probabilidade de obterem uma renda compatível com a dívida contraída, o crédito educativo acaba por reduzir a eficiência do seu programa sem que isto seja compensado com uma maior eqüidade, se esta for medida não em termos de oportunidade educacional, mas em função de uma maior mobilidade social.

Os efeitos desses equívocos acabam por eliminar a característica relevante do crédito educativo, que é a de ser um fundo rotatório. A combinação de um elevado subsídio com altas taxas de inadimplência inviabilizam o programa, como pode ser observado no quadro 1.

Com relação aos empréstimos de manutenção, o número de novos beneficiados tem diminuído a partir de 1978, apesar de a demanda não atendida continuar elevada. Isto, mesmo tendo o auxílio mensal diminuído, em termos reais, a 1/6 do que era originariamente, alcançando hoje a quantia irrisória de Cr$ 1.100,00 mensais. Os empréstimos para anuidades também revelam um sensível decréscimo, beneficiando no período 1976-81 um total de 326.824 mutuários, ou 37% dos estudantes em estabelecimentos de ensino particular em 1980. Pode-se observar, porém, que o valor médio da anuidade, a preços constantes, sofreu pequenas alterações, correspondendo em 1981 a Cr$ 5.400,00 mensais.

Apesar de o crédito educativo ter apenas seis anos de existência e de os dois primeiros anos poderem ser caracterizados como um período de euforia, beneficiando um grande número de estudantes, já é possível observar os efeitos deletérios dos subsídios e da inadimplência através dos recursos aplicados e arrecadados.

No quadro 2, pode-se observar que as aplicações em manutenção, em termos reais, após triplicarem em três anos, começaram a decrescer e hoje representam apenas cerca de 1/3 dos recursos aplicados em 1976. Este decréscimo é explicado

Quadro 1

Crédito educativo. Evolução do número de beneficiados e dos gastos com empréstimos de manutenção e anuidade – 1976-81

Ano	Manutenção				Anuidade			
	Número de beneficiados	Gastos[a] (Cr$ milhões)	Gastos *per capita* (Cr$)	Gastos[b] *per capita* (Cr$ de 81)	Número de beneficiados	Gastos[a] (Cr$ milhões)	Gastos *per capita* (Cr$)	Gastos[b] *per capita* (Cr$ de 81)
1976	115.221 (100,0)	358,5	3.111	39.834 (100,0)	80.633 (100,0)	206,0	2.545	32.586 (100,0)
1977	117.131 (101,7)	477,9	4.080	36.625 (91,9)	94.162 (116,8)	344,1	3.654	32.801 (100,7)
1978	61.345 (53,2)	331,2	5.399	34.922 (87,7)	49.835 (61,8)	213,4	4.282	27.697 (85,0)
1979	33.617 (29,2)	221,9	6.600	27.742 (69,6)	44.729 (55,5)	336,4	7.520	31.610 (97,0)
1980	25.857 (22,4)	170,7	6.602	13.858 (34,8)	39.374 (48,8)	590,3	14.992	31.469 (96,5)
1981	12.170 (10,6)	80,4	6.606	6.606 (16,6)	18.091 (22,4)	586,9	32.442	32.442 (99,6)

Fonte: Caixa Econômica Federal – Programa de Crédito Educativo.
[a] Os gastos referem-se a um período de seis meses, relativos aos novos contratos semestrais.
[b] O deflator utilizado foi o Índice Geral de Preços.
Obs.: entre parênteses são registrados os números-índice.

Quadro 2

Crédito educativo. Aplicação e arrecadação – 1976-81
(Cr$ milhões)

Ano	Aplicação			Arrecadação
	Manutenção	Anuidade	Total	
1976	351,8 (100,0)	237,0 (100,0)	588,8 (100,0)	–
1977	1.416,2 (282,2)	1.017,7 (301,0)	2.433,9 (289,8)	–
1978	2.145,1 (308,0)	1.500,0 (319,7)	3.645,1 (312,7)	78,3 (100,0)
1979	2.414,0 (225,3)	2.080,2 (288,1)	4.494,2 (250,6)	381,9 (316,9)
1980	2.123,8 (99,0)	3.716,0 (257,0)	5.839,8 (162,6)	1.025,5 (425,0)
1981	1.605,9 (35,7)	7.109,9 (234,3)	8.715,8 (115,6)	1.814,8 (358,3)

Fonte: Caixa Econômica Federal – Programa de Crédito Educativo.
Obs.: Entre parênteses, são registrados os números-índice correspondentes aos valores a preços constantes, deflacionados pelo Índice Geral de Preços.

pela redução de 5/6 no valor real de auxílio mensal, como vimos anteriormente. No tocante às aplicações para a anuidade, o decréscimo a partir de 1979 é menor, devendo ser creditado à redução no número dos mutuários, pois o valor das anuidades, em termos reais, permaneceu praticamente constante. Em conseqüência, as aplicações em 1981 foram apenas 16% maiores que as aplicações em 1976. A persistir essa situação, o número de mutuários recebendo recursos irá declinar rapidamente, pois aqueles que passarão à fase de amortização são em maior número do que os que entram no programa. Embora a arrecadação do programa tenha começado apenas em 1978, já em 1981 mostra um declínio em termos reais, indício de que os reembolsos estão fortemente afetados pelo subsídio e pela inadimplência.

A criação do programa ocorreu numa situação de rápida expansão das matrículas em estabelecimentos particulares de ensino, sendo interpretada como um mecanismo capaz de facilitar o acesso à universidade desse novo contingente de estudantes, obrigado a pagar pelos seus estudos. Como vimos, a inviabilização do programa restringe o número de beneficiados e muitos destes, devido ao critério de

seleção, o verão mais como maldição do que como bênção. Desta forma, o programa concorre para a desigualdade de oportunidade no ensino superior, pois a qualidade do ensino recebido por muitos dos que pagam é inferior à de muitos que o recebem gratuitamente na universidade pública. Uma revisão do modelo operacional do crédito educativo, junto com outras medidas, deverá ser indispensável para corrigir a situação existente em que qualidade e gratuidade estão fortemente associadas e beneficiam os que mais podem pagar.

3. O modelo de comportamento do fundo do crédito educativo

Existem duas modalidades do crédito educativo: prestações fixas e prestações proporcionais à renda do mutuário. Esta última modalidade foi estudada por Shell.[4] Urosa esboçou um modelo para o caso de prestações fixas, bastante restrito, pois não considera a possibilidade de custos educacionais crescentes nem detalha o suficiente a operação do fundo.[5] Em conseqüência, perguntas como as relativas às condições de estabilidade do fundo e aos montantes dos subsídios contábil e econômico, abordadas por nós, ficam sem resposta.

O modelo aqui desenvolvido contém três variantes. Na primeira, adotamos a hipótese de que o custo-aluno é constante ao longo do curso para um mesmo mutuário, embora cresça a uma mesma taxa anual para os novos participantes do programa. Estes devem estar necessariamente iniciando os seus estudos. Essas duas hipóteses são relaxadas, respectivamente, na segunda e terceira versões do modelo. O número de participantes cresce a uma taxa anual constante. Os prazo de utilização, de carência e amortização são dados, sendo a prestação calculada com base em um sistema de pagamentos constantes (Tabela Price). A taxa de juros real cobrada dos mutuários e o custo de oportunidade do capital também são informações conhecidas.

A segunda variante do modelo trata da possibilidade de os custos serem crescentes, para todos os mutuários. Finalmente, consideramos o evento de os mutuários, no primeiro ano de funcionamento do fundo, estarem cursando qualquer série. Como será visto, os resultados relativos à primeira versão permanecem válidos nas duas últimas. A cada variante do modelo corresponderá um tópico desta seção.

[4] Shell, Karl et alii. The educational opportunity bank: an economic analysis of a contingent repayment loan program for higher education. *National Tax Journal*, Mar. 1968.

[5] Urosa, José Dominguez. *Student loan institutions in selected developing countries*. Tese de Doutorado. Harvard University, 1973.

3.1 *Modelo com custos crescentes apenas para diferentes coortes*

O número das prestações anuais é conhecido e seu montante é determinado pelo tamanho da dívida. Embora esta característica retrate fielmente a sistemática atual do crédito educativo, não exclui a consideração de programas onde a prestação é proporcional à renda dos mutuários. Neste caso, cálculos adicionais devem ser feitos, de maneira a transformar o sistema de prestações proporcionais à renda em seu equivalente de prestações fixas. Outrossim, consideramos apenas o custo médio por aluno e o prazo médio dos cursos, por ser irrelevante, para o comportamento do fundo, a dispersão dos valores individuais.

A definição das variáveis usadas é a seguinte:

x_k = número de mutuários que ingressam no k-ésimo ano de funcionamento do crédito educativo;

δ = taxa de crescimento anual constante, do número de mutuários;

$$x_k = x_1 (1+\delta)^{k-1},\ k = 1, 2, \ldots ;$$

C_k = desembolso (custo) médio anual, a preços constantes, relativo a um mutuário que ingressa no k-ésimo ano do fundo. Este custo é constante, ao longo do curso, para os mutuários que ingressaram num mesmo período. Porém, varia a uma taxa de crescimento anual constante β, entre mutuários que ingressam em períodos distintos;

$$C_k = C_1 (1+\beta)^{k-1},\ k = 1, 2, \ldots ;$$

n = duração média dos diferentes cursos, em anos;

c = prazo de carência, em anos;

m = período de amortização ou número de prestações anuais;

$X_{j,k}$ = desembolso no k-ésimo ano do fundo com mutuários no j-ésimo ano do curso $j = 1, 2, \ldots, n$ e $k = 1, 2, \ldots$

$$X_{1,1} = x_1 C_1 \equiv X$$

$$X_{j,k} = \begin{cases} C_{k-j+1}\ x_{k-j+1} = C_1\ x_1\ [(1+\delta)(1+\beta)]^{k-j} = X(1+\alpha)^{k-j} = \\ \qquad = X\ \gamma^{k-j},\ k \geqslant j \text{ e } j = 1, 2, \ldots n \text{ (sendo} \\ \qquad \gamma = 1+\alpha = 1+\delta+\beta+\delta\beta) \\ 0, \text{ se } k < j; \end{cases}$$

D_k = desembolso líquido do fundo no k-ésimo ano;
$\bar{D}_k$ = desembolso líquido acumulado do fundo no k-ésimo ano;
i = taxa anual de juros, em termos reais, cobrada pelo fundo (sendo $R = 1 + i$).

Supõe-se que tanto desembolsos como receitas ocorrem no final do período a que se referem.[6] O modelo não contempla desistência, repetência, ou inadimplência. Enquanto a taxa de evasão age no sentido de reduzir o parâmetro n (duração média dos cursos), a repetência atua em sentido oposto. A introdução da taxa de inadimplência esperada tornará maior o valor da prestação anual.

3.1.1 Evolução do fundo

Os comportamentos de D_k e $\bar{D}_k$ serão examinados em quatro fases distintas, que permitem descrever a evolução do fundo. Desta forma, pode-se responder à pergunta crucial sobre as condições necessárias para que o fundo tenha um ponto de equilíbrio. A primeira fase refere-se à evolução do fundo desde a sua implantação até, após n períodos, o término do curso pelos primeiros beneficiários.

I $-$ $1 < k < n$

$$\bar{D}_k = \sum_{j=1}^{k} X_{j,k} = X \sum_{j=1}^{k} \gamma^{k-j} = X \left[\frac{1-\gamma^k}{1-\gamma} \right] = X\, \gamma_{(k)} \tag{1.1}$$

$$\bar{D}_k = \sum_{\ell=1}^{k} D_\ell = X \sum_{\ell=1}^{k} \gamma_{(\ell)} = X \sum_{\ell=1}^{k} \frac{1-\gamma^\ell}{1-\gamma} = \frac{X}{1-\gamma} \left[k - \frac{\gamma - \gamma^{k+1}}{1-\gamma} \right]$$

$$= \frac{X}{(1-\gamma)^2} \left\{ k - \gamma\,(1 + k - \gamma^k) \right\} = X\, \bar{\gamma}_{(k)} \tag{1.2}$$

Nos anos imediatamente posteriores, correspondentes ao período de carência dos primeiros beneficiários, os comportamentos de D_k e $\bar{D}_k$ são os seguintes:

II $-$ $n + 1 \leqslant k \leqslant n + c$

$$D_k = \sum_{j=1}^{n} X_{j,k} = X \sum_{j=1}^{n} \gamma^{k-j} = X\, \gamma^{k-n} \sum_{j=1}^{n} \gamma^{n-j} = X\, \gamma^{k-n}\, \gamma_{(n)} \tag{1.3}$$

[6] Enquanto é razoável supor que, eventualmente, a taxa de juros reais seja nula, iremos admitir que $\beta\delta \neq 0$.

$$\bar{D}_k = \sum_{\ell=1}^{k} D_\ell = \sum_{\ell=1}^{n} D_\ell + \sum_{\ell=n+1}^{k} D_\ell = X\,\bar{\gamma}_{(n)} + X\,\gamma_{(n)} \sum_{\ell=n+1}^{k} \gamma^{\ell-n}$$

Portanto, o desembolso acumulado reflete o desembolso relativo aos estudantes ainda cursando e àqueles que já terminaram seus estudos. Após manipulações, obtém-se:

$$\bar{D}_k = \frac{X}{(1-\gamma)^2} \left\{ n - \gamma\,[n + \gamma^{k-n}(1-\gamma^n)] \right\} = X\,\bar{\gamma}_{(n,\,k-n)} \qquad (1.4)$$

O estágio seguinte da evolução do fundo corresponde ao período de amortização dos primeiros beneficiários. Neste estágio, iniciam-se os pagamentos feitos pelos ex-alunos.

III $- \; n+c+1 \leqslant k \leqslant n+c+m$

A dívida, no fim do prazo de carência, dos que ingressaram no programa do crédito educativo na época $k = 1$ e o valor da prestação anual que esses deverão pagar, respectivamente F_1 e p_1, são:

$$F_1 = (1+i)^c \left\{ X(1+i)^{n-1} + X(1+i)^{n-2} + \cdots + X \right\} =$$

$$= R^c\,X \left[\frac{1-R^n}{1-R} \right] = R^c\,X\,R_{(n)} \equiv F \qquad (1.5)$$

$$p_1 = F \left[\frac{i}{1-(1+i)^{-m}} \right] = R^c\,X \left[\frac{1-R^n}{1-R} \right] \left[\frac{R-1}{1-R^{-m}} \right] =$$

$$= R^c\,X \left[\frac{1-R^n}{R^{-m}-1} \right] = R^{m+c}\,X \left[\frac{1-R^n}{1-R^m} \right] \equiv p^7 \qquad (1.6)$$

Por extensão, tem-se que

$$F_k = \gamma^{k-1} F \quad \text{e} \quad p_k = \gamma^{k-1} p; \qquad k = 1, 2, \ldots$$

[7] Se $i = 0$, $p = nX/m$.

O desembolso líquido é agora composto dos desembolsos feitos com os beneficiários que estão cursando, menos as receitas provenientes das amortizações feitas pelos formados após o período de carência. Assim:

$$D_k = \sum_{j=1}^{n} X_{j,k} - \sum_{j=1}^{k-n-c} p_j = X\,\gamma^{k-n}\,\gamma_{(n)} - p \sum_{j=1}^{k-n-c} \gamma^{j-1} =$$

$$= X\,\gamma^{k-n}\,\gamma_{(n)} - p\,\gamma_{(k-n-c)} \qquad (1.7)$$

$$\bar{D}_k = \sum_{\ell=1}^{k} D_\ell = \sum_{\ell=1}^{n+c} D_\ell + \sum_{\ell=n+c+1}^{k} D_\ell = X\,\bar{\gamma}_{(n,\,c)} +$$

$$+ \sum_{\ell=n+c+1}^{k} X\,\gamma^{\ell-n}\,\gamma_{(n)} - p \sum_{\ell=n+c+1}^{k} \gamma_{(\ell-n-c)} =$$

$$= X\,\bar{\gamma}_{(n,\,k-n)} - p\,\bar{\gamma}_{(k-n-c)} \qquad (1.8)$$

Por fim, temos o estágio no qual os primeiros beneficiários já amortizaram integralmente a dívida:

IV – $k \geqslant n + c + m + 1$

$$D_k = \sum_{j=1}^{n} X_{j,k} - \sum_{j=1}^{m} p\,\gamma^{k-n-c-j} = X\,\gamma^{k-n}\,\gamma_{(n)} -$$

$$- \gamma^{k-m-n-c}\,p\,\gamma_{(m)} = \gamma^{k-n}\left[X\,\gamma_{(n)} - \gamma^{-m-c}\,p\,\gamma_{(m)}\right] \qquad (1.9)$$

$$\bar{D}_k = \sum_{\ell=1}^{k} D_\ell = \sum_{\ell=1}^{n+c+m} D_\ell + \sum_{\ell=n+c+m+1} D_\ell =$$

$$= X\,\bar{\gamma}_{(n,\,c+m)} - p\,\bar{\gamma}_{(m)} + \sum_{\ell=n+c+m+1}^{k} \gamma^{\ell-n}\left[X\,\gamma_{(n)} - \gamma^{-m-c}\,p\,\gamma_{(m)}\right] =$$

$$= X\,\bar{\gamma}_{(n,\,k-n)} - p\,\bar{\gamma}_{(m,\,k-n-c-m)} \qquad (1.10)$$

Deste estágio em diante, a expressão geral do comportamento do fundo permanece a mesma. Observemos que o sinal do desembolso líquido, D_k, para $k = n + c + m + \ell$ e $\ell = 1, 2, \ldots$, é o mesmo sinal do desembolso líquido D_{n+c+m}. Isto porque

$$D_{n+c+m+\ell} = X\, \gamma^{c+m+\ell}\, \gamma_{(n)} - p\, \gamma^{\ell}\, \gamma_{(m)} =$$

$$= \gamma^{\ell} \left\{ X\, \gamma^{c+m}\, \gamma_{(n)} - p\, \gamma_{(m)} \right\} = \gamma^{\ell}\, D_{n+c+m} \qquad (1.11)$$

3.1.2 Condições de estabilidade

O simples exame da expressão (1.11) permite concluir que:

$$D_{n+c+m+\ell} \gtrless 0 \qquad \text{se} \qquad D_{n+c+m} \gtrless 0$$

Temos, então, três distintas possibilidades:

a) $X\, \gamma^{m+c}\, \gamma_{(n)} > p\, \gamma_{(m)}$, $D_{n+c+m} > 0$ e $D_k > 0$ para $k \geqslant n + c + m$

Nestas condições, o desembolso líquido crescerá continuamente, à taxa $\gamma - 1$, tornando o fundo explosivo. O fundo crescerá a uma taxa variável, que, no limite, tenderá para $\gamma - 1$.

b) $X\, \gamma^{m+c}\, \gamma_{(n)} = p\, \gamma_{(m)}$, $D_k = 0$ para $k \geqslant n + c + m$

Agora, o desembolso acumulado ficará estacionário, com o valor

$$\bar{D}_{n+m+c} = \bar{D}_{n+m+c-1} = X\, \bar{\gamma}_{(n,\, m+c)} - p\, \bar{\gamma}_{(m)}$$

Existem três taxas que determinam a condição de estabilidade do fundo: de um lado, a taxa de juros e, de outro, as taxas de crescimento do custo médio e do número de mutuários. Dadas estas últimas, a taxa de juros de equilíbrio é a solução da equação:

$$\left[X\, \gamma^{m+c}\, \gamma_{(n)} = p\, \gamma_{(m)} \right]$$

ou

$$X\, \gamma^{m+c} \left[\frac{1-\gamma^{n}}{1-\gamma} \right] = X\, (1+i)^{m+c} \left[\frac{1-(1+i)^{n}}{1-(1+i)^{m}} \right] \left[\frac{1-\gamma^{m}}{1-\gamma} \right].$$

ou

$$\gamma^{m+c}\left[\frac{1-\gamma^n}{1-\gamma^m}\right]= R^{m+c}\left[\frac{1-R^n}{1-R^m}\right]$$

Esta igualdade é satisfeita para

$$\gamma = R \quad \text{ou} \quad 1+i = 1+\delta+\beta+\beta\delta$$

Portanto, a taxa real de juros i, que garante um comportamento estacionário do fundo, deve ser igual a $\delta+\beta+\delta\beta$. Isto revela a dificuldade para se obter um comportamento estacionário do fundo em um sistema universitário em expansão e de custos crescentes.

c) Finalmente, se $X\gamma^{m+c}\gamma_{(n)} < p\,\gamma_{(m)}$, ou seja, se $i > \delta+\beta+\delta\beta$, o desembolso líquido decrescerá à taxa $\gamma-1$.

3.1.3 Determinação dos subsídios contábil e econômico

Outra pergunta relevante liga-se à questão do subsídio recebido pelos mutuários. Primeiro, podemos definir esse subsídio, em termos contábeis, como sendo a parcela do montante emprestado que não retorna ao fundo. Neste caso, a preocupação é verificar o impacto sobre o fundo do fato de se cobrar uma taxa de juros real negativa, que ocorre quando a taxa de juros nominal é inferior à taxa de inflação. Inicialmente, definimos a razão entre o total dos pagamentos feitos por uma coorte de alunos cuja participação no fundo começa na época k e os desembolsos feitos a essa coorte:

$$W_k = \frac{P_k^*}{D_k^*} \qquad (1.12)$$

onde P_k^* e D_k^* representam, respectivamente, o total de pagamentos e dos desembolsos relativos à coorte.

Logo, $1 - W_k = S_k$ é a proporção dos subsídios recebidos por essa coorte em relação aos desembolsos.

Tem-se que:

$$D_k^* = X_{1,k} + X_{2,k+1} + \ldots + X_{n,k+n-1} = X\gamma^{k-1} + X\gamma^{k+1-2} +$$

$$+ \ldots + X\gamma^{k+n-1-n} = nX\gamma^{k-1}$$

e

$$P_k^* = mp_k = m\gamma^{k-1}\, p = m\gamma^{k-1}\, R^{m+c}\; X \left[\frac{1-R^n}{1-R^m}\right]$$

Logo:

$$W_k = \frac{m R^{m+c}\,(1-R^n)}{n\,(1-R^m)} = \frac{mp}{nX} \qquad (1.13)$$

e, portanto, seu valor independe de k, sendo função apenas de m, c, n e R. Para se obter a taxa de juros real i, é preciso conhecer a taxa de juros nominal i' e a taxa de inflação i'', todas elas em termos anuais. Dadas as taxas i' e i'', tem-se:

$$i = \frac{i' - i''}{1 + i''}$$

Por exemplo, tomando-se $n = 5$, $c = 1$ e $m = 5$, teríamos:

$$W_k = (1+i)^6$$

Fazendo $i' = 0{,}15$ e, sucessivamente, $i'' = 0{,}5$, $i'' = 0{,}4$ e $i'' = 0{,}3$, teríamos, respectivamente, $i = -0{,}233$, $i = -0{,}178$ e $i = -0{,}115$. Correspondendo a essas taxas, encontraríamos os seguintes valores de W_k: 0,20; 0,31 e 0,48; e, por conseguinte, as proporções dos subsídios são, respectivamente, 0,80; 0,69 e 0,52.[8]

Agora, o subsídio será definido em termos econômicos. Neste caso, temos de considerar, adicionalmente, o custo de oportunidade dos recursos utilizados pelo fundo. Definindo a taxa anual de juros $\bar{i}$ como sendo aquela que representa esse custo de oportunidade ($\bar{R} = 1 + \bar{i}$), é necessário descontar, a essa taxa, os fluxos de desembolsos e pagamentos relativos à coorte cuja participação no fundo tem início na época k. Deste modo, ter-se-á agora:

$$\hat{D}_k^* = \sum_{j=1}^{n} X_{j,\,k+j-1}\,(1+\bar{i})^{n-j} = X\gamma^{k-1}\bar{R}^n \sum_{j=1}^{n} \bar{R}^{-j} =$$

$$= X\gamma^{k-1}\,\bar{R}^n \left[\frac{1-\bar{R}^{-n}}{\bar{R}-1}\right] = X\gamma^{k-1}\left[\frac{\bar{R}^n - 1}{\bar{R}-1}\right]$$

[8] O exemplo, no que toca aos prazos n, c e m e à taxa de juros nominal, reflete a atual sistemática do crédito educativo.

e

$$\hat{P}_k^\star = (1+\bar{i})^{-c} \sum_{j=1}^{m} p_k (1+\bar{i})^{-j} = p_k \bar{R}^{-c} \left[\frac{1-\bar{R}^{-m}}{\bar{R}-1}\right] =$$

$$= \gamma^{k-1} R^{m+c} X \left[\frac{1-R^n}{1-R^m}\right] \bar{R}^{-c} \left[\frac{1-\bar{R}^{-m}}{\bar{R}-1}\right]$$

Logo:[9]

$$\hat{W}_k = \frac{\hat{P}_k^\star}{\hat{D}_k^\star} = \frac{R^{m+c} \; [1-R^n] \; [1-\bar{R}^{-m}] \; \bar{R}^{-c}}{[\bar{R}^n-1] \; [1-R^m]} \qquad (1.14a)$$

Observe-se que $\bar{R} > 1$, pois o custo de oportunidade é positivo; porém, pode acontecer que $R = 1$, se a taxa de juros real for zero. Neste caso,

$$P_k = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^{n} X\gamma^{k-1} = \frac{1}{m} \, n X \gamma^{k-1}$$

e, portanto:

$$\hat{P}_k^\star = \frac{\bar{R}^{-c}}{m} \, n X \gamma^{k-1} \sum_{j=1}^{m} \bar{R}^{-j} = \frac{\bar{R}^{-c}}{m} \, n X \gamma^{k-1} \left[\frac{1-\bar{R}^{-m}}{\bar{R}-1}\right]$$

Logo:

$$\hat{W}_k = \frac{\hat{P}_k^\star}{\hat{D}_k^\star} = \frac{n\bar{R}^{-c}}{m} \left[\frac{1-\bar{R}^{-m}}{\bar{R}-1}\right] \left[\frac{\bar{R}-1}{\bar{R}^n-1}\right] =$$

$$= \frac{n\bar{R}^{-c} \; [1-\bar{R}^{-m}]}{m \; [\bar{R}^n-1]} \qquad (1.14b)$$

[9] **Observe que, se $i = \bar{i}$, temos $\hat{W}_k = 1$; ou seja, nessas condições não ocorrerá subsídio.**

A proporção do subsídio econômico também independe de k, sendo função apenas de m, n, c, $\bar{R}$ e R.[10] Se $R = 1$, essa proporção, dada por $1 - \hat{W}_k$, depende apenas das quatro primeiras variáveis.

É de interesse verificar a diferença entre os valores numéricos dos subsídios contábil e econômico. Para tal, a um custo de oportunidade de 5% ao ano, e com os mesmos valores de n, m, c e i' anteriormente adotados, observa-se que as proporções dos subsídios passariam de 0,80 a 0,85 quando $i'' = 0{,}5$, e de 0,69 a 0,77 quando $i'' = 0{,}4$. Se tomarmos 10% a.a. como sendo o custo de oportunidade, as proporções do subsídio econômico seriam, respectivamente, de 0,89 e 0,83; ainda mais, se $i = 0$, a proporção seria de 0,44.

3.2 *Modelo com custos crescentes para todos os alunos*

Neste caso, a cada ano, o custo aluno-ano cresce a uma taxa constante β para todos os alunos. Por conseguinte, o valor de $X_{j,k}$ difere agora do apresentado no primeiro caso. Chamemos de X_k ao dispêndio com todos os alunos matriculados no k-ésimo ano do fundo. Temos que:

$$X_1 = x_1 C_1 \equiv X$$

$$X_2 = x_2 C_2 + x_1 C_2 = (x_1 + x_2) C_2 = X_1 [1 + (1 + \delta)] C_1 (1 + \beta) = X \hat{\beta} \hat{\delta}_{(2)}$$

onde $\hat{\beta} = 1 + \beta$ e $\hat{\delta}_{(j)} = \sum_{\ell = 1}^{j} (1 + \delta)^{\ell - 1} = \dfrac{1 - \hat{\delta}^j}{1 - \hat{\delta}}$, para $\hat{\delta} = 1 + \delta$.

$$X_3 = x_3 C_3 + x_2 C_3 + x_1 C_3 = x_1 [1 + (1 + \delta) + (1 + \delta)^2] C_1 (1 + \beta)^2 =$$

$$= X \hat{\beta}^2 \hat{\delta}_{(3)}.$$

$$\vdots$$

$$X_n = x_n C_n + x_{n-1} C_n + \ldots + x_1 C_n =$$

$$= x_1 [1 + (1 + \delta) + \ldots + (1 + \delta)^{n-1}] C_1 (1 + \beta)^{n-1} = x \hat{\beta}^{n-1} \hat{\delta}_{(n)}$$

[10] Outra maneira de obter a expressão (1.14*b*) é através do limite quando R tende para 1 da expressão (1.14*a*).

$$X_{n+1} = x_{n+1} C_{n+1} + \ldots + x_2 C_{n+1} =$$

$$= x_2 \left[1 + (1+\delta) + \ldots (1+\delta)^{n-1}\right] C_1 (1+\beta)^n =$$

$$= x_1 (1+\delta) \; \hat{\delta}_{(n)} \; C_1 (1+\beta)^n = X \hat{\delta} \, \hat{\delta}_{(n)} \, \hat{\beta}^n$$

Por extensão:

$$X_{n+\ell} = X \hat{\delta}^{\ell} \; \hat{\delta}_{(n)} \, \hat{\beta}^{n+\ell-1}$$

Portanto:

$$X_{j,k} = \begin{cases} C_k x_{k-j+1} = C_1 x_1 (1+\beta)^{k-1} (1+\delta)^{k-j} = X \hat{\beta}^{k-1} \; \hat{\delta}^{k-j} = \\ \qquad = X \gamma^{k-j} \; \hat{\beta}^{j-1}, \; k \geqslant j, j = 1, 2, \ldots n \\ 0, k < j \end{cases} \qquad (2.1)$$

A partir de $X_{j,k}$ podemos obter D_k até o ano $n+c$, pois até este período não há pagamentos.

$$D_1 = X_{1,1} = X$$

$$D_2 = X_{1,2} + X_{2,2} = X\gamma + X\hat{\beta}$$

$$D_3 = X_{1,3} + X_{2,3} + X_{3,3} = X\gamma^2 + X\gamma\hat{\beta} + X\hat{\beta}^2$$

$$\vdots$$

$$D_n = X_{1,n} + X_{2,n} + \ldots + X_{n,m} =$$

$$= X\gamma^{n-1} + X\gamma^{n-2} \, \hat{\beta} + X \gamma^{n-3} \, \hat{\beta}^2 + \ldots + X \hat{\beta}^{n-1}.$$

$$D_{n+1} = X_{1,n+1} + X_{2,n+1} + \dots + X_{n,n+1} =$$

$$= X\gamma^n + X\gamma^{n-1}\hat{\beta} + \dots + X\gamma\hat{\beta}^{n-1} = \gamma D_n$$

$$\vdots$$

$$D_{n+c} = \gamma^c D_n$$

O montante da dívida existente no término do prazo de carência irá depender da época em que os alunos começarem a estudar. Chamando essa época de k ($k = 1, 2, \dots$) é possível obter uma expressão da dívida.

$$F_1 = \left\{ \sum_{\substack{j=1 \\ (k=1)}}^{n} X_{j,k+j-1} \quad R^{n-j} \right\} R^c =$$

$$= \left\{ X_{1,1} R^{n-1} + X_{2,2} R^{n-2} + \dots + X_{n,n} \right\} R^c =$$

$$= X \left\{ R^{n-1} + R^{n-2}\hat{\beta} + R^{n-3}\hat{\beta}^2 + \dots + \hat{\beta}^{n-1} \right\} R^c$$

$$= XR^{n-1+c} \left\{ 1 + \frac{\hat{\beta}}{R} + \left(\frac{\hat{\beta}}{R}\right)^2 + \dots + \left(\frac{\hat{\beta}}{R}\right)^{n-1} \right\}$$

$$= XR^{n-1+c} \left\{ \frac{\hat{\beta}}{R} \right\}_{(n)}, \text{ se } i \neq \beta. \qquad (2.2)$$

$$F_2 = \left\{ \sum_{\substack{j=1 \\ (k=2)}}^{n} X_{j,k+j-1} \quad R^{n-j} \right\} R^c$$

$$= \left\{ X_{1,2} R^{n-1} + X_{2,3} R^{n-2} + \dots + X_{n,n+1} \right\} R^c =$$

$$= \left\{ X\gamma R^{n-1} + X\gamma\hat{\beta} R^{n-2} + \dots + X\gamma\hat{\beta}^{n-1} \right\} R^c =$$

$$= X\gamma R^{n-1+c} \left\{ 1 + \frac{\hat{\beta}}{R} + \left(\frac{\hat{\beta}}{R}\right)^2 + \dots + \left(\frac{\hat{\beta}}{R}\right)^{n-1} \right\} =$$

$$X\gamma\, R^{n-1+c} \left\{\frac{\hat{\beta}}{R}\right\}_{(n)} = \gamma F_1 \text{, se } i \neq \beta$$

$$\vdots$$

$$F_k = \left\{\sum_{k,j=1}^{n} X_{j,\,k+j-1}\, R^{n-j}\right\} R^c =$$

$$= \left\{X_{1,k}\, R^{n-1} + X_{2,\,k+1}\, R^{n-2} + \ldots + X_{n,\,k+n-1}\right\} R^c =$$

$$= X \left\{\gamma^{k-1}\, R^{n-1} + \gamma^{k-1}\, \hat{\beta}\, R^{n-2} + \ldots + \gamma^{k-1}\, \hat{\beta}^{n-1}\right\} R^c =$$

$$= \gamma^{k-1}\, F_1 \text{, se } i \neq \beta . \tag{2.3}$$

Observe que, caso $i = \beta$, teremos $F_1 = n\ X\ R^{n-1+c}$; porém, a relação $F_k = \gamma^{k-1}\ F_1$ permanece válida. Uma vez obtida a dívida de cada coorte, podemos determinar o valor das prestações, calculado no caso de serem constantes (Tabela Price).

Temos que:

$$P_1 = F_1 \left\{\frac{i}{1 - R^{-m}}\right\} = XR^{n-1+c} \left[\frac{1 - \frac{\hat{\beta}}{R}^{\,n}}{1 - \frac{\hat{\beta}}{R}}\right] \frac{i}{1 - R^{-m}} =$$

$$= XR^{n-1+c} \left[\frac{R^n - \hat{\beta}^n}{R - \hat{\beta}}\right] \frac{R}{R^n} \left[\frac{i}{1 - R^{-m}}\right] =$$

$$= XR^c \left[\frac{R^n - \hat{\beta}^n}{R - \hat{\beta}}\right] \frac{i\, R^m}{R^m - 1} = p \tag{2.4}$$

Logo, face à relação (2.3), segue-se que:

$$P_k = \gamma^{k-1}\, P_1 \tag{2.5}$$

Para o caso em que $i = \beta$,.teremos:

$$P_1 = F_1 \left[\frac{i}{1 - R^{-m}} \right] = F_1 \frac{R^m (R-1)}{R^m - 1} = n X R^{m+n+c-1} \left[\frac{R-1}{R^m - 1} \right] \quad (2.6)$$

com a relação (2.5) permanecendo.[11]

3.2.1 *Evolução do fundo*

Podemos agora observar o comportamento de D_k e $\bar{D}_k$ nos quatro períodos em que foi dividida a análise:

I $- 1 \leqslant k \leqslant n$

$$D_k = X \sum_{j=1}^{k} \gamma^{k-j} \hat{\beta}^{j-1} = X \gamma^k \hat{\beta}^{-1} \sum_{j=1}^{k} \left(\frac{\hat{\beta}}{\gamma} \right)^j =$$

$$= X \gamma^k \hat{\beta}^{-1} \left\{ \sum_{j=1}^{k} \left(\frac{\hat{\beta}}{\gamma} \right)^{j-1} \right\} \frac{\hat{\beta}}{\gamma} = X \gamma^{k-1} \left(\frac{\hat{\beta}}{\gamma} \right)_{(k)} =$$

$$= X \gamma^{k-1} \frac{\gamma}{\gamma^k} \left[\frac{\gamma^k - \hat{\beta}^k}{\gamma - \hat{\beta}} \right] = X \left(\frac{\gamma^k - \hat{\beta}^k}{\gamma - \hat{\beta}} \right) \quad (2.7)$$

e

$$\bar{D}_k = \sum_{\ell=1}^{k} D_\ell = X \sum_{\ell=1}^{k} \gamma^{\ell-1} \left[\frac{1 - \left(\frac{\hat{\beta}}{\gamma} \right)^\ell}{1 - \frac{\hat{\beta}}{\gamma}} \right] =$$

$$= \frac{\gamma X}{\gamma - \hat{\beta}} \sum_{\ell=1}^{k} \left(\gamma^{\ell-1} - \frac{\hat{\beta}^\ell}{\gamma} \right) = X \frac{\gamma}{\gamma - \hat{\beta}} \sum_{\ell=1}^{k} \left(\frac{\gamma^\ell - \hat{\beta}^\ell}{\gamma} \right) =$$

[11] Para o caso em que $i = 0$ teremos $p_1 = X\hat{\beta}_{(n)}/m$, com a relação (2.5) ainda permanecendo.

$$= \frac{X}{\gamma - \hat{\beta}} \left\{ \sum_{\ell=1}^{k} \gamma^{\ell} - \sum_{\ell=1}^{k} \hat{\beta}^{\ell} \right\} \left\{ = \frac{X}{\gamma - \hat{\beta}} \right\} \gamma\, \gamma_{(k)} - \hat{\beta}\, \hat{\beta}_{(k)} \qquad (2.8)$$

II $- n + 1 \leqslant k \leqslant n + c$

$$D_k = \gamma^{k-n} D_n = \gamma^{k-n} X \left[\frac{\gamma^n - \hat{\beta}^n}{\gamma - \hat{\beta}} \right] \qquad (2.9)$$

e

$$\bar{D}_k = \sum_{\gamma=1}^{k} D_\ell = \sum_{\ell=1}^{n} D_\ell + \sum_{\ell=n+1}^{k} D^\ell = \bar{D}_n + D_n \sum_{\ell=n+1}^{k} \gamma^{\ell-n} =$$

$$= \bar{D}_n + X \left[\frac{\gamma^n - \hat{\beta}^n}{\gamma - \hat{\beta}} \right] \gamma^{-n} \left[\frac{\gamma^{n+1} - \gamma^{k+1}}{1 - \gamma} \right] =$$

$$= \frac{X}{\gamma - \hat{\beta}} \left\{ \gamma\, \gamma_{(n)} - \hat{\beta}\, \hat{\beta}_{(n)} \right\} + \frac{X\gamma}{1-\gamma} \left[\frac{\gamma^n - \hat{\beta}^n}{\gamma - \hat{\beta}} \right] (1 - \gamma^{k-n}) =$$

$$= \frac{X}{\gamma - \hat{\beta}} \left\{ \frac{\gamma(1-\gamma^n)}{1-\gamma} - \frac{\hat{\beta}(1-\hat{\beta}^n)}{1-\hat{\beta}} \right\} + \frac{X\gamma(1-\gamma^{k-n})}{1-\gamma} \left[\frac{\gamma^n - \hat{\beta}^n}{\gamma - \hat{\beta}} \right] =$$

$$= \frac{X}{X - \hat{\beta}} \left\{ \frac{\gamma}{1-\gamma} \left[1 - \gamma^n + (1-\gamma^{k-n})(\gamma^n - \hat{\beta}^n) \right] - \frac{\hat{\beta}(1-\hat{\beta}^n)}{1-\hat{\beta}} \right\} =$$

$$= \frac{X}{X - \hat{\beta}} \left\{ \frac{\gamma}{1-\gamma} \left[1 - \gamma^k - \hat{\beta}^n (1 - \gamma^{k-n}) \right] - \hat{\beta}\, \hat{\beta}_{(n)} \right\} \qquad (2.10)$$

III $- n + c + 1 \leqslant k \leqslant n + c + m$

$$D_k = \gamma^{k-n} D_n \sum_{j=1}^{k-n-c} p_j = \gamma^{k-n} X \left[\frac{\gamma^n - \hat{\beta}^n}{\gamma - \hat{\beta}} \right] - p\, \gamma_{(k-n-c)} \qquad (2.11)$$

$$D_k = \bar{D}_{n+c} + \sum_{\ell=n+c+1}^{k} D_\ell = \bar{D}_{n+c} + \sum_{\ell=n+c+1}^{k} D_n \, \gamma^{\ell-n} -$$

$$- \sum_{\ell=n+c+1}^{k} p \, \gamma_{(\ell-n-c)} =$$

$$= \bar{D}_{n+c} + X \left[\frac{\gamma^n - \hat{\beta}^n}{\gamma - \hat{\beta}}\right]\left[\frac{\gamma^{c+1} - \gamma^{k-n+1}}{1-\gamma}\right] - p \, \bar{\gamma}_{(k-n-c)} =$$

$$= \frac{X}{\gamma - \hat{\beta}} \left\{ \frac{\gamma}{1-\gamma} \left[1 - \gamma^{n+c} - \hat{\beta}^n \left(1 - \gamma^c\right)\right] \quad - \hat{\beta} \, \hat{\beta}_{(n)} \right\} \quad +$$

$$+ \left[\frac{X}{\gamma - \hat{\beta}}\right]\left[\frac{\gamma}{1-\gamma}\right] \left(\gamma^n - \hat{\beta}^n\right)\left(\gamma^c - \gamma^{k-n}\right) - p \, \bar{\gamma}_{(k-n-c)} =$$

$$= \frac{X}{\gamma - \hat{\beta}} \left\{ \frac{\gamma}{1-\gamma} \quad \left[1 - \gamma^k - \hat{\beta}^n \left(1 - \gamma^{k-n}\right)\right] \quad - \hat{\beta} \, \hat{\beta}_{(n)} \right\} \quad -$$

$$- p \, \bar{\gamma}_{(k-n-c)} \qquad (2.12)$$

IV $- \; k \geqslant n + c + m + 1$

$$D_k = \gamma^{k-n} \, D_n - \sum_{j=1}^{m} p_{k-n-m-c+j}$$

$$= \gamma^{k-n} \, D_n - \sum_{j=1}^{m} p \, \gamma^{k-n-m-c+j-1} =$$

$$= \gamma^{k-n} \, X \left[\frac{\gamma^n - \hat{\beta}^n}{\gamma - \hat{\beta}}\right] - \gamma^{k-m-n-c} \, p \, \gamma_{(m)} =$$

$$= \gamma^{k-n} \quad \left\{ X \left[\frac{\gamma^n - \hat{\beta}^n}{\gamma - \hat{\beta}}\right] - \gamma^{-m-c} \, p \, \gamma_{(m)} \right\} \qquad (2.13)$$

e

$$\bar{D}_k = \bar{D}_{n+c} + \sum_{\ell=n+c+1}^{k} D_\ell = \bar{D}_{n+c} + \sum_{\ell=n+c+1}^{k} D_n \, \gamma^{\ell-n} -$$

$$- \sum_{\ell=n+c+1}^{n+c+m} p \, \gamma_{(\ell-n-c)} - \sum_{\ell=n+c+m+1}^{k} p \, \gamma_{(m)} \, \gamma^{\ell-n-c-m}$$

Porém, de (2.12) tem-se que:

$$\bar{D}_{n+c} + \sum_{\ell=n+c+1}^{k} D_n \, \gamma^{\ell-n} =$$

$$= \frac{X}{\gamma - \hat{\beta}} \left\{ \frac{\gamma}{1-\gamma} \left[1 - \gamma^k - \hat{\beta}^n \left(1 - \gamma^{k-n}\right)\right] - \hat{\beta} \, \hat{\beta}_{(n)} \right\} \tag{2.14a}$$

Por outro lado:

$$\sum_{\ell=n+c+1}^{n+c+m} p \, \gamma_{(\ell-n-c)} + \sum_{\ell=n+c+m+1}^{k} p \, \gamma_{(m)} \, \gamma^{\ell-n-c-m} =$$

$$= p \, \left[\bar{\gamma}_{(m)} + \gamma_{(m)} \, \gamma \gamma_{(k-n-c-m)} \right] =$$

$$= \frac{P}{(1-\gamma)^2} \left[m - \gamma \left(1 + m - \gamma^m\right) + \left(1 - \gamma^m\right) \gamma \left(1 - \gamma^{k-n-c-m}\right)\right] =$$

$$= \frac{P}{(1-\gamma)^2} \left\{ m - \gamma \left[m + \gamma^{k-n-c-m} \left(1 - \gamma^m\right) \right] \right\} \tag{2.14b}$$

Subtraindo-se (2.14*b*) de (2. 14*a*) obtemos a expressão para $\bar{D}_k$.

3.2.2 *Condições de estabilidade*

De novo, podemos determinar as condições para as quais os desembolsos líquidos passam a ser nulos; ou seja, o desembolso líquido acumulado fica constante. Para tal, observemos que, tendo em vista (2.13):

$$D_{n+c+m+l} = \gamma^{\ell} \left\{ \gamma^{m+c} \, X \left[\frac{\gamma^n - \hat{\beta}^n}{\gamma - \hat{\beta}} \right] - p \; \gamma_{(m)} \right\} =$$

$$= \gamma^{\ell} D_{n+m+c} \tag{2.15}$$

e, portanto, $D_{n+c+m+\ell} \gtreqless 0$ se $D_{n+c+m} \lesseqgtr 0$.

Em conseqüência, basta observarmos o valor de D_{n+c+m}.

Assim:

a) $D_{n+c+m} > 0$ se $\gamma^{m+c} \; X \left[\frac{\gamma^n - \hat{\beta}^n}{\gamma - \hat{\beta}} \right] > p \; \gamma_{(m)}$

Neste caso, D_k cresce à taxa $\gamma - 1$.

b) $D_{n+c+m} = 0$ se $\gamma^{m+c} \; X \left[\frac{\gamma^n - \hat{\beta}^n}{\gamma - \hat{\beta}} \right] = p \; \gamma_{(m)}$

ou:

$$\gamma^{m+c} X \left[\frac{\gamma^n - \hat{\beta}^n}{\gamma - \hat{\beta}} \right] = X R^c \left[\frac{R^n - \hat{\beta}^n}{R - \hat{\beta}} \right] \quad \frac{i R^m}{R^m - 1} \quad \left[\frac{1 - \gamma^m}{1 - \gamma} \right]$$

Igualdade que é verificada se $R = \gamma$ e, conseqüentemente, $i = \gamma - 1$.[12]

c) $D_{n+c+m} < 0$ se $\gamma^{m+c} \; X \left[\frac{\gamma^n - \hat{\beta}^n}{\gamma - \hat{\beta}} \right] < p \; \gamma_{(m)}$

Agora D_k decresce à mesma taxa anual $\gamma - 1$.

Comparando esses resultados com aqueles obtidos anteriormente, vemos que as condições que influenciam a trajetória do fundo não são alteradas pelo fato de considerarmos custos crescentes anualmente para todos os mutuários do crédito educativo, ao invés de, como no caso anterior, apenas para os mutuários entrantes em um dado ano.

[12] Esta solução é valida mesmo no caso onde $i = \beta$.

3.2.3 Determinação dos subsídios contábil e econômico

Também podemos obter a expressão relativa à proporção do subsídio contábil, S_k. Como definido anteriormente:

$$W_k = \frac{P_k^*}{D_k^*} \text{ e } S_k = 1 - W_k$$

Com:

$$P_k^* = m\, p_k = m\ \gamma^{k-1}\ X\ R^c \left[\frac{R^n - \hat{\beta}^n}{R - \hat{\beta}}\right] \frac{i\, R^m}{R^m - 1}$$

e

$$D_k^* = \sum_{j=1}^{n} X_{j,\, k+j-1} = X \sum_{j=1}^{n} \gamma^{k-1}\ \hat{\beta}^{j-1} = X\ \gamma^{k-1} \left[\frac{1 - \hat{\beta}^n}{1 - \hat{\beta}}\right]$$

Logo:

$$W_k = \frac{P_k^*}{D_k^*} = m\, R^c \left[\frac{R^n - \hat{\beta}^n}{R - \hat{\beta}}\right] \frac{i\, R^m}{R^m - 1} \left[\frac{1 - \hat{\beta}}{1 - \hat{\beta}^n}\right] \qquad (2.16a)$$

Como se verifica facilmente, para o caso limite em que $i = \beta$ tem-se:[13]

$$W_k = \frac{mnR^{n+c+m-1}\,(1 - R)^2}{(1 - R^m)(1 - R^n)} \qquad (2.16b)$$

Por outro lado, para obtermos o subsídio econômico, temos que:

$$\hat{D}_k^* = \sum_{j=1}^{n} X_{j,\, k+j-1}\ \bar{R}^{n-j} = X \sum_{j=1}^{n} \gamma^{k-1}\ \hat{\beta}^{j-1}\ \bar{R}^{n-j} =$$

$$= X\ \gamma^{k-1}\ \bar{R}^{-n}\ \hat{\beta}^{-1} \sum_{j=1}^{n} \left(\frac{\hat{\beta}}{\bar{R}}\right)^j$$

[13] Observe-se que para o caso em que $i = 0$ teremos $W_k = (1-\hat{\beta})\ \bar{\beta}_{(n)} / (1-\hat{\beta})$.

$$
= \begin{cases} n\,X\,\gamma^{k-1}\,\bar{R}^{n-1}, \text{ se } \beta = \bar{i} \\[2ex] X\,\gamma^{k-1}\,\bar{R}^{n-\hat{\beta}-1}\,\dfrac{\dfrac{\hat{\beta}}{\bar{R}} - \left(\dfrac{\hat{\beta}}{\bar{R}}\right)^{n+1}}{1 - \dfrac{\hat{\beta}}{\bar{R}}} = X\,\gamma^{k-1}\left[\dfrac{\bar{R}^n - \hat{\beta}^n}{\bar{R} - \hat{\beta}}\right], \\[2ex] \text{se } \beta \neq \bar{i} \end{cases}
$$

e

$$
\hat{P}_k^* = \bar{R}^{-c}\sum_{j=1}^{m} p_k\,\bar{R}^{-j} = \bar{R}^{-c}\,p_k\left[\frac{1 - R^{-m}}{\bar{R} - 1}\right] =
$$

$$
= \begin{cases} \int \bar{R}^{-c}\,\gamma^{k-1}\,X\,R^{c+m}\left[\dfrac{R^n - \hat{\beta}^n}{R - \hat{\beta}}\right]\left[\dfrac{R-1}{R^m - 1}\right]\left[\dfrac{1 - \bar{R}^{-m}}{\bar{R} - 1}\right], \text{ se } i \neq \beta \\[2ex] \int n\,X\,\gamma^{k-1}\,\bar{R}^{-c}\,R^{m+n+c-1}\left[\dfrac{R-1}{R^m - 1}\right]\left[\dfrac{1 - \bar{R}^{-m}}{\bar{R} - 1}\right], \text{ se } i = \beta \end{cases}
$$

Logo, para a razão p_k^*/D_k^*, tendo em vista as três possíveis combinações para os parâmetros i, $\bar{i}$ e β teremos, respectivamente:

a) Se $i = \bar{i}$, para qualquer valor de β

$$
W_k = 1 \qquad (2.17a)
$$

Ou seja, tais condições tornam inexistente o subsídio econômico;

b) Se $i \neq \beta$ com $\bar{i} = \beta$

$$
\hat{W}_k = \frac{R^{m+c}\,\hat{\beta}^{-n-m-c+1}}{n}\left[\frac{R^n - \hat{\beta}^n}{R - \hat{\beta}}\right]\left[\frac{R-1}{R^m - 1}\right]\left[\frac{\hat{\beta}^m - 1}{\hat{\beta} - 1}\right] \qquad (2.17b)
$$

Para o caso-limite em que $R = 1$, teremos:

$$\lim_{R \to 1} \hat{W}_k = \frac{\hat{\beta}^{-n-m-c} (\hat{\beta}^n - 1)(\hat{\beta}^m - 1)}{n\, m\, (\hat{\beta} - 1)^2}$$

c) Se $i = \beta$ com $\bar{i} \neq \beta$

$$\hat{W}_k = \frac{n\, R^{m+n+c-1} (R-1)(\bar{R}^m - 1)(\bar{R} - R)}{\bar{R}^{m+c} (R^m - 1)(\bar{R} - 1)(\bar{R}^n - R^n)} \qquad (2.17c)$$

d) Se $i \neq \beta \neq \bar{i}$

$$\hat{W}_k = \frac{\bar{R}^{-c} R^{m+c} (\bar{R} - \hat{\beta})}{\bar{R}^n - \hat{\beta}^n} \left[\frac{R^n - \hat{\beta}^n}{R - \hat{\beta}}\right] \left[\frac{R - 1}{R^m - 1}\right] \left[\frac{1 - \bar{R}^{-m}}{\bar{R} - 1}\right] \qquad (2.17d)$$

Na eventualidade de a taxa i nula, teremos:

$$\lim_{R \to 1} \hat{W}_k = \frac{\bar{R}^{-m-c} (\bar{R} - \hat{\beta})(1 - \hat{\beta}^n)(\bar{R}^m - 1)}{m (\bar{R}^n - \hat{\beta}^n)(1 - \hat{\beta})(\bar{R} - 1)}$$

Em qualquer caso, a proporção de subsídio será:

$$\hat{S}_k = 1 - \hat{W}_k$$

3.3 *Modelo para quando o fundo começa com as* n *séries simultaneamente*

Primeiramente, adotaremos a hipótese de C_k constante ao longo do curso, para alunos que ingressam na época k. Ou seja, qualquer que seja a série em que esteja o aluno ao entrar para o crédito educativo em seu primeiro ano de funcionamento, o custo permanece constante até terminar o curso.

Seja m_j, $j = 1, 2, \ldots n$, com $m_n \equiv m$, o prazo de amortização para os alunos que, no primeiro ano do crédito educativo ($k = 1$), cursam somente as j últimas séries, ou seja, entram na série $\ell = n - j + 1$. Em geral, dever-se-á ter $m_1 \leqslant m_2 \leqslant \ldots \leqslant m$. Admite-se que o prazo de carência seja o mesmo para todos os alunos.

Seja X'_ℓ o dispêndio na época $k = 1$ com alunos que estão na série ℓ ($\ell = 2, \ldots n$).

D_k e $\bar{D}_k$ permanecem com o mesmo significado anterior, respectivamente, desembolso líquido e desembolso líquido acumulado na época k apenas para os alunos que, na época $k = 1$, estavam na 1.ª série. Chamemos de D'_k e $\bar{D}'_k$, respectivamente, os desembolsos totais líquido e líquido acumulado na época k. Tanto D_k e D'_k como $\bar{D}_k$ e $\bar{D}'_k$ diferem porque na época $k = 1$ entraram alunos que estavam numa série ℓ ($\ell = 2, \ldots, n$).

Para

$$k > (n - 1) + c + m_{n-1}, D_k = D'_k,$$

pois os alunos acima já saíram do fundo. Conseqüentemente, nesse intervalo:

$$\left[\bar{D}'_k = \bar{D}_k + \sum_{\ell=2}^{n} (n - \ell + 1)\, X'_\ell - \sum_{j=1}^{n-1} m_j\, p'_j \right]$$

onde

$$p'_j = F'_j R^c \left[\frac{i}{1-R^{m_j}} \right] = \sum_{\ell=1}^{j} X'_{n-j+1}\, R^{\ell-1} R^c \left[\frac{R^{m_j}(R-1)}{R^{m_j} - 1} \right] =$$

$$= X'_{n-j+1}\, R^{c+m_j} \left[\frac{R^j - 1}{R^{m_j} - 1} \right]$$

Logo:

$$\bar{D}'_k = \bar{D}_k + \sum_{\ell=2}^{n} (n-\ell+1)\, X'_\ell - \sum_{j=1}^{n=1} m_j X'_{n-j+1}\, R^{c+m_j} \left[\frac{R^j - 1}{R^{m_j} - 1} \right] \qquad (3.1)$$

Portanto, como a partir de $k > (n - 1) + c + m_n\ 1, D_k = D'_k$, o comportamento do fundo será idêntico ao comportamento observado no primeiro modelo, determinado pelos parâmetros R e γ. Os subsídios contábil e econômico terão também os mesmos valores do primeiro modelo.[14]

Se adotarmos a hipótese de C_k crescer para todos os alunos, os resultados básicos serão idênticos aos obtidos anteriormente no modelo 2. A única diferença é que o desembolso líquido acumulado é maior, pois, para $b > (n - 1) + c + m_{n-1}$ tem-se:

$$\left[\bar{D}'_k - \bar{D}_k = \sum_{\ell=2}^{n} X'_\ell\ \hat{\beta}_{(n-\ell+1)} - \right]$$

[14] Obviamente, isto para o caso de alunos que começaram na 1.ª série.

$$
-\sum_{j=1}^{n-1}\begin{cases} m_j\, R^{c+m_j+j-1}\, X'_{n-j+1} \left\{\dfrac{\hat{\beta}}{R}\right\}_{(j)} \left\{R\right\}_{(j)}^{-1}, & \text{se } i \neq \beta \\[2ex] j m_j\, R^{c+m_j+j-1}\, X'_{n-j+1} \left\{R\right\}_{(j)}^{-1}, & \text{se } i = \beta \end{cases} \tag{3.2}
$$

4. Análise das simulações

As simulações tiveram como objetivo verificar o efeito de variações nos parâmetros do modelo sobre os desembolsos líquido e acumulado do fundo. As simulações foram feitas usando-se a segunda variante do modelo, que permite um crescimento do desembolso médio por mutuário. Os prazos de utilização e de amortização foram de cinco anos, considerados como representando a duração média dos cursos.[15] Duas hipóteses foram feitas para o desembolso (custo) médio anual: a de que permanecesse constante e a de que cresceria a uma taxa de 0,5% ao ano. Para a taxa de crescimento dos mutuários, contemplaram-se duas alternativas, 3% e 5% ao ano. Finalmente, a taxa de juros real resulta da combinação da taxa de juros nominal e da taxa de inflação. A situação em que não há subsídios ($i = 0$) requer a igualdade dessas duas taxas. Nas demais alternativas, a taxa de juros nominal é de 15% ao ano enquanto as taxas de inflação consideradas foram de 40% ($i = 0,1786$), 80% ($i = -0,3611$) e 100% ($i = -0,4250$), ao ano.

No quadro 3, pode-se observar que, ao manter constante o desembolso médio por aluno ($\beta = 0$), o impacto do montante dos subsídios é considerável. Assim é que se comparando os casos de ausência de subsídio com o de uma taxa de inflação de 40%, os desembolsos líquidos mais do que dobram em 10 anos e são quadruplicados em 40 anos. Quando se compara os desembolsos líquidos para taxas de inflação de 40% e 80%, nota-se que aumentam apenas de 24% em 10 anos e 32% em 40 anos. Ou seja, apesar da taxa de juros real ter um decréscimo absoluto similar em ambas as situações, provoca um sensível aumento no desembolso líquido apenas na primeira comparação feita. Neste caso, o custo do subsídio pode ser indicado pelo número de estudantes que poderiam ser atendidos caso não existisse: em 10 anos, o programa poderia atender o dobro dos estudantes e em 40 anos, quadruplicar.

[15] Outro grupo de simulações também foi realizado para prazos de quatro anos. Embora, obviamente, o desembolso líquido seja menor, os efeitos proporcionais de variações dos parâmetros sobre o desembolso líquido são iguais aos obtidos quando esses prazos foram de cinco anos.

O efeito da taxa de crescimento dos mutuários sobre o desembolso líquido é maior quanto menor for o subsídio: em 15 anos o desembolso líquido praticamente dobra quando o subsídio é nulo, e aumenta de apenas 1/3 quando a taxa de inflação é de 40%. Considerando-se 40 anos, estes aumentos são de, respectivamente, 218% e 114%, indicando efeitos ponderáveis quando a taxa de crescimento é aumentada de 3% para 5%.

O efeito de um aumento anual de 0,5% no desembolso médio por aluno, que poderia ter como causas uma melhor qualidade do ensino ou o fato de que o setor educacional terá de pagar salários reais crescentes sem haver aumentos de produtividade correspondentes, pode ser visto pela comparação dos quadros 3 e 4.

Para $\delta = 0{,}03$ e um período de 40 anos, esse aumento redundará em um aumento de desembolso líquido de 40% no caso da ausência de subsídios e de 23% se a taxa de inflação for de 40%.

Até aqui, as simulações feitas consideravam, apenas no tocante aos períodos de utilização e amortização e no caso de $\beta = 0$, a situação atual do crédito educativo. Embora o modelo só considere taxas constantes para os parâmetros, é de

Quadro 3

Resultados das simulações para $n = m = 5$ e $\beta = 0$

Valor dos parâmetros i, δ			Número de anos				
			10	15	20	30	40
$i = 0$	$\delta = 0{,}03$	D.L.	1,97	1,16	1,34	1,81	2,43
		D.A.	34,34	39,82	46,16	62,04	83,39
$i = 0$	$\delta = 0{,}05$	D.L.	2,74	2,28	2,91	4,75	7,74
		D.A.	37,59	47,99	61,23	99,75	162,50
$i = -0{,}1786$	$\delta = 0{,}03$	D.L.	4,59	4,90	5,68	7,64	10,27
		D.A.	40,79	63,91	90,72	157,82	248,00
$i = -0{,}1786$	$\delta = 0{,}05$	D.L.	5,44	6,49	8,28	13,49	21,98
		D.A.	44,17	73,71	111,33	220,73	398,95
$i = -0{,}3611$	$\delta = 0{,}03$	D.L.	5,71	6,50	7,54	10,13	13,61
		D.A.	43,55	74,21	109,75	198,73	318,32
$i = -0{,}3611$	$\delta = 0{,}05$	D.L.	6,59	8,29	10,58	17,23	28,07
		D.A.	46,98	84,65	132,73	272,42	499,97
$i = -0{,}4250$	$\delta = 0{,}03$	D.L.	5,89	6,76	8,58	10,53	14,16
		D.A.	44,00	75,88	86,44	205,40	329,79
$i = -0{,}4250$	$\delta = 0{,}05$	D.L.	6,78	7,84	10,95	17,84	29,06
		D.A.	47,44	112,86	136,22	280,84	516,44

Quadro 4

Resultados das simulações para $n = m = 5$ e $\beta = 0{,}05$

Valor dos parâmetros i, δ			Número de anos				
			10	15	20	30	40
$i = 0$	$\delta = 0{,}03$	D.L.	2,18	1,43	1,70	2,40	3,39
		D.A.	35,44	42,12	50,06	70,72	99,91
$i = 0$	$\delta = 0{,}05$	D.L.	2,99	2,66	3,48	5,96	10,20
		D.A.	38,78	50,77	66,43	113,75	194,75
$i = -0{,}1786$	$\delta = 0{,}03$	D.L.	4,84	5,32	6,32	8,93	12,62
		D.A.	41,98	66,83	96,38	173,22	281,77
$i = -0{,}1786$	$\delta = 0{,}05$	D.L.	5,73	7,03	9,20	15,75	26,57
		D.A.	45,47	77,13	118,57	243,72	457,99
$i = -0{,}3611$	$\delta = 0{,}03$	D.L.	5,98	6,99	8,30	11,73	16,57
		D.A.	44,78	77,42	116,21	217,11	359,64
$i = -0{,}3611$	$\delta = 0{,}05$	D.L.	6,91	8,90	11,65	19,95	34,15
		D.A.	48,33	88,42	140,89	299,37	570,70
$i = -0{,}4250$	$\delta = 0{,}03$	D.L.	6,16	7,26	8,63	12,19	17,21
		D.A.	45,24	79,14	119,45	224,27	372,35
$i = -0{,}4250$	$\delta = 0{,}05$	D.L.	7,10	9,21	12,05	20,63	35,33
		D.A.	48,78	90,27	144,53	308,45	589,11

interesse verificar a evolução do desembolso acumulado adotando para os parâmetros valores condizentes com a realidade atual. Para os empréstimos de anuidade, considerou-se uma taxa de inflação de 60% ($i = 0{,}2813$), uma taxa de crescimento dos mutuários de −25% e um desembolso médio constante. Para os empréstimos de manutenção, tomou-se a mesma taxa de inflação, um desembolso médio decrescendo 30% ao ano e uma taxa negativa de crescimento dos mutuários de 40%. Em ambos os casos, o desembolso acumulado se estabilizou a partir do décimo ano. Ou seja, caso se mantenham as tendências atuais, o desembolso líquido será praticamente nulo, a não ser pelo efeito da taxa de inadimplência.

5. Conclusão

Estudamos o comportamento do fundo de crédito educativo em três situações distintas. Primeiro, adotamos a hipótese de que, embora crescesse anualmente para os novos mutuários, o custo seria constante para aqueles já no programa. Observamos que a condição necessária e suficiente para que o desembolso líquido anual

fosse, eventualmente, nulo seria dada pela igualdade entre a taxa de juros e a superposição das taxas de crescimento do custo e do número de participantes no programa ($i = \delta + \beta + \delta\beta$). Como mesmo uma taxa de juros real positiva cobrada pelo crédito educativo dificilmente atenderá à condição acima, verificamos que o crédito educativo necessitará de recursos crescentes à taxa $\delta + \beta + \delta\beta$.

Por outro lado, coloca-se o problema do subsídio concedido a uma coorte de mutuários. Este pode ser visto de duas perspectivas. Primeiro, definimos o subsídio contábil como resultado da cobrança de uma taxa de juros real negativa. Neste caso, a soma das prestações pagas pelo mutuário é inferior à quantia recebida do programa. Ao obtermos a proporção desses subsídios definida como a unidade, menos a razão entre os pagamentos feitos e a ajuda recebida, podemos observar que essa proporção é a mesma para todas as coortes.

Após definirmos o subsídio econômico, que difere do anterior porque se considera no seu cálculo o custo de oportunidade dos recursos do fundo, constatamos igualmente que a proporção desse subsídio é a mesma para qualquer coorte.

O segundo modelo incorpora a situação de custos crescentes para um mesmo mutuário. Pudemos observar que, embora as expressões analíticas sejam diferentes, as propriedades do modelo são iguais às observadas anteriormente, quer em relação à condição para que o fundo apresente, eventualmente, um desembolso líquido nulo, quer quanto aos subsídios contábil e econômico.

Finalmente, introduzimos a possibilidade de o mutuário, no primeiro ano do fundo, não estar cursando a primeira série do seu curso. Feitas as hipóteses de custos constantes ou crescentes para um mesmo mutuário, observou-se que, de modo semelhante ao segundo modelo, as conclusões obtidas anteriormente não eram alteradas.

Abstract

The credito educativo program, after a promising beginning, has reduced drastically the number of new loans and the real value of the maintenance loans. Reasons pertinent to the loan payment conditions adopted in Brazil explain this disappointing performance, which is reflected in the high subsidies and rate of default. This article describes the evolution of the resources applied by credito educativo and indicates the causes of its failure. A model is then presented which describes the net flows of the credito educativo, under its fixed payment variant, and establishes the equilibrium conditions related to the net outflow. This model permits the calculation of the subsidy resulting from a negative real interest rate and the realization of simulations. These simulations establish the resources required for the operation of the credito educativo for different values of the parameters in this model.