Uma nota sobre números-índices *

José L. Carvalho **

1. Introdução; 2. Aspectos estatísticos; 3. Aspectos econômicos; 4. Aspectos empíricos.

1. Introdução

Números-índices têm sido extensivamente utilizados em análise econômica. Muito freqüentemente, seu uso gera discussão entre os técnicos e descontentamento quanto à sua representatividade por parte do público em geral. O objetivo desta nota, que não tem pretensões quanto à sua originalidade, é o de divulgar de forma didática alguns aspectos importantes sobre o cálculo, representatividade e uso dos números-índices, com atenção especial para os índices de custo de vida.

Para facilitar a apresentação, discutimos em primeiro lugar alguns aspectos estatísticos do cálculo de números-índices para, em seguida, comentar sobre vários de seus aspectos econômicos. Finalizando, comentamos sobre as dificuldades práticas mais comuns no cálculo de números-índices

* Gostaríamos de agradecer as críticas e sugestões de Marc Nerlove, A. C. Harberger, Claudio L. Haddad, A. C. Lemgruber e J. J. Senna. Os erros que porventura remanescerem são de nossa inteira responsabilidade.

** Professor da Escola de Pós-Graduação em Economia (EPGE) da Fundação Getulio Vargas.

considerando, em particular, os índices de custo de vida. A experiência brasileira, com destaque da participação da Fundação Getulio Vargas, encerra esta nota.

2. Aspectos estatísticos

2.1 Fundamentos

O conceito estatístico de número-índice pode ser aplicado a qualquer variável ou qualquer conjunto de variáveis que se deseje comparar ao longo do tempo ou ao longo do espaço (comparações regionais).

Vamos considerar a comparação de um conjunto de variáveis para duas situações conforme especifica a tabela 1.

Tabela 1

Comportamento de um grupo selecionado de variáveis

Variáveis	Situação I	Situação II
A	1,50	1,30
B	3,20	3,20
C	2,40	2,00
D	6,15	6,00
E	6,15	7,10
F	4,95	4,50
G	3,65	3,40
H	4,35	4,10
I	20,15	25,00
J	3,15	2,50

Uma análise individual do comportamento de cada variável pode ser facilmente levada a termo pela comparação simples do valor da variável em questão na situação I com seu correspondente valor em II. Assim, a variável A passou de 1,50 para 1,30. Esta flutuação pode ser vista de outra forma através da seguinte transformação:

$$1{,}50 \text{ ———————— } 100$$

$$1{,}30 \text{ ———————— } x$$

isto é, 1,50 será representado por 100, e devemos, portanto, representar 1,30 por uma fração de 100, definida como:

$$x = 100 \times \frac{1,30}{1,50} \quad \therefore \quad x = 86,67$$

Assim, a variável *A* passou de 100 para 86,67, o que significa dizer que esta variável caiu de 13,33% quando comparamos a situação II com base na situação I.

Este exercício pode ser repetido para cada uma das demais variáveis.

Tabela 2

Comparação com base na situação I

Variáveis	Situação I	Situação II
A	100	86,67
B	100	100,00
C	100	83,33
D	100	97,56
E	100	115,45
F	100	90,91
G	100	93,15
H	100	94,25
I	100	124,07
J	100	79,36

Podemos observar que a variável *B* não sofreu alteração, enquanto que a variável *E* cresceu em 15,45%, a variável I cresceu de 24,07% e as demais variáveis decresceram.

Suponha que se deseja analisar o comportamento destas variáveis em conjunto. Para tanto, precisamos construir índices agregados que possam resumir as mudanças nessas variáveis. Uma maneira de se resumir o comportamento dessas variáveis seria comparar a média de seus valores para as duas situações. Para facilitar a comparação, tomemos os dados da tabela 2, que já estão em termos relativos, ao invés dos da tabela 1:

$$\text{média situação I} = 100,00$$

$$\text{média situação II} = 96,47$$

Assim, as variáveis consideradas decresceram em média de 3,53%.

Uma série de outras medidas e mesmo outros tipos de média poderiam ser usados para representar as mudanças ocorridas nestas variáveis de I para II. A pergunta que levantamos agora é sobre a representatividade das médias calculadas. Para dramatizar melhor esta questão, vamos considerar que as observações resumidas nas tabelas 1 e 2 se referem os preços das mercadorias $A, B, \ldots, J$ para duas situações distintas (períodos ou locais). As médias calculadas anteriormente nos indicam que de I para II estes preços caíram em 3,53%, e nossa dúvida é quanto à validade desta inferência. É claro que a média aritmética valoriza igualmente as variações nos preços das mercadorias. É bem possível que isto não corresponda à realidade. Certos produtos entre os que aqui consideramos devem ser mais importantes que outros, o que implica a necessidade de ponderarmos cada preço de acordo com sua importância relativa (de alguma forma definida). A dificuldade maior aqui é a definição deste sistema de pesos. Esta dificuldade é de caráter geral, isto é, ela existe qualquer que seja o número-índice a ser calculado.

Suponha que se queira calcular para um certo indivíduo os índices de preços para as duas situações descritas. Um sistema de pesos que pode ser utilizado é o da participação de cada bem nos gastos totais do indivíduo. Assim, uma vez conhecidas estas participações, podemos calcular os índices de preço como uma média ponderada:

Tabela 3

Variáveis	Situação I		Situação II	
	Preços	Pesos	Preços	Pesos
A	1,50	0,05	1,30	0,08
B	3,20	0,10	3,20	0,11
C	2,40	0,05	2,00	0,07
D	6,15	0,10	6,00	0,06
E	6,15	0,15	7,10	0,07
F	4,95	0,05	4,50	0,07
G	3,65	0,10	3,40	0,12
H	4,35	0,05	4,10	0,07
I	20,15	0,30	25,00	0,25
J	3,15	0,05	2,50	0,10

Média ponderada em I = 9,085

Média ponderada em II = 8,963

A construção dos índices segue a norma anterior:

$$9{,}085 \text{ ——————————— } 100$$

$$8{,}963 \text{ ——————————— } x$$

$$x = \frac{896{,}3}{9{,}085} = 98{,}66$$

Deste modo, os preços decrescem, em média, de 1,34%, tomando-se por base a situação I. Note-se que, desconsiderando a ponderação, isto é, considerando uma ponderação idêntica para todos os preços, o decréscimo seria de 3,53%.

Para enfatizar o efeito da ponderação no cálculo desses índices, vamos considerar a mesma estrutura de pesos da situação I para a situação II. Empiricamente, esta é uma situação comum por causa dos custos de atualização do sistema de pesos, conforme veremos adiante. Caso o sistema de pesos de I seja mantido para II, temos:

$$\text{média ponderada em I} = 9{,}085$$

$$\text{média ponderada em II} = 10{,}545$$

Em termos de índices

$$9{,}085 - 100 \therefore x = \frac{1054{,}5}{9{,}085} = 116{,}07$$

$$10{,}545 - x$$

isto é, os preços cresceram em média de 16,07%!

Além do problema da ponderação, a escolha da base para se efetuar as comparações é de grande importância não pela definição da base em si, mas pelas dificuldades de informação, conforme veremos adiante. É claro que uma comparação ao longo do tempo implica menor relevância para base, proporcional ao lapso de tempo que a separa do período a se comparar. Para contornar este problema pode-se com facilidade mudar a base de comparação, redefinindo-se como 100 o período que se quer considerar como base. Uma outra possibilidade é o encadeamento do índice, isto é, cada período tem como base seu período imediatamente anterior.

2.2 Índices sugeridos

Durante muito tempo, os índices do tipo aritmético simples foram computados. A necessidade de uma ponderação provocou o surgimento de vários índices, caracterizados pelo seu sistema de pesos. Assim, na segunda metade do século XIX, estudiosos ingleses sugeriram vários índices. Em especial, Arthur Young sugeriu um índice que dentro de certas condições resultava no índice definido posteriormente por Laspeyres.[1] A discussão sobre o sistema de pesos concentrou-se por muito tempo em torno de dois índices, o de Laspeyres e o de Paasche. Por comodidade, consideraremos apenas em nossas discussões índices de preço, embora as conclusões sejam válidas para os respectivos índices de quantidade.

Índice de preço de Laspeyres

Para se comparar dois grupos de preços, Laspeyres sugeriu que, uma vez escolhida a base, o cálculo do índice deveria ser feito ponderando-se os preços atuais e da base, pelas correspondentes quantidades observadas na base. Assim, considerando duas situações *zero* e *um* temos que o índice de Laspeyres de preços para um com base em zero é definido como:

$$L_p^{0_1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{i1}\, q_{i0}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0}\, q_{i0}} \tag{2.1}$$

onde

p_{i0} = preços dos bens i em *zero;*

p_{i1} = preços dos bens i em *um;*

q_{i0} = quantidades dos bens i em *zero;*

L_{p1}^{0} = índice de preços de Laspeyres para *um* com base em *zero;*

n = número de bens considerado.

[1] *International Encyclopedia of the Social Sciences.* 1968. p. 155.

Índice de Paasche

Semelhantemente ao índice de Laspeyres, no índice de preços de Paasche ponderam-se os preços pelas quantidades mas, desta vez, pelas quantidades que não as da base, isto é, da situação *um*.

$$p_{p1}^{0} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{i1}\, q_{i1}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0}\, q_{i1}} \tag{2.2}$$

onde p_{i1}, p_{i0} e n já foram definidos;

q_{i1} = quantidades dos bens i em *um;*

$p_{p_1}^{0}$ = índice de preço de Paasche para *um* com base em *zero*.

Embora para dois quaisquer períodos a diferença entre os índices de Laspeyres e Paasche se resuma no sistema de pesos, isto não representa a real diferença entre esses índices quando consideramos mais de dois períodos. Suponha que se tenha os períodos zero, um, dois e três. Calculando-se um índice de preços *à la* Laspeyres com base em zero, o sistema de pesos será único (q_o) para qualquer dos períodos considerados, enquanto que no cálculo *à la* Paasche, o sistema de pesos varia, mantendo-se sempre atualizado com relação ao período considerado (q_1, q_2 e q_3).

De um modo geral, tanto o índice de preços de Laspeyres como o de Paasche são usados para comparações intertemporais cujo intervalo de tempo é relativamente grande: ano, semestre, mês, etc. Como certamente os preços variam de forma contínua, tanto os p_{io} como os p_{i1} devem ser representados por valores médios, considerados constantes durante o período de referência.

Conciliando os índices de Laspeyres e Paasche, Marshall sugeriu como ponderação para índices de preços, uma média aritmética simples entre os q_{io} e os q_{i1}. Esta formulação ganhou popularidade através de trabalhos desenvolvidos por Edgeworth. A expressão matemática do índice de Marshall-Edgeworth é portanto:

$$ME_{p1}^{0} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{i1}\, (q_{i0} + q_{i1})}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0}\, (q_{i0} + q_{i1})} \tag{2.3}$$

2.3 A contribuição de Fisher

Por certo, *The making of index numbers* de Irving Fisher é ainda hoje o melhor trabalho analítico das expressões matemáticas que definem os números-índices mais conhecidos. Fisher, além da análise e das comparações feitas para os índices, via sua expressão matemática, sugeriu um conjunto de testes visando classificar esses índices quanto à sua exatidão. Dos testes propostos, devemos destacar dois: o teste da inversão no tempo e o da inversão dos fatores. Estes testes foram sugeridos pelo fato de que de um modo geral os índices são calculados ao longo do tempo e para preços e quantidades. Mesmo para índices calculados ao longo do espaço, o teste da inversão no tempo faz sentido, como veremos a seguir, uma vez que este teste não se refere especificamente a eventos temporais.

O teste da inversão no tempo é definido pela expressão:

$$P_i^0 \, P_0^i = 1,$$

onde

P_i^0 = índice para a situação *0* com base em *i*

P_0^i = índice para a situação *i* com base em *0*

Deve-se esperar que os índices utilizados satisfaçam a esse teste, uma vez que é desejável a unicidade da inferência a partir de um índice. Se por P_i^0 concluímos que o índice para a situação *i* com base em zero é duas vezes maior que para a situação em zero ($P_i^0 = 2{,}00$), para que esta informação seja entendida inequivocamente se faz necessário que pelo índice P_0^i se conclua que o índice para a situação em zero com base em *i* seja a metade daquele para a situação *i* ($P_0^i = 0{,}50$).[2]

O teste da inversão de fatores é definido como:

$$P_0^i \, Q_0^i = V_0^i,$$

onde

P_0^i = índice de preço para a situação *i* com base em zero

Q_0^i = índice de quantidade para a situação *i* com base em zero

V_0^i = índice de valor para a situação *i* com base em zero

[2] É bom lembrar que os números relativos discutidos no item 2.1 (variações percentuais) não satisfazem esse teste. Uma outra maneira de aproximar pequenas variações percentuais é pela diferença em logaritmos, que satisfaz o teste da inversão no tempo.

Como valor é definido pelo produto do preço pela correspondente quantidade, deve-se esperar que a boa qualidade dos índices de preços e quantidade possa ser testada pela satisfação do teste de inversão de fatores.

Infelizmente, Fisher foi incapaz de determinar um índice que pudesse satisfazer a todos os testes propostos. Como solução, Fisher sugeriu como índice *ideal* uma média geométrica entre os índices de Laspeyres e Paasche. Assim, o índice de preço sugerido por Fisher tem a seguinte expressão: [3]

$$F^0_{p1} = \sqrt{L^0_{p1} \cdot P^0_{p1}} \tag{2.4}$$

O índice ideal de Fisher, empiricamente, muito se aproxima do índice sugerido por Marshall (ME).

Tentando contornar em parte a dificuldade de se construir índices de preços e quantidades que satisfaçam o teste de reversibilidade de fatores, Theil (1960) propôs um índice linear ótimo (BLI) no sentido de minimizar a soma dos quadrados das discrepâncias entre P^i_0, Q^i_0 e V^i_0.[4]

2.4 A Contribuição de Divisia

Divisia (1925), ao estudar fenômenos monetários, deparou com a necessidade de utilizar um índice que satisfizesse o teste da inversão de fatores sugerido por Fisher. Assim comparando-se duas situações *zero* e *t*, os índices de preço e quantidade devem ser tais que:

$$D^0_{pt} \cdot D^0_{qt} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{it}\, q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} p_{i0}\, q_{i0}} \tag{2.5}$$

onde

$D^0_{pt} =$ índice de preços para t com base em *zero*

$D^0_{qt} =$ índice de quantidade para t com base em *zero*.

[3] Fisher sugeriu a média geométrica entre os índices de Laspeyres e Paasche pelas propriedades matemáticas desta formulação. Na perseguição de um número índice ideal sob o ponto de vista econômico, Bucheguennce provou que, sob certas hipóteses, o índice de Fisher é também ideal. Marris. 1958. p. 37. A conceituação de ideal economicamente será discutida no item 3.

[4] Para uma aplicação do BLI de Theil, ver Klock e Wit. 1961.

Tornando logaritmo e diferenciando com relação a t:

$$\frac{1}{D^0_{pt}} \cdot \frac{d\, D^0_{pt}}{dt} + \frac{1}{D^0_{pt}} \cdot \frac{d\, D^0_{qt}}{dt} =$$

$$= \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} p_{it}\, q_{it}} \left[\sum_{i=1}^{n} q_{it} \frac{d\, p_{it}}{dt} + \sum_{t=1}^{n} p_{it} \frac{d\, q_{it}}{dt} \right]$$

Para satisfação do teste de inversão de fatores temos:

$$\frac{1}{D^0_{pt}} \cdot \frac{d\, D^0_{pt}}{dt} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} p_{it}\, q_{it}} \sum_{i=1}^{n} q_{it} \frac{d\, p_{it}}{dt} \tag{2.6}$$

$$\frac{1}{D^0_{qt}} \cdot \frac{d\, D^0_{qt}}{dt} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} p_{it}\, q_{it}} \sum_{i=1}^{n} p_{it} \frac{d\, q_{it}}{dt} \tag{2.7}$$

Considerando apenas o índice de preços, pela integração de (2.6), temos:

$$\int_k \frac{1}{D^0_{pt}} \cdot \frac{d\, D^0_{pt}}{dt} = \log D^0_{pt} = \sum_{i=1}^{n} \int_k \frac{p_{it}\, q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} p_{it}\, q_{it}} \cdot d \log P_{it}$$

Note que se

$$C_i\ (t) = \frac{p_{it}\, q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} p_{it}\, q_{it}},$$

$C_i\ (t)$ é a parcela gasta com o bem i no período t.

Portanto

$$\log D^0_{pt} = \sum_{i=1}^{n} \int_k C_i\ (t)\ d \log P_{it} \tag{2.8}$$

Se $C_i\ (t)$ é constante para todo t no intervalo k, isto é, se os gastos com os diversos bens não variarem no intervalo k definido pelos dois pontos de comparação $[t_0, t_1]$, o índice de preços *à la* Divisia resume-se em:

$$D^0_{p1} = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{p_{i1}}{p_{i0}} \right) C_i \tag{2.9}$$

Como, de um modo geral, a elasticidade preço de todos os bens considerados não é igual à unidade, isto é, C_i não é constante, a definição do índice de preços depende de se conhecer todos os valores de C_i (t) no intervalo K. Note que, caso os C_i (t) adotados se refiram ao período base, temos o índice de Laspeyres. Assim, uma vez mais a diferença entre os índices já sugeridos acima e o de Divisia para dois quaisquer períodos é representada pela diferença na ponderação adotada. O índice de preços *à la* Divisia quando C_i (t) varia pode ser escrito como:

$$\log D_{p1}^{0} = \sum_{i=1}^{n} \overline{C_i} \, (\log P_{i1} - \log P_{i0}), \qquad (2.10)$$

onde $\overline{C_i}$ é uma média ponderada dos C_i (t) no intervalo $[t_0, t_1]$.

Deste modo, enquanto o sistema de preços do índice de preços de Laspeyres é fixo, e o de Paasche é atualizado desconsiderando as mudanças intermediárias, o índice do tipo Divisia considera um sistema de preços variável que incorpora o possível efeito das mudanças deste sistema ao longo do tempo. Assim, se para os períodos zero, um, dois, três, quatro e cinco considerarmos zero como base, por Laspeyres, todos os índices de zero possuíram o mesmo sistema de pesos i.e., q_0; por Paasche, este sistema de pesos é atualizado sendo q_1, q_2, q_3, q_4, e q_5 para cada um dos períodos considerados; por Divisia, o sistema de pesos para o período *um* será o mesmo de Paasche i.e., q_1; para o período *dois*, o sistema de pesos será uma média ponderada entre q_1 e q_2 para o período *três*, entre q_1, q_2 e q_3, etc.

3. Aspectos econômicos

O cálculo de números-índices em economia está intimamente associado à necessidade de inferir sobre o bem-estar de uma coletividade.[5] Os números-índices mais utilizados se referem às tentativas de se medir o produto ou renda real da economia e o custo da vida.

Um índice de custo de vida objetiva comparar o custo ao longo do tempo ou entre regiões de um certo padrão de vida. A teoria econômica, que se fundamenta na teoria do comportamento dos indivíduos, carac-

[5] Uma boa discussão sobre a teoria econômica dos números-índices pode ser encontrada em Samuelson. 1963. p. 146-63.

teriza esta comparação a um *certo padrão* através da noção de utilidade. Admite-se que, através do consumo de bens e serviços, os indivíduos procuram maximizar suas satisfações, condicionados aos seus orçamentos.[6] Este comportamento pode ser representado analiticamente pela solução do seguinte problema de maximização condicionada:

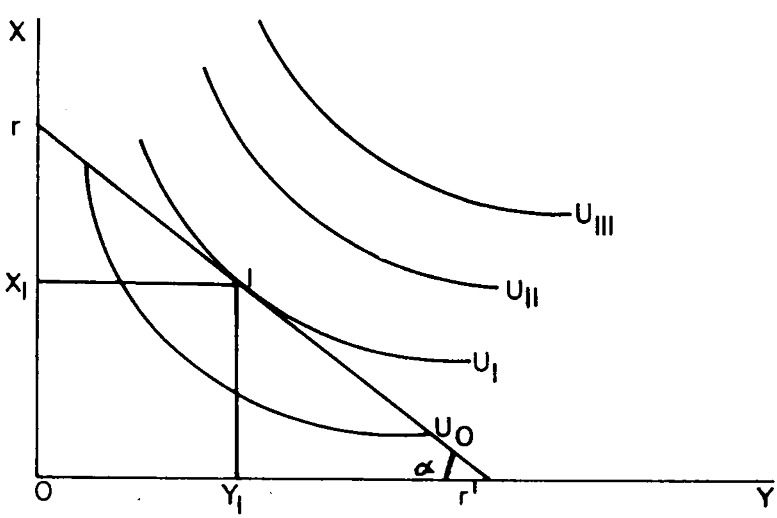
$$\begin{cases} \text{Max } U = u\,(q_1\ q_2\ \dots\ q_n), \\ \text{sujeito a} \\ R = p_1\, q_1 + p_2\, q_2 + \dots + p_n\, q_n, \end{cases} \tag{3.1}$$

onde U é a função de utilidade; $q_1, q_2, \dots q_n$ são os diversos bens e serviços que podem ser adquiridos pelos consumidores aos preços p_1, p_2, $\dots p_n$; e R é a renda do indivíduo.

Este mesmo comportamento pode ser representado de maneira gráfica, se considerarmos a existência de dois bens. A partir da função utilidade, podemos obter um mapa de indiferença definido por um conjunto de curvas que representam as diversas combinações de x e y para um mesmo nível de utilidade. Dados os preços dos bens, a solução do problema de maximização proposto acima pode ser representada graficamente pelo ponto I:

Figura 1

Equilíbrio do consumidor

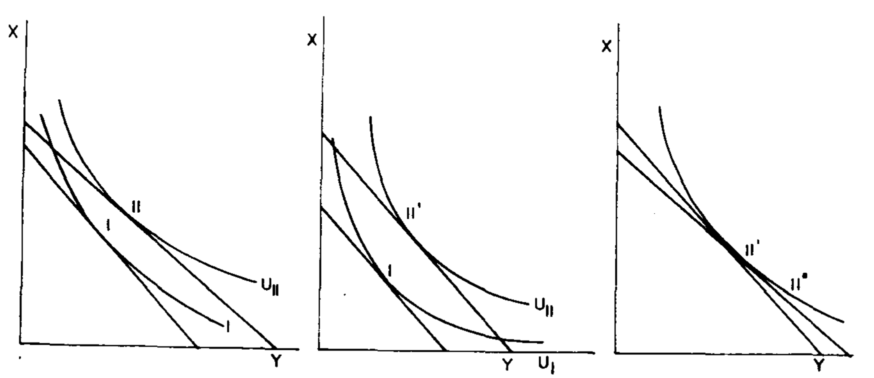


[6] Para uma revisão da teoria do consumidor, ver Simonsen. 1971. p. 61-146.

Observe que Or é a renda do indivíduo medida em termos de $x\left(Or = \frac{R}{p_x}\right)$ enquanto Or' é esta mesma renda medida em termos de y $\left(Or' = \frac{R}{p_y}\right)$ sendo, portanto, a tangente do ângulo α na figura 1, a relação de preços $\frac{p_y}{p_x}$. Uma mudança nestes preços relativos acarretará uma mudança nas quantidades consumidas de x e y. Caso o nível de utilidade varie, o efeito desta mudança de preços sobre o consumo x e y poderá ser dividido em dois componentes: efeito renda e efeito substituição. O efeito renda representa a variação no consumo pela mudança na renda real dos indivíduos, neste caso ocasionada pela mudança nos preços. O efeito substituição deve captar a mudança no consumo dos bens motivada por variação nos preços relativos, mantendo-se constante a renda real do indivíduo representada pelo seu nível de utilidade. [7]

Figura 2

Desdobramento do efeito preço



a. Efeito preço I — II   b. Efeito renda I — II'   c. Efeito substituição II' — II"

Graficamente, o efeito da mudança nos preços relativos está representado na figura 2.

[7] Ver, por exemplo, Simonsen. 1971. p. 89-92.

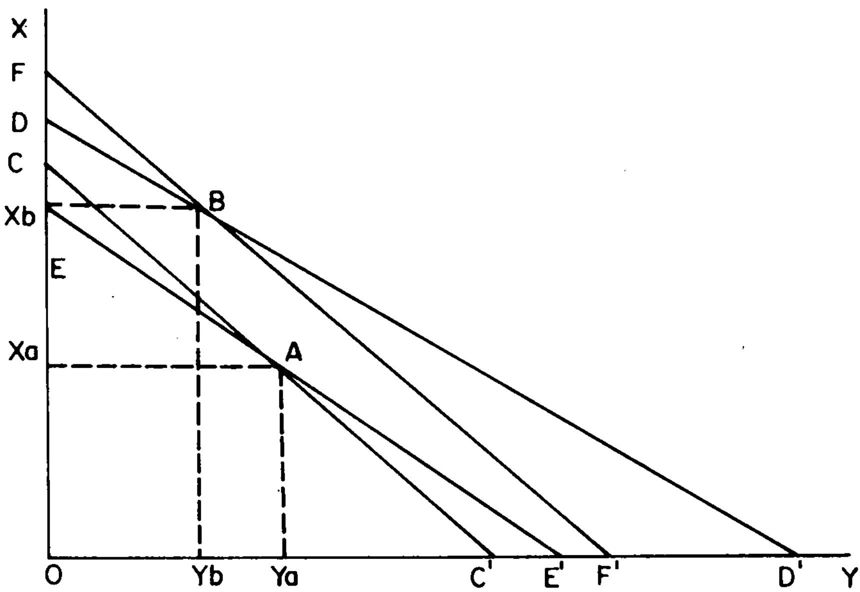
3.1 Representação gráfica dos índices de Laspeyres e Paasche

Utilizando o mesmo instrumental gráfico apresentado anteriormente, podemos representar os índices de Laspeyres e Paasche.

Sejam os pontos *A* e *B* representados na figura 3 os pontos de equilíbrio do consumidor que adquire apenas dois bens x e y aos preços p_0 e p_1 respectivamente.

Figura 3

Representação gráfica de números-índices



Temos que, em equilíbrio, em *A* o consumidor adquire x_a e y_a aos preços p_{0x} e p_{0y}. Equilíbrio em *B*, x_b e y_b são adquiridos aos preços p_{1x} e p_{1y} *OC* representa a renda do indivíduo na situação *zero* (consumindo em *A*), em unidades do bem *x*, ao sistema de preços *zero* (p_{0x} e p_{0y}). Se quisermos medir esta mesma renda em termos de *x* mas ao sistema de preços prevalecente em *um,* devemos traçar a reta *EE'* paralela a *DD',* passando pelo ponto *A*. Deste modo, a referida renda é representada por *OE*.

Devemos ainda ter que *OD* é a renda medida em termos de *x* na situação *um* ao sistema de preços *um* (p_{1x} e p_{1y}) enquanto *OF* mede esta numa renda ao sistema de preços de zero (p_{0x} e p_{0y}).

Analiticamente temos:

$$OC = \frac{\sum p_0 q_0}{p_{0x}}, \qquad OF = \frac{\sum p_0 q_1}{p_{0x}},$$

$$OD = \frac{\sum p_1 q_1}{p_{1x}}, \qquad OE = \frac{\sum p_1 q_0}{p_{1x}}.$$

Tomando as relações:

$$\frac{OF}{OC} = \frac{\sum p_0 q_1}{p_{0x}} \quad \frac{p_{0x}}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0};$$

$$\frac{OD}{OE} = \frac{\sum p_1 q_1}{p_{1x}} \cdot \frac{p_{1x}}{\sum p_1 q_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_1 q_0}.$$

Assim, $\frac{OF}{OC}$ é o índice de quantidade de Laspeyres para o período *um* com base em *zero,* enquanto que $\frac{OD}{OE}$ é o índice de quantidade *à la* Paasche para *um* com base em *zero.* Conhecendo-se apenas preços e quantidades adquiridas para o indivíduo, é-nos impossível determinar a relação entre $\frac{OF}{OC}$ e $\frac{OD}{OE}$ podendo ocorrer

$$\frac{OF}{OC} \gtrless \frac{OD}{OE} \quad \text{isto é} \quad L^0_{q1} \gtrless P^0_{q1}.$$ [8]

3.2 Teorema dos números-índices

O teorema dos números-índices, desenvolvido por Hicks, é uma interessante aplicação do conceito estatístico de índices. [9] O teorema se resume numa desigualdade que nos possibilita, sob certas hipóteses, testar a estabilidade do sistema de preferência dos indivíduos. Considerando

[8] Caso se calculem os índices de preços, teremos

$L^0_{p1} = \frac{\Sigma\, p_1 q_0}{\Sigma\, p_0 q_0} = \frac{OE}{OC} \cdot \frac{p_{ix}}{p_{ox}}$; $P^0_{p1} = \frac{OD}{OF} \cdot \frac{p_{ix}}{p_{ox}}$ sendo, portanto, a comparação obtida entre L^0_{p1} e P^0_{p1} pela mesma expressão usada para índices de quantidade

$\frac{OE}{OC} \cdot \frac{p_{ix}}{p_{ox}} \gtrless \frac{OD}{OF}\, \frac{p_{ix}}{p_{ox}}$ ou $\frac{OF}{OC} \gtrless \frac{OD}{OE}$

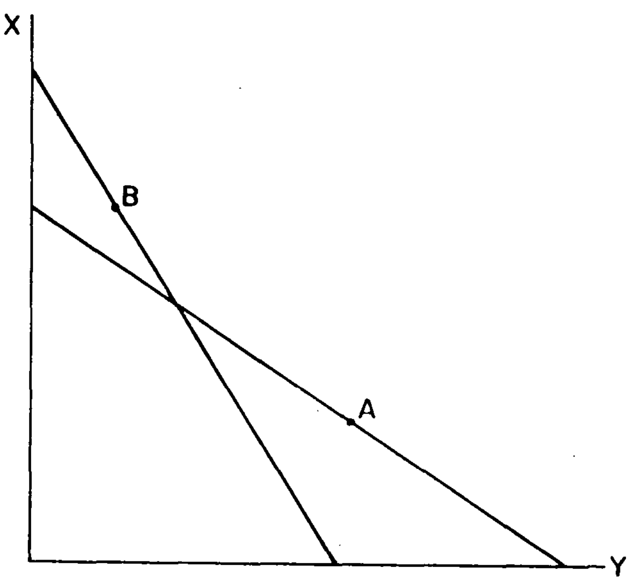
[9] Hicks. 1959.p. 180-88.

duas situações indiferentes ($A \sim B$) para um consumidor,[10] Hicks demonstra que, para que o teorema dos números-índices seja válido, precisa-se que os índices de preço ou quantidade, calculados pelo critério de Laspeyres (L) sejam superiores aos seus correspondentes pelo critério de Paasche (P). Assim, definindo $S = L - P$, a validade do teorema passa a ser resumida pela desigualdade $S > 0$.

A interpretação de S, quando se trabalha com duas situações indiferentes para o indivíduo, é a de um efeito substituição. Considerando-se apenas dois bens, podemos visualizar a situação graficamente.

Tabela 4

Dois pontos de equilíbrio para o consumidor



Ao calcularmos o índice de Laspeyres com base em A, usamos como ponderação para o índice de quantidade (preço) os preços (quantidades) de A. No cálculo do índice de quantidade (preços) de Paasche, usamos como ponderação os preços (quantidades) de B. A diferença entre estes índices é dada portanto, pela diferença no sistema de pesos. Uma vez que

[10] Uma situação é caracterizada pela aquisição de um conjunto de bens $q_1, q_2, \ldots q_n$ a um conjunto de preços correspondente $p_1, p_2 \ldots p_n$.

Portanto, em A, o consumidor adquire $p_{1A}, q_{2A}, \ldots q_{nA}$ aos preços $p_{1A}, p_{2A}, \ldots p_{nA}$.

$A \sim B$, a mudança de preços e conseqüentemente das quantidades adquiridas só reflete o efeito substituição, daí porque $L-P$, neste caso, representa esta substituição. Como o efeito substituição é sempre positivo, o teorema é sempre válido para estas hipóteses.[11] Assim, caso $A \sim B$ e se observe $S < 0$, podemos concluir, pela não verificação do teorema, que houve mudança no sistema de preferência do indivíduo. Costumeiramente, utilizam-se os índices de quantidades na verificação do teorema dos números-índices, embora os mesmos resultados possam ser obtidos pelo uso de índices de preço.

Dificilmente estaremos comparando duas situações para as quais o consumidor seja indiferente. Considere-se que as duas situações A e B representem diferentes níveis de satisfação para o consumidor. Assim, a passagem de A para B envolve, além da mudança nos preços relativos, uma mudança na renda real do indivíduo. Deste modo, a diferença entre os índices de Laspeyres e Paasche pode ser representada por duas componentes: uma que se refere ao efeito substituição (S) e a outra que se refere ao efeito renda (I).[12] Logo, $L - P = S + I$.

Enquanto $S \geqslant 0$ inequivocamente, o mesmo não se pode afirmar a respeito de I que pode ser zero, positivo ou negativo.[13] Se $I \geqslant 0$, o teorema cantinua válido, i.e., $L \geqslant P$. Caso I seja negativo, o sinal de $(L - P)$ dependerá da magnitude de I com relação a S. Isto torna o teste da estabilidade das preferências com base no teorema dos números-índices inconclusivo, uma vez que $L < P$ não implica necessariamente em mudança no sistema de preferências pois se $I < 0$ e $|I| > |S|$, $L < P$ mesmo que o sistema de preferências se mantenha inalterado para as situações comparadas. Por outro lado, mesmo que $L > P$ não podemos afirmar que o sistema de preferências permaneceu estável uma vez que ao considerarmos $L - P = S + I$, admitimos implicitamente que qualquer mudança nas preferências está contida em $S + I$, o que nos impossibilita de identificá-la através deste efeito conjunto.

11 De um modo geral, o efeito substituição é definido como negativo pois cai o consumo do bem cujo preço cresceu relativamente. Como o sinal do efeito substituição é univocamente determinado, preferimos, como Hicks, definir S como não negativo de modo que $L - P \geq 0$.

12 Para dedução analítica ver Hicks. 1959. p. 182.

13 $I = \left[\frac{P_A \delta_q}{P_A q_A} - \frac{P_B \delta_q}{P_B q_A} \right]$, onde P é o vetor dos preços observados para a respectiva situação, q é o correspondente vetor para as quantidades e δ_q é a variação das quantidades motivada pela mudança de renda real quando se passa de A para B. Hicks. 1959. p. 182-3.

Apontando essas dificuldades de interpretação para o teorema dos números-índices proposto por Hicks, Marris sugeriu que o diferencial entre os índices de Laspeyres e Paasche fosse explicado por $S + I$ de Hicks mais um elemento T, que representaria a mudança de preferência entre as situações comparadas: [14]

$$L - P = S + I + T$$

Uma vez que $S \geqslant 0$; $I \lesseqgtr 0$ e $T \lesseqgtr 0$, qualquer resultado da comparação entre L e P é inconclusivo com relação à mudança de preferência por parte dos consumidores.

Toda análise desenvolvida até aqui foi para um consumidor isolado. As argumentações continuam válidas para a sociedade como um todo, desde que se considere, no efeito renda, os efeitos redistributivos das variações de preços. Uma interessante ilustração gráfica da inconsistência do teste de preferências para uma sociedade, a partir do teorema dos números-índices, pode ser encontrada em Johnson (1959). Cumpre-nos ainda ressaltar que empiricamente os índices de Laspeyres são superiores aos índices de Paasche, indicando a predominância do efeito substituição sobre os demais efeitos $(I + T)$ ou que $(I + T) \geqslant 0$.

3.3 Números índices e comparação de bem-estar

Freqüentemente, números-índices são usados para se inferir a respeito de mudanças no nível de bem-estar dos indivíduos. As comparações são feitas através das restrições orçamentárias pelo uso dos índices de quantidade de Laspeyres (L_q) e de Paasche (P_q). [15]

Assim, caso $L_q < 1$, a indicação é de que o indivíduo piorou de posição enquanto que se $P_q > 1$ há uma indicação de melhoria de bem-estar para o indivíduo. A dificuldade de se adotar tal critério se prende ao fato de que, ao calcularmos L_q, não podemos desconsiderar o valor de P_q. Calculando-se os dois índices, situações exdrúxulas podem ocorrer: $L_q < 1 < P_q$, onde por um critério os indivíduos pioram e por outro estes mesmos indivíduos melhoram; $P_q < 1 < L_q$, quando nada se pode afirmar a respeito da variação de bem-estar dos indivíduos. Uma vez que

[14] Embora sua argumentação se refira à sociedade como um todo, a interpretação é válida para um consumidor isolado, Marris. 1958. p. 26-9.

[15] Ver, por exemplo, Simonsen. 1971. p. 104-6.

as evidências empíricas mais comuns nos indicam $L_q > P_q$ devemos constatar que $L_q \geqslant 1 \geqslant P_q$ ou $L_q \leqslant 1$ e $P_q \leqslant 1$, onde só a segunda desigualdade permite conclusão. Deve-se observar, portanto, que o sucesso da comparação entre diferentes situações em termos de bem-estar é devido ao fato de que se comparar restrições orçamentárias, independentemente de qualquer juízo de valor a respeito de funções de utilidade. É bom notar também que quando $L_q < 1 < P_q$ e portanto $L_q < P_q$, temos uma indicação de mudança nas preferências de acordo com o teorema dos números-índices. Embora seja esta uma interpretação interessante, pois os indivíduos não podem melhorar e piorar o seu nível de bem-estar simultaneamente, em nada se modificam as argumentações contrárias ao teste de preferências sugerido pelo teorema dos números-índices.

Interpretações diversas consideram o uso de números-índices nas comparações de bem-estar, condicionado, dentre outras hipóteses, à de que as preferências do indivíduos não se modificam. Fisher e Shell demonstraram a fragilidade de tais interpretações. [16]

3.4 O verdadeiro índice

A idéia de que o verdadeiro índice está compreendido entre os índices de Laspeyres e Paasche i.e., $L > V > P$, se deve às interpretações erradas de que a utilidade dos índices está condicionada à estabilidade das preferências. Estas interpretações têm como origem a falsa concepção de que deve-se ter uma teoria para responder questões como: dada a atual estrutura de preços que renda deve ter o consumidor hoje (numa situação B) de modo a que o nível de satisfação seja igual ao atingido ontem (numa situação A)? [17]

Mesmo considerando um sistema estável de preferência não faz sentido responder-se a tal questão se as situações comparadas diferem quanto ao tempo (hoje x ontem). Isto se explica, pois, para uma mesma estrutura de gostos, existe uma infinidade de funções de utilidade que lhe são compatíveis, uma vez que a teoria relevante para explicar o comportamento do consumidor considera apenas a ordenação das preferências. Assim, qualquer transformação monotônica crescente de uma função de utilidade representa a mesma estrutura de preferências. Daí a dificuldade de se identificar se A e B, para diferentes períodos, estando sob a mesma curva de indiferença, representam o mesmo nível de utilidade.

[16] Para uma discussão detalhada ver Fisher – Shell. 1972. p. 1-48.
[17] Fisher – Shell. 1972. p. 2-7.

Por se considerar que $L > V > P$, é comum adotar-se o critério de Laspeyres para o cálculo de índices de custo de vida. Fisher – Shell argumentam que havendo mudança no sistema de preferências, a comparação de L com o verdadeiro índice perde o sentido, devendo-se, portanto, utilizar o índice de Paasche, pois este é um limite inferior do verdadeiro índice. A justificativa para tal conclusão baseia-se no fato do índice de preços calculado pelo critério de Paasche usar como pesos as quantidades atuais, que devem refletir o sistema atual de preferências, enquanto que o critério de Laspeyres compara as situações com base nas preferências (quantidades) passadas.[18]

Índices verdadeiros de renda e de custo de vida podem ser encontrados a partir da teoria do consumidor, utilizando-se a função indireta da utilidade.[19] Na teoria do consumidor, considera-se um indivíduo que procura maximizar sua função de utilidade sujeito à sua restrição orçamentária para uma dada renda e os preços dos bens a serem adquiridos. Por comodidade, repetimos a representação analítica pela seguinte maximização condicionada:

$$\text{Max } U = u\ (q_1\, q_2 \ldots q_n),$$

sujeito a

$$R = p_1\, q_1 + p_2\, q_2 + \cdots + p_n\, q_n, \qquad (3.1)$$

onde q_i são as quantidades adquiridas dos diversos bens, p_i os correspondentes preços, R a renda nominal dos indivíduos, e U sua utilidade que se admite função das quantidades consumidas q_i. A solução deste problema de maximização determinará as quantidades a serem adquiridas de todos os bens. É portanto possível escrever-se estas *quantidades ótimas* como uma função do nível de renda e dos preços de todos os bens:

$$q_i^* = q_i\ (R, p_1, p_2 \ldots p_n)$$

Introduzindo-se estas quantidades ótimas na função de utilidade, obtém-se:

$$U^* = u\ |q_1\,(R, p_1 \ldots p_n),\ q_2\,(R, p_1 \ldots p_n),\ \ldots\ q_n\,(R, p_1 \ldots p_n)|$$

Para simplificar a notação, considere o vetor de preços p, logo:

$$U^* = u_I\ (R, p),$$

18 Fisher – Shell. 1972. p. 5-6.

19 Para maiores detalhes sobre função indireta de utilidade ver Houthakker. 1952. p. 157-63.

onde u_I é a função indireta de utilidade, que mede o nível máximo de utilidade aos diversos níveis de renda e de preços dos produtos considerados. Dada a unicidade do equilíbrio do consumidor, para cada nível de utilidade existirá um par R e p para o qual este nível será máximo (U^*). É, portanto, possível determinar-se uma renda R^* mínima que satisfaça ao sistema de preços p permitindo ao consumidor atingir o nível de satisfação U:

$$R^* = r_I \ (U, p)$$

Assim, o verdadeiro índice de custo de vida pode ser obtido pela comparação de uma renda (R^*_1) que faz com que o consumidor seja indiferente entre possuir esta renda aos atuais preços (P_1) ou possuir a renda do período base (R_0) ao nível de preços deste período (p_0).

Portanto, o verdadeiro índice de custo de vida para *um* com base em *zero* a um verdadeiro nível de utilidade U, é definido por:

$$\left(\frac{R_1^*}{R_0}\right)$$

Como

$$R_1^* = r_I \ (U, p_1) \quad \text{e}$$

$$R_0 = r_I \ (U, p_0),$$

o verdadeiro índice de custo de vida em *um* com base em *zero* ao nível de utilidade. U será:

$$V_{p1}^0 \ (U) = \frac{r_I \ (U, p_1)}{r_I \ (U, p_0)} \qquad (3.2)$$

Quando o nível de renda requerido aos preços p_1, para manutenção do nível de utilidade U, for igual à renda no período zero, i.e., $(V_{p1}^0) \ (U) = 1$, não há aumento no custo de vida. Se $V_{p1}^0 \ (U) = 1{,}1$, conclui-se que há um aumento no custo de vida de 10%, pois a renda requerida aos preços p_1, para manutenção do nível de utilidade U, é 10% superior à renda observada em zero.[20] É claro que este índice de custo de vida varia conforme o nível de utilidade considerado. Para eliminarmos o

[20] Para maiores detalhes ver Theil. 1968. p. 677-9.

problema da mudança no sistema de preferências, basta que se considere o atual sistema para se definir a que nível de utilidade a comparação será feita.[21]

Analogamente, pode-se definir o verdadeiro índice de quantidade, bastando para isto que se considere um mesmo sistema de preços ao se comparar a situação *um* com *zero*. Assim, o verdadeiro índice de quantidade por ser obtido, considerando-se o sistema de preços p, pela comparação da renda $(\overline{R}_1)$ necessária ao consumidor para manter o nível de utilidade alcançado aos preços e renda da situação *um* (U_1) com a renda $(\overline{R}_0)$ necessária para manter o nível de utilidade a preços e renda de *zero* (U_0). Pela função indireta de utilidade temos que

$$\overline{R}_1 = r_I \; (U_1, p),$$

$$\overline{R}_0 = r_I \; (U_0, p).$$

Portanto, o verdadeiro índice de quantidade (V^0_{q1}) com base em *zero* ao nível de preços p é:

$$V^0_{q1} \; (p) = \frac{r_I \; (U_1, p)}{r_I \; (U_0, p)} \tag{3.3}$$

Caso V^0_{q1} (p) $= 1$, há uma indicação de que a renda real dos indivíduos permaneceu constante. Caso V^0_{q1} $(p) = 1{,}10$ conclui-se que houve um acréscimo de 10 por cento na renda real dos indivíduos. Deve-se observar que este índice de renda real (quantidade) varia conforme o sistema de preços adotado na comparação.

Uma vez que existe uma infinidade de índices de preços verdadeiros – um para cada nível de utilidade desejado – bem como uma infinidade de índices de quantidade verdadeiros – um para cada nível de preços considerado – torna-se indispensável o estabelecimento de um critério para a escolha de U ou p, para se efetuar as comparações. Na comparação de duas situações, *zero* e *um*, Laspeyres usa U_0 e p_0 enquanto Paasche considera U_1 e p_1.[22] Todos os outros índices sugeridos representam na realidade uma variação no nível de utilidade ou no sistema de preços escolhido, o que não invalida seu caráter verdadeiro.

[21] Esta é a principal justificativa de Fisher – Shell para concluir pela superioridade dos índices *à la* Paasche.

[22] Note que se o nível de renda nominal é dado, U_0 e U_1 são determinados univocamente por q_0 e q_1.

Como sob o ponto de vista econômico, é impossível escolher-se um índice verdadeiro, o critério de escolha deve, portanto, ser outro. A sugestão de Fisher indicada anteriormente (2.4) parece ser melhor sob o ponto de vista estatístico. Theil sugeriu os seguintes índices que satisfazem um conjunto de axiomas importantes: [23]

$$T^0_{p1}\ (U^*) = \frac{r_I\ (U^*,\ p_1)}{r_I\ (U^*,\ p_0)}$$

$$T^0_{q1}\ (p^*) = \frac{r_I\ (U_1,\ p^*)}{r_I\ (U_0,\ p^*)}$$

onde

$T^0_{p1}\ (U^*)$ = índice de preços para *um* com base em *zero;*

$T^0_{q1}\ (p^*)$ = índice de quantidade para *um* com base em *zero;*

$$U^* = u_I\ (R^*,\ p^*)$$

$$R^* = \gamma\ R_0\ R_1$$

$$p^* = \gamma\ p_0\ p_1$$

É possível demonstrar-se que os logaritmos destes índices podem ser aproximados a menos de erros de terceira ordem por: [24]

$$\log\ T^0_{p1}\ (U^*) \simeq \sum_{i=1}^{n} w_i^*\ Dp_i$$

$$\log\ T^0_{q1}\ (p^*) \simeq \sum_{i=1}^{n} w_i^*\ Dq_i$$

sendo

$$w_i^* = \frac{1}{2}\ (w_{i0} + w_{i1})$$

w_{i0} = participação do bem i no gasto total no período *zero*

w_{i1} = participação do bem i no gasto total no período *um*

$Dp_i = \log\ p_{i0} - \log\ p_{i1}$

$Dq_i = \log\ q_{i0} - \log\ q_{i1}$

[23] Theil. 1968. p. 682-5.

[24] Theil. 1968. p. 685-8.

Isto torna sua aplicação conveniente sob o ponto de vista prático.

Um outro índice de extrema importância é o deflator implícito das contas nacionais. Sua importância reside no fato de ser este índice utilizado para definir produto real. A teoria necessária ao desenvolvimento do deflator implícito é semelhante à usada para os índices de custo de vida. O mapa de indiferença dos consumidores é substituído pelo mapa das possibilidades de produção; as mudanças de gosto correspondem às mudanças tecnológicas. Fisher – Shell (1972), p. 49-112, estudam detalhadamente os deflatores implícitos, concluindo que, contrariamente à idéia corrente, o critério de Laspeyres para o cálculo destes deflatores e melhor do que o de Paasche.

4. Aspectos empíricos

Conforme o índice a ser calculado, define-se sua expressão matemática e a estratégia de coleta de informações. Nesta seção, procuraremos chamar atenção para as dificuldades mais comuns encontradas ao se calcular índices dando, como nos itens anteriores, especial atenção aos índices de custo de vida.

4.1 Cálculo do índice

Se estamos querendo calcular um índice de custo de vida, devemos nos preocupar em definir uma amostra e o sistema de pesos a serem utilizados.

O problema da amostragem tem dois aspectos. O primeiro se refere ao conjunto de bens a ser considerado no cálculo do índice. É claro que é praticamente impossível levar-se em consideração todos os bens consumidos pelos indivíduos no cálculo do seu índice de custo de vida. Assim, torna-se necessário utilizar um número razoável de produtos sem, entretanto, eliminar sua representatividade. O segundo problema se refere aos indivíduos que compõem o grupo considerado. Como não se pode usar todos os indivíduos da coletividade no cálculo de um número-índice, pois os custos seriam altíssimos, deve-se utilizar uma amostra que represente este grupo. De um modo geral, esta amostra é feita para alguns subgrupos da coletividade de modo a reduzir seu tamanho mantendo, entretanto, sua representatividade para pelo menos um subgrupo definido.

A partir da amostra previamente definida em termos de bens e indivíduos, procura-se obter o sistema de ponderação a ser adotado no cálculo dos índices considerados (custo de vida). As informações a serem colhidas dependem do índice que se deseja calcular. Para os índices de custo de vida, as pesquisas de orçamentos familiares procuram definir a estrutura dos pesos a serem utilizados.

Uma vez que os preços de um mesmo bem variam dependendo do local de compra, ao se coletar estas informações torna-se indispensável uma preocupação pelos hábitos de compra dos indivíduos.[25] Assim é importante conhecer-se onde os indivíduos costumam adquirir os diversos produtos que definem o índice a ser calculado. A razão para isto é simples: o custo de informação não é nulo e há sempre um custo em termos de tempo envolvido na compra de qualquer bem.[26] Como estes dois custos não aparecem diretamente no preço dos produtos considerados, os hábitos de compra devem refletir a tentativa por parte dos consumidores em adquirir um mesmo produto ao menor preço total (direto + indireto). Portanto, a boa qualidade do índice a ser calculado depende de se considerar qual a proporção adquirida de cada bem em cada diferente lugar ao considerar-se o preço médio deste bem.

Embora se coletem informações individuais para cada família, a definição do sistema de pesos deve ser obtida através de uma média dos pesos individuais. Além deste aspecto estatístico, o sistema de pesos é mantido constante por algum tempo. Embora este procedimento prejudique o índice que utiliza este sistema de pesos, os custos de sua atualização justificam tal medida. Daí porque em todo mundo adota-se uma ponderação fixa pelo menos por um lapso de tempo. O "tempo ótimo" para manutenção de uma mesma ponderação varia conforme os grupos estudados. Num País como o Brasil, de rápido crescimento econômico, deve-se esperar que este sistema de pesos caduque mais rapidamente que em países cuja economia cresça mais lentamente. Além do crescimento econômico representado pelo aumento de renda, deve-se levar em conta o aparecimento de novos produtos e a mudança na qualidade dos produtos existentes, o que certamente acelera a não representatividade do sistema de pesos obtido anteriormente.

[25] Teoricamente, num mercado de concorrência perfeita devemos ter um único preço para cada um dos bens. A existência de vários custos de transação fazem com que este preço não seja único. Assim, o consumidor estará disposto a pagar alguns centavos a mais por um quilo de batata, comprando-o próximo à sua residência, a sair procurando dentre os vendedores de batata quem está vendendo ao menor preço.

[26] Pra uma análise do comportamento do consumidor que leva explicitamente o custo do tempo em consideração, ver Becker. 1971. p. 45-50.

Além das dificuldades com a representatividade do sistema de pesos, existem os erros de amostra. Os erros de amostragem se referem tanto à representatividade dos indivíduos como dos bens considerados. Devido a todas estas dificuldades, torna-se indispensável uma revisão do sistema de pesos e do grupo de produtos considerados. Como esta revisão altera o cálculo do índice, torna-se indispensável a encadeação do novo índice ao anterior, de modo a se permitir a utilização de toda informação acumulada no passado.

4.2 A experiência brasileira

A maior e mais longa experiência de construção de índices no Brasil pertence à Fundação Getulio Vargas, que, através do seu Instituto Brasileiro de Economia vem sistematicamente, desde 1947, calculando e publicando um conjunto relativamente grande de números-índices para fenômenos econômicos. A seguir, listamos a evolução e as modificações sofridas por estes índices econômicos, que são publicados mensalmente na revista *Conjuntura Econômica.*[27]

Índices econômicos nacionais e regionais

Modificações ao longo do tempo

1947 – Volume 1. Apresentação dos índices de *Conjuntura Econômica* pelo Prof. Eugênio Gudin (v. 1, ano 1, n. 1, p. 1, nov.). Seguem-se notas explicativas às p. 2 a 5. As tabelas estão nas p. 6 e 7, com 24 colunas. Em fev. surge o índice da produção industrial e na p. 3, pela primeira vez, o índice do custo de vida no então Distrito Federal, futuro Estado da Guanabara. A base dos índices era 1946 = 100.

1948 – Volume 2. Custo de vida: out., p. 2 e 32; produção industrial (pormenores técnicos): abr., p. 7, e dez., p. 6; vendas: jul., p. 3, e set., p. 3.

1949 – Volume 3. Custo de vida (pormenores técnicos): mar., p. 6; índices econômicos (pormenores técnicos): jan., p. 6; jul., p. 3 (pormenores técnicos).

[27] Estas informações foram publicadas em *Conjuntura Econômica*. v. 28, p. 225-6 jul. 1974.

1950 — Volume 4. Custo da construção (pormenores técnicos): mar., p. 12 e nov., p. 7; meios de pagamento (pormenores técnicos): nov., p. 7; índices sociais (pormenores técnicos): dez., p. 36; transporte e edificações (pormenores técnicos): nov., p. 18; alimentação: set., p. 36, e nov., p. 44.

1952 — Volume 6. Custo de vida de São Paulo a partir do n. 12, p. 7; novo índice de salários industriais: ago., p. 45; depósitos e empréstimos: jun., p. 24 (pormenores técnicos); meios de pagamento: mar., p. 6 (pormenores técnicos).

1953 — Volume 7. Novo índice de meios de pagamento: maio, p. 17; índices paulistas (estrutura e pormenores técnicos): fev., p. 12.

1954 — Volume 8. Índices econômicos (pormenores técnicos): fev., p. 14 e 16, e nov., p. 17-9. A partir do n. 2, foram introduzidos os seguintes índices: área licenciada residencial; exportação (*quantum*); café (quantidades); importação (quantidades); capacidade de importar; preços de exportação, preços de importação; relação de trocas; custo de vida (alimentação); valor dos negócios; índice geral de preços; valor real dos negócios. A partir do n. 11, os índices de produção industrial foram substituídos pelos seguintes: extrativa mineral; cimento; vidro e cerâmica; siderurgia; papel; borracha; produtos farmacêuticos; têxtil; calçados; produtos alimentares; bebidas; fumo; construção civil; energia elétrica; bens de produção; bens de consumo. Nota sobre índices econômicos: fev., p. 13; novo índice de produção industrial: jan., p. 9 e nov., p. 17; alterações no índice de produção industrial: dez., p. 10; mudança de base, 1948 = 100: fev., p. 13.

1955 — Volume 9. A partir do n. 5, os índices de preços do comércio exterior foram desdobrados em: exportação em dólares e em cruzeiros e importação em dólares e em cruzeiros. Novos índices de preços por atacado (nota explicativa): fev., p. 17; índice sul-riograndense (notas explicativas): fev., p. 19; índices sociais: maio, p. 68.

1957 — Volume 11. Índices mineiros (notas explicativas): mar., p. 25, e fev., p. 195.

1958 — Volume 12. Novo índice do custo de vida — Guanabara — nota explicativa: mar., p. 37; modificações no índice do custo de vida da Guanabara, estimativa da elevação média dos aluguéis, nova ponderação e novos itens, o índice de São Paulo e o SEPT: abr., p. 33.

1960 — Volume 14. Análise e pormenores sobre índice do custo de vida: dez., p. 59.

1962 — Volume 16. A partir das edições de nov. e dez. de 1962, os índices econômicos foram publicados com novas constituições (ver notas explicativas nas edições de nov./62 e jan./63). Custo de vida — análise do seu comportamento: jan., p. 85; mudança de base: 1953 = 100: nov., p. 101.

1963 — Volume 17. Índices econômicos — Guanabara (notas explicativas) jan., p. 77. Variações sazonais no custo de vida: jun., p. 53; retrospecto do custo de vida 1944/63: ago., p. 119, taxa de câmbio (pormenores) : set., p. 91.

1964 — Volume 18. Composição dos índices de preços por atacado — de produtos manufaturados e semimanufaturados: set., p. 95; de produtos industriais; out., p. 96; de materiais de construção: dez., p. 89; custo de vida (pormenores) : jan., p. 49; merece fé o índice do custo de vida?: maio, p. 45.

1965 — Volume 19. Composição do índice de preços por atacado de produtos químicos: jan., p. 83; combustíveis e lubrificantes, metais e produtos metalúrgicos e materiais de construção: fev., p. 181/2; de produtos industriais: abr., p. 86; de materiais de construção: jul., p. 97.

1966 — Volume 20. Novo índice do custo de vida da Guanabara: jul., p. 57. Novo índice do custo de vida para Porto Alegre; set., p. 101.

1968 — Volume 22. Índice do custo de vida e técnica de ponderação: jul., p. 107.

1969 — Volume 23. Índices econômicos nacionais e regionais — reformulação — estudo especial — nov., índices de preços recebidos pelos agricultores — coleta, metodologia e objetivos: out., p. 133. Índices econômicos — reformulação: nov., p. 61. Índices de preços — aritmética de seu uso: dez., p. 137. Retrospecto de 1944/69: dez., 141. Índices de preços por atacado: out., p. 12: mudança de base: 1965/67 = 100: nov., p. 97 a 127; custo de vida: Minas Gerais (mudança de base: 1966 = 100) : nov., p. 97-127; custo da construção — Guanabara (pormenores) : nov., p. 80.

1970 — Volume 24. Custo de vida e alimentação na cidade de São Paulo (retrospecto 1948/69) : maio, p. 81. Preços por atacado — novas ponderações: ago., p. 125. Novos índices de preços recebidos pelos agricultores de São Paulo; nov., p. 123.

1971 – Volume 25. Preços por atacado – novas ponderações: nov., p. 76.

1972 – Volume 26. Custo de vida e da construção na Guanabara – reformulação: fev., p. 158. Índices de preços – retrospecto de 25 anos: nov., p. 152.

1974 – Volume 28. Custo de vida Guanabara – reformulação. A edição de maio apresenta novos índices do custo de vida e índice geral de preços de janeiro a maio, além de uma nota explicativa. O número de junho traz uma nota técnica mais minuciosa sobre as novas ponderações do índice do custo de vida para a Guanabara: índice de preços ao consumidor na Guanabara – mais uma reformulação.

Bibliografia

Becker, G.S. *Economic theory.* New York, Alfred A. Knopf, 1971. Divisia, F. L'indice monétaire et la théorie de la monnaie. *Revue D'Economie Politique,* n. 39, p. 842-61, jun./août. 1925.

Fisher, F.M. & Karl Shell. *The economic theory of price indices.* New York, Academic Press, 1972.

Fisher, I. *The making index numbers.* Boston, Houghton Mifflin Company, 1922.

Hicks, J.R. *A revision of demand theory.* Oxford, Oxford University Press, 1959.

Houthakker, H.S. Compensated changes in quantities and qualities consumed. *Review of Economic Studies,* n. 14, p. 155-64, 1951-52.

International Encyclopedia of the Social Sciences. 1958. v. 7, p. 154-69.

Johnson, H.G. The index-number theorem: a geometrical note. *The Canadian Journal of Economics and Political Science,* New York, n. 25, p. 174-9. 1959.

Kloek, T. & De Wit, G.M. Best linear and best linear unbiased index numbers. *Econometrica,* n. 24, p. 602-18, oct. 1961.

Marris, R.L. Professor Hicks' index number theorem. *Review of Economic Studies,* n. 25, p. 25-40, oct. 1957.

Samuelson P.A. *Foundation of economic analysis.* Cambridge, Harvard University Press, 1963.

Simonsen, M.H. *Teoria microeconômica.* 2. ed., Rio de Janeiro, Fundaço Getulio Vargas, 1971.

Theil, H. Best linear index numbers of prices and quantities. *Econometrica,* n. 28, p. 464-80, Apr. 1960.

On the geometry and the numerical approximation of cost of living real income indices. *The Economist,* N.R. 6, (116, 1968). p. 677-89.