O MODELO DE CICLO ECONÔMICO DE KALECKI

Mario Luiz Possas*
Paulo E. A. Baltar*

RESUMO

Este artigo apresenta uma análise formal dos modelos de ciclo econômico desenvolvidos por Kalecki nas duas versões mais conhecidas, de 1933 e 1954. Após um breve comentário sobre o conteúdo econômico destes modelos, eles são expostos e interpretados matematicamente como solução de equações a diferenças finitas de 2ª ordem com coeficientes constantes. Para facilitar o leitor interessado na comparação com as formulações teóricas originais deste autor mantiveram-se as mesmas hipóteses, terminologia e notação. Segue-se uma sucinta análise dos efeitos de distintas taxas de crescimento setoriais sobre a distribuição macroeconômica da renda, que não são tratados nos modelos agregados de ciclo, com base no esquema de 3 setores de Kalecki. Conclui-se com observações sobre as relações entre tendência e ciclo e as perspectivas de aprofundamento teórico nesse campo.

ABSTRACT

This article presents a formal analysis of the business cycle models put forward by Kalecki in the two most familiar versions of 1933 and 1954. After a short comment on the economic content of these models, they are expounded and interpreted mathematically as a solution of 2nd order difference equations with constant coefficients. With a view to making it easier for the reader a comparison with Kalecki's original theoretical formulations, his assumptions, terminology and notation have been kept throughout. A brief analysis follows dealing with the effects of different sectoral growth rates on the macroeconomic distribution of income, which are not

* Do Departamento de Economia da UNICAMP-Universidade Estadual de Campinas.

focused in aggregate cycle models, based on Kalecki's 3-sector scheme. Concluding observations are made on the relations between trend and cycle and on the perspectives of further theoretical effort in this field.

1. INTRODUÇÃO

Como em outras contribuições teóricas, Kalecki expõe sua teoria do ciclo econômico em sucessivos modelos, visando seu progressivo aperfeiçoamento. Duas destas versões, que se tornaram mais conhecidas, serão objeto de uma exposição e interpretação formais no presente artigo⁽¹⁾: a contida no ensaio "Esboço de uma teoria do ciclo econômico", publicado em 1933, e a constante dos últimos capítulos do seu livro *Teoria da Dinâmica Econômica*, de 1954. Existe uma terceira versão, um pouco menos conhecida (ver Kalecki, 1968b), onde procura integrar a tendência com o ciclo econômico, e que deixaremos de lado por motivos expostos adiante.

O interesse em desenvolver um tratamento matemático destes modelos decorre, a nosso ver, da natureza do problema econômico em questão, e não de uma possível presunção genérica de que métodos matemáticos são, em regra, mais adequados em Economia. A família de modelos macroeconômicos de crescimento e ciclo desenvolvidos como aplicação dinâmica do princípio da demanda efetiva (às vezes chamados de "pós-Keynesianos"), à qual pertencem os de Kalecki, baseia-se na interação entre a determinação do nível de renda pelo investimento e pelo consumo (agregado ou não), de um lado - o efeito de tipo "multiplicador" - e a determinação do nível de investimento a partir do nível e variação da renda (ou de algum *proxy*), de outro lado - o efeito de tipo "acelerador", ou mais amplamente de "ajustamento do estoque de capital". Esta interação pode produzir trajetórias muito diferentes em função dos parâmetros estruturais e de comportamento introduzidos no modelo, incluindo-se aí as defasa-

(1) A parte matemática deste artigo constituía originalmente apêndice de outro trabalho nosso (Possas e Baltar, 1981), não tendo sido publicado naquela oportunidade por falta de espaço.

gens, mas seu resultado é muito pouco intuitivo, exigindo uma elaboração formal considerável. Provavelmente por isso, modelos estruturalmente idênticos, não apenas a nível formal mas teórico, têm surgido na literatura artificialmente separados em modelos ora de "crescimento", ora de "ciclo", sem que os motivos para tanto sejam satisfatoriamente justificados devido à ausência de uma análise mais rigorosa das implicações das hipóteses formuladas⁽²⁾.

Apesar de expor seus modelos com um arcabouço matemático, onde não só cada variável, mas cada parâmetro é definido teoricamente, Kalecki fornece apenas uma explicação intuitiva das características da trajetória gerada e sua relação com a forma das funções e os valores dos parâmetros. Assim, tendo em conta o crescente reconhecimento da importância da contribuição deste autor para a análise da dinâmica econômica - ao lado de nossa convicção, exposta em outro artigo já citado, de que sua teoria do ciclo econômico "puro" fornece a explicação básica mais convincente para o mecanismo das flutuações endógenas das economias capitalistas -, parece justificar-se um esforço de formalização adicional.

Além disso, as tentativas anteriores de que temos notícia na literatura⁽³⁾ não são inteiramente satisfatórias, por dois motivos principais: primeiro, porque o modelo é interpretado como uma equação mista, diferencial e a diferenças finitas, em contraste com a formulação original de Kalecki, que opera unicamente com períodos de tempo discretos. Estes são conceitualmente mais adequados ao tratamento de variáveis econômicas, tanto nas funções de comportamento de agentes econômicos (investimento e consumo) e respectivas defasagens como no processo de determinação ou ajustamento de variáveis agregadas (níveis de salários, lucros e renda global, no modelo simplificado). Em segundo lugar, porque são introduzidas modificações desnecessárias na notação e nas próprias equações, dificultando a comparação e interpretação dos resultados à luz das premissas teóricas do autor. Nossa intenção é a de contribuir para pre

(2) Ver a respeito Pasinetti (1974), cap. 3.

(3) Veja-se Allen (1960), cap. 8, e as referências aí contidas.

encher esta lacuna, oferecendo uma alternativa que envolve exclusivamente equações a diferenças finitas e que são derivadas diretamente das proposições de Kalecki⁽⁴⁾, com o mínimo de modificações e hipóteses simplificadoras.

Os itens 2 e 3 a seguir expõem respectivamente os modelos de ciclo de 1933 e 1954. O modelo de 1968, que tenta integrar alguns elementos anteriormente atribuídos à tendência no próprio mecanismo endógeno do ciclo, não nos parece suficientemente relevante para merecer um tratamento à parte. A tentativa que nele é feita de tornar endógenos os efeitos do progresso técnico através de alterações na rentabilidade esperada dos investimentos devido a variações de produtividade pouco acrescenta ao modelo de 1954, não só porque capta apenas um aspecto parcial destes efeitos, mas principalmente porque equivale tão-somente, do ponto de vista analítico, a explicitar uma das causas de variações dos parâmetros da equação do ciclo. A tendência temporal de crescimento continua sendo explicada exogenamente pelos "fatores de desenvolvimento"; não há de fato uma integração entre ciclo e tendência, no sentido de um princípio explicativo único, pois ela é impossível neste tipo de modelo⁽⁵⁾. Como modelo teórico, portanto, o de 1954 é preferível, por identificar de modo mais claro e simples o mecanismo do ciclo, separadamente dos fatores explicativos da tendência. Por outro lado, este modelo parece-nos também preferível ao de 1933, ao contrário da opinião de outros comentaristas⁽⁶⁾. Isto por três razões: 1º) o efeito da rentabilidade passada do capital, como *proxy* da rentabilidade esperada, sobre o novo investimento é representado mais adequadamente por suas variações e não pelo seu nível; 2º) é inseri-

(4) Incluindo os supostos em geral pouco realistas de função investimento linear e coeficientes constantes. Note-se, porém, que os modelos de Kalecki não se destinam primordialmente a uma descrição fiel do comportamento das variáveis ao longo de um ciclo econômico real, mas a explicitar os seus mecanismos essenciais de funcionamento. Trata-se portanto de modelos teóricos, e não estatísticos (veja-se a propósito Kalecki, 1954, Prefácio), de forma que, se eles cumprem adequadamente sua finalidade, o relaxamento destas e outras hipóteses simplificadoras apenas modifica os resultados, sem alterar suas características básicas.

(5) Como mostrou Pasinetti (1974), cap. 3, nota 17.

(6) Por exemplo, Allen (1960), p. 303. Veja-se opinião oposta do autor em Kalecki (1969), Prefácio, p.1.

do um termo independente destinado a captar os efeitos de longo prazo da introdução de progresso técnico, inovações e expansão dos mercados, responsável pela existência de uma tendência superposta ao ciclo puro; 3º) principalmente, são introduzidos fatores de risco microeconômicos afetando a decisão de reinvestir os lucros das empresas, ligados às condições de endividamento e de mercado⁽⁷⁾.

No item 4 apresentamos alguns resultados relacionando tendências de variação na composição da produção e da demanda final com alterações macroeconômicas na distribuição funcional da renda, a partir do esquema de 3 macrossetores verticalmente integrados de Kalecki (1968a). Em sua teoria da determinação da renda, a distribuição entre lucros e salários cumpre um papel paramétrico, da mesma forma que na teoria do ciclo, uma vez que seus fatores explicativos estão localizados no processo microeconômico de formação de preços e não a nível agregado. Mas isto obviamente não significa que a distribuição permaneça constante em termos macroeconômicos, pois ela pode variar com a composição do produto e esta certamente se altera no transcurso do ciclo; nem, ao inverso, impede que ela possa afetar alguns parâmetros do ciclo. Embora a hipótese de constância dos coeficientes nos modelos de ciclo obscureça estes efeitos dinâmicos de mudanças na distribuição, a forma pela qual, ao inverso, a distribuição macroeconômica tende a ser afetada por distintas taxas de crescimento setoriais pode ser facilmente analisada com base no modelo de 3 setores proposto por Kalecki. Nossa abordagem é muito simplificada, mas permite sugerir uma fração das potencialidades ainda inexploradas deste esquema analítico.

2. O MODELO DE CICLO DE KALECKI, 1ª VERSÃO (1933)

- Definições: P = lucros; C = consumo dos capitalistas; B = parte constante do consumo dos capitalistas.

I = investimento bruto (encomendas); A = produção e entrega⁽⁸⁾ de bens de investimento, sendo $A_t = I_t - \theta$, onde θ é o período mē-

(7) Tratamos destes aspectos pormenorizadamente no artigo citado, pp. 140 e seg.

(8) Desprezando-se o intervalo de tempo entre ambas.

dio de construção e instalação dos equipamentos e t um período de tempo discreto ($t = 1, 2, \dots, n$); K = capital fixo (no início do período).

2.1. APRESENTAÇÃO DO MODELO

Tem-se:

$$P_t = C_t + A_t \quad (1)$$

$$C_t = B + \lambda P_t \quad (2),$$

sendo λ constante a curto prazo.

De (1) e (2):

$$P_t = \frac{B + A_t}{1 - \lambda} \quad (3)$$

Supõe-se que as decisões de investir são dadas pela função:

$$\frac{I_t}{K_t} = f\left(\frac{P_t}{K_t}\right) \quad (4),$$

onde $\frac{P}{K}$, a rentabilidade real do capital existente, é tomada como estimativa da rentabilidade esperada do novo capital.

De (3), tem-se $\frac{P}{K}$ proporcional a $\frac{B + A}{K}$, donde (4) pode ser escrita como

$$\frac{I_t}{K_t} = \phi\left(\frac{B + A_t}{K_t}\right) \quad (5)$$

Na suposição mais simples de uma função linear:

$$\frac{I_t}{K_t} = m \frac{B + A_t}{K_t} - n, \text{ ou:}$$

$$I_t = m (B + A_t) - n K_t \quad (6)$$

Deve-se ter $m > 0$, sendo ϕ uma função crescente, e $n > 0$ para que o modelo comporte a ocorrência de ciclos econômicos (como se verá adiante).

Em cada período de tempo t se tem, por definição:

$\Delta K_t = K_{t+1} - K_t = A_t - U$ (7), onde U representa a reposição de capital, cujas flutuações se supõe desprezíveis.

Lembrando que $I_t = A_{t+\theta}$ e definindo $\theta = 1$ (o período θ tomado como unidade de medida do transcurso do tempo), pode-se substituir (7) em (6), obtendo-se:

$$K_{t+2} - (m + 1) K_{t+1} + (m + n) K_t = mB + (m - 1) U \quad (8)$$

A expressão acima é uma equação a diferenças finitas de 2ª ordem, com coeficientes constantes e termo constante, do tipo

$$y_{t+2} + a_1 y_{t+1} + a_2 y_t = c.$$

A solução da equação reduzida (homogênea) correspondente (abstraindo o termo constante, $c = 0$) é do tipo $y_t = kx^t$, sendo k e x coeficientes a determinar. Substituindo-a na equação homogênea obtém-se, após simplificação, $x^2 + a_1 x + a_2 = 0$. As características das raízes (x_1, x_2) desta equação definirão o comportamento da variável y no tempo. Assim, só a obtenção de raízes complexas conjugadas ($x_1, x_2 = \alpha \pm \beta i$), sob a condição $a_1^2 < 4 a_2$, garante a ocorrência de flutuações cíclicas neste modelo. A solução homogênea (que só abrange as flutuações) será então da forma $y_t = a r^t \cos(\omega t + \epsilon)$, sendo a e ϵ arbitrárias (dependendo somente de condições iniciais), e:

$$\omega = \cos^{-1} \left(-\frac{a_1}{\sqrt{a_2}} \right), \quad r = \sqrt{a_2}$$

No modelo em questão, a condição de ocorrência de flutuações cíclicas se traduz da seguinte forma:

$a_1 = -(m + 1)$; $a_2 = m + n$; logo, a condição de $a_1^2 < 4 a_2$, se expressa como

$$(m + 1)^2 < 4(m + n); \text{ ou } m^2 + 2m + 1 < 4m + 4n, \quad \text{donde:}$$

$$(m - 1)^2 < 4n \quad (9)$$

Da condição (9) deduz-se diretamente $n > 0$.

Finalmente, os coeficientes ω e r terão os valores:

$$\omega = \cos^{-1} \left(\frac{m+1}{2\sqrt{m+n}} \right) \quad \text{e} \quad r = \sqrt{m+n},$$

e as flutuações do estoque de capital K se farão segundo a função

$$K_t = a r^t \cos(\omega t + \epsilon) + \bar{K},$$

onde $a = \frac{K_0}{\cos \epsilon}$ e ϵ (fase) é arbitrário, e o nível de "equilíbrio" do capital $\bar{K} = \frac{m}{n} B + \frac{m-1}{n} U$.

Portanto, as flutuações de K terão período constante igual a $2\pi/\omega$ unidades de tempo (sendo ω em radianos) e amplitude $a r^t$, que pode ser:

$$\begin{cases} \text{crescente (flutuações explosivas), se } r > 1 \Rightarrow m+n > 1; \\ \text{decrecente (flutuações amortecidas), se } r < 1 \Rightarrow m+n < 1; \text{ ou} \\ \text{constante (flutuações regulares), se } r = 1 \Rightarrow m+n = 1. \end{cases}$$

As demais variáveis agregadas (renda total, lucros, investimento) registrarão o mesmo comportamento (período, amplitude, etc.) - por exemplo, a equação do investimento será

$$A_{t+2} - (m+1) A_{t+1} + (m+n) A_t = n U;$$

a única diferença é que sua fase será $\epsilon + \delta$, representando um retardo de δ das flutuações do estoque de capital em relação a estas variáveis (a defasagem δ é tal que

$$\tan \delta = \frac{\sqrt{4n - (m-1)^2}}{m-1} \quad (9).$$

(9) Para o cálculo deste retardo seguiu-se o mesmo procedimento de Pasinetti (1974), cap. 3, apêndice.

2.2. INTERPRETAÇÃO

Dada a equação característica $x^2 + a_1x + a_2 = 0$ correspondente à equação a diferenças finitas que expressa o estoque de capital como variável temporal - ver item 1, equação (8) - e sendo os coeficientes

$$a_1 = -(m + 1) \quad \text{e} \quad a_2 = (m + n),$$

a relação entre as raízes x_1 e x_2 , que definem a trajetória no tempo da variável, será dada por:

$$x_1 + x_2 = -a_1 = m + 1 \quad (1),$$

$$x_1 \cdot x_2 = a_2 = m + n \quad (2).$$

Se $a_1^2 \geq 4 a_2$ ou $(m + 1)^2 \geq 4 n$, as raízes x_1 e x_2 serão reais.

Como m e n são por hipótese positivos, resulta de (2) que x_1 e x_2 terão o mesmo sinal, e de (1) que x_1 e x_2 são ambos positivos.

Além disso, se supusermos que x_1 é a raiz dominante (de maior valor absoluto), a possibilidade de que simultaneamente $x_1 \geq 1$ e $x_2 < 1$ está excluída de início, dado que ela implicaria

$$(x_1 - 1)(x_2 - 1) \leq 0,$$

$$x_1 \cdot x_2 - (x_1 + x_2) + 1 \leq 0; \text{ de (1) e (2),}$$

$$m + n - (m + 1) + 1 \leq 0, \text{ ou}$$

$$n \leq 0, \text{ o que por hipótese é impossível.}$$

Logo, restam para x_1 e x_2 apenas as possibilidades de que x_1 e $x_2 < 1$ ou x_1 e $x_2 > 1$, correspondentes, respectivamente, a um comportamento temporal amortecido ou explosivo da variável, e que podem ser substituídas pelas condições $x_1 \cdot x_2 < 1$ ou $x_1 \cdot x_2 > 1$, isto é:

$$I) \begin{cases} m + n < 1 \iff \text{amortecimento;} \\ m + n > 1 \iff \text{crescimento explosivo.} \end{cases}$$

A condição de flutuações cíclicas está associada a $x_{1,2}$ complexas conjugadas, o que implica $(m - 1)^2 < 4n$.

Temos então, no que se refere à ocorrência de ciclos:

$$II) \begin{cases} n > \left(\frac{1-m}{2}\right)^2 \iff \text{flutuações cíclicas;} \\ n \leq \left(\frac{1-m}{2}\right)^2 \iff \text{expansão sem flutuação.} \end{cases}$$

Os valores dos coeficientes que correspondem à combinação destas possibilidades estão representados no gráfico a seguir.

3. O MODELO DE CICLO DE KALECKI, 2ª VERSÃO (1954)

- Definições: P = lucros brutos; C = consumo dos capitalistas; A = parte constante do consumo dos capitalistas; S = poupança bruta (no caso geral, igual ao investimento bruto mais saldo da balança comercial e déficit orçamentário).

O = produto bruto; Y = renda bruta do setor privado; E = impostos indiretos; B = parcela constante da participação dos salários e ordenados na renda; α = participação dos salários e ordenados na renda.

D = decisões de investimento bruto em capital fixo; F = investimento bruto em capital fixo, sendo $F_{t+\tau} = D_t$; J = investimento em estoques; I = investimento bruto total; δ = depreciação do capital fixo; K = estoque de capital fixo.

3.1. APRESENTAÇÃO DO MODELO

Tem-se:

$$P_t = C_t + I_t \quad (1)$$

(fazendo implicitamente $I_t = S_t$);

$$C_t = q P_t + A^{(10)} \quad (2)$$

sendo $0 < q < 1$ estável no curto prazo.

De (1) e (2) obtém-se:

$$P_t = \frac{I_t + A}{1 - q} \quad (3).$$

Tem-se ainda:

$$Y_t = \frac{P_t + B}{1 - \alpha} \quad (4),$$

$$e \quad O_t = Y_t + E \quad (5).$$

(10) Kalecki supõe uma defasagem λ entre C e P , que pode ser desprezada, sem prejuízo da validade do modelo, a fim de simplificá-lo. O próprio autor sugere isto mais tarde: veja-se Kalecki (1962), p.135.

De (4) e (5):

$$O_t = \frac{P_t + B}{1 - \alpha} + E \quad (6).$$

As decisões de investimento se supõem determinadas por:

$$D_t = a S_t + b \frac{\Delta P_t}{\Delta t} - c \frac{\Delta K_t}{\Delta t} + d \quad (7),$$

onde a primeira parcela, $a S_t$, reflete a influência da acumulação interna das empresas, as duas seguintes expressam o efeito da rentabilidade esperada na medida em que esta reflete variações no grau de utilização do capital fixo, e a última é uma constante sujeita a variações no longo prazo (por efeito, entre outros, de inovações).

A equação (7) do investimento neste modelo pode ser deduzida da equação análoga do modelo anterior (item 1):

$$D_t = m' P_t - n K_t \quad (6)';$$

calculando as primeiras diferenças finitas;

$$\frac{\Delta D_t}{\Delta t} = m' \frac{\Delta P_t}{\Delta t} - n \frac{\Delta K_t}{\Delta t}, \text{ ou:}$$

$$D_t - D_{t-1} = m' \frac{\Delta P_t}{\Delta t} - n \frac{\Delta K_t}{\Delta t};$$

Supondo, por simplicidade, que o saldo do comércio exterior e o déficit orçamentário são ambos desprezíveis e que os estoques não sofrem variações significativas no ciclo, podemos escrever $F_t = S_t$; como, além disso, $F_t = D_{t-1}$ (fazendo $\tau = 1$ por hipótese), tem-se $D_{t-1} = S_t$. Substituindo na equação anterior:

$$D_t = S_t + m' \frac{\Delta P_t}{\Delta t} - n \frac{\Delta K_t}{\Delta t}.$$

Verifica-se que a equação (7) difere da função acima somente em dois aspectos: a presença de um termo constante, que pretende incorporar influências de longo prazo, e a introdução de um coeficien

te $\underline{a}$, que pode assumir valores distintos de 1, multiplicando a variável S_t . Isto representa a possibilidade de alterações nas decisões de investir de um período para outro, em função de mudanças nas condições de acumulação interna das empresas e nos condicionantes de longo prazo, mesmo quando não haja modificações nas taxas de lucro efetiva e esperada.

Retornando ao modelo, a equação (7) pode ser reescrita:

$$F_{t+\tau} = a S_t + b \frac{\Delta P_t}{\Delta t} - c \frac{\Delta K_t}{\Delta t} + d \quad (8).$$

Como $\frac{\Delta K_t}{\Delta t} = F_t - \delta$, a equação (8) passa a ser:

$$F_{t+\tau} = a S_t + b \frac{\Delta P_t}{\Delta t} - C (F_t - \delta) + d.$$

Após alguma manipulação algébrica chega-se a:

$$F_{t+\theta} = \frac{a}{1+c} S_t + b' \frac{\Delta P_t}{\Delta t} + d' \quad (9),$$

sendo θ pouco menor que τ , $b' = \frac{b}{1+c}$ e $d' = \frac{c\delta + d}{1+c}$.

Supondo-se um comportamento do investimento em estoques relacionado com a taxa de variação da produção,

$$J_{t+\theta} = e \frac{\Delta O_t}{\Delta t} \quad (10).$$

Finalmente, de (9) e (10) resulta:

$$I_{t+\theta} = \frac{a}{1+c} S_t + b' \frac{\Delta P_t}{\Delta t} + e \frac{\Delta O_t}{\Delta t} + d' \quad (11).$$

As variações dos lucros e do produto podem ser expressas como resultado de variações no investimento, partindo-se das equações (3) e (6):

$$\Delta P_t = \frac{\Delta I_t}{1-q} \quad (12),$$

$$\Delta O_t = \frac{\Delta I_t}{(1-q)(q-\alpha)} \quad (13).$$

Substituindo (12) e (13) em (11), e com $I_t = S_t$, obtém-se:

$$I_{t+\theta} = \frac{a}{1+c} I_t + \mu \frac{\Delta I_t}{\Delta t} + d' \quad (14).$$

onde $\mu = \frac{1}{1-q} (b' + \frac{e}{1-\alpha})$.

Definindo-se o investimento líquido $i_t = I_t - \delta$, da equação (14) resulta:

$$i_{t+\theta} = \frac{a}{1+c} i_t + \mu \frac{\Delta i_t}{\Delta t} + g \quad (15),$$

onde g , a tendência do investimento líquido, é dado por

$$d' - \delta (1 - \frac{a}{1+c}).$$

Finalmente, fazendo $\Delta t = \theta = 1$ (11), supondo $\Delta i_t = i_t - i_{t-1}$ e defasando a equação (15) de 1 período, tem-se:

$$i_{t+2} - (\mu + \frac{a}{1+c}) i_{t+1} + \mu i_t = g \quad (16).$$

Esta é uma equação a diferenças finitas de 2ª ordem com termo e coeficientes constantes, do mesmo tipo analisado no item anterior. Sua solução completa será então a soma da solução particular i_p com a função complementar (solução homogênea) i_c :

$$i_p = \frac{g}{1 - \frac{a}{1+c}} = \frac{d'}{1 - \frac{a}{1+c}} - \delta \quad (17),$$

(11) Equivale a tomar como unidade de tempo o prazo de maturação médio do investimento θ e considerá-lo igual ao período médio de reação das decisões de investir a mudanças na rentabilidade esperada, Δt . Esta última hipótese é uma simples aproximação, já que o período de reação é muito impreciso teoricamente.

e $i_c = A_1 x_1^t + A_2 x_2^t$, onde $x_{1,2}$ são as raízes da equação $x^2 + a_1 x + a_2 = 0$ (sendo a_1 e a_2 os coeficientes de i_{t+1} e i_t na equação (16)).

A condição para que possa haver flutuações cíclicas, como se viu, é $a_1^2 < 4 a_2$, que dá raízes $x_{1,2}$ complexas conjugadas.

Neste caso,

$$\left(\mu + \frac{a}{1+c}\right)^2 < 4\mu, \quad \text{ou}$$

$$\left(\frac{a}{1+c}\right)^2 + 2\mu\left(\frac{a}{1+c}\right) + \mu^2 - 4\mu < 0.$$

Esta condição equivale a:

$$-\mu - 2\sqrt{\mu} < \frac{a}{1+c} < -\mu + 2\sqrt{\mu}.$$

Como $\frac{a}{1+c} > 0$ e $\mu > 0$ por hipótese, resulta:

$$0 < \frac{a}{1+c} < -\mu + 2\sqrt{\mu} \quad (18).$$

Em particular, de (18) obtém-se:

$$-\mu + 2\sqrt{\mu} > 0, \quad \text{donde necessariamente } \underline{\mu < 4}.$$

Chamando $f(\mu) = -\mu + 2\sqrt{\mu}$, com $\mu \in (0,4)$, a condição (18) equivale a:

$$\frac{a}{1+c} < f(\mu).$$

É facilmente demonstrável que o valor máximo de $f(\mu)$ se obtém para $\mu = 1$, onde $f(1) = 1$. Assim, a mesma condição se expressa finalmente como:

$$\underline{\frac{a}{1+c} < 1}.$$

A solução homogênea i_c obtida nas condições acima (com flutuações cíclicas) é então:

$$i_c = a r^t (\omega t + \varepsilon) \quad (19).$$

onde $a = \frac{i_0}{\cos \varepsilon}$, com ε (fase) arbitrário, e

$$\omega = \cos^{-1} \left(\frac{\mu + \frac{a}{1+c}}{2\sqrt{\mu}} \right) \quad \text{e} \quad r = \sqrt{\mu}.$$

A solução completa será (somando as expressões 17 e 19):

$$i_t = a r^t \cos(\omega t + \varepsilon) + \bar{i} \quad (20).$$

Esta equação representa flutuações cíclicas do investimento líquido em torno a um nível de "equilíbrio móvel"

$$\bar{i} = \frac{d'}{1 - \frac{a}{1+c}} - \delta,$$

com período constante de $\frac{2\pi}{\omega}$ (ω em radianos) e amplitude $a \cdot r^t$, que pode ser:

$$\begin{cases} \text{crescente} & (\text{flutuações explosivas}), & \text{se } r > 1 \Rightarrow \mu > 1 \\ \text{decrecente} & (\text{flutuações amortecidas}), & \text{se } r < 1 \Rightarrow \mu < 1 \\ \text{constante} & (\text{flutuações regulares}), & \text{se } r = 1 \Rightarrow \mu = 1 \end{cases}$$

As flutuações do nível de renda, dos lucros e do estoque de capital terão o mesmo comportamento cíclico (com igual período e amplitude proporcional), embora as flutuações do estoque de capital apresentem um retardo, ϑ , de modo análogo ao item anterior:

$$\text{tg } \vartheta = \frac{\sqrt{\mu} \sqrt{4\mu - \left(\mu + \frac{a}{1+c}\right)^2}}{(\sqrt{\mu} - 1) \left(\mu + \frac{a}{1+c}\right)}.$$

3.2. INTERPRETAÇÃO

Os coeficientes da equação característica são, nesse modelo,

$$a_1 = -(\mu + \frac{a}{1+c}) \quad \text{e} \quad a_2 = \mu,$$

e as suas raízes x_1 e x_2 satisfazem as condições:

$$x_1 + x_2 = \mu + \frac{a}{1+c} \quad (1),$$

$$x_1 \cdot x_2 = \mu \quad (2).$$

As raízes serão reais se $(\mu + \frac{a}{1+c})^2 \geq 4\mu$.

Tem-se nesse caso $x_1, x_2 > 0$, de (1) e (2), dados μ , $\underline{a}$ e $\underline{c}$ positivos.

Sendo x_1 a raiz dominante, as condições $x_1 \geq 1$ e $x_2 < 1$ não podem ocorrer ao mesmo tempo, pois implicariam

$$(x_1 - 1)(x_2 - 1) \leq 0, \quad \text{ou}$$

$$\mu - (\mu + \frac{a}{1+c}) + 1 \leq 0, \quad \text{ou ainda}$$

$$\frac{a}{1+c} \geq 1,$$

o que é impossível por hipótese.

As únicas condições possíveis são, portanto, como no modelo anterior, $x_1 > 1$ ou $x_1 < 1$ e $x_2 < 1$, equivalentes a

$$x_1 \cdot x_2 > 1 \quad \text{ou} \quad x_1 \cdot x_2 < 1,$$

e que podem ser expressas como:

$$I) \quad \begin{cases} \mu < 1 \iff \text{amortecimento;} \\ \mu > 1 \iff \text{crescimento explosivo.} \end{cases}$$

A existência de ciclos depende de x_1 e x_2 serem complexas conjugadas, o que supõe

$$\left(\mu + \frac{a}{1+c}\right)^2 < 4\mu,$$

que se reduz, dado $\frac{a}{1+c} > 0$, a:

$$\text{II)} \quad \begin{cases} \frac{a}{1+c} < -\mu + 2\sqrt{\mu} \iff \text{flutuações cíclicas;} \\ \frac{a}{1+c} \geq -\mu + 2\sqrt{\mu} \iff \text{expansão sem flutuação.} \end{cases}$$

Os valores dos parâmetros que dão lugar às distintas combinações de trajetos temporais são representados no gráfico a seguir.

Gráfico II

4. DISTRIBUIÇÃO FUNCIONAL DA RENDA EM KALECKI NUM ENFOQUE DINÂMICO

No que se segue faremos uso da notação empregada por Kalecki no artigo sobre as equações de reprodução (1968a), adotando ainda a hipótese mais geral de que o consumo capitalista é estritamente autônomo (e não uma função determinada do investimento através dos lucros).

- Definições: Y = renda nacional bruta; I = investimento bruto (produção do departamento I, ou DI); C_k = consumo dos capitalistas (produção de DII); C_w = consumo dos trabalhadores (produção de DIII); W = salários; w_i , parâmetros setoriais de distribuição funcional da renda, = w_i /produto de D_i .

Tem-se:

$Y = I + C_k + C_w$ (1) e $W = C_w$ (2), isto é, os salários são totalmente consumidos (hipótese simplificadora).

Das definições de w_i resulta, de (1) e (2):

$$W = \frac{w_1 I + w_2 C_k}{1 - w_3} \quad (3).$$

De (1) e (3) obtém-se:

$$\frac{W}{Y} = \frac{w_1 I + w_2 C_k}{(1 + w_1 - w_3) I + (1 + w_2 - w_3) C_k} \quad (4).$$

As condições gerais para que haja ou não uma alteração na distribuição funcional macroeconômica da renda, expressa por W/Y , podem ser derivadas da condição geral⁽¹²⁾

$$d(W/Y) \gtrless 0 \quad (5).$$

(12) A utilização de diferenciais neste caso não afeta o sentido econômico das variáveis e parâmetros, uma vez que não se pretende deduzir relações funcionais entre os mesmos, e sim apontar as condições que devem satisfazer associadas a tendências de mudança das variáveis.

Tem-se, no caso mais geral de I , C_k e w_i variáveis independentes:

$$d(W/Y) = \frac{\delta(W/Y)}{\delta I} \cdot dI + \frac{\delta}{\delta C_k} \quad k + \frac{\delta(W/Y)}{\delta w_1} \cdot dw_1 + \\ + \frac{\delta(W/Y)}{\delta w_2} \cdot dw_2 + \frac{\delta(W/Y)}{\delta w_3} \cdot dw_3.$$

Aplicada a (4), a equação acima fornece:

$$d(X/Y) = \frac{E_1}{E_2}, \text{ onde}$$

$$E_1 = (w_1 - w_2)(1 - w_3) [C_k \cdot dI - I \cdot dC_k] + (I + C_k) \\ [(1 - w_3)(I \cdot dw_1 + C_k \cdot dw_2) + (w_1 \cdot I + w_2 \cdot C_k) dw_3], \\ E_2 = [(1 + w_1 - w_3)I + (1 + w_2 - w_3) C_k]^2.$$

Sendo necessariamente $E_2 > 0$, a condição (5) se expressa como:

$$d(W/Y) \geq 0 \iff E_1 \geq 0 \quad (5)'$$

Esta condição expressa a possibilidade de aumentar, manter inalterada ou reduzir a participação dos salários na renda, em função do comportamento das variáveis I e C_k e dos parâmetros w_i , aquelas dependentes das decisões (autônomas) dos capitalistas e estes expressando as condições de concorrência e poder de negociação entre capitalistas e trabalhadores de cada departamento produtivo. Vejamos algumas possibilidades:

a) Se os parâmetros de distribuição w_i permanecem constantes:

E_1 reduz-se a $E_1 = (w_1 - w_2)(1 - w_3) [C_k \cdot dI - I \cdot dC_k]$, e como $w_3 < 1$, (5)' passa a ser:

$$d(W/Y) = 0 \iff w_1 = w_2 \quad \text{ou} \quad \frac{dI}{I} = \frac{dC_k}{D_k};$$

$$d(W/Y) > 0 \iff w_1 \gtrless w_2 \quad \text{e} \quad \frac{dI}{I} \gtrless \frac{dC_k}{C_k};$$

$$d(W/Y) < 0 \iff w_1 \gtrless w_2 \quad \text{e} \quad \frac{dI}{I} \gtrless \frac{dC_k}{C_k}.$$

Portanto, a distribuição de renda agregada só permanecerá constante se as taxas de crescimento de DI e DII ou os parâmetros de distribuição respectivos forem iguais. Para que a participação dos salários aumente [ou diminua] é necessário (dada a constância dos parâmetros de distribuição) e suficiente que o departamento (dentre DI e DII) cuja distribuição é mais favorável aos salários cresça mais [ou menos] rapidamente.

b) Se os parâmetros de distribuição w_i são variáveis, pode-se verificar a partir da expressão E_1 que sua influência, em termos gerais, será no sentido de compensar os efeitos sobre a distribuição global da renda exercidos pelo crescimento relativo de DI e DII e conforme os respectivos parâmetros setoriais (w_1 e w_2). Assim, uma redução geral ou parcial dos parâmetros de distribuição w_i devida, por exemplo, a um aumento no grau de monopólio das empresas não acarretará necessariamente a diminuição da participação global dos salários na renda, desde que DI cresça mais rapidamente que DII (se $w_1 > w_2$), e vice-versa.

Uma conclusão interessante extraída dos comentários anteriores é a de que o papel passivo de DIII na dinâmica econômica, ao a justar seu crescimento ao dos outros dois setores, torna as características desse mesmo crescimento e do próprio nível da participação dos salários no produto (w_3) deste setor (exceto quanto à va riação de w_3) irrelevantes para o comportamento da distribuição glo bal da renda.

De outro lado, o fato de os parâmetros w_i conterem implicitamente o efeito dos preços relativos - de DIII e de D_i , o que torna w_3 um número absoluto, independente dos preços - permite que se reinterprete sua influência na distribuição da renda agregada sob a hipótese de que estejam ocorrendo modificações nos preços relativos.

5. CONCLUSÕES

Apresentamos os dois principais modelos teóricos de ciclo econômico de Kalecki, dos quais o segundo (1954) parece ser o mais realista, como equações a diferenças finitas lineares com coeficientes constantes, e estudamos as condições que originam diferentes trajetórias temporais. Examinamos à parte a influência que distintas taxas de crescimento de setores integrados produtores de bens finais (investimento, consumo capitalista e consumo assalariado) exercem sobre a distribuição funcional agregada da renda, dados os parâmetros distributivos a nível setorial, o que permitiria determinar tendências de alteração na distribuição ao longo do ciclo.

Será desejável que um posterior aprofundamento do tema se processasse em pelo menos duas direções:

1º) A hipótese de coeficientes constantes pode e deve ser relaxada para incorporar os efeitos semi-exógenos de mudanças tecnológicas, na distribuição de renda, nos padrões de consumo por classe de renda e nos fatores de risco competitivo e financeiro no transcurso do ciclo. Ao mesmo tempo é necessário aprofundar a análise dos fatores determinantes do componente de tendência, lançando mão em particular das contribuições de Schumpeter na explicação das inovações e tendo em conta os efeitos da própria alteração dos parâmetros no curso de cada ciclo - como já sugeria Kalecki (1954), caps. 14 e 15. Esta é, a nosso ver, a integração possível entre ciclo e tendência: a nível propriamente analítico e não teórico, porquanto os princípios explicativos de ambos são distintos.

2º) Um modelo de ciclo agregado, como o de Kalecki e todos da mesma "família" (interação multiplicador x função investimento), não consegue captar adequadamente a influência dinâmica de distintas configurações técnico-produtivas e competitivas a nível microeconômico sobre os parâmetros do ciclo. Uma desagregação do modelo, incorporando inclusive os demais componentes semi-exógenos de demanda final (gastos governamentais, saldo de exportações), poderá convertê-lo em um poderoso instrumental analítico da dinâmica. Como primeira aproximação o uso do modelo de 3 setores integrados na análise do ciclo pode constituir um importante avanço, mas é necessário levar essa desagregação até o nível de setores ou indústrias, que é a unidade microeconômica de análise pertinente.

REFERÊNCIAS

- ALLEN, R.G.D. (1960), *Mathematical Economics*, 2a.ed., Macmillan, Londres; trad.esp. *Economia Matemática*, Aguilar, Madri, 1967.
- KALECKI, M. (1933), "Outline of a Theory of the Business Cycle", in *Studies in the Theory of Business Cycles*, A.M. Kelley, N. York, 1969; trad.port. "Esboço de uma Teoria do Ciclo Econômico", in Kalecki, M., *Crescimento e Ciclo das Economias Capitalistas*, Hucitec, São Paulo, 1977 (org. por J.Miglioli).
- (1954), *Theory of Economic Dynamics*, George Allen & Unwin, Londres; trad.port. *Teoria da Dinâmica Econômica*, Abrii Cultural, São Paulo, 1978.
- (1962), "Observations on the theory of Growth", *Economic Journal*, vol. LXXII, março 1962.
- (1968a), "The Marxian Equations of Reproduction and Modern Economics", in *Social Science Information*, 7(6); trad.port. "As Equações Marxistas de Reprodução e a Economia Moderna", in *Crescimento e Ciclo...*, op.cit.
- (1968b), "Trend and the Business Cycle", in *Selected Essays on the Dynamics of the Capitalist Economy*, Cambridge University Press, 1971; trad.port. "Tendência e Ciclo Econômico", in *Crescimento e Ciclo...*, op.cit.
- PASINETTI, L. (1974), *Growth and Income Distribution*, Cambridge University Press; trad.port. *Crescimento e Distribuição de Renda*, Zahar, Rio de Janeiro, 1979.
- POSSAS, M. e BALTAR, P. (1981), "Demanda Efetiva e Dinâmica em Kalecki", *Pesquisa e Planejamento Econômico*, 11(1), Rio de Janeiro, abril 1981.