CONTRIBUIÇÃO ESPECIAL

MODELAGEM MACROECONÔMICA*

Luiz Chrysostomo de Oliveira Filho**

Resumo

O objetivo deste artigo é apresentar uma discussão a respeito da atividade de Modelagem Macroeconômica. São apresentados não só as estatísticas teste para verificação da qualidade das simulações como os principais resultados das aplicações, a saber, a análise estrutural, a análise de projeção e as aplicações à política pública.

Abstract

(Macroeconomic Modelling)

This study is a discussion about certain relevant aspects in macromodelling. Some test statistics are presented in order to validate the quality of simulations as well as the main outcomes of macromodelling as to its uses in structural analysis, forecasting and public policy.

1. Introdução.

O artigo procura sistematizar a discussão sobre a construção e utilização de modelos macroeconômicos. Busca ressaltar as dificuldades e a complexidade para se obter um sistema de equações capaz de identificar os mecanismos de transmissão da economia, simular resultados para as variáveis endógenas e servir para a elaboração de políticas públicas.

O trabalho divide-se em três partes centrais, além desta introdução e das notas finais. A primeira parte analisa as etapas da construção dos modelos macroeconômicos, levando em conta principalmente a evolução histórica e os desenvolvimentos no transcorrer dos últimos 40 anos, assim como a questão da escala dos modelos e a ligação destes com a teoria econômica. A segunda parte versa sobre as técnicas de avaliação e comparação de modelos, definindo os horizontes de simulação e as estatísticas teste para verificação da qualidade das simulações. A terceira

*O autor agradece os valiosos comentários de Pedro Valls, Eduardo Modiano e Jorge Vianna Monteiro assim como a eficiência e dedicação de Carlos Gustavo Perret Simas na assistência à pesquisa. Os erros e omissões são de exclusiva responsabilidade do autor

**Do Departamento de Economia da UFF e PUC-RJ

e última parte discute as várias aplicações e usos dos modelos macroeconômicos. Numa perspectiva formal distribui-se as possibilidades de utilização dos modelos em três grandes grupos: i) análise estrutural, ii) análise de projeção; iii) aplicações à política econômica. As sub-seções ii) e iii) desagregam-se em três sub-grupos de questões. A sub-seção ii) enfoca o caso das simulações de curto prazo, de longo prazo e da qualidade das simulações. A sub-seção iii) divide a análise de política pública em três abordagens: a abordagem metas-instrumentos, a abordagem da função de bem estar social e a abordagem de simulação. Nas notas finais apresentam-se os principais resultados obtidos.

2. Construção de modelos macroeconômicos.

2.1. História e desenvolvimento.

O início do desenvolvimento de modelos multi-equacionais não tardou dentro da própria evolução da técnica econométrica. O primeiro modelo econométrico relevante, fugindo à especificação de equações únicas, buscando interligar os vários setores da economia foi o desenvolvido por Tinbergen (1939) para a economia americana, estimado com dados anuais (1919-1932) por Mínimos Quadrados Ordinários, com um número de 32 equações estocásticas e 18 identidades (num total de 50 variáveis endógenas e 14 exógenas) (Tabela 1). A elaboração do modelo influenciou a construção de modelos macroeconômicos por dois caminhos [Intriligator (1977, pp. 452-453)]. Primeiro pelo avanço futuro nas pesquisas de análise dos ciclos econômicos. Segundo pelo próprio desenvolvimento das técnicas econométricas, com reflexos sobre o problema de estimação de um sistema de equações simultâneas.¹

A maior parte dos modelos macroeconômicos, sobretudo os desenvolvidos para a economia americana, tomaram a teoria Keynesiana e o enfoque IS-LM como ponto de partida para explicar a determinação da renda nacional e os principais agregados macroeconômicos envolvidos [Intriligator (1977, pp. 430) Klein et alii (1978, pp. 26), Wallis (1979, pp. 127)]. A maior parte dos esforços recentes tem se concentrado na tentativa de adequar as três óticas da determinação da Renda Nacional (ótica do produto,

¹Um bom exemplo foram os trabalhos publicados nos EUA pela Cowles Commission no final da década de 40 e início dos anos 50.

Tabela 1.
Sumário dos modelos macroeconômicos
da economia americana
modelos anuais

Modelo	Período de Estimação	Técnica de Estimação	Nº de Variáveis		Nº de Equações	
			Endóg.	Exóg.	Estoc.	Ident.
Tinbergen (1939)	1919-32	M.Q.O.	50	14	32	18
Klein I (1951)	1920-41	M.Q.O.	6	4	3	3
Klein-Goldberg (1955)	1929-41 1946-52	M.V.I.C.	20	14	15	5
Valavanis (1955)	1869-53	M.V.I.C.	20	7	12	8
Suit (1962)	1947-60	M.Q.O.	33	21	16	17
Morishima-Saito (1972)	1902-40	M.Q.2E.	9	6	7	2
Wharton Annual and Industry (1972,1975)	1954-69	M.Q.O. M.Q.2E	346	90	155	191
Hickman-Coen (1975)	1924-40 1949-66	M.Q.2E.	170	115	50	120

Fonte: INTRILIGATOR(1977)

Observação:

M.Q.O. - Mínimos Quadrados Ordinários

M.Q.2E. - Mínimos Quadrados em dois Estágios

M.V.I.C. - Máxima Verossimilhança - Informação Completa

da renda e da despesa) conciliando com as possibilidades crescentes de maior desagregação dos modelos, no intuito de aperfeiçoar não só a análise estrutural, como também a utilização para fins de projeção e políticas de estabilização [Wallis (1979, pp. 129-130); Ver seção 4].

A partir do modelo de Tinbergen (1939) seguiram-se os experimentos de Klein (1950) e o de Klein-Goldberger (1955) levando a uma crescente proliferação de modelos macroeconômicos, com graus diversos de sofisticação e tamanho, em sua maior parte lidando com problemas de simultaneidade quase sempre a partir da abordagem keynesiana. (Figura 1 e Tabela 1). Enquanto o modelo Klein-Goldberger (1955) relaciona 20 equações, das quais 5 eram não-estocásticas, em base anual, modelos mais atuais e sofisticados, conseguem relacionar 718 equações (379 estocásticas) com até 170 variáveis exógenas. (O caso do modelo DRI - Data

Tabela 2.
Equações do modelo do DRI

Estrutura do Modelo	Equações Estocásticas	Equações não-Estocásticas	Total de Equações
I - Demanda Final	66	110	176
Consumo	14	24	38
Investimento	22	4	66
Governo	11	20	31
Setor Externo	19	22	41
II - Rendas	11	20	31
III - Setor Financeiro	103	99	202
Agregados Monetários e Reservas	8	15	23
Taxas de Juros	23	1	24
Empréstimos dos bancos comerciais	5	3	8
Preço de Ações	9	2	11
Fluxo de Fundos e Famílias	58	78	136
e Corporações não e financeiras	20	18	38
e Outros	24	48	72
	14	12	26
IV - Oferta e Capacidade	6	4	10
V - Emprego e Força de Trabalho	9	1	10
VI Preços salarios e e produtividade	56	25	81
VII - Indústria	128	80	208
Produção	51	24	75
Investimento	48	20	68
Estoque de Capital	0	32	32
Emprego	29	4	33
TOTAL	379	339	718

Fonte: Eckstein et alii (1974) e Intriligator(1977)

Resources Incorporated-em base trimestral). Enquanto o modelo Klein-Goldberger (1955) trata agregadamente de variáveis como consumo, investimento, poupança, preços, salários e juros [Goldberger (1959); Intriligator (1977, pp.440) e Evans (1969, cap.18)], o modelo do DRI, só em termos da variável consumo, possui 38 equações, sendo 14 estocásticas. [Ver Tabela 2 sobre a desagregação do modelo do DRI e Intriligator (1977, pp. 450) e Eckstein et alii, (1974)].

Não necessariamente todos os modelos evoluíram para uma estrutura IS-LM, nem tão pouco estiveram preocupados em res-

ponder a questões de política econômica à médio prazo. Modelos de curto prazo como o de St. Louis (1968, 1970 e 1974), desenvolvido pelo Federal Reserve Bank of St. Louis, operam numa perspectiva monetarista, estudando o impacto, no curto prazo das políticas monetária e fiscal sobre o nível de produto, a partir de um sistema linear de 5 equações na forma reduzida (Ver Tabela 1)². Outros modelos macroeconômicos do tipo desenvolvido por Valavanis (1955), Morishima-Saito (1972) e Hickman-Coen (1975) são considerados modelos de crescimento de longo-prazo, onde a preocupação versa sobre a tendência, num horizonte maior de tempo (simulação a longo prazo), das variáveis macroeconômicas sem preocupação com flutuações cíclicas de médio prazo [Para uma visão sucinta, ver Intriligator, (1977, cap.12)]. Questões quanto à forma funcional (modelos lineares ou não lineares), métodos de estimação e estruturação do sistema de equações (modelos simultâneos, recursivos, bloco recursivo ou bloco simultâneo-recursivo) variam de modelo a modelo (Tabela 1), em função não só de restrições computacionais, como também em função da disponibilidade dos dados e do propósito para o qual o sistema foi construído. No caso do modelo Wharton (1967-1968) observa-se a presença de formas funcionais lineares ao lado de formas não lineares (curva de Phillips), assim como a apresentação das variáveis em níveis, em primeiras diferenças e na forma logaritmica (logaritmo do nível). Apesar da maior parte dos modelos ser constituído por um sistema de equações simultâneas, modelos como o Brookings (1975) encerram blocos simultâneos (por exemplo bloco de investimento em capital fixo, bloco de preços, salários e lucros, etc.) resolvidos em grupos de forma recursiva. Trata-se de um sistema bloco-recursivo, onde cada variável endógena dos blocos é determinada simultaneamente [Intriligator (1977, pp. 445), Pindyck and Rubinfeld, (1981, cap.11)], após o qual os resultados são incorporados recursivamente aos demais blocos. Ocorre também a possibilidade de que num sistema de equações, uma parte deste esteja relacionado a um modelo "input-output". Tal é o fato na desagregação, por exemplo, da produção, no setor de indústria, no modelo D.R.I., onde as 51 indústrias envolvidas (relativas a 51 equações estocásticas e 24 identidades) sumariam as relações interindustriais relevantes (Ver Eckstein et alii (1974) e Tabela

²Para maiores detalhes do modelo: Andersen e Carlson (1970)

2). Outra tendência nos modelos macroeconômicos é o desenvolvimento de relações intra-países, via equações de exportação e importação capazes de introduzir os efeitos do impacto de políticas de estabilização e comerciais sobre os principais parceiros comerciais (Projeto LINK) [Para detalhes ver Johnson, K. e Klein, L.R. (1974).].

2.2. Escala dos modelos e teoria econômica.

Figura 1.

A escolha do tamanho ótimo de modelo³ em relação à qualidade de suas previsões e à sua capacidade de explicação dos fenômenos econômicos não permite tecer conclusões finais. Não necessariamente pode-se afirmar que modelos de grande porte são

³ Definido como o número de equações estocásticas.

Tabela 3.
Simulações do PNB em 11 modelos
Avaliação pelo critério Médio de Raiz do Erro Quadrático*
(Bilhões de dólares)

Modelo	Escala	PNB**	Períodos compreendidos na amostra***					Períodos fora da amostra****			
			1	2	3	4	L. Prazo	1	2	3	4
B.E.A.	médio'	N	2,4	4,7	6,6	7,8	13,7	4,3	12,5	18,2	20,8
		R	1,9	4,0	5,7	6,9	9,5	3,5	9,1	11,5	11,0
Brokings	grande	N	4,1	5,4	5,8	5,9	-	6,7	11,4	16,1	20,9
		R	3,7	4,7	5,0	5,1	-	5,9	9,6	13,4	16,4
M.Q.E.M.	pequeno	N	3,3	4,7	7,1	8,2	6,5	6,0	9,9	12,5	16,5
		R	3,0	4,8	7,1	8,3	9,5	5,2	8,4	9,9	12,1
DRI-74	grande	N	4,7	5,8	6,0	6,3	5,2	-	-	-	-
		R	4,0	4,9	4,8	4,6	6,3	-	-	-	-
Fair	pequeno	N	2,8	4,1	4,5	4,5	-	2,9	4,4	4,5	6,7
		R	2,8	4,1	4,3	4,2	-	3,1	4,8	4,7	5,4
St. Louis	pequeno	N	3,2	4,5	5,5	6,3	19,4	10,3	14,9	13,8	11,7
		R	2,9	4,1	4,8	5,0	4,3	6,8	8,5	8,4	10,3
MPS	grande	N	2,7	3,7	5,3	5,3	10,6	-	-	-	-
		R	2,8	3,6	4,1	4,2	8,2	-	-	-	-
Wharton (Mark III)	grande	N	2,9	4,6	6,1	6,8	10,0	5,7	17,0	25,1	27,3
		R	3,2	4,2	4,7	4,6	11,9	5,0	12,9	17,9	19,4
Wharton Antecipations	grande	N	2,8	4,11	5,5	6,2	12,1	7,1	17,7	23,2	23,5
		R	3,0	3,7	3,9	3,9	12,8	5,8	13,0	16,1	16,1
Hideman-Coen (anual)	médio	N	13,5	13,1	12,7	17,7	9,6	-	-	-	-
		R	9,2	12,8	13,3	13,1	10,0	-	-	-	-
Liu-HWA (mensal)	médio	N	2,5	2,7	2,9	3,4	11,7	5,9	5,4	5,9	6,3
		R	2,2	2,5	2,8	3,3	11,5	5,3	6,2	6,2	7,9

Fonte Fromm and Klein (1978)

$$\begin{aligned}
 *REQM &= \sqrt{\frac{1}{T} \sum_t (Y_t^s - Y_t^0)^2} \\
 \text{onde } Y_t^s &- \text{valor simulado} \\
 Y_t^0 &- \text{valor observado} \\
 T &- \text{número de observações do período na simulação}
 \end{aligned}$$

** N - nominal; R-real *** Período coberto durante os anos 60

**** Período coberto durante o início dos anos 70

superiores aos modelos de pequeno porte, ou mesmo que modelos macroeconômicos com base em equações comportamentais são sempre preferíveis a modelos de séries temporais. A escolha da escala do modelo deve ser feita, entre outros elementos, de acordo com o propósito a que ele se destina, da factibilidade de administrar sua atualização, da especificação de caráter teórico do sistema de equações e das restrições à sua expansão (restrições computacionais e de dados).

No que tange a capacidade de previsão dos modelos de escalas diferentes, não se pode garantir que a qualidade, ou precisão do modelo seja diretamente proporcional às suas dimensões. Como demonstra Fromm e Klein [Fromm e Klein (1978, pp.375-377)], visualizando a Tabela 3, o fato do modelo ser de pequeno, médio ou grande porte, não garante que a raiz do erro quadrático médio (REQM) como medida de avaliação da precisão (ver seção 3), seja inferior para modelos menores, tanto no curto prazo como no longo-prazo.

A superioridade dos modelos de grande porte está na verdade em sua capacidade de fornecer um número maior de informações, ainda que ao custo do manuseio e atualização constante de um volume superior de informações. A identificação dos “turning-points”, assim como o cálculo dos multiplicadores de impacto de diversas mudanças em instrumentos de política econômica justificam em parte a adoção de inter-relações mais complexas. Fromm e Klein (1978, pp. 377-378) demonstram que o impacto do choque do petróleo de 1973 sobre a demanda agregada só seria possível de perceber diante de um sistema complexo de inter-relações setoriais na economia.

Entretanto, como demonstra Taylor (1978) em estudo da curva de Phillips, a formulação de modelos de pequeno porte não pode ser objeto de comparação indistinta com modelos de grande porte, mesmo porque nestes casos, a agregação do modelo não se torna um prejuízo para a explicação do fenômeno econômico em questão. Importa notar se o modelo serve a propósitos de estudo de Políticas de Estabilização ou se está a serviço de exercícios de simulação.

A disponibilidade de dados trimestrais para as principais variáveis macroeconômicas possibilitou ampliar a desagregação dos modelos econométricos, podendo-se obter uma melhor visualização dos mecanismos de transmissão de economia. Enquanto

no Brasil só em finais da década de 80 se tornou viável a formulação de modelos trimestrais⁴, nos EUA as séries estão disponíveis desde 1947, como atesta o modelo trimestral de Due-senbery, Eckstein e Fromm de 1960 (Tabela 5), e na Inglaterra desde 1961. Se por um lado os modelos trimestrais possibilitaram estudar os elementos sazonais e em maior detalhe os elementos cíclicos da economia tornou-se mais complexo o processo de simulação. De fato a desagregação dos modelos em base trimestral, e mesmo mensal, tendem a ampliar o grau de não-linearidade nas especificações funcionais. Isso se deve ao redirecionamento da pesquisa econométrica para aspectos microeconômicos. A busca de melhor especificação nas funções de produção, na relação salário desemprego, no setor financeiro e nas equações de demanda, introduziram um número maior de elementos não lineares nos sistemas de equações. Tornou-se portanto, necessário não somente a escolha dos métodos adequados de estimação, como também, a utilização de algoritmos capazes de executar a simulação e o cálculo dos multiplicadores e elasticidades dinâmicas do sistema como um todo.

Um último tópico refere-se à introdução de elementos institucionais e “ad-hoc” no processo de construção de um modelo. Como chama atenção Klein et alii (1978), a teoria econômica se vem muitas vezes utilizada segundo a boa adequação dos dados. Isso significa que nem sempre um respeito fidedigno às formulações teóricas ocorre. Do ponto de vista institucional, o conhecimento de como os dados foram construídos é de suma importância na especificação das equações. Saber como os agregados das Contas Nacionais são elaborados facilita a escolha das variáveis explicativas na determinação das equações. A introdução de elementos de caráter puramente empírico é outro fato relevante. O caso clássico é o da estrutura de defasagens. Especificações, como por exemplo da função investimento, estão baseadas mais em empiria do que em algum suposto teórico mais sofisticado [Goldfeld (1978, pp.142)]. O exemplo no modelo Wharton, que contém defasagens (“lags”) de mais de 9 períodos, pode ser citado, como um caso

⁴Para determinação de um modelo trimestral da economia brasileira, ver os resultados obtidos pelo autor em *Macrométrica* (1986). A metodologia da série oficial do PIB-trimestral pode ser encontrada em Ardeo e Bonelli (1988). Para estimativas anteriores ver Lopes e Modiano (1985) e Contador e Santos Filho (1987).

clássico [Intriligator (1977, pp. 443)].

3. Avaliação e comparação de modelos.

A difusão dos modelos macroeconômétricos detonou a necessidade de se definir critérios que possibilitassem a análise comparativa. As diferenças quanto a especificação das funções, métodos de estimação, a dinâmica e o tamanho do modelo fazem parte das dificuldades de se avaliar a melhor capacidade preditiva. Como o modelo consegue explicar os “turning-points”, os elementos cíclicos, os impactos de mudanças de política econômica está relacionado, muitas vezes, ao propósito a que se destina (Ver seção 4 para definições sobre o uso de modelos econométricos).

Enquanto em modelos de equação única a comparação se dá ao nível da tradicional qualidade do ajustamento das variáveis (observando as estatísticas teste padrão, R^2 , teste-t, teste-F, D.W., etc.), em modelos multi-equacionais deve-se também levar em conta a capacidade de reprodução histórica do conjunto de variáveis endógenas [Pindyck and Rubinfeld (1981, pp.355)]. Neste contexto, a questão da estabilidade é central. O exame dos aspectos dinâmicos do modelo, a estrutura de defasagens, além do fato da presença de linearidade ou não-linearidade, permite responder sobre a qualidade das simulações [para uma introdução a modelos dinâmicos ver Wallis (1979, pp.135-149)]. No caso de modelos lineares, a complexidade do cálculo das raízes características, responsável pela identificação da convergência ou divergência, oscilatória ou não do modelo, se torna maior de acordo com a ampliação da estrutura de defasagens e do tamanho do sistema [Pindyck and Rubinfeld (1981, pp. 384-401)]. Caso o sistema seja não-linear torna-se necessária a obtenção de algum algoritmo iterativo de soluções para as variáveis endógenas [Fair (1986, pp.1981)].

Um elemento importante no processo de comparação de modelos é a utilização dos horizontes de simulação. A definição dos horizontes divide-se, grosso modo, em quatro partes [Pindyck and Rubinfeld (1981, pp. 359)] :

O exercício da simulação histórica normalmente se justifica pela análise de políticas públicas, como por exemplo, o estudo dos desvios no modelo quando se altera algum de seus parâmetros, assim como para teste da capacidade do modelo frente aos ciclos, aos elementos sazonais e à tendência geral das variáveis endógenas.

Tabela 4.
Sumário dos Modelos Macroeconômicos
da Economia Americana
Modelos Trimestrais

Modelo	Período de Estimação	Técnica de Estimação	Nº de Variáveis		Nº de Equações	
			Endóg.	Exóg.	Estoc.	Ident.
Duesenberry, Eckstein Fromm (1960)	1947.3-59.2	M.Q.O.	28	11	10	18
Liu (1963)	1947.1-59.4	M.Q.2E.	36	16	19	17
Brookings						
a)(1965, 1969)	1949-60	M.Q.2E,M.V.I.C.	176	89	101	75
b)(1968)	1949-60	M.Q.2E,M.V.I.C.	226	218	119	107
c)(1971)	1949-60	M.Q.2E,M.V.I.C.	216	105	156	60
d)(1975)	1949-60	M.Q.2E,M.V.I.C.	167	117	81	86
Wharton						
a)(1967,1968)	1948.1-64.4	M.Q.2E	76	42	47	29
b)(1969)	1948.1-64.4	M.Q.2E	88	43	51	37
Wharton, Mark III (1972)	1953.3-70.1	M.Q.2E	201	104	67	134
Wharton III, Anticipations (1974)	1953.3-70.1	M.Q.2E.	202	104	79	123
Office of Business Economics/Bureau of Economic Analysis (OBE/BEA)(1974)	1954.1-71.4	M.Q.O.	98	83	58	40
Federal Reserve Board/MIT-Penn-SSRC (FMP/MPS)(1974)	1958-65	V.I.	171	119	75	96
St. Louis (1968/1974)	1953.1-68.4	M.Q.O.	9	4	5	4
Michigan Quarterly (1970/1974)(MQEM)	1954.1-76.4	M.Q.O.,V.I.	59	63	35	24
Fair(1971,1974)	1956.1-73.2	M.Q.O.2E	19	20	14	5
Chase Econometrics (1974)	-	M.Q.O.	150	100	125	25
Liu-HWA (1974) (Modelo Mensal)*	1954.1-71.12	M.Q.O.	131	27	51	80
Data Resources Incorporated (DRI) (1974, 1976)	1956.1-76.2	M.Q.2E	718	170	379	339

Fonte Intriligator (1977)

Observações:

- M.Q.O. - Mínimos Quadrados Ordinários
- M.Q.2E. - Mínimos Quadrados em dois Estágios
- M.V.I.C - Máxima Verossimilhança — Informação Completa
- V.I. - Variáveis Instrumentais

Tabela 5.
Horizontes de Simulação

Simulação Retrospectiva	Simulação História	Simulação 'Ex-post'	Simulação 'Ex-ante'
			Tempo
	T_1	T_2	T_3

onde $T_1 T_2$ = período amostral

$T_2 T_3$ = período fora da amostra com dados conhecidos

As simulações “ex-post” e “ex-ante” definem os possíveis exercícios de análise de projeção bem como de política econômica. No caso da simulação “ex-ante” é preciso ter em conta a ausência de informações das variáveis exógenas. A simulação retrospectiva (“Backcasting”) nada mais é do que a simulação “ex-post” com verificação para o passado (supondo disponíveis as variáveis exógenas).

Para a verificação da adequação dos resultados de simulação, define-se um conjunto de estatísticas que correlacionam valores observados como os valores ajustados (simulados). Tais estatísticas se aplicam tanto à simulação histórica quanto à simulação “ex-post”. Definindo:

Y_t^o = valor observado

Y_t^s = valor simulado

T = número de períodos de simulação

Tem-se as seguintes medidas:

Erro Médio:

$$\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (Y_t^s - Y_t^o) \quad (1)$$

Erro Médio Percentual:

$$\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{(Y_t^s - Y_t^o)}{Y_t^o} \quad (2)$$

Erro Médio Absoluto:

$$\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T |Y_t^s - Y_t^o| \quad (3)$$

Erro Médio Absoluto para Variações:

$$\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T |(Y_t^s - Y_{t-1}^s) - (Y_t^o - Y_{t-1}^o)| \quad (4)$$

Erro Quadrático Médio:

$$\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (Y_t^s - Y_t^o)^2 \quad (5)$$

Raíz do Erro Quadrático Médio:

$$\sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (Y_t^s - Y_t^o)^2} \quad (6)$$

Raíz do Erro Quadrático Médio Percentual:

$$\sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left(\frac{Y_t^s - Y_t^o}{Y_t^o} \right)^2} \quad (7)$$

A noção de raíz do erro quadrático médio (6) certamente é a mais utilizada do ponto de vista da análise comparativa dos modelos de simulação [Kmenta (1978)]. De fato tanto a noção de Erro Médio como Erro Médio Absoluto possuem desvantagens. No caso do Erro Médio (assim como o Erro Médio Percentual) valores positivos dos erros de simulação podem cancelar os valores negativos, de tal forma que um modelo com grandes erros de previsão pode apresentar um Erro Médio próximo de zero.

Graficamente:

Gráfico 1.

A utilização das estatísticas de Erro Médio Absoluto (3 e 4) embora consigam resolver problemas relativos ao sinal das expressões, deixam de lado grandes erros de simulação entre Y^s e Y^o . Para modelos onde ocorra uma tendência semelhante entre os valores observados e os simulados, as estatísticas do Erro Médio Absoluto são mais adequadas. A presença de “turning-points” não acompanhados por exercícios de simulação, gerando num determinado intervalo de tempo grandes desvios entre Y^s e Y^o são melhores considerados quando observadas as estatísticas do Erro Quadrático Médio (5, 6 e 7). Neste caso, não apenas implicitamente, pondera-se mais erros de grandes dimensões, como consegue-se desagregar a estatística teste entre o erro devido à um viés (erro persistente) — $(\bar{Y}_t^s - \bar{Y}_t^o)^2$ — e a variância dos erros de simulação — $\text{Var} (Y_t^s - Y_t^o)^2$. 362-363) e Liu e Hwa (1974, pp.334)].

Outra estatística de avaliação em simulações históricas e “ex-post” é o índice de Desigualdade de Theil [(Pindyck e Rubinfeld (1981, pp. 364–365) e Theil (1961, pp. 30–37)], definido como:

$$U = \frac{\sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (Y_t^s - Y_t^o)^2}}{\sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (Y_t^s)^2} \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (Y_t^o)^2}} \quad (8)$$

onde $U = 0$ indica que os valores observados são idênticos aos simulados; logo o modelo possui bom desempenho preditivo. Quando $U = 1$ o modelo possui um ajustamento questionável nos exercícios de simulação; tem-se então três possibilidades: i) todos os valores simulados são iguais a zero enquanto os valores observados são diferentes de zero; ii) todos os valores observados são zero enquanto os valores simulados são diferentes de zero (o que torna o modelo trivial), iii) os sinais dos valores observados e simulados alternam a cada instante no tempo.

A decomposição do numerador de (8) permite obter os índices de “Proporções da Desigualdade”. Ou seja, somando e subtraindo no numerador $(\bar{Y}^s + \bar{Y}^o)$ e rearraniando os termos:

$$\sum_{t=1}^T (Y_t^s - Y_t^o)^2 = \sum_{t=1}^T [(\bar{Y}^s - \bar{Y}^o) - [(Y_t^s - \bar{Y}^s) - (Y_t^o - \bar{Y}^o)]]^2$$

Resolvendo o somatório e diminuindo e adicionando $2\rho\sigma_s\sigma_o$, onde:

$$\rho = \frac{1}{\sigma_s\sigma_oT} \left[\sum_{t=1}^T (Y_t^s - \bar{Y}^s) \cdot (Y_t^o - \bar{Y}^o) \right]$$

$$\sigma_s = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (Y_t^s - \bar{Y}^s)^2}$$

$$\sigma_o = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (Y_t^o - \bar{Y}^o)^2}$$

Obtém-se a expressão do numerador de (8) transformada:

$$\sum_{t=1}^T (Y_t^s - Y_t^o)^2 = (\bar{Y}^s - \bar{Y}^o)^2 + (\sigma_s - \sigma_o)^2 + 2(1 - \rho)\sigma_s\sigma_o \quad (9)$$

Definindo, portanto, as expressões das “Proporções da Desigualdade” :

$$U^m = \frac{(\bar{Y}^s - \bar{Y}^o)^2}{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (Y_t^s - Y_t^o)^2}$$

$$U^v = \frac{(\sigma_s - \sigma_o)^2}{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (Y_t^s - Y_t^o)^2}$$

$$U^c = \frac{2(1 - \rho)\sigma_s\sigma_o}{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (Y_t^s - Y_t^o)^2}$$

onde $U^m + U^v + U^c = 1$.

A decomposição de U permite então avaliar a origem dos erros de simulação. U^m permite identificar o viés contínuo entre Y^s e Y^o . U^v indica a diferença da variabilidade entre os valores observados e os valores simulados. O termo U^c mede a covariância que está relacionada à identificação de erros não sistemáticos entre Y^s e Y^o . U^c representa os erros restantes depois de considerados os erros devido à media (U^m) e à variância (U^v) no processo de simulação. Quando $U > 0$, é desejável que todo o desvio recaia sobre U^c ; logo $U^m = U^v = 0$ com $U^c = 1$ [Pindyck and Rubinfeld (1981, pp.366)].

Apesar do amplo recurso das estatísticas teste na comparação de simulações históricas ou “ex-post”, exige-se cautela na utilização de modelos econométricos, mesmo para as estatísticas derivadas do Erro Quadrático Médio. Embora passível de erros, os testes para simulação “ex-post” são mais adequados do que os testes para simulação “ex-ante” na comparação de modelos. Duas são as dificuldades na comparação por simulação “ex-ante”. A primeira refere-se ao aumento da variabilidade dos erros de

projeção em função do desconhecimento das variáveis exógenas, que da mesma forma que as endógenas, são simuladas. A segunda decorre do acréscimo de “add factors” no exercício de simulação, o que se considera o “ajuste subjetivo” dos modelos de projeção [Fair (1986, pp.1985)].⁵ Os erros, entretanto, não são características da simulação “ex-ante”. No caso dos testes com o Erro Quadrático Médio (simulações “ex-post”) podem ser identificados três problemas adversos que geram incertezas na comparação dos modelos econométricos:

1) Diferenças nas variáveis exógenas — como os modelos diferem na escolha do número das variáveis exógenas e na sensibilidade destas com relação às variáveis endógenas, torna-se difícil a comparação pelas estatísticas tradicionais;

2) Variância dos erros de projeção — os erros de projeção se ampliam com o aumento do período de simulação em função das não-linearidades no modelo e na variação das diferentes variáveis exógenas [Fair (1986, pp. 1987)]; e

3) Escolha equivocada de especificações das equações em função do bom ajustamento estatístico dos parâmetros, que pode apenas ser visualizada no processo de simulação “ex-post” e dificilmente em simulações históricas [Fair (1986, pp.1987)].

Uma última referência à composição de modelos relaciona-se aos métodos de estimação. Como demonstra Pindyck e Rubinfeld [Pindyck e Rubinfeld (1981, pp.377)] a qualidade preditiva do modelo está condicionada ao melhor método de estimação. Exercícios de simulação históricas com a verificação pelas estatísticas do Erro Quadrático Médio demonstraram que a escolha do método diferencia a dimensão dos erros de simulação.

4. Aplicação dos modelos macroeconômicos⁶.

Pode-se considerar três as formas de aplicação de modelos

⁵ A melhoria do modelo no que tange ao comportamento das variáveis endógenas simuladas também pode ser obtida pelo processo denominado “Simulação Estocástica”, onde a partir da especificação de uma distribuição de probabilidade para o erro aleatório e os coeficientes das equações (os distúrbios, ou números aleatórios são adicionados aos coeficientes), estima-se e simula-se o conjunto total de equações do sistema [Ver Wallis (1979, pp.154-157); Pindyck e Rubinfeld (1981, pp. 405-413) e Fair (1986, pp. 1983)].

⁶ Essa seção está baseada em Intriligator (1977, cap. 14, 15 e 16), Intriligator (1986), Wallis (1979, cap. 4) e Theil (1964, cap. 2).

econômicos. A primeira em termos da chamada análise estrutural. A segunda para análises de projeção e a terceira como fomento e avaliação de política econômica. Para o exame das três caracterizações supõe-se um modelo linear (nos parâmetros) com g variáveis endógenas ($y_1, \dots, y_g$) e k variáveis exógenas ($x_1, \dots, x_k$), cuja forma estrutural é dada por:

$$\begin{cases} \gamma_{11}y_1 + \dots + \gamma_{g1}y_g + \beta_{11}x_1 + \dots + \beta_{k1}x_k = \varepsilon_1 \\ \gamma_{12}y_1 + \dots + \gamma_{g2}y_g + \beta_{12}x_1 + \dots + \beta_{k2}x_k = \varepsilon_2 \\ \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \vdots \qquad \vdots \\ \gamma_{1g}y_1 + \dots + \gamma_{gg}y_g + \beta_{1g}x_1 + \dots + \beta_{kg}x_k = \varepsilon_g \end{cases}$$

onde:

γ = coeficientes das variáveis endógenas

β = coeficientes das variáveis exógenas

ε = erros aleatórios

Em notação de somatório representa-se por:

$$\sum_{h=1}^g \gamma_{hl}y_h = \sum_{j=1}^k \beta_{jl}x_j + \varepsilon_l; \quad l = 1, 2, \dots, g \quad (10)$$

Matricialmente:

$$y\Gamma + xB = E \quad (11)$$

onde:

y = vetor($1 \times g$) das variáveis endógenas

x = vetor($1 \times k$) das variáveis exógenas

Γ = matriz($g \times g$) dos coeficientes das variáveis endógenas

B = matriz($k \times k$) dos coeficientes das variáveis exógenas

E = vetor($1 \times g$) dos erros aleatórios

Levando em conta que cada variável (endógena ou exógena) possui n observações, a representação do sistema, na t -ésima observação e dado por:

$$y_t\Gamma + x_tB = E_t \quad (12)$$

Para o modelo é assumido o conjunto clássico de hipóteses sobre os distúrbios aleatórios:

- i) $E(\mathcal{E}_t) = 0, t = 1, 2, \dots, n$
- ii) $E(\mathcal{E}_t' \mathcal{E}_t) = \Sigma, t = 1, 2, \dots, n$ onde Σ é uma matriz simétrica definida positiva
- iii) $E(\mathcal{E}_t' \mathcal{E}_j) = 0, t = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, n, t \neq j$
- iv) $E_t \sim N(0, \Sigma), t = 1, 2, \dots, n$; onde os $\mathcal{E}_t$'s são independentes e identicamente distribuídos com distribuição normal (por simplificação).

Garantindo diferenciabilidade e que a Matriz Jacobiana das derivadas parciais de primeira ordem em relação às variáveis endógenas é não singular, (o que implica a não-singularidade de Γ), resolve-se o sistema para as variáveis endógenas, obtendo-se assim a forma reduzida:

$$y = x\Pi + u \quad \text{onde:} \quad \begin{array}{l} \Pi \equiv -B\Gamma^{-1} \\ u \equiv \mathcal{E}\Gamma^{-1} \end{array} \quad (13)$$

Em realidade os elementos da matriz Π da forma reduzida representam os resultados de estática comparativa do modelo. O j h elemento de $\{\Pi\}$ mede a mudança da h -ésima variável endógena em função da alteração da j -ésima variável exógena, mantida todas as demais variáveis pré-determinadas e os erros constantes, logo:

$$\Pi = \frac{\partial y}{\partial x}; \quad \Pi_{jh} = \frac{\partial y_h}{\partial x_j}; \quad \begin{array}{l} j = 1, 2, \dots, k \\ h = 1, 2, \dots, g \end{array} \quad (14)$$

Os supostos estocásticos feitos para a forma estrutural têm efeito direto sobre o erro aleatório da forma reduzida:

$$u_t \equiv \mathcal{E}_t \Gamma^{-1}; \quad t = 1, 2, \dots, n$$

Para tal obtém-se:

- i) $E(u_t) = 0, t = 1, 2, \dots, n$
- ii) $\text{cov}(u_t) = E(u_t' u_t) = (\Gamma^{-1})' E(\mathcal{E}_t' \mathcal{E}_t) \Gamma^{-1} = (\Gamma^{-1})' \Sigma \Gamma^{-1} = \Omega, t = 1, 2, \dots, n$, onde Ω é a matriz variância-covariância de u_t (supondo homocedasticidade). A relação entre a matriz variância-covariância dos distúrbios da forma reduzida e da forma estrutural é dada por:

$$\Sigma = \Gamma' \Omega \Gamma \quad (15)$$

- iii) $E(u'_i u_j) = 0, t = 1, 2, \dots, n; t \neq j$
 iv) seguindo a distribuição de $\mathcal{E}_t$, temos que os u'_t são independentes e identicamente distribuídos com $u_t \sim N(0, \Omega)$, $t = 1, 2, \dots, n$

A estimativa da matriz variância-covariância dos distúrbios aleatórios (Ω) e dada por:

$$\begin{aligned}\hat{\Omega} &= \frac{1}{n-k}(\hat{u}'\hat{u}) = \frac{1}{n-k}(y - x\hat{\Pi})'(y - x\hat{\Pi}) \\ &= \frac{1}{n-k}y'[I - x(x'x)^{-1}x']y\end{aligned}\quad (16)$$

onde:

$I - x(x'x)^{-1}x' =$ matriz idempotente

$\hat{\Pi} = x(x'x)^{-1}x'y =$ estimador de Mínimos Quadrados Ordinários da forma reduzida (garantindo não-tendenciosidade, eficiência e consistência), sendo:

x uma matriz $(n \times k)$ de n observações e k variáveis exógenas;

y uma matriz $(n \times g)$ de “ n ” observações e g variáveis endógenas.

É possível expressar o modelo, quando acrescentado aspectos dinâmicos, com a inclusão de variáveis endógenas e exógenas defasadas. A Forma Final [Intriligator (1977, cap.2) e Intriligator (1986, pp.195-196)] coloca a variável endógena em função das variáveis predeterminadas no período corrente e defasadas assim como das endógenas defasadas. Com isso obtém-se a estática comparativa de curto e longo-prazo. Se o sistema de equações possui as defasagens mencionados⁷, a forma estrutural pode ser reescrita, particionando o vetor de variáveis predeterminadas (x) e a matriz dos coeficientes (B):

$$y\Gamma + \begin{pmatrix} y_{t-1} & \vdots & z_{1t} & \vdots & z_{1t-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_1 \\ \vdots \\ B_2 \\ \vdots \\ B_3 \end{pmatrix} = \mathcal{E}_t \quad (17)$$

⁷ Adota-se de primeira ordem.

Simplificando, escrevendo a forma estrutural a partir de vetores da variável dependente defasada 1 período e da variável exógena no período corrente:

$$y_t \Gamma + (y_{t-1}; z_t) \begin{pmatrix} B_1 \\ \cdots \\ B_2 \end{pmatrix} = \mathcal{E}_t \quad (18)$$

logo:

$$y_t \Gamma + y_{t-1} B_1 + z_t B_2 = \mathcal{E}_t \quad (19)$$

A forma reduzida pode ser expressa como:

$$y_t = y_{t-1} \Pi_1 + z_t \Pi_2 + u_t$$

onde

$$\Pi_1 \equiv -B_1 \Gamma^{-1}, \Pi_2 \equiv -B_2 \Gamma^{-1}, u_t \equiv \mathcal{E}_t \Gamma^{-1} \quad (20)$$

A generalização para um número finito de defasagens nas variáveis endógenas e exógenas (sistema de ordem W) é dado por:

$$y_t \Gamma + \sum_{j=1}^W y_{t-j} B_{1j} + \sum_{k=0}^W z_{t-k} B_{2k} = \mathcal{E}_t \quad (21)$$

onde a forma reduzida é expressa por:

$$y_t = \sum_{j=1}^W y_{t-j} \Pi_{1j} + \sum_{k=0}^W z_{t-k} \Pi_{2k} + u_t \quad (22)$$

A solução iterativa da equação de diferenças de primeira ordem possibilita a construção da Forma Final. Na primeira iteração:

$$\begin{aligned} y_t &= (y_{t-2} \Pi_1 + z_{t-1} \Pi_2 + u_{t-1}) \Pi_1 + z_t \Pi_2 + u_t = \\ &= y_{t-2} \Pi_1^2 + (z_t \Pi_2 + z_{t-1} \Pi_2 \Pi_1) + (u_t + u_{t-1} \Pi_1) \end{aligned} \quad (23)$$

Dando continuidade as iterações (retrospectivamente) a partir do período base $t = 0$:

$$y_t = y_0 \Pi_1^t + \sum_{j=0}^{t-1} z_{t-j} \Pi_2 \Pi_1 + \sum_{j=0}^{t-1} u_{t-j} \Pi_1^j \quad (24)$$

4.1. Análise estrutural.

A análise estrutural permite estabelecer os impactos que as variáveis exógenas ou pre-determinadas tem sobre as variáveis endógenas. Permite conhecer mais claramente os mecanismos de transmissão da economia e os efeitos-multiplicadores de curto e longo prazo. A estimação dos coeficientes da forma reduzida (II) fornece a análise da estática comparativa do modelo. Tais coeficientes são também denominados multiplicadores de impacto da economia (o cálculo do efeito prolongado de modificações nas variáveis exógenas sobre as variáveis endógenas dá origem aos também chamados multiplicadores dinâmicos)⁸.

A apresentação do multiplicador cumulativo para τ períodos, indicando o efeito de uma mudança em z sobre y , se dá segundo:

$$\left. \frac{\partial y}{\partial z} \right|_{\tau} = \sum_{j=0}^{\tau} \Pi_2 \Pi_1^j = \Pi_2 (I + \Pi_1 + \Pi_1^2 + \dots + \Pi_1^{\tau}) \quad (25)$$

onde I é uma matriz identidade. Para o cálculo dos multiplicadores de longo prazo, supõe-se que $t \rightarrow \infty$:

$$\left. \frac{\partial y}{\partial z} \right|_{\infty} = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \Pi_2 (I + \Pi_1 + \Pi_1^2 + \dots + \Pi_1^{\tau}) \quad (26)$$

assumindo que a série de potência seja convergente, ou seja, $\lim_{\tau \rightarrow \infty} \Pi_1^{\tau} = 0$.⁹

O multiplicador de longo prazo pode ser obtido diretamente pela condição de que no longo prazo $y_t = y_{t-1}$, portanto na forma reduzida:

$$y_t = z_t \Pi_2 (I - \Pi_1)^{-1} + u_t (I - \Pi_1)^{-1} \quad (27)$$

$$\left. \frac{\partial y}{\partial z} \right|_{\infty} = \Pi_2 (I - \Pi_1)^{-1} \quad (28)$$

⁸ Assim como determina-se os multiplicadores dinâmicos, pode-se falar em elasticidade dinâmica. Num exemplo, pode-se obter a elasticidade preço da demanda de um bem ao longo de τ períodos, satisfazendo:

$$E_p(\tau) = - \frac{P_t}{Q_t} \frac{Q_{t+\tau} - Q_t}{\Delta P_t}$$

[Ver Pindyck e Rubinfeld (1981, pp. 395)].

⁹ Wallis (1979, pp.144) e Intriligator (1986, pp. 209).

4.2. Análise de projeções (simulações determinísticas)¹⁰.

A análise de projeções é uma das maiores atividades para os modelos econométricos, não só pela possibilidade que os exercícios de simulação propiciam no desenvolvimento e aprimoramento das equações, como para a análise e políticas públicas. Subdivide-se a seção em três partes: 1) Simulação de curto prazo; 2) Simulação de longo prazo; 3) Qualidade das simulações.

4.3. Simulações no curto prazo.

As projeções são realizadas a partir da forma reduzida. No caso de exercícios de simulação “ex-ante” para um período à frente tem-se:

$$\hat{y}_{t+1} = y_t \hat{\Pi}_1 + \hat{z}_{t+1} \hat{\Pi}_2 + \hat{u}_{t+1} \quad (29)$$

A previsão do vetor $\hat{y}_{t+1}$ de variáveis endógenas consiste de dois componentes sistemáticos e um componente subjetivo. O primeiro componente sistemático $y_t \hat{\Pi}_1$ indica as variáveis endógenas no período corrente (dados observáveis) ponderados pela estimativa de $\Pi_1(\hat{\Pi}_1)$. Registra a influência das variáveis endógenas defasadas na previsão de valores das próprias endógenas. O segundo componente sistemático mostra a dependência da previsão das variáveis endógenas em relação às variáveis exógenas, a partir de $\hat{z}_{t+1}$, o vetor, também previsto, de z_{t+1} ponderado pela estimativa de $\Pi_2(\hat{\Pi}_2)$. $\hat{z}_{t+1}$ pode ser previsto tanto por outro modelo econométrico como, por exemplo, por um processo auto-regressivo do tipo:

$$\hat{z}_{t+1} = \sum_{j=0}^{\infty} a_j \hat{z}_{t-j} \quad (30)$$

onde a_j pode ser fixado exogenamente ou estimado [Intriligator (1977, pp. 512-514)]. O componente subjetivo representado pelo vetor $\hat{u}_{t+1}$, também denominado “add factor” procura acrescentar ao modelo elementos não incorporados explicitamente, ou elementos cuja ocorrência não pode ser sistematizada. [Para maiores detalhes ver Intriligator (1977, pp. 518-519)].

Outro critério de simulação é o designado “ex-post”. Neste caso:

¹⁰Para simulações estocásticas, ver Fair (1986).

$$\hat{y}_{t+1} = y_t \hat{\Pi}_1 + z_{t+1} \hat{\Pi}_2 \quad (31)$$

onde todos os vetores $y_t | e_{t+1}$ são conhecidos e ponderados, pelas estimativas de Π_1 e Π_2 (respectivamente, $\hat{\Pi}_1$ e $\hat{\Pi}_2$).

A relação entre as simulações “ex-ante” e “ex-post” é dada por:

$$\hat{\hat{y}}_{t+1} = \hat{y}_{t+1} + (z_{t+1} - \hat{z}_{t+1}) \hat{\Pi}_2 - \hat{u}_{t+1} \quad (32)$$

ou seja, a simulação “ex-post” nada mais é do que a simulação “ex-ante” eliminando-se os elementos não explicitamente estimados no modelo, a saber, os vetores $\hat{z}_{t+1}$ e $\hat{u}_{t+1}$.

4.4. Simulações no longo prazo.

As projeções para o longo prazo podem ser obtidas a partir de uma sucessão de projeções de curto prazo. O conceito de longo prazo varia de modelo a modelo, dependendo não só das variáveis envolvidas como da periodicidade de estimação (anual, trimestral ou mensal). Usando a abordagem da Forma Final, a simulação “ex-ante” de longo prazo pode ser traduzida por:

$$\hat{y}_{t+h} = y_t \hat{\Pi}_1^h + \sum_{j=0}^{h-1} \hat{z}_{t+h-j} \hat{\Pi}_2 \hat{\Pi}_1^j + \sum_{j=0}^{h-1} \hat{u}_{t+h-j} \hat{\Pi}_1^j \quad (33)$$

Neste exercício a projeção até o período $T + h$ é condicionada: i) aos valores correntes das variáveis endógenas; ii) às projeções das variáveis exógenas no futuro até o período h ; iii) aos “add factors” no futuro; iv) às estimativas $\hat{\Pi}_1$ e $\hat{\Pi}_2$. A formulação da simulação “ex-post” pode ser visualizada, similarmente como:

$$\hat{\hat{y}}_{t+h} = y_t \hat{\Pi}_1^h + \sum_{j=0}^{h-1} z_{t+h-j} \hat{\Pi}_2 \hat{\Pi}_1^j \quad (34)$$

ou em termos da simulação “ex-ante”:

$$\hat{\hat{y}}_{t+h} = \hat{y}_{t+h} + \sum_{j=0}^{h-1} (z_{t+h-j} - \hat{z}_{t+h-j}) \hat{\Pi}_2 \hat{\Pi}_1^j - \sum_{j=0}^{h-1} \hat{u}_{t+h-j} \hat{\Pi}_1^j \quad (35)$$

4.5. Qualidade das simulações:.

Além do exercício em si de simulação, é preciso avaliar a qualidade das mesmas, tanto a nível de um único modelo como

dos diversos modelos de projeção (Ver seção 3). No curto prazo, com um processo de simulação “ex-ante”, define-se o erro absoluto de projeção, para um período à frente como:

$$\hat{e}_{t+1} = y_{t+1} - \hat{y}_{t+1} = (y_t \Pi_1 + z_{t+1} \Pi_2 + u_{t+1}) - (y_t \hat{\Pi}_1 + \hat{z}_{t+1} \hat{\Pi}_2 + \hat{u}_{t+1}) \quad (36)$$

Combinando os termos:

$$\hat{e}_{t+1} = y_t (\Pi_1 - \hat{\Pi}_1) + z_{t+1} (\Pi_2 - \hat{\Pi}_2) + (z_{t+1} - \hat{z}_{t+1}) \hat{\Pi}_2 + (u_{t+1} - \hat{u}_{t+1}) \quad (37)$$

logo, podemos decompor o erro absoluto de projeção em quatro partes. A primeira consiste no erro de estimação da matriz Π_1 , ponderado pelo vetor y_t . A segunda consiste também no erro de estimação de Π_2 , ponderado agora pelo vetor de variáveis exógenas no período corrente, z_{t+1} . A terceira consiste nos erros de projeção da variável exógena ($\hat{z}_{t+1}$) em relação ao valor observado (z_{t+1}), ponderado pela estimação de Π_2 ($\hat{\Pi}_2$). A quarta e última parte refere-se aos erros nos distúrbios aleatórios (distúrbios em relação aos “add factors”). A decomposição dos erros de simulação permite mais facilmente identificar os desvios originalmente dispostos no modelo.

Usando o período base como $t = T$, no longo prazo alcança-se o seguinte resultado para o erro absoluto de projeção ($\hat{e}_{t+1}$):

$$\begin{aligned} \hat{e}_{t+h} &= y_{t+h} - \hat{y}_{t+h} \\ &= \left(y_t \Pi_1^h + \sum_{j=0}^{h-1} z_{t+h-j} \Pi_2 \Pi_1^j + \sum_{j=0}^{h-1} u_{t+h-j} \Pi_1^j \right) - \\ &\quad - \left(y_t \hat{\Pi}_1^h + \sum_{j=0}^{h-1} \hat{z}_{t+h-j} \hat{\Pi}_2 \hat{\Pi}_1^j + \sum_{j=0}^{h-1} \hat{u}_{t+h-j} \hat{\Pi}_1^j \right) \end{aligned} \quad (38)$$

rearranjando os termos:

$$\begin{aligned} \hat{e}_{t+h} &= y_t (\Pi_1^h - \hat{\Pi}_1^h) + \sum_{j=0}^{h-1} z_{t+h-j} (\Pi_2 \Pi_1^j - \hat{\Pi}_2 \hat{\Pi}_1^j) + \\ &\quad + \left(\sum_{j=0}^{h-1} (z_{t+h-j} - \hat{z}_{t+h-j}) \hat{\Pi}_2 \hat{\Pi}_1^j + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{j=0}^{h-1} (u_{t+h-j} - \hat{u}_{t+h-j}) \Pi_1^j + \sum_{j=0}^{h-1} \hat{u}_{t+h-j} (\Pi_1^j - \hat{\Pi}_1^j) \right) \end{aligned} \quad (39)$$

onde a interpretação torna-se mais complexa, apesar da possível identificação dos desvios (em relação à estimação de Π_1 e Π_2 , às previsões de x_{t+1} e aos distúrbios aleatórios) por ser necessário levar em conta não mais o desvio em um único período, mas ao somatório dos desvios específicos, até o período limite $T + h$.

Para a simulação “ex-post” no curto prazo chega-se, da mesma forma, à decomposição do erro absoluto:

$$\hat{\hat{e}}_{t+1} = y_{t+1} - \hat{y}_{t+1} = (y_t \Pi_1 + z_{t+1} + u_t) - (y_t \hat{\Pi}_1 + z_{t+1} \hat{\Pi}_2) \quad (40)$$

ou seja :

$$\hat{\hat{e}}_{t+1} = \hat{e}_{t+1} - (z_{t+1} - \hat{z}_{t+1}) \hat{\Pi}_2 + \hat{u}_{t+1} \quad (41)$$

expressa-se $\hat{\hat{e}}_{t+1}$ como função do erro absoluto de projeção da simulação “ex-ante” (com a explicitada decomposição) menos os termos de estimação externa ao modelo: $(z_{t+1} - \hat{z}_{t+1})$ e $\hat{u}_{t+1}$. No longo prazo combinando (36), (39) e (40):

$$\hat{\hat{e}}_{t+h} = \hat{e}_{t+h} - \sum_{j=0}^{h-1} (z_{t+1} - \hat{z}_{t+1}) \hat{\Pi}_2 \hat{\Pi}_1^j + \sum_{j=0}^{h-1} \hat{u}_{t+h-j} \hat{\Pi}_1^j \quad (42)$$

Pelo exposto é fácil notar que $\hat{e}_t$, como $\hat{\hat{e}}_t$, é uma variável aleatória pois depende das variáveis aleatórias Π_1 , Π_2 e u_{t+1} . Utilizando-se a expressão (37), para efeito de cálculo, assumindo-se que z_{t+1} e $\hat{u}_{t+1}$ são variáveis não-estocásticas e que os estimadores $\hat{\Pi}_1$ e $\hat{\Pi}_2$ são não-viesados, tomando-se o valor esperado dos dois lados de (37), obtém-se:

$$E(\hat{\hat{e}}_{t+1}) = (z_{t+1} - \hat{z}_{t+1}) \Pi_2 - \hat{u}_{t+1} \quad (43)$$

desde que $E(u_{t+1}) = 0$. Desta forma o erro absoluto esperado é função dos erros de previsão do vetor de variáveis exógenas, ponderado pelo verdadeiro coeficiente Π_2 menos o “add factor” no período $T + 1$. Portanto, a projeção $\hat{y}_{t+1}$ é considerada uma projeção não viesada, se e somente se:

$$E(\hat{\hat{e}}_{t+1}) = 0 \quad (44)$$

ou seja,

$$E(y_{t+1}) = E(\hat{y}_{t+1}) \quad (45)$$

portanto y_{t+1} é não viesada somente quando:

$$\begin{array}{ll} \text{i) } \hat{u}_{t+1} = (z_{t+1} - \hat{z}_{t+1})\Pi_2 & \\ \text{ii) } \hat{u}_{t+1} = 0 & \text{e } z_{t+1} - \hat{z}_{t+1} = 0 \quad (46) \\ \text{iii) } \hat{u}_{t+1} = 0 & \text{e } \Pi_2 = 0 \end{array}$$

Uma maneira sucinta de demonstrar a qualidade das projeções é a representação bidimensional dos resultados de projeção no caso de uma única variável endógena¹¹.

Gráfico 2.

Pelo Gráfico 2 detecta-se no 1º e 3º quadrantes, quando ocorre sub-estimativas ou sobre-estimativas das variáveis simula-

¹¹Intriligator (1977, pp. 522)

das ($\hat{y}_{t+1}$) em relação às observadas (y_{t+1}). No 2º e 4º quadrantes identifica-se os “turning-points”, onde os sinais das variáveis simuladas e observadas estão em desacordo. A linha de perfeita previsão, por outro lado, garante a igualdade entre valores simulados e valores observados. ($\hat{y}_{t+1} = y_{t+1}$).

4.6. Aplicações à política econômica.

Um dos objetivos centrais da formulação de modelos macroeconômicos é a tentativa de utilizá-los no processo de decisão de políticas públicas e no cálculo dos impactos que os instrumentos de governo geram sobre os agregados macroeconômicos e o nível de preços. Reescreve-se a forma estrutural (19) com o acréscimo do vetor ($1 \times l$) r_{t-1} de instrumentos, defasado um período¹², de tal forma que:

$$y_t \Gamma + y_{t-1} B_1 + z_t B_2 + r_{t-1} A = \epsilon_t, \quad t = 1, 2, \dots, n. \quad (47)$$

A forma reduzida pode ser traduzida por¹³:

$$y_t = y_{t-1} \Pi_1 + z_t \Pi_2 + r_{t-1} \Pi_3 + u_t \quad (48)$$

onde:

$$\Pi \equiv -B_1 \Gamma^{-1}; \quad \Pi_2 \equiv -B_2 \Gamma^{-1}; \quad \Pi_3 \equiv -A \Gamma^{-1}; \quad u_t \equiv -\epsilon_t \Gamma^{-1}$$

A análise econométrica de avaliação de política divide-se em três partes¹⁴. A primeira denomina-se abordagem metas-instrumentos; a segunda a abordagem da função de bem-estar-social e a terceira a abordagem de simulação.

4.7. Abordagem metas-instrumentos.

A primeira abordagem de avaliação de política pública usando um modelo econométrico estimado foi desenvolvida por Tinbergen [Intriligator (1977, pp.543) e Monteiro (1982, cap.4)]. A abordagem baseia-se em dois supostos centrais. O primeiro considera a

¹² A superposição dos instrumentos defasados (r_{t-1}) decorre da crença de que as variáveis de controle do governo demoram período para agir sobre as metas (y_t).

¹³ Supondo Γ não-singular.

¹⁴ Adota-se durante toda a seção a análise para o curto prazo.

existência de um nível desejado para cada variável endógena do modelo, chamado de “metas” de política:

$$y_{t+1}^0 \quad (49)$$

O segundo suposto afirma que existe um número suficiente de variáveis de política, chamadas instrumentos, de tal forma que esses excedem o número “g” de variáveis endógenas:

$$l \geq g$$

A diferença $l - g$ é o que se chama “graus de liberdade de política”. Supondo o caso especial em que não existe graus de liberdade, ou seja, $l = g$, temos que a matriz “A” torna-se quadrada. Supondo que $\hat{\Pi}_3$ é não-singular, resolvendo o sistema para os valores ótimos dos instrumentos de política (r_t^*), encontra-se:

$$r_t^* = y_{t+1}^0 \hat{\Pi}_3^{-1} - y_t \hat{\Pi}_1 \hat{\Pi}_3^{-1} - \hat{z}_{t+1} \hat{\Pi}_2 \hat{\Pi}_3^{-1} - \hat{u}_{t+1} \hat{\Pi}_3^{-1} \quad (50)$$

De (50) pode-se concluir que a sensibilidade dos valores ótimos dos instrumentos à mudanças nas metas a serem atingidas é igual a:

$$\frac{\partial r_t^*}{\partial y_{t+1}^0} = \hat{\Pi}_3^{-1} \quad (51)$$

A influência das variáveis endógenas, das variáveis exógenas e dos “add-factor” sobre o nível ótimo de instrumentos pode ser enunciada na ordem:

$$\frac{\partial r_t^*}{\partial y_t} = -\hat{\Pi}_1 \hat{\Pi}_3^{-1}; \quad \frac{\partial r_t^*}{\partial \hat{z}_{t+1}} = -\hat{\Pi}_2 \hat{\Pi}_3^{-1}; \quad \frac{\partial r_t^*}{\partial \hat{u}_{t+1}} = -\hat{\Pi}_3^{-1} \quad (52)$$

Três são as críticas à abordagem Metas-Instrumentos. A primeira refere-se ao suposto de que não existem “trade-offs” entre as metas de política econômica. A segunda põe em dúvida a capacidade dos “policy-makers” em revelar suas preferências em política econômica (escolha de metas). A terceira indica a possibilidade de interdependências entre os instrumentos utilizados. A primeira crítica pode ser contornada com a adoção da abordagem da função de bem-estar-social.

4.8. Abordagem da função de bem-estar-social.

A abordagem econométrica deste critério foi desenvolvida por estudos de Tinbergen e Frisch dando origem à chamada variante Tinbergen-Frisch da Teoria Quantitativa de Política Econômica [Monteiro, (1982, cap.4 e 5)], e sintetizados por Theil [Intriligator, (1977, pp.544 e Theil (1964, cap.2)]. Ao invés de assumir uma meta específica desejada para cada variável endógena, assume-se a existência de uma função de bem-estar-social a partir de y_{t+1} e r_{t+1} , capaz de generalizar o padrão de preferências do “policy maker”.

$$W = W(y_{t+1}, r_t)^{15} \quad (53)$$

A função de bem-estar-social consegue incorporar os “trade-offs” das metas de política. Mantendo W num nível fixo $\bar{W}$ e diferenciando totalmente:

$$dW = \sum_{g'=1}^g \frac{\partial W}{\partial y_{g',t+1}} dy_{g',t+1} + \sum_{l'=1}^l \frac{\partial W}{\partial r_{l',t}} dr_{l',t} = 0 \quad (54)$$

onde $g' = 1, \dots, g$ e $l' = 1, \dots, l$, indicam as diversas variáveis endógenas (metas) e os diversos instrumentos. Para verificar a ocorrência dos “trade-offs” basta avaliar o caso para duas metas quaisquer, $y_{1,t+1}$ e $y_{2,t+1}$ (mantido W constante):

$$\left. \frac{dy_{1,t+1}}{dy_{2,t+1}} \right|_{W=\text{constante}} = - \frac{\frac{\partial W}{\partial y_{2,t+1}}}{\frac{\partial W}{\partial y_{1,t+1}}} \quad (55)$$

A escolha ótima de instrumentos de política pode ser alcançada através de um processo clássico de otimização condicionada. Busca-se maximizar a função bem-estar sujeita à restrição do modelo econométrico estimado, caracterizando as principais relações da economia, ou seja:

$$\begin{cases} \max W(y_{t+1}, r_t) \\ \text{s.a. } y_{t+1}\hat{\Gamma} + y_t\hat{B}_1 + z_{t+1}\hat{B}_2 + r_t\hat{A} = \hat{e}_{t+1} \end{cases} \quad (56)$$

¹⁵ A variável endógena y_{t+1} afeta W diretamente, enquanto r_t pode afetar W caso haja custos de ajustamento envolvidos [Intriligator (1977, pp. 545) e Monteiro(1982, pp. 105)].

Se Γ é não singular, a forma reduzida pode ser escrita como:

$$y_{t+1} = -y_t \hat{B}_1 \hat{\Gamma}^{-1} - z_{t+1} \hat{B}_2 \hat{\Gamma}^{-1} - r_t \hat{A} \hat{\Gamma}^{-1} + \hat{e}_{t+1} \hat{\Gamma}^{-1} \quad (57)$$

O problema clássico de programação pode ser facilmente resolvido por um processo de substituição. Neste caso transforma-se um problema de otimização condicionada num problema de otimização não condicionada [Intriligator (1977, pp.546)]. Substituindo y_{t+1} na função objetivo:

$$\max W = W(-y_t \hat{B}_1 \hat{\Gamma}^{-1} - z_{t+1} \hat{B}_2 \hat{\Gamma}^{-1} - r_t \hat{A} \hat{\Gamma}^{-1} + \hat{e}_{t+1} \hat{\Gamma}^{-1}, r_t) \quad (58)$$

Pelas condições de primeira ordem, alcança-se:

$$\frac{\partial W}{\partial r_t} = \hat{A} \hat{\Gamma}^{-1} \frac{\partial W}{\partial y_{t+1}} \quad (59)$$

Supondo que a função de bem-estar esteja baseada na existência de valores ótimos (desejados) para as metas (y_{t+1}^0) e para os instrumentos (r_t^0) e que assuma uma forma quadrática,¹⁶ temos:

$$W = -\frac{1}{2}(y_{t+1} - y_{t+1}^0)K(y_{t+1} - y_{t+1}^0)' - \frac{1}{2}(r_t - r_t^0)V(r_t - r_t^0)' \quad (60)$$

onde K e V são matrizes simétricas definidas positiva. Para tal função o máximo é atingido quando $y_{t+1} = y_{t+1}^0$ e $r_t = r_t^0$, ou seja, $W = 0$. Por esta especificação é possível obter a chamada Regra de Decisão Linear. Obtendo as condições de primeira ordem:

$$V(r_t - r_t^0)' = \hat{A} \hat{\Gamma}^{-1} K(y_{t+1} - y_{t+1}^0)' \quad (61)$$

Resolvendo para r_t , sabendo que z é não-singular:

$$\begin{aligned} r_t' &= r_t^{0'} + V^{-1} \hat{A} \hat{\Gamma}^{-1} K(y_{t+1} - y_{t+1}^0)' \\ r_t^* &= r_t^0 + (y_{t+1} - y_{t+1}^0)K(\Gamma')^{-1} \hat{A}' V^{-1} \end{aligned} \quad (62)$$

¹⁶ A escolha da forma quadrática para função de bem-estar é arbitrária e conveniente do ponto de vista algébrico [Theil (1964, cap. 1)]. A forma de definir as variáveis como desvios em torno de um valor desejado na função de bem-estar a ser maximizada, é equivalente a definir uma "função de perda", a ser minimizada, bastando para isso somente trocar os sinais da expressão (60) [para maiores detalhes sobre a "função de perda" ver Theil (1964, pp. 59-68) e Monteiro (1982, cap. 4 e 5)].

pois $K' = K$ e $(V^{-1})' = V^{-1}$

Portanto deriva-se a Regra de Decisão Linear de escolha das variáveis ótimas de política, pois o vetor de instrumentos ótimos r_t^* é função linear dos valores desejados (r_t^0) e das variáveis endógenas ($y_{t+1} - y_{t+1}^0$).¹⁷

O grande problema com a abordagem da função de bem-estar Social, tanto no curto como no longo prazo, é que nem os parâmetros nem a forma funcional da função objetivo é conhecida pelo "policy-maker". Precisa-se, então, de uma abordagem que não necessariamente se utilize de especificações como esta. Tal abordagem alternativa denomina-se abordagem de simulação.

4.9. Abordagem de simulação.

A simulação de políticas é um dos critérios mais úteis na formulação de políticas públicas, dado que não se torna necessário determinar nem o nível ótimo de instrumentos, nem uma função de bem-estar-social. Simula-se um conjunto de opções, a partir da escolha de diversas alternativas de instrumentos, conhecendo os vetores das variáveis exógenas e dos "add-factors", obtendo-se valores distintos para as variáveis endógenas (y_t). Formalmente para o período y_{t+1} :

$$y_{t+1} = -r_t \hat{A} \hat{\Gamma}^{-1} - y_t \hat{B}_1 \hat{\Gamma}^{-1} - \hat{z}_{t+1} \hat{B}_2 \hat{\Gamma}^{-1} + \hat{\epsilon}_{t+1} \Gamma^{-1} \quad (63)$$

onde o conhecimento dos multiplicadores de política definidos como:

$$\frac{\partial y_{t+1}}{\partial r_t} = -\hat{A} \hat{\Gamma}^{-1} \quad (64)$$

permite obter o efeito sobre cada variável endógena a partir dos instrumentos de política. Os efeitos simulados, com "n" opções, das políticas alternativas, para o curto e longo prazos, podem ser sumariados na Tabela 6:

O efeito total sobre as variáveis endógenas g' de cada alteração das l variáveis de política pode ser obtido somando os efeitos separados de cada variável de política¹⁸ :

$$dy_{g',t+1} = \sum_{l'=1}^l \frac{\partial y_{g',t+1}}{\partial r_{l',t}} dr_{l',t} \quad (65)$$

¹⁷ Para uma especificação no longo prazo da função de bem-estar ver Intriligator (1977, pp. 549).

¹⁸ Para o caso de modelos não-lineares ver tratamento de Wallis (1979, cap. 4).

Tabela 6.
Efeitos simulados de opções de política
no curto e longo prazo

Opções	Variações de Política (instrumentos)	Variáveis Endógenas Futuras
1	$r_t^1, r_{t+1}^1, \dots, r_{t+h-1}^1$	$y_t^1, y_{t+1}^1, \dots, y_{t+h}^1$
2	$r_t^2, r_{t+1}^2, \dots, r_{t+h-1}^2$	$y_t^2, y_{t+1}^2, \dots, y_{t+h}^2$
3	$r_t^3, r_{t+1}^3, \dots, r_{t+h-1}^3$	$y_t^3, y_{t+1}^3, \dots, y_{t+h}^3$
$\vdots$	$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$	$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$
n	$r_t^n, r_{t+1}^n, \dots, r_{t+h-1}^n$	$y_t^n, y_{t+1}^n, \dots, y_{t+h}^n$

A abordagem de simulação fornece ao formulador de política um leque de opções, diante da escolha de determinados instrumentos. Apesar da escolha final de qual política econômica seguir ser subjetiva, a diversidade das possibilidades e dos resultados simulados atuam como um experimento controlado.

5. Notas finais.

Os modelos macroeconômicos se prestam a um número elevado de funções não só para o aprimoramento da teoria econômica como para exercícios de simulação para entidades governamentais. Entretanto, a escolha de características ótimas como a escala, a teoria que os fundamenta, a técnica de estimação, a dinâmica e a consequente estabilidade do sistema, quando considerado agregadamente e as estatísticas teste para análise de simulação, não estão totalmente definidas.

A discussão quanto à escala ótima e a teoria que informa a maior parte dos modelos (a relação entre a especificação desejável, do ponto de vista teórico, e a especificação factível, aquela possibilitada pela disposição dos dados e das técnicas de estimação) não possui uma resposta final como verificado na seção I. Em verdade a escolha está relacionada ao propósito a que se presta o modelo, não havendo qualquer garantia de que modelos de grande porte sejam superiores a modelos de pequeno porte em termos de precisão nas simulações.

Da mesma forma no que tange às estatísticas teste de simulação e às funções desempenhadas pelos modelos macroeco-

nométricos não há uma palavra final. A utilização da raiz do erro quadrático médio e das simulações “ex-post” como critério de comparação de modelos é uma preferência “ad-hoc”, revelada pela experiência no confronto com outras estatísticas-teste e não por ser a única de precisão adequada. A orientação do modelo para uma análise estrutural, de simulação ou de política pública, ou mesmo para os três (caso dos modelos de grande porte como o do D.R.I. que permite traçar um número elevado de informações sobre a economia americana) é função do projeto ao qual esteja vinculado. Não existe um conceito de aplicação ótima ou desejável dos modelos econométricos. Similarmente, observando em separado a análise de política pública (seção III.3) a escolha entre a abordagem de metas-instrumentos, função de bem estar-social e simulação, recai sobre a factibilidade com que se consegue definir instrumentos ótimos, a especificação de uma função de bem-estar e os parâmetros utilizados. Como chama atenção Naylor(1971) do ponto de vista da utilização prática das abordagens estudadas, tanto a abordagem de Tinbergen de metas-instrumentos como a função de bem-estar-social, desenvolvida por Theil, requerem um grau de arbitrariedade e crença de que o “policy maker” seja capaz de revelar corretamente suas preferências ao público. A maior parte dos exercícios de planejamento econômico, com envolvimento de políticas públicas específicas, está na verdade mais relacionado com o enfoque de simulação¹⁹ O grau de subjetividade na elaboração e manuseio dos modelos e nas simulações obtidas não invalida nem diminui sua importância nas economias modernas. O fato de ocorrerem grandes erros de previsão pode ser atribuído em parte à constância dos parâmetros estimados diante das alterações de política econômica. Mas, fatalmente, boa parte destes enganos de projeção são na verdade mais especificações dos modelos, deixando de incorporar importantes variáveis de política, ou adicionando elementos que já não possuem relevância do ponto de vista da evolução futura da economia. Certamente é fácil notar o desenvolvimento da técnica desde o primeiro protótipo (Tinbergen (1939)) até os mais sofisticados modelos de projeção (D.R.I. (1974)). Se todos os problemas empíricos não foram ainda adequadamente solucionados, pode-se verificar que muito se alcançou na

¹⁹ Além disto, Naylor (1971) descreve um conjunto de problemas metodológicos com relação ao estudo das política.

direção da compreensão das interligações, dos efeitos de políticas de estabilização e dos padrões cíclicos de crescimento das economias modeladas.

Referências

- Anderson, L.C. and Carlson, K.M. A Monetarist Model for Economic Stabilization. *Federal Reserve Bank of St. Louis*, 52:7-25, 1970.
- Bonelli, R. e Ardeo, V.L. PIB Trimestral: Metodologia e Estimativas para o período 1980/87. *Boletim Conjuntural n-3 — Grupo de Acompanhamento Conjuntural — IPEA/INPES — Abril*, 1988.
- Contador, C.R. e Santos Filho, W. "Produto Interno Bruto Trimestral : bases e estimativas" — Pesquisa e Planejamento Econômico, 17(3):711-742, 1987.
- Eckstein, D., Green, E.W., Sinai, A. The Data Resources Model: Uses, Structure and Analysis of the U.S.. *Economy International Economic Review*, 15:595-615, 1974.
- Evans, M. *Macroeconomic Activity: Theory, Forecasting and Control; An Econometric Approach*. New York, Harper & Row, 1969.
- Fair, R.C. Evaluating the Predictive Accuracy of Models. Intriligator, M. and Griliches, Z., org., *Handbook of Econometrics*. vol. 3, capítulo 3. Amsterdam, North-Holland Publishing Co, 1986.
- Fromm, G. and Klein, L. Scale of Macro-econometric Models and Accuracy of Forecasting. Large-Scale Macro-econometric Models. Kmenta J. and Ramsey, J.B., org., capítulo 12. Amsterdam, North-Holland Publishing Co., 1978.
- Intriligator, M.D. *Econometric Models, Techniques and Applications*. Amsterdam, North Holland Publishing Co., 1977.
- Economics and Econometric Models. Intriligator, M.D. and Griliches Z., org., *Handbook of Econometrics*. vol.1, capítulo 3. Amsterdam, North-Holland Publishing Co, 1986.
- Johnson, K. and Klein, L.R. Link Model Simulations of International Trade: An Evaluation of the Effects of Currency Realignment. *Journal of Finance*, 29:617-30, 1974.
- Klein, L.R., Howrey, F.P., McCorthy, M.D. and Schink, G. R. The Practice of Macroeconometric Model Building and Its

- Rationale. Kmenta J. and Ramsey J.B., org., Large-Scale Macro-econometric Models. Amsterdam, North-Holland Publishing Co., capítulo 2, 1978.
- Kmenta, J. and Ramsey, J.B. Model Size, Quality of Forecast Accuracy, and Economic Theory. Kmenta J. and Ramsey, J.B., org., Large-Scale Macro-econometric Models. Amsterdam, North-Holland Publishing Co., capítulo 1, 1978.
- Lopes, F.L. e Modiano, E.M. Determinantes Externos e Internos da atividade Econômica no Brasil. *Estudos Econômicos*, 15(3):387-404, 1985.
- Macrométrica Pesquisas Econômicas. Bloco de Demanda — Modelo Macroeconômico Trimestral para a Economia Brasileira. Técnico Responsável: Luiz Chrysostomo de Oliveira Filho, setembro, 1986.
- Monteiro.J.V. Fundamentos de Política Pública. *IPEA 1ª edição*, 1982.
- Naylor, T.H. Policy Simulation Experiments with Macro-econometric Models: The State of the Art. M. D. Intriligator, org., Frontiers of Quantitative Economics. vol III, capítulo 30. Amsterdam, North-Holland Publishing Co, 1971.
- Pindyck, R. and Rubinfeld D. *Econometric Models and Economic Forecasts*. New York, McGraw-Hill Book Company, 1981.
- Taylor J. Economic Theory, Model Size, and Model Purpose. Kmenta, J. and Ramsey, J.B., org., Large-Scale Macro-econometric Models. Amsterdam, North-Holland Publishing Co., capítulo 7, 1978.
- Theil, H. *Economic Forecasts and Policy*. Amsterdam, North-Holland Publishing Co., 1961.
- . *Optimal Decision Rules for Government and Industry*. Amsterdam, North-Holland Publishing Co., 1964.
- Wallis, K. *Applied Econometrics*. Oxford, Basil Blackwell, 1979.