O ÍNDICE DE DESIGUALDADE DE THEIL-ATKINSON

Rodolfo Hoffmann*

Resumo

É assinalada a correspondência entre a segunda medida de desigualdade proposta por Theil (1967) com base na teoria da informação (o índice L) e um dos componentes da família de índices desenvolvida por Atkinson (1970) com base em uma medida do bem-estar social. A sensibilidade desse índice de desigualdade a transferências regressivas é comparada com as sensibilidades do índice de Gini e da redundância. Mostra-se como estimar a desigualdade dentro de estratos quando o índice L é calculado com base em tabelas de distribuição de frequências. Finalmente, é analisada a distribuição da renda no Brasil em 1960, 1970, 1980 e de 1985 a 1989, mostrando a importância de usar várias medidas de desigualdade para captar melhor as alterações na distribuição.

Abstract

The paper stresses the correspondence between the second inequality measure (L) developed by Theil (1967) from Information Theory and one member of the family of indices proposed by Atkinson (1970), based on a measure of social welfare. The sensitivity of L to regressive income transfers is compared with the sensitivities of the Gini index and the redundancy (Theil's first measure). It is shown how the inequality within strata can be estimated when computing L for grouped data. In the last section the size distribution of income in Brazil in 1960, 1970, 1980 and the period 1985-89 is analysed, showing the importance of using different inequality measures in order to better detect the changes in the distribution.

1. Introdução.

As medidas de desigualdade da distribuição da renda mais utilizadas têm sido o índice de Gini e as proporções da renda total apropriadas por certos grupos da população, como os 50% mais pobres (50^-) ou os 10% mais ricos (10^+). Trata-se de medidas diretamente associadas à curva de Lorenz. O índice de Gini é uma medida melhor, pois é afetado por modificações ao longo de toda a curva de Lorenz, ao passo que o valor do 50^- ou do 10^+ corresponde à posição de um único ponto dessa curva. A superioridade do índice de Gini também

*Professor da ESALQ/USP. Uma versão anterior deste trabalho foi apresentada no XI Encontro Brasileiro de Econometria, Fortaleza, dezembro de 1989.

pode ser constatada lembrando que, entre as medidas mencionadas, apenas ele obedece à condição de Pigou-Dalton, que estabelece que o valor de uma medida de desigualdade deve aumentar sempre que for feita uma transferência regressiva de renda (transferência de renda de uma pessoa para outra que já é mais rica). Uma medida como a proporção da renda apropriada pelos 10% mais ricos (10^+) não obedece à condição de Pigou-Dalton pois não é afetada por transferências entre pessoas que estejam e permaneçam abaixo do 9º decil (ou entre pessoas que estejam e permaneçam acima do 9º decil).

Mas o índice de Gini é inconveniente para estudos em que a população é dividida em grupos (conforme a região de residência, o setor de atividade ou o nível de escolaridade, por exemplo) e se deseja decompor a desigualdade total em uma parte relativa às diferenças *entre* grupos e uma parte relativa à desigualdade *dentro* dos grupos. No caso do índice de Gini, em geral, “sobra” um terceiro componente, como mostra claramente Pyatt (1976).

Uma das medidas de desigualdade bastante utilizada para fazer esse tipo de decomposição é a redundância, proposta por Theil (1967) com base na teoria da informação.

Considere-se uma população com n pessoas cujas rendas são indicadas por x_i ($i = 1, \dots, n$). Se μ é a renda média, a participação da i -ésima pessoa na renda total é

$$y_i = \frac{x_i}{n\mu}$$

A redundância é dada por

$$R = \sum y_i \ln ny_i$$

Pode-se verificar que $0 \leq R \leq \ln n$, com

$R = 0$ quando $x_i = \mu$ para todo i e

$R = \ln n$ quando toda renda é apropriada por uma única pessoa.

Seja μ_ω a média geométrica ponderada das rendas x_i , com fatores de ponderação y_i , isto é,

$$\ln \mu_\omega = \sum y_i \ln x_i \quad (1)$$

Verifica-se, então, que

$$R = \ln \frac{\mu_w}{\mu} \quad (2)$$

Nota-se que o valor dessa medida de desigualdade é afetado pela base do logaritmo, sendo usual e recomendável utilizar logaritmos naturais.

A denominação de “redundância” é sugerida pelo próprio Theil em uma nota de rodapé (p.92). Entretanto, é usual denominar essa medida de desigualdade por “índice de Theil”. Preferimos denominar “índice de Theil” ao dual da redundância, dado por

$$T = 1 - \exp\{-R\} \quad (3)$$

O dual de uma medida de desigualdade é a fração da população (ϕ) que ficaria sem renda após um processo de socialização parcial de Theil, isto é, uma redistribuição da renda, mantido o valor da medida de desigualdade original, de maneira que a renda seja igualitariamente distribuída por uma parte $(1 - \phi)$ da população, deixando os demais sem renda nenhuma (ver Souza, 1977).

Theil (1967) também propôs uma outra medida de desigualdade baseada na teoria da informação, dada por

$$L = \frac{1}{n} \sum \ln \frac{1}{ny_i} \quad (4)$$

Seja μ_g a média geométrica das rendas x_i , então

$$L = \ln \frac{\mu}{\mu_g} \quad (5)$$

Quando todas as rendas são iguais, temos $L = 0$. Mas não há um limite superior para o valor de L . Quando uma das rendas tende a zero, L tende a infinito. Essa medida de desigualdade não é definida quando uma ou mais rendas são iguais a zero e, portanto, não se define o seu dual. Por analogia com (3), podemos definir

$$H = 1 - \exp\{-L\}, \text{ com } 0 \leq H < 1 \quad (6)$$

De (5) e (6) segue-se que

$$H = 1 - \frac{\mu_g}{\mu} \quad (7)$$

Três anos após a publicação do livro de Theil com a apresentação da medida L , Atkinson (1970) propõe o uso de um índice de desigualdade baseado em uma medida do bem-estar social. Atkinson admite que a utilidade marginal da renda para cada pessoa é inversamente proporcional a x_i^ε , com $\varepsilon > 0$, e que o nível de bem-estar social é uma função aditivamente separável e simétrica das rendas individuais. Existe um diferente índice de Atkinson para cada valor de ε . No caso particular de $\varepsilon = 1$, a função de utilidade é

$$U(x_i) = \ln x_i$$

e o índice de Atkinson é

$$A(\varepsilon = 1) = 1 - \frac{\mu_g}{\mu} \quad (8)$$

É interessante lembrar que nos termos do desenvolvimento feito por Atkinson, a relação

$$\frac{\mu_g}{\mu} = 1 - A(\varepsilon = 1) \quad (9)$$

indica a proporção da renda total que seria suficiente para produzir o mesmo bem-estar social se houvesse uma distribuição igualitária da renda.

Comparando (7) e (8) verifica-se que $H = A(\varepsilon = 1)$. Como H é uma transformação monotônica de L , conclui-se que a segunda proposta de Theil e o índice de Atkinson para $\varepsilon = 1$ são, no fundo, a mesma medida de desigualdade, como assinalou Shorrocks (1980, p.622). Caberia, então, denominar L de índice de Theil-Atkinson, pois trata-se de um ponto de superposição entre as propostas de Theil (1967), inspiradas na teoria da informação, e a família de medidas de desigualdade desenvolvida independentemente por Atkinson (1970) com base em uma medida do bem-estar social.

Na próxima seção será comparada a sensibilidade de G (índice de Gini), R e L a transferências regressivas de renda. Na terceira

seção são feitas algumas observações sobre a decomposição do índice de Theil-Atkinson (L), comparando-a com a decomposição da redundância. Na quarta seção mostraremos como pode ser estimada a desigualdade dentro de estratos no cálculo de L . Finalmente, na quinta seção as questões discutidas são ilustradas utilizando dados sobre a distribuição da renda no Brasil.

2. Sensibilidade a transferências regressivas.

Vamos admitir que as rendas estão em ordem crescente, isto é,

$$x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_i \leq \dots \leq x_j \leq \dots \leq x_n$$

Seja θ um valor arbitrariamente pequeno que é subtraído da renda x_i e acrescentado à renda x_j , com $x_j > x_i$, caracterizando uma transferência regressiva de renda, que causa um acréscimo (ΔG , ΔR e ΔL) em medidas de desigualdade que obedecem à condição de Pigou-Dalton, como G , R e L . Pode-se provar que¹

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\Delta R}{\theta} = \frac{1}{n\mu} \ln \frac{x_j}{x_i} \quad (10)$$

e

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\Delta L}{\theta} = \frac{1}{n} \left(\frac{1}{x_i} - \frac{1}{x_j} \right) = \frac{x_j - x_i}{nx_i x_j} \quad (11)$$

Se a transferência de renda não alterar as posições de x_i e x_j na série ordenada, temos²

$$\frac{\Delta G}{\theta} = \frac{2}{n^2 \mu} (j - i) \quad (12)$$

Para comparar a sensibilidade de R , L e G a transferências regressivas de renda em diferentes níveis, vamos considerar, alternativamente, três transferências:

(a) de uma pessoa com renda $x_i = 0,5$ salário mínimo (SM) para outra com renda $x_j = 1$ SM;

¹As expressões (10) e (11) podem ser encontradas em Ramos e Barros (1989, p.43), que também analisam a sensibilidade de várias outras medidas de desigualdade.

²Ver, por exemplo, Hoffmann (1980), p.281.

(b) de uma pessoa com renda $x_i = 1$ SM para outra com renda $x_j = 2$ SM e

(c) de uma pessoa com renda $x_i = 10$ SM para outra com renda $x_j = 20$ SM.

Nota-se que nessas transferências regressivas, a *relação* entre as rendas das pessoas envolvidas é sempre a mesma.

Vamos admitir que a quantia transferida (θ) é bastante pequena e não altera as posições de x_i e x_j na série ordenada das rendas.

Como a relação x_j/x_i é sempre igual a 2, então, de acordo com (10), o efeito sobre R é o mesmo para as transferências (a), (b) ou (c). Se a relação x_j/x_i é fixada, a sensibilidade de R a transferências regressivas não depende do nível das rendas das pessoas envolvidas.

Com base em (11) verifica-se que os efeitos das transferências (b) e (c) sobre L são, respectivamente, 2 e 20 vezes menores do que o efeito da transferência (a). Pode-se afirmar que L é mais sensível a transferências entre pessoas relativamente pobres.

No caso do índice de Gini, como mostra a expressão (12), a influência da transferência regressiva depende de $j - i$, isto é, da diferença entre as posições, na série ordenada das rendas, das duas pessoas envolvidas. Considerando os dados da PNAD de 1989, referentes às pessoas economicamente ativas no Brasil (exclui-se a população rural da região Norte), os valores de $j - i$ para as transferências (a), (b) e (c) são, respectivamente, 9,3, 13,6 e 3,2 milhões. O índice de Gini é relativamente mais sensível para modificações na faixa com alta densidade de frequência. Se estamos comparando transferências com x_j/x_i constante, o efeito sobre o índice de Gini varia diretamente com a densidade de frequência em relação ao logaritmo da renda.

3. Decomposição.

Tendo em vista o que será desenvolvido na próxima seção, vamos apresentar aqui a decomposição de R e L em duas partes: uma referente à desigualdade *entre* grupos de uma população e outra referente à desigualdade *dentro* dos grupos, como foi feito por Theil (1967).

Considere-se uma população dividida em k grupos e seja x_{hi} a renda da i -ésima pessoa do h -ésimo grupo ($h = 1, \dots, k; i = 1, \dots, n_h$). Seja $N = \sum n_h$ o número total de pessoas. Então a

participação daquela pessoa na renda total é

$$y_{hi} = \frac{x_{hi}}{N\mu}$$

e as participações do h -ésimo grupo na população e na renda total são, respectivamente,

$$\pi_h = \frac{n_h}{N}$$

e

$$Y_h = \frac{1}{N\mu} \sum_i x_{hi} = \sum_i y_{hi}$$

A redundância total é

$$R = \sum_h \sum_i y_{hi} \ln N y_{hi}$$

Pode-se provar que

$$R = R_e + \sum Y_h R_h, \quad (13)$$

onde R_e é a redundância entre grupos, dada por

$$R_e = \sum Y_h \ln \frac{Y_h}{\pi_h} \quad (14)$$

e R_h é a redundância dentro do h -ésimo grupo, dada por

$$R_h = \sum_i \frac{y_{hi}}{Y_h} \ln n_h \frac{y_{hi}}{Y_h} \quad (15)$$

Para o índice de Theil-Atkinson, a desigualdade total é

$$L = \frac{1}{N'} \sum_h \sum_i \ln \frac{1}{N' y_{hi}}$$

Pode-se provar que

$$L = L_e + \sum_h \pi_h L_h, \quad (16)$$

onde

$$L_e = \sum_h \pi_h \ln \frac{\pi_h}{Y_h} \quad (17)$$

refere-se à desigualdade entre grupos e

$$L_h = \frac{1}{n_h} \sum_i \ln \frac{Y_h}{n_h y_{hi}} \quad (18)$$

mede a desigualdade dentro do h -ésimo grupo.

Na expressão (13) observa-se que a parte da redundância total referente à desigualdade dentro dos grupos é uma média ponderada dos R_h , com fatores de ponderação iguais à participação de cada grupo na renda total (Y_h).

Na expressão (16), por outro lado, verifica-se que os L_h são ponderados pela participação de cada grupo na população (π_h). Isso faz com que o índice de Theil-Atkinson (L) seja menos sensível que a redundância (R) a alterações na desigualdade dentro de grupos de renda alta, confirmando uma das conclusões da seção anterior.

Anand (1983, p.199) assinala que uma redistribuição da renda entre os grupos, eliminando a desigualdade entre grupos e mantendo a desigualdade dentro de cada grupo, irá reduzir L no valor de L_e , mas a redução de R será geralmente diferente de R_e . Isto porque essa redistribuição, além de eliminar R_e , vai modificar os fatores de ponderação Y_h .

Vejamos outra maneira de colocar o problema assinalado por Anand. Imagine-se que, para uma população dividida em grupos, todas as rendas das pessoas de um dos grupos sejam multiplicadas por uma constante. No caso da medida L isso altera apenas o valor de L_e , pois os π_h e os L_h permanecem os mesmos. No caso da redundância, entretanto, isso altera tanto R_e como a média ponderada das redundâncias dentro dos grupos ($\sum Y_h R_h$), pois os Y_h são modificados. Isso não desqualifica R como uma boa medida de desigualdade. É claro, por outro lado, que um pesquisador pode preferir L a R por considerar estranho que a média ponderada das desigualdades dentro dos grupos seja afetada por uma redistribuição entre grupos, mantendo constante a desigualdade dentro de cada grupo.

4. Estimação da desigualdade dentro de estratos no cálculo do índice de Theil-Atkinson.

Os dados disponíveis para o cálculo de medidas de desigualdade

consistem, freqüentemente, no número de pessoas (ou famílias) e nos totais de renda para um certo número de estratos. Nestes casos, ao calcular uma medida da desigualdade da distribuição é aconselhável incorporar estimativas da desigualdade dentro de cada estrato.

Um dos métodos utilizados consiste em pressupor que a distribuição de renda dentro dos estratos com limite superior finito tem função de densidade linear e que no último estrato, sem limite superior finito, a distribuição é a de Pareto com dois parâmetros. A aplicação desse método na interpolação de percentis e no cálculo do índice de Gini e da redundância está descrita em Hoffmann (1979 e 1984). Aqui vamos estendê-lo ao cálculo de L .

Vamos admitir que dentro do estrato $[a, b)$ a distribuição de renda tenha média μ e função de densidade

$$f(x) = \alpha + \beta x \quad (19)$$

Define-se

$$\lambda = \frac{\mu - a}{b - a} \quad (20)$$

Para $f(x) \geq 0$ no intervalo $[a, b)$ devemos ter $1/3 \leq \lambda \leq 2/3$. O procedimento a ser seguido caso essa condição não seja satisfeita é descrito em Hoffmann (1984).

Dados os valores de a, b e μ , podemos calcular $\lambda, \theta = b - a$,

$$\beta = \frac{6(2\lambda - 1)}{\theta^2} \quad (21)$$

e

$$\alpha = \frac{1}{\theta} - \frac{\beta}{2}(a + b)$$

Para uma distribuição contínua temos

$$L = \int \left(\ln \frac{\mu}{x} \right) f(x) dx = \ln E(x) - E(\ln x) \quad (22)$$

Para o caso particular de uma distribuição com função de densidade linear obtemos

$$\begin{aligned} L = \ln \mu - b \ln b \left(\frac{1}{\theta} - \frac{\beta a}{2} \right) + \\ + a \ln a \left(\frac{1}{\theta} - \frac{\beta b}{2} \right) + 1 - \frac{\beta \theta}{2} \left(a + \frac{\theta}{2} \right) \end{aligned} \quad (23)$$

Quando o último estrato não tem limite superior finito, admitimos que dentro desse estrato a distribuição é a de Pareto com dois parâmetros, cuja função de distribuição é

$$F(x) = 1 - \left(\frac{a}{x}\right)^\alpha \quad (24)$$

A média dessa distribuição é

$$\mu = \frac{\alpha a}{\alpha - 1}$$

Lembrando (22) pode-se deduzir que o índice de Theil-Atkinson para a distribuição de Pareto é

$$L = \ln \frac{\mu}{a} + \frac{a}{\mu} - 1 \quad (25)$$

Dispondo das proporções da população e da renda em cada estrato, podemos, através de (17), calcular L_e . Em seguida, a partir dos limites dos estratos e das rendas médias em cada estrato, podemos estimar o valor do índice dentro de cada estrato, utilizando as expressões (23) e (25). Finalmente, obtemos o valor de L para a distribuição completa através de (16).

Usualmente o limite inferior do primeiro estrato é zero, tornando impossível a aplicação imediata de (23) para estimar a desigualdade dentro desse estrato, pois não se define, nesse caso, o valor de $\ln a$. Verifica-se, entretanto, que

$$\lim_{a \rightarrow 0} L = \ln \mu - \frac{b}{\theta} \ln b + 1 - \frac{\beta \theta^2}{4} \quad (26)$$

Essa expressão deve ser usada, em lugar de (23), para estimar a desigualdade dentro do primeiro estrato, quando seu limite inferior for igual a zero.

Outra maneira de obter uma estimativa de L se baseia no cálculo do seu valor máximo dentro de cada estrato. Para o estrato com intervalo $[a, b)$ e média μ o valor máximo do índice de Theil-Atkinson é

$$L_{\max} = (1 - \lambda) \ln \frac{\mu}{a} + \lambda \ln \frac{\mu}{b} \quad (27)$$

ou

$$L_{\max} = \frac{b}{b-a} \ln \frac{b}{a} + \frac{a}{b-a} \ln \frac{a}{b} \quad (28)$$

Se o último estrato não tem limite superior finito, utilizamos

$$\lim_{b \rightarrow \infty} L_{\max} = \ln \frac{\mu}{a} \quad (29)$$

Utilizando as medidas de desigualdade máxima dentro de cada estrato, dadas por (27) e (29), obtemos, através de (16) o valor de $L_{\max}$ para a distribuição completa. Finalmente, de acordo com a regra proposta por Cowell e Mehta (1982), calculamos

$$L = \frac{2}{3} L_e + \frac{1}{3} L_{\max} \quad (30)$$

A expressão (28) mostra que $L_{\max}$ cresce indefinidamente quando a tende a zero. Há a possibilidade de substituir o zero por algum valor pequeno, mas nesse caso o resultado é bastante sensível a esse valor escolhido arbitrariamente. Conclui-se que o método de estimação de L baseado em (28) e (30) não pode ser usado quando o limite inferior do primeiro estrato é zero.

5. A desigualdade da distribuição da renda entre pessoas economicamente ativas no Brasil, de 1960 a 1989.

Como ilustração das questões metodológicas analisadas nas seções anteriores, vamos apresentar aqui a evolução da desigualdade da distribuição da renda entre pessoas economicamente ativas no Brasil, de 1960 a 1989, comparando a evolução do índice de Theil-Atkinson com a de outras medidas de desigualdade.

A Tabela 1 mostra a evolução do número de pessoas economicamente ativas e da desigualdade da distribuição da renda entre as que têm rendimento, com base nos dados dos Censos Demográficos de 1960, 1970 e 1980 e das PNAD de 1985 a 1989.

Nas PNAD de 1985 a 1989 o IBGE fornece tanto o número de pessoas como o rendimento médio para 8 estratos de renda. Entretanto, para os Censos de 1960, 1970 e 1980 dispomos apenas do

número de pessoas por estrato, sendo necessário estabelecer o rendimento médio de cada estrato, o que foi feito da maneira descrita em Hoffmann e Kageyama (1986).³

É necessário lembrar que há alterações na maneira como o valor do rendimento mensal é obtido nos Censos e nas PNAD, limitando a comparabilidade dos resultados. É claro que os dados reproduzem de maneira bastante imperfeita a verdadeira distribuição de renda. A esse respeito, (veja-se Médici 1984 e 1988, Hoffmann 1988 e Hoffmann e Kageyama 1986).

Para as PNAD de 1987 e 1988 foram utilizados dados fornecidos pelo IBGE, já depurados dos erros de codificação constatados por Bonelli e Sedlacek (1991, p.50), associados a rendimentos expressos por sete ou oito dígitos 9. As tabulações referentes a 1986 e 1989 estão livres desse tipo de erro. Para 1985, entretanto, foram utilizados os dados publicados, que são afetados pela inclusão, na respectiva amostra, de três falsos rendimentos do trabalho iguais a 99999999.

No cálculo das medidas de desigualdade apresentadas na Tabela 1 foram incluídas estimativas das desigualdades dentro dos estratos. Essas estimativas e a interpolação dos percentis foram feitas pressupondo que a distribuição dentro de cada estrato tem função de densidade linear ou é a distribuição de Pareto com dois parâmetros.⁴

Todas as medidas de desigualdade apresentadas na Tabela 1 mostram crescimento de 1960 a 1980, com alteração mais intensa entre 1960 e 1970. Quando se comparam as PNAD de 1985, 1986 e 1987 observam-se várias modificações divergentes nas medidas de desigualdade. De 1985 a 1986, enquanto L e G diminuem, T mostra ligeiro crescimento. Isso certamente se deve ao fato de T ser mais sensível a alterações na parte superior da distribuição (nota-se que o valor de 5^+ cresce ligeiramente de 1985 para 1986).

³No caso do Censo de 1960 são considerados 8 estratos cujos limites inferiores são 0, 2100, 3300, 4500, 6000, 10000, 20000 e 50000 cruzeiros. Os rendimentos médios foram fixados em 1512, 2916, 4020, 5250, 8000, 14500, 32000 e 100000 cruzeiros.

⁴Pode-se verificar que vários dos resultados apresentados na Tabela 1 são muito semelhantes aos obtidos por Bonelli e Sedlacek (1991), que trabalharam diretamente com as observações individuais das PNAD. Para o índice de Gini, por exemplo, aqueles autores obtiveram os seguintes valores para o período de 1985 a 1989: 0,599, 0,588, 0,595, 0,612 e 0,635. Esta semelhança de resultados vem comprovar a qualidade da metodologia utilizada neste trabalho para estimação da desigualdade dentro dos estratos e interpolação de percentis.

Tabela 1.

Distribuição da renda entre pessoas economicamente ativas no Brasil, de 1960 a 1989. Número de pessoas com declaração de rendimento (N), porcentagem sem rendimento (S) e medidas de desigualdade entre as que têm rendimento: índice de Theil-Atkinson (L), índice de Atkinson para $\varepsilon = 1$ [$A(\varepsilon = 1)$], índice de Gini (G), índice de Theil (T), porcentagem da renda recebida pelos 50% mais pobres (50^-), pelos 10% mais ricos (10^+) e pelos 5% mais ricos (5^+).

Estatística	Ano							
	1960	1970	1980	1985 ¹	1986 ¹	1987 ¹	1988 ¹	1989 ¹
N (1000)	22370	28853	43037	55415	56535	59184	60573	62102
S	15,2	10,0	7,8	12,1	9,7	10,9	10,7	10,3
L	0,444	0,561	0,640	0,695	0,638	0,675	0,755	0,792
$A(\varepsilon = 1)$	0,359	0,429	0,473	0,501	0,471	0,491	0,530	0,547
G	0,504	0,561	0,592	0,599	0,589	0,595	0,617	0,636
T	0,425	0,516	0,555	0,525	0,528	0,523	0,553	0,592
50^-	18,0	15,6	13,8	12,6	13,3	12,7	11,8	10,9
10^+	40,5	46,7	49,6	48,0	47,8	47,8	50,2	52,5
5^+	28,8	34,4	37,0	34,5	34,6	34,1	36,2	38,5

¹ Exclusive a população rural da região Norte.

Quando se compara 1986 com 1987, verifica-se que L e G crescem, ao passo que T diminui (acompanhando a diminuição do 5^+).

É importante lembrar que o mês de referência das PNAD analisadas é setembro, sendo que os dados refletem, basicamente, a situação neste mês, e não uma média anual.

De 1987 a 1989 todos os indicadores mostram um intenso crescimento da desigualdade entre as pessoas economicamente ativas com rendimentos, que parece estar associado com a aceleração da inflação. Em setembro de 1985, 1986, 1987, 1988 e 1989 o crescimento do INPC foi, respectivamente, 10,1%, 1,2%, 7,2%, 26,9% e 36,3%.

Pode-se distinguir dois efeitos da inflação acelerada sobre as medidas de desigualdade obtidas a partir dos dados das PNAD. Há um efeito *real* de aumento da desigualdade devido ao atraso sistemático no reajuste dos rendimentos de certos grupos de pessoas. Os salários, de uma maneira geral, tendem a perder valor real em comparação com

juros e lucros, aumentando a desigualdade da distribuição da renda. Assalariados de setores com sindicatos mais fracos são especialmente prejudicados. Mas há também um efeito que pode ser denominado de “ruído” estatístico. Com inflação elevada, há grandes mudanças no valor nominal das remunerações de um mês para outro. Dois trabalhadores com o mesmo salário real médio em 1988 (ou 1989) poderiam estar com salários nominais muito diferentes em setembro daquele ano se, por exemplo, um deles pertencesse a uma categoria que tivesse obtido reajuste salarial em setembro e o outro pertencesse a uma categoria que tivesse obtido reajuste em outubro. A inflação elevada também faz as pessoas perderem a noção dos valores monetários, aumentando os erros de declaração. Com inflação mensal próxima de 40% e reajustes salariais da ordem de 100%, a simples confusão do informante entre o rendimento de setembro e o de agosto introduz, nos dados, um “ruído” que aumenta sua dispersão e a desigualdade da distribuição. O desafio que fica para os pesquisadores é a obtenção de uma medida da importância relativa dos efeitos reais e do “ruído” nos dados.

A Tabela 2 mostra o valor da redundância (R) e do índice de Theil-Atkinson (L) em cada uma das 5 regiões do país, de 1985 a 1989, e também a decomposição dessas medidas de desigualdade para o Brasil em componentes referentes à desigualdade *dentro* das regiões e *entre* regiões.

A Tabela 3 mostra os fatores de ponderação das 5 regiões no cálculo da medida da desigualdade dentro das regiões. Destaca-se a região Sudeste que, por ser relativamente rica, tem participação maior no rendimento total do que na PEA. O Nordeste, por outro lado, tem participação muito menor no rendimento total (cerca de 14%) do que na PEA (cerca de 25%).

Observa-se, na Tabela 2, que de 1985 a 1986 o valor de L diminui em todas as regiões, fazendo com que a correspondente medida da desigualdade dentro das regiões caia de 0,657 para 0,600. Como a desigualdade entre regiões é praticamente estável, a sua participação no total cresce de 5,5% para 6,1%.

De 1986 a 1987 o valor de L cresce em todas as regiões. Como a desigualdade entre regiões é praticamente estável, sua participação no total cai de 6,1% para 5,6%.

As variações da redundância, que são mais sensíveis ao que ocorre

Tabela 2.

Distribuição da renda entre pessoas economicamente ativas no Brasil, de 1985 a 1989. Decomposição da redundância e do índice de Theil-Atkinson em componentes relativos à desigualdade entre e dentro das 5 grandes regiões do país.

Estatística	Ano				
	1985	1986	1987	1988	1989
Redundância (<i>R</i>)					
na reg. Norte	0,635	0,586	0,623	0,744	0,828
na reg. Nordeste	0,813	0,745	0,822	0,914	1,006
na reg. Sudeste	0,692	0,714	0,679	0,730	0,840
na reg. Sul	0,689	0,677	0,686	0,695	0,761
na reg. C. Oeste	0,740	0,823	0,767	0,931	0,963
dentro de regiões	0,712	0,718	0,707	0,768	0,860
entre regiões	0,034	0,034	0,033	0,038	0,038
total	0,745	0,752	0,740	0,806	0,898
% entre regiões	4,5	4,5	4,5	4,8	4,2
Índ. de Theil-Atkinson (<i>L</i>)					
na reg. Norte	0,576	0,514	0,567	0,660	0,714
na reg. Nordeste	0,712	0,619	0,722	0,815	0,837
na reg. Sudeste	0,647	0,600	0,606	0,675	0,720
na reg. Sul	0,610	0,564	0,603	0,635	0,677
na reg. C. Oeste	0,655	0,649	0,665	0,781	0,807
dentro de regiões	0,657	0,600	0,638	0,712	0,748
entre regiões	0,038	0,039	0,038	0,043	0,043
total	0,695	0,639	0,675	0,755	0,792
% entre regiões	5,5	6,1	5,6	5,7	5,4

Nota – Exclusive a população rural da região Norte.

na parte superior da distribuição, são bastante diferentes. De 1985 a 1986 o valor de *R* cresce no Sudeste e no Centro-Oeste. Apesar da diminuição dessa medida de desigualdade nas demais regiões, a redundância dentro de regiões mostra um pequeno crescimento, que se reflete em ligeiro crescimento da redundância total. A redundância entre regiões e sua participação no total se apresentam estáveis.

Tabela 3.

Participação de cada região no número de pessoas economicamente ativas com rendimento e na renda declarada nas PNAD de 1985 a 1989.

Região	Participação na PEA (%)					Participação no rendimento (%)				
	1985	1986	1987	1988	1989	1985	1986	1987	1988	1989
Norte	2,9	2,9	3,0	3,1	3,2	3,4	3,2	3,2	3,0	3,5
Nordeste	25,9	25,5	25,5	25,5	25,1	15,2	14,9	15,1	14,7	14,2
Sudeste	48,6	48,8	48,3	48,2	48,3	56,6	57,2	57,2	58,8	58,0
Sul	15,7	15,8	16,1	16,0	16,1	17,1	16,2	16,5	15,6	16,2
C. Oeste	7,0	7,0	7,1	7,3	7,3	7,6	8,5	7,9	7,9	8,1
Brasil	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

Nota – Exclusive a população rural da região Norte.

De 1986 a 1987 a participação da desigualdade entre regiões no total permanece estável em 4,5% devido à pequena diminuição nos dois componentes da redundância.

No que se refere à desigualdade dentro de regiões, de 1985 a 1986, enquanto *L* indica uma forte redução, *R* indica pequeno crescimento; de 1986 a 1987, enquanto *L* mostra nítido crescimento, *R* indica uma redução da desigualdade. Isso mostra a importância de usar, de maneira complementar, essas duas medidas de desigualdade, além de outros indicadores, para captar melhor as modificações na distribuição de renda.

Para o período de 1987 a 1989, os valores de *R* e *L* apresentados na Tabela 2 mostram que ocorre um intenso crescimento da desigualdade em todas as regiões, indicando o caráter generalizado do fenômeno, já constatado na Tabela 1.

Referências

Anand, S. 1983. *Inequality and Poverty in Malaysia – Measurement and Decomposition*. A World Bank Research Publication. Oxford: Oxford University Press.

- Atkinson, A. B. 1970. "On the measurement of inequality." *Journal of Economic Theory* 2:244-263.
- Bonelli, R. & Sedlacek, G. L. 1991. "A evolução da distribuição da renda entre 1983 e 1988." In Camargo, J. M. & Giambiagi, F., org., *Distribuição de Renda no Brasil*. Rio de Janeiro: Paz e Terra.
- Cowell, F. A. & Mehta, F. 1982. "The estimation and interpolation of inequality measures." *Review of Economic Studies* 49: 273-290.
- Hoffmann, R. 1979. "Estimação da desigualdade dentro de estratos no cálculo do índice de Gini e da redundância." *Pesquisa e Planejamento Econômico* 9: 719-738.
- _____. 1980. *Estatística para Economistas*. São Paulo: Livraria Pioneira Editora.
- _____. 1984. "Estimation of inequality and concentration measures from grouped observations." *Revista de Econometria* 4: 5-21.
- _____. 1988. "A subdeclaração dos rendimentos." *São Paulo em Perspectiva* 2: 50-54.
- Hoffmann, R. & Kageyama, A. 1986. "Distribuição da renda no Brasil, entre famílias e entre pessoas, em 1970 e 1980." *Estudos Econômicos* 16: 25-51.
- Médici, A. C. 1984. "Notas interpretativas sobre a variável 'renda' nos Censos Demográficos." In ABEP, *Censos, Consensos, Contra-sensos*. Ouro Preto, junho de 1984: III Seminário Metodológico dos Censos Demográficos.
- _____. 1988. "A mensuração da subjetividade: notas sobre a variável renda nas PNADs." In Sawyer, D. O., org., *PNADs em Foco — Anos 80*. Belo Horizonte: ABEP (Associação Brasileira de Estudos Populacionais).
- Pyatt, G. 1976. "On the interpretation and disaggregation of Gini coefficients." *The Economic Journal* 86:243-255.
- Ramos, L. R. A. & Barros, R.P. 1989. "Medidas de Desigualdade." Rio de Janeiro IPEA-INPES. Texto apresentado na Terceira Escola de Séries Temporais e Econometria.
- Shorrocks, A. F. 1980. "The class of additively decomposable inequality measures." *Econometrica* 48: 613-625.

- Souza, J. de 1977. *Estatística Econômica e Social*. Rio de Janeiro: Campus.
- Theil, H. 1967. *Economics and Information Theory*. Chicago: Rand McNally.