

APLICAÇÕES DA TEORIA DE PIAGET AO  
ENSINO DA MATEMÁTICA ELEMENTAR

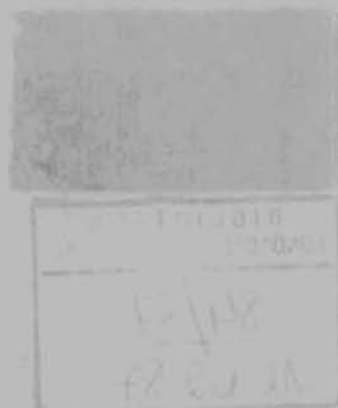
MAGDA IVONETE MONTAGNINI MELO

0

FEV  
200  
PRETO

APLICAÇÕES DA TEORIA DE PIAGET AO  
ENSINO DA MATEMÁTICA ELEMENTAR

*Magda Ivonete Montagnini Melo*



Tese submetida como requisito parcial  
para a obtenção do grau de Mestre em  
Educação

Rio de Janeiro  
Fundação Getúlio Vargas  
Instituto de Estudos Avançados em Educação  
Departamento de Psicologia da Educação  
1980



*À minha mãe.*

*À*

*Cláudia,*

*Hélio Jr.,*

*Magui*

*e*

*Fernando.*

## AGRADECIMENTOS

A todos aqueles que contribuíram possibilitando a consecução deste trabalho, e em especial à orientadora desta dissertação, profa. Circe Navarro Rivas, pelo acompanhamento sistemático e rigoroso.

# S U M Á R I O

Pág.

## CAPÍTULO I

1. INTRODUÇÃO.....	2
1.1. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA.....	2
1.2. OBJETIVOS.....	5
1.3. HIPÓTESE.....	5
1.4. DEFINIÇÃO DE TERMOS.....	6
1.4.1. Domínio das Estratégias Cognitivas.....	6
1.4.2. Metodologia de Ensino de Fundamentação Piagetiana.....	6
1.4.3. Metodologia de Ensino Tradicional.....	7
1.5. NATUREZA DO ESTUDO.....	8

## CAPÍTULO II

2. TEORIA DO DESENVOLVIMENTO MENTAL DE JEAN PIAGET.	11
2.1. A NATUREZA DO FUNCIONAMENTO MENTAL.....	11
2.2. A NOÇÃO DE ESTRUTURA EM PIAGET.....	12
2.3. O MODELO DE EQUILÍBRIO PARA PIAGET.....	15
2.3.1. Aspectos da Equilibração.....	16
2.4. AS INVARIANTES FUNCIONAIS DO DESENVOLVIMENTO MENTAL.....	20
2.5. OS PERÍODOS DO DESENVOLVIMENTO MENTAL.....	23
2.5.1. Período da Inteligência Sensório-Motora.	25
2.5.2. Sub-período das Representações Pré-Opera tórias.....	41
2.5.3. Sub-período das Operações Concretas.....	62

2.6. METODOLOGIA DE ENSINO DE FUNDAMENTAÇÃO PIA- GETIANA.....	105
--	-----

### CAPÍTULO III

3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	108
3.1. TIPO DE PESQUISA.....	108
3.2. DELINEAMENTO DA AMOSTRA.....	109
3.3. COMPOSIÇÃO DA AMOSTRA.....	113
3.4. CARACTERIZAÇÃO DA AMOSTRA.....	114
3.4.1. Idade.....	114
3.4.2. Nível Sócio-econômico.....	115
3.4.3. Nível de Instrução.....	117
3.4.4. Nível Operatório.....	118
3.5. INSTRUMENTOS DE COLETA DOS DADOS.....	120
3.6. PROCEDIMENTOS DE APLICAÇÃO DOS INSTRUMENTOS.	133
3.7. PROCEDIMENTOS ESTATÍSTICOS.....	139

### CAPÍTULO IV

4. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	146
4.1. RESULTADOS DO PRÉ-TESTE.....	146
4.2. RESULTADOS DOS TESTES DE EQUIVALÊNCIA DOS GRUPOS.....	151
4.3. TESTAGEM DA HIPÓTESE.....	152
4.3.1. Análise das diferenças de desempenho dos sujeitos nas provas operatórias a partir de gráficos.....	157

	Pág.
4.3.2. Análise das diferenças através de testes estatísticos.....	164
4.3.3. Análise das diferenças a partir dos resultados das provas piagetianas no pré-teste - Grupo Experimental.....	168
4.3.4. Análise das diferenças a partir dos resultados das provas piagetianas no pré-teste - Grupo de Controle.....	184
4.3.5. Análise das diferenças a partir dos resultados das provas piagetianas no pós-teste - Grupo Experimental e Grupo de Controle.....	192
4.4. ANÁLISE DAS DIFERENÇAS OCORRIDAS NAS MÉDIAS OBTIDAS EM MATEMÁTICA, NAS PROVAS INICIAL E FINAL - GRUPO EXPERIMENTAL.....	197
4.5. VERIFICAÇÃO DA CORRELAÇÃO ENTRE AVALIAÇÃO DO NÍVEL OPERATÓRIO E AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO EM MATEMÁTICA - GRUPO EXPERIMENTAL.....	198
4.6. VERIFICAÇÃO DAS DIFERENÇAS PARA MELHOR (OU PARA PIOR) EM CADA QUESTÃO DAS PROVAS DE MATEMÁTICA, INICIAL E FINAL - GRUPO EXPERIMENTAL.....	200
CAPÍTULO V	
5. CONCLUSÕES.....	205
BIBLIOGRAFIA.....	214
ANEXOS.....	219

# LISTA DE TABELAS

<u>Tabelas</u>		<u>Pág.</u>
I	Número dos sujeitos que compuseram a amostra, por colégio. Alunos de segunda série de 1º grau - Goiânia - 1979.....	110
II	Número de sujeitos por idade em cada grupo. Alunos de segunda série do primeiro grau - Goiânia - 1979.....	115
III	Distribuição sócio-econômica dos responsáveis pelos sujeitos componentes da amostra dos grupos experimental e grupo de controle - Goiânia - 1979.....	116
IV	Nível de instrução dos pais e das mães dos sujeitos da amostra, segundo o grupo experimental e o grupo de controle - Goiânia - 1979.....	118
V	Número de sujeitos segundo os níveis operatórios no pré-teste. Grupo experimental e grupo de controle - Goiânia - 1979.....	120
VI	Escores dos sujeitos do grupo de controle no pré-teste. Alunos de segunda série do 1º grau - Goiânia - 1979.....	147
VII	Escores dos sujeitos do grupo experimental no pré-teste. Alunos de segunda série do 1º grau - Goiânia - 1979.....	148

VIII	Escores dos sujeitos do grupo de controle no pós-teste. Alunos de segunda série do 1º grau - Goiânia - 1979.....	149
IX	Escores dos sujeitos do grupo experimental no pós-teste. Alunos de segunda série do 1º grau - Goiânia - 1979.....	150
X	Comparação entre as distribuições do grupo experimental e do grupo de controle, considerando a direção das diferenças pré teste/pós-teste entre as amostras.....	154
XI	Número de alunos segundo os níveis operatórios no pós-teste - Grupo experimental e grupo de controle - Goiânia - 1979.....	156
XII	Diferença percentual entre os escores 2, obtidos nas provas de nível operatório, no pré-teste e pós-teste, para cada grupo - Alunos de segunda série do 1º grupo - Goiânia - 1979.....	161
XIII	Diferença percentual entre os escores 0, obtidos nas provas de nível operatório, no pré-teste e pós-teste, para cada grupo - Alunos de segunda série do 1º grau - Goiânia - 1979.....	163
XIV	Resultados absolutos e percentuais das provas aplicadas no pré-teste, no grupo experimental, segundo o modelo de prova - Alunos de segunda série do 1º grau - Goiânia - 1979.....	169

XV	Resultados absolutos e percentuais das provas aplicadas no pré-teste, no grupo de controle, segundo o modelo de prova - Alunos de segunda série de 1º grau - Goiânia - 1979.....	185
XVI	Resultados absolutos e percentuais das provas aplicadas no pós-teste, no grupo experimental, segundo o modelo de prova - Alunos de segunda série de 1º grau - Goiânia - 1979.....	190
XVII	Resultados absolutos e percentuais das provas aplicadas no pós-teste, no grupo de controle, segundo o modelo de prova - Alunos de segunda série do 1º grau - Goiânia - 1979.....	191
XVIII	Diferenças entre médias das provas de matemática - Inicial/final. Alunos de 2. <sup>a</sup> série do 1º grau - Goiânia - 1979.....	197



LISTA DE QUADROS  
E  
GRÁFICOS

Pág.

Quadros

I	Critérios usados para classificação dos sujeitos, em cada nível de desenvolvimento mental.....	119
II	Critérios usados para classificação dos responsáveis pelos sujeitos - amostra da pesquisa, quanto à estratificação social.	129

Gráficos

1	Percentagem dos alunos no escore 2(dois), de acordo com as provas realizadas: a) no pré-teste; b) no pós-teste:.....	158
2	Percentagem dos alunos no escore 0(zero), de acordo com as provas realizadas: a) no pré-teste; b) no pós-teste.....	159

## RESUMO

O presente trabalho tem por finalidade a aplicação de princípios teóricos e experimentais de Jean Piaget ao ensino da matemática.

Considerando-se as implicações educacionais da teoria, fizemos uma proposta de sistematizar uma metodologia de ensino que tem por fim a ativação das estruturas mentais pelo ensino da matemática.

Este trabalho, em resumo, constitui uma síntese da teoria do desenvolvimento cognitivo de Piaget, e o relato de uma pesquisa experimental que teve por fim avaliar os efeitos de uma metodologia proposta para ativar estruturas mentais na criança.

Com esta finalidade, foram utilizados dois grupos de trabalho constituídos intencionalmente, um experimental e o outro de controle, ambos com 21 sujeitos, alunos da 2.<sup>a</sup> série do 1.<sup>o</sup> grau de escolas particulares da cidade de Goiânia (GO), de classe social média superior e média inferior.

Em ambos os grupos se realizou o pré-teste. A metodologia de ensino de fundamentação piagetiana foi utilizada para o ensino da matemática no grupo experimental, e no grupo de controle utilizou-se para o ensino da matemática uma metodologia considerada tradicional, durante o período de um semestre letivo.

Após o trabalho, foi realizado o pós-teste em ambos os grupos e, um estudo comparativo dos resultados coletados permitiu verificar a eficiência da metodologia de ensino proposta e a fecundidade do ensino da matemática numa perspectiva piagetiana.

## SUMMARY

The aim of this study is the application of Jean Piaget's experimental and theoretical principles to the teaching of mathematics.

Having in view the educational implications of the theory, we presented a proposal to systematize a teaching technique which aims at activating the mental structures through teaching mathematics.

In summary, this work constitutes a synthesis of Piaget's theory of cognition development, and the description of an experimental research which has the objective of evaluating the results of this methodology in activating the mental structures of the child.

With this aim in view, two working groups were formed (the experimental and the control groups), both with 21 students from medium superior and medium inferior social classes, who were students of the second grade of private elementary schools in the city of Goiania (GO).

To both groups an initial test was applied. During a teaching semester, the Piagetian methodology was applied in the teaching of mathematics of the experimental group, and, to the control group, a traditional methodology was utilized.

After this work was done, a post-test was applied to both groups. A comparative study of the results obtained led us to verify the efficiency of the proposed methodology and the fecundity of the teaching of mathematics under a Piagetian perspective.

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

A Psicopedagogia contemporânea vem se empenhando em estudar e definir quais as condições educacionais mais favoráveis à formação do sujeito epistêmico.

Neste processo, uma reflexão epistemológica em relação aos métodos e técnicas de aprendizagem, e uma reflexão psicológica sobre o homem e sua natureza precisam ser abordadas em profundidade.

A teoria do biólogo, psicólogo e epistemólogo construtivista, Jean Piaget, sobre a aprendizagem e o desenvolvimento humano, sobretudo, e a contribuição teórica e empírica de outros pesquisadores têm despertado cada vez mais o interesse de psicólogos e educadores de vários países, no que se refere à educação e suas aplicações.

Na tentativa de desenvolver um trabalho científico no âmbito dessa problemática, buscou-se um referencial teórico capaz de sustentar o que objetivávamos estudar, e que no momento se constituía um problema para nós:

- a educação enquanto condição formadora e não, instrutiva;
- a aprendizagem enquanto processo de modificação da experiência como resultado de transformações intelectuais, e não, como modificação do comportamento sem a atuação do sujeito sobre a situação estimuladora;
- o ensino enquanto processo de estimulação de aquisições autônomas e não, como processo heteronômico de transmissão;
- a instrução enquanto processo cujo primado recai sobre o exercício da inteligência e não, da memória repetitiva.

Tomou-se como base de estudo o referencial teórico e experimental de Jean Piaget.

Optou-se por um trabalho de pesquisa experimental e, no âmbito da mesma, limitou-se a estudar as aplicações da teoria de Jean Piaget ao ensino da matemática elementar por julgar-se relevante o fato de:

1º) a matemática nada mais ser "...que uma lógica, que prolonga da forma mais natural a lógica habitual e constitui a lógica de todas as formas um pouco evoluídas do pensamento científico". (Piaget, 1977, p.63);

2º) a matemática ativar o desenvolvimento das capacidades dedutivas;

3º) assim sendo, fornecer instrumentos práticos de ação preparando o aprendiz na habilidade de solucionar problemas;

4º) a matemática favorecer o desenvolvimento mental do aluno.

Diante das razões acima, pode-se considerar que o ensino da matemática é um dos caminhos mais eficazes para se atingir a formação do sujeito epistêmico e que, a formação psicopedagógica do professor de acordo com uma didática fundamentada na teoria de Piaget, deve-se tornar foco prioritário nas decisões metodológicas nos currículos de formação docente, uma vez que esta visa o desenvolvimento das capacidades lógico-dedutivas do educando.

Por meio da teoria se buscou comparar os resultados das duas metodologias aplicadas à segunda série do 1º grau, em Goiânia, utilizando para tal, um grupo experimental (metodologia de fundamentação piagetiana) e um grupo de controle (metodologia tradicional).

Houve um grande interesse em estudar a construção e o desenvolvimento das estruturas cognitivas de crianças porque, segundo Piaget:

- a compreensão do que seja o desenvolvimento de pensamento científico, a formação do sujeito epistêmico, só será possível através da compreensão de como ocorre o desenvolvimento mental da criança;

- a criança entre 7/8 anos está entrando no período das operações concretas, o que supõe fornecimento dos instrumentos práticos de ação para favorecer a plena maturação do pensamento operatório.

Com o intuito de propiciar tal maturação, foi sistematizada pela pesquisadora uma metodologia de ensino da matemática elementar baseada nos princípios piagetianos. Será essa maturação do pensamento operatório que mobilizará o sujeito a ingressar na fase posterior de desenvolvimento mental, ou seja, no período das operações formais, desenvolvendo-se assim, contínua e gradativamente.

Este estudo objetivou contribuir, portanto, à aplicação dos princípios teóricos e experimentais da teoria de Piaget no tocante à metodologia "ativa" de ensino, isto é, ativa no sentido de possibilitar a ação do sujeito sobre o objeto, para produzir e criar e não apenas repetir. Objetivou também oferecer subsídios para um refletir sobre esta e sua projeção nas mudanças pedagógicas e curriculares, sobretudo no ensino da matemática, para posteriormente ser possível propor uma reformulação pedagógica baseada numa linha de orientação metodológica que dê ênfase à atividade do aluno e não ao armazenamento e à repetição de informações.

O experimento proposto não visa uma mera constatação de fatos, mas pretende uma prospecção, no sentido de que, explorará o produto alcançado para sugerir estratégias — alternativas para melhoria do processo ensino-aprendizagem, nas escolas de 1º grau.

## 1.2. OBJETIVOS

1 - Aplicar os princípios teóricos e experimentais de Jean Piaget no que se refere:

- à metodologia "ativa" de ensino;
- à matemática como fator de desenvolvimento das estruturas mentais.

2 - Detectar a capacidade de domínio das estruturas cognitivas dos alunos de segunda série de 1º grau, das turmas, experimental e de controle de duas escolas particulares de Goiânia.

3 - Analisar a capacidade de domínio das estruturas cognitivas, através da comparação de desempenho dos alunos do grupo experimental (metodologia baseada em Piaget) e do grupo de controle (metodologia tradicional), nas provas de nível operatório de Piaget, a fim de validar a proposta de trabalho.

4 - Divulgar a teoria piagetiana e as possibilidades de sua aplicação à educação.

5 - Tentar reflexões finais sobre possíveis reformas e transformações pedagógicas e curriculares, para as escolas de 1º grau.

## 1.3. HIPÓTESE

A capacidade de domínio das estratégias mentais necessária à construção e ao desenvolvimento das estruturas cognitivas, pode ser ativada pela metodologia de ensino



no utilizada pelo professor.

#### 1.4. DEFINIÇÃO DE TERMOS

##### 1.4.1. Domínio das Estratégias Cognitivas

Segundo Piaget (1977, p.61-79), estratégia cognitiva nada mais é que o formar um instrumento intelectual ou uma estrutura lógica capaz de permitir a aquisição da aprendizagem, isto é, capaz de favorecer o raciocínio ativo e autônomo. Neste estudo, dominar uma estratégia cognitiva significa já ter presente recursos cognitivos capazes de possibilitar a aprendizagem.

##### 1.4.2. Metodologia de Ensino de Fundamentação Piagetiana

É um conjunto de pressupostos cuja aplicação mediatiza a atuação educacional e que se caracteriza por procurar libertar-se de métodos, técnicas e processos próprios à metodologia tradicional. Sendo assim, tem como um dos pontos relevantes a diagnosticar as características básicas do desenvolvimento do aprendiz, para apresentar-lhe situações estimuladoras que poderão ser melhores assimiladas e acomodadas, porque estão ao alcance das estruturas que ele possui. O essencial, pois, é deixar o aluno agir, fazer por si mesmo, ativar a sua inteligência para poder construir livremente suas próprias noções. A ação é fundamental para que a aprendizagem possa ocorrer. Ela é a maior responsável pelo desenvolvimento do raciocínio. O desenvolvimento mental segundo Piaget, é de natureza construtivista, isto é, sem preformação exógena (empirismo) ou endógena (inatismo) por contínuas ultrapassagens das elaborações sucessivas, o que, do ponto de vista pedagógico, implica que a ênfase recai nas atividades que favoreçam a espontaneidade da criança. O conhecimento não deve ser adquirido passivamente, mas sim, toda verdade a ser adquirida deve ser reinventada pelo

aluno, ou pelo menos reconstruída e não simplesmente transmitida. O educador deve ser um animador, orientador e questionador, sendo que na sua atuação o primado deve recair na criação de situações e no planejamento de dispositivos iniciais capazes de suscitar problemas úteis à criança, questionando-a sempre que possível, visando estimular a pesquisa e o esforço, ao invés de simplesmente apresentar soluções já prontas. O trabalho escolar deve explorar o uso das operações mentais. Uma vez que a lógica se constrói ao invés de ser inata, é tarefa primordial da educação formar o raciocínio. A educação é condição formadora necessária ao próprio desenvolvimento. E ela, dentro da perspectiva que ora se apresenta, considera o desenvolvimento das noções qualitativas de base como infraestrutura de todo o ensino científico elementar.

#### 1.4.3. Metodologia de Ensino Tradicional

É um conjunto de pressupostos teóricos cuja aplicação mediatiza a atuação educacional e que se caracteriza por "moldar os indivíduos de acordo com um modelo con<sup>di</sup>zente às gerações anteriores e suscetível de conservar valores coletivos" (Piaget, 1977, p.59). Supõe, portanto, submissão ao conformismo social e a convenção integral das representações coletivas (verdades comuns). É... "a submissão dos alunos à autoridade moral e intelectual dos professores, bem como a obrigação de registrar a soma de conhecimentos indispensáveis ao bom êxito nas provas finais" (Piaget, 1977, p.59).

Esta linha de orientação metodológica se caracteriza por estar centrada no resultado, isto é, exclusivamente voltada para o produto de conhecimento, para a ação do professor; para o explorar a memorização enfocando o armazenamento de informações; em apoiar um ensino hetero<sup>no</sup>mico e unilateral.

Nesta linha de orientação metodológica o papel do professor é informar, instruir, dirigir, coagir mobili-

zando cada vez mais a memória.

As principais atividades psicopedagógicas deste tipo de instrução são: avaliação de rendimento escolar voltadas para a memorização (provas objetivas ou testes), constituindo o centro das preocupações dos professores; tarefas para casa; curso programado e diretivo, além de outras.

Estas atividades caracterizam a escola tradicional, isto é, atendem às finalidades básicas de uma educação que considera a lógica como algo inato e, portanto, anterior à vida social; que considera ser o homem preformado na infância; que considera o desenvolvimento individual apenas uma atualização de faculdades virtuais.

Na metodologia tradicional, um dos pontos fundamentais do trabalho do professor é oferecer recompensa externa para reforçar a aprendizagem associativa.

O aprendiz está sempre informado do que irá estudar, do que irá fazer e do como vai fazer.

Segundo os precursores desta metodologia, a satisfação do aprendiz será maior quanto mais possa chegar ao resultado esperado e proposto pelo professor, de que quando descobrir o processo ou os meios que lhe proporcionem chegar a este resultado.

O enfoque recai, portanto na aprendizagem associativa, mecanicista e heteronômica, que segundo Piaget, "...iria, simplesmente, como uma lâmpada de bolso, fazer ver o que não se via, mas sem nada transformar." (Bringuier, 1978, p.126).

#### 1.5. NATUREZA DO ESTUDO

Trata-se de um estudo experimental, analítico e prospectivo, baseado em marco teórico controlado sistemáticamente enfatizando, sobremaneira, aspectos qualitativos do

desenvolvimento intelectual humano.

A natureza das pesquisas realizadas pelo precursor da teoria anteriormente citada, ou seja, por Jean Piaget, é basicamente clínico-experimental, que se caracteriza pela ênfase dada ao aspecto qualitativo da cognição. Cabe ao experimentador usar todo o *insight* e a capacidade de que dispõe, para compreender o que o indivíduo diz ou faz, para adaptar seu próprio comportamento em função desta compreensão. A proposta deste estudo foi trabalhar considerando a linha de atuação metodológica de Piaget.

Foi desenvolvida uma pesquisa experimental limitada à análise de dois grupos, visando um estudo mais específico e aprofundado sobre o tema proposto, sem pretensões de generalizações.

## CAPÍTULO II

TEORIA DO DESENVOLVIMENTO  
MENTAL DE JEAN PIAGET

## 2. TEORIA DO DESENVOLVIMENTO MENTAL DE JEAN PIAGET

### 2.1. A NATUREZA DO FUNCIONAMENTO MENTAL

Jean Piaget tem como objetivo principal investigar como se dá a formação do conhecimento, como este se efetiva através da ação do sujeito sobre o meio.

O processo de aquisição do conhecimento é construtivo no sentido de que existe uma estruturação contínua que supõe a passagem de estados de menor conhecimento para estados de conhecimento superior, por trocas entre o organismo e o meio, considerando a adaptação inteligente um caso particular da adaptação biológica.

Ao estabelecer a relação sujeito-objeto, o próprio sujeito é autor do processo do desenvolvimento.

Tal posição construtivista assumida por Piaget se coaduna com os princípios do sistema epigenético do biólogo Waddington, que afirma a ausência de dicotomia entre o meio e o organismo, não havendo, portanto, predomínio de um ou de outro fator no processo do desenvolvimento mental. O que determina o desenvolvimento não são os fatores endógenos (maturação) nem os fatores exógenos (aprendizagem) e sim, a interação dos mesmos.

Segundo Waddington, existem variações fenotípicas ou variações não hereditárias porque o genoma responde aos estímulos externos indicando o caráter adaptativo (assimilação e acomodação) da permuta.

"Colocam-se em evidência, em certos casos, o que Waddington chamou assimilação genética..., isto é, a substituição de uma variação, que começa por ser, não hereditária, por ser fenotípica, por uma variação genotípica, isto é, hereditária". (Bringuier, 1978, p.156).

Assim é que, no campo animal existe a *Limnêa* que

nas águas estagnadas é alongada, e que nas águas agitadas dos grandes lagos é encolhida ou contraída a fim de adaptar o seu organismo ao meio, ou seja, ao movimento das águas e de se agarrar contra as rochas.

Este processo de adaptação é próprio também de homem, tanto no campo biológico quanto no psicológico, no sentido de que todo organismo é modificado pelo fenótipo.

Segundo o próprio Piaget: "... todo conhecimento, todo o progresso de nossa inteligência, toda transformação da inteligência, é sempre uma reconstrução endógena, de dados exógenos, fornecidos pela experiência". (Bringuier, 1978, p.159).

Em outras palavras, diz Piaget (1973, p.26): "Pode rá talvez responder-se que o problema está resolvido antecipadamente, pois, os diversos aspectos do comportamento intelectual são reações fenotípicas e um fenótipo é resultado da interação entre o genótipo e o meio. Sem dúvida assim é, mas resta ainda compreender, tanto no terreno do conhecimento como no da epigênese orgânica, os detalhes desta colaboração entre o genoma e o meio, e sobretudo os detalhes das auto-regulações ou equilíbrios progressivos, que permitem evitar ao mesmo tempo o preformismo e a noção de ação exclusiva do meio".

Existem estruturas do organismo assim como existem estruturas da inteligência. E ele afirma: "... eu experimento mostrar que umas procedem das outras, e que a lógica, por exemplo, nasce da coordenação geral das ações e que a coordenação geral das ações apoia-se sobre as coordenações nervosas, apoiando-se, elas mesmas, sobre as coordenações orgânicas." (Bringuier, 1978, p.11).

## 2.2. A NOÇÃO DE ESTRUTURA EM PIAGET

Para Piaget, tanto o organismo biológico quanto o psicológico possuem estruturas não sendo as mesmas herdadas. O indivíduo não nasce com elas prontas. O comportamen



to do sujeito deve ser compreendido dentro de uma perspectiva evolutiva, ou seja, as estruturas mentais têm uma gênese, isto é, se constroem no tempo.

As estruturas se constroem por interação entre as atividades do sujeito e as reações do objeto. Elas se sucedem de forma que, de estruturas de ação sensório-motora o sujeito passa a ter estruturas semiológicas, pré-operatórias e depois operatórias para finalmente na adolescência, ser capaz de operar com estruturas formais.

A evolução mental se faz por estruturas contínuas, representando cada uma certa prontidão e não um resultado. Isto porque a partir da interação de uma experiência a uma estrutura já existente no sujeito, esta interação pode gerar uma estrutura "mais forte" que resulta por sua vez, prontidão para experiências mais evoluídas, e assim sucessivamente.

Segundo Piaget: "...uma estrutura é um sistema de transformações que comporta leis enquanto sistema (por oposição às propriedades dos elementos) e que se conserva ou se enriquece pelo próprio jogo de suas transformações, sem que estas conduzem para fora de suas fronteiras ou façam apelo a elementos exteriores". (Piaget, 1974, p.8).

A estrutura, segundo Piaget, possui três propriedades:

a) Totalidade — As estruturas se apresentam como uma totalidade, na qual as relações entre os elementos é o ponto fundamental e não, os elementos isoladamente. Assim, após a construção de uma estrutura cognitiva específica, por exemplo, uma disposição organizada de ordenar objetos conforme o tamanho, esta construção provoca uma mudança na organização cognitiva geral, de forma que uma nova totalidade comportamental passou a fazer parte do repertório intelectual da criança. As ações mentais que possibilitam coordenar objetos conforme o tamanho, são ações coesas, que



mantêm sua identidade como uma unidade quase estável e passível de repetição. Tais ações são estreitamente interligadas ou incapazes de funcionar isoladamente.

O todo é pois, o resultante destas relações ou composições, cujas leis são as leis do sistema.

b) - Transformadora - Só se pode entender estrutura na sua característica dinâmica e na sua característica de relação. Esta compreensão permitirá analisar o ato de sua organização progressiva, isto é, não estática e nem predeterminada nos dando a gênese do seu mecanismo de transformação, caminhando do mais simples para o mais complexo. A interação do sujeito com o meio possibilita o estruturar novos comportamentos ao mesmo tempo que existem alguns comportamentos já estruturados. O que acontece é que existem estruturas novas mas também alargamento das estruturas iniciais, sendo que as estruturas mais abrangentes incluem as iniciais.

Há um sistema de transformação porque a estrutura pode ser simultaneamente estruturada e estruturante. A estrutura é estruturante e estruturada, em consequência das novas relações surgidas dos elementos sujeitos às regras de transformações.

Neste sentido, não se pode compreender estrutura se fixamos a atenção somente no estruturado ou, por outro lado, somente no estruturante.

c) - A auto-regulação - É possível às próprias estruturas, embora essencialmente dinâmicas, se auto-regulem e isto explica a sua conservação e um certo fechamento. A estrutura se fecha sobre si mesma porque as transformações próprias a uma determinada estrutura não conduzem a uma outra estrutura e sim, o que pode acontecer, é um enriquecimento sendo que uma estrutura transformada pode entrar a título de subestrutura, em uma estrutura maior.

É segundo Piaget: "Contudo, esta modificação das fronteiras gerais não anula as primeiras: não há anexação

e sim confederação e as leis de subestrutura não são alteradas e sim conservadas, de maneira tal que a mudança interposta é um enriquecimento". (Piaget, 1974, p.15).

Ainda segundo Piaget, "A estrutura regula-se a si mesma no interior de suas próprias fronteiras, de maneira a poder estendê-las indefinidamente". (Bringuier, 1978, p.55).

### 2.3. O MODELO DE EQUILÍBRIO PARA PIAGET

A equilibração é um princípio organizador das experiências que o indivíduo adquire ao interagir com o meio. Ela é responsável pela integração das novas aquisições do sujeito, sendo estas os novos esquemas de ação e as novas estruturas que permitem novas formas de conhecer.

O processo de equilibração se dá através das invariantes funcionais — assimilação e acomodação.

A equilibração se faz necessária durante todo o processo de desenvolvimento mental, isto é, desde o nível mais elementar da formação dos esquemas de ação até o nível mais complexo do raciocínio hipotético-dedutivo.

À medida que o processo de equilibração progressiva vai se processando, vai ocorrendo o desequilíbrio e reequilibrações, tendo como consequência adaptação cada vez mais precisa à realidade. O sujeito integra os instrumentos cognitivos (esquemas de ação, operações, abstrações reflexivas...) em sistemas de conjuntos cada vez mais abrangentes em termos dos objetos do conhecimento e mais dinâmicos, mais flexíveis no tocante à maneira de conhecê-los.

Uma das fontes de progresso do conhecimento está nos desequilíbrios e estes ocorrem quando a estabilidade entre assimilação e acomodação não se fazem presentes. O desequilíbrio será um fator positivo para o progresso cognitivo quando houver possibilidades de superá-lo, de sair dele (equilibração e reequilibração),...

Segundo Piaget, os desequilíbrios que provocam reações que possibilitam aprimoramento e ampliação da estrutura são os fundamentais para o desenvolvimento cognitivo ("equilibração majorante").

Portanto, a inteligência é uma conduta que se desenvolve buscando sempre uma equilibração, sendo possível a distinção entre o processo de equilibração e os estados de equilíbrio.

O processo de equilibração é contínuo porque constantemente o indivíduo interage com o meio procurando adaptar-se, isto é, visando a coordenação equilibrada entre as simulação e acomodação.

As equilibrações sendo sucessivas possibilitam, conseqüentemente, que as estruturas cognitivas também sejam sucessivas.

Os estados de equilíbrio são unificados pelo processo de equilibração e, só assim o poderia ser, uma vez que para Piaget o desenvolvimento mental é contínuo, significando isto que os períodos de tal desenvolvimento se sucedem e o posterior depende do(s) anterior(es). Os períodos mais avançados integram e incorporam os anteriores numa totalidade mais ampla, sem contudo anulá-los ou contradizê-los.

Os estados de equilíbrio gerados são caracterizados por um equilíbrio descontínuo e sucessivo, no sentido de que um equilíbrio melhor ou superior é sempre visado. De estruturas menos equilibradas e não reversíveis, como o são as sensorio-motores, perceptivas e intuitivas, o sujeito vai progressivamente atingindo estruturas de maior equilibração, sendo estas as estruturas lógicas ou reversíveis.

### 2.3.1. Aspectos da Equilibração

#### a) *Regulação*

Um dos aspectos da equilibração é a regulação.

As regulações são reações a perturbações no sentido de reagir a algo que constitua dificuldade à assimilação. As regulações recaem sobre uma ação já realizada, se já ela qual for, significando que recaem sobre esquema de assimilação já ativado.

Convém precisar que quando a perturbação provoca apenas uma repetição da ação sem nenhuma mudança, o cessar da ação ou uma mudança da direção da atividade, tais casos não constituem regulação.

Quanto às variedades de perturbações, Piaget distingue duas grandes classes:

1.<sup>a</sup>) há desequilíbrios causados por resistência dos objetos aos esquemas assimiladores opondo-se às acomodações ou um caso de dificuldades de coordenação entre subsistemas. Estes desequilíbrios são causas de fracassos ou de erros. Neste caso, a regulação se faz através de *feedback* negativo (correção supressiva), significando isto que há o uso de um mecanismo de regulação retroativo, que como o próprio nome indica, procura modificar o que já passou e que foi causa de fracassos ou erros. "...condutor do resultado de uma ação em sua retomada..." (Piaget, 1976, p.25).

O processo de regulação através do controle retroativo, mantém o equilíbrio de uma estrutura organizada ou em construção.

2.<sup>a</sup>) há desequilíbrios causados por "...lacunas, que deixam as necessidades insatisfeitas e se traduzem pela insuficiente alimentação de um esquema". (Piaget, 1976, p.25).

"...a lacuna se torna uma perturbação quando se trata da ausência de um objeto ou das condições de uma situação que seriam necessárias para concluir uma ação, ou ainda da carência de um conhecimento que seria indispensável para resolver um problema." (Piaget, 1976, p.25).

Estes desequilíbrios são causas de insuficiente

alimentação do esquema assimilativo. Neste caso, a regulação se faz através de *feedback* positivo, significando isto que há o uso de um mecanismo de regulação proativo, que visa um movimento para a frente no sentido de corrigir ou reforçar a alimentação do esquema, insuficientemente alimentado.

As regulações ordinárias ou do tipo inferior constituem um processo de correção ou de moderação de erros *a posteriori* e, as regulações do tipo superior ou operatórias constituem um processo de precorreção, processando eliminação de erros, *a fortiori*. Consequentemente, as regulações deste último tipo atingem um nível de precisão desconhecido nas resoluções elementares.

É importante destacar que a regulação não é acrescentada às trocas de um organismo com o meio, ou às construções de uma nova estrutura, porém, participa destas como elemento principal, considerando que tais trocas ou construções não só resultam dela, mas é em si mesmo uma auto-regulação.

O processo que conduz do estado de desequilíbrio à acomodação é a regulação. A regulação permite a correção de todos os erros e a compensação dos excessos que ocorram no sistema, regrando assim a conduta ao restabelecer o estado de equilíbrio.

A regulação é sempre solicitada uma vez que constantemente o indivíduo está sujeito às perturbações do meio, se desequilibrando e procurando reagir para se equilibrar.

A regulação é própria tanto do organismo psicológico quanto do organismo biológico. E Piaget faz algumas considerações básicas sobre tal, explicitando certas originalidades próprias às regulações cognoscitivas. Se não vejamos:

(1) no campo das regulações biológicas, a tendên-

cia contínua à extensão apresenta um alargamento menos acentuado do que o que ocorre no campo dos conhecimentos, onde "a natureza coordenadora de todas as formas de conhecimento as impele à generalização, à aplicação a novos objetos e à exploração dos campos ainda insuficientemente conhecidos". (Piaget, 1973, p.236).

(2) Quanto aos domínios, as regulações biológicas são exercidas sobre processos materiais, ao passo que as regulações mentais exercem-se sobre o instrumento do conhecimento, o que implica a possibilidade de acrescentar uma dimensão antecipadora, no sentido de que tais regulações podem atuar em nível estratégico (antecipação mental ou controle proativo).

Tanto que, enquanto o organismo na sua interação com o meio faz sobretudo o equilíbrio regulatório, a mente não só faz este equilíbrio quanto também realiza o equilíbrio operatório, sendo que este último é obtido através de uma composição cada vez mais geral das composições entre si.

As regulações conduzem às compensações.

#### b) *Compensação*

As regulações conduzem às compensações através de etapas sucessivas, sendo estas o executar uma ação numa direção oposta com intenção de anulá-la ou neutralizá-la, mas tendo consciência de que se trata da mesma ação.

Existem dois tipos de compensação: as por inversão ou negação, como por exemplo:

$$(A + A') = B$$

$$(B - A') = A \text{ (inversão)}$$

$$(+A - A) = 0 \text{ (negação)}$$

E as por reciprocidade (neutralização), como por exemplo:

$$(R); R(A = B) = (B = A).$$

As regulações tomam o caminho da reversibilidade,



constituindo o intermediário entre a assimilação deformante (centralização do pensamento sobre o próprio ponto de vista) e a assimilação operatória. A reversibilidade é portanto, critério do equilíbrio. E, segundo Piaget:

"O equilíbrio operatório caracteriza-se, por outro lado, essencialmente pela reversibilidade (inversão ou reciprocidade), isto é, precisamente pela estabilização dos sistemas de compensações". (Piaget, 1973, p.37).

Uma vez atingida a estabilidade visada pelo equilíbrio, ocorre a conservação das estruturas adquiridas. Devido ao sistema de compensações, as estruturas adquiridas embora estáveis são também flexíveis.

#### c) *Equilibração majorante*

A marcha da equilibração para um melhor equilíbrio denomina-se equilibração majorante. O modelo de equilibração progressiva de Piaget foi construído visando explicar a construção das estruturas cognitivas. Tais estruturas geradas pelas equilibrações cognitivas não são definitivas quanto ao seu grau de equilibração, a não ser temporariamente.

A equilibração garante uma sequência nas aquisições do indivíduo. Ela provê uma evolução dirigida de uma estrutura para outra, ocorrendo uma construção progressiva de forma que uma aquisição só é alcançada quando a precedente for ultrapassada.

Inclusive Piaget define desenvolvimento como sendo um processo de equilibração progressiva.

## 2.4. AS INVARIANTES FUNCIONAIS DO DESENVOLVIMENTO MENTAL

Assim como para Waddington o funcionamento biológico depende do funcionamento das trocas do organismo com

o meio, também para Piaget o funcionamento mental depende de tais trocas.

Para explicar o desenvolvimento das funções cognitivas tem-se que compreender como se dão as trocas do sujeito epistêmico com o mundo.

Considerando ser a inteligência a adaptação mental às situações novas decorrendo disto construção contínua de estruturas cognitivas, esta se caracteriza por ser de natureza biológica e lógica.

Biológica enquanto herda estruturas anatômicas inatas e limitadoras (hereditariedade específica) e enquanto herda também o *modus operandi* (hereditariedade geral), que nada mais é do que o modo de funcionamento intelectual.

Piaget explora este segundo tipo de ligação entre a biologia e a inteligência (hereditariedade geral) para explicar o funcionamento mental.

O funcionamento intelectual por sua vez, tem como característica principal gerar estruturas cognitivas através da interação do organismo com o meio, possível devido ao funcionamento de fenômenos próprios do *modus operandi*, sendo eles as invariantes funcionais.

As invariantes funcionais como o próprio nome indica, são características do desenvolvimento da inteligência que permanecem constantes, estando sempre presentes em todos os casos de funcionamento cognitivo; são invariantes durante todo o desenvolvimento e é através delas que se dá o processo de equilíbrio.

São invariantes funcionais, a organização e a adaptação, sendo que esta última tem dois mecanismos: a assimilação e a acomodação.

As funções mais gerais do organismo (organização e adaptação) são também encontradas no plano cognitivo.



"Todo ser se adapta ao ambiente e possui propriedades de organização que possibilita a adaptação". (Flavell, 1975, p.43).

A organização ou o "acordo do pensamento consigo mesmo" (aspecto interno do processo) e a adaptação, ou o "acordo dos pensamentos com as coisas" (aspecto externo) são inseparáveis e portanto, complementares, estando sempre presentes em qualquer interação organismo e meio.

A assimilação e a acomodação são mecanismos que compõem o processo de adaptação, e se fazem presentes em qualquer ato cognitivo, sempre de forma indissolúvel e nunca de forma pura. O próprio Piaget afirma:

"A assimilação nunca pode ser pura, visto que, ao incorporar os novos elementos nos esquemas anteriores, a inteligência modifica incessantemente os últimos para ajustá-los aos novos dados". (Piaget, 1970, p.18).

Numa visão mais abrangente, haverá adaptação quando houver equilíbrio entre a assimilação e a acomodação, após os intercâmbios entre o organismo e o meio.

"Os mecanismos de assimilação e de acomodação têm características funcionais que garantem a possibilidade de mudança cognitiva, embora a magnitude de qualquer mudança seja sempre limitada". (Flavell, 1975, p.50).

As mudanças cognitivas decorrem das operações de assimilação e acomodação, de forma lenta e gradual.

Uma vez ocorrida a assimilação, esta é estendida a novos e diferentes objetos do meio ou às situações particulares, novas acomodações se formam (reorganização) ocasionando alterações estruturais e gerando o desenvolvimento cognitivo. Há uma construção contínua de estruturas.

As estruturas assimilativas por sua vez, sendo dinâmicas e móveis, dirigem novas acomodações, participando do processo contínuo de renovação interna.

As assimilações e acomodações ocorrem de forma específica e seqüencial em cada estágio do desenvolvimento mental, definindo-os. E é a partir de cada período que outro poderá ter lugar. Daí mudanças cognitivas lentas e graduais.

Por assimilação, entende-se a tentativa de resolver um problema usando as estruturas antigas, sem alterá-las, ou seja, interpretando experiências novas em função de experiências antigas. Contudo, há ocasiões nas quais as interações das estruturas já presentes com a situação nova leva a situações contraditórias, provocando um desequilíbrio devido à falta de coordenação entre assimilação e acomodação.

## 2.5. OS PERÍODOS DO DESENVOLVIMENTO MENTAL

Antes da abordagem sobre as principais características de cada período do desenvolvimento mental, faremos uma sintética explicação do caráter necessário e contínuo da seqüência do desenvolvimento, através de períodos e estágios.

Por período, entende-se divisão feita para designar as principais épocas do desenvolvimento mental ou suas grandes unidades. Flavell (1975, p.86) descreve três períodos ao classificar o desenvolvimento da inteligência, segundo Piaget, sendo eles:

- 1º Período — sensório-motor (0 a 2 anos aproximadamente)
- 2º Período — da preparação e organização das operações concretas (2 a 11 anos aproximadamente)
  - . sub-período das representações pré-operatórias (2 a 7 anos aproximadamente)
  - . sub-período das operações concretas (7 a 11 anos aproximadamente)
- 3º Período — das operações formais (11 a 15 anos aproximadamente)

Por estágio (etapa) entende-se os "recortes" na evolução genética que satisfazem às seguintes condições:

(1) ordem de sucessão — "seja constante a sucessão dos comportamentos, independentemente das acelerações ou retardamentos que podem modificar as idades cronológicas médias em função da experiência adquirida e do meio social (como das aptidões individuais);

(2) estrutura de conjunto — seja definida cada fase não por uma propriedade simplesmente dominante mas por uma estrutura de conjunto, que caracterize todos os comportamentos novos próprios dessa fase;

(3) caráter integrativo — essas estruturas apresentam um processo de integração tal que cada uma delas seja preparada pela precedente e se integre na seguinte". (Piaget, 1973, p.27-8).

(4) "Em cada estágio distingue-se um momento de preparação e um momento de execução.

(5) Deve-se distinguir os processos de gênese e as formas de equilíbrio finais (sempre relativos)". (Battro, 1978, p.96).

Cada período tem seus estágios, sendo que os mesmos serão apresentados no desenvolvimento de cada período do desenvolvimento mental.

Outras considerações gerais válidas de serem abordadas são: as idades delimitadas para cada período e estágio são apenas aproximações, uma vez que várias são as variáveis que contribuem para tal delimitação (inteligência, fatores sócio-econômicos, experiências anteriores, recursos ofertados pelo meio,...).

Piaget não objetivou correlacionar a idade cronológica com nível mental, ao delimitar idades por períodos e estágios.

Inclusive, é possível até mesmo que os últimos pe

ríodos não sejam dominados e ou atingidos plenamente por algumas pessoas.

#### 2.5.1. Período da Inteligência Sensório-Motora (0;0 - 2;0).

"Chama-se inteligência sensório-motora a inteligência anterior à linguagem, e que se utiliza de percepções e movimentos, sendo estranho, por consequência, à representação ou ao pensamento". (Piaget, 1973, p.11).

Não há manipulações simbólicas neste período, portanto.

Há dois tipos de reflexos ao nascer. Um deles é o reflexo inato que se mantém sem ser alterado pela experiência, como por exemplo, o reflexo de Babinski, o patelar, o ocular, entre outros.

O outro é representado pelos reflexos inatos que requerem estimulação para a sua estabilização sendo alterados em consequência da experiência, constituindo as unidades básicas do comportamento das quais emergem as formas mais complexas do mesmo.

As primeiras unidades mínimas de organização mental, Piaget denominou-as de esquemas de ação, que têm origem nos reflexos inatos, pelas ativações ocorridas com estes, ou seja, pela experiência e, pela estimulação particular no presente (o meio circundante).

O esquema é pois, uma flexível organização mental que permite serem as experiências vividas, ativamente integradas dentro de mudanças estruturais constantes, possibilitando a definição de determinantes parciais do comportamento presente. A "...construção de esquemas de ação destina-se a servir de subestruturas às estruturas operatórias e nocionais posteriores". (Piaget, 1976, p.38).

Assim é que, ao experienciar o meio circundante em termos da organização já existente, a referida experiência é inserida dentro do já presente esquema para o qual ela se volta, alterando-o segundo as condições da realidade experienciada.

Cabe ao esquema de ação por um lado armazenar experiências passadas e delimitar os determinantes parciais do comportamento presente, de forma a reproduzir ou repetir a ação armazenada frente aos estímulos ambientais. Por outro lado, cabe a ele generalizar uma mesma ação ou aplicá-la a novos conteúdos.

Os esquemas de ações estruturam-se na ação e decorrem do funcionamento mental, sendo sua evolução gradativa.

O jogo neste período é uma simples assimilação funcional ou reprodutora, se confundindo por isto, com o conjunto das condutas sensoriais-motoras, uma vez que se reproduzem por puro prazer funcional.

Ele se caracteriza pela repetição ou exercício da nova conduta adquirida, pelo simples prazer de dominar o que aprendeu. O jogo neste período é denominado jogo de exercício. À medida que os esquemas de ação vão sendo construídos, a criança sente necessidade de utilizá-lo repetidamente, pelo simples prazer funcional e não pelo que a realidade lhe apresenta. Ela põe em prática um conjunto variado de condições mas, sem modificar sua estrutura.

Tal processo repetitivo tem um significado básico no processo do desenvolvimento cognitivo porque possibilita à criança promover a interiorização e o domínio necessário à construção de diferentes formas de ação. Tal interiorização é progressiva e sua aplicação se faz mediante a realidade apresentada à criança, seja ela qual for. A consequência deste jogo nada mais é do que a preparação da criança quanto à formação da capacidade de re

apresentação, que se efetiva no 2º período do desenvolvimento mental. Tal desenvolvimento supõe a prática do jogo de exercícios durante o período sensório-motor.

As experiências sensório-motoras são integradas no esquema pela assimilação. Assim, o processo de construir os esquemas de ação envolve o que Piaget chama de assimilação, no qual o dado do meio, ou seja, novos objetos e experiências são integrados e modificados de acordo com os esquemas organizacionais e as estruturas existentes no organismo.

Este não é o único processo que entra em ação no ato da cognição, uma vez que há a acomodação do organismo ao meio, sendo ambos, propriedades da adaptação.

No princípio da vida, a criança não tem consciência do sujeito diferenciada da consciência do objeto. O desenvolvimento mental vai se processando devido à assimilação entre outros processos e nesta o foco primordial recai sempre na atividade do sujeito cognoscente, às trocas que se realizam entre o organismo e o mundo exterior.

Numa perspectiva interacionista, as estruturas prévias podem ser mantidas invariáveis pelo processo de assimilação, pois, assimilar é conservar e, de certa forma, identificar. Ou podem ser mais ou também menos alteradas em decorrência do processo de acomodação sem descontinuidade com o estado precedente. Ou seja, em termos de estruturas mentais prévias, estas não são destruídas e sim, novas experiências se integram às mesmas provocando um processo de acomodação à nova situação e, consequentemente o progresso intelectual.

A assimilação ocorrida no período do desenvolvimento sensório-motor "se refere à tendência do organismo incorporar os componentes sensorial e motor do comportamento no esquema reflexo ativado". (Peter Wolff, 1960, p. 23).

Os mecanismos próprios da assimilação sensório-mo



tora são a repetição (repetir as mesmas atividades), a generalização (com diferenciações em função de situações novas) e a reconhecimento sensorial motora (reconhecer os objetos atribuindo-lhes uma significação em função do esquema).

Entende-se por assimilação reprodutora a incorporação de um dado atual a um dado esquema, através da repetição.

Piaget afirma que: "A partir de 0;2 (3), manifesta-se em Laurent uma reação circular que irá definir e constituir o início da preensão sistemática; arranhar e tentar agarrar, soltar, arranhar e agarrar de novo, etc". (Piaget, 1970, p.97). Repetir a ação interessante favorecendo a repetição cumulativa que por sua vez, favorecerá a consolidação e aperfeiçoamento do funcionamento normal dos reflexos, é o que ocorre.

Na assimilação reprodutiva, a tendência de cada padrão de comportamento é conservar a si mesmo desencadeando repetição atenta e espontânea, tornando-se assim esquemática. É o reencontrar um resultado casual por repetição.

O comportamento repetido tem significação funcional e valor adaptativo para o indivíduo.

A assimilação repetitiva de determinados alimentos, sendo alimento tudo aquilo que é ou que pode ser assimilado pelo esquema, é chamada assimilação reprodutora, sendo sua função estabilizar o comportamento adquirido recentemente pela reação circular.

Paralelamente à assimilação e completando-a a fim de ocasionar a adaptação entre organismo e meio ambiente, existe a acomodação.

Assim sendo, enquanto que a assimilação dos elementos sensorio-motores possibilita o aparecimento de es

quem as de ação enriquecendo o organismo com experiências, a acomodação possibilita mudanças comportamentais ou mudanças nos esquemas reflexos em função da experiência, à medida em que o reflexo é exposto repetidamente a um novo estímulo. A adaptação gradual do reflexo às condições do novo estímulo promove o desenvolvimento mental.

Outro mecanismo próprio da assimilação sensório-motora é a generalização. Por assimilação generalizadora, entende-se a assimilação de novos e diferentes objetos, progressivamente, devido à ampliação de um esquema quanto ao seu campo de aplicação. Ela é um desenvolvimento da reação circular primária, incorporando objetos cada vez mais diferenciados a esquemas prévios, à medida que cria desequilíbrio e, eventualmente, constrói uma série de suborganizações.

Neste caso, não apenas um estímulo ativa o reflexo e sim, diversos estímulos, cabendo à reação circular promover a adaptação do reflexo para cada um deles.

Um exemplo de generalização de esquemas ou a aplicação de esquemas a situações novas é o caso da criança, após adquirido o esquema de pegar um objeto no caso a chupeta, ser capaz de pegar vários outros objetos alcançáveis e interessantes para ela. Há um padrão de comportamento (pegar objeto) que se generalizou. A generalização própria ao desenvolvimento sensório-motor é uma consequência de variações ambientais impostas ao organismo passivo, muito mais do que do resultado da tendência da ação generalizadora do organismo ativo.

O reconhecimento sensorial-motor é feito através da assimilação cognitiva, sendo esta um processo que envolve a capacidade de reconhecimento de um objeto ou estímulo.

Ela se caracteriza por ser um processo independente de reação circular (embora derive dela), de repetição auto-iniciada (o comportamento já é adaptado para aquele



estímulo particular), cujo padrão de comportamento permanece sem mudança.

A assimilação recognitiva difere da assimilação reprodutora por não conduzir à repetição do comportamento e difere da assimilação generalizadora por não induzir a um novo desequilíbrio, não conduzindo a uma nova diferenciação. Supõe coordenação de esquemas. Tanto que a criança reconhece um objeto, um estímulo logo que entra em contato com ele sem contudo exercer ação sobre ele.

As assimilações recognitivas sensório-motoras servem de base a posteriores recognições e discriminações mais complexas.

Do exposto conclui-se que, enquanto a assimilação reprodutora se caracteriza pela repetição acumulativa, a generalizadora se caracteriza por manter uma ação e estendê-la a objetos cada vez mais diversos (diferenciação) e, finalmente a recognitiva pela diferenciação-reconhecimento proporcionando à criança, condições para esboçar gestos usuais, ao invés de executá-los realmente.

Segundo Piaget, existem seis estágios através dos quais a inteligência prática se desenvolve, tendo cada um deles características específicas que poderão persistir no comportamento do sujeito nos outros estágios e ou poderão se integrar aos novos comportamentos adquiridos provocando e promovendo o desenvolvimento mental.

1º Estágio - Exercício dos Reflexos (0-0;1). No 1º mês de vida há apenas o uso dos reflexos, dos esquemas sensoriais-motores que organizam a informação sensorial e resultam em comportamentos adaptativos desprovidos de quaisquer representações cognitivas do comportamento ou do ambiente externo.

No 1º mês de vida os acontecimentos ao acaso são denominados circularidades reflexas e caracterizam tal etapa.

Neste período há ausência de comportamento inteligente.

2º Estágio - As Primeiras Adaptações Adquiridas e a Reação Circular Primária (0;1 - 0;4). Neste período começam a surgir os primeiros hábitos simples, as aquisições sensório-motoras mais elementares. As primeiras adaptações novas são identificadas pelo comportamento que a criança tem de provocar, prolongar e repetir algumas situações novas, ou seja, as respostas e os esquemas são reconhecidos pelo resultado que produzem. Na adaptação adquirida a criança retém algo que é exterior a ela.

As primeiras adaptações adquiridas decorrem das reações circulares primárias. A assimilação e a acomodação evoluem de um estado de indiferenciação desordenada para um estado de progressiva diferenciação, a partir da combinação da acomodação e da assimilação sensório-motoras, nas adaptações adquiridas. À medida que um reflexo é ativado pelo estímulo externo, ou quando um comportamento adaptado é novamente desorganizado por encontrar uma novidade no ambiente, o padrão de comportamento desorganizado tende a manter contato com o estímulo original, até o comportamento ter sido adaptado à novidade.

A necessidade para funcionar motiva a criança a repetir o que ela já experienciou ocorrendo no caso a reação circular.

Na reação circular primária há uma ação voltada para si próprio e não para o meio.

3º Estágio - A Reação Circular Secundária e os Procedimentos para Prolongar Espetáculos Interessantes (0;4 - 0;8). Do 4º ao 8º mês de vida aparece o que Piaget chama de reação circular secundária que caracteriza com maior precisão os primeiros passos para a intencionalidade. É de importância na atividade intelectual, uma vez que a partir do 4º mês de ação a criança se volta mais para o meio do que para si própria. Isto a enriquece

ce do ponto de vista do desenvolvimento mental, embora o seu egocentrismo ainda seja marcante.

Entende-se por reação circular secundária os movimentos efetuados pela criança centrado sobre um resultado accidental produzido no meio exterior por ela, sendo que a ação tem como único objetivo manter este resultado através da repetição ou assimilação reprodutiva. Percebe-se, portanto, que os meios começam a se diferenciar do objetivo.

A diferença básica entre a reação circular primária e a reação circular secundária é que ao usar esta última a criança tem o seu interesse centrado sobre o resultado exterior. É uma ação no meio com exploração ativa das coisas. Não é agir pelo prazer de agir, pela atividade em si, o que acontece na reação circular secundária, mas sim, um esforço para se chegar a um resultado, através da aplicação de meios conhecidos às novas situações.

A criança do 4º ao 8º mês de vida desenvolve interesse pelo novo e já se evidencia a busca orientada de objetos e a manipulação dos mesmos. Isto significa fazer durar aquilo que para a criança se apresenta como um espetáculo interessante.

Quanto à intencionalidade, as atividades das crianças do 4º ao 8º mês são semi-intencionais porque o ato intencional ainda não tem clara orientação para objetos externos; a criança usa vários atos intermediários; não ocorre uma adaptação deliberada a uma situação nova.

4º Estágio - A Coordenação dos Esquemas Secundários e sua Aplicação a Situações Novas (0;8 - 0;12). A partir do 8º mês de vida o comportamento intencional da criança torna-se mais claro, e tal fato se dá sobretudo devido à combinação entre si das reações circulares secundárias, formando novas totalidades de comportamento.

Estas são intencionais e dirigidas a um objetivo.

Também, os esquemas de ação tornam-se capazes de se coordenarem entre si por assimilação recíproca, permitindo à criança alcançar o objeto desejado.

Sobre a intencionalidade se tem a dizer que, do 8º ao 12º mês de vida há comportamentos verdadeiramente intencionais nos quais a criança faz uso de uma ação como meio e de outra como meta.

Nesta época a intencionalidade é evidente e tal se justifica pelo seguinte:

- *Ação auto-iniciada*: após receber estímulos há a interação organismo-meio que determina a intenção de produzir uma resposta almejada e adequada ao meio.

A criança procura descobrir quais as condições (meios) que uma vez usadas poderiam levá-la a atingir um alvo almejado (fim).

- *Conhecimento da direção de ação*: esta não ocorre de entrada, no sentido de que a criança tenta inicialmente repetir uma ação que já conhece. Uma vez não atingido o alvo, não interrompe suas ações. Ela agora faz junção de vários esquemas uns aos outros, em série, e voltados para consecução da meta almejada, até atingi-la. Ela coordena esquemas e os aplica às situações novas. O comportamento intencional supõe atribuir significado aos objetos, distinguir os meios dos fins, usar esquemas móveis e independentes, sobretudo.

5º Estágio - A Reação Circular Terciária e a Descoberta de Novos Meios através da Experimentação Ativa (0;12 - 0;18). Do 12º ao 18º mês de vida aparece o que Piaget denomina de reação circular terciária, sendo esta uma "experiência para ver" que consiste em fazer variar um resultado durante a própria repetição. É pois, uma assimilação reprodutora com acomodação diferenciada e intencional.

O fundamental na reação circular terciária é a busca do novo.

Enquanto na reação circular primária o enfoque recai sobre ações voltadas para o próprio sujeito através do uso da assimilação reprodutora, na reação circular secundária a assimilação reprodutora é solicitada em função de manter ou prolongar um resultado casual que foi interessante para a criança. Na reação circular terciária ela se submete e provoca resultados novos visando descobrir as potencialidades do objeto.

O comportamento da criança numa reação circular terciária se caracteriza por denotar um processo ativo da exploração por ensaio e erro (experimentação ativa) com intencionalidade, mais do que usar esquemas habituais.

6º Estágio - Invenção de Novos Meios Através de Combinações Mentais (0;18 - 0;24). Somente depois dos dezoito meses em diante é que a criança torna-se capaz de inventar novos meios através de combinações mentais dos esquemas, ultrapassando assim, a experimentação efetiva.

A coordenação de esquemas desliga-se suficientemente da percepção imediata e da experiência empírica oportunizando o aparecimento das combinações mentais. Isto é, "...as tentativas e explorações tateantes interiorizam-se e a coordenação opera-se antes de dar lugar a um ajustamento exterior". (Piaget, 1978, p.81).

Há adaptação espontânea à nova situação. As combinações interiorizadas originam invenções genuínas e súbitas ao invés de descobertas ou aplicações simples do conhecido ao novo, com exploração tateante e experimentação efetiva. Por sua vez, as invenções genuínas decorrem da capacidade de representar restritamente para si quais as operações a serem usadas para resolver uma situação-problema, após pensar sobre ela, sobretudo, através da

imitação.

A imitação é uma prefiguração da representação, se constituindo na fase sensório-motora como uma espécie de representação que se processa em atos materiais e não, sob a forma simbólica.

A imitação por reprodução motora é anterior à função simbólica e é prenunciada pela assimilação recognitiva.

O controle sobre aquilo que a criança experimenta é feito *a priori* por combinações mentais (invenção súbita), que permitem fazer previsões antes de experimentar. A aquisição da capacidade de executar ações sensório-motoras simples na mente e de aplicá-las à atividade de ambiente, expressa o auge do desenvolvimento mental sensório-motor.

#### 2.5.1.1. As grandes Categorias da Ação

##### a) *A construção do objeto permanente*

Um dos interesses básicos de Piaget foi esclarecer como a noção de objeto vai evoluindo gradativamente desde os primeiros estágios do período sensório-motor, quando constitui apenas um prolongamento dos reflexos, até atingir uma concepção madura do que seja o objeto. Tal concepção supõe que:

- o objeto seja considerado um corpo individualizado e tangível;
- o objeto existe independentemente da ação do sujeito sobre ele (permanência);
- o eu é também um objeto entre outros que também tem as propriedades de ser independente e permanente em relação aos objetos externos.

No período sensório-motor a criança não tendo o con



ceito de objeto, conseqüentemente, não tem também a noção de objeto permanente.

A criança não tem consciência do sujeito diferenciado da consciência do objeto, do mundo exterior. Isto é egocentrismo sensório-motor. Ele provoca o que Piaget chama de assimilação deformante. O comportamento egocêntrico é a própria assimilação deformante no sentido de que o comportamento da criança se caracteriza pela concentração, pelo sincretismo provocando interpretações distorcidas da realidade, impossibilitando a assimilação do real e conseqüentemente, o processo reversível.

Assim, a criança é egocêntrica em relação as ações sensório-motoras sendo que, no período inicial há completa indiferenciação entre o eu e o mundo. Gradativamente a criança vai assumindo uma organização até certo ponto coerente de ações sensório-motoras frente ao ambiente imediato. Esta organização é "prática", no sentido de que não envolve manipulações simbólicas.

No final do período sensório-motor a criança apresenta comportamentos que pressupõem um conceito de objeto evolutivamente maduro, em comparação com os do início de tal período. Inteiramente independente de suas ações, a criança agora imagina uma série de possíveis locais para um objeto considerado como algo concreto e que existe permanentemente no espaço. "O objeto é visto agora como algo definidamente isolado, sujeito às suas próprias leis de deslocamento, assim como a própria criança — outro objeto — está sujeito a elas". (Flavell, 1975, p.136).

#### b) *A construção do espaço sensório-motor*

Uma das afirmações básicas do estudo sobre o desenvolvimento das noções de espaço, é a de que a evolução da aquisição de tais noções ocorre paralelamente à das noções de objeto, e a de que tais noções estão relacionadas entre si.

Nos primeiros estágios sensório-motores a noção

de espaço é bastante vaga, uma vez que a criança está presa à percepção do espaço unicamente através de esquemas sensório-motores. Ela está completamente dependente da ação e da percepção. À medida que vai ocorrendo o processo de descentração, a noção de espaço deixa de ser somente uma propriedade da ação e passa a ser uma propriedade das coisas.

No final do período sensório-motor (6º estágio), a criança torna-se capaz de perceber um determinado objeto se deslocando no espaço e apresenta comportamentos motores para buscá-lo. Um espaço único e objetivo no qual todos os objetos estão incluídos e inter-relacionados, incluindo inclusive a própria criança, já é apreendido no período sensório-motor.

Externalização e objetivação progressivas se concretizam em função de tal aquisição.

De uma noção de espaço prático e egocêntrico a criança passa para uma noção de espaço representado que compreende o próprio sujeito.

Os movimentos sensório-motores (rastejar, engatinhar, andar...) permitem à criança adquirir suas primeiras noções de espaço, sendo estas as noções de: perto, longe, dentro, fora, em cima, embaixo, entre outras. A organização espacial da criança é elaborada, à princípio, a partir dos seus movimentos corporais e posteriormente, a partir também dos movimentos dos objetos. A percepção do espaço, sua organização e o posicionamento dos objetos dentro dele são aquisições que têm como ponto de referência, o próprio sujeito.

### *c) A construção da causalidade*

Piaget destaca-se como um dos estudiosos que mais tem pesquisado a causalidade, quer em seus níveis perceptivos, quer em seus aspectos conceituais.



Geneticamente, Piaget distingue dois períodos no desenvolvimento da causalidade:

- 1º) centralização de causalidade no próprio sujeito;
- 2º) objetivação e espacialização da causalidade, sendo que qualquer objeto poderá ser percebido como causa de mudanças geradas em qualquer outro objeto.

Ao estudar o que representa o objeto para o indivíduo, de que maneira ele vai explicar as reações do objeto, Piaget se propunha a estudar o problema da causalidade. À medida que a criança progride na aceitação do mundo ao seu redor, ela amplia o seu campo de compreensão das coisas.

No período sensório-motor a causalidade é essencialmente prática, isto é, ela tem como fim modificar o real para adequá-lo à atividade da criança e não, procurar compreendê-lo unicamente pela necessidade de compreender.

"Em suma, toda a causalidade desenvolvida na primeira infância participa das mesmas características de: indiferenciação entre o psíquico e o físico e egocentrismo intelectual". (Piaget, 1978, p.33).

Conclui-se que no período sensório-motor há somente pré-causalidade, devido haver indiferenciação entre o psíquico e o físico e comportamentos egocêntricos (polimorfismo).

#### *d) A construção da noção de tempo*

A noção de objeto, de espaço, de causalidade e de tempo se desenvolvem solidárias e simultaneamente.

Para Piaget, "...não podemos isolar o tempo e fazer abstração, para elaborá-lo, das relações espaciais e cinemáticas, isto é, as velocidades". (Piaget, s.d., p.12).

Logo, o tempo é uma coordenação de velocidades;

o tempo é um espaço em movimento e procede da organização de movimentos, sendo o espaço um instantâneo tomado sobre o tempo.

Para Piaget, o "curso" do tempo nada mais é do que a série de eventos, sendo que a noção de tempo o conjunto de relações de co-colocação e de co-deslocamento que unem estes eventos.

Os conceitos de tempo, movimento e velocidade es tão intimamente relacionados.

O tempo existe em função da ação do sujeito sobre o objeto e somente no final do período sensorio-motor, a noção de tempo progride ao se libertar do contexto de ação.

As trajetórias e o espaço centram-se na própria ação, daí as sucessões temporais se ligarem a "séries subjetivas" ou egocêntricas, donde a sucessão temporal se confunde com a dos movimentos (espacial). A noção de ordem temporal (primeiro, último...) renega o tempo como um meio comum a todos os objetos, nem caracteriza um universo independente do eu.

Há uma indiferenciação entre ordem temporal e ordem espacial neste período.

Até o 4º mês de vida não há qualquer noção de antes e depois e a causalidade é ainda um processo elementar.

A partir do 3º estágio (0;4 - 0;8), a noção temporal corresponde somente à experiência de duração (período de atividade de um reflexo). O tempo existe à medida que a criança esteja empenhada em dada atividade ou em preendimento.

A partir do 4º estágio (0;8 - 0;12) a compreensão das seqüências temporais aumentam. "...a criança começa a lembrar-se de uma seqüência de acontecimentos ordenados, em lugar de lembrar-se, apenas, de suas ações; mas a memória das ações ainda domina a de deslocamento...." (Beard, 1978, p.80-1).

Por exemplo, a criança procura um objeto atrás de um anteparo onde viu o experimentador escondê-lo.

No 5º estágio (0;12 - 0;18), a noção de tempo se caracteriza por dar origem à apreciação de uma sequência ordenada de acontecimentos, a algumas concepções de "antes" e "depois" e a uma memória mais prolongada de uma sequência de deslocamento.

Contudo, caso as ações sejam separadas no tempo por um longo intervalo, a criança se defronta com grandes dificuldades devido não ter memória representativa exata.

No último estágio (0;18 - 0;24), a criança se desprende mais do imediato devido o início da capacidade de representação, recordando com mais facilidade acontecimentos remotos. Por exemplo: "Aos 1;7 (27), do mesmo modo, Jacqueline, no terraço de um chalé de montanha, situa as pessoas que lhe indico, levando em conta os seus deslocamentos recentes: "Onde está mamãe?" (Ela aponta para o chalé). "E o vovô?" (Ela indica a direção do vale, para onde seu avô desceu há dois dias)". (Piaget, 1975, p.323).

A "...duração pessoal entrou em relação com os objetos externos, o que abre caminho para uma organização ordenada dos acontecimentos temporais..." (Flavell, 1975, p.150), no final do período sensório-motor.

O desenvolvimento da noção de tempo inicia-se por um egocentrismo prático. Os acontecimentos são ordenados em função da ação própria da criança.

A noção de tempo é uma das que maior dificuldade apresenta à criança sendo que requer maior tempo para atingir uma estruturação equilibrada.

A sua construção é lenta e gradual sendo que requer uma ativação adequada no sentido de criar condições para a criança vivenciar experiências que envolvem as relações de sucessão, duração e simultaneidade, no proces-

so de deslocamento e co-deslocamento de seres e objetos a velocidade diferentes.

## 2.5.2. Sub-período das Representações Pré-operatórias (2;0 - 7;0)

### 2.5.2.1. 1ª Estágio - A atividade representativa egocêntrica. O Pensamento Pré-conceptual (2;0 - 4;0)

#### + a) *Função simbólica*

A inteligência representativa se faz presente neste estágio e se caracteriza por ser mais independente das imposições da realidade e menos egocêntrica.

A diferença básica entre o primeiro período do desenvolvimento mental e o segundo é a aquisição da função simbólica, ou seja, da capacidade de diferenciar significante (imagem verbal) de significado (conceito).

A presença desta função é marcada pela capacidade da criança manipular os símbolos (individuais e semi-coletivos) e os signos (convencionais e coletivos), ao fazer conexão entre significantes e significados.

Surge a função simbólica porque a criança é capaz de representar, isto é, evocar os objetos ausentes ou a ação ainda não realizada. Ao fazer manipulações simbólicas da realidade, a criança substitui gradativamente os objetos pelos símbolos e pensa nas coisas na ausência delas.

A função simbólica ou semiótica supõe distinção e conexão. Distinção enquanto permite a representação do real através de significantes distintos das coisas significadas. Conexão enquanto "quem diz representação, diz consequentemente reunião de um 'significante' que permite a evocação de um 'significado' fornecido pelo pensa -

mento" (Piaget, 1978, p.345).

A distinção supõe, pois, discriminar que uma coisa é a linguagem, por exemplo, e outra coisa é a realidade. Assim, a criança descobre que pode designar uma mesma realidade com significantes diferentes.

A interiorização dos atos da inteligência proporciona a formação da imagem mental, sendo que esta serve como simples significante simbólico. Assim, dá-se o aprimoramento da capacidade de imitar que permite à criança fazer imitações internas, assim como evocar mentalmente imitações passadas, desligando-se da ação imediata.

Surge a função simbólica porque se pode evocar a imitação internalizada. Este tipo de imitação dá origem a imagens, sendo estas os símbolos que a criança usa na fase preconceitual.

A capacidade de evocar imagens significantes (internas e esquematizadas) possibilita à criança a capacidade de se orientar em ações futuras. Os primeiros significantes são símbolos privados decorrentes da internalização da imitação (imagens-significantes).

Na imitação representativa há a primazia da acomodação porque "...todo o sistema é moldado sobre o objeto modelo e a atividade assimiladora se limita a reproduzir os esquemas assim acomodados". (Piaget, 1978, p.357).

A imitação diferida é definida por Piaget como sendo aquela que se produz na ausência do modelo imitado. Tal conduta passa por um processo evolutivo. Assim, de imitação, na ausência do modelo com representação, passa para a imitação na ausência do modelo com representação e significante diferenciado.

Outro meio pelo qual a função simbólica se manifesta é o jogo simbólico. Neste, há a primazia da assimilação e segundo Piaget, ao usá-lo, a criança procura moldar a realidade aos seus desejos. A criança evoca e exer

cita os esquemas somente para obter prazer. Ele é fonte de representações individuais (ao mesmo tempo cognitivas e afetivas) e de esquematização representativa, também individual

Segundo Piaget, o jogo simbólico envolve necessariamente a imitação, que é um de seus possíveis significantes. Uma das características básicas dele é a presença da assimilação egocêntrica ou centrada sobre o sujeito individual, uma vez que só funciona ou só é posto em ação um esquema que se refere à conduta da própria criança. O vínculo entre "significante" e "significado" é inteiramente subjetivo.

A linguagem simbólica construída pelo eu, interfere nesse tipo de jogo enquanto possibilita a comunicação simbólica.

Através do jogo simbólico, a criança manipula a realidade em função do seu "eu" e as atividades livres e espontâneas oportunizam tal acontecimento. Os exemplos são amplos: jogo de boneca, brincar de comidinha, correr, pular, dançar,...

Piaget afirma que há dois grupos na classificação das funções simbólicas ou semióticas. Estes grupos são: as funções simbólicas individuais ou subjetivas e as sociais. São individuais: a imitação diferida, o jogo simbólico, o desenho e a imagem mental. Elas estão apresentadas na ordem de complexidade crescente.

São sociais os signos verbais, ou seja, a linguagem. Esta é mais complexa que as funções simbólicas individuais.

A linguagem se processa no começo do segundo ano através de vocábulos isolados, e é de fundamental importância na formação dos primeiros conceitos.

Segundo Piaget, "... graças à linguagem (a criança torna-se) capaz de reconstituir suas ações passadas



sob forma de narrativas e de antecipar suas ações futuras pela representação verbal". (Piaget, 1978, p.23).

No decorrer da aquisição da linguagem, há uma assimilação de significados que complementarmente são acomodados aos significantes. O signo determina uma relação necessária entre o significante (imagem acústica) e o significado (que remete a um conceito).

Piaget enfatiza que a inteligência é anterior à linguagem, tanto é que no período sensório-motor, a criança já possui e manifesta comportamentos inteligentes. O pensamento representativo por sua vez, também não é originado pela linguagem e sim pelos símbolos privados, não verbais, sob a forma de imagens significantes. Os primeiros significantes não são signos linguísticos e sim os símbolos privados decorrentes da internalização da imitação. Há uma ação recíproca entre linguagem e pensamento e ambos se estruturam paralelamente, sendo que o pensamento não é jamais um acontecimento puramente verbal.

Segundo Piaget: "...o pensamento precede a linguagem e esta se limita a transformá-lo, profundamente, ajudando-o a atingir suas formas de equilíbrio através de uma esquematização mais desenvolvida e de uma abstração mais móvel". (Piaget, 1978, p.23).

Como os primeiros significantes têm características de símbolos privados e não de signos, ocorre que, inicialmente, as palavras que a criança diz estão impregnadas de características do símbolo privado, referindo-se muito mais a esquemas de ação idiossincrásicos. Pouco a pouco, as palavras usadas pela criança passam a ser mais representativas e, portanto, menos idiossincrásicas.

As condutas intelectuais e afetivas são alteradas quando surge a linguagem. O papel da linguagem é o de possibilitar a conquista do pensamento e a regularização social.

As estruturas lingüísticas determinadas pelo interior, são assimiladas à linguagem falada determinada pelo meio exterior em que a criança vive, acomodando-se aos signos usados pela sociedade a qual a criança pertence.

A linguagem própria à criança deste período é a linguagem egocêntrica, no sentido de que a criança fala, a não ser de si mesma, assim como, porque não procura se colocar no ponto de vista do outro. Segundo Piaget (1973, p.35-6), há três categorias próprias à linguagem egocêntrica:

- 1) repetição - a criança repete sílabas ou palavras pelo prazer de falar, apenas;
- 2) monólogo - a criança fala a si própria, não se dirigindo a ninguém;
- 3) o monólogo a dois ou coletivo - a criança associa outrem à sua ação ou à sua pessoa momentaneamente, sem se interessar em ouvir ou compreender o outro.

Uma verdadeira socialização não se faz presente em tal período de desenvolvimento mental, assim como o pensamento ainda se caracteriza por ser pré-lógico.

Embora já ocorram representações mentais, o pensamento da criança no segundo período é pré-lógico, no sentido de que possui um esboço de lógica, sendo as possibilidades cognitivas da criança ainda limitadas por ser seu pensamento irreversível. O pensamento ainda não leva em conta as transformações que conduzem aos estados das coisas, fixando-se apenas em tais estados. Isto se deve à presença da irreversibilidade pré-operatória. A irreversibilidade pré-operatória é explicada pelo fato da criança ficar atenta na configuração e se desligar das relações dinâmicas entre os eventos, estes incessantemente se apresentando como contraditórios, extinguindo o equilíbrio momentaneamente alcançado. Tal fato dificulta à criança se acomodar ao novo e expandir sua estrutura assimilativa. Tanto assim, que é freqüente às crian-



ças do período pré-operatório caíram em contradição, "... porque não são capazes de manter suas premissas inalteradas, durante a seqüência de um raciocínio..." (Flavell, 1975, p.161).

Ainda mais, no período pré-operatório, a manipulação simbólica é revestida de uma subjetividade que influencia a sua maneira de significar a realidade. Há o egocentrismo representativo que é o representar o mundo segundo apenas o próprio ponto de vista, distorcendo a realidade porque não distingue o subjetivo e o objetivo.

Existem além desses, outros fatores responsáveis pelo pensamento pré-lógico. Senão vejamos: configuração perceptual, sendo este o fato da criança focalizar e responder primariamente a aspectos de seu meio imediato; a centralização ou tendência a focalizar um só aspecto do objeto, deixando de centrar sua atenção nas outras dimensões do objeto, gerando distorções em seu raciocínio; a comunicação egocêntrica, sendo esta uma centração da criança às suas próprias representações, ficando assim impossibilitada de assumir o papel de outrem ao comunicar-se com ele; o sincretismo que é a tendência para reunir idéias e imagens num todo confuso formulando-se, consequentemente, raciocínios incompletos; a justaposição que é a tendência para ligar acontecimentos, um após o outro, sem ser capaz de ver as relações claras entre eles, reduzindo o todo a uma série de afirmações fragmentárias e incoerentes. É a incapacidade de compreender as relações parte-todo.

Segundo Piaget, existem estágios progressivos na conquista da libertação da ação imediata, na ampliação do campo das cognições e na aquisição da mobilidade que concorrerão para a capacidade de classificar, seriar e ordenar, sobretudo. Estes estágios no período das operações pré-operacionais, se caracterizam, um, pelo pensamento egocêntrico e o outro "...pelo pensamento adaptado aos outros e ao real, que prepara, assim, o pensamento

lógico". (Piaget, 1978, p.28).

b) *O pensamento pré-conceptual ou simples*

Nesta abordagem sobre o pensamento representativo, se tem a acrescentar a "representação cognitiva" ou no-cional, que neste nível é constituído pelo "pré-concei-to". Este é "intermediário entre o símbolo imaginado e o conceito propriamente dito" e, é definido por Piaget, se-gundo Richmond, como "...ausência de inclusão dos elemen-tos em um todo e identificação direta dos elementos par-ciais entre si, sem a mediação do todo". (Richmond, 1975, p.41).

A criança raciocina com símbolos que não são ge-raís. O raciocínio permanece a meio caminho entre a gene-ralidade do conceito e a individualidade dos esquemas que o compõem.

A criança manifesta gradual melhora na capacidade de descentrar a atenção, voltando-se para mais de um as-pecto do objeto o que possibilita também, gradativamente, ela ir corrigindo a distorção do seu raciocínio. Aproxí-madamente aos quatro anos de idade, inicia-se tal proces-so. Enquanto que nas formas de manifestação simbólica mencionada anteriormente, havia a primazia da assimila-ção e/ou da acomodação, no caso do pré-conceito há uma tendência ao equilíbrio entre as duas funções, equilí-brio este, contudo, instável e incompleto. Isto porque a assimilação é centrada ao invés de ser generalizada, is-to é, "...é centrada sobre o exemplar-tipo em vez de en-globar todos os elementos do conjunto..." (Piaget, 1978, p.359).

E a acomodação, por sua vez, é tão incompleta quanto a assimilação porque se limita a evocar por ima-gens o objeto-tipo, em vez de se estender a todos.

Segundo Piaget, "Até cerca de sete anos, a crian-

ça permanece pré-lógica e suplementa a lógica pelo mecanismo de intuição; é uma simples interiorização das percepções e dos movimentos sob a forma de imagens representativas e de "experiências mentais" que prolongam, assim, os esquemas senso-motores sem coordenação propriamente racional." (Piaget, 1978, p.35).

O equilíbrio não é atingido, porque a acomodação imitativa exprime simplesmente situações instantâneas e parciais, e não consegue atingir o conjunto dos elementos e das transformações. E porque, a assimilação não permite aos sujeitos fazerem inclusão de elementos em um todo, ou seja, atingir a hierarquia de classes ou a coordenação das relações.

O pensamento da criança vai do particular para o particular, sem generalização e sem rigor lógico. A este tipo de raciocínio próprio deste estágio, Piaget o denominou pensamento transdutivo, por oposição ao indutivo e ao dedutivo que se manifestam nas operações lógicas, nos estágios posteriores a este que ora se apresenta.

Assim, a criança privilegia um objeto que superpõe a todos os outros, não sendo capaz de distinguir os indivíduos representantes de uma classe. Extensão e compreensão permanecem indissociados e a compreensão de subclasse (todos e alguns) ainda não é compreendida. Por exemplo, "a lesma" é o protótipo de "todas as lesmas". Assim sendo, o conjunto não pode ser construído como uma classe que as inclua. A criança ainda está presa à percepção, sendo portanto, pré-lógica.

Segundo Piaget, o raciocínio transdutivo ocorre porque a criança tenta fazer inferências sem ter os conceitos com os quais efetuar o processo de raciocínio.

O pensamento através de pré-conceitos tem as seguintes propriedades: transdução, justaposição, sincretismo, centração, representação estática e egocentrismo.

2.5.2.2. 2º Estágio - A atividade representativa ego-cêntrica. O pensamento intuitivo articulado (4;0 - 7;0)

"Enquanto que a intuição primária é apenas uma ação global, a intuição articulada a ultrapassa na dupla direção de uma antecipação das consequências desta ação e de uma reconstituição dos estados anteriores". (Piaget, 1978, p.37).

Como exemplo, Piaget cita: "Por volta de cinco a seis anos, por outro lado, observa-se uma reação muito interessante: a criança coloca uma ficha vermelha em frente a cada ficha azul, concluindo, desta correspondência termo a termo, uma igualdade das duas coleções. No entanto, se afastarmos um pouco as fichas extremas da fileira das vermelhas, de modo a que não fiquem exatamente debaixo das azuis, um pouco ao lado, a criança que viu que não se tirou nem se acrescentou nada, avalia que as duas coleções não são iguais e afirma que a fileira mais longa contém 'mais fichas'". (Piaget, 1978, p.35).

Para a criança, haverá equivalência, quando houver correspondência visual ou ótica, o que significa que ainda o primado recai sobre a percepção. A equivalência não se conserva por correspondência lógica e sim, por simples intuição. O pensamento intuitivo articulado é rígido e irreversível.

As intuições articuladas se prendem às configurações perceptivas favoráveis, tornando possível uma equilíbrio mais estável entre a assimilação e a acomodação.

Este equilíbrio decorre da descentração da assimilação, possibilitando um pensamento melhor adaptado.

Os jogos simbólicos vão sendo substituídos por jogos que se aproximam mais do real, caracterizando-se pela maior preocupação com a coerência e verossimilhança. É mais imitativo do real.



As intuições articuladas têm como papel principal serem um ponto intermediário entre o pensamento pré-conceptual e o operatório. Não alcançam, porém, o nível das operações porque o pensamento neste estágio não atinge a mobilidade, a reversibilidade e a generalidade operató-ria. Tanto que, uma operação que parecia equilibrada, deixa de manifestar tal aparência quando o objeto exterior é mudado. As intuições ligadas às operações infralógicas (espaço, tempo, movimento, velocidade, comprimento.....) por serem mais favorecidas pelo perceptivo, conseguem atingir um nível de adaptação maior, porém não total, durante este estágio.

Segundo Piaget, a influência da linguagem e da socialização é relevante para a conquista do pensamento, tanto no primeiro quanto no segundo estágios do pensamento pré-operacional porque facilita o processo de descen-tração e coordenação interna de relações que derivam de pontos de vista diferentes. A criança passa gradativamente a se comunicar com mais coerência, a ter maior relatividade e pluralidade de pontos de vista, devido à interação social com a linguagem.

O progresso da intuição articulada em relação à intuição simples está no fato de que enquanto a primeira constitui uma estrutura figural complexa, isto é, uma "configuração", a segunda constitui em uma simples ima-gem individual. A intuição articulada possibilita cons-truções parciais nas quais a percepção predomina, mas já está a caminho do conceito operatório pelo fato das con-figurações sugerirem relações.

A transição entre o período pré-operacional e o período operacional concreto será estabelecida quando a criança for capaz de usar estruturas mentais mais plásticas, mais môveis e sobretudo, descentradas o que desen-cadeia o pensamento reversível, refletindo um equilíbrio durável entre a assimilação e a acomodação.

### 2.5.2.3. As grandes categorias da ação

#### a) *A construção da noção do objeto permanente*

Este estudo se prende às relações entre ações e estruturas do real.

Sendo as categorias não predeterminadas, a criança constrói seu próprio universo através de ações sensório-motoras no primeiro período do desenvolvimento mental.

No período semiológico, a criança pensa sobre os objetos devido às representações mentais e à organização dos esquemas de ação que possibilitam ser a ação refletida. O aparecimento da função simbólica oportuniza a manipulação interior do objeto.

A concentração da atenção num aspecto único e saliente do objeto sobre o qual o raciocínio se prende, impede a criança de assimilar os demais aspectos do objeto. A concentração, a representação estática, o sincretismo, a justaposição, o egocentrismo, a transdução impossibilitam a criança do período pré-operacional, representar um objeto relacionando partes para formar o todo.

Neste período, a criança não é capaz ainda de apreender a conservação e equivalência dos objetos. Seu pensamento, porém, é menos rígido, em se considerando o do primeiro período do desenvolvimento mental. Esta é uma fase de transição entre o pensamento rígido, imóvel, perceptual e o pensamento reversível ou operatório. Tanto que crianças com seis ou sete anos de idade podem manifestar "...um tipo de conservação momentânea, empiricamente fundamentada, ou seja, a criança admite conservação diante de algumas transformações, mas a nega diante de outras". (Flavell, 1975, p.304).

"Por exemplo, no nível que chamaremos de representação pré-operatória, as crianças de quatro a seis anos, depois de encherem sozinhas dois copos pequenos com quan-

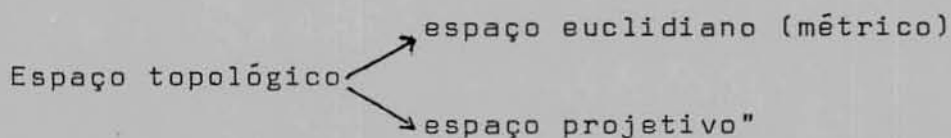
tidade igual de contas (colocando, com uma mão, uma conta azul, no copo da esquerda, enquanto colocam com a outra mão, uma conta vermelha, no copo da direita) pensa, que as quantidades não são mais iguais se esvaziam um destes copos num pequeno bocal mais estreito e mais alto. A quantidade de contas não se conserva, portanto, no decorrer do transvasamento". (Piaget, 1978, p.112).

Estas maneiras de pensar decorrem da assimilação das coisas às próprias atividades, expressando uma assimilação deformada da realidade à própria atividade "... entre o mundo interior e o subjetivo com o universo físico, e não um primado da realidade psíquica interna". (Piaget, 1978, p.32).

b) *A construção da noção de espaço representativo*

Ao experienciar e estabelecer relações de deslocamento e co-deslocamento de pessoas e objetos, a criança vai gradativamente estruturando as noções de tempo e espaço. Tais estruturas se tornam mais fortes, à medida que a criança vai se libertando do egocentrismo e demais características do pensamento que a impede de coordenar as ações e, conseqüentemente, fazer transformações.

Sendo a criança capaz de fazer representações mentais, a imagem passa a substituir o espaço vivido e a representação oportuniza à criança fazer deslocamentos mais amplos. A criança aprende que no espaço está contido seu corpo e seus deslocamentos, assim como, os objetos e seus deslocamentos. "...Piaget relê suas observações primeiras sobre o espaço sensório-motor e mostra que este se desenvolve a partir de um espaço topológico em direção a um espaço que se torna ao mesmo tempo projetivo e euclidiano. Donde o esquema:



(Dolle, Jean-Marie, 1978, p.151).

Portanto, na Geometria atual, existem três tipos de relações espaciais: as topológicas, as projetivas e as euclidianas.

As relações topológicas são mais gerais e abrangedoras. As outras são tidas como casos especiais delas.

As primeiras intuições quanto às relações espaciais são topológicas. No período pré-operacional, predomina o desenvolvimento topológico, embora esta se inicie aos 11-12 meses de vida.

A topologia se refere ao estudo dos corpos elásticos e deformáveis, sem usar medidas, sem considerar as retas, as distâncias, os ângulos... A topologia representa as relações de parte e todo, conexão, região, posição, sem considerar as noções de tamanho.

Relações de vizinhança, de separação, de ordem ou de sucessão temporal, de envolvimento, de continuidade são relações próprias da topologia. Estas relações são apreendidas pela criança pela sucção, pelo tato, pela visão de manchas luminosas, enfim, pela exploração perceptual. Tal exploração facilita a elaboração da imagem representativa das formas dos corpos.

É nos quinto e sexto estágios do período sensório-motor, que começa o espaço representativo sendo que no período pré-operacional o seu desenvolvimento é mais acentuado.

Segundo Piaget, as relações topológicas mais simples são a da vizinhança e a de separação, sendo que estas são apreendidas no espaço gráfico do desenho espontâneo e na cópia das figuras geométricas. A distinção das formas retilíneas e das curvilíneas se opera aos quatro anos. Depois, o quadrado, o retângulo, o triângulo e a elipse. Somente aos cinco anos, a criança apreende o losango e aos sete anos, as provas de cópia de figuras são feitas com êxito.



A noção de ordem é outra intuição topológica e deve ser explorada antes da noção de envolvimento (entre), porque esta última supõe noção de ordem. A noção de ordem abrange as noções de vizinhança e separação.

A criança deve ser solicitada a trabalhar com a ordem linear, ordem cíclica e ordem inversa. Isto, só após os quatro anos, porque antes de tal idade ela não é capaz de fazer nem a correspondência simples ou não-operatória.

Por ordem linear, entende-se uma ordenação na qual os objetos não se repetem ao reproduzir uma sequência de elementos apresentada num modelo. Exemplo: enfiar contas de cores diferentes num arame, numa ordem idêntica ao modelo dado.

Por ordem cíclica, entende-se o acrescentar outros elementos, alterando o modelo, como por exemplo, após a conta verde, como no modelo, colocar mais uma amarela; após a conta azul, colocar mais duas cor de rosa.

Por ordem inversa, entende-se apresentar um modelo à criança e pedir-lhe para reproduzir o modelo inicial, mas, iniciando de trás para a frente.

A criança só é capaz de reproduzir a ordem quando houver correspondência visual de objetos, uns em relação com outros. No período de quatro a seis anos, a criança se encontra na fase intermediária da correspondência. Isto significa dizer que ela só é capaz de ordenar os elementos de uma coleção, se colocar diretamente em correspondência com eles os elementos da outra coleção. A criança não é capaz de fazer coordenações entre si.

A relação "entre" é uma relação de ordem que expressa um envolvimento de uma dimensão. Assim por exemplo: colorir de vermelho a bola que está entre a bola azul e a bola amarela, na sequência bola azul, bola ver-

melha, bola amarela.

As relações de envolvimento são também chamadas relações de fechamento e abarcam noções de interioridade e exterioridade.

Quanto à noção de continuidade a criança deve reconhecer e representar pontos específicos e sua continuidade, no espaço. A criança deve identificar a inexistência de interrupção entre um ponto e outro, e assimilar isso como sendo aquilo que caracteriza as figuras contínuas.

A noção de espaço durante o período pré-operatório possibilita o desenvolvimento das estruturas já adquiridas durante o período sensório-motor. E é caracterizado como um período preparatório, no sentido de que prepara a criança para, no período ulterior, ser capaz de operar através de conservações e reversibilidade.

No segundo período do desenvolvimento mental, a criança embora mais desenvolvida, ainda está muito centrada em si, e conseqüentemente, a noção de espaço está centrada na própria criança!

As estruturas espaciais e temporais são denominadas infralógicas. "A diferença fundamental entre as operações lógicas e infralógicas está em que as primeiras tratam de elementos e de classes, enquanto que as segundas ocupam-se de partes de objetos". (Battro, 1976, p.205).

"As operações infralógicas não incidem sobre os encaixamentos de classes, mas sobre os encaixamentos de partes de um mesmo objeto no objeto total, substituem a noção de semelhança pela de vizinhança, a noção de diferença em geral pela diferença de ordem ou de colocação (em particular a de deslocamento) e a noção de números pela de medida". (Battro, 1978, p.138).

A proximidade, as distinções e as continuidades,

são características das relações topológicas e primárias. Elas dependem da ação dos órgãos sensoriais, porém, na apreensão das relações topológicas e demais relações espaciais, o primado recai na ação do sujeito sobre o objeto porque há uma interação indissociável entre ambos. Logo, o primado recai sobre a ação e não sobre a percepção.

Finalizando, acrescenta-se que a construção do objeto permanente está ligada, entre outras, às noções de espaço próprias do período pré-operatório, ao processo de descentração, ao primórdio da abstração reflexa (da abstração a partir dos objetos até à abstração a partir das próprias ações), à efetivação de um maior equilíbrio e ao início da reversibilidade.

### *c) A construção da causalidade*

A compreensão da causalidade supõe interação do sujeito com o mundo dos fenômenos.

À medida que os esquemas assimiladores vão se desenvolvendo tornando-se mais móveis, a criança torna-se menos egocêntrica e seu pensamento mais descentrado possibilita-lhe passar de uma assimilação centrada unicamente nela, para uma assimilação que lhe permite relacionar. Tal acontecimento permite à criança perceber-se como uma coisa entre as coisas, mantendo com o universo relações de interdependência. Este conjunto de acontecimentos oportuniza à criança procurar e dar explicações sobre o mundo dos fenômenos e dos objetos.

O que representam os objetos e os fenômenos para a criança e de que maneira ela vai explicar as reações dos mesmos, são temas abordados no estudo da causalidade.

Piaget afirma que: "Eu penso que explicar, impli

ca sempre em atribuir aos objetos, ações ou operações análogas às nossas, semelhantes às do indivíduo. Então, a causalidade seria uma espécie de atribuição de nossas operações em relação aos objetos, concebidos como operadores agindo uns sobre os outros." (Bringuier, 1978, p.86). As operações do indivíduo servem para explicar os objetos, os fenômenos, quando elas são atribuídas aos próprios objetos, aos próprios fenômenos. Piaget afirma que uma criança de quatro a cinco anos acredita que havendo uma fileira de bolas imóveis, ao arremessar uma bola que vá atingir a primeira bola da fileira, a última corre. Ela se preocupa em compreender porque a última corre. A criança explica o acontecimento da seguinte forma: "...a primeira bola chegou até lá, e depois ela passou para trás e veio bater naquela que correu, nós não vimos, mas foi isto que aconteceu..." (Bringuier, 1978, p.87).

Aos seis anos, a criança dá outra explicação. Ela conclui que a bola arremessada bateu na primeira bola parada, esta bateu na segunda, que bateu na última que correu.

Aos sete anos, ela ainda está presa à última explicação com a diferença que tem a convicção que existe uma pequena corrente entre as bolas.

A criança do período pré-operatório não é capaz de explicar que o acontecimento (transmissão de movimento) se deve em virtude do impulso da primeira bola, que atravessou todas e que se transmitiu à última.

No início do período pré-operatório, a criança usa o pensamento pré-conceptual para dar explicação. No final do referido período, ela usa o pensamento intuitivo articulado, sendo este uma forma de pensamento mais adaptado ao real.

"Onde", "o que é" e, sobretudo, "porque", são perguntas frequentes no período de 2 a 7 anos e, segundo Piaget, pesquisar e analisar as perguntas da criança é o

método mais eficiente para saber o que ela pensa.

Os "por quês" existem tão frequentemente, uma vez que a criança quer saber dois significados que para ela ainda estão indiferenciados, ou seja, a causalidade eficiente e a finalidade dos acontecimentos. Piaget cita como exemplo, as perguntas de uma criança de seis anos, ao ver uma bola rolando. Primeiro, ela pergunta: "Por que é que ela está rolando?" (Causa) Uma pessoa responde que é porque o terreno é inclinado (resposta causal). E a criança não satisfeita faz outra pergunta: "Ela sabe que você está embaixo?" (Fim).

A criança acredita que tudo é "feito para" os homens, não havendo acaso na natureza e sendo o indivíduo, o centro do universo.

Outra característica própria da criança no período pré-operatório além do finalismo, é o animismo infantil. Esta é "...a tendência a conceber as coisas como vivas e dotadas de intenção". (Piaget, 1978, p.31).

Piaget dá como exemplo, o fato de Laurent, aos 3.7.(14) perguntar durante uma situação, em que haviam perdido o trem: "O trem não sabia que íamos nele?" (Beard, 1978, p.113).

Há também "...o artificialismo ou a crença que as coisas foram construídas pelo homem ou por uma atividade divina operando do mesmo modo que a fabricação humana". (Piaget, 1978, p.32).

Todos estes principais comportamentos característicos do período pré-operatório decorrem de uma assimilação das coisas à própria atividade, de uma confusão ou indissociação entre o mundo interior e o subjetivo com o universo físico, como já o citamos anteriormente. Há um pré-logismo e uma pré-causalidade. Nesta última, a criança confunde o motivo e a causa.

Ainda no estágio pré-operacional, a causalidade é



polimórfica, ou seja, está ligada, de maneira indiferenciada e simultaneamente, ao objeto, ao sujeito e à ação exercida pela criança sobre o objeto.

d) *A construção da noção do tempo*

Tendo a representação mental como característica básica deste período, a criança torna-se capaz de pensar sobre algo anteriormente percebido e experimentado por ela, e que no momento esteja ausente. O pensamento através de representações ultrapassa o pensamento através de ações, sem ser contudo lógico. É este agora, o tipo de pensamento que vai interferir na noção de tempo.

O egocentrismo continua sendo uma constante e as relações intuitivas construídas pelas experiências mentais são condicionadas pela tomada de consciência da ação própria. Os acontecimentos são ordenados em função deste novo tipo de egocentrismo.

A compreensão de tempo e espaço encontra-se numa fase intermediária, no sentido de que a criança deste período não domina tal compreensão dada sua abstração. O tempo é espaço vivido, ou seja, é incorporado em acontecimentos e cada movimento no espaço implica num tempo.

A sucessão e a duração são relações temporais indiferenciadas do espaço, até aproximadamente 4 e 5 anos. Assim, "por mais longo tempo" equivale a "mais longe"; "em primeiro lugar" equivale a "adiante", por exemplo. As crianças confundem totalmente o espaço com o tempo.

No final do referido período de desenvolvimento, tais relações temporais "...começam a se diferenciar ou a se articular, ou porque o antes e o depois temporais se dissociam da ordem espacial, ou porque a simultaneidade passa a ser reconhecida independentemente das posições ou das velocidades, ou porque, enfim, a duração se torna o inverso da velocidade". (Piaget, s.d., p.100).

O pensamento intuitivo articulado possibilita as-

sim as primeiras intuições temporais de sucessão e simultaneidade. A criança, porém, é incapaz de apreender que a sucessão supõe ponto de partida e ponto de chegada, e consequentemente, ela não apreende a ligação entre tais pontos.

"Do ponto-de-vista métrico, as crianças avaliarão os caminhos percorridos pela ordem de sucessão espacial dos pontos de chegada e não pela distância entre os pontos de partida e de chegada. Do ponto-de-vista qualitativo, elas admitirão que o caminho de ida é maior que o de volta, que a subida é mais longa que a descida, etc. Em suma, o movimento é concebido egocentricamente, em função da ação própria e intencional, o que equivale dizer que ela se caracteriza por uma centração privilegiada no ponto de chegada" (Piaget, s.d., p.140). Ou, ela estima o "antes" e o "depois" temporais (ordem de sucessão) em função da ordem espacial do percurso. A ordem da sucessão é falseada pelas centrações intuitivas próprias do período e é proporcional à velocidade.

Piaget define o tempo como "...a coordenação dos movimentos de diferentes velocidades". (Piaget, s.d., p.293).

Reforçando o já citado na descrição da noção do tempo durante o período sensório-motor, as noções de tempo, movimento e velocidade se desenvolvem simultaneamente.

Tanto que, as diferenças de velocidade fazem com que a criança até 5 anos, aproximadamente, exclua totalmente, o sincronismo do tempo. E é somente no final do período pré-operatório que a criança começa a reconhecer a simultaneidade como algo independente da velocidade.

A intuição elementar da velocidade é a de ultrapassagem. Se a ultrapassagem, porém, for invisível ou se não houver ultrapassagem, a avaliação da velocidade se revela inexata.

A velocidade não é, portanto, uma relação entre o



tempo e o espaço percorrido. E não o poderia ser em tal período de desenvolvimento mental, uma vez que a ordem temporal não está precisamente construída.

Além da sucessão e simultaneidade temporais, Piaget apresenta em seus estudos sobre a noção de tempo, as concepções das crianças do período pré-operatório sobre idade. Elas acreditam que as crianças mais altas são as mais velhas e as idades dos adultos podem ser calculadas também conforme a altura daqueles. Ou, todos os adultos podem ser considerados velhos. Também as crianças podem acreditar que as pessoas de importância particular para elas vivam indefinidamente.

Segundo Piaget, "...as desigualdades de crescimento eliminam a compreensão da ordem de sucessão dos nascimentos assim como a da permanência das diferenças de idade". (Piaget, s.d., p.297).

A coordenação da duração (idade) e a ordem da sucessão (nascimento) não é dominada no período pré-operatório.

À medida que as ações mentais que produzem as representações vão se tornando mais flexíveis, móveis e coordenadas entre si, o pensamento da criança caminha para as operações mentais.

Piaget afirma que: "Não é necessário então, pressupor as operações para justificar estes primeiros progressos: basta admitir que o exagero de um erro provoca a sua reconsideração (regulação) e que esta regulação consiste em focalizar novos elementos com respeito aos que estiveram primitivamente centrados (descentração) e que esta extensão do domínio considerado se traduz na forma de antecipações e reconstituições, sempre mais avançadas (articulação da intuição)". (Piaget, s.d., p.141).

### 2.5.3. Sub-período das Operações Concretas (7;0 - 11;0)

#### 2.5.3.1. Características Gerais do Pensamento Operatório-Concreto

A inteligência operatória concreta se faz presente no sub-período das operações concretas,, sendo que tal inteligência se caracteriza pela atividade mental através de operações mentais que permitem à criança não só interiorizar as ações mas também realizar a mesma ação em sentido inverso. A operação mental é uma ação interiorizada e tornada reversível devido a sua coordenação com outras ações interiorizadas em uma estrutura de conjunto que supõe certas leis de totalidade.

No período das operações concretas, a regulação se processa através de compensações completas, seja por negação ou inversão, seja por reciprocidade, atingindo assim o caráter operatório através de coordenação cada vez mais abrangente das ações. A conservação do todo passa a ser uma característica de tal período, não importando quais as modificações ocorridas nas partes. Tal capacidade de conservação é explicada pela reversibilidade, por ser a conservação uma resultante da mesma. A equilíbrio das operações se caracteriza pelas transformações reversíveis que por sua vez, possibilitam a construção de invariantes, de tal modo que, um controle rigoroso por pré-correção de erros torna-se possível, ou seja, uma regulação completa. A construção de invariantes faz com que o sistema se conserve, embora algumas modificações internas ocorram, o que consequentemente gera dinamismo do pensamento em contraposição à forma do mesmo, no período pré-operacional.

O equilíbrio entre o eu e os objetos é atingido através da assimilação e acomodação capazes de antecipação por processo de compensação das perturbações exteriores que gera a coordenação de sistemas que assim se tornam operatórias.

A operação é uma forma superior de regulação das ações porque permite à criança antecipar o resultado de uma ação e, sobretudo tornar a ação reversível, desencadeando conseqüentemente a capacidade de conservação.

O jogo de operações "...coordenadas entre si, em sistemas de conjuntos, e cuja propriedade mais notável, em oposição ao pensamento intuitivo da 1.<sup>a</sup> infância, é a de serem reversíveis", é que possibilita a elaboração das noções de conservação. (Piaget, 1978, p.49).

Avaliar se uma criança possui capacidade de conservação através de provas operatórias permite avaliar o nível do desenvolvimento mental, o que se torna um critério de verificação se a criança atingiu ou não a reversibilidade e, enfim, o nível das estruturas operatórias concretas.

Várias são as operações - classificar, relacionar, ordenar..., e o aparecimento das mesmas não é repentino, comportando, inclusive, evolução e etapas intermediárias.

Piaget afirma que todos os níveis genéticos do pensamento têm por base a ação. São que há diferenças marcantes na ação de um período e de outro. No período sensorio-motor a ação é aplicada diretamente aos objetos (ação real). No pré-operacional, a criança age considerando as representações construídas a partir de objetos reais. No período das operações concretas, a operação mental concreta é uma ação que ultrapassa a imagem e a percepção, os conteúdos empíricos são desnecessários ao pensamento, as ações adquirem uma coordenação maior formando sistemas de ações, sendo que estes vão se tornando cada vez mais complexos e integrados. Uma vez presente no pensamento da criança, a reversibilidade, as ações aparecem reunidas num sistema único. "Estes sistemas são equilibrados e organizados, pois uma ação pode anular ou compensar uma outra realizada anteriormente; duas ações podem ser combinadas para produzir uma terceira e assim por diante. Isto quer dizer que o sistema que estas ações

formam é realmente um sistema, com propriedades estruturais definidas; é algo radicalmente diferente de uma simples concatenação ou coligação de elementos justapostos". (Flavell, 1975, p.168). A ação, no período operatório concreto não tem sentido quando isolada. Ela adquire significado quando solidária a uma estrutura de conjunto, que por sua vez, pertence a um sistema mais geral que a engloba e a torna possível.

Através deste sistema cognitivo coerente e integrado, a criança explora o mundo. No período operatório concreto, a base cognitiva da criança é mais flexível e móvel, além de consistente e duradoura, permitindo-lhe estruturar o presente, considerando o passado sem distorções e deslocamentos indevidos.

As operações mentais são próprias deste período de desenvolvimento mental e é definida por Piaget como sendo as ações interiorizadas, reversíveis e coordenadas em estruturas totais. Portanto, a ação intervém na estruturação das operações mentais o que equivale dizer que a ação é a própria fonte das operações.

Na teoria piagetiana, as operações são de tão relevante valor para o desenvolvimento mental que Piaget as usou como critério designativo dos períodos do referido desenvolvimento. Tanto que o período pré-operacional se caracteriza pela ausência de operações mentais; período operacional concreto se caracteriza pelo fato da criança ter presente em seu pensamento as operações, se bem que diante de situações concretas; o período operacional formal também se caracteriza pela presença de operações só que na ausência de situações concretas, ou seja, no plano hipotético-dedutivo.

No período das operações concretas, há modificações decisivas no desenvolvimento mental em relação ao período evolutivo anterior. Aparecem organizações novas de cada um dos aspectos da vida psíquica completando as do período anterior, aferindo-lhes um equilíbrio mais es

tável e possibilitando novas construções.

Processa-se neste período a conquista da descentração, progresso na socialização, atenção cada vez maior às transformações tanto quanto aos estados, coordenação de ações reversíveis, entre outras características.

A criança passa a dominar regras, no sentido de que ela se torna capaz de operar considerando o respeito mútuo e conseqüentemente, a reciprocidade. Ela considera a ajuda mútua ou cooperação quando está participando de um grupo.

A cooperação exerce contribuição fundamental no desenvolvimento do pensamento lógico. Através dela, a criança começa a se libertar de seu egocentrismo social e intelectual, tornando-se capaz de novas coordenações e, conseqüentemente, criando necessidade de conexão entre as idéias e a justificação lógica.

Os jogos de regras são, em parte, produzidos culturalmente e passados através de gerações com uma força de conservação surpreendente. Por outro lado, a criança pode inventar e recriar as regras do jogo produzindo novos jogos. Este é o aspecto dinâmico e criativo do jogo de regras de grande importância para o desenvolvimento da criança. Este jogo expressa o encontro do subjetivo com o real, do individual com o social.

A criança neste período de desenvolvimento mental dispõe de recursos para participar da realidade social: a reversibilidade concreta e o domínio dos signos. Assim, ela desenvolve pelo exercício e pela invenção, pela expressão da individualidade, sua capacidade de descentralizar e coordenar noções, o que implica no reforço das diferentes operações próprias do período.

O jogo de exercícios próprio do 1º período e o jogo simbólico próprio do 2º não são abandonados e poderão incorporar regras que os fazem mais interessantes e va-

riados.

A reversibilidade e a cooperação são indícios da socialização do pensamento porque permitem à criança superar seu estágio inicial egocêntrico (descentração individual), estabelecer reciprocidade dos pontos de vista, definindo relações entre elementos e fazer reversibilidade.

A socialização supõe pensamento lógico, isto é, necessidade de provar ou convencer através de conexão entre as idéias e justificação lógica.

#### 2.5.3.2. As Estruturas do Pensamento Operatório-Concreto

Estruturas cognitivas são tipos de organizações intelectuais e as relações construídas entre elas, de tal modo que, este todo servirá de instrumento que permitirá ao sujeito conferir significação àquilo que ele percebe e concebe.

A noção de estrutura dentro da perspectiva construtivista de Piaget, é tida como um conjunto de relações havendo uma inter-relação dos vários sistemas de relações.

As estruturas cognitivas são criadas através do funcionamento da inteligência (invariantes funcionais ou "*modus operandi*") desde as primeiras trocas do sujeito com o mundo, e se modificam no decorrer do processo de desenvolvimento.

A relação sujeito-objeto (atividades ou operações) origina e define as estruturas cognitivas, não sendo estas já dadas ou inatas. Elas são construídas ao longo do desenvolvimento do indivíduo e, as equilibrações sucessivas das estruturas cognitivas possibilitam o desenvolvimento mental. Uma estrutura pode ser considerada definida quando houver "equilíbrio" e conseqüentemente, "adap-



tação". Nenhuma estrutura definida porém é estática. O funcionamento mental cria estruturas e as modifica continuamente, ou seja, as estruturas cognitivas se estruturam e se reestruturam, continuamente.

A essência das mudanças estruturais é de natureza qualitativa. Os períodos e estágios do desenvolvimento mental foram definidos e conceituados levando em conta tais mudanças estruturais no curso do desenvolvimento, cujas semelhanças e diferenças qualitativas entre elas expressam a existência real de mudanças quanto à estrutura.

As estruturas operatórias concretas é um dos tipos de estrutura cognitiva que permitem a lógica das classes e das relações. "A lógica na criança apresenta-se essencialmente sob a forma de estruturas operatórias, ou seja, o ato lógico consiste essencialmente em operar e, portanto, em agir sobre as coisas ou sobre os outros". (Piaget, 1978, p.111).

As estruturas do pensamento concreto embora se as sentem sobre as operações das classes e das relações, elas não esgotam toda a lógica das classes e das relações, constituindo somente estruturas elementares de "agrupamentos".

Os agrupamentos identificados por Piaget como estruturas operatórias concretas, comportam leis de totalidade que definem o sistema operatório enquanto sistema e uma forma particular de reversibilidade (inversão ou negação na classificação e reciprocidade na relação). Pode-se avaliar se a criança está ou não operando com os agrupamentos de classes e de relações, verificando através de suas ações explícitas (efetivar provas operatórias de Piaget, por exemplo).

Os agrupamentos servem como modelos de cognição em



áreas diversificadas de realização da inteligência. São usados para descrever a organização das operações lógicas propriamente ditas, ou seja, das operações referentes à classificações e relações lógicas próprias deste período, assim como, para descrever a organização das estruturas infralógicas, próprias do período operatório concreto. As estruturas lógicas e as infralógicas são duas estruturas básicas de organização do mundo. As primeiras estão ligadas à atividade de relacionar os objetos sob a forma de classes, relações e números conforme semelhanças e diferenças. Enquanto, que as últimas estão ligadas à atividade de relacionar objetos dentro do espaço e do tempo. Estes dois tipos de estrutura se constroem paralelamente e estão intimamente relacionadas.

A equilibração das operações pode ser realizada através dos agrupamentos, porque estes favorecem o processo de organização das ações interiorizadas e organizadas em estruturas de conjunto, que efetuam a adaptação ao mundo exterior.

O equilíbrio dos agrupamentos supõe um sistema de permutas que se compensam mutuamente, sendo o referido equilíbrio essencialmente móvel. Os agrupamentos atingem formas de equilíbrio estáveis, porque são estruturas de conjunto reversíveis capazes de antecipar a sucessão ordenada das operações convenientes à organização do pensamento.

Os agrupamentos, estruturas cognitivas características do período das operações concretas, têm propriedades próprias do grupo e da rede.

Conforme Flavell (1975, p.175), "um grupo é uma estrutura abstrata composta de um conjunto de elementos e de uma operação que incide sobre estes elementos, de tal modo que as propriedades de composição, associatividade, identidade e reversibilidade se mantêm válidas".

Tais propriedades significam:

- 1º) *composição*: operando-se os elementos  $a$  e  $b$  que pertencem ao conjunto, encontra-se um elemento  $c$  que pertence ao conjunto. A soma de duas classes dá origem a outra classe. A soma de dois números dá origem a outro número.
- 2º) *associatividade*: usando-se diferentes formas de operar, atinge-se sempre o mesmo resultado. Assim,  $(A+A')+B' = A+(A'+B')$ .
- 3º) *identidade*: o produto da operação e de sua inversa é a operação idêntica. Por exemplo:  $(+A-A=0)$  ou  $(A+A')+ +(-A-A')=0$ .
- 4º) *reversibilidade*: a operação pode ser invertida, isto é, a uma operação direta corresponde uma inversa. Por exemplo:  $(A+A'=B)$ , de onde se extrai:  $(B-A'=A)$  ou  $(B-A=A')$ .

Estas quatro propriedades são comuns tanto aos grupos lógico-matemáticos quanto aos agrupamentos. Este último possui ainda uma quinta propriedade:

- 5º) *tautologia*: um elemento qualificativo repetido não se transforma. Daí:  $(A+A=A)$ .

O reticulado é uma espécie diferente de estrutura, que supõe "...um conjunto de elementos e de uma relação que pode ocorrer entre ou 'relacionar' dois ou mais destes elementos" (Flavell, 1975, p.175). Tal relação pode ligar tanto elementos de uma hierarquia de classes como elementos de uma série.

Segundo Piaget, o agrupamento, estrutura cognitiva característica do período das operações concretas, é uma estrutura híbrida que se origina de estruturas lógico-matemáticas, sendo estas o grupo e o reticulado. Os agrupamentos são grupos incompletos e semi-reticulados.

O porque da classificação e da seriação atingir esta ou aquela forma, ..."e por que essas formas sucessivas tendem a converter-se em estruturas lógico-matemáticas, não porque a Lógica ou as Matemáticas tivessem imposto os modelos, *a priori*, mas porque o sujeito, sem os conhecer, tende por si mesmo a construir formas que lhe são progressivamente isomorfas" (Piaget & Inhelder, 1975, p.342), foi investigado para compreender as estruturas concretas da classificação e seriação.

O modelo lógico-matemático adequado à cognição é o agrupamento.

Segundo Piaget, há agrupamentos diferentes que descrevem a estrutura cognitiva própria das operações concretas. Os agrupamentos de classe e de relações são a base das atividades durante o período operatório concreto.

#### 2.5.3.2.1. Agrupamentos Lógicos

##### *Agrupamento I - Soma Primária de Classes*

Este agrupamento ocorre na formação de uma hierarquia simples de classes. Ele é o conjunto de regras que determinam as operações e as inter-relações contidas na cognição de tais hierarquias.

A compreensão das relações entre classes supõe a noção de inclusão. No decorrer do estágio operatório concreto a criança vai adquirindo a noção de relação de inclusão de elementos num todo ou de subclasses em classes. As subclasses não têm existência separada. Por exemplo: rosas, tulipas e outras flores são todas flores.

Operar com  $(A + A' = B)$  e com  $(A=B-A'$  ou  $A'=B-A$  ou  $A < B$  ou  $A' < B)$ , isto é, coordenar operações diretas e inversas de soma de classes; com as noções de compreensão

(atributo da classe) e extensão (indivíduos aos quais o atributo se aplica) de classes; com relações de pertinência de semelhança e de diferença; com os quantificadores intensivos: "todos" e "alguns" (extensão), é básico para o domínio de agrupamento I.

*Agrupamento II — Soma Secundária de Classe*  
(Vicariâncias)

As classes secundárias denotam uma multiplicidade de classes. Seja:

Classe Primária	Classe Secundária
$A_1$ = Classe dos patos	$A'_1$ = todas as demais subclases pertencentes à classe das aves (canários, beija-flores,...). Ou, as aves não-patos.

$B$  = Classe das aves

Donde,  $A_1 + A'_1 = B$

Da classe secundária  $A'_1$ , é possível estabelecer outras séries de classes semelhantes e paralelas à série  $A_1 + A'_1 = B$ . Por exemplo:

$A_1$ = Classe dos patos	$A'_1$ = todas as classes das aves não-patos.
--------------------------	---

Se procuro em  $A'_1$  uma classe  $A_2$  (por exemplo, os canários) e a encontro, posso estabelecer que  $A_2 + A'_2 = B$ , sendo que,

$A_2$ = Canários	$A'_2$ = todas as classes das aves não-canários.
------------------	--

$B$  = Classe das aves

É possível também estabelecer uma série que comece com  $A_3 + A'_3 = B$ , etc. As classes adicionadas ( $A_2 + A'_2$ , por exemplo) interferem uma com a outra (tanto os canários quanto as aves não-canários são aves), ao invés de

serem ou bem disjuntas ou bem uma incluída na outra. A classe das aves (B) foi dividida segundo duas dicotomias distintas:  $A_1$  = os patos e  $A'_1$  = as aves não-patos, assim como,  $A_2$  = canários e  $A'_2$  = aves não-canários, no exemplo citado. Tem-se então que:

$$(A_1 + A'_1) = (A_2 + A'_2) = B$$

$$A'_1 + A'_2 = B$$

$$A_1 \subset A'_2 \text{ e } A_2 \subset A'_1,$$

significando que  $A_1$  faz parte de  $A'_2$  e que  $A_2$  faz parte de  $A'_1$ . Há dupla dicotomia da classe B, mas há, sobretudo, reciprocidade entre os encaixes  $A_1 \subset A'_2$  e  $A_2 \subset A'_1$ . É preciso esclarecer que a substituição é possível, na medida em que se substitui igualmente a  $A'_1$ , ou seja, os outros elementos em relação a  $A_1$  a  $A_2$ , isto é, os outros elementos em relação a  $A_2$ .

Cada classe primária faz parte de outros conjuntos de classes complementares ou secundárias. Pode-se estabelecer uma variedade de séries paralelas à inicial, cada uma das quais se reúne à série inicial da classe superior primária seguinte. Portanto,  $A_2 + A'_2 = B$ ,  $A_3 + A'_3 = B$ , e assim por diante, da mesma forma que  $A_1 + A'_1 = B$ . Devido a possibilidade de poder incluir a série primária na classe primária seguinte, através de toda a hierarquia acima apresentada, pode-se estabelecer igualdades como  $A_1 + A'_1 = A_2 + A'_2 = A_3 + A'_3$ , etc.(=B). Piaget denomina estas equações de substituições complementares ou vicariâncias.

Piaget (1975, p.149) assim conceitua tal agrupamento: "...chegou o momento de estudarmos agora as complementariedades, isto é, as relações entre uma classe qualquer, A, B ou C, e as classes diferentes dela, mas que, reunidas a ela, esgotam o conteúdo de uma classe superior. Por exemplo, se A é a classe dos patos, B a das aves e C a dos animais, uma 1.<sup>a</sup> forma de classes comple -

mentares será constituída pelas classes a que chamamos 'secundárias'....: A' (as aves não-patos) é, assim, a complementar de B sobre C; B' (os animais não-aves) é a complementar de B sobre C, etc."

É fundamental para o domínio deste agrupamento, o domínio da negação (que é posterior ao domínio de inclusão dos encaixamentos hierárquicos), da classe singular, da classe nula, do papel do número de elementos nas complementariedades e das classificações em geral.

### *Agrupamento III - Multiplicação Biunívoca de Classes*

Além de serem somadas (agrupamentos I e II), as classes podem ser multiplicadas entre si. Os Agrupamentos III e IV se referem aos agrupamentos de classes multiplicativas.

Multiplicação de classes significa operar com mais de uma classe, de forma que cada subconjunto pertença, simultaneamente, a dois grandes conjuntos mais abrangentes, no caso de se multiplicar duas classes.

Por exemplo: a criança pode ser solicitada a operar com dois critérios diferentes, tais como, forma e cor (duas classes), simultaneamente. A forma poderia ser, por exemplo, círculos e triângulos. A cor, azul e vermelha. Evidentemente, a criança formará uma matriz na qual cada subclasse, por exemplo, a dos círculos azuis pertencerá, ao mesmo tempo, à classe dos círculos que poderá ser representada na parte de baixo da matriz, e à classe dos elementos azuis que poderá ser representada na parte à esquerda da matriz.

	A	V
T	Triângulos azuis	Triângulos vermelhos
C	Círculos azuis	Círculos vermelhos



A matriz é composta de duas grandes classificações que englobam todos os elementos: uma que se refere à forma, que se divide embaixo e em cima, e outra à cor, que se divide à esquerda e à direita.

No período operatório concreto, a criança torna-se capaz de construir classificações multiplicativas, reunindo as diferentes classificações num mesmo sistema. Ela faz uso do processo operatório sendo que, primeiramente, tal processo ocorre a partir de retroações após a descoberta empírica da necessidade de considerar os dois critérios (no exemplo anteriormente citado) e, posteriormente, por antecipação de um plano global do sistema que considerará todos os critérios, simultaneamente.

A criança domina as estruturas multiplicativas simultaneamente com as aditivas por razões de coerência operatória interna.

Piaget e Inhelder assim exemplificam e conceituam o Agrupamento III: "Vamos servir-nos de um jogo de elementos de duplas características (por exemplo, quadrados e círculos, vermelhos e azuis), podendo ser repartidos de maneira exaustiva em duas classes  $A_1$  e  $A'_1$ , segundo uma das suas características ( $A_1$  = quadrados e  $A'_1$  = círculos) e, igualmente, em duas classes  $A_2$  e  $A'_2$ , segundo a outra de suas características ( $A_2$  = vermelhos e  $A'_2$  = azuis). Chamaremos  $B_1$  à reunião das duas primeiras classes (formas), ou seja,  $B_1 = A_1 + A'_1$ , e  $B_2$  à reunião das duas segundas (cores), ou seja,  $B_2 = A_2 + A'_2$ . A classificação multiplicativa consistirá, então, em classificar esses elementos ao mesmo tempo, segundo a classificação aditiva  $B_1$  e segundo a classificação aditiva  $B_2$ , o que originará quatro classes distintas:

$$B_1 \times B_2 = A_1 A_2 + A_1 A'_2 + A'_1 A_2 + A'_1 A'_2 = B_1 B_2$$

(Piaget & Inhelder, 1975, p.188).

Ao operar através do grupamento III a criança tem de encontrar o produto lógico de duas ou mais classes, que

pode ser assim disposta espacialmente (matriz):

	$A_1$	$A'_1$
$A_2$	$A_1 A_2$	$A'_1 A_2$
$A'_2$	$A_1 A'_2$	$A'_1 A'_2$

Neste quadro de dupla entrada, as duas colunas verticais correspondem às classes  $A_2$  e  $A'_2$  (cor) e as horizontais às classes  $A_1$  e  $A'_1$  (forma), de tal modo que todos os elementos de cada célula estão de acordo simultâneo com os dois critérios.

A operação efetuada é a interseção lógica de classes.

#### *Agrupamento IV – Multiplicação Counívoca de Classes*

Multiplicação counívoca significa por em correspondência (multiplicado por) um elemento de uma classe com vários elementos de cada uma das outras classes (um para muitos). É fazer corresponder um mesmo termo a muitos. Exemplificando tal agrupamento temos que (Flavell, 1975, p.182-3):

Consideremos

$$K_1 \left\{ \begin{array}{l} A_1 = \text{filhos de um mesmo pai} \\ B_1 = \text{netos de um mesmo avô} \\ C_1 = \text{bisnetos de um mesmo bisavô} \end{array} \right.$$

$$K_2 \left\{ \begin{array}{l} A_2 = \text{irmãos} \\ A'_2 = \text{primos de 1º grau de } A_2 \\ B'_2 = \text{primos de 2º grau de } A_2 \end{array} \right.$$

As subclasses  $A_1$ ,  $B_1$  e  $C_1$  constituem a classe  $K_1$  e as subclasses  $A_2$ ,  $A'_2$  e  $B'_2$  constituem a classe  $K_2$ .

Após definidas as duas classes ( $K_1$  e  $K_2$ ), pode-se multiplicar ou colocar em correspondência cada elemento de  $K_1$  com tantos quantos forem os elementos de  $K_2$ .

Assim:

$$A_1 \times A_2 = A_1 A_2 \text{ (filhos do mesmo pai e irmãos).}$$

$$B_1 \times A_2 + B_1 \times A'_2 = B_1 A_2 + B_1 A'_2 \text{ (netos do mesmo avô, que são irmãos e os netos do mesmo avô que são primos-irmãos).}$$

$$C_1 \times A_2 + C_1 \times A'_2 + C_1 \times B'_2 = C_1 A_2 + C_1 A'_2 + C_1 B'_2 \text{ (bisnetos do mesmo avô que são irmãos, que são primos em 1º grau e que são primos em 2º grau).}$$

Se a classe  $K_1$  for multiplicada pela  $K_2$  ter-se-á:

$$\begin{aligned} K_1 \times K_2 &= A_1 A_2 + B_1 (A_2 + A'_2) + C_1 (A_2 + A'_2 B'_2) = \\ &= A_1 A_2 + B_1 A_2 + B_1 A'_2 + C_1 A_2 + C_1 A'_2 + C_1 B'_2. \end{aligned}$$

A operação efetuada é a interseção lógica de classes.

#### *Agrupamento V — Soma de Relações Assimétricas*

Os quatro primeiros agrupamentos já citados referem-se a operações realizadas sobre classes lógicas e, os quatro que citaremos logo em seguida, referem-se a operações realizadas sobre relações que podem existir entre dois ou mais indivíduos ou entre duas ou mais classes.

"O Agrupamento V refere-se especificadamente às relações assimétricas (A é 'menor do que' B, A é mais alto do que B", "A é o pai de B", etc.), cujas composições são transitivas (isto é, sendo  $A < B$  e  $B < C$ , então  $A < C$ ). As relações assimétricas indicam diferenças ordenadas entre termos: diferenças porque o sinal  $<$  em  $A < B$  indica uma maneira pela qual A difere de B; ordenadas porque a diferença se dá numa direção específica, ou seja,  $A < B \neq A > B$ " (Flavell, 1975, p.183).

O Agrupamento V abrange, portanto, a soma (ou sub

tração) lógica destas diferenças ordenadas numa série de relações assimétricas.

Exemplificando temos: no caso de quando uma criança do período operatório concreto ao deparar com uma série de 10 bastões de diferentes tamanhos, ela estabelece uma sistematização que pode ser, por exemplo: destacar o elemento maior e o menor, colocando-os nas extremidades. Depois vai dispondo os demais elementos que seleciona da seguinte forma: coloca todos os bastões restantes de pé num feixe preso em sua mão, estabelecendo uma base comum a todos e vai escolhendo o menor deles, colocando-o na série, escolhe o outro menor que restou no feixe e o coloca na série, e assim, sucessivamente.

#### *Agrupamento VI — Soma de Relações Simétricas*

Dois elementos ou classes são tidos como simétricos quando possuem uma relação de equivalência. Enquanto as relações assimétricas traduzem diferenças ordenadas, as relações simétricas apresentam diferenças nulas ou equivalência, isto é, relações de co-pertinência em se tratando de uma mesma classe (por exemplo, "compatriota") ou não pertinência comum com referência a uma mesma classe (por exemplo, "não compatriota").

Piaget (1976, p.139), assim exemplifica as relações simétricas encontradas numa hierarquia genealógica.

Se A é a classe "os netos de um mesmo avô" e se x, y e z são membros masculinos pertencentes à classe A, pode-se estabelecer várias relações. A significação atribuída às relações são:

$\overleftrightarrow{c}$  = "identidade ou diferença nula"

$\overleftrightarrow{a}$  = "irmão de"

$\overleftrightarrow{a'}$  = "primo irmão de"

$\overleftrightarrow{b}$  = "tem o mesmo avô que"

$\overleftarrow{a} = \text{"n\~ao \u00e9 irm\~ao de"}$

$\overleftarrow{a'} = \text{"n\~ao \u00e9 primo irm\~ao de"}$

$\overleftarrow{b} = \text{"n\~ao tem o mesmo av\~o que"}$

Constru\c{c}\~ao de rela\c{c}\~oes do tipo que se segue s\~ao poss\u00edveis, entre outras:

$$(x \overleftarrow{a} y) + (y \overleftarrow{a} z) = x \overleftarrow{a} z$$

que significa, se  $x$  e  $y$  s\~ao irm\~aos e  $y$  \u00e9 irm\~ao de  $z$ , ent\~ao  $x$  e  $z$  s\~ao tamb\u00e9m irm\~aos.

$$(x \overleftarrow{a} y) + (y \overleftarrow{b} z) = x \overleftarrow{b} z,$$

que significa, se  $x$  e  $y$  s\~ao irm\~aos e  $y$  e  $z$  n\~ao t\u00eam o mesmo av\~o, ent\~ao  $x$  e  $z$  tamb\u00e9m n\~ao t\u00eam o mesmo av\~o.

Ao operar atrav\u00e9s de soma de rela\c{c}\~oes sim\u00e9tricas, a crian\c{a} demonstra compreender a reciprocidade. Somente no per\u00edodo das opera\c{c}\~oes concretas h\~a manifesta\c{c}\~ao da compreens\~ao da reciprocidade sendo a crian\c{a}, por exemplo, capaz de responder adequadamente \u00e0s quest\~oes: "Quantos irm\~aos voc\~e tem?" E, "Quantos irm\~aos seu irm\~ao tem?" (ela j\~a se considera irm\~ao do irm\~ao).

#### *Agrupamento VII - Multiplica\c{c}\~ao Biun\u00edvoca de Rela\c{c}\~oes*

Este agrupamento abrange a multiplica\c{c}\~ao termo a termo de duas ou mais s\u00e9ries assim\u00e9tricas. Como exemplo, temos a seguinte matriz:

tonalidade	I <sub>1</sub>	I <sub>2</sub>	I <sub>3</sub>	I <sub>4</sub>
uma	II <sub>1</sub>	II <sub>2</sub>	II <sub>3</sub>	II <sub>4</sub>
mesma	III <sub>1</sub>	III <sub>2</sub>	III <sub>3</sub>	III <sub>4</sub>
cor	IV <sub>1</sub>	IV <sub>2</sub>	IV <sub>3</sub>	IV <sub>4</sub>
crescente	<div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 10px;">↓</div> <div>Tamanho - crescente</div> </div>			

O que ocorreu foram arranjos de gradação de diferenças ordenadas de tonalidades e tamanhos, ao ordenar os objetos simultaneamente.

Na matriz apresentada anteriormente, os algarismos romanos simbolizam a ordem crescente da tonalidade e os arábicos a ordem crescente de tamanho. Temos então que todos os elementos que pertencem a uma mesma coluna variam de tonalidade e conservam o mesmo tamanho, enquanto que os que pertencem à mesma fileira variam de tamanho e conservam a tonalidade.

Estas relações podem ser multiplicadas de forma a serem possíveis as seguintes combinações: elementos mais claros e menores, mais escuros e menores, mais claros e maiores e mais escuros e maiores.

#### *Agrupamento VIII – Multiplicação Cointrova das Relações*

O agrupamento VIII refere-se às multiplicações das relações simétricas pelas assimétricas.

O exemplo da árvore genealógica será apresentado, sendo que as relações serão simétricas quanto a uma das dimensões e assimétricas quanto à outra.

Para as relações simétricas, supondo uma árvore genealógica como exemplo, será adotado o seguinte simbolismo para as relações que a compõem (Flavell, 1975, p.190):

$\overleftrightarrow{o}$  = "é a mesma pessoa"

$\overleftrightarrow{o'}$  = "é irmão de"

$\overleftrightarrow{a}$  = "é filho do mesmo pai de"

$\overleftrightarrow{a'}$  = "é primo-irmão de"

$\overleftrightarrow{b'}$  = "é neto do mesmo avô de", etc.

Para as relações assimétricas:



$\downarrow a = \text{"é pai de"}$  ( $\uparrow a = \text{"é filho de"}$ )

$\downarrow b = \text{"é avô de"}$  ( $\uparrow b = \text{"é neto de"}$ )

$\downarrow c = \text{"é bisavô de"}$  ( $\uparrow c = \text{"é bisneto de"}$ ), etc.

As multiplicações destas relações têm como produto quadros tais como:

$$(A \downarrow^a B) \times (B \xrightarrow{a'} C) = A \downarrow^a \xrightarrow{a'} C \text{ que significa:}$$

se A é pai de B e se B é primo-irmão de C, então A é pai do primo-irmão de C — e, portanto, tio de C. Como ocorre no caso do Agrupamento VII, a multiplicação de dois ou mais produtos simétricos — assimétricos resulta num determinado produto simétrico-assimétrico, isto é:

$$(A \xrightarrow{a'} \downarrow^b B) \times (B \xrightarrow{o'} \downarrow^a C) = A \xrightarrow{a'} \downarrow^c C, \text{ que sig}$$

nifica:

se A é primo-irmão do avô de B e B é irmão do pai de C (portanto, tio de C), então A é primo-irmão do bisavô de C.

#### 21.5.3.2.2. A construção do número em relação com as operações lógicas

Piaget parte da hipótese de que o desenvolvimento da noção do número está correlacionado com o desenvolvimento da lógica. Experimentos foram realizados por este teórico e sua equipe para testar tal hipótese e os resultados confirmaram que, efetivamente, o número se organiza, etapa por etapa, em estreita correspondência com a elaboração gradual dos sistemas de inclusão (hierarquia das classes lógicas) e de relações assimétricas (seriações qualitativas), sendo que a sucessão dos números se constitui em uma síntese operatória da classificação e da seriação.

As operações aritméticas são resultantes da generalização e da fusão das operações lógicas, sob seus dois

aspectos complementares da inclusão das classes e da serialização das relações, com eliminação, porém, da qualidade.

Tal eliminação possibilita a realização da fusão da inclusão e da serialização dos elementos "numa só totalidade operatória formada de classes, de relações assimétricas reunidas, e essa totalidade constitui, sem mais nada, a série de números inteiros finitos, indissociavelmente cardinais e ordinais". (Piaget e Szeminska, 1975, p.13).

Segundo Piaget, os números-cardinal e ordinal, se constituem de maneira indissociável (no finito) a partir da reunião das classes e das relações de ordem. Esta síntese de elementos lógicos é ela própria numérica, porque resulta em propriedades novas, isto é, em propriedades estranhas às dos agrupamentos iniciais. Tal síntese se constitui, aproximadamente, aos 7 ou 8 anos, para os primeiros números naturais.

#### - A gênese do número

##### a) *O princípio de conservação*

Todo conhecimento supõe um sistema explícito ou implícito de princípios de conservação e, evidentemente, o pensamento aritmético o supõe também. O conceber um conjunto ou uma coleção supõe apreender que, sejam quais forem as mudanças introduzidas nas relações dos elementos, o valor total permanece inalterado. Do mesmo modo, a concepção do número supõe a compreensão do que o número permanece idêntico a si mesmo, seja qual for a disposição das unidades dos quais é composto. As noções aritméticas se estruturam progressivamente e em função das exigências da conservação. Sendo a conservação, em sua essência, uma coordenação de relações sob seu duplo aspecto de multiplicação lógica das relações e de composição matemática das partes e das proporções, ela é fundamental na gênese do número.

Pesquisas foram feitas por Piaget e sua equipe pa

ra compreender a conservação das quantidades contínuas e descontínuas e sua relação com as noções aritméticas. Uma das conclusões a que chegaram foi a de que: "...a criança não chega de início à noção da quantidade, para atribuir-lhe em seguida a constância, mas ela só descobre a quantificação real no momento em que se torna capaz de construir totalidades que se conservam". (Piaget e Szeminska, 1975, p.26). Isto, tanto para as quantidades contínuas quanto para as quantidades descontínuas.

É possível distinguir três fases sucessivas, no desenvolvimento da capacidade de conservação. Na 1.<sup>a</sup> fase, não há um sistema de relações ou de operações que assegurem a existência de uma invariante de quantidade. Na 2.<sup>a</sup> fase, a conservação só é compreendida para algumas situações, isto é, ela não é generalizada a todas as situações. Para, finalmente, na 3.<sup>a</sup> fase, as relações serem coordenadas umas às outras segundo operações aditivas ou multiplicativas; a quantificação que era intensiva (2.<sup>a</sup> fase) possibilitando à criança conceber a proporcionalidade das diferenças, passa a ser extensiva, sendo que tal descoberta é que vai tornar possível a compreensão do número. Em outras palavras: "Por fim, a 3.<sup>a</sup> fase é assinalada pela constituição das quantidades extensivas, graças à igualização das diferenças intensivas e, conseqüentemente, à aritmetização dos grupamentos lógicos". (Piaget e Szeminska, 1975, p.50). A conservação da quantidade é um dos indícios da conservação do número cardinal,

#### b) *A correspondência Biunívoca e Recíproca*

O estudo de como se dá os primórdios da quantificação nos leva a considerar o problema da correspondência. Fazer a correspondência termo a termo dos elementos de coleções, é um procedimento constitutivo do número inteiro, pois ela fornece a medida mais simples e mais direta da equivalência dos conjuntos.

A correspondência termo a termo é um instrumento usado para decompor as totalidades a serem comparadas en

tre si.

Na 1.<sup>a</sup> fase do desenvolvimento da correspondência biunívoca e recíproca, capacidade esta fundamental à compreensão do número, há ausência de correspondência e de equivalência.

Na 2.<sup>a</sup> fase, existe um conflito sem solução: não equivalência quando o sujeito considera as coleções e equivalência quando ele recorda da correspondência existente quando da constituição das coleções. Nesta fase, se procura o início da constituição dos conjuntos permanentes. Há correspondência termo a termo mas ausência de equivalência durável. É na 3.<sup>a</sup> fase que se dá a conservação das quantidades totais ou a descoberta da invariância das totalidades e coordenação quantificante, pela correspondência biunívoca e recíproca. Nesta fase, a correspondência termo a termo acarreta a equivalência durável das coleções, uma vez que há coordenação das relações em jogo. O sujeito domina a correspondência realmente quantificante, fonte de equivalência necessária e, consequentemente, de invariância cardinal. Há correspondência e equivalência durável, assim como, noção do número. A operação se liberta da intuição e o sujeito atinge assim, a reversibilidade e a equivalência. O primado da operação em relação à intuição perceptiva é uma consequência da reversibilidade progressiva do pensamento. Na 3.<sup>a</sup> fase, o sujeito é capaz de usar a correspondência operatória ou quantificante, que supõe uma operação superior que é a igualização das diferenças, isto é, uma coordenação dos deslocamentos de forma que estes se compensem tornando-se reversíveis.

Através de estudos realizados por Piaget e sua equipe sobre a gênese do número na criança, se averiguou que: "não é exagero dizer que este fator verbal não desempenha qualquer papel no próprio progresso da correspondência e da equivalência". E ainda: "Sem dúvida, no momento em que a correspondência se torna quantificante,

e dá assim nascimento a começos de equivalência, a numeração falada pode acelerar o processo de evolução. No entanto, como tais, os nomes dos números não a engendram e isso é tudo o que desejávamos demonstrar". (Piaget e Szeminska, 1975, p.97).

c) *A determinação do valor cardinal*

O estudo da correspondência espontânea, isto é, de situações nas quais o sujeito tem que estabelecer por si só a correspondência e fazer uso da mesma da forma que lhe convier, foi explorado para estudar o processo de determinação do valor cardinal. O esforço livre do sujeito para avaliar o valor cardinal de uma coleção qualquer, constatado através dos tipos de correspondência usados é o que foi estudado.

Nas provas criadas por Piaget para tais estudos, no material utilizado não constavam objetos cuja complementariedade qualitativa impunha a correspondência. Por exemplo, não mais eram usados ovos e ovelhas e sim, uma moeda por cada flor.

Três fases são distintas no desenvolvimento da capacidade da determinação do valor cardinal através da correspondência espontânea. Durante a 1.<sup>a</sup> fase, o sujeito faz comparação qualitativa global em +, em -, ou em =, sem tentativa de quantificação exata por falta de noções precisas do número cardinal. Não há coordenação das qualidades percebidas porque o sujeito não age de forma operatória. A forma do conjunto, isto é, a superfície total seguida de uma semelhança estrutural mais ou menos vaga, é para o sujeito da 1.<sup>a</sup> fase o critério supremo da avaliação cardinal, denotando isto a irreversibilidade de suas reações. Não há ainda a compreensão de que, se a forma de conjunto muda e com ela a disposição das partes, o total permanece idêntico. Não existe ainda total mas somente totalidades perceptivas.

O fracasso na cardinalização é explicado pelo pensa-

mento não operatório, isto é, não-reversível.

Durante a 2.<sup>a</sup> fase, o sujeito usa a correspondência qualitativa de ordem intuitiva, porém, de forma mais contínua. Nesta fase, há necessidade de avaliação precisa e, conseqüentemente, correspondência termo a termo, po rém, sem conservação quando a figura é deformada (equivalência não durável).

Durante a 3.<sup>a</sup> fase, o comportamento do sujeito denota que ele opera fazendo correspondência numérica e com equivalência durável. Aparecem operações espontâneas de controle, por dissociação das totalidades e colocações em série. A correspondência, seja qualitativa ou nu mérica, torna-se operatória.

A coordenação das relações torna-se simultaneamente aditiva (seriação) e multiplicativa (correspondência). Aditiva enquanto compreende que, por exemplo, o comprimento total de uma fileira é composto de segmentos cuja soma define a densidade (adição de relações). Multiplicativa enquanto faz corresponder termo a termo os elementos das coleções, por exemplo, compreender que uma fileira é tão longa e mais cerrada que uma segunda, simultaneamente, constatando a equivalência das coleções que é confirmada apesar das transformações possíveis da configuração das coleções correspondentes. A correspondência termo a termo torna-se efetivamente quantificante, e exprime a igualdade numérica e não mais apenas, a equivalência qualitativa.

O sujeito se liberta da percepção imediata e isto assinala o início das operações propriamente ditas, sendo estas possíveis devido a reversibilidade progressiva das ações e do pensamento.

Piaget e Szeminska (1975, p.125) dizem: "Ora, é muito interessante observar que, tanto no caso da corres pondência como no das relações inerentes à cons ervação das quantidades, a passagem da operação qualificativa à



operação aritmética explica-se pela igualização das diferenças e, portanto, pela introdução implícita ou explícita da noção de unidade".

A igualização das diferenças é uma operação nova, superior em relação à da simples lógica qualitativa. A compreensão da igualização das diferenças significa apreensão de "...a colocação em série de unidades consideradas como iguais em tudo, salvo precisamente a posição relativa e momentânea que cada uma ocupa na série". (Piaget e Szeminska, 1975, p.126).

A igualização das diferenças é fonte da unidade e por isso mesmo do número. As ações executadas formam um sistema de conjunto, do qual a reversibilidade é fonte da constância, sendo que este sistema é ao mesmo tempo, o princípio de uma generalização das correspondências qualitativas ou coordenações simplesmente lógicas de relações e da correspondência numérica ou "qualquer".

Há uma evolução psicológica que progride da percepção global à operação devido à reversibilidade progressiva das ações e do pensamento. Tal evolução corresponde a uma estruturação lógica dos julgamentos, sendo que da simples relação indecomposta conduz à correspondência biunívoca e recíproca "qualquer" por um conjunto de transformações.

A construção do número "...consiste em igualizar as diferenças, ou seja, reunir num só todo operatório a classe e a relação assimétrica: os termos enumerados são então, ao mesmo tempo, equivalentes entre si, e nisso, participam da classe, e diferentes uns dos outros, por sua ordem de enumeração, nisso participando da relação assimétrica..." (Piaget e Szeminska, 1975, p.145).

#### d) *A determinação do valor ordinal*

Os progressos da ordenação se apóiam naquela desenvolvida na cardinação e vice-versa. Tanto que as difici

culdades de uma e de outra são paralelas.

Para estudar como ocorre o desenvolvimento do processo de determinar o valor ordinal, Piaget e seus colaboradores construíram provas enfocando três problemas básicos: o da construção da correspondência serial ou similitude; o da determinação da correspondência serial quando ela não é mais diretamente percebida e, por conseguinte, da passagem à correspondência ordinal e finalmente, o da reconstituição da correspondência ordinal quando as séries intuitivas são rompidas.

Para cada um destes problemas foram definidas três fases que caracterizam o progresso do sujeito no domínio dos mesmos.

- Correspondência serial (similitude qualitativa)

Na construção da correspondência serial, a 1.<sup>a</sup> fase se caracteriza pela comparação global, sem seriação exata ou correspondência termo a termo. Não sendo os sujeitos capazes de seriar espontaneamente não o serão também, de estabelecer a correspondência serial.

As reações próprias da 2.<sup>a</sup> fase da correspondência serial são: o sujeito torna-se capaz de construir espontaneamente séries corretas depois de um determinado número de tateios e correções, assim como, estabelecer correspondência serial progressiva e intuitiva, correta e espontânea, usando o método da seriação dupla. Este método consiste em seriar uma coleção, depois seriar à parte outra coleção na mesma ordem e, finalmente, por cada termo de uma 1.<sup>a</sup> série em correspondência com o termo da mesma categoria da outra série.

Os sujeitos desta fase são incapazes de intercalar sem erros novos elementos numa série, ou de restabelecer a seriação quando esta é desfeita. Não há ainda coordenação tal como: "um elemento é ao mesmo tempo maior que X e menor que Y".

Sujeitos desta fase fazem uso das qualidades "grandes" e "pequenos" (com as relações perceptivas que as unem), e não procedem considerando as relações "maior" e "menor". Isto porque o sujeito se encontra num plano semi-operatório, não sendo capaz de fazer operações reais suscetíveis de serem desligadas da percepção para serem trabalhadas abstratamente.

Os sujeitos na 3.<sup>a</sup> fase são capazes de construir uma série ou efetuar uma correspondência se rial (seriação operatória). Isto equivale, nos dois casos, a coordenar relações  $A < B < C \dots I$  de tal modo que se  $E < F$ , isso implica, simultaneamente, que  $E > A, B, C \dots D$  e que  $F < G, H, I \dots$ , o que impli ca, portanto, a possibilidade de desenrolar a sé rie nos dois sentidos.

Verifica-se já uma lógica operatória, isto é, um sistema de ações reversíveis que possibilitam ao sujeito decompor e recompor suas séries em função dos problemas que lhes são apresentados. O sujeito domina simultaneamente a totalidade das relações necessárias à seriação, isto é, considera a todo momento o conjunto das relações entre todos os elementos, uma vez que procura quando de cada nova relação, o termo maior (ou o menor) dos que restam. Não há dúvidas ou tateios. O método usado para fazer a correspondência pode ser o da seriação simples com correspondência, que implica em seriar os elementos de uma das coleções e pôr diretamente em correspondência com eles os elemen tos da outra coleção, selecionados os elementos um a um, segundo a sua categoria e na mesma ordem. Ou, o método da correspondência direta que consis te em pôr de saída, em correspondência termo a termo os elementos das duas coleções, sem seria ção prévia, porém, seriando-as no decorrer dessa própria correspondência.

Um sistema de operações propriamente ditas,

suscetíveis de coordenar tanto as relações inversas quanto as diretas, possibilita a construção da correspondência serial.

e) *Da correspondência serial à correspondência ordinal*

Durante a 1.<sup>a</sup> fase, o sujeito não descobre a correspondência entre os elementos de uma série e o seu correspondente na outra série, quando uma das séries é deslocada. As séries e as correspondências mesmo quando estabelecidas com a ajuda de adultos, são apenas figuras globais, não ainda decomponíveis sistematicamente.

Durante a 2.<sup>a</sup> fase, o sujeito tenta estabelecer a correspondência exata através de procedimentos empíricos ou contagem direta dos elementos porém, confunde constantemente a categoria procurada com a precedente. Nesta fase, o sujeito não tem noção de equivalência durável simultaneamente cardinal e ordinal, quando há o deslocamento de uma ou mais séries. Há um progresso na capacidade de seriar e aparece um primeiro elo entre a categoria e a cardinação, uma vez que, para descobrir a categoria de um elemento, quando as séries são oticamente desfeitas, faz-se necessário contar as categorias dos elementos precedentes ou avaliá-las por correspondência termo a termo.

Não há uma conexão necessária entre a ordenação e a cardinação pelo fato do sujeito seriar, intuitivamente, uma vez que seu raciocínio ainda não é operatório.

Durante a 3.<sup>a</sup> fase, o sujeito descobre a correspondência combinando as noções ordinais e as noções cardinais, devido à correspondência operatória e não mais intuitiva.

Fundamentalmente, a aritmetização da correspondência serial ocorre devido ao fato de o sujeito constatar que o número de elementos das séries não se altera quando elas são invertidas ou separadas. À medida em que os

termos são concebidos como unidades equivalentes (cardinação) e a ordenação for desligada da qualidade, se dá a conexão entre cardinação e ordenação.

f) *A reconstrução da correspondência cardinal*

Durante a 1.<sup>a</sup> fase da construção da correspondência cardinal, o sujeito não é capaz de reconstruir por si mesmo a série ou as séries, estabelecendo a correspondência pela vista ou arbitrariamente. Há ausência de seriação espontânea, de correspondência cardinal e de equivalência durável. Não há cardinação nem ordenação propriamente ditas.

Durante a 2.<sup>a</sup> fase, se dá o início de coordenação entre a cardinação e ordenação que é comprovada pelo facto de o sujeito reconhecer e identificar o número de elementos das séries, mas não há ligação entre estes dois processos. A correspondência serial implica um início de significação cardinal, porém, o sujeito nesta fase, ainda não é capaz de apreender as relações constantes. A resseriação e a cardinação não são ainda sistemáticas. Não há ainda um sistema operatório que possibilite ao sujeito apreender que cada categoria nova representa uma unidade cardinal a mais e reciprocamente; apenas há a compreensão de que, por exemplo, duas fileiras ou dois segmentos de fileira que correspondem serialmente se corresponde também cardinalmente.

O sujeito avalia cardinalmente os elementos por numeração, sem passar do número ordinal para o número cardinal. Se pensa na posição esquece o número cardinal e vice-versa. Há dificuldades consideráveis para conciliar o aspecto ordinal e o aspecto cardinal das correspondências e, inclusive, o sujeito não chega ainda a ter noções numéricas num plano operatório, limitando-se a pressenti-las intuitivamente.

A colocação em conexão de correspondência ordinal com a cardinação supõe que o sujeito faça abstracção das

qualidades para considerar cada elemento como sendo simultaneamente equivalente a cada um dos outros e diferentes por sua posição, na ordem. Isto é, o sujeito deve considerar, simultaneamente, os elementos como termos de classes e termos de relação e um mesmo todo operatório.

Assim o sendo, somente ao sujeito da 3.<sup>a</sup> fase será possível fazer tal conexão devido ao pensamento operatório e, conseqüentemente, à reversibilidade. Eles são capazes de distinguir cada elemento enquanto não equivalente aos outros (seriar) e de, reunir num todo uma certa quantidade de elementos, considerando-os como equivalentes (classificar). Tal distinção é fundamental na construção do número.

É somente na 3.<sup>a</sup> fase, que se processa a vitória da operação sobre a intuição perceptiva, isto é, do grupamento reversível sobre a constatação estática, o que possibilita:

1) as generalizações das operações qualitativas — por que as relações em jogo tornaram reversíveis. Estas generalizações possibilitam a construção de composições aditivas. O sujeito concebe um conjunto de elementos como análogos, fazendo abstração de suas diferenças e só re-  
tendo suas qualidades comuns. Dá-se a apreensão da equivalência dos elementos que conduz à construção de conceitos em extensão. O sujeito é obrigado a perceber que os elementos são diferentes considerando as diferenças e não só a qualidade comum dos elementos, sendo isto a compreensão da não-equivalência ou das relações assimétricas. Assim: "Toda relação assimétrica é uma desigualdade, não somente se  $A' > A$  ou  $B' > A'$ , etc., mas mesmo se  $A, A', B'...$  são indiscerníveis em tudo, salvo em que  $A'$  vem "ao lado" ou "depois" de  $A$ . Diremos, portanto, que o sujeito quando distingue  $A, A', B'$ , constrói, por isso mesmo, relações  $(A+A')$  ou  $(A'+B')$ , que se tornam relações desde que podem ser compostos  $(A+A') + (A'+B') = (A+B')$  (em que  $A+A'$  significa, por exemplo, que  $A'$  é



"maior" que A, etc.) e invertidos  $(A + A') = (A' + A)$ , onde  $+$  significa 'menor'. (Piaget e Szeminska, 1975, p.217).

As classes e as realções assimétricas são complementares, no sentido de que, ao construir classes, as relações permitem qualificar os elementos ligados.

As classes são fontes de totalidades hierárquicas  $(A + A' = B; B + B' = C...)$  e as relações assimétricas transitivas, fontes de seriações.

2) Diferenciação entre operações qualitativas e operações numéricas — das composições lógicas anteriormente enfocadas, o sujeito torna-se capaz de tirar delas as composições numéricas correspondentes e de diferenciá-las umas das outras. A construção do número se dá precisamente, na medida em que o sujeito se torna capaz de apreender que os elementos são simultaneamente equivalentes e não-equivalentes. O número não é somente classe totalizante nem apenas relação seriante mas simultaneamente, classe hierárquica e série. O número, porém, não se reduz às classes e às séries porque supõe uma síntese nova. Assim, o número "1º) retém das classes sua estrutura de inclusão (1 incluído em 2, 2 em 3, etc...); 2º) porém, como faz abstração das qualidades, para transformar os objetos em unidades, faz intervir também uma ordem serial, único meio para distinguir uma unidade da seguinte: 1 depois 1, depois 1, etc. (ordem espacial, temporal, ou de simples enumeração). É, pois, a síntese dessa ordem serial das unidades com inclusão dos conjuntos resultantes de sua reunião (1 incluído em 1+1; 1+1 incluídos em 1+1+1, etc.) que constitui o número, síntese nova e original, mas tirando todos os seus elementos das estruturas mais simples dos agrupamentos lógicos". (Fraisse, P. e Piaget, 1969, p.145).

A constituição lógica das classes, das relações e dos números constitui um desenvolvimento de conjunto, de forma sincrônica e solidária.

39) A interação necessária do ordinal e do cardinal — o número cardinal é uma classe (faz-se, portanto abstração da relação) sendo seus elementos concebidos como "unidades" equivalentes umas às outras e, entretanto, distintas, com suas diferenças, sendo por isso unicamente que se pode seriá-las, e portanto, ordená-las. O número ordinal é uma série (faz-se, portanto, abstração da classe) da qual os termos, ao mesmo tempo, em que se sucedem segundo as relações de ordem que lhe são atribuídas por suas posições respectivas, constituem igualmente, unidades equivalentes umas às outras e, portanto, suscetíveis de serem reunidas cardinalmente. Os números finitos são simultaneamente cardinais e ordinais.

*g) As composições aditivas*

As operações aditivas se acham implícitas no número por ser este a reunião aditiva de unidades.

Piaget investigou como o sujeito toma consciência da necessidade de operar usando composições aditivas, descobrindo-as no próprio interior das composições numéricas.

As relações da classe e do número, assim como as composições aditivas de uma e outro são os objetivos básicos do estudo que agora desenvolvemos.

O número não se deriva da classe, nem ocorre o inverso, uma vez que ambos se complementam e se desenvolvem solidariamente, embora em duas direções diferentes. O número é formado pela própria operação aditiva, reunindo em totalidades os elementos esparsos ou decompondo essas totalidades em partes. A lógica das classes consiste num algarismo do todo e da parte. A diferença existente é a de que no número, as partes são unidades homogêneas ou frações de unidades. Enquanto que as partes de uma classe são classes qualificadas e reunidas unicamente por causa de suas qualidades comuns.

Os quantificadores "intensivos" - "um" - "nenhum" - "alguns" e "todos" - intervêm nas relações de inclusão próprias a toda composição aditiva e, tais quantificadores revestem-se de uma significação quantitativa evidente.

A composição aditiva das classes é a inclusão das classes parciais numa classe total. As provas utilizadas para o estudo deste tema são do tipo: "Seja B uma coleção de objetos individuais que constituem uma classe lógica definível em termos puramente qualitativos, e A uma parte dessa coleção, a constituir uma subclasse definível, ela também, em termos qualitativos: o problema é simplesmente saber se há 'mais' elementos na classe total B que na classe inclusa A, ou noutras palavras, se a classe B é maior ou mais 'numerosa' que a subclasse A". (Piaget e Szeminska, 1975, p.225).

As crianças demonstram passar por três fases que caracterizam a capacidade de efetuar composições aditivas de classes.

Durante a 1.<sup>a</sup> fase, não há compreensão de que as classes B abrangerão mais elementos que as classes de ordem A. Psicologicamente este evento é explicado pelo fato de a criança não pensar simultaneamente no todo B e nas partes A e A'. Logicamente, ele é explicado pelo fato de a criança não conceber ainda a classe B como resultando da adição  $B = A + A'$ , nem a classe A como resultante da subtração  $A = B - A'$ . Não há capacidade para fazer composição aditiva das classes, portanto, a avaliação usada é global e os critérios utilizados são de ordem intuitiva e não operatória. As totalidades não se conservam e este fato se dá devido à incapacidade de reunir as partes num todo.

Durante a 2.<sup>a</sup> fase, a criança consegue gradativamente estabelecer que as classes de ordem B possuem um maior número de elementos que as classes inclusas de ordem A, porém, de maneira intuitiva. Tanto que quando vi-

zualiza a coleção descobre a relação  $B > A$  e não, antecipadamente, devido ao jogo das inclusões que resultam da composição aditiva. Segundo Piaget, a criança descobre a relação  $B > A$ , quando pensa no número preciso de elementos da classe  $A'$  (ou da classe  $A$ , quando os conta). A criança tateia antes de fazer construções corretas, não fazendo composição imediata. A descoberta da composição aditiva e da inclusão corretas se dá quando a criança pensa simultaneamente, na classe total caracterizada pela qualidade  $b$  (substância) e nas classes parciais caracterizadas pelas qualidades  $a$  e  $a'$  (cor, por exemplo).

No decorrer da 3.<sup>a</sup> fase, a criança compreende logo no princípio que a classe incluínte  $B$  é mais numerosa que a classe inclusa  $A$ , porque é capaz de fazer a composição aditiva ( $B = A + A'$  e  $A = B - A'$ ).

O considerar simultaneamente o todo  $B$  e as partes  $A$  e  $A'$  acontece devido à síntese das qualidades " $b$ " e " $a$ " ou " $a'$ " e o da adição em extensão  $A + A' = B$ . Tal adição de classes supõe, necessariamente, a multiplicação lógica dessas mesmas classes, isto é, todos os  $A$  são  $AB$  e apresentam as qualidades  $ab$ ; todos os  $A'$  são  $A'B$  e apresentam as qualidades  $a'b$ , e todos os  $B$  são  $A$  ou  $A'$ , isto é,  $b(a || a')$ .

As construções intelectuais reversíveis operadas pela criança desta fase, possibilitam construir todas as combinações possíveis.

Segundo Piaget e Szeminska (1975, p.248): "...o raciocínio classificatório consiste em combinar os objetos por meio das operações do cálculo das classes (adição e multiplicação lógicas, etc.) e em agrupar assim os objetos e as classes em sistemas hierárquicos ou em dissociá-los uns dos outros".

O mecanismo comum à classe e ao número é constituído pelos mecanismos operatórios aditivo e multiplicativo.

A diferença fundamental entre as classes e os nú-

meros é o fato de cada termo desempenhar o papel de operação idêntica em relação a si mesmo por serem os elementos qualificativos, pois  $A+A = A$  e  $A+B = B$ , no grupoamento das classes. Enquanto que os "grupos" de números inteiros,  $1+1 = 2$  e  $1+2 = 3$ , etc, sendo portanto, que neste caso, há "iteração", por serem os elementos quantitativos.

No caso dos agrupamentos de classes, as crianças usam os quantificadores intensivos "um", "nenhum", "todos", "alguns",  $A < B$  ou  $B > A$  e com a igualdade  $A+A'=B$ . No caso dos números, a criança usa quantificadores extensivos.

Para transformar as classes em número é preciso: considerar os elementos das classes como outras tantas unidades equivalentes entre elas, isto é, considerar os objetos como se fossem todos iguais (valor cardinal) e fazer intervir uma operação nova, sendo esta o conceber, simultaneamente, os elementos como equivalentes (classe) e como distintas (seriação). Assim, "Se  $A+A'=B$  e se, ao mesmo tempo,  $B=A+A'$  (com  $A$  e  $A'$  sendo 'vicariantes', isto é, podendo os seus conteúdos ser intercambiados), então  $B, A+A = 2A$ , o que equivale a dizer que um número é ao mesmo tempo uma classe e uma relação assimétrica, com as unidades que o compõem sendo simultaneamente adicionadas enquanto equivalentes e seriadas enquanto diferentes uma das outras" (Piaget e Szeminska, 1975, p.252).

Isto significa que, na descoberta do valor cardinal através da enumeração, é preciso ordenar os elementos: contar um objeto primeiro, depois o seguinte, e assim, sucessivamente. É necessário manter uma certa sequência e não contar um objeto mais de uma vez. Ordenar é um processo próprio das operações de relações assimétricas.

A hierarquia aditiva das classes, a seriação das relações e a generalização operatória do número se desenvolvem, sincronicamente, por volta dos 6 a 7 anos, segundo Piaget, quando o pensamento reversível e, portanto,

operatório se fazem presentes.

#### *h) A composição das multiplicações numéricas*

Com a finalidade de estudar como se processa a compreensão da multiplicação numérica pela criança, Piaget usou em seus experimentos como material, objetos heterogêneos (por exemplo, flores e jarras). Era solicitado à criança, efetuar correspondência biunívoca e recíproca entre diversas coleções ("correspondência múltipla") e não apenas entre duas, para ser efetuado o estudo da passagem da composição de relações de equivalência ou de classes para a multiplicação aritmética. Segundo Piaget e Szeminska (1975, p.279), "Sendo a multiplicação aritmética uma equidistribuição, a equivalência por correspondência unívoca e recíproca entre 2 ou  $n$  coleções  $A$  é, portanto, uma equivalência de ordem multiplicativa por 2 ou  $n$ ;  $A \leftrightarrow A \dots$  significa assim  $2A$  ou  $nA$ , do mesmo modo que, inversamente,  $nA$  implica a correspondência termo a termo entre  $n$  coleções  $A$ ".

Uma colocação em correspondência biunívoca e recíproca é uma multiplicação implícita. A multiplicação será uma operação explícita a partir do momento em que a criança for capaz de estabelecer correspondência entre diversas coleções e não apenas entre duas.

Diferentes experiências foram imaginadas. Como exemplo, a feita com flores e jarras: - após haver conduzido a criança a estabelecer a equivalência entre uma coleção de flores  $F_1$  (10 flores azuis) e uma coleção de jarras  $J_1$  (10 jarras) que lhe corresponda termo a termo, repetir isso entre a mesma coleção de jarras  $J_1$  e uma nova coleção de flores,  $F_2$  (10 flores cor-de-rosa). Propõe-se a seguinte pergunta: se  $F_1 = J_1$  e se  $J_1 = F_2$ , ter-se-á também  $F_1 = F_2$ ?

Em seguida, propõem-se questões do tipo: se se recolocar todas as flores  $F_1$  e  $F_2$  nas jarras  $J_1$ , colocando



naturalmente um número igual de flores por jarra, quantas flores haverá em cada jarra?

Posteriormente, questiona-se: se ao invés de colocar duas flores em cada jarra, pretender-se colocá-las em pequenos tubos que só podem, cada um, conter apenas uma só, quantos tubos serão necessários para todas as flores (deve-se deixar sobre a mesa somente as jarras iniciais  $J_1$ , donde a solução  $2J = J_1 + J_2$ , em que  $J_2 =$  os tubos postos em correspondência com  $J_1$ )?

Três fases são distinguidas no comportamento das crianças, quanto à constituição da correspondência termo a termo e quanto à composição das relações de equivalência:

- 1º - A comparação é qualitativa e global sem correspondência termo a termo nem equivalência durável;
- 2º - A correspondência termo a termo se efetua, mas é intuitiva e sem equivalência durável;
- 3º - A correspondência é operatória, qualitativa ou numérica e as equivalências dos conjuntos obtidos são duráveis. A substituição dos esquemas perceptivos rígidos (descobertas por tateios) pela composição móvel, implica na possibilidade de sua generalização por meio da multiplicação numérica.

Nos estudos sobre a multiplicação das classes e a multiplicação dos números, Piaget aborda sobre a existência de mais de uma forma de equivalência. Haverá equivalência aditiva quando  $A_1$  (uma classe qualquer de flores azuis) e  $A'_1$  (uma classe qualquer de flores cor-de-rosa) podendo ser reunidas em  $B_1$  (= as flores consideradas), são conseqüentemente equivalentes enquanto  $B$  (as flores azuis e cor-de-rosa são equivalentes na qualidade de flores).  
 Onde:  $A_1 = A'_1$  ou  $A_1 + A'_1 = B_1$ .

Haverá equivalência multiplicativa quando se considerar simultaneamente, as flores (classe  $B_1$ ) e a localização das flores na mesa, como por exemplo, da esquerda para a direita (classe  $K_2$ ). Se multiplicarmos as classes  $B_1$  e  $K_2$ , isto é, se admitirmos que as classes consideradas são "ao mesmo tempo"  $B_1$  e  $K_2$ , teremos  $B_1 \times K_2 = A_1 K_2 + A'_1 K_2$ . As classes  $A_1$  e  $A'_1$  possuem a mesma estrutura  $K_2$ , ou mais simplesmente, que as classes  $A_1 K_2$  e  $A'_1 K_2$  se correspondem termo a termo. Cada uma destas classes é formada das classes singulares  $A_1 A_2 + A_1 A'_2 + A_1 B'_2 + A_1 C'_2 \dots$  etc, e  $A'_1 A_2 + A'_1 A'_2 + A'_1 B'_2 + A'_1 C'_2 \dots$  etc.

Em síntese, construir equivalências por correspondências qualitativas ou coordenar essas equivalências já é se entregar a uma operação multiplicativa, sem contudo, ocorrer a intervenção do número. Como se dá a passagem da multiplicação das classes à dos próprios números? Supondo que, cada um dos termos das classes  $B_1$  e  $K_2$  seja considerado como uma simples unidade, ao mesmo tempo igual às outras e distinta delas, enquanto que as classes  $A_1 K_2$  e  $A'_1 K_2$  serão formadas, cada uma de 10 unidades, com cada unidade  $A_1 A_2$  ou  $A'_1 A'_2 \dots$  pertencendo, simultaneamente, à classe  $A_1$  ou  $A'_1$  (flor azul ou cor-de-rosa) e à classe  $K_2$  (posições), a correspondência biunívoca e recíproca, torna-se por isso mesmo, "qualquer" ou numérica, isto é, exprime sem mais nada, a equivalência existente entre duas coleções de 10 termos, não sendo essa equivalência por equidistribuição outra coisa senão a operação da própria multiplicação:  $2 \times 10$  ou  $10 \times 2$ . Naturalmente, o raciocínio é o mesmo para  $n$  classes (sendo  $n$  finito).

Segundo Piaget, não existe uma fase da multiplicação lógica e uma fase da multiplicação aritmética. Ambas se constituem ao mesmo tempo.

#### 2.5.3.2.3. Estruturas Infralógicas

As operações infralógicas não incidem sobre os en

caixamentos de classes, e sim, sobre os encaixamentos de partes de um mesmo objeto no objeto total. A noção de semelhança é substituída pela de vizinhança, a noção de diferença em geral pela de diferença de ordem ou de colocação (em particular a de deslocamento) e a noção de número pela de medida.

As operações infralógicas são aplicadas ao mundo físico de todos e partes espaço-temporais, de posições e desenvolvimento espaço-temporais, considerando o objeto inteiro como uma entidade isolada e contínua. O objeto contínuo é decomposto em partes que novamente se ligam de várias maneiras voltando a formar um todo. Espaço e tempo constituem um todo contínuo.

As operações infralógicas são constitutivas das noções de espaço e tempo. Elas evoluem paralelamente às operações lógicas.

No período das operações concretas, a noção de ordem (linear, cíclica e inversa) que envolve as noções de vizinhança e separação é dominada. A criança torna-se capaz de fazer um nô; de distinguir um nô falso de um verdadeiro; de reconhecer que o nô ajustado é o mesmo que o afrouxado (reversibilidade); de compreender as transformações. As compreensões próprias às atividades com nôs demonstram que a criança domina as relações de envolvivimento, conseqüentemente, as noções de interioridade e exterioridade. Os domínios e compreensões topológicas ocorrem devido aos sistemas reversíveis e operatórios, próprios do período das operações concretas.

Repartições e adição partitiva, reciprocidade de vizinhança, noção de separação e de contínuo, fronteira, região, relações simétricas e multiplicações de elementos ou de relações são operações topológicas apreendidas neste período do desenvolvimento mental. Elas são realizadas sobre elementos contínuos, não são mensuráveis nem operam com ângulos ou distâncias (medir).

As operações projetivas são próprias das atividades que implicam em mudança do ponto de vista e sua coordenação. Noções de em cima/embaixo; percepção das direções: para frente/para trás, direita/esquerda; elaboração de reta projetiva são algumas das operações projetivas dominadas pela criança do período operatório concreto.

As operações euclidianas e as operações projetivas são construídas simultaneamente. Segundo Piaget (Piaget e Fraisse, 1969, p.147), o pensamento operatório concreto possibilita à criança fazer medições espontâneas, sendo que, a medida espontânea consiste no seguinte:

- dividir o todo num certo número de partes;
- ordenar numa sequência espacial as posições dessas partes, o que corresponde a uma seriação;
- finalmente, constituir uma unidade escolhendo uma parte e deslocando-a sucessivamente sobre as outras, o que constitui uma síntese de partição e de deslocamento. Assim, a medida é uma síntese de partição e do deslocamento.

O mecanismo operatório sob forma de transitividade é usada na medida espontânea ( $A = M$ ,  $M = B$ , logo  $A=B$ ). A compreensão do número, e a compreensão da medida são aproximadamente sincrônicas.

Além da construção da medida, as operações concretas possibilitam à criança compreender as seguintes operações euclidianas: a variação de distâncias entre dois pontos; a conservação de distâncias, de comprimento e de superfície, entre outras.

A abordagem sobre operações infralógicas inclui a noção de tempo. Segundo Piaget, o tempo operatório é o protótipo do pensamento reversível e se constitui quando a ordem de sucessão pode deduzir-se da imbricação das durações, e reciprocamente. As operações concretas permitem à criança operar com as noções de ordem de sucessão,

sucessão e duração e medição de tempo. Assim, a criança é capaz de ordenar no tempo os acontecimentos exteriores, diretamente percebidos. O "antes" e o "depois" (ordem de sucessão) são noções próprias deste período do desenvolvimento mental, implicando isto o fato de que a criança domina o agrupamento aditivo das relações assimétricas. Como consegue dominar tal agrupamento? Pode ser por diferenciação progressiva da ordem temporal em relação à espacial: se B chegar até mais longe que C, mas C caminhar ainda um pouco mais de tempo depois da parada de B, o antes e o depois temporais se distinguem da ordem espacial e a criança consegue, através de constatação empírica, seriar BC. Para avaliar se realmente a criança está usando o pensamento operatório concreto, pede-se-lhe para construir a série temporal depois da ação, com base em desenhos, preenchimento de quadros referentes ao que a criança fez "antes" e "depois" da aula, entre outros.

O domínio da noção de ordem de sucessão ("antes/depois") poderá ocorrer também, deduzindo-a a partir da noção de ordem de durações: após o deslocamento de objetos com partidas simultâneas, B se movimentou mais tempo que A, então A parou antes de B.

Para a prática educacional sugere-se o uso de jogos que envolvam as noções de "antes" e "depois", tais como: operar com as noções de hoje, ontem, amanhã; mais velho, mais moço; número de filhos que nasceu primeiro, que nasceu depois; uso de calendários e relógios; refazer ordens dos acontecimentos.

Além das operações temporais de ordem que consistem em seriar os eventos considerando sua ordem de sucessão, há também as operações que supõem coordenação da duração e ordem de sucessão.

Assimilar a duração (mais tempo, menos tempo, mesma coisa de tempo) é admitir e compreender a existência

de intervalos de tempo distintos das velocidades ou dos espaços percorridos. A criança do período das operações concretas é capaz de compreender as relações inversas dos tipos: mais tempo = mais devagar; menos tempo = mais depressa; igual tempo = igual velocidade.

Há compreensão de que as durações desiguais se imbricam corretamente umas nas outras, em correlação com a ordem dos acontecimentos. Assim como, a compreensão da igualação das durações sincrônicas, demonstrando compreender que o tempo é uma estrutura única comum aos diversos movimentos, isto é, um sistema de co-deslocamento. A criança reconhece a simultaneidade de pontos de partida e de pontos de paradas, independentemente da velocidade. No período operatório, há um agrupamento de todas as relações em um sistema coerente, que resume tanto a ordem de sucessão, quanto as durações.

Para a prática educacional sugere-se o uso de atividades que explorem as noções de: primeiro (antes); mesmo tempo; mais tempo; menos tempo; quem é mais velho; mais moço; quem nasceu primeiro; quem nasceu em seguida; quem nasceu por último, entre outros.

Outro tipo de operação própria deste período é a operação métrica. Esta consiste em relacionar o espaço percorrido com a duração do movimento. O que é próprio do tempo métrico é a igualização das durações sucessivas, pela repetição da duração inicial escolhida como unidade. Ou seja, escolher um intervalo ou duração como unidade e transportá-la sobre as outras, sendo este processo resultante de uma síntese da partição e do deslocamento.

Aos 9 anos de idade, aproximadamente, fazem-se presentes no comportamento intelectual das crianças, operações que envolvem o tempo operatório.

A ativação da operação métrica requer o vivenciar experiências que envolvam as relações de sucessão, dura-



ção e simultaneidade, no processo de deslocamento e co-deslocamento de seres e objetos em velocidades distintas.

Finalizando, quanto ao tempo vivido—noção de idade— a criança relaciona a idade ao tempo vivido, coordenando nascimento com idade. O pensamento operatório concreto possibilita à criança estabelecer a relação de duas séries inversas: sucessão das idades e precedência das datas de nascimento.

#### 2.5.4. Período de Inteligência Operatória Formal (11;0 ou 12;0-14;0 ou 15;0)

O período que se segue às operações concretas é o período das operações formais. Neste período, o indivíduo não necessita dos objetos para pensar. Seu pensamento não é concreto, sendo que ele pensa sobre as proposições que descrevem as ações sobre as coisas, com capacidade de combinar proposições.

Este é o período da lógica verbal, com que se usa o raciocínio hipotético-dedutivo. Através das operações formais torna-se possível a lógica das proposições e o aparecimento das operações combinatórias. As operações próprias deste período implicam na capacidade de combinar proposições e originam uma estrutura que engloba no mesmo sistema as inversões e as reciprocidades, assim como, quatro tipos de transformações: idêntica (I), inversa (N), recíproca (R) e correlativa (C).

O grupo INRC constitui uma síntese de dois sistemas de reversibilidade por reciprocidade e por inversão. As operações formais permitem a construção de reflexões e teorias, liberando o pensamento do real.

## 2.6. METODOLOGIA DE ENSINO DE FUNDAMENTAÇÃO PIAGETIANA

Considerando ser a metodologia um conjunto de pressupostos teóricos cuja aplicação metatiza a atuação educacional, temos que, uma metodologia de ensino de fundamentação piagetiana se caracteriza por estar voltada para o processo e não para os resultados; por estar centrada na ação do aluno e não na do professor; por solicitar, continuamente, o comportamento espontâneo do aluno para que possa ocorrer a redescoberta, a invenção e não apenas o armazenamento de informações. Ou seja, é a metodologia cujo enfoque recai no ensino autônomo, cooperativo que destaca, inclusive, a composição de pequenos grupos de crianças do mesmo nível de desenvolvimento mental. Evidentemente, para que tal objetivo seja concretizado, necessário se faz a combinação entre o raciocínio dedutivo e os dados da experiência. Nesta linha de orientação metodológica, o papel do professor é questionar, supervisionar e orientar, sempre considerando o ser em sua globalidade. Isto significa que o desenvolvimento moral, intelectual, afetivo e social se integram e a consideração disto na prática educativa-pedagógica é fundamental para se favorecer o desenvolvimento de personalidades equilibradas.

Cabe ao professor criar condições para que haja uma tomada de consciência por parte da criança através da reconstituição conceptual do que se tem feito na ação, tomando consciência das conexões, portanto, da própria ação. Um campo de generalização muito mais amplo será atingido, quanto mais for permitido à criança compreender suas ações, isto é, quanto mais ações conceitualizadas ela tiver tanto maior será o seu campo de generalização.

As principais atividades psicopedagógicas utilizadas nesta metodologia são: jogos, pesquisas ativas ou experimentais; discussão em grupo e trabalho individual; contra-exemplos; linguagem acessível; excursões; recursos áudio-visuais apenas como fonte de motivação de ação; uso de

objetos manipuláveis; observações e histórias; avaliações de rendimento escolar através de exames psicológicos e atividades propriamente ditas e, em parte, espontâneas do aluno, sobretudo.

Estas atividades atendem às finalidades básicas de uma educação que considera a lógica como algo que se adquire, que se constrói, passo a passo, em decorrência das ações.

Serão estas atividades, portanto, que permitirão a ativação do raciocínio e o desenvolvimento das operações mentais. E serão elas também que concorrerão para o desenvolvimento moral do aprendiz, ou seja, proporcionarão um auto-governo paralelo à auto-informação do raciocínio, através das interações grupais.

Assim o sendo, a metodologia derivada dos princípios teóricos piagetianos atende à formação do aluno, considerando sempre a sua própria individualidade. Esta é uma linha metodológica voltada para a reflexão e que prepara o educando para solucionar, de forma pessoal e adequada, as situações novas e problemáticas que surgirem. Ela é, pois, norteadora básica e indispensável à formação do sujeito epistêmico devido à faculdade de explorar a capacidade própria de cada idade, desde o mais simples raciocínio até ao hipotético-dedutivo.

### CAPÍTULO III

#### PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

### 3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O presente capítulo descreve o tipo de pesquisa, o delineamento da amostra, sua composição e caracterização, bem como, os instrumentos e procedimentos utilizados na coleta de dados, e o tratamento estatístico dispensado aos dados coletados.

#### 3.1. TIPO DE PESQUISA

Pesquisar temas cuja indagação volta-se sobre o próprio ato de raciocinar, sua natureza e sua validade, ao invés de dirigir-se a um objeto exterior é bastante complexo, porém, é um desafio a que este estudo se propôs enfrentar.

Em vista da hipótese da pesquisa: "A capacidade de domínio das estratégias mentais necessárias à construção e ao desenvolvimento das estruturas cognitivas, pode ser ativada pela metodologia de ensino utilizada pelo professor", o estudo que se realizou pertenceu ao tipo de tema da categoria acima.

Com base na teoria construtivista de Jean Piaget, desenvolveu-se um estudo experimental para comparar os resultados da aprendizagem decorrente do emprego de uma metodologia de ensino da matemática baseada na linha piagetiana, com os resultados que foram consequência do emprego de uma metodologia tradicional de ensino da matemática quanto ao maior ou menor domínio das estruturas cognitivas. O estudo foi desenvolvido na 2.<sup>a</sup> série do 1.<sup>o</sup> grau em Goiânia, com um grupo experimental (metodologia de fundamentação piagetiana) e um grupo de controle (metodologia tradicional).

Trabalhou-se considerando o seguinte esquema:

TESTE + VI + TESTE — 1º grupo (experimental)  
(A) 1 (B)

TESTE + VI + TESTE — 2º grupo (controle)  
(C) 2 (D)

VI — (B - A) - (D - C).

A variável independente (VI) considerada foi a metodologia de ensino da matemática sendo VI<sub>1</sub>, metodologia de fundamentação piagetiana e VI<sub>2</sub>, metodologia tradicional.

Os testes (A) e (C) referem-se às cinco provas de Jean Piaget usadas como pré-testes. Os testes (B) e (D) referem-se às cinco provas paralelas às do pré-teste, usadas no pós-teste.

O enfoque desse estudo recaiu sobre a variável independente, metodologia "ativa" ou de fundamentação piagetiana em função dos objetivos da pesquisa.

O esquema experimental usado nesse estudo baseou-se em dois grupos que foram avaliados quanto ao desenvolvimento cognitivo, antes e após o tratamento VI<sub>1</sub> (nova metodologia de ensino da Matemática) aplicado no grupo experimental. Em princípio, partiu-se da hipótese de que os níveis operatórios dos dois grupos escolhidos não apresentavam diferenças significativas. Para confirmação foi feito o pré-teste em ambos os grupos, sendo que os resultados confirmaram a hipótese.

O pré-teste foi também necessário para quando comparados os seus resultados com os resultados do pós-teste, tornar possível comparar os resultados da aplicação das metodologias de ensino da matemática usadas no grupo experimental e no grupo de controle.

Além deste esquema foi trabalhado também um segundo, sendo que este constou da medida da variável dependente antes e depois do tratamento (VI - metodologia de ensino da matemática de fundamentação piagetiana), apenas no grupo experimental.



Medida de variável	Antes	Tratamento	Depois
— dependente	X	(variável independente)	X

Embora este estudo permite menor controle sobre as comparações, ele foi o recurso disponível dado o fato de não se ter podido usar o grupo de controle para esta medida.

### 3.2. DELINEAMENTO DA AMOSTRA

Tomou-se como amostra duas turmas de alunos de segunda série do 1º grau, originárias de duas diferentes escolas particulares de Goiânia, sendo que a Tabela I nos dá a distribuição da amostra.

TABELA I

NÚMERO DOS SUJEITOS QUE COMPUSERAM A AMOSTRA,  
POR COLÉGIO. ALUNOS DE SEGUNDA SÉRIE DE  
1º GRAU — GOIÂNIA — 1979

Escola	Nº de Alunos Matriculados na 2ª Série do 1º Grau	Nº de Alunos Sujeitos da Pesquisa
Escola do Grupo Experimental	30	21
Escola do Grupo de Controle	40	21
TOTAL	70	42

As escolas foram selecionadas sob o critério de amostragem intencional. Foram identificadas relações entre algumas variáveis e feita a composição de uma amostra o mais homogênea possível.

Essas variáveis, em número de quatro, foram: ida-

de e nível operatório dos alunos, nível sócio-econômico e nível de instrução dos responsáveis pelos sujeitos da pesquisa. Elas serão conceituadas e apresentadas na descrição da caracterização dos sujeitos da pesquisa.

Para a seleção das duas escolas considerou-se como fatores básicos:

- 1º - metodologia de ensino predominante nas escolas, sendo que na escola do grupo de controle predominava o uso da metodologia tradicional e, na escola do grupo experimental predominava a aplicação da metodologia menos diretiva.
- 2º - condições sócio-econômica dos responsáveis pelos alunos, componentes da amostra. Em ambas as escolas constatou-se o predomínio do nível sócio-econômico médio superior, dado este identificado através da aplicação de um questionário adequado ao levantamento de tal nível.

O grupo de alunos da escola cuja metodologia de ensino se fundamentou em Jean Piaget, quando do experimento, foi escolhida como grupo básico de comparação, ou seja, como experimental.

O grupo de alunos da outra escola teve características semelhantes às do grupo experimental e foi considerado o grupo de controle.

O número de professores foi igual ao número de turmas, ou seja, duas professoras.

Cada turma que compôs a amostra tinha uma única professora de matemática.

O grupo experimental proveio de uma escola em que só havia uma turma de 2.<sup>a</sup> série do 1º grau, enquanto que o grupo de controle proveio de uma escola em que havia duas turmas de 2.<sup>a</sup> série do 1º grau, com professoras distintas.

Assim sendo, a escolha da classe da qual se obteve o grupo de controle foi feita através de sorteio, realizado na própria escola.

A composição da turma de segunda série do 1º grau na qual foi formado o grupo experimental, se deu em função da própria matrícula nesta série, uma vez que só havia uma turma da mesma na escola cujo grupo experimental pertenceu. A composição da turma da segunda série do 1º grau na qual foi formado o grupo de controle, se deu em função de atendimento aos pais quanto à preferência pela professora de uma das duas turmas de segunda série do 1º grau da escola, e quanto à ordem de chegada na escola para efetuar matrícula, isto é, após preenchido o número de vagas de uma turma, os alunos eram automaticamente matriculados na outra.

No grupo experimental foram tomados inicialmente todos os alunos de segunda série do 1º grau, num total de trinta e três. Pelo fato de três crianças terem sido matriculadas após o início do experimento, elas não fizeram parte da composição da amostra.

No colégio onde foi formado o grupo de controle foram tomados inicialmente, quarenta e três alunos. Destes, três não participaram da pesquisa pelo fato de duas delas não terem atendido à solicitação do preenchimento do questionário para definição do nível sócio-econômico de seus responsáveis, e outra ter se ausentado de aulas por um longo período por motivo de doença.

Quer para o grupo de controle, quer para o grupo experimental, determinou-se uma professora com a qual os alunos não haviam mantido contato ou preleção até a data do início da pesquisa.

As disciplinas oferecidas na 2.<sup>a</sup> série do grupo experimental foram:

DISCIPLINAS	HORAS SEMANAIS
Comunicação e Expressão	4:50 hs.
Matemática	5:00 hs.
Ciências	1:40 hs.
Integração Social	2:40 hs.
Educação Física	1:40 hs.
Educação Artística	1:30 hs.

As disciplinas oferecidas na segunda série do grupo de controle foram as mesmas do grupo experimental, porém, o horário era livre para as diferentes atividades próprias de cada disciplina. Cabia à professora definir as horas semanais de aula para cada disciplina. Segundo depoimento da professora do referido grupo, a carga horária semanal de aula para cada disciplina equivalia à carga horária semanal de aula do grupo experimental.

A professora de matemática do grupo experimental tinha como formação acadêmica o Curso Normal completo e o curso universitário de História incompleto. A professora do grupo de controle tinha o Curso Normal completo e o curso universitário de Pedagogia com Habilitação em Orientação Educacional, também completo.

A experiência de magistério primário da professora do grupo experimental era de quatro anos e meio, ao passo que a da professora do grupo de controle era de oito anos, no início do experimento.

As professoras das duas escolas não tinham formação específica para lecionar a disciplina matemática.

As professoras, tanto do grupo de controle quanto do grupo experimental, lecionavam todas as disciplinas com exceção de educação física.

Outro dado necessário para ressaltar na configuração da amostra, é o de que não havia supervisão pedagógica e nem educacional nas duas escolas selecionadas.

### 3.3. COMPOSIÇÃO DA AMOSTRA

Foram constituídos intencionalmente o grupo de controle e o grupo experimental, ambos com vinte e um alunos.

Numa primeira etapa, a seleção dos sujeitos que iriam compor o grupo de controle e o grupo experimental se deu em função das variáveis: idade do aluno e nível sócio-econômico de seus responsáveis, sendo que tomou-se o cuidado de, para o mesmo nível sócio-econômico e a mesma idade, selecionar uma mesma quantia de alunos para cada um dos grupos, experimental e de controle.

Numa segunda etapa, considerando então a variável instrução dos pais ou responsáveis pelas crianças das duas turmas selecionadas, detectou-se que os níveis de ambos os grupos, tanto para as mães quanto para os pais, eram bem próximos o que nos permitia conservar a amostra já selecionada na primeira etapa deste processo.

Já numa terceira etapa da composição da amostra foi tomada em consideração a variável nível operatório dos alunos das duas turmas selecionadas. Este foi avaliado através da análise dos resultados de cinco provas de Piaget usadas como pré-teste. Pelos resultados obtidos comprovou-se através do teste de equivalência dos grupos antes do experimento (Tabela V) que os dois grupos de alunos selecionados para compor o grupo experimental e o grupo de controle eram aproximadamente homogêneos quanto ao nível operatório.

Portanto, os alunos selecionados na primeira e segunda etapas do processo da composição da amostra puderam ser conservados, conforme explicação acima, e passaram a constituir a amostra definitiva da presente pesquisa.

### 3.4. CARACTERIZAÇÃO DA AMOSTRA

Foram quatro as variáveis na seleção dos sujeitos da pesquisa: idade dos alunos e nível operatório, nível sô

cio-econômico e nível de instrução dos responsáveis pelos sujeitos da pesquisa.

#### 3.4.1. Idade

A amostra foi constituída de elementos compreendidos na faixa etária dos sete aos nove anos. Estes limites de idade foram estabelecidos em função do próprio referencial teórico de Piaget que assinala para esta faixa etária, o início e o desenvolvimento, em parte, do pensamento operatório concreto, pensamento este característico das crianças das primeiras séries do 1º grau.

Foi considerado como limite para contagem da idade dos alunos a data da aplicação das provas de nível operatório de Piaget, usadas como pré-teste.

Considerando simultaneamente os dados relativos às idades das crianças do grupo experimental e as do grupo de controle, obteve-se para cada grupo a seguinte distribuição:

TABELA II

NÚMERO DE SUJEITOS POR IDADE EM CADA GRUPO.  
ALUNOS DE SEGUNDA SÉRIE DO PRIMEIRO GRAU  
GOIÂNIA — 1979

IDADE	Nº DE ALUNOS
7 anos	14
8 anos	6
9 anos	1
TOTAL	21

#### 3.4.2. Nível Sôcio-econômico

O nível sôcio-econômico dos elementos da amostra se caracterizou por ser predominantemente médio superior.



conforme a Tabela III.

Os responsáveis pelos sujeitos da pesquisa pertenciam a dois níveis sócio-econômicos, sendo estes o nível médio inferior e o médio superior, cuja moda foi o nível médio superior. Ou seja, dezoito responsáveis pelos sujeitos da pesquisa pertenciam ao nível sócio-econômico médio superior, três ao nível sócio-econômico médio inferior.

TABELA III

DISTRIBUIÇÃO SÓCIO-ECONÔMICA DOS RESPONSÁVEIS  
PELOS SUJEITOS COMPONENTES DA AMOSTRA DO  
GRUPO EXPERIMENTAL E GRUPO DE CONTROLE  
GOIÂNIA — 1979

Nível sócio-econômico	Número de alunos		Total
	grupo experimental	grupo de controle	
Baixo inferior	—	—	—
Baixo superior	—	—	—
Médio inferior	3	3	6
Médio superior	18	18	36
Alto	—	—	—
TOTAL	21	21	42

A definição do nível sócio-econômico dos responsáveis pelos alunos ocorreu em função da aplicação de um questionário (Anexo 1) sobre dados relativos à profissão do pai e da mãe e/ou dos responsáveis pelo aluno, nível de instrução do pai e da mãe, área residencial, condições físicas de moradia e conforto doméstico.

Embora Piaget (Bringuier, 1978, p.41) afirme que

"...as crianças sejam quais forem as sociedades e as épocas, passam na evolução da inteligência, por uma ordem de fases que é sempre a mesma", é dele também a afirmação de que existem acelerações e retardamento no desenvolvimento cognitivo por influência do meio social. Ele cita como exemplo deste fato os resultados de uma pesquisa feita por uma aluna sua que trabalhou em Teerã, "...as crianças da cidade de Teerã estão quase ao mesmo nível, nas mesmas idades, que as crianças de Genebra, mas os analfabetos do campo têm dois, três e até quatro anos de retardamento, percorrendo as mesmas fases, o que é essencial". (Bringuier, 1978, p.51).

#### 3.4.3. Nível de Instrução

Esta variável foi obtida através do questionário sobre nível sócio-econômico citado anteriormente, referentes aos estudos realizados pelos pais das crianças ou pelos seus responsáveis.

A classificação neste ou naquele nível de instrução foi feita levando em conta os seguintes indicadores:

- analfabeto, primário incompleto (menos de 4 anos) ou apenas alfabetizado - Nível 1
- primário completo ou ginásio incompleto - Nível 2
- ginásio completo ou segundo ciclo incompleto - Nível 3
- curso médio completo ou superior incompleto - Nível 4
- curso superior completo - Nível 5

O nível de instrução se caracterizou por ser predominantemente o nível cinco para os pais e o nível quatro para as mães, conforme mostra a Tabela IV na página seguinte:

TABELA IV

NÍVEL DE INSTRUÇÃO DOS PAIS E DAS MÃES DOS SUJEITOS  
DA AMOSTRA, SEGUNDO O GRUPO EXPERIMENTAL  
E O GRUPO DE CONTROLE  
GOIÂNIA — 1979

Nível de instrução	PAI			MÃE		
	Grupo Experi- mental	Grupo de Controle	Total	Grupo Experi- mental	Grupo de Controle	Total
1	—	2	2	1	1	2
2	2	2	4	2	—	2
3	2	—	2	5	4	9
4	6	2	8	10	11	21
5	11	15	26	3	5	8
TOTAL	21	21	42	21	21	42

Foi calculada a moda do nível de instrução dos pais para ambos os grupos, sendo que a moda para os pais foi o nível cinco de instrução e a moda para as mães foi o nível quatro de instrução. Isto equivale ao fato de que a maioria dos pais dos sujeitos da pesquisa tinha curso universitário completo e, a maioria das mães tinha o curso médio completo ou o curso universitário incompleto.

#### 3.4.4. Nível Operatório

Esta variável foi identificada no início do experimento através da aplicação e avaliação de cinco provas de nível operatório de Jean Piaget, usadas como pré-teste:

- A) Prova a: "Conservação de Quantidades Contínuas"
- B) Prova b: "Classificação Aditiva"

- C) Prova c: "Conservação do Comprimento"  
 D) Prova d: "Seriação Multiplicativa"  
 E) Prova e: "Noção de Tempo"

Para efeitos estatísticos, o estágio de não-domínio foi considerado (0), o de domínio parcial foi considerado (1) e o de domínio total (2). Desta forma, a soma dos escores nas cinco provas para cada sujeito variaram de 0 (soma mínima dos escores) a 10 (soma máxima dos escores). Os escores alcançados nas cinco provas de nível operatório de Jean Piaget efetuadas pelo aluno no pré-teste, possibilitaram delinear o seu nível operatório, sendo que os critérios usados para classificação dos sujeitos em cada nível, foram criados pela pesquisadora através de uma definição qualitativa, com base nos seguintes critérios:

QUADRO I

NÍVEL OPERATÓRIO	ESCORES	Σ DOS ESCORES NAS 5 PROVAS
Operatório Concreto (3)	-Não ter 0 em qualquer uma das provas e predomínio de escore 2.	8 ou mais pontos
Transição do pré-operatório para o operatório concreto (2)	-Não ter 0 em qualquer uma das provas e predomínio de escore 1. -Ter 1 ou dois 0 e predomínio de escore 1. -Ter dois 0. -Ter um 0 e número de escore 2 igual ao número de escore 1. -Ter um 0 e predomínio de escore 2.	7 a 3 pontos (inclusive)
Pré-operatório (1)	-Ter três 0	3 ou menos pontos

O teste de equivalência dos grupos antes do experimento foi usado como recurso estatístico para comparar as duas distribuições (grupo experimental e grupo de controle) quanto ao nível operatório (Provas de Piaget), visando avaliar se os dois grupos eram ou não equivalentes no início do experimento. Os resultados obtidos foram os seguintes:

TABELA V

NÚMERO DE SUJEITOS SEGUNDO OS NÍVEIS OPERATÓRIOS NO PRÉ-TESTE — GRUPO EXPERIMENTAL E GRUPO DE CONTROLE  
GOIÂNIA — 1979

Nível Operatório*	Número de alunos	
	Grupo Experimental	Grupo de Controle
1	1	1
2	18	16
3	2	4
TOTAL	21	21

\* 1 = período pré-operatório

2 = período de transição entre pré-operatório e operatório concreto

3 = período operatório concreto.

Observa-se na Tabela V, uma concentração dos sujeitos tanto do grupo de controle quanto do grupo experimental no nível operatório 2 (transição do período pré-operatório para o período operatório concreto), quando do pré-teste.

### 3.5. INSTRUMENTOS DE COLETA DOS DADOS

Os dados necessários à execução deste trabalho fo

ram obtidos através dos seguintes instrumentos:

### 1. *ROTEIRO DA ENTREVISTA SEMI-ESTRUTURADA* (Anexo 2)

Foi aplicado à direção geral das duas escolas e a cada professora das duas turmas selecionadas para participarem da pesquisa.

Este roteiro teve por finalidade a obtenção de dados qualitativos que permitissem estabelecer:

- a visão sobre educação das entrevistadas;
- o significado da disciplina matemática no currículo escolar;
- a orientação teórica, metodológica, regulamentar e legal que norteava o desempenho das profissionais (diretoras e professoras).

### 2. *FICHA DE IDENTIFICAÇÃO DO ALUNO* (Anexo 3)

Nesta constavam dados sobre cada aluno que permitiam identificar seus dados pessoais, dados referentes ao seu nível operatório no pré-teste e pós-teste, sendo que na ficha dos alunos do grupo experimental, foram registradas as notas da prova de matemática aplicada no início e no final do experimento. Esta ficha foi elaborada especialmente para este trabalho.

### 3. *PROVAS DE NÍVEL OPERATÓRIO DE JEAN PIAGET* (Anexo 4)

Os alunos sujeitos da pesquisa, foram submetidos a cinco provas de nível operatório. Tais provas foram construídas a partir dos trabalhos de Jean Piaget e de seus colaboradores com a finalidade de investigar a natureza do pensamento da criança. Cada prova permitiu avaliar uma estrutura operatória específica e as cinco juntas permitiram avaliar o período de desenvolvimento do indivíduo, isto é, se pré-operatório ou operatório concreto parcialmente ou totalmente dominado.

O domínio de estruturas lógicas, como a classifi-



cação e a seriação, e o domínio de estruturas infralógicas, tais como as noções de espaço e de tempo, são fatores determinantes na formação do conceito de número, segundo Piaget. Daí a seleção de provas de nível operatório referentes às estruturas lógicas e infralógicas, uma vez que tais estruturas se relacionam com conceitos da matemática elementar, enfocada neste estudo. Foram selecionadas, aplicadas e avaliadas as seguintes provas de nível operatório de Jean Piaget:

- Prova a - *Conservação de Quantidades Contínuas*

Para Piaget, a conservação é condição necessária a toda atividade operatória. Daí a seleção entre as várias provas de Piaget e colaboradores, a da conservação de quantidades contínuas, sendo que utilizou-se a água (líquida) como material.

Esta prova serviu para avaliar se o sujeito havia descoberto que embora a quantidade contínua (água) estivesse passando por transformações (altura, largura, número de recipientes), ela permanecia invariável.

- Prova b - *Classificação Aditiva*

A composição e inclusão de classes ocupam um papel central no desenvolvimento mental e à formação do conceito de número, segundo Piaget.

Esta prova foi usada para avaliar se o sujeito possuía de fato, um sistema bastante móvel e livremente reversível de operações de classes que lhe possibilitava raciocinar em termos do todo e das partes, simultaneamente. Para isto utilizou-se como material, contas de plástico de duas cores, sendo dez de uma cor e três de outra.

- Prova c - *Conservação do Comprimento*

O desenvolvimento da inteligência aplicado às relações espaciais é tema de estudo de Piaget em suas pesquisas sobre a natureza do desenvolvimento cognitivo, pe

lo fato da noção espacial ser um dos problemas específicos da inteligência operatória.

Além disto, devido a proposta de aplicação dos pressupostos teóricos e experimentais de Piaget ao ensino da matemática elementar, julgou-se adequado selecionar na tarefa de identificação do nível operatório dos alunos, uma prova que se referisse à noção de espaço.

Avaliar se o aluno, sujeito da pesquisa, havia descoberto que um objeto conservava seu tamanho independentemente das mudanças que ocorressem na sua posição, era o pretendido.

#### - Prova d - *Seriação Multiplicativa*

A seleção de tal prova ocorreu em função dos mesmos propósitos apresentados à seleção da prova b, desta vez relativo ao agrupamento de relação e não de classe.

Visando identificar se o aluno era capaz de selecionar e arrumar os elementos de dois conjuntos em sequência ordinal, sendo a posição de cada elemento determinada pela sua relação com os precedentes e subsequentes, foi aplicada a prova d.

Foi utilizado como material duas coleções de objetos de natureza e tamanhos diferentes.

#### - Prova e - *Noção de Tempo (Sucessão e Simultaneidade de Temporal)*

No processo de crescimento cognitivo, a noção de tempo está presente.

Esta noção está inteiramente relacionada com outras noções de caráter lógico, como por exemplo, as de classificação (prova b) e seriação (prova d), a permanência de objetos (prova a), e as noções infralógicas de espaço (prova c), entre outras.

A proposição visada ao aplicar tal prova foi a de

coletar dados sobre a capacidade do aluno coordenar a duração (mesmo tempo, mais tempo) e ordem de sucessão (antes, depois) de um acontecimento temporal.

Utilizou-se como material, dois objetos diferentes.

#### 4. PROVA DE MATEMÁTICA (Anexos 5 e 6)

Elaborou-se duas formas paralelas de uma mesma prova de matemática, sendo estas aplicadas no início e no final do experimento, no grupo experimental.

Os objetivos do uso deste instrumento foram:

- identificar a capacidade do aluno operar com os componentes dos agrupamentos de classe e de relação;
- identificar a capacidade do aluno operar com as relações lógicas entre os agrupamentos lógicos (classes, relações) e as noções da matemática elementar;
- identificar a capacidade do aluno operar simultaneamente com as noções infralógicas e as noções da matemática elementar;
- servir de instrumento de comparação do desempenho dos elementos do grupo experimental em matemática, no início e no final do experimento.

Antes da montagem final deste instrumento, as questões das provas foram estudadas, aplicando-se várias possíveis questões a alunos da segunda série do primeiro grau de diferentes escolas particulares de Goiânia.

A validação de conteúdo da prova de matemática em suas duas formas paralelas foi feita através do julgamento de três juizes, sendo dois deles professores de matemática do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Goiás, formados em Matemática e o outro, a professora orientadora deste estudo.

A prova de matemática foi composta de dez questões

sendo que os objetivos de cada questão foram para ambas as formas, os seguintes:

- *Questão nº 1:*

- efetuar adição lógica, isto é, "incluir uma classe em outra e compreender que a classe total é maior ou mais numerosa que a classe incluída". (Piaget e Szeminska, 1975, p.229);
- efetuar subtração lógica ao assimilar que:  $B - A = A'$ , donde B é a classe total e A e A' são as subclasses;
- operar com as relações assimétricas ("maior que" e "menor que");
- demonstrar ser capaz de pensar no todo e nas partes simultaneamente, usando para tal as operações mentais de conservação e reversibilidade;
- operar usando o pensamento inverso ou negação (reversibilidade);
- operar com os conceitos de compreensão e extensão da classe;
- efetuar multiplicação lógica ao efetuar adição de classes, por ter que pensar na classe total e nas subclasses ou nas classes parciais, simultaneamente;
- coordenar operações diretas ( $A+A'=B$ ) e inversas ( $B=A+A'$ );
- incluir, seriar e enumerar.

- *Questão nº 2:*

- reconhecer os elementos de um conjunto pelos seus atributos;
- estabelecer a cardinalidade dos elementos do conjunto conforme os seus atributos;
- descobrir o termo que falta, isto é, operar com o inverso da adição;

- definir a cardinalidade do conjunto.

- *Questão nº 3:*

- operar com dois critérios diferentes, simultaneamente;
- efetuar a interseção.

- *Questão nº 4:*

- fazer a correspondência entre os elementos dos conjuntos;
- identificar e reconhecer a quantidade de elementos existentes nos conjuntos, independente da maneira pela qual eles foram postos em correspondência.

- *Questão nº 5:*

- operar com relações assimétricas ("maior que" e "menor que");
- operar com a propriedade transitiva de relação "é maior que" ( $A > B$ ) e ( $B > C$ )  $\rightarrow A > C$ , e com a propriedade transitiva da relação é "menor que" ( $A < B$ ) e ( $B < C$ )  $\rightarrow A < C$ ;
- reconhecer o antecessor e o sucessor de uma série qualquer.

- *Questão nº 6:*

- operar com as relações simétricas tais como:  
 $A \neq B$ ;  $B \neq C$ ;  $A \neq C$ ;
- operar com a propriedade transitiva;
- reconhecer a relação biunívoca.

- *Questão nº 7:*

- efetuar a multiplicação termo a termo de duas séries, simultaneamente (relação biunívoca);

- fazer correspondência serial e ordinal;
  - estabelecer a relação entre ordenação e cardinal  
ção;
  - efetuar a seriação operatória.
- *Questão nº 8:*
- operar com as noções de dobro e metade de um  
mesmo número;
- *Questão nº 9:*
- identificar e reconhecer a conservação do com-  
primento;
  - reconhecer a equivalência e não-equivalência de  
comprimentos;
- *Questão nº 10:*
- operar com relações temporais tais como: "mais  
novo que" e "mais velho que";
  - identificar a ordem temporal (antes/depois) e o  
intervalo de tempo (idade);
  - efetuar subtração.

## 5. QUESTIONÁRIO NÍVEL SÓCIO-ECONÔMICO (Anexo 1)

A caracterização do nível sócio-econômico foi feita através da aplicação de um questionário para tal fim elaborado.

Foi utilizado como ponto de referência para tal elaboração, o questionário de alunos utilizado pelo programa de Estudos Conjuntos de Integração Econômica Latinoamericana (ECIEL) em seis países da América Latina, questionário este construído pelo programa ECIEL.

Em síntese, tal questionário levantava dados sobre:



- a) "Background" familiar: variáveis demográficas, indicadores de riqueza, renda e conforto residencial, estrutura ocupacional da família, indicadores de interesse cultural e educacional;
- b) atitudes e aspirações que o aluno leva à escola;
- c) uso alternativo do tempo;
- d) indicadores de escolaridade.

O questionário do ECIEL foi adaptado para utilização específica neste trabalho, pelo fato de o mesmo conter uma série de indicadores com os quais não se pretendia trabalhar.

Para proceder à adaptação necessária considerou-se os trabalhos de Guidi e Duarte (1969). Segundo estes autores, o nível sócio-econômico deve ser aferido tomando como base os seguintes indicadores:

- a) nível ocupacional (do pai, da mãe ou do responsável);
- b) nível de instrução do pai ou responsável masculino;
- c) nível de instrução da mãe ou responsável feminino;
- d) área residencial;
- e) características físicas da moradia;
- f) conforto doméstico.

Para cada um desses indicadores foram atribuídas características específicas conforme as cinco camadas sociais superpostas a que se aplicassem, isto é, classe baixa inferior, baixa superior, média inferior, média superior e classe alta.

Em cada um dos indicadores existia uma hierarquia de situações atribuindo-se pontos diferentes a ca-

da qual, de modo a obter para cada informante ao fim do inquérito, uma soma que representasse a sua classificação definitiva na estratificação social.

Para cada categoria o número de pontos poderia variar de 1 a 5, sendo que, o total mínimo de pontos que se poderia atribuir era 6 e o total máximo, 30 pontos.

A classificação definitiva na estratificação social se deu conforme o quadro que se segue:

QUADRO II

C L A S S I F I C A Ç Ã O	PONTOS	CLASSE SOCIAL
	De 06 a 09	Baixa inferior
	De 10 a 15	Baixa superior
	De 16 a 21	Média inferior
	De 22 a 27	Média superior
	De 28 a 30	Alta

#### 6. PLANOS DE AULA DE MATEMÁTICA (Anexo 7)

Segundo a teoria do desenvolvimento cognitivo de Jean Piaget, o domínio dos agrupamentos de classes e de relações, sobretudo, é indispensável para a conquista do raciocínio operatório e, posteriormente, do raciocínio operatório formal.

Dessa forma, necessário se fez a utilização de um instrumento que possibilitasse o controle da execução e avaliação do ensino que favorecesse a criança atingir o domínio desses agrupamentos. As estruturas infralógicas foram igualmente ativadas no decorrer do trabalho.

Com esse intuito e o de orientar a professora do grupo experimental quanto ao ensino da matemática, os planos de aula desta disciplina foram elaborados sob su pervisão da pesquisadora responsável por esse trabalho considerando principalmente:

- a hipótese de que a metodologia de ensino influi no desenvolvimento das estruturas cognitivas dos alunos;
- os princípios teóricos e experimentais de Jean Piaget;
- o plano de curso de ensino da matemática para a segunda série do primeiro grau da escola do grupo experimental, previsto para o ano letivo de 1979;
- os resultados atingidos pelos alunos quando da implementação dos planos de aula de matemática;
- uma bibliografia (Anexo 8) cujos livros predominantes eram os do próprio Piaget e colaboradores, assim como estudiosos de matemática que se aproximam da visão de Piaget quanto ao ensino desta disciplina.

A apresentação de alguns planos de aula de matemática do grupo experimental, representativos do conjunto se encontra em anexo (Anexo 7).

Quanto aos planos de aula de matemática do grupo de controle, estes foram elaborados considerando, sobretudo, a necessidade de se cumprir a programação prevista para o ano letivo de 1979. Uma bibliografia sobre me todologia tradicional (Anexo 9) era considerada, isto tanto em termos teóricos quanto em termos práticos.

Portanto, cada uma das professoras dos dois grupos, experimental e de controle, eram treinadas para amar com metodologias diferentes ao ensinar matemática. Ou seja, metodologia de fundamentação piagetiana no gru

po experimental e a metodologia tradicional no grupo de controle.

## 7. FICHA DE AVALIAÇÃO DO ALUNO (Anexo 10)

A ficha de avaliação foi um instrumento elaborado pela autora deste trabalho para ser preenchida bimestralmente.

Ela foi utilizada no grupo experimental a fim de:

- possibilitar a avaliação qualitativa do desenvolvimento escolar do aluno, quanto aos conteúdos desenvolvidos nas várias áreas de estudo da matemática;
- favorecer o planejamento e o replanejamento do processo ensino-aprendizagem, ao servir de indicador do alcance ou não dos objetivos propostos para os conteúdos da disciplina matemática.

Este instrumento foi elaborado após a delimitação de um conjunto de objetivos específicos de cada área de estudo desenvolvida na segunda série do grupo experimental, quanto ao ensino da matemática.

As áreas de estudo eram nove: lógica, conjunto, relação, topologia, medida, numeração, adição, subtração, multiplicação.

Os objetivos específicos para cada área de estudo foram agrupados. Assim, na ficha de avaliação foram apresentados inicialmente, todos os objetivos próprios do conteúdo de lógica a serem desenvolvidos no bimestre. Em seguida, todos os objetivos ligados à relação, à topologia, à medida e assim, sucessivamente, até abranger o objetivo próprio de todas as nove áreas.

Na ficha constavam três categorias:

- A. objetivos alcançados;
- B. objetivos alcançados com dificuldade;

### C. objetivos não alcançados.

Obtiveram o conceito A, objetivos alcançados, os alunos que demonstraram firme compreensão dos conceitos estudados ao acertarem as tarefas propostas, sem dificuldades.

Obtiveram o conceito B, objetivos alcançados com dificuldade, os alunos que estavam em fase de transição, vacilando à procura de soluções certas para as tarefas propostas, ora acertando, ora errando em suas respostas, para finalmente acertar.

Obtiveram o conceito C, objetivos não alcançados, os alunos que não foram capazes de compreender o objetivo das tarefas propostas não executando-as, ou então, embora efetuando-as, demonstravam através de suas conclusões, que não haviam entendido o objetivo das mesmas.

A ficha de avaliação era individual e foi preenchida pela professora do grupo experimental, nos bimestres março/abril e maio/junho.

## 8. OBSERVAÇÃO

Com a finalidade de captar aspectos da realidade na qual o experimento se desenrolou, foi usado como instrumento a observação de comportamentos dos alunos e das professoras, do grupo experimental e do grupo de controle.

Através da observação qualitativa pretendia-se avaliar os tipos de relações estabelecidas entre alunos/alunos e alunos/professora; a disponibilidade que os alunos tinham para participar das aulas de matemática; a operacionalização da metodologia de ensino da matemática programada; o desempenho do aluno quanto à matemática e a avaliação das mudanças ocorridas em seu comportamento.

O período de observação correspondeu ao período

do experimento, ou seja, de fevereiro a junho de 1979.

### 3.6. PROCEDIMENTOS DE APLICAÇÃO DOS INSTRUMENTOS

A aplicação dos instrumentos realizou-se durante os meses de fevereiro a junho de 1979, seguindo o seguinte esquema:

1) Entrevista à direção geral das escolas componentes da amostra e às professoras do grupo experimental e do grupo de controle.

Na ocasião foram expostos sumariamente os objetivos da entrevista, lido e explicado o seu roteiro às entrevistadas. As respostas às perguntas que constituíam o roteiro da entrevista e demais depoimentos das entrevistadas, foram registradas no decorrer da entrevista.

2) Pesquisa sobre dados pessoais do aluno na ficha de identificação dos mesmos. Utilizou-se como fonte de coleta de dados o próprio arquivo das escolas.

Os dados obtidos através do pré-teste e pós-teste, assim como, o registro das notas dos alunos do grupo experimental obtidas na prova de matemática aplicada no início e no final do experimento, foram registradas na ficha individual do aluno.

3) Aplicação das provas de nível operatório de Jean Piaget usadas como pré-teste, o que foi previsto para o mês de março de 1979, e as do pós-teste para o mês de junho de 1979. Tanto os alunos do grupo experimental, quanto os do grupo de controle realizaram as provas exatamente neste período.

Foram aplicadas todas as cinco provas de nível operatório de Piaget, propostas como pré-teste e pós-teste



em todas as crianças.

Os alunos do grupo de controle foram testados individualmente pela autora e por uma colaboradora formada em Pedagogia, habilitada em Orientação Educacional e aluna do Curso de Especialização em Educação da Universidade Federal de Goiás.

Os alunos do grupo experimental foram testados individualmente pela autora e por uma colaboradora, Mestre em Educação.

Pelo fato da existência de vários fatores que dificultaram a aplicação do pré-teste no grupo experimental, como por exemplo, falta de espaço no colégio para aplicação individual das provas; maior número de atividades programadas para as crianças daquela escola; atendimento à solicitação da direção em não aplicar as provas durante o período de recreio das crianças, entre outros, foi preciso recorrer à ajuda de uma outra colaboradora. Esta já havia terminado um curso de Especialização em Educação e participou da aplicação das provas somente por dois dias, trabalhando com cinco crianças individualmente.

Todas as colaboradoras foram devidamente treinadas pela autora deste trabalho, tarefa esta facilitada pelo fato de elas já terem cursado anteriormente a disciplina "*Desenvolvimento Cognitivo*".

Foram usados os mesmos critérios de aplicação das provas nos dois grupos (controle/experimental) e cada aluno foi testado no pré-teste e no pós-teste pela mesma aplicadora.

Evidentemente, as professoras do grupo experimental e do grupo de controle não tiveram acesso às provas aplicadas e os alunos submetidos não foram informados das respostas corretas.

Houve duas etapas na aplicação do pré-teste e do

pós-teste: no primeiro dia foram aplicadas as provas *a*, *b* e *c*. Após todas as crianças terem passado pelas mesmas, foram aplicadas a prova *d* e a prova *e*, em outro dia.

A avaliação de todas as provas que compunham o pré-teste e pós-teste foi feita pela autora deste trabalho.

Cada criança teve sua ficha individual na qual foram registradas as suas respostas e reações quando da resolução das provas do pré-teste e pós-teste, durante a aplicação das mesmas.

4) As duas formas (paralelas) de uma mesma prova de matemática foram aplicadas no grupo experimental, uma no início do experimento (março) e outra no final (junho).

Elas não foram aplicadas ao grupo de controle pelo fato de as crianças deste grupo não serem orientadas para operarem com estruturas lógicas e infralógicas.

A aplicação da prova de matemática, tanto no início como no final do experimento, foi feita em dois dias. No primeiro dia foram aplicadas as cinco primeiras questões e, no segundo dia, as outras cinco.

Na aplicação das provas cada questão era lida pela aplicadora — autora deste trabalho.

A professora do grupo experimental permanecia em classe durante a aplicação das referidas provas não interferindo na aplicação das questões, colaborando somente no sentido de não alterar o ambiente próprio de sala de aula, a fim de não perturbar emocionalmente as crianças.

5) O questionário próprio para coletar dados sobre o nível sócio-econômico dos responsáveis pelos sujeitos da pesquisa foi preenchida por eles, em reunião especialmente realizada para este fim.

Após exposto que o principal objetivo do levanta-

mento de dados constantes no questionário era diagnosticar a realidade das vivências sócio culturais do aluno, por ser esta realidade um dos fatores que interfere no processo ensino-aprendizagem, o questionário foi distribuído, preenchido e recolhido no final da reunião.

Insistiu-se na necessidade do preenchimento de todas as questões do questionário, dado ao fato de que o número de pontos conduzia à classificação final dos responsáveis pelos sujeitos da pesquisa, quanto à estratificação social.

Como nem todos os pais compareceram à reunião, usamos dois outros recursos para a aplicação do referido questionário.

- ir à escola no início e no fim do período de aula, procurar os pais e solicitar o preenchimento do questionário na hora;
- enviar através da própria criança o questionário para a residência da mesma, solicitando o seu preenchimento pelos responsáveis pelo aluno e a sua entrega no dia seguinte, também através da criança. Incluíram-se neste último recurso apenas três casos.

A porcentagem de questionários não entregues foi 4,3% aproximadamente.

6) O planejamento das aulas de matemática ocorreu durante todo o período do experimento, tanto para o grupo experimental quanto para o grupo de controle. Este era feito pelas professoras de cada grupo, sob nossa supervisão.

O planejamento das aulas de matemática era feito com uma semana de antecedência.

Houve ocasiões em que eles tiveram de ser reforçados principalmente no grupo experimental, pelo fato das

crianças não terem atingido desempenho suficiente nos objetivos programados para a semana anterior, o que acarretava atraso na programação, devido à necessidade de repetir atividades que ativassem as estruturas ligadas aos objetivos não alcançados.

Para planejar e replanejar as aulas de matemática, eram programadas reuniões semanais com a professora do grupo experimental visando fazer orientações teóricas sobre a aplicação da teoria de Piaget ao ensino da matemática, e sobre como poderia ser a atitude pedagógica baseada no método clínico experimental de Piaget.

Para melhor exemplificar o que significam as atividades planejadas para as aulas de matemática, a professora do grupo experimental as operacionalizava durante as reuniões semanais e recebia orientações e comentários sobre o seu desempenho. Este foi um recurso usado para encaminhar a professora à compreensão das possibilidades de raciocínio dos alunos de sua turma.

A didática da matemática usada visava possibilitar às crianças do grupo experimental, organização progressiva das estruturas operatórias concretas.

As operações lógicas, infralógicas e interpessoais eram enfocadas em função de uma aprendizagem integrada ao desenvolvimento.

Jogos, pesquisas ativas, discussão em grupo, trabalhos individuais, contra-exemplos, manipulação de objetos, observações e histórias, excursões, atividades espontâneas dos alunos foram as atividades mais exploradas nas aulas de matemática, a fim de proporcionar a ativação das estruturas cognitivas próprias do período de desenvolvimento mental no qual as crianças do grupo experimental se encontram.

Os planejamentos das aulas de matemática para o grupo de controle eram também feitos com uma certa ante-

dência, visando cumprir satisfatoriamente a programação prevista para o ano letivo de 1979. As orientações teóricas e práticas se prendiam à metodologia tradicional de ensino, sendo que semanalmente eram refletidos e discutidos temas próprios à formação escolar, moral e cristã, intelectual e social, sobretudo, do aluno.

Aulas expositivas, cópias de tarefas propostas para serem feitas em casa, cópias de exercícios para serem feitos em sala de aula, provas, testes, competições entre os alunos em classe sobre os conteúdos desenvolvidos, arguição foram as atividades mais exploradas nas aulas de matemática, visando formação sistemática e dirigida do aluno.

7) Antes da montagem final da ficha de avaliação do aluno, fez-se a testagem da validade de seu conteúdo através da análise da opinião crítica de especialista em didática do ensino e em supervisão pedagógica sobre o referido instrumento, professores do Departamento de Práticas Educacionais e do Colégio de Aplicação, ambos da Universidade Federal de Goiás. Outro recurso usado para validação deste documento foi entregá-lo a uma professora de segunda série do 1º grau formada em pedagogia, que lecionava em escolas que não a do grupo experimental e a do grupo de controle, para aplicá-la em sua classe e verificar a validade de sua aplicação.

A professora do grupo experimental foi devidamente treinada para a aplicação deste instrumento.

O preenchimento da ficha de avaliação foi feita pela professora do grupo experimental.

Importante se faz destacar que o conceito final do aluno no bimestre não se prendeu exclusivamente ao resultado deste instrumento, considerando também, as notas e conceitos registrados na ficha de avaliação individual do aluno, ficha esta elaborada pela direção da escola do grupo experimental.

Para preencher a ficha de avaliação do aluno usada como instrumento neste estudo, ou seja, para situar o aluno numa das três categorias constantes na ficha para cada objetivo de cada área de conhecimento, foram considerados: a forma de resolução de problemas propostos; a participação qualitativa do aluno em sala de aula; a verbalização do pensamento, tanto oral quanto por escrito; o registro das observações sobre o comportamento do aluno.

8) As observações dos comportamentos dos alunos do grupo experimental eram feitas esporadicamente pela autora deste trabalho, e mais freqüentemente pela professora dos alunos do grupo experimental. Ao introduzir um novo conteúdo, ao variar os tipos de atividades de aula, ao aproximar o período de provas mensais e bimestrais, ao acompanhar o desenvolvimento individual, sobretudo, e grupal do aluno, a observação foi um instrumento valioso.

A professora do grupo experimental recebia orientações para fazer observações contínuas do comportamento do aluno, em particular, e da classe, em geral, e tais observações eram apresentadas nas reuniões semanais a fim de se precisar a adequação dos planejamentos de aulas, sobretudo, assim como, favorecer o acompanhamento do aluno.

As referências acima expostas são válidas também para o grupo de controle — professora e alunos.

### 3.7. PROCEDIMENTOS ESTATÍSTICOS

#### 1) *Confirmação/refutação da hipótese da pesquisa:*

A) Como a hipótese central da pesquisa implicava:

- a equivalência do grupo experimental e grupo de controle quanto ao nível operatório antes da aplicação da variável independente e,



- a não equivalência dos dois grupos e superioridade do grupo experimental depois da aplicação da variável independente,

o tratamento estatístico foi planejado para testar essas afirmações:

Teste  $\bar{z}$  para diferenças entre proporções de alunos do grupo experimental e do grupo de controle classificados no nível operatório mais incidente em cada amostra respectivamente.

OBS.: devido ao reduzido número de alunos - 21 em cada grupo - procedeu-se à correção para continuidade, sempre que o menor produto  $Np$  fosse menor que 10, correção necessária considerando que o  $\bar{z}$  é um teste estatístico tecnicamente recomendável para amostras com  $N \geq 30$ .

Este teste foi assim realizado para os resultados do pré-teste e do pós-teste.

$H_0$  = a diferença entre as proporções de alunos classificados no nível operatório mais incidente no grupo experimental e no grupo de controle não será significativamente diferente ( $\alpha = 0,05$ , bicaudal).

$H_1$  = a diferença entre essas proporções será significativamente diferente ( $\alpha = 0,025$ , unicaudal: previsão antecipada da "direção das diferenças", em favor do grupo experimental).

OBS.: esperando-se equivalência dos grupos "antes", a não rejeição de  $H_0$  é a alternativa esperada para confirmar a hipótese da pesquisa, enquanto que, "depois", a rejeição de  $H_0$  é a alternativa esperada.

B) Se comprovada a equivalência dos grupos "antes"

e a não equivalência "depois", restava estabelecer se a melhoria quanto ao nível operatório atingido, comparando-se este nível antes/depois, poderia ser entendida como decorrente da aplicação da metodologia experimental. Para tanto, empregou-se o teste K de Kolmogorov - Smirnov para duas amostras independentes e "pequenas", com  $N_s$  iguais ( $n_1 = n_2 < 40$ ), operacionalizando-se a "melhoria" conforme definição feita na parte 4.3, p.152 e objetivando determinar se os alunos do grupo experimental apresentariam "melhoria" proporcionalmente maior do que os alunos do grupo de controle.

## 2) Estudos adicionais

A) Verificação de possíveis diferenças de desempenho dos sujeitos em função da natureza de cada uma das cinco provas montadas para avaliar o nível operatório (comparação entre provas X entre sujeitos, tomando pré-teste e pós-teste isoladamente). Tratando-se de estudar a interação entre desempenho individual (nível operatório avaliado, grupos "emparelhados" pelo método de observar o mesmo sujeito em situações diferentes - provas) e natureza da prova, planejou-se a análise da variância de Friedman, teste não paramétrico indicado para amostras "pequenas", correlacionadas, nível ordinal de medidas (posição relativa do mesmo indivíduo em cinco provas).

B) Verificação de possíveis diferenças antes/depois em cada uma das provas de nível operatório (comparação entre pós e pré-teste tomando cada prova isoladamente).

Empregou-se o teste dos sinais não paramétrico, indicado para nível ordinal de medida, amostras "pequenas" correlacionadas (emparelha-

mento de cada sujeito é o seu próprio ("controle") e para comparações entre efeitos de duas "condições" (desempenho antes da aplicação da variável independente e desempenho depois dessa aplicação).

- C) Verificação da possível melhoria de desempenho em matemática (avaliado por duas provas equivalentes — antes e depois da aplicação da metodologia experimental) no grupo experimental.

Foi feito o teste  $t$  para diferenças entre médias, amostras correlacionadas (uma mesma amostra "pequena" —  $<30$  — avaliada em duas ocasiões).

- D) Verificação da correlação entre avaliação do nível operatório e avaliação do desempenho em matemática (provas de nível operatório  $\times$  provas de matemática).

- Empregou-se o índice  $\phi$  para estimar a correlação entre:

- . prova de matemática inicial  $\times$  pré-teste do nível operatório
- . prova de matemática final  $\times$  pós-teste do nível operatório.

- Também se empregou o índice  $\phi$  para estimar a correlação entre a mudança observada antes/depois da aplicação VI<sub>1</sub> (variável independente — metodologia de ensino da matemática de fundamentação piagetiana) na prova de matemática e a mudança antes/depois nas provas do nível operatório.

Utilizou-se o índice  $\phi$  porque:

- . o coeficiente de contingência seria o índice mais indicado, pois uma das variáveis (nível operatório) era medida tipicamente

em nível nominal (no máximo ordinal) e a outra (desempenho nas provas de matemática) poderia ser operacionalizada também nesse nível: faixas de resultados superiores ( $>\bar{X} + 2\sigma$ ), médio-superiores ( $>\bar{X} + 1\sigma$ ), médios ( $\bar{X} \pm 1\sigma$ ), médios-inferiores ( $<\bar{X} - 1\sigma$ ) e inferiores ( $<\bar{X} - 2\sigma$ ).

- . No entanto, o coeficiente de contingência é calculado com base no qui-quadrado resultante da tabela da contingência montada com o cruzamento de  $n$  categorias de variável 1 X as  $n$  categorias da variável 2. E tecnicamente seria não recomendável calculá-lo se houvesse frequências esperadas  $< 5$  em grande número.
- . Para contornar esta limitação (que se confirmou quando a tabela de contingência foi montada), recorreu-se ao *phi*: a dicotomização das variáveis era lógica e se impunha pela própria distribuição de frequência nas categorias estabelecidas para as duas variáveis, sendo o índice *phi* aplicável a esses casos.

E) Verificação das diferenças para melhor (ou para pior) em cada questão das provas equivalentes de matemática (comparação antes/depois, por questão isolada), em função da aplicação da VI<sub>1</sub> (grupo experimental - variável independente: metodologia de fundamentação piagetiana).

Empregou-se o teste de Wilcoxon (teste de ordenação de sinais), aplicável ao estudo de diferenças de desempenho dos mesmos sujeitos - (ou de amostras correlacionadas) em duas "condições" diferentes (condições "antes" / condições "depois"), técnica não paramétrica, para "peque

nas" amostras, nível ordinal de medida (comparação entre a posição relativa de cada indivíduo, antes/depois, quanto ao número de acertos em ca da questão).

Quando uma questão era composta de apenas um item (outras incluíam dois ou mais subitens), deu-se preferência ao teste dos sinais, e não ao Wilcoxon, porque a ordenação entre os indivíduos, em função da magnitude das diferenças antes/depois observada para cada um, tornava-se praticamente impossível — só ocorriam diferenças 0 (nº de acertos antes/depois), que são retiradas da análise, de 1 (+1 ou -1), isto é, a ordenação entre indivíduos, todos colocados na mesma posição (1), não teria sentido. O teste dos sinais considera apenas o número de diferenças para + ou para - dentro de cada par de indivíduos.

#### CAPÍTULO IV

#### APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS



#### 4. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo são feitas a apresentação e discussão dos dados coletados durante o desenrolar da pesquisa desenvolvida.

O perfil dos alunos do grupo experimental e do grupo de controle pode ser traçado, considerando os resultados que eles obtiveram nas cinco provas de nível operatório de Piaget aplicadas no pré-teste e no pós-teste. Tais resultados foram os seguintes:

##### 4.1. Resultados do Pré-teste (Tabelas VI e VII), e resultados do Pós-teste (Tabelas VIII e IX).

TABELA VI

ESCORES DOS SUJEITOS DO GRUPO DE CONTROLE NO PRÉ-TESTE  
ALUNOS DE 2.<sup>a</sup> SÉRIE DO 1º GRAU - GOIÂNIA - 1979

PROVAS SUJEITOS	CONSERVAÇÃO DE QUANTIDADES CONTÍNUAS Prova a	CLASSIFICAÇÃO ADITIVA Prova b	CONSERVAÇÃO DE COMPRIMENTO Prova c	SERIAÇÃO MULTIPLICATIVA Prova d	NOÇÃO DE TEMPO Prova e
1	0	1	1	2	1
2	1	0	2	2	1
3	2	1	0	2	0
4	1	2	0	1	1
5	2	0	2	2	1
6	0	1	0	2	1
7	2	1	1	2	2
8	1	1	1	1	2
9	2	1	2	1	2
10	0	1	0	1	0
11	2	2	2	2	1
12	2	1	0	1	0
13	2	1	1	0	0
14	0	2	2	1	0
15	2	1	2	2	0
16	2	1	0	2	1
17	1	1	1	1	0
18	2	2	1	2	1
19	2	1	0	1	0
20	0	1	1	1	1
21	2	2	0	1	2

\* 0 = não domínio  
1 = domínio parcial  
2 = domínio total

TABELA VII

ESCORES DOS SUJEITOS DO GRUPO EXPERIMENTAL NO PRÉ-TESTE  
ALUNOS DE 2.<sup>a</sup> SÉRIE DO 1º GRAU - GOIÂNIA - 1979

PROVAS SUJEITOS	CONSERVAÇÃO DE QUANTIDADES CONTÍNUAS Prova a	CLASSIFICAÇÃO ADITIVA Prova b	CONSERVAÇÃO DE COMPRIMENTO Prova c	SERIAÇÃO MULTIPLICATIVA Prova d	NOÇÃO DE TEMPO Prova e
1	1	1	0	2	0
2	2	0	0	1	1
3	2	2	1	1	1
4	2	2	1	1	1
5	1	2	1	1	1
6	1	1	2	2	0
7	1	1	0	1	1
8	2	1	1	2	0
9	2	2	1	2	1
10	2	2	1	1	2
11	1	0	1	1	0
12	2	1	1	2	1
13	1	2	0	1	2
14	1	0	2	2	0
15	2	1	0	0	1
16	2	1	1	1	2
17	2	1	1	0	1
18	2	0	1	0	0
19	2	1	0	2	0
20	2	0	1	2	0
21	2	2	1	1	0

\* 0 = não domínio  
1 = domínio parcial  
2 = domínio total

TABELA VIII

ESCORES DOS SUJEITOS DO GRUPO DE CONTROLE NO PÓS-TESTE  
ALUNOS DE 2.<sup>a</sup> SÉRIE DO 1º GRAU - GOIÂNIA - 1979

PROVAS SUJEITOS	CONSERVAÇÃO DE QUANTIDADES CONTÍNUAS Prova a	CLASSIFICAÇÃO ADITIVA Prova b	CONSERVAÇÃO DE COMPRIMENTO Prova c	SERIAÇÃO MULTIPLICATIVA Prova d	NOÇÃO DE TEMPO Prova e
1	2	2	2	2	2
2	2	0	2	1	2
3	1	0	0	0	2
4	1	0	1	0	1
5	2	0	2	2	2
6	0	0	0	2	1
7	2	1	1	1	1
8	1	2	0	1	1
9	2	0	2	2	2
10	1	0	0	1	1
11	2	2	2	2	2
12	2	0	1	0	0
13	2	2	0	1	0
14	1	0	0	2	0
15	2	2	2	1	2
16	2	2	2	2	2
17	1	0	0	2	0
18	2	2	2	2	2
19	2	0	0	1	2
20	1	1	1	1	0
21	2	0	2	1	0

\* 0 = não domínio  
1 = domínio parcial  
2 = domínio total

TABELA IX

ESCORES DOS SUJEITOS DO GRUPO EXPERIMENTAL NO PÓS-TESTE  
ALUNOS DE 2.<sup>a</sup> SÉRIE DO 1º GRAU - GOIÂNIA - 1979

PROVAS SUJEITOS	CONSERVAÇÃO DE QUANTIDADES CONTÍNUAS Prova a	CLASSIFICAÇÃO ADITIVA Prova b	CONSERVAÇÃO DE COMPRIMENTO Prova c	SERIAÇÃO MULTIPLICATIVA Prova d	NOÇÃO DE TEMPO Prova e
1	0	0	0	2	2
2	2	2	2	1	2
3	2	2	2	1	1
4	2	2	2	2	2
5	1	2	2	2	1
6	1	2	2	2	2
7	2	2	2	2	2
8	2	2	2	2	2
9	2	2	2	2	2
10	2	2	2	2	2
11	2	2	2	2	2
12	2	2	2	2	2
13	2	2	2	1	2
14	2	0	2	2	0
15	2	2	2	1	2
16	2	2	2	1	2
17	2	2	2	2	1
18	2	2	1	1	1
19	2	2	2	2	2
20	1	2	2	2	0
21	2	2	2	2	2

\* 0 = não domínio  
1 = domínio parcial  
2 = domínio total

Estes dados permitiram traçar o perfil do aluno do grupo experimental e do grupo de controle no início do experimento, quanto ao não-domínio(0), domínio parcial(1), ou domínio total(2) de cada estrutura cognitiva própria de cada prova usada no pré-teste, e foram incorporados na ficha individual do aluno.

#### 4.2. RESULTADOS DOS TESTES DE EQUIVALÊNCIA DOS GRUPOS

O teste de equivalência dos grupos antes do experimento foi usado como recurso estatístico para comparar as duas distribuições (grupo experimental e grupo de controle) quanto ao nível operatório (provas de Piaget), visando avaliar se os dois grupos eram ou não equivalentes no início — antes — do experimento (Tabela V).

Observa-se na Tabela V uma concentração dos sujeitos no nível 2, quando do pré-teste ("antes"). Para verificar se de fato seria cabível afirmar a equivalência dos dois grupos, isto é, o fato de se apresentarem significativamente como em transição do nível pré-operatório para o nível operatório concreto, testou-se a diferença entre as proporções obtidas neste nível 2, através do teste  $\bar{z}$  com correção para continuidade (Guilford, 1956, p.185-7). O resultado foi o seguinte:

$$\bar{z} = 0,83 \text{ com } 20 \text{ gl e } p = 0,05.$$

Como  $\bar{z}$  encontrado foi menor do que o exigido (sendo  $\bar{z}$  exigido 1,96 para um teste bicaudal e para o nível de confiança estabelecido), não é possível afirmar que as proporções sejam significativamente diferentes, ou seja, os grupos eram equivalentes no pré-teste, no início do experimento, pois, a proporção de indivíduos classificados como em "transição" não era significativamente diferente e constituía a maioria nos dois grupos.

Isto é, pode-se afirmar com uma margem de seguran



ça de 95% que antes da implantação da nova metodologia de ensino da matemática, não havia diferença significativa entre os resultados das provas de nível operatório dos grupos de controle e experimental, podendo portanto, esses grupos serem considerados equivalentes.

O planejamento do curso de matemática para o grupo experimental considerou o nível operatório predominante em tal grupo no pré-teste, e foi a partir do diagnóstico do mesmo, sobretudo, que o referido planejamento foi programado e posto em execução. Este foi um recurso usado com a finalidade de propiciar condições aos sujeitos pertencentes ao nível pré-operatório e ao nível de transição para o período das operações concretas desenvolver o raciocínio, assim como, para fortalecer o raciocínio próprio dos sujeitos já integrantes de tal período.

Tendo sido constatada a equivalência dos grupos experimental e de controle, teve início a aplicação das metodologias específicas de ensino de matemática nos dois grupos de sujeitos. No final do experimento, ambos os grupos foram submetidos a um pós-teste que consistiu na aplicação de provas paralelas às do pré-teste.

#### 4.3. TESTAGEM DA HIPÓTESE

Testou-se na oportunidade a hipótese de que: "A capacidade de domínio das estratégias mentais necessárias à construção e ao desenvolvimento das estruturas cognitivas pode ser ativada pela metodologia de ensino utilizada pelo professor".

Para tal, foi utilizado o teste de Kolmogorov Smirnov para duas amostras (Guilford, 1956, p.128-30), tendo-se observado: o somatório dos escores de cada aluno nas cinco provas no pré-teste e no pós-teste e, os respectivos níveis operatórios atingidos.

As categorias discriminadas na coluna "ordenação das diferenças" (Tabela X) resultam da operacionalização seguinte: considerou-se a variável intensidade da mudança no nível operatório, combinando a classificação do nível operatório de cada sujeito e a diferença entre os somatórios dos pontos, nas cinco provas (somatório do pós-teste menos o somatório do pré-teste em anexo 11).

Os resultados da testagem ha hipótese foram as seguintes:

TABELA X

COMPARAÇÃO ENTRE AS DISTRIBUIÇÕES DO GRUPO EXPERIMENTAL E DO GRUPO DE CONTROLE,  
CONSIDERANDO A DIREÇÃO DAS DIFERENÇAS PRÉ-TESTE/PÓS-TESTE ENTRE AS AMOSTRAS

ORDENAÇÃO DAS DIFERENÇAS	GRUPO EXPERIMENTAL	GRUPO CONTROLE	fa. - GRUPO EXPERIMENTAL	fa. - GRUPO DE CONTROLE	D
Baixou o nível, diminuiu o somatório	0	6	0/21	6/21	6
Baixou o nível, somatório igual	1	1	1/21	7/21	6
Nível igual, diminuiu somatório	0	3	1/21	10/21	9
Nível igual, somatório igual	0	1	1/21	11/21	10
Nível igual, aumentou somatório	4	6	5/21	17/21	12
Melhorou nível, somatório aumentou	16	4	21/21	21/21	0
TOTAL	21	21			

\* Maior diferença encontrada na direção prevista, isto é, proporção maior do grupo de controle do que do grupo experimental até a ordenação em que a intensidade de mudança de nível operatório ainda não indicava melhoria evidente no pós-teste em relação ao pré-teste ( $K_D$  para teste unicaudal).

$K = 12$  com  $N = 21$  e  $p \leq 0,01$  (unicaudal)

Com base no índice obtido, que se revelou significativamente superior ao  $K$  exigido (para  $N = 21$  e  $\alpha = 0,05$ ,  $K = 8$  e  $\alpha = 0,01$ ,  $K = 10$ ), pode-se concluir que a proporção de sujeitos que alcançaram melhoria de nível operatório é superior no grupo experimental, ou seja, no grupo em que foi aplicada a metodologia experimental de ensino da matemática, podendo-se atribuir à aplicação da mesma a superioridade dos resultados. Existindo equivalência entre os dois grupos antes do tratamento experimental, quanto à idade, nível sócio-econômico, nível de instrução dos pais e nível operatório, e tendo em vista o curto período de tempo entre o pré-teste e o pós-teste (4 meses), muito provavelmente, é a influência da metodologia experimental o fator responsável pelo resultado acima apresentado.

O teste de equivalência dos grupos depois do experimento foi usado também, como recurso estatístico para comparar as duas distribuições (grupo experimental e grupo de controle) quanto ao nível operatório (provas paralelas às aplicadas no pré-teste), objetivando avaliar se os dois grupos eram ou não equivalentes após o experimento ("depois"). Os resultados obtidos foram os seguintes:

TABELA XI

NÚMERO DE ALUNOS SEGUNDO OS NÍVEIS OPERATÓRIOS  
NO PÓS-TESTE — GRUPO EXPERIMENTAL E GRUPO DE  
CONTROLE — GOIÂNIA — 1979

Nível Operatório	Número de Alunos	
	Grupo Experimental	Grupo de Controle
1	1	5
2	3	11
3	17(0,81)	5(0,24)
TOTAL	21	21

\* 1 = período pré-operatório

2 = período de transição entre pré-operatório e  
operatório concreto

3 = período operatório concreto.

Observa-se na tabela acima, uma maior concentração dos sujeitos do grupo experimental no nível 3.

As diferenças entre as proporções obtidas foram verificadas através do teste  $\bar{z}$ , levando em conta que a maioria (0,81) do grupo experimental classificou-se no nível 3, enquanto que apenas 0,24 do grupo de controle classificou-se neste mesmo nível.

Comparando-se essas duas proporções (0,81 e 0,24), o resultado foi o seguinte:

$\bar{z} = 3,3897$  (com correção para continuidade, tendo em vista que o produto  $Np=21 \times 0,2381 \approx 5$ , isto é, menor que 10) (Guilford, 1956, p.187).

$\bar{z} = 1,96$  exigido para  $p = 0,025$ , teste unicaudal.

Como o  $\bar{z}$  encontrado foi maior que o exigido — p as-

sociado a  $\bar{z} \approx 3,4$  e  $\bar{e} < 0,01$  — é possível afirmar que as proporções eram significativamente diferentes no pós-teste, ou seja, os grupos não eram equivalentes, pois, a proporção de indivíduos classificados no nível operatório concreto (nível 3) foi significativamente maior no grupo experimental do que no grupo de controle. Isto é, não se pode afirmar que após a implantação da nova metodologia de ensino de matemática, os grupos eram equivalentes. Quando submetidos ao pós-teste, obteve-se no grupo experimental uma melhor classificação quanto aos níveis operatórios que no grupo de controle.

O desenvolvimento mental parece ter sido, pois, sensivelmente mais acelerado no grupo experimental do que no grupo de controle, após a introdução da metodologia de ensino da matemática de fundamentação piagetiana, naquele grupo.

Para analisar as diferenças de desempenho dos sujeitos entre as provas foram feitos gráficos, nos quais estão assinaladas as porcentagens relativas ao escore 2 e relativas ao escore 0, obtidas pelos dois grupos de sujeitos (experimental e de controle), no pré-teste e no pós-teste e testes estatísticos.

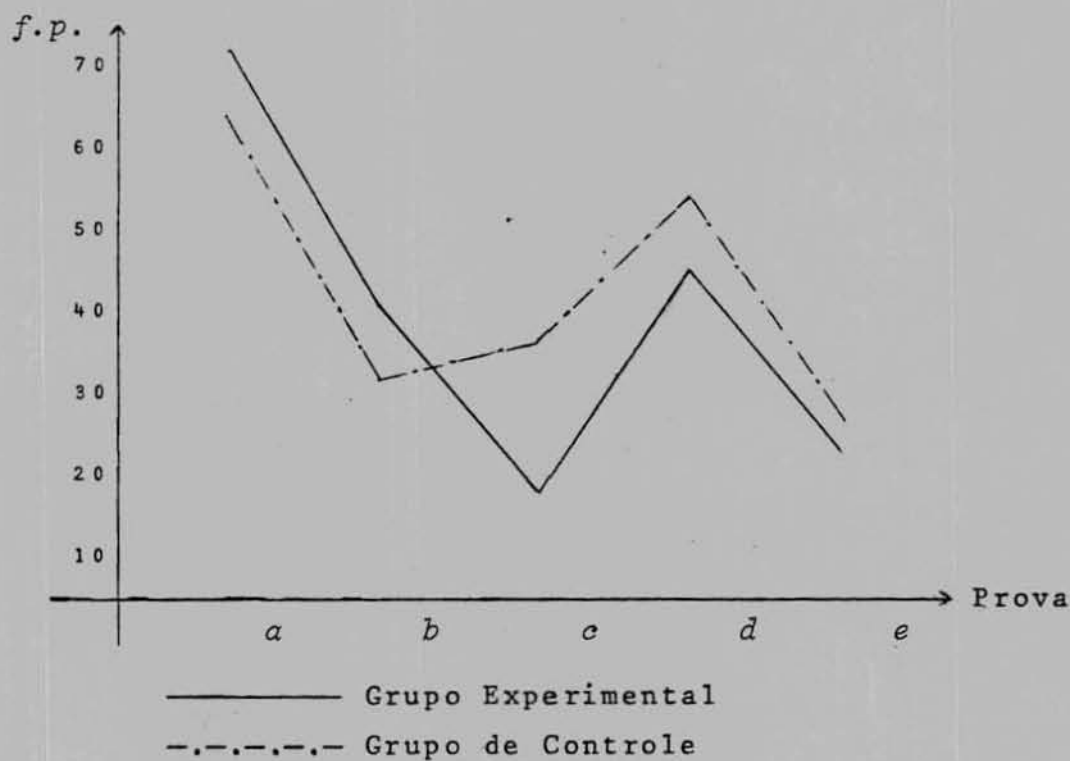
#### 4.3.1. Análise das diferenças de desempenho dos sujeitos nas provas operatórias a partir de gráficos.



## GRÁFICO 1

PERCENTAGEM DOS ALUNOS NO ESCORE 2(DOIS), DE ACORDO COM AS PROVAS REALIZADAS: a) NO PRÉ-TESTE; b) NO PÓS-TESTE

a) PRÉ-TESTE:



b) PÓS-TESTE:

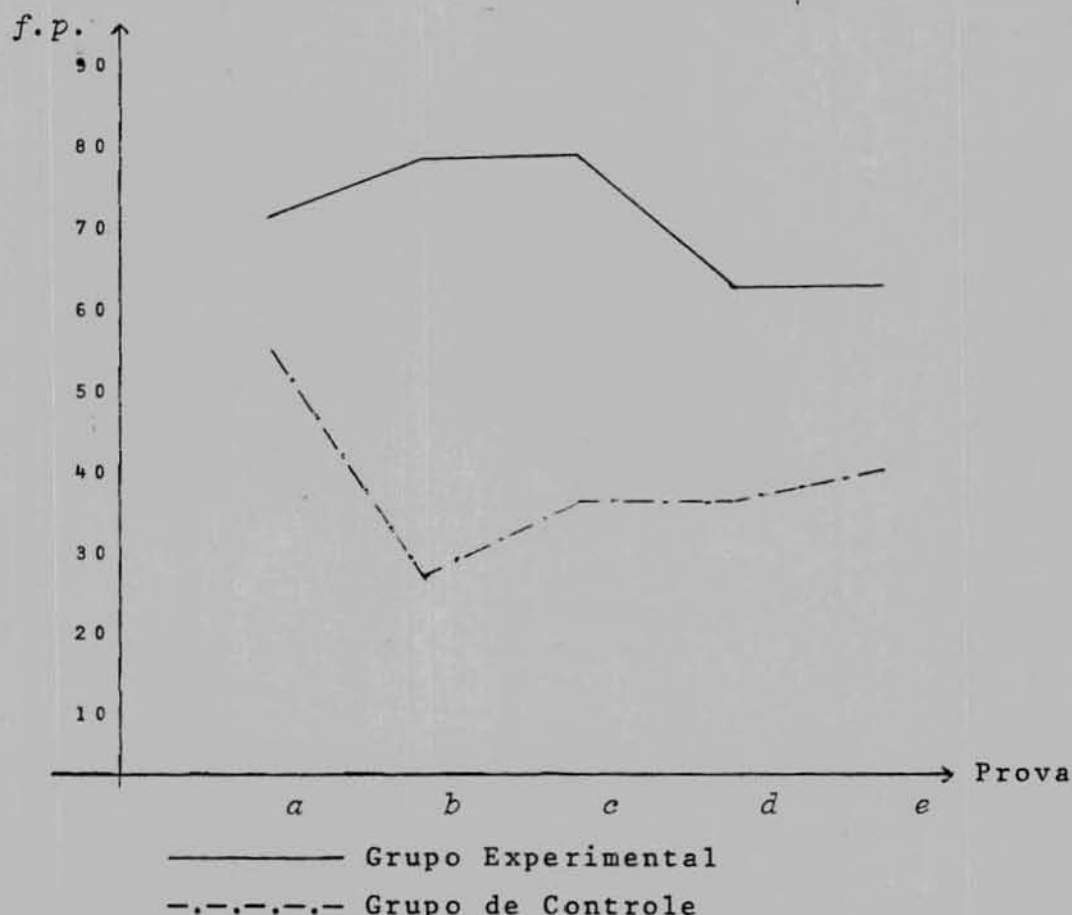
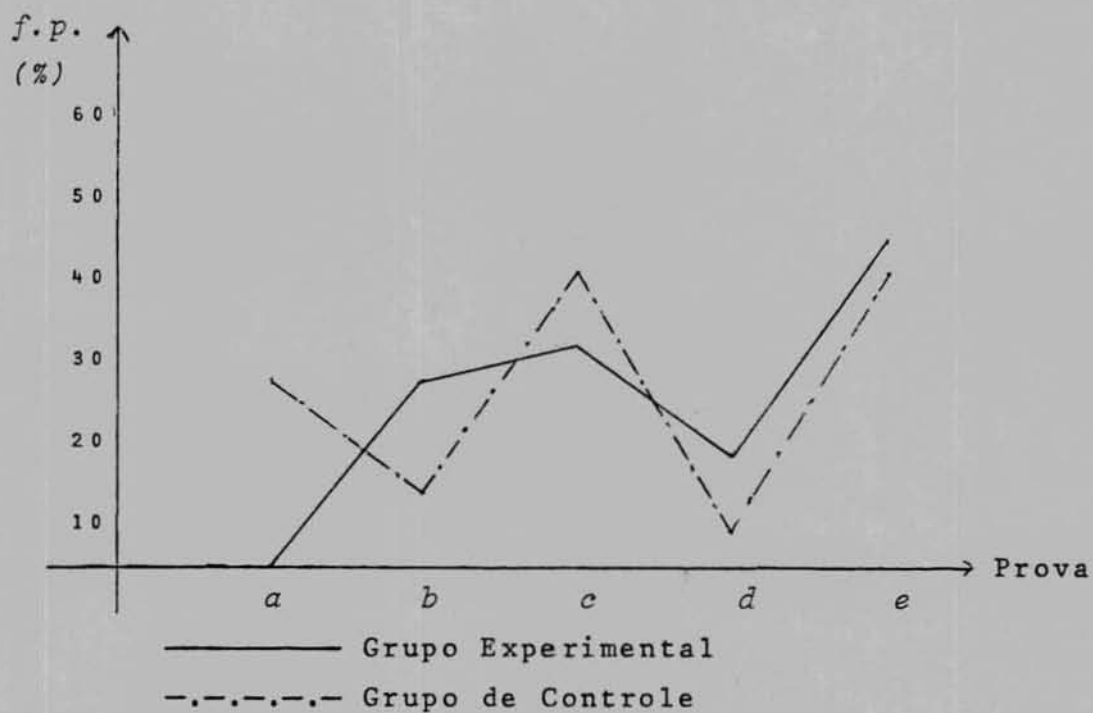


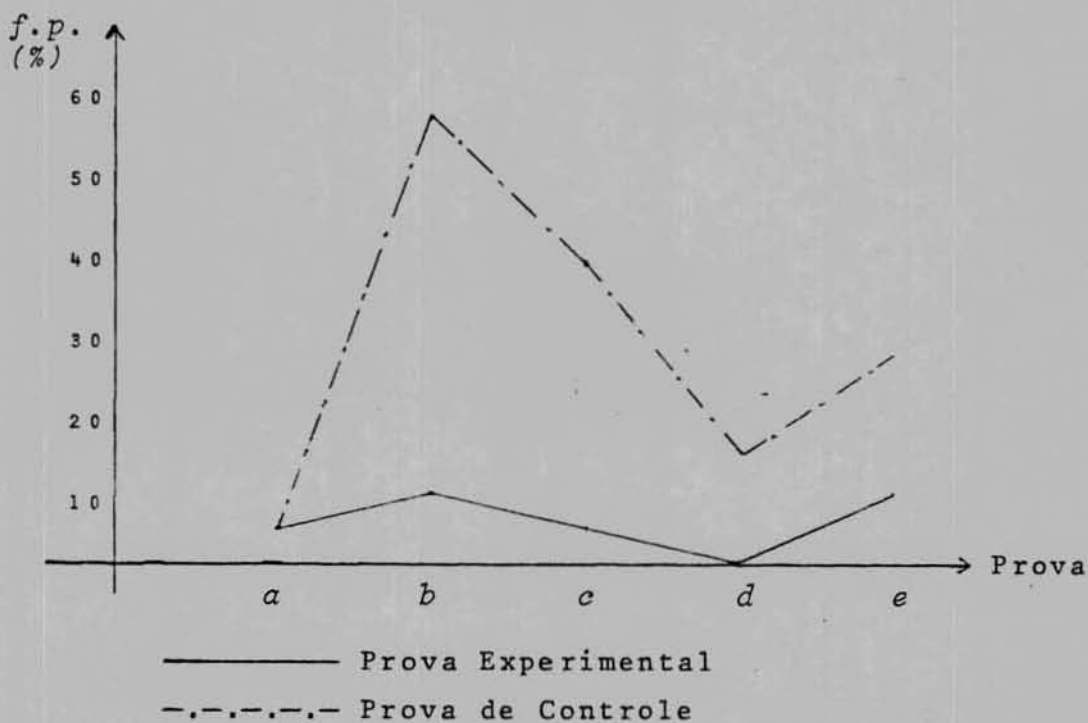
GRÁFICO 2

PERCENTAGEM DOS ALUNOS NO ESCORE 0 (ZERO), DE ACORDO COM AS PROVAS REALIZADAS: a) NO PRÉ-TESTE; b) NO PÓS-TESTE

a) PRÉ-TESTE:



b) PÓS-TESTE:



Através da análise do Gráfico nº 1, podemos concluir que:

- Evidentemente, a prova com maior percentual de acertos totais para os dois grupos foi a prova de conservação de quantidades contínuas — prova *a*. Sempre mais de 50% tem escore 2, tanto no pré-teste quanto no pós-teste. Pode-se notar que embora no grupo experimental, no pós-teste, nas provas de classificação aditiva — prova *b* — e de conservação do comprimento — prova *c* —, a porcentagem de escore 2 ultrapassou a porcentagem de tal escore da prova de conservação de quantidades contínuas (prova *a*), a prova *a* continuou com mais de 80% de escore 2.
- Houve mudança mais acentuada do pré-teste para o pós-teste para melhor em todas as provas, no grupo experimental. Isto, sobretudo, nas provas sobre noção de tempo — prova *e* — e conservação do comprimento — prova *c* — que passaram, respectivamente, de 14% de escore 2 para 72% de escore 2 e de 9% de escore 2 para 90% de escore 2.
- No grupo de controle também houve mudança para melhor do pré-teste para o pós-teste, a não ser na prova sobre seriação multiplicativa — prova *d* — que de 48% de escore 2 passaram para 43%.

A mudança porém, foi muito menos acentuada do que a do grupo experimental, considerando-se cada prova. Senão vejamos:

TABELA XII

DIFERENÇA PERCENTUAL ENTRE OS ESCORES 2, OBTIDOS NAS  
 PROVAS DE NÍVEL OPERATÓRIO, NO PRÉ-TESTE E  
 PÓS-TESTE, PARA CADA GRUPO - ALUNOS DE  
 2.<sup>a</sup> SÉRIE DE 1º GRAU - GOIÂNIA - 1979

Provas	Diferença percentual entre pré-teste e pós-teste	Grupo Experimental	Grupo de Controle
<i>a</i>		+ 14% no pós-teste	+ 5% no pós-teste
<i>b</i>		+ 57% no pós-teste	+ 9,5% no pós-teste
<i>c</i>		+ 81% no pós-teste	+ 14% no pós-teste
<i>d</i>		+ 33% no pós-teste	- 45% no pós-teste
<i>e</i>		+ 57% no pós-teste	+ 29% no pós-teste

Continuando a análise das diferenças de desempenho dos sujeitos entre as provas, através do gráfico 2 podemos concluir que:

- Evidentemente, a prova com maior percentual de não domínio para os dois grupos no pré-teste foi a prova *e*, como também a prova *c*, para o grupo de controle. No pós-teste, as provas com maior percentual de não domínio para o grupo de controle foram as sobre classificação aditiva *b* e conservação do comprimento *c*, embora esta última prova *c* já tenha tido também com maior percentual de não domínio no pré-teste.
- O grupo experimental parece ter tido maior facilidade em todas as provas no pós-teste, do que no pré-teste. Isto, a não ser na prova sobre conservação de quantidades contínuas — prova *a* — sendo no entanto, a porcentagem de zero bem pequena — 5% — nesta prova. Enquanto que o grupo de controle parece ter tido maior dificuldade em três provas: prova sobre classificação aditiva — *b* —, prova sobre conservação do comprimento — *c* — e prova sobre seriação multiplicativa — *d* —, no pós-teste do que no pré-teste. Houve melhor desempenho somente em duas provas: prova sobre conservação de quantidades contínuas — *a* — e prova sobre noção de tempo — *e*.
- O maior domínio das provas comparando-se os dois grupos, foi bastante acentuado no grupo experimental. No pós-teste, só não houve diferença evidente na prova *a*, onde ambos os grupos apresentaram 5% de escore zero. Em todas as demais provas, a incidência de zero foi muito menor, no grupo experimental em relação ao grupo de controle. Senão vejamos:

TABELA XIII

DIFERENÇA PERCENTUAL ENTRE OS ESCORES O, OBTIDOS NAS  
 PROVAS DE NÍVEL OPERATÓRIO, NO PRÉ-TESTE E  
 PÓS-TESTE, PARA CADA GRUPO — ALUNOS DE  
 2.<sup>a</sup> SÉRIE DE 1º GRAU — GOIÂNIA — 1979

Diferença percentual entre pré-teste e pós-teste	Grupo Experimental	Grupo de Controle
	Provas	
<i>a</i>	+ 5% no pós-teste	- 19% no pós-teste
<i>b</i>	- 14% no pós-teste	+ 48% no pós-teste
<i>c</i>	- 24% no pós-teste	+ 0% no pós-teste
<i>d</i>	- 14% no pós-teste	+ 9% no pós-teste
<i>e</i>	- 33% no pós-teste	- 9,5% no pós-teste



#### 4.3.2. Análise das diferenças através de testes estatísticos

##### 4.3.2.1. Análise de variância

Foi feito um estudo estatístico para testar se as diferenças entre as cinco provas de nível operatório foram significativas, sendo que o teste estatístico usado foi "a análise de variância" de Friedman (Siegel, Sidney, 1956, p.166-72). O resultado encontrado foi o seguinte:

19) Para o grupo experimental, pré-teste (ordenação por linha sujeito) -  $\chi^2_r = 3,881$

sendo  $N = 21$ ,  $gl = 5-1 = 4$ ,  $p = 0,05$  e

$\chi^2$  exigido = 9,49.

$\chi^2_r$  obtido é menor que o exigido e que possibilita com 95% de probabilidade de acerto a afirmação de que, o desempenho dos sujeitos nas cinco provas não é significativamente diferente. Logo, conclui-se que as diferenças observadas entre as provas não são significativas, podendo ser devido ao acaso.

29) Para o grupo de controle, pré-teste (ordenação por linha sujeito) -

$\chi^2_r = 6,8735$

sendo  $N = 21$ ,  $gl = 5-1 = 4$ ,  $p = 0,05$  e

$\chi^2$  exigido = 9,49.

Logo, conclusão idêntica à anterior, isto é, não há diferença significativa no desempenho dos sujeitos nas cinco provas.

39) Para o grupo experimental, pós-teste (ordenação por linha-sujeito) -

$$\chi^2_r = 1,0595$$

sendo  $N = 21$ ,  $gl = 5-1 = 4$ ,  $p = 0,05$  e

$$\chi^2 \text{ exigido} = 9,49.$$

$\chi^2_r$  maior que o exigido, significando que não houve diferenças significativas no desempenho dos sujeitos nas cinco provas do pós-teste.

49) Para o grupo de controle, pós-teste (ordenação por linha-sujeito) -

$$\chi^2_r = 7,263$$

sendo  $N = 21$ ,  $gl = 5-1 = 4$ ,  $p = 0,05$  e

$$\chi^2 \text{ exigido} = 9,49.$$

Portanto,  $\chi^2$  maior que o exigido significando que não houve diferença significativa no desempenho dos sujeitos nas cinco provas do pós-teste.

#### 4.3.2.2. Teste dos sinais

Analizou-se também as diferenças "antes/depois", considerando cada prova isoladamente, pelo teste dos sinais (Siegel, 1956, p.68-72).

Para a prova  $\alpha$ , a diferença entre pré-teste e pós-teste no grupo experimental não se revelou significativa. Isto pode ser explicado pelo fato de a maioria dos alunos já no pré-teste, terem demonstrado um bom nível de desempenho nessa prova. Este nível se manteve no pós-teste. Nas demais provas, os sujeitos melhoraram significativamente enquanto que, no pré-teste não demonstraram um desempenho tão bom nas outras provas quanto na prova  $\alpha$ , embora esta dificuldade não fosse suficientemente relevante para revelar-se significativa pela análise de variância de Friedman.

Os resultados obtidos são os seguintes:

PARA O GRUPO EXPERIMENTAL (Anexo 12)

- 19) Prova  $a$ , grupo experimental, mudança no pós-teste.  
(sinais atribuídos às mudanças, em anexo) (Anexo 12).

$x$  = número de alterações para menos (sinal  $-$ ) = 2.

$N$  = número de pares de observações em que houve alteração (para mais e para menos) = 6.

Assim, com  $x = 2$  e  $N = 6$ , na tabela D (Siegel),  $p = 0,344$  (sendo que 0,344 é maior que 0,05, probabilidade estabelecida para rejeitar hipótese nula), não se pode rejeitar a hipótese nula de que as alterações ocorridas nos escores do pré-teste para o pós-teste, possam ser devidas ao acaso.

Isto é bem visível na listagem dos escores (Anexo 12), pois, a maioria dos sujeitos não apresentou alteração nos seus escores "antes" e "depois" da aplicação da metodologia experimental.

- 29) Prova  $b$ , grupo experimental, mudança no pós-teste.

$x = 1$                        $N = 13$                        $p = 0,002$

Donde, rejeita-se a hipótese nula e afirma-se que as alterações dos escores foram significativas no pós-teste e positivas (melhoria) porque predominou a alteração (+).

- 39) Prova  $c$ , grupo experimental, mudança no pós-teste.

$x = 0$                        $N = 17$                        $p < 0,001$

Donde, rejeita-se a hipótese nula e afirma-se que as alterações dos escores foram significativas e positivas no pós-teste, porque predominou a alteração para melhor (+). Todas as dezessete alterações dos escores foram positivas (+).

49) Prova  $d$ , grupo experimental, mudança no pós-teste.

$$x = 0 \qquad N = 9 \qquad p = 0,02$$

Donde, rejeita-se a hipótese nula e a conclusão é idêntica à da questão anterior.

59) Prova  $e$ , grupo experimental, mudança no pós-teste.

$$x = 0 \qquad N = 13 \qquad p < 0,001$$

Donde, conclusão idêntica à da questão anterior.

PARA O GRUPO DE CONTROLE (Anexo 13)

19) Prova  $a$ , grupo de controle, mudança no pós-teste.

$$x = 1 \qquad N = 6 \qquad p = 0,109$$

Donde, não se pode rejeitar a hipótese nula de que as alterações ocorridas nos escores do pré-teste para o pós-teste sejam devidas ao acaso. Isto é bem visível na listagem dos escores (Anexo 13), pois, a maioria dos sujeitos não apresentou alteração nos seus escores "antes" e "depois" da aplicação da metodologia tradicional de ensino da matemática.

29) Prova  $b$ , grupo de controle, mudança no pós-teste.

$$x = 10 \qquad N = 15 \qquad p = 0,941$$

Donde, não se rejeita a hipótese nula.

39) Prova  $c$ , grupo de controle, mudança no pós-teste.

$$x = 4 \qquad N = 10 \qquad p = 0,377$$

Donde, não se rejeita a hipótese nula, cabendo aqui, a conclusão descrita para a prova  $a$  do grupo experimental.

49) Prova  $d$ , grupo de controle, mudança no pós-teste.

$$x = 4 \qquad N = 14 \qquad p = 0,090$$

Donde, não se rejeita a hipótese nula.

59) Prova  $e$ , grupo de controle, mudança no pós-teste.

$$x = 4 \qquad N = 14 \qquad p = 0,090$$

Donde, não se rejeita a hipótese nula.

Em conclusão, pode-se afirmar que a metodologia experimental favoreceu o desenvolvimento das estruturas avaliadas pelas provas  $b$ ,  $c$ ,  $d$  e  $e$ , pois, houve alterações positivas e significativas nos escores deste grupo do pré-teste para o pós-teste, considerando seu desempenho nestas quatro provas.

Quanto à prova  $a$ , predominaram os sujeitos com escores iguais no pré-teste e no pós-teste, isto é, a metodologia de ensino da matemática parece não ter afetado o desempenho nesta prova  $a$ . Deve-se esclarecer que os sujeitos de tal grupo já haviam apresentado escores altos em tal prova, no pré-teste.

A metodologia tradicional de ensino da matemática — grupo de controle — parece não ter influenciado qualquer uma das estruturas cognitivas avaliadas pelas provas, pois, as alterações positivas nos escores do pré-teste para o pós-teste não se mostraram significativas.

#### 4.3.3 Análise das diferenças a partir dos resultados das provas piagetianas no pré-teste — Grupo Experimental

Os dados analisados possibilitam também traçar o perfil de cada grupo, no interior de cada prova. Assim, o perfil do grupo experimental no pré-teste, em se considerando cada prova aplicada, pode ser assim apresentado:

TABELA XIV

RESULTADOS ABSOLUTOS E PERCENTUAIS DAS PROVAS APLICADAS NO PRÉ-TESTE,  
NO GRUPO EXPERIMENTAL, SEGUNDO O MODELO DE PROVA — ALUNOS DE 2ª

SÉRIE DE 1º GRAU — GOIÂNIA — 1979

PROVA ESCORE	a		b		c		d		e	
	f.a.	%	f.a.	%	f.a.	%	f.a.	%	f.a.	%
0	-	-	5	24	6	29	3	14	9	43
1	7	33	9	43	13	62	10	48	9	43
2	14	67	7	33	2	9	8	38	3	14
TOTAL	21	100,0	21	100,0	21	100,0	21	100,0	21	100,0

#### 4.3.3.1. Prova $\alpha$ — Conservação de quantidades contínuas

Os resultados da prova sobre noção de conservação de quantidades contínuas (prova  $\alpha$ ) demonstraram que 14 sujeitos em 21, dominavam completamente a tarefa exigida por esta prova, e que nenhum sujeito demonstrou não dominá-la totalmente. Assim sendo, pode-se afirmar que grande parte (67%) dos sujeitos do grupo experimental possuía a noção de conservação de quantidades contínuas no início do experimento, o que coaduna com a afirmação de Piaget de que, aproximadamente aos sete anos de idade a criança já domina a conservação de substância. (Fraisse e Piaget, 1969, p.127).

Tal fato permite concluir que estes sujeitos manifestaram ser capazes de operar no nível das estruturas concretas, porque admitiram a existência de invariantes, concebendo a ação transformante como reversível. Suas respostas eram rápidas e confiantes, sendo que eram capazes de acrescentar justificção lógica para apoiar seus julgamentos.

O domínio da noção de permanência da quantidade mesmo quando modificada na sua forma ou dividida em partes, é essencial para a compreensão do número.

Ao apreender a constituição de equivalências invariantes, o sujeito raciocinava usando as operações concretas e, solidária com as noções de conservação estava a noção de transitividade — se a quantidade A equivale à quantidade B e se B equivale a C, deve-se ter:  $A = C$ .

Esta afirmação se fundamenta nos estudos feitos por J. Smedslund (1959), um psicólogo norueguês. Em tal estudo, 57 crianças de 6,5 a 7,6 de idade, em Genebra, operavam usando paralela à noção de conservação a noção de transitividade. Segundo este teórico, "a transitividade e a conservação, nesta idade, são apenas os dois as-



pectos diferentes de um mesmo agrupamento". (Fraisse e Piaget, 1976, p.134).

Os sujeitos que obtiveram resultado (1) na prova de conservação de quantidade contínua (33%) manifestaram estar num período de transição entre não-conservação e conservação de tais quantidades. Estes sujeitos manifestaram ter limitações de pensamento que lhes impediam de conceber a conservação das quantidades contínuas quando o número de objetos, a altura e a largura dos mesmos eram alterados. Não apresentaram ter domínio da noção de conservação e manifestaram ter tal noção, somente para algumas transformações. A criança tentou coordenar as relações perceptivas em jogo e transformá-la assim em relações verdadeiras ou operatórias, sem contudo conseguir êxito, por não raciocinar com operações lógico-matemáticas. Seu pensamento ainda estava submisso às ilusões perceptivas. A crença progressiva na constância só era demonstrada, à medida que eram feitas as verificações.

Os resultados alcançados na prova de conservação foram importantes, uma vez que o domínio de tal noção é considerado por Piaget, indicador do início do período operatório concreto.

#### 4.3.3.2. Prova b — Classificação aditiva

Quanto aos resultados da prova sobre classificação aditiva das classes — prova b —, 7 sujeitos em 21 do grupo experimental apresentaram ter domínio total de tal estrutura cognitiva no pré-teste. Portanto, 33% demonstraram ter noção de classificação aditiva de classes, no início do experimento.

O alcance total do domínio desta estrutura é uma consequência da capacidade de construir classificações hierárquicas e compreender a inclusão de classe. Os sujeitos que obtiveram o escore (2) nesta tarefa, demons-

traram dominar a composição aditiva de classes, isto é, a inclusão das classes parciais numa classe total.

A prova foi assim apresentada: "Seja B uma coleção de objetos individuais que constituem uma classe lógica definível em termos puramente qualitativas e, A uma parte desta coleção, a construir uma sub-classe definível, ela também, em termos qualitativos: o problema é simplesmente saber se há mais elementos na classe total B que na classe inclusa A, ou noutras palavras, se a classe B é maior ou mais 'numerosa' que a subclasse A". (Piaget e Szeminska, 1975, p.225). O que equivale a — na prova b — (classificação aditiva), após dada uma classe B — bolinhas de plástico — em que A e A' — bolinhas de plástico vermelhas e bolinhas de plástico azuis — eram as subclasses, duas operações podiam ser efetuadas sobre este conjunto:  $A+A'=B$  e seu inverso:  $B-A'=A$ ;  $B-A=A'$ .

Donde se pode deduzir que B é maior que A e que B é maior que A'. Ou A é menor que B e que A' é menor que B.

Os sujeitos com domínio total desta tarefa demonstraram ser capazes de operar através do agrupamento I — soma primária de classes —, usando operações reversíveis que os orientaram para respostas e argumentos corretos. Tanto que, a concepção de B se fez por processos operatórios (não intuitivos). O todo operatório permanece invariante apesar da mobilidade de suas partes, conseguindo-se sua conservação por um jogo de compensações internas.

A reversibilidade torna possível a decomposição necessária à análise e à síntese combinada, isto é, a concepção das partes em função do todo, reciprocamente, a composição do todo em função das partes.

Piaget e Szeminska (1975, p.243) citam: "Uma adição de classes, portanto, implica sempre uma multiplicação lógica destas mesmas classes, ou seja, cada indivi-

duo que pertence a um sistema de classes adicionais, pertence, necessariamente, a duas classes, 'ao mesmo tempo'. Todos os A são AB e apresentam as qualidades  $ab$ . Todos os B são A ou A', isto é,  $b(a||a')$ ". Todos os A' são AB.

As crianças com escore (2) demonstraram dominar tais operações. A extensão da classe encontrava-se ajustada à compreensão da classe para tais sujeitos. Isto comprova que eles sabiam classificar, pois, classificar é reunir elementos segundo a coordenação entre sua compreensão e extensão, buscando equivalências a fim de proceder à operação.

A mobilidade antecipatória e retroativa possibilitaram aos sujeitos fazerem organizações cada vez mais sistemáticas.

Continuando a análise dos dados referentes à prova de classificação aditiva ou prova  $b$  - Tabela XIV - obtidos pelos alunos do grupo experimental, a fim de traçar o perfil do grupo experimental no pré-teste no interior de cada prova 9 sujeitos em 21 alcançaram o escore (1), o que equivale a 43% do total de sujeitos deste grupo.

A porcentagem de sujeitos que demonstraram estar no período de transição entre classificação e não classificação foi maior, do que a daqueles que demonstraram dominar totalmente a referida estrutura cognitiva. Isto significa que um número maior de sujeitos do grupo experimental usava a descoberta intuitiva e não dedutiva da resposta certa. O que significa que havia tateios antes da construção correta e não composição imediata. Constatou-se que os sujeitos com escore (1) acreditavam que as bolinhas de plástico vermelhas (em maior quantidade do que as azuis) eram mais numerosas do que as de plástico e supunham que as bolinhas de plástico vermelhas e o todo possuíam a mesma extensão, à princípio.

O processo de construção destes sujeitos era logicamente limitado, uma vez que operavam usando o mecanismo de justaposição e pelo fato de apresentarem ausência de antecipação. Tanto que, de entrada, os sujeitos com tal escore eram incapazes de dominar a estrutura em questão. Apresentavam dificuldades de inclusão, ou seja, de regulação do "todos" e do "alguns", devido à falta de coordenação entre a extensão — indivíduos aos quais o atributo aplica "todos", "alguns" — e a compreensão — atributos da classe.

Há o reconhecimento de que o "todos" é diferente do "alguns", só que o "alguns" prende-se ao número de elementos e é percebido pelo sujeito como sendo o "pouco" em oposição a "muitos".

A relação entre as partes ( $A = B - A'$  e  $A' = B - A$ ) não era apreendida, devido à concepção intuitiva do todo.

Notou-se que os sujeitos demonstraram esforço para reorganizar as estruturas iniciais, sem contudo obter êxito, devido às dificuldades relativas às antecipações dos conjuntos.

Havia somente uma semi-antecipação que era notada através dos argumentos dos sujeitos ao prever grandes coleções, sendo que a classificação efetiva só era alcançada após pequenas reuniões sucessivas, com tateios.

Apenas 5 dos 21 sujeitos não realizaram a prova b — classificação aditiva — com êxito, o que equivale a 24% do total dos sujeitos do grupo experimental. Tais sujeitos falharam na realização desta prova, pelo fato de suas estruturas de raciocínio carecerem de generalidade. Eles pretendiam reunir espontaneamente um conjunto de objetos através de coleções figurais, e não por classes. Isto significa que os sujeitos com escore (0) formavam conjuntos perceptivos baseando-se na semelhança e diferença de seus elementos, assim como, se apoiavam na

configuração espacial que os elementos assumiam.

Os sujeitos com escore (0) permaneciam incapazes de apreender que a classe B abrangia sempre mais elementos que a subclasse A ou a A'. Isto porque eles não pensavam, simultaneamente, no todo B e nas partes A e A'.

A dizer, logicamente, eles não concebiam ainda a classe B como resultante da adição  $B = A + A'$ , nem a subclasse A como resultante da subtração  $A = B - A'$ .

Tais sujeitos compreendiam que uma mesma bolinha participava de duas qualidades: material plástico e cor. No entanto, assim que pensavam nas bolinhas vermelhas, por exemplo, eles não as comparavam senão com as bolinhas azuis e, não, com o conjunto de bolinhas de plástico. Eles não conseguiam estabelecer uma hierarquia ou uma inclusão permanente entre o todo e as partes: "...as sim que o todo se dissocia, mesmo em pensamento, as partes deixam de ser incluídas nele, mas são simplesmente justapostas, sem síntese". (Piaget e Szeminska, 1975, p. 235). Não havia a conservação das totalidades como tais.

A incapacidade de manipulação da inclusão era causa da ausência de escolha prévia de um critério de classificação, assim como de retroação, ou seja, ausência da habilidade de conciliar os critérios de adição dos elementos novos aos critérios usados nos sistemas anteriores.

#### 4.3.3.3. Prova c — Conservação do comprimento

A porcentagem de respostas que correspondem ao do mínio total da conservação do comprimento, considerando o total dos sujeitos do grupo experimental no pré-teste, foi 9%, o que corresponde a 2 sujeitos em 21.

Portanto, a porcentagem de acertos foi muito baixa, não coincidindo com a afirmação de Piaget de que

após os cinco anos e meio, cerca de 90% dos sujeitos podem responder, corretamente, às questões próprias à conservação do comprimento. (Charles, 1975, p.59).

Nem a seguinte afirmação de Piaget: "a conservação operatória dos comprimentos é geral e efetiva por volta dos sete anos" (Dolle, 1978, p.130). Podemos citar como uma das possíveis razões deste evento, ou seja, fracasso no domínio da conservação do comprimento, a falta de familiaridade com exercícios de tal espécie.

Os professores de um modo geral, desconhecem o valor das noções topológicas e das noções geométricas para o desenvolvimento cognitivo da criança, chegando inclusive, a desprezar os exercícios que são apresentados nos livros didáticos de matemática para o curso de primeiras séries do 1º grau. Ou então, não planejando estratégias próprias para explorar estas noções, quando adotam livros de matemática que não introduzem conteúdos sobre topologia e geometria.

Os alunos com escore (2), uma minoria, demonstraram dominar a conservação do comprimento porque operavam observando os intervalos entre objetos, não se apegando à ordem das extremidades. Tais sujeitos levaram em conta as duas pontas, simultaneamente, preocupando-se com os intervalos de comprimento entre estas pontas. Estes sujeitos possuíam um sistema de referência independente, capaz de proporcionar uma estrutura espacial a objetos em movimento. Atuavam com convicção dando respostas acertadas às perguntas formuladas no decorrer das provas, usando o pensamento concreto e, portanto, admitindo a existência de invariantes devido ao pensamento reversível, ao dominar a noção de conservação do comprimento independentemente das mudanças que ocorressem na sua posição.

A porcentagem de sujeitos do grupo experimental, no pré-teste com escore (1) foi 62%, que corresponde a 13



sujeitos entre 21. A maioria dos alunos demonstrou estar num período de transição entre não-conservação e conservação do comprimento. Foram encontradas uma série de respostas de transição iniciando com regulações intuitivas para, posteriormente, passar às operações, quando era assegurada a conservação do comprimento.

A porcentagem de sujeitos do grupo acima referido também no pré-teste, com escore 0 foi 29% ou seja, 6 sujeitos em 21 obtiveram tal escore. Estes sujeitos ficaram ligados às intuições topológicas primitivas de ordem espacial, isto é, expressavam-se em termos das posições relativas às extremidades dianteiras ou traseiras dos objetos julgando que um primeiro objeto era mais comprido do que um segundo, porque havia se projetado além dele. Preocupavam-se exclusivamente com a ordem das extremidades sendo enganados pela informação perceptual errônea, ou pela deformação perceptual. Não raciocinavam em termos de operações concretas em momento algum.

#### 4.3.3.4. Prova d - Sieriação multiplicativa

No grupo experimental pré-teste, 8 sujeitos, ou seja, 38% realizaram com êxito a prova solicitada, demonstrando possuir a noção de sieração multiplicativa. Os sujeitos com êxito nesta prova tinham condições de fazer sieração operatória, isto é, conceber a série como um conjunto, em que cada elemento é simultaneamente maior do que os anteriores e menor do que os posteriores (e a relação inversa quando inicia a sieração pelo elemento maior). A série representa um determinado tipo de relação que um elemento A tem com um elemento B, em termos de uma diferença assimétrica. A relação "A é menor que B" é assimétrica, porque não é válido "B é menor que A". A relação que A tem com B, não é a mesma que B tem com A. A assimetria é caracterizada pela diferença porque A menor que B indica de que forma A difere de B, e numa única di



reção, o que possibilita a transitividade operatória.

Os sujeitos operavam por correspondência imediata, sem seriação prévia, ao ordenar progressivamente, juntando elementos segundo suas diferenças crescentes ou decrescentes de tamanho comparando um elemento com o imediatamente maior ou menor.

Eram capazes de intercalar com segurança, novos elementos em uma série pronta o que implica na aquisição da reversibilidade. Esta possibilita ao sujeito compreender que qualquer objeto do meio da série é, ao mesmo tempo, maior e menor do que seus vizinhos imediatos. Exploravam o método operatório ao usar a comparação transitiva do tamanho dos objetos e, sem desarrumar a série, intercalavam com precisão e com poucas comparações.

A conservação e a transitividade geradas pela capacidade de operar por antecipação e por retroação, possibilitavam condutas tais como: Dada a série A, B, C, D, E..., a noção de transitividade é expressa através de percepção simultânea das relações entre os elementos: A menor que B e B menor que C, A menor que C.

A conservação é reforçada pela transitividade. Se não vejamos: Se A menor que B e B menor que C, temos que A menor que C, sendo que algo se conserva de A, em relação a C.

Através de operações reversíveis suscetíveis de coordenar tanto as relações inversas quanto as diretas, tais sujeitos construíam correspondência serial entre os conjuntos. O êxito na correspondência serial era devido ao considerar as séries correspondentes como equivalentes, por qualquer que fosse a disposição de seus elementos, desde que estes últimos tivessem sido, uma vez, correspondido termo a termo. Estabeleciam equivalência durável entre os elementos baseada no raciocínio operatório. Apreendiam a conexão entre a ordenação e a cardinalidade. A

correspondência ordinal operatória foi alcançada graças à sua colocação em conexão com a própria cardinalidade (correspondência numérica de séries).

Os sujeitos com escore (2) faziam construções através de processos dedutivos imediatos.

O Agrupamento VII era dominado e explorado pelos sujeitos com tal escore. Um número maior de sujeitos obtiveram o escore (1) na prova sobre seriação multiplicativa, isto é, 10 entre 21 sujeitos o que equivale a 48%. Os sujeitos com tal escore demonstravam ser capazes de ordenar objetos de tamanhos diferentes, não usando para tal um método sistemático ou antecipatório. Construíam espontaneamente séries corretas após um certo número de tateios e correções e, por outro lado, conseguiam devido a este fato, resolver o problema da correspondência serial pelo método da seriação dupla, isto é, construíam uma série, depois a outra, para finalmente colocar cada termo da 1.<sup>a</sup> série em correspondência com o termo da mesma categoria da 2.<sup>a</sup> série. Dificilmente conseguiam intercalar sem erros novos elementos a uma série, e restabelecer uma seriação quando desarrumada. Não havia apreensão da equivalência durável, simultaneamente cardinal e ordinal. Havia apenas um início de conexão entre a ordenação e a cardinalidade, mas com ausência de ligação entre esses dois processos.

Os resultados da prova sobre seriação multiplicativa demonstraram que apenas 3 sujeitos entre 21 obtiveram escore (0), ou seja, 14%.

Tais sujeitos eram incapazes de formar uma seriação única, total e completa com elementos de tamanhos diferentes. Não eram capazes de ordenar todos os elementos em ordem crescente ou decrescente e, juntavam alguns elementos formando apenas séries incoordenadas. Não eram capazes também de estabelecer a correspondência entre duas séries, uma vez que, o seriar e o estabelecer a corres-

pondência serial são dois processos paralelos.

#### 4.3.3.5. Prova e - Noção de tempo (Sucessão e simultaneidade temporal)

No pré-teste do grupo experimental, três sujeitos realizaram com êxito a prova solicitada, o que equivale a 14%. Tais sujeitos demonstraram ter capacidade de abstrair a sucessão temporal da ordem espacial e compreender que a duração é, para as mesmas distâncias percorridas, inversamente proporcional às velocidades. Demonstraram também e, com convicção, a capacidade de coordenação imediata da simultaneidade e do sincronismo.

Os sujeitos com escore (2) nesta prova deduziram que a simultaneidade das paradas de dois objetos se deu, devido à dedução de que as duas durações que caracterizam seus movimentos não cessaram de ser sincrônicos, apesar da diferença das velocidades.

Piaget (s.d., p.130) afirma que: "Em resumo, simultaneidade e igualdade das durações sincrônicas apoiam-se uma na outra como a sucessão e a duração em geral, em dois agrupamentos operatórios complementares, sempre que as regulações intuitivas chegarem a uma reversibilidade rigorosa".

A porcentagem de sujeitos do grupo experimental no pré-teste com escore (1) foi 43%, que corresponde a 9 sujeitos entre 21. Foram encontradas respostas variadas que demonstraram estarem os sujeitos com tal escore numa fase transitória, que se caracterizava por um princípio de diferenciação entre a sucessão temporal e a ordem espacial, porém, sem corrigir as suas avaliações da duração (mais longe = mais tempo). E/ou avaliação correta da duração, por inversão da relação entre o tempo e a velocidade (mais depressa = menos tempo), mas de progressos nulos quanto à idéia de sucessão. Estas reações são pró-

prias àqueles que não atingiram o pensamento operatório, demonstrando apenas um progresso intuitivo que não torna possível a coordenação entre as durações e a ordem de sucessão.

Também demonstraram estar na fase de transição aqueles sujeitos que demonstraram um início de coordenação operatória entre as intuições articuladas. Isto é, apresentaram reações que conduziam à descoberta da necessidade de fundar as relações de sucessão nas de duração e reciprocamente. O fato significa que estes sujeitos, após tentativas (regulações progressivas) foram capazes de pensar do ponto de partida dos objetos ao seu ponto de chegada, ou mesmo além dele, até o seu ponto fictício de junção possível.

Quanto à simultaneidade, os sujeitos avaliados como em transição, demonstraram ter um princípio de coordenação de suas intuições. Alguns sujeitos negaram não apenas a simultaneidade dos pontos de chegada mas também a igualdade das durações em jogo, embora tivessem compreendido a relação inversa entre o tempo e a velocidade.

Outros reconheceram a simultaneidade, negaram a igualdade das durações sincrônicas e admitiram que a duração é direta — mais tempo = mais longe — ou inversamente proporcional ao espaço percorrido — mais tempo = mais devagar.

Outros ainda afirmaram a igualdade das durações sincrônicas embora tenham negado a simultaneidade dos pontos de chegada.

Havia domínio parcial da tarefa proposta, com regulações intuitivas. Alguns sujeitos conseguiram passar após poucos tateios, da regulação intuitiva à operação dedutiva.

A porcentagem de sujeitos do grupo experimental no pré-teste com escore (0) foi 43%, o que corresponde a

9 sujeitos entre 21. Portanto, um igual número de sujeitos foi classificado como estando numa etapa de transição com domínio parcial da noção de sucessão e simultaneidade temporal e, não domínio de tal noção.

Os sujeitos com escore (0) confundiram, totalmente, o espaço com o tempo, sendo que para eles, o mais tempo equivalia ao mais longe. Eles não reconheciam a simultaneidade dos pontos de chegada dos objetos, às vezes, nem a dos pontos de partida, nem a igualdade de tempo dos trajetos de um e do outro objeto. Também, julgavam que o objeto que parou mais perto do ponto de partida havia parado antes, quando na realidade, os dois objetos pararam simultaneamente. Estas reações se devem à ausência do pensamento operatório concreto e, conseqüentemente, à ausência da reversibilidade.

Numa visão geral dos resultados apresentados na Tabela XIV temos que, os resultados mais fracos são verificados nas provas que objetivam avaliar as operações inferior lógicas (provas *c*, *e*).

Notou-se uma certa heterogeneidade do grupo experimental no pré-teste, quanto ao pleno domínio das estruturas cognitivas próprias do período das operações concretas, conforme dados contidos na Tabela XIV. Assim, dos 21 sujeitos pesquisados, o domínio total de cada uma das provas foi de: 67% para a prova *a* — conservação de substância; 33% para a prova *b* — classificação aditiva; 9% para a prova *c* — conservação do comprimento; 38% para a prova *d* — seriação multiplicativa; e 14% para a prova *e* — noção do tempo.

Esta heterogeneidade pode ser explicada através da noção de "decalage". Assim, constatou-se pelos dados da Tabela XIV que houve diferença entre os resultados da prova *a* — conservação de substância; e prova *c* — conservação de comprimento. Este acontecimento pode ser explicado pela noção de "décalage" (defasagem), que segundo

pressupostos teóricos de Piaget, teria ocorrido a /dêcalage" horizontal, uma vez que os sujeitos apresentaram uma discrepância entre dois conteúdos cognitivos, sendo estes explicados por uma mesma estrutura cognitiva. Ou seja, tinham noção de conservação de substância e uma grande porcentagem não tinha noção de conservação do comprimento, embora a aquisição das invariantes fosse característica lógica do domínio de ambas as noções.

A heterogeneidade de resultados alcançados pela maioria dos sujeitos foi um indicador de que deveríamos planejar condições favoráveis à ativação das estruturas cognitivas não dominadas ou parcialmente dominadas, a fim de oferecer condições favoráveis ao sujeito para desenvolver-se mentalmente.

Uma vez que os sujeitos do grupo experimental no pré-teste obtiveram 33% de domínio completo da noção de classificação aditiva o que equivale a 7 em 21 sujeitos e, 38% alcançaram domínio completo da noção de seriação aditiva, o que equivale a 8 entre 21 sujeitos, temos que, os resultados foram bastante aproximados, Isto indica que os sujeitos do grupo experimental demonstraram dominar num mesmo nível, as noções de classificação aditiva e seriação multiplicativa.

Finalizando esta descrição do perfil do grupo experimental no pré-teste no interior de cada prova, temos que, os resultados encontrados nas cinco provas aplicadas possibilitam caracterizar os sujeitos quanto a diferentes fases do pensamento operatório. Considerando o conjunto de provas aplicadas temos que:

- a) alguns sujeitos demonstraram ausência de domínio de algumas das operações próprias do período das operações concretas;
- b) outros demonstraram estar num estágio transitório entre pensamento pré-operacional para operacional



concreto;

- c) outros demonstraram dominar as operações próprias do período das operações concretas, no conjunto das provas realizadas.

#### 4.3.4. Análise das diferenças a partir dos resultados das provas piagetianas no pré-teste — Grupo de Controle

Também foi feito o perfil do grupo de controle no pré-teste, no interior de cada prova aplicada, considerando os dados da Tabela XV que se segue:



TABELA XV

RESULTADOS ABSOLUTOS E PERCENTUAIS DAS PROVAS APLICADAS NO PRÉ-TESTE,  
 NO GRUPO DE CONTROLE SEGUNDO O MODELO DE PROVA — ALUNOS DE 2.<sup>a</sup>  
 SÉRIE DE 1º GRAU — GOIÂNIA — 1979

PROVA ESCORE	<i>a</i>		<i>b</i>		<i>c</i>		<i>d</i>		<i>e</i>	
	<i>f.a.</i>	%	<i>f.a.</i>	%	<i>f.a.</i>	%	<i>f.a.</i>	%	<i>f.a.</i>	%
0	5	24	2	9	8	38	1	4	8	38
1	4	19	14	67	7	33	10	48	9	43
2	12	57	5	24	6	29	10	48	4	19
TOTAL	21	100,0	21	100,0	21	100,0	21	100,0	21	100,0

Paralelamente à apresentação do perfil do grupo de controle no pré-teste, no interior de cada prova aplicada, far-se-á um estudo comparativo do desempenho dos dois grupos no pré-teste, usando para tal, os resultados absolutos e percentuais apresentados nas Tabelas XIV e XV. Antes porém de se abordar isto, cumpre declarar que a descrição das características comportamentais básicas dos sujeitos com escore (2), (1) e (0) apresentadas quando se dissertou sobre o perfil do grupo experimental - pré-teste, no interior de cada prova, deve ser encaixada quando enfocar-se tais escores no estudo que ora se propõe.

#### 4.3.4.1. Prova $\alpha$ - Conservação de quantidades contínuas

Os resultados das provas (Tabela XV) demonstraram que 12 sujeitos entre 21 do grupo de controle - pré-teste, tinham domínio total (escore 2) da noção de conservação de quantidades contínuas (prova  $\alpha$ ), o que equivale a 57%, enquanto que 4 sujeitos entre 21, ou seja, 19% apresentaram domínio parcial (escore 1) e 5 sujeitos entre 21 obtiveram o escore (0), isto é, não apresentaram nenhum domínio na tarefa proposta pela prova sobre conservação de quantidades contínuas, o que equivale a 24% do total de sujeitos.

Comparando agora, os resultados obtidos pelo grupo experimental e pelo grupo de controle temos que, os sujeitos do grupo experimental demonstraram um desempenho melhor quanto ao domínio da conservação de quantidades contínuas, considerando que seus resultados percentuais foram: 67% para escore (2); 33% para escore (1) e 0% para escore (0). Enquanto que, para o grupo de controle os resultados foram: 57% para escore (2); 19% para escore (1) e 24% para escore (0).

Tanto no grupo experimental quando no grupo de

controle, foi nesta prova que se registrou um número maior de sujeitos com escore (2) no pré-teste: 14 sujeitos, no grupo experimental ou 67% e 12 sujeitos no grupo de controle ou 57%.

#### 4.3.4.2. Prova b — Classificação aditiva

Apenas 5 sujeitos entre 21 do grupo de controle, isto é, 24% conseguiram realizar com êxito — escore 2 — a prova b, no pré-teste. Enquanto que, 14 sujeitos entre 21, ou seja, 67% obtiveram escore (1) — domínio parcial — e 2 sujeitos entre 21, isto é, 9% demonstraram não dominar — escore 0 — a tarefa proposta pela prova sobre classificação aditiva.

Nota-se que os sujeitos do grupo experimental alcançaram uma porcentagem maior quanto ao escore (2), no pré-teste, isto é, 33% — 7 sujeitos — sendo que 24% do grupo de controle é que alcançaram tal escore, o que corresponde a 5 sujeitos entre 21.

Ocorreu contudo, o fato de haver uma maior porcentagem de sujeitos com escore (0) no grupo experimental no pré-teste, em relação ao grupo de controle, nesta prova. Isto é, 24% de sujeitos do grupo experimental — 5 sujeitos — foram classificados no escore (0), enquanto que 9% — 2 sujeitos — do total de sujeitos do grupo de controle é que obtiveram tal escore.

Tal fato equivale a dizer que um maior número de sujeitos do grupo experimental não dominava — escore 0 — a prova sobre classificação aditiva — prova b —, no pré-teste.

#### 4.3.4.3. Prova c — Conservação do comprimento

Dos 21 sujeitos do grupo de controle — pré-teste,

6 conseguiram obter o escore (2), o que corresponde a 29% do total de sujeitos de tal grupo. Enquanto que 33% ou seja, 7 sujeitos alcançaram o escore (1) e 38% que corresponde a 8 sujeitos em 21, foram avaliados com o escore (0).

Estes resultados comparados com os do grupo experimental levam a concluir que, os sujeitos do grupo experimental demonstraram um índice menor de domínio total (escore 2) da estrutura cognitiva avaliada através desta prova *b*, uma vez que, somente 9% do total de sujeitos de tal grupo, ou seja, 2 sujeitos alcançaram êxito pleno na tarefa proposta, ao passo que 29%, isto é, 6 sujeitos do grupo de controle obtiveram escore (2).

Quanto aos resultados percentuais dos sujeitos na prova *c*, pré-teste, referentes aos escores (1) e (0) temos que, enquanto que no grupo experimental um grande número de sujeitos alcançou o escore (1), ou seja, 62%, o que equivale a 13 sujeitos em 21, um número bem menor de sujeitos, isto é, 6 sujeitos ou 29% obtiveram o escore (0). No grupo de controle ocorreu uma variação diferente, ou seja, houve uma distribuição mais ou menos equilibrada entre os escores (1) e (0). Senão vejamos: 33% - 7 sujeitos - para o escore (1) e 38% - 8 sujeitos - para o escore (0).

#### 4.3.4.4. Prova *d* - Sériacão multiplicativa

Através dos resultados da prova sobre seriación multiplicativa do grupo de controle, pré-teste, observou-se que tanto no escore (2) quanto no escore (1), houve a concentração de um igual número de sujeitos, ou seja, 48% (10 sujeitos) para cada um destes escores. Somente um sujeito foi avaliado com escore (0), o que corresponde a 4% do total de sujeitos.

Estabelecendo a comparação entre o desempenho dos

sujeitos do grupo experimental com os do grupo de controle, pode-se afirmar que, em geral, os sujeitos do grupo experimental apresentaram um desempenho inferior aos do grupo de controle, considerando-se os resultados de ambos os grupos na prova sobre seriação multiplicativa do pré-teste.

#### 4.3.4.5. Prova e - Noção de tempo (Sucessão e simultaneidade))

Apenas 4 dos 21 sujeitos do grupo de controle realizaram esta prova com êxito (escore 2) no pré-teste (19%); 9 sujeitos ou 43% do total dos sujeitos foram avaliados com o escore (1) e 8 sujeitos ou 38 obtiveram o escore (0).

Comparando os resultados do grupo experimental na prova sobre noção de tempo (prova e), com os resultados do pré-teste do grupo de controle temos que, em geral os sujeitos do grupo de controle obtiveram melhores resultados. Houve uma menor concentração de sujeitos avaliados com o escore (0), 38% - 8 sujeitos - para o grupo de controle e 43% - 9 sujeitos - para o grupo experimental e uma maior concentração de sujeitos avaliados com escore (2), 19% - 4 sujeitos - para o grupo de controle e 14 - 3 sujeitos - para o grupo experimental.

Finalizando tem-se que, com base nas comparações feitas entre os resultados absolutos e percentuais do grupo experimental com os do grupo de controle no pré-teste, pode-se concluir de um modo geral que, os dois grupos eram equivalentes, dada a variação de concentração nos escores.

No final do experimento, pós-teste, foi traçado o perfil de cada grupo no interior de cada prova, considerando os dados seguintes:

TABELA XVI

RESULTADOS ABSOLUTOS E PERCENTUAIS DAS PROVAS APLICADAS NO PÓS-TESTE,  
 NO GRUPO EXPERIMENTAL, SEGUNDO O MODELO DE PROVA - ALUNOS DE 2.<sup>a</sup>  
 SÉRIE DE 1º GRAU - GOIÂNIA - 1979

PROVA ESCORE	<i>a</i>		<i>b</i>		<i>c</i>		<i>d</i>		<i>e</i>	
	<i>f.a</i>	%	<i>f.a.</i>	%	<i>f.a.</i>	%	<i>f.a.</i>	%	<i>f.a.</i>	%
0	1	5	2	9	1	5	-		2	9
1	3	14	-	-	1	5	6	29	4	19
2	17	81	19	91	19	90	15	71	15	72
TOTAL	21	100,0	21	100,0	21	100,0	21	100,0	21	100,0

TABELA XVII

RÉSULTADOS ABSOLUTOS E PERCENTUAIS DAS PROVAS APLICADAS NO PÓS-TESTE,  
 NO GRUPO DE CONTROLE, SEGUNDO O MODELO DE PROVA — ALUNOS DE 2.<sup>a</sup>  
 SÉRIE DE 1º GRAU — GOIÂNIA — 1979

PROVA ESCORE	<i>a</i>		<i>b</i>		<i>c</i>		<i>d</i>		<i>e</i>	
	<i>f.a.</i>	%	<i>f.a.</i>	%	<i>f.a.</i>	%	<i>f.a.</i>	%	<i>f.a.</i>	%
0	1	5	12	57	8	38	3	14	6	28
1	7	33	2	10	4	19	9	43	5	24
2	13	62	7	33	9	43	9	43	10	48
TOTAL	21	100,0	21	100,0	21	100,0	21	100,0	21	100,0



Aqui novamente ressalta-se a observação de que, sempre que se aborda os escores (0), (1) e (2) alcançados através da realização das provas sobre nível operatório, a dissertação sobre as características comportamentais básicas descritas na parte em que se dissertou sobre o perfil do grupo experimental no interior de cada prova, pré-teste, deve ser encaixada.

O perfil de cada grupo no interior de cada prova no pós-teste será agora apresentado, seguido da comparação entre o desempenho dos sujeitos destes grupos.

#### 4.3.5. Análise das diferenças a partir dos resultados das provas piagetianas no pós-teste — Grupo Experimental e Grupo de Controle.

##### 4.3.5.1. Prova $\alpha$ — Conservação de quantidades contínuas

Os resultados da prova sobre conservação de quantidades contínuas (prova  $\alpha$ ) demonstraram que, 81% — 17 sujeitos entre 21 — dominavam completamente a tarefa exigida por esta prova no grupo experimental — pós teste, enquanto que 14% — 3 sujeitos entre 21 — a dominava parcialmente — escore 1 e 5% — 1 sujeito em 21 — não a domina — escore 0.

Os resultados da prova  $\alpha$  no grupo de controle — pós-teste, evidenciaram que 62% — 13 sujeitos entre 21 — a dominava totalmente — escore 2; 33% — 7 sujeitos entre 21 — a dominava parcialmente — escore 1 e 5% — 1 sujeito entre 21 — não a dominava — escore 0.

Estabelecendo um paralelo entre tais resultados temos que, houve uma maior concentração de sujeitos com escore 2. 81% para o grupo experimental e 62% para o

grupo de controle no grupo experimental. E que para o grupo de controle, esta foi a prova na qual a concentração de sujeitos no escore (2) foi maior.

Quanto ao escore (0), os sujeitos dos dois grupos obtiveram um mesmo resultado percentual, isto é, - 5% - ou 1 sujeito entre 21, para cada grupo.

#### 4.3.5.2. Prova b - Classificação aditiva

Os resultados da prova sobre classificação aditiva (prova b) demonstraram que 91%, isto é, 19 sujeitos em 21 dominaram completamente a tarefa exigida por esta prova no grupo experimental - pós-teste, ao passo que nenhum sujeito foi avaliado com o escore (1) e, apenas 2 sujeitos em 21, o que equivale a 9% do total de sujeitos obteve o escore (0).

Os resultados da prova b no grupo de controle - pós-teste, demonstraram que 33%, ou seja, 7 sujeitos em 21 a dominava totalmente - escore 2; 10% - 2 sujeitos em 21 - a dominava parcialmente - escore 1 e 57% não a dominava - escore 0.

Comparando os resultados dos dois grupos temos que, a porcentagem de sujeitos do grupo experimental que demonstrou domínio total - escore 2 - da estrutura cognitiva própria da prova b, foi significativamente bem maior em relação à porcentagem obtida pelos sujeitos do grupo de controle 91% de escore 2 para o grupo experimental e 33% de escore 2 para o grupo de controle.

Quanto ao escore (0), tanto no grupo experimental quanto no grupo de controle, ocorreu a maior concentração de sujeitos com tal escore, sendo que a diferença entre os resultados percentuais destes dois grupos para o escore (0) é altamente significativa, uma vez que enquanto para o grupo experimental foi encontrado - 9% do to

tal de sujeitos que não dominava, na classificação aditiva — grupo de controle, a porcentagem foi de — 57% do total de sujeitos.

#### 4.3.5.3. Prova c — Conservação do comprimento

Dos 21 sujeitos do grupo experimental— pós-teste, 19 alcançaram o escore (2) o que equivale a 90% do total de sujeitos, enquanto que, apenas 1 sujeito em 21 (5%) demonstrou dominar parcialmente — escore 2 — a estrutura cognitiva avaliada através da prova c, o mesmo ocorrendo, em relação ao escore (0).

No grupo de controle— pós-teste, 43% do total de sujeitos — 9 sujeitos — obtiveram o escore (2), 19% — 4 sujeitos — obtiveram o escore (1) e 38% — 8 sujeitos — demonstraram não dominar a noção de conservação do comprimento.

Comparando os resultados dos dois grupos em tal prova temos que, um número significativamente maior de sujeitos do grupo experimental demonstrou ter domínio total da noção de conservação do comprimento, no pós-teste. Assim, enquanto — 19 sujeitos — ou 90% — do total de sujeitos do grupo experimental obtiveram escore (2), apenas — 9 sujeitos — do grupo de controle, isto é, — 43% — do total de sujeitos de tal grupo obtiveram tal escore. Quanto aos resultados referentes ao escore (0) temos que, houve uma diferença significativamente maior para o grupo de controle. Ou seja, um número maior de sujeitos do grupo de controle demonstrou não dominar — escore 0 — a estrutura cognitiva avaliada através da prova c (38% ou — 8 sujeitos em 21 — para o grupo de controle e 5% ou — 1 sujeito — para o grupo experimental).

#### 4.3.5.4. Prova d - Sériacão multiplicativa

Dos 21 sujeitos do grupo experimental — pós-teste, 15 alcançaram o escore (2), isto é, 71% do total de sujeitos; 6 obtiveram o escore (1), o que equivale a 29% do total de sujeitos e, nenhum sujeito demonstrou não ter domínio (escore 0) da estrutura cognitiva avaliada através desta prova.

No grupo de controle, pós-teste, 9 sujeitos em 21 (43%) obtiveram o escore (2), sendo que igual número de sujeitos também obteve o escore (1). Apenas 3 sujeitos — 14% demonstraram não ter domínio (escore 0) em tal prova.

Comparando os resultados dos dois grupos em tal prova temos que, um número maior de sujeitos do grupo experimental demonstrou ter domínio total da tarefa proposta através da prova d, conforme dados das Tabelas XVI e XVII. E que, quanto ao escore (1) e (0) foi um maior número de sujeitos do grupo de controle que os obtiveram.

#### 4.3.5.5. Prova e - Noção de tempo (Sucessão e simultaneidade temporal)

Os resultados da prova e demonstraram que 72% do total de sujeitos do grupo experimental — pós-teste, isto é, 15 sujeitos em 21 — foram avaliados com o escore (2) em tal prova, 19% — 4 sujeitos em 21 — com o escore (1) e 9% — 2 sujeitos em 21 — com o escore (0).

Enquanto os resultados da prova e do grupo de controle — no pós-teste, demonstraram que 48% — 10 sujeitos em 21 — foram avaliados com o escore (2), 24% — 5 sujeitos em 21 — com o escore (1) e 28% — 6 sujeitos em 21 — com o escore (0).

Na comparação dos dois grupos, se pode afirmar

que, como aconteceu em todas as outras provas, também nesta os sujeitos do grupo experimental alcançaram um resultado percentual maior para o escore (2) — 72% — para o grupo experimental e — 48% — para o grupo de controle. Este resultado reflete o fato de que um maior número de sujeitos do grupo experimental — 15 sujeitos — dominava totalmente a estrutura cognitiva avaliada através da prova e, em relação aos sujeitos do grupo de controle com tal escore (10 sujeitos).

Quanto ao escore (0), ficou evidente através dos resultados percentuais que um número maior de sujeitos do grupo de controle não dominava a noção de tempo — sucessão e simultaneidade temporal —, ou seja, enquanto 6 sujeitos foram avaliados com tal escore (28%) no grupo de controle, apenas — 2 sujeitos — o obtiveram no grupo experimental (9%).

Com base nas comparações feitas entre os resultados absolutos e percentuais do grupo experimental, pós-teste com os do grupo de controle também no pós-teste, pode-se concluir que os dois grupos não eram equivalentes, considerando a variação de concentração nos escores.

Os resultados deixaram evidente que os sujeitos do grupo experimental se sobressairam em relação aos do grupo de controle, uma vez que, em todas as provas de nível operatório, no pós-teste, eles obtiveram o maior resultado percentual para o escore (2) e o menor resultado para o escore (0), com exceção do resultado da prova a, uma vez que para ambos os grupos a percentagem de escore (0) foi de 5%. Isto implica o fato de que os sujeitos do grupo experimental possuíam maior domínio das estruturas cognitivas próprias das provas de nível operatório. Implica também o fato de que a metodologia de ensino da matemática de fundamentação piagetiana explorada no grupo experimental, tenha sido uma variável mais adequada do que a metodologia tradicional de ensino da mate

mática explorada no grupo de controle, para favorecer o desenvolvimento das estruturas cognitivas e, conseqüentemente ser um fator de desenvolvimento mental.

4.4. ANÁLISE DAS DIFERENÇAS OCORRIDAS NAS  
MÉDIAS OBTIDAS EM MATEMÁTICA, PROVA  
INICIAL E PROVA FINAL  
GRUPO EXPERIMENTAL (Anexo 14)

O teste  $t$  é aplicável ao problema da diferença entre as médias do grupo experimental, nas provas inicial e final da matemática. Usou-se a fórmula para amostras correlacionadas, por existir uma associação inevitável entre os dois conjuntos de resultados, por pertencerem, cada par de resultados, a um só indivíduo.

TABELA XVIII

DIFERENÇAS ENTRE MÉDIAS DAS PROVAS DE MATEMÁTICA  
- INICIAL/FINAL. ALUNOS DE 2.<sup>a</sup> SÉRIE DO 1º GRAU  
- GOIÂNIA - 1979.

Dados	Prova inicial	Prova final
Média	54,19	78,81
	14,63	14,46
<sup>2</sup>	214,0369	209,0916
N	21	21

Para  $gl = 20$ ,  $\alpha = 0,05$  (unicaudal)

$t = 7,75$  sendo que  $t$  exigido = 1,725

Sendo  $t$  obtido maior que  $t$  exigido, conclui-se que  $t$  obtido é significativo. A diferença entre as mē-



dias da prova de matemática em forma paralela aplicada no início e no final do experimento: no grupo experimental, é significativamente diferente da esperada ao acaso. Logo, o desempenho do grupo foi "realmente" diferente nas duas ocasiões. Tendo sido a média da prova final 78,81 e a média da prova inicial 51,19 e, sendo o  $t$  encontrado significativo, pode-se afirmar que houve "melhoria" do desempenho na prova de matemática.

#### 4.5. VERIFICAÇÃO DA CORRELAÇÃO ENTRE AVALIAÇÃO DO NÍVEL OPERATÓRIO E AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO EM MATEMÁTICA (prova de nível operatário e prova de matemática em duas formas paralelas)

Para este estudo utilizou-se o teste phi. Foi feita a dicotomização das variáveis prova de matemática e provas de nível operatário sendo que, para a prova de matemática considerou-se notas acima e abaixo da média e para provas de nível operatário considerou-se de um lado, nível operatário 3 e de outro, níveis operatórios 2 e 1. Após tabular cruzado os resultados nas provas de nível operatário usadas no pré-teste e notas da prova de matemática inicial obteve-se:

Provas de nível operatário Pré-teste	Prova de matemática inicial		$\Sigma$
	$< \bar{x}$	$> \bar{x}$	
3	0	2	2
2/1	13	6	19
$\Sigma$	13	8	21

Calculou-se o phi para a tabela, encontrando-se 0,4136 ( $\chi^2$  correspondente = 3,59, não significativo, para  $gl = 1$  e  $\alpha = 0,05$ ).



$\chi^2$  crítico (para  $gl = 1$ ,  $\alpha = 0,05$ ) = 3,84.

Embora o  $\chi^2$  correspondente ao índice phi encontrado tenha sido menor do que o exigido para o nível de confiança estabelecido ( $p=0,05$ ) e  $gl=1$ , seu valor está bem próximo deste  $\chi^2$  crítico. Realmente, há 90% de probabilidade para que se possa afirmar a existência de uma correlação, igual à obtida, na população, pois, o qui-quadrado é maior do que o exigido com  $p=0,10$ . Com essa margem de segurança pode-se confirmar a presença de correlação entre as duas variáveis: provas de nível operatório - pré-teste e prova inicial de matemática.

Para as provas de nível operatório do pós-teste e para as notas da prova de matemática final foi feita a seguinte tabulação cruzada:

Provas de nível operatório Pós-teste	Prova de matemática final		$\Sigma$
	$< \bar{x}$	$> \bar{x}$	
3	5 <u>B</u>	12 <u>A</u>	17
2/1	2 <u>D</u>	2 <u>C</u>	4
$\Sigma$	7	14	21

$$\psi = \frac{24 - 10}{\sqrt{6664}} = \frac{14}{81,63}$$

$$\psi = 0,17 \left[ \chi^2 = 0,61 \right]$$

O  $\chi^2$  correspondente do índice phi encontrado foi menor do que o exigido ( $\chi^2=3,84$ ) para o nível de confiança estabelecido ( $p=0,05$ ) e  $gl=1$ . O fato de não ter havido correlação entre prova final de matemática e provas de níveis operatórios usadas no pós-teste decorreu do fato de que os sujeitos mudaram após a aplicação da metodologia de ensino

da matemática de fundamentação piagetiana em sua grande maioria para melhor o que reduziu a variabilidade nas duas distribuições. Ou seja, como qualquer índice de correlação depende da variabilidade das distribuições e, como a variabilidade foi muito pequena, o índice abaixou. Por isto procurou-se verificar se a mudança para melhor mostrava associação entre as duas variáveis. A operacionalização da mudança foi a seguinte: para a alteração pré-teste/pós-teste usou-se o sistema já adotado para o cálculo do Kolmogorov-Smirnov. E, para a alteração prova de matemática inicial/prova de matemática final considerou-se a diferença de posição em relação à média de cada prova, reduzindo estas diferenças a duas possibilidades: houve alteração/não houve alteração.

Calculou-se o índice phi correlacionando as variáveis assim operacionalizadas, obtendo-se  $\phi = 0,4625$ . Este valor de phi é significativo ( $\chi^2 = 4,4920$ ,  $gl = 1$  e  $p < 0,05$ ), o que permite afirmar que houve correlação entre as mudanças antes/depois nas duas variáveis (provas de nível operatório e prova de matemática).

#### 4.6. VERIFICAÇÃO DAS DIFERENÇAS PARA MELHOR (OU PARA PIOR) EM CADA QUESTÃO DAS PROVAS DE MATEMÁTICA, INICIAL E FINAL (comparação antes/depois por questão isolada)

Uma das técnicas utilizadas para fazer a verificação acima mencionada foi o teste de Wilcoxon (teste de ordenação de sinais), por ser este aplicável ao estudo das diferenças de desempenho dos mesmos sujeitos (ou de amostras correlacionadas) em duas "condições" diferentes (condição "antes"/condição "depois"), técnica não paramétrica, para "pequenas" amostras, nível ordinal de medida (comparação entre a posição relativa de cada indivíduo, antes/de-

pois, quanto ao número de acertos em cada questão).

Trabalhou-se tendo como  $H_0$  = não haverá diferenças significativas a favor da prova final de matemática quanto ao número de acertos obtidos pelos alunos em cada questão.

E como  $H_1$  = haverá diferenças significativas a favor da prova final de matemática quanto ao número de acertos obtidos pelos alunos em cada questão.

#### Questão nº 1

O estudo das diferenças para melhor (ou para pior) na questão nº 1 das provas de matemática inicial e final, foi o seguinte:

$N$  (sem os que tiveram  $d=0$ ) = 12; unicaudal;  $p = 0,025 \rightarrow T=14$  (tabela de  $T$ , Wilcoxon Test, Siegel, p.254).

Sendo o  $T$  obtido = 11 menor que o exigido quando  $N = 12$  e  $p = 0,025$  para teste unicaudal, rejeita-se a  $H_0$ , concluindo-se que o número de acertos foi significativamente maior na prova final do que na prova inicial.

#### Questão nº 2

$N = 14$ , unicaudal,  $p = 0,025 \rightarrow T = 21$

Sendo o  $T$  obtido = 10 menor que o exigido quando  $N=14$  e  $p=0,025$  para unicaudal, rejeita-se a  $H_0$ , concluindo se que o número de acertos foi significativamente maior na prova final do que na prova inicial.

#### Questão nº 3

Como esta questão só possuía um ítem empregou-se o teste dos sinais e não o de Wilcoxon, conforme explicação citada anteriormente no item 3.7 do capítulo referente metodologia da pesquisa.

$x = 0$  (número de alterações para menos (sinal -))

$N = 13$ ,  $x = 0$ ,  $p < 0,001$

confirmando a  $H_1$  e rejeitando a  $H_0$ .

*Questão nº 4*

$N = 19$ , unicaudal,  $p = 0,025 \rightarrow T = 46$

Sendo o  $T$  obtido = 20 menor que o exigido quando  $N=19$  e  $p=0,025$  para unicaudal, rejeita-se a  $H_0$  e confirma-se a  $H_1$ .

*Questão nº 5*

$N = 14$ , unicaudal,  $p = 0,025 \rightarrow T = 21$

Sendo  $T$  obtido = 12 menor que o exigido quando  $N=14$  e  $p=0,025$  p/unicaudal, rejeita-se a  $H_0$  e confirma-se a  $H_1$ .

*Questão nº 6*

Para o estudo desta questão usou-se o teste dos sinais pelo mesmo motivo explicado na questão nº 3.

$x_s = 0$

$N = 7$ ,  $p = 0,008$  confirmando-se a  $H_1$  e rejeitando-se a  $H_0$ .

*Questão nº 7*

$N = 13$ , unicaudal,  $p = 0,025 \rightarrow T = 17$

Sendo  $T$  obtido = 24 maior que o exigido quando  $N = 13$  e  $p = 0,025$  p/unicaudal, rejeita-se a  $H_1$  e confirma-se a  $H_0$ .

*Questão nº 8*

$N = 16$ , unicaudal,  $p = 0,025 \rightarrow T = 30$

Sendo  $T$  obtido = 32 maior que o exigido  $N=16$  e  $p=0,025$  p/unicaudal, rejeita-se a  $H_1$  e confirma-se a  $H_0$ .

Questão nº 9

$N = 14$ , unicaudal,  $p = 0,025 \rightarrow T = 21$

Sendo  $T$  obtido = 10,5 menor que o exigido quando  $N=18$  e  $p=0,025$  p/unicaudal, rejeita-se a  $H_0$  e confirma-se a  $H_1$ .

Questão nº 10

Para este estudo também usou-se o teste dos sinais pelo motivo já exposto na questão nº 3.

$x = 0$

$N = 15$ ,  $x = 0$ ,  $p < 0,001$

confirmando-se a  $H_1$  e rejeitando-se a  $H_0$ .

Ao formular as questões da prova de matemática em suas duas formas paralelas, estipulou-se objetivos para cada questão sendo que de um modo geral, tais objetivos se prendiam ao desenvolvimento das estruturas cognitivas operatórias, lógicas e infralógicas e a noções de matemática elementar, próprias do período das operações concretas.

Os resultados obtidos permitem afirmar que se houve mudança para melhor em oito das dez questões elaboradas a favor da prova de matemática final, houve consequentemente o atingimento dos objetivos propostos. Ou seja, a metodologia de ensino da matemática desenvolvida no grupo experimental, provavelmente favorece o desenvolvimento das estruturas cognitivas próprias do período das operações concretas.

## CAPÍTULO V

### CONCLUSÕES

## 5. CONCLUSÕES

Este trabalho teve como objetivo primordial verificar a relação entre metodologias de ensino da matemática e desenvolvimento das estruturas cognitivas. Partiu-se da hipótese que a capacidade de domínio das estratégias mentais necessárias à construção e ao desenvolvimento das estruturas cognitivas, pode ser ativada pela metodologia de ensino utilizada pelo professor.

Aplicado o teste de Kolmogorov - Smirnov para duas amostras, foi comprovada a hipótese proposta uma vez que os resultados demonstraram haver diferença significativa na capacidade de domínio das estratégias cognitivas dos alunos que sofreram influência da metodologia de fundamentação piagetiana (grupo experimental), e na capacidade de domínio de estratégias cognitivas dos alunos que sofreram influência da metodologia tradicional (grupo de controle), quanto ao ensino da matemática (Tabela X).

Os alunos do grupo experimental demonstraram estar num nível de desenvolvimento mental mais elevado do que os alunos do grupo de controle, no final do experimento. Isso equivale a afirmar que a metodologia experimental favoreceu mais a ativação das estruturas cognitivas dos alunos e, conseqüentemente seu desenvolvimento, do que a metodologia tradicional usada pela professora do grupo de controle. A conclusão a que se chegou foi resultante do trabalho com uma amostra pequena, porém, através de um experimento desenvolvido de forma científica e sistemática. Sugere-se a partir daí, novas realizações do experimento em diferentes situações de sala de aula para confirmação ou refutação da hipótese, em outras situações didático-pedagógicas.

O uso da metodologia de ensino de fundamentação piagetiana demonstrou revestir-se de valor psicopedagógico considerável, uma vez que provocou a ativação da capacida-



de operatório do educando, incentivando a investigação pessoal e autônoma, assim como a cooperação, sendo que esta tornava-se possível devido às trocas intelectuais em trabalhos em grupo, sobretudo.

Aplicado o teste  $\bar{z}$  para verificar a diferença entre as proporções obtidas ao nível 3 (período operatório concreto) e o teste dos sinais para verificar as diferenças "antes (pré-teste) e depois (pós-teste)" considerando cada prova de nível operatório, foram confirmados os resultados do teste de Kolmogorov Smirnov.

Foi um grande desafio a transposição da teoria de Piaget à praxis educacional. Para tornar possível tal transposição fez-se um diagnóstico do nível de desenvolvimento mental predominante na turma experimental, uma vez que o processo ensino-aprendizagem baseado na perspectiva piagetiana tem um enfoque predominantemente qualitativo, o que supõe selecionar estruturas cognitivas que deverão ser ativadas, considerando evidentemente, o nível de desenvolvimento mental do educando.

Foi constatado considerando os resultados individuais nas provas de nível operatório que, na época da aplicação do pré-teste havia apenas 2 em 21 alunos do grupo experimental classificados no período das operações concretas e que, a grande maioria apresentava comportamentos característicos da fase de transição entre o pensamento pré-operatório e operatório concreto (Tabela V). Evidentemente, na sistematização da metodologia de ensino da matemática para o grupo experimental considerou-se tal constatação. E, as estratégias de aula e as formas de avaliação foram criadas e selecionadas explorando a teoria de Piaget sobre as estruturas lógicas e infralógicas, organizando atividades que se caracterizavam por promover assimilação ativa dos conteúdos e a conseqüente acomodação, contribuindo sobremaneira para a construção, desenvolvimento e fortalecimento das estruturas cognitivas.

Os agrupamentos de classe e de relações aos quais Piaget se refere foram significativamente abordados na estruturação da metodologia do ensino da matemática aplicada no grupo experimental. A aplicação da teoria sobre os agrupamentos e demais pressupostos teóricos de Piaget em estratégia de aula e formas de avaliação, foi uma tarefa que exigiu muito estudo e várias sessões para orientação da professora do grupo experimental, a fim de que ela assimilasse claramente os objetivos dos exercícios propostos para o aluno resolver, podendo assim, orientar o raciocínio dos educandos durante o transcorrer da aula. Isto porque, objetivava-se facilitar o desenvolvimento do pensamento operatório ao invés do cumprimento rígido do plano de aula.

Houve um grande empenho em sistematizar os conhecimentos para poder aplicá-los adequadamente. O êxito neste processo pode ser evidenciado através dos resultados coletados, sendo que, os obtidos através da aplicação das provas de Piaget no pós-teste demonstraram que, após terem sido criadas situações que favoreciam a ativação das estruturas lógicas e infralógicas características da fase de transição entre o período pré-operatório e operatório concreto que permitiriam a coordenação das ações pela reversibilidade, constatou-se que a proporção de sujeitos do grupo experimental classificados no nível 3 (período operatório concreto) foi altamente significativa em relação aos resultados do pré-teste (Tabelas V e XI).

Uma vez que os grupos eram equivalentes no início do experimento e diferentes no final em relação ao nível operatório, com vantagens para o grupo experimental quanto ao número de sujeitos com escore 2 (domínio total) nas provas de nível operatório de Piaget e pertencentes, consequentemente, ao período das operações concretas, concluiu-se que a metodologia experimental foi fator mais marcante no desenvolvimento do comportamento inteligente, do que metodologia tradicional aplicada no grupo de controle.

Através da análise das diferenças de desempenho

dos sujeitos nas provas de nível operatório (Gráficos 1 e 2; Tabelas XIV, XV, XVI, XVII), considerando os resultados do pré-teste e pós-teste de cada grupo, constatou-se que os sujeitos não demonstraram ter um mesmo nível de domínio operatório em todos os tipos de prova. Esta heterogeneidade quando do pré-teste foi considerada na programação escolar para o grupo experimental.

Observando as alterações positivas e significativas nos escores do grupo experimental do pré-teste para o pós-teste, pode-se afirmar que a metodologia de ensino aplicada no grupo experimental favoreceu sobremaneira o desenvolvimento das estruturas cognitivas infralógicas (provas *c* e *e*), sendo que nas demais provas houve sempre uma melhoria, também significativa. O desempenho dos sujeitos do grupo experimental no pré-teste demonstrou um baixo domínio das estruturas infralógicas. Tanto que, na prova *c* houve 9% do escore 2 e na prova *e* neste escore 14%. Foram inclusive, os percentuais mais baixos.

Talvez este fato explique a razão do grande avanço dos sujeitos no domínio das estruturas infralógicas ou espaço-temporais, considerando-se os resultados percentuais do pós-teste. Os sujeitos não haviam sofrido influência de uma metodologia que objetivasse desenvolvê-las. A partir do momento em que isto ocorreu, o processo de construção e desenvolvimento daquelas estruturas tornou-se viável.

Na turma de controle também houve mudança para melhor do pré-teste para o pós-teste, com exceção da prova *d* (de 48% passou para 43%). Porém, a mudança foi bem menos acentuada do que a do grupo experimental considerando cada prova.

Considerando uma visão geral dos resultados do grupo de controle temos que, a tendência da metodologia de ensino tradicional foi favorecer o desenvolvimento das estruturas cognitivas dentro de quase uma mesma hierarquia.

Ou seja, as noções que os sujeitos mais dominavam no pré-teste continuaram a dominar mais no pós-teste, com pequenas variações (Tabela XV e XVII).

Quanto ao comportamento das professoras de matemática dos dois grupos, observou-se que a professora do grupo experimental demonstrou estar bem mais motivada para a prática do ensino, sendo que isto era observado através de seus comentários, críticas e sugestões sobre a metodologia de fundamentação piagetiana usada por ela. Inclusive, num acompanhamento feito após o período de experimento constatou-se que a professora do grupo experimental continuou planejando a metodologia de ensino que usava, com base nos princípios teóricos básicos piagetianos.

Comparando os resultados da prova de matemática aplicada no grupo experimental no início do experimento, com a outra prova de matemática numa forma paralela à primeira aplicada no final do experimento, foi verificado que as notas obtidas na prova final foram bem superiores às notas obtidas na prova inicial (Anexo 14). Uma vez que o crescimento do domínio das questões da prova de matemática ocorreu após a implantação da metodologia de ensino da matemática de fundamentação piagetiana, e considerando que o referencial teórico de Piaget sobre classes, relações e números foi explorado na elaboração das questões das provas aplicadas no início e no final do experimento, pode-se concluir que a maior eficiência no domínio das questões matemáticas apresentadas foi, possivelmente, devido à ativação dos mecanismos de desenvolvimento do raciocínio. Como também, pelo fato de ter-se considerado que "...todo aluno é capaz de um bom raciocínio matemático desde que se apele para sua atividade e se consiga assim remover as inibições efetivas que lhe conferem com bastante frequência um sentido de inferioridade nas aulas que conversam sobre esta matéria". (Piaget, 1977, p.65).

Do exposto, recomenda-se a nível geral que nos cursos de formação de professores sejam considerados como

objetivos relevantes:

- favorecer o estabelecimento de relações entre a educação e a ciência, através da análise conceitual;
- conhecer os problemas educacionais próprios da época e da sua realidade, analisando-os e buscando definir estratégias alternativas para atuar sobre eles;
- relacionar a teoria educacional com a prática educacional;
- desenvolver a capacidade de organização e sistematização do pensamento;
- promover seminários em torno das pesquisas educacionais, sejam elas teóricas ou práticas;
- desenvolver a capacidade de atuar de forma a provocar modificações no proceder educativo, apresentando novas perspectivas quanto à atuação escolar preventiva.

A nível específico e mais particularmente quanto ao ensino da matemática, deve-se considerar a afirmação de Piaget de que "...é preciso ensinar as matemáticas modernas com uma pedagogia moderna, igualmente, e não com uma pedagogia arcaica". (Bringuier, 1978, p.181). E ainda quanto ao ensino da matemática, recomenda-se esclarecer aos professores desta disciplina sobre a importância do desenvolvimento das estruturas espaço-temporais (infralógicas) na criança, e prepará-los para atuarem na prática educacional de forma a possibilitar a construção e o desenvolvimento de tais estruturas nas crianças. Na atuação educacional, o professor deve favorecer simultaneamente, o desenvolvimento das estruturas lógicas e infralógicas, assim como, o desenvolvimento das noções próprias à matemática. Caberá ainda ao professor, tomando como base a concepção

operatória do início da atividade lógico-matemática, favorecer a ação ou operação do sujeito sobre os objetos de modo a lhe possibilitar um constante remanejamento e reorganização das estruturas anteriores, sobre bases cada vez mais ampliadas. Estando a metodologia de ensino e a sequência curricular baseadas no desenvolvimento da criança, haverá maiores condições da aprendizagem se realizar uma vez que se deve determinar e respeitar a estrutura do pensamento do aluno e promover a sua ativação, enfatizando os aspectos dinâmicos da assimilação-acomodação.

Piaget (1977, p.28-9), considera a preparação dos professores como questão primordial de todas as reformas pedagógicas, e em relação a este assunto aborda-o sobre dois aspectos:

- necessidade de valorização ou revalorização do corpo docente;
- necessidade de oportunizar "...uma formação universitária completa para os mestres de todos os níveis...".

Este teórico dá ênfase à formação do professor que atua nas primeiras séries do 1º grau, afirmando que, "...quanto mais jovens são os alunos, maiores dificuldades assume o ensino, se levado à sério".

Na ocasião, acrescentam-se as próprias recomendações de Piaget (1977, p.29).

- o ensino universitário deve promover a estreita união do ensino e da pesquisa;
- deve-se promover "pesquisa de grupo dirigida não por um único professor, mas por representantes de especialidades complementares, trabalhando em constante cooperação...";
- promover seminários em torno das pesquisas liga



das direta ou indiretamente à Educação (Bringuier, 1978, p.187).

Não será possível ao professor explorar este gênero de ensino, sem um reexame de si mesmo, assim como mudança de atitude e mentalidade. É preciso também que ele conheça a realidade na qual atua para ter condições de adequar teoria à prática. É preciso, sobretudo, que ele assuma uma postura frente ao processo educação-ensino-aprendizagem, o que implica reflexão, ação efetiva, criatividade e transformação.

À vista do exposto, propõe-se que seja usada uma metodologia de ensino que favoreça as possibilidades de ampliar o desenvolvimento cognitivo e que possibilite melhoras na capacidade de adaptação do indivíduo à vida, uma vez que a adaptação é ação inteligente. A metodologia de ensino deve ser tal que viabilize o desenvolvimento harmônico em todos os períodos do desenvolvimento mental, que aumente as possibilidades de melhor desempenho escolar (1º, 2º ou 3º graus), que favoreça a melhoria das condições do trabalho intelectual, da pesquisa e do exercício de uma profissão, enfim, do trabalho científico.

Concluindo este trabalho, cumpre colocar que houve uma grande preocupação e interesse em desenvolver um estudo que, atendendo à atualização do conhecimento teórico, pudesse ser útil à prática educacional e acessível à compreensão dos alunos de graduação, sobretudo. Estando tudo isso voltado para a necessidade considerada premente, de refletir sobre possíveis reformas e transformações psicopedagógicas e curriculares, e prover algumas respostas quanto a possíveis formas em que elas possam ocorrer.

Ao educador não basta constatar, questionar e criticar. Ele precisa buscar em suas pesquisas, respostas que lhe possibilitem continuar se desenvolvendo e se envolvendo na sua prática diária em sala de aula.



Apesar da dificuldade real, porém, não intransponível de sistematização de técnicas fundamentadas num quadro de referência teórica, de reformas e transformações psicopedagógicas e curriculares, fica aqui registrado o nosso parecer.

*"EU NÃO POSSO IMPOR AOS OUTROS MINHAS OPINIÕES;  
SÓ POSSO CONVIDÁ-LOS A CONVERSAR, A DISCUTIR."*

## BIBLIOGRAFIA

- ARQUIVOS BRASILEIROS DE PSICOLOGIA APLICADA. Rio de Janeiro, v.29, nº 2, abr./jun. 1977. Número especial sobre Jean Piaget.
- BATTRO, Antonio M. *O pensamento de Jean Piaget*. Rio de Janeiro, Forense, 1976. 389p.
- . *Dicionário terminológico de Jean Piaget*. São Paulo, Pioneira, 1978. 245p.
- BEARD, Ruth M. *Como a criança pensa: a psicologia de Piaget e suas aplicações educacionais*. São Paulo, IBRASA, 1978. 249p.
- BRASIL, Luiz Alberto. *Aplicações da teoria de Jean Piaget ao ensino da matemática*. Rio de Janeiro, Forense, 1977. 212p.
- BRASIL. Governo do Estado do Rio de Janeiro. Secretaria da Educação e Cultura. *Reformulação de currículos*, v.1, Pré-Escolar e 1º Grau. Rio de Janeiro, Laboratório de Currículos, 1976.
- . Governo do Estado do Rio de Janeiro. Secretaria da Educação e Cultura. *Proposta metodológica*. Educação Pré-Escolar, Ensino de 1º Grau (1ª, 2ª, e 3ª séries). Rio de Janeiro, Laboratório de Currículos, 1976 e 1978.
- . Governo do Estado do Rio Grande do Sul. Secretaria da Educação e Cultura. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. *Testagem de uma metodologia e ensino no currículo por atividades*. Porto Alegre, Supervisão Técnica (SEC) e Faculdades de Educação (UFRS), 1978.
- BREARLEY, Molly & HITCHFIELD, Elizabeth. *Guia prático para entender Piaget*. São Paulo, IBRASA, 1976. 205p.

- BRINGUIER, Jean Claude. *Conversando com Jean Piaget*. Rio de Janeiro, DIFEL, 1978. 210p.
- CASTRO, Cláudio de Moura. *Estrutura do questionário da pesquisa nas escolas*. Rio de Janeiro, ECIEL, s.d. 42p. (Memorando Técnico nº 8).
- CHARLES, C.M. *Piaget ao alcance dos professores*. Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico, 1975. 61p.
- CUNHA, Maria Auxiliadora Versiani. *Didática fundamentada na teoria de Piaget*. Rio de Janeiro, Forense, 1973. 93p.
- DIENES, Zoltan Paul. *As seis etapas do processo de aprendizagem em matemática*. São Paulo, EPV, 1975. 72p.
- DIENES, Z.P. & GOLDING, E.W. *Lógica e jogos lógicos*, 2.ed. São Paulo, EPU, 1974. 105p.
- . *Conjuntos, números e potências*, 2.ed. São Paulo, EPU, 1974. 141p.
- . *Exploração do espaço e prática de medição*. 2.ed. São Paulo, EPU, 1974. 89p.
- . *A geometria pelas transformações: I - Topologia, geometria projetiva e afim*. São Paulo, EPU, 1975. 96p.
- DOLLE, Jean-Marie. *Para compreender Jean Piaget: Uma iniciação à psicologia genética piagetiana*. Rio de Janeiro, Zahar, 1978. 202p.
- ELKIND, David. *Desenvolvimento e educação da criança: Aplicação de Piaget na sala de aula*. Rio de Janeiro, Zahar, 1978. 247p.
- FLAVELL, John H. *A psicologia do desenvolvimento de Jean Piaget*. São Paulo, Pioneira, 1975. 479p.
- FURTH, Hans G. *Piaget na sala de aula*. Rio de Janeiro, Forense, 1972. 231p.

- FURTH, H.G. & WACHS, Harry. *Piaget na prática escolar: a criatividade no currículo integral*. São Paulo, IBRASA, 1971, 339p..
- GUIDI, Maria Lais Mousinho & DUARTE, Sérgio Guerra. Um esquema de caracterização sócio-econômica. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*. Rio de Janeiro, 52(115): 65-82, jul./set. 1969.
- GUILFORD, J.P. *Fundamental statistics in psychology and education*. Tokio McGraw-Hill, 1956. 605p.
- KOTHE, Siegfried. *Pensar é divertido*. São Paulo, EPU, 1973. 72p.
- LIBERMAN, Manhúcia Perelberg et alii. *Curso moderno de matemática para o ensino de 1º grau: 2*. São Paulo, Nacional, 1977, 135p.
- NICOLAS, André. *Introdução ao pensamento de Jean Piaget*. Rio de Janeiro, Zahar, 1978. 229p.
- PAPY, Frédérique. *As crianças e a matemática*. Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico, 1974. 1 v. 32p.
- . *As crianças e a matemática*. Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico, 1974. 2 v. 32p.
- . *As crianças e a matemática*. Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico, 1974. 3 v. 48p.
- PENNA, Antonio Gomes. A teoria do pensamento de Jean Piaget. *Forum Educacional*. Rio de Janeiro, 1(4):41-62, out./dez. 1977.
- PIAGET, Jean. *O nascimento da inteligência na criança*. Rio de Janeiro, Zahar, 1970. 389p.
- . *La epistemologia del espacio*. Buenos Aires, El Ateneo, 1971. 289p.

- PIAGET, Jean. *Psicologia da inteligência*. Rio de Janeiro, Fundo de Cultura, 1972. 239p.
- . *Biologia e conhecimento*. Petrópolis, Vozes, 1973. 423p.
- . *A epistemologia genética*. Petrópolis, Vozes, 1973. 110p.
- . *A linguagem e o pensamento da criança*. Rio de Janeiro, Fundo de Cultura, 1973. 430p.
- . *O estruturalismo*. São Paulo, DIFEL, 1974. 119p. (Coleção Saber Atual).
- . *A construção do real na criança*. Rio de Janeiro, Zahar, 1975. 360p.
- . *Ensino de lógica operatória*. Porto Alegre, Globo, 1976. 394p.
- . *Psicologia e pedagogia*. Rio de Janeiro, Forense, 1976. 184p.
- . *A equilibração das estruturas cognitivas*. Rio de Janeiro, Zahar, 1976. 175p.
- . *Para onde vai a educação?* Rio de Janeiro, José Olympio, 1977. 89p.
- . *A formação do símbolo na criança*. Rio de Janeiro, Zahar, 1978. 370p.
- . *Seis estudos de psicologia*. Rio de Janeiro, Forense, 1978. 146p.
- . *A noção de tempo na criança*. Rio de Janeiro, Record, s.d. 321p.
- PIAGET, J. & INHELDER, B. *Gênese das estruturas lógicas elementares*. Rio de Janeiro, Zahar, 1975. 356p.

- PIAGET, J. & INHELDER, B. *O desenvolvimento das quantidades físicas na criança*. Rio de Janeiro, Zahar, 1975. 359p.
- . *Da lógica da criança à lógica do adolescente*. São Paulo, Pioneira, 1976. 260p.
- . *A psicologia da criança*. São Paulo, DIFEL, 1978. 137p.
- . *As operações intelectuais e seu desenvolvimento*. In: FRAISSE, Paul & PIAGET, Jean. *Tratado de psicologia experimental*, vol.7, Rio de Janeiro, Forense, 1969. 219p.
- PIAGET, J. & SZEMINSKA, Alina. *A gênese do número na criança*. Rio de Janeiro, Zahar, 1975. 331p.
- RICHMOND, Petter Graham. *Piaget: teoria e prática*. São Paulo, IBRASA, 1975. 157p.
- RIVAS, Circe Navarro. *Estrutura, jogo e criatividade na prática educacional*. *Forum Educacional*. Rio de Janeiro, 1(2):89-100, abr./jun. 1977.
- SANCHEZ, Lucília Bechara & LIBERMAN, M.P. *Uma iniciação à matemática*. São Paulo, Livraria Nobel, 1971. 281p.
- SIEGEL, Sidney. *Nonparametric statistics for the behavioral sciences*. Tokio, McGraw-Hill, 1956. 312p.
- WOLF, Peter. *The developmental psychology of Jean Piaget and psychoanalysis*. New York, Universities Press, 2(1), 1960. 181p. (Psychological Issues).



A N E X O S

## A N E X O 1

## QUESTIONÁRIO - NÍVEL SÓCIO-ECONÔMICO

Senhor Responsável,

Vimos solicitar sua valiosa colaboração no sentido de preencher o presente questionário, que faz parte de um estudo sobre metodologia de ensino da matemática elementar.

Sua contribuição é de grande importância para nosso estudo.

A gratificação de nossa parte pela sua colaboração será através de um trabalho sério e responsável em prol da educação.

Garantimos o absoluto sigilo às respostas dadas e agradecemos desde já sua preciosa colaboração.

Atenciosamente,

Magda Ivonete Montagini Melo

## QUESTIONÁRIO DO ALUNO

NOME DA ESCOLA: .....

NOME DO ALUNO: .....

SÉRIE: .....

DATA: ...../...../.....

1 - Qual a idade de seu(sua) filho(a)? ..... anos.

2 - Com que idade este filho entrou para a escola primária? ..... anos.<sup>1</sup>

3 - O pai desta criança está vivo?

☐ Sim☐ Não☐ Não sei

3a- O pai vive com ela?

☐ Sim☐ Não

3b- A mãe desta criança está viva?

☐ Sim☐ Não☐ Não sei

3c- A mãe vive com ela?

☐ Sim☐ Não

4 - Quantos irmãos e irmãs a criança tem?.....

4a- Escreva a idade e série que elas estudam ou estudaram

	<u>IDADE</u>	<u>SÉRIE QUE ESTUDA</u>	<u>SÉRIE QUE ESTUDOU</u>
1	.....	.....	.....
2	.....	.....	.....
3	.....	.....	.....
4	.....	.....	.....
5	.....	.....	.....
6	.....	.....	.....

As perguntas abaixo referem-se ao trabalho do pai desta criança.

(Se ele morreu, escreva qual foi sua ocupação enquanto vivia. Se outra pessoa substituiu o pai da criança, escreva sobre essa pessoa. Se o pai da criança está desempregado ou aposentado, diga qual foi a sua última ocupação).

5 - Qual é o trabalho do pai desta criança? .....

.....

6 - O que ele faz no trabalho? Procure descrever sua tarefa: .....

.....

7 - Onde trabalha? (diga se é oficina, fábrica, escritório, armazém, etc.) .....

.....

8 - Que cargo ele ocupa em seu trabalho? .....

.....

9 - No trabalho ele (pai) é:

( ) empregado ou operário

( ) patrão ou dono

( ) trabalha por conta própria

10 - Se é patrão, quantos empregados ele tem? ..... empregados.

11 - Se é chefe, quantos subordinados ele tem? ..... subordinados.

12 - Qual a renda mensal do pai desta criança? Cr\$.....

As perguntas abaixo referem-se ao trabalho da mãe desta criança.

(Se ela morreu, escreva qual foi sua ocupação enquanto vivia. Se outra pessoa substituiu a mãe desta criança, escreva sobre essa pessoa. Se a mãe desta criança está

ver desempregada ou aposentada diga qual foi sua última ocupação).

13 - A mãe deste aluno trabalha fora de casa?

( ) Sim ( ) Não

14 - Qual o trabalho da mãe? O que ela faz? Procure descrever a tarefa que a mãe desempenha: .....

15 - No trabalho ela (mãe) é:

( ) empregada ou operária

( ) patroa ou dona

( ) trabalha por conta própria

16 - Se é patroa, quantos empregados ela tem? .....empregados.

17 - Se é chefe, quantos subordinados ela tem? .....subordinados.

18 - Qual a renda mensal da mãe desta criança? Cr\$. ....

A pergunta abaixo refere-se ao trabalho dos avós desta criança. Siga as mesmas instruções dadas para as perguntas sobre o trabalho do pai.

19 - Qual é ou qual era o trabalho dos avós (homens) deste aluno? Dê uma idéia clara do que fazem ou faziam.

Avô paterno: .....

Avô materno: .....

As perguntas abaixo referem-se aos estudos realizados pelos pais desta criança.

20 - Assinale quanto o pai deste aluno estudou:

( ) Nunca estudou

( ) Sabe ler e escrever

( ) Primário incompleto (menos de quatro anos)

( ) Primário completo

( ) Ginásio incompleto

- ☐ Ginásio completo
- ☐ 2º grau (colegial, normal, ...) incompleto
- ☐ 2º grau completo
- ☐ Curso superior incompleto
- ☐ Curso superior completo

21 - Assinale quanto a mãe deste aluno estudou:

- ☐ Nunca estudou
- ☐ Sabe ler e escrever
- ☐ Primário incompleto (menos de quatro anos)
- ☐ Primário completo
- ☐ Ginásio incompleto
- ☐ Ginásio completo
- ☐ 2º grau (colegial, normal, ...) incompleto
- ☐ 2º grau completo
- ☐ Curso superior incompleto
- ☐ Curso superior completo

As perguntas abaixo referem-se às características da área residencial desta criança.

22 - Dê o endereço completo deste aluno:

Rua: .....nº ..... apto .....

Bairro: ..... Tel.: .....

23 - No bairro que o aluno mora predomina o seguinte tipo de moradia (casa):

- ☐ invasão
- ☐ barracões
- ☐ conjunto residencial
- ☐ prédio de apartamentos
- ☐ casas boas
- ☐ casas muito boas

24 - No bairro residencial onde este aluno mora tem (assinale com um X o que tiver):



- ☐ rua asfaltada
- ☐ água encanada
- ☐ esgoto
- ☐ luz elétrica dentro de casa
- ☐ linha de ônibus

As perguntas abaixo referem-se às características físicas da moradia da criança.

- 25 - As paredes da casa desta criança são feitas de (madeira, tijolo,...):.....
- 26 - O piso da casa desta criança é feito de (tijolo, cimento, taco, ...): .....
- 27 - A cobertura da casa deste aluno é feita de (telha com forro, telha sem forro, ...):.....
- 28 - Na residência desta criança há:
- ☐ ausência de água tanto na residência como nas imediações
  - ☐ torneira coletiva fora da residência ou poço coletivo
  - ☐ água encanada num só cômodo ou poço próprio
  - ☐ água encanada na cozinha, banheiro e tanque
  - ☐ sistema do aquecimento de água no banheiro e na cozinha
- 29 - Na residência deste aluno há (só considerar quartos e salas):
- ☐ um ou dois cômodos
  - ☐ três cômodos
  - ☐ quatro cômodos
  - ☐ cinco cômodos
  - ☐ seis ou mais cômodos
- 30 - Quantas pessoas moram na casa desta criança, contando com ela, mas sem incluir empregados? ..... pessoas.

31 - Esta criança dispõe de algum lugar tranquilo e cômodo onde possa estudar?

( ) Sim                      ( ) Não

As perguntas abaixo referem-se ao conforto doméstico desta criança.

32 - A forma de iluminação usada na residência desta criança é:

- ( ) luz elétrica com lâmpadas comuns
- ( ) luz elétrica e uso de abajur e lustres
- ( ) luz elétrica, lustres, lâmpadas fluorescentes e iluminação indireta.

33 - O fogão existente na residência desta criança funciona através de:

- ( ) gás
- ( ) eletricidade
- ( ) lenha

34 - Dentre os objetos abaixo relacionados, assinale com um X aqueles que esta criança tem em sua casa:

- ( ) rádio
- ( ) televisão preto e branco
- ( ) televisão a cores
- ( ) toca-discos ou gravador
- ( ) relógio
- ( ) aspirador de pó
- ( ) ferro elétrico
- ( ) geladeira
- ( ) liquidificador
- ( ) máquina de lavar roupa
- ( ) máquina de costura
- ( ) ar condicionado
- ( ) automóvel velho
- ( ) automóvel novo
- ( ) bicicleta
- ( ) instrumento musical (violão, piano, ...).

35 - Na residência desta criança há:

- ☐ ausência de instalações sanitárias
- ☐ fossa ou privada (vaso sanitário) sem descarga
- ☐ privada (vaso sanitário) com descarga e chuveiro
- ☐ banheiro completo e banheiro de empregada
- ☐ dois ou mais banheiros completos e banheiro de empregada.

36 - Na casa desta criança (assinale com um X):

- ☐ não há e nunca houve empregada doméstica
- ☐ não há mas já houve empregada doméstica
- ☐ há um(a) empregado(a) permanente, diarista ou horista
- ☐ há dois ou três empregados
- ☐ há quatro ou mais empregados.

## A N E X O 2

## ROTEIRO DE ENTREVISTA

1 - DADOS DE IDENTIFICAÇÃO

1.1 - Nome:

1.2 - Idade:

1.3 - Sexo:

1.4 - Tempo de Magistério:

1.5 - Formação de Preparo Acadêmico:

1.6 - Estágios Realizados (época):

1.7 - Empregos Atuais:

1.8 - Carga Horária Semanal:

1.9 - Salário Médio Mensal:

Data:

Nome do Entrevistador: MAGDA IVONETE MONTAGINI MELO

2 - CONSIDERAÇÕES DO PROFESSOR E/OU DIRETOR SOBRE:

2.1 - Que relações você vê entre suas experiências pro  
fissionais e a maneira que você dirige e/ou ensi  
na agora?

2.2 - Você acha importante que o aluno frequente a es-  
cola para se educar? Por que?

2.3 - O que você espera dos seus alunos?

2.4 - Que papel você atribui ao professor na educação?

2.5 - Você encontra e/ou cria condições favoráveis pa-  
ra desenvolver um trabalho de acordo com esse pa  
pel?

2.6 - Que importância você dá ao ensino da matemática no currículo escolar?

2.7 - Quando o planejamento curricular foi elaborado?  
Por quem?

2.8 - Ao elaborar o plano curricular que orientações (teóricas, regulamentar, legal, etc) foram consideradas, no tocante à matemática?

2.9 - Observações complementares:



## A N E X O 3

FICHA DE IDENTIFICAÇÃO DO ALUNO

IDENTIFICAÇÃO:

- 1 - Nome da Escola:.....
- 2 - Nome do Aluno: .....
- 3 - Data de Nascimento: .....
- 4 - Idade:..... anos e ..... meses
- 5 - Endereço: .....
- 6 - Resultados das provas de nível operatório (pré-teste/  
pós-teste):

	Provas	Data de aplicação	Horário (início/término)	Resultado		
				0	1	2
P	a					
R						
É						
/						
T						
E	b					
S	c					
T	d					
E	e					

	Prova	Data de aplicação	Horário (início/término)	Resultado		
				0	1	2
P	a					
Ô						
S						
/						
T						
E	b					
S	c					
T	d					
E	e					

7. Notas da prova de matemática inicial e final (somente dos alunos do grupo experimental):

A T X O 4

PROVAS DE NÍVEL OPERATÓRIO

## PROVAS DE NÍVEL OPERATÓRIO

1 - PROVA *a* - Conservação de Quantidades Contínuas

## MATERIAL:

- a) dois copos cilíndricos de tamanho igual;
- b) outros dois copos de iguais tamanhos, menores que o primeiro;
- c) quatro copos ainda menores e iguais uns aos outros;
- d) dois outros copos, baixos e largos;
- e) um copo alto e fino.

## PROCEDIMENTO:

- 1) Colocar os dois copos citados no item *a* do material com a mesma quantidade de água frente à criança após dizer: "Estes dois copos estão cheios com a mesma quantidade de água".

— Há o mesmo tanto de água neste copo que neste aqui, ou um tem mais?

- 2) Em seguida, derramar o conteúdo de um dos copos do item *a* do material, nos dois copos citados no item *b* - material.

Perguntar:

— Agora, há o mesmo tanto de água neste copo (dois do item *b*) que neste (1 copo do item *a*), ou um deles tem mais? Por que?

- 3) Logo após, derramar o conteúdo dos dois copos citados no item *b* - material nos quatro copos citados no item *c*.

Perguntar:

— E se eu despejar a água desses dois copos (dois copos item *b* - material) nestes (quatro copos citados no item *c* - material), fica o mesmo tanto de água aqui e aqui, ou um deles tem mais?

- 4) Derramar o conteúdo dos quatro copos, item c - material, nos dois copos - item b - material e perguntar:

— E se eu despejar de novo nesses dois copos (item b - material). Fica o mesmo tanto de água aqui e aqui, ou um deles tem mais?

- 5) Voltar a água para o copo citado no item a - material, que havia sido transvasada para os outros copos. Derramar a água deste copo dentro de um dos copos citados no item d - material.

Perguntar:

— Agora, há o mesmo tanto de água aqui e aqui, ou um deles tem mais?

- 6) Derramar a água do copo citado no item a - material, que ainda não havia sido usada, no outro copo citado no item d - material.

Perguntar:

— Agora, há o mesmo tanto de água aqui e aqui, ou um deles tem mais? Por que?

- 7) Voltar a água para os dois copos citados no item a - material. Em seguida, derramar o conteúdo de um deles no copo citado no item e - material.

Perguntar:

— Há o mesmo tanto de água aqui e aqui, ou um deles tem mais?

#### ESCORE:

- 0 (zero) - A criança não domina quando julgar que a quantidade de líquido parece aumentar ou diminuir de acordo com o número, a altura ou a forma do recipiente em que se encontra.
- 1 (um) - A criança erra algumas perguntas formuladas. Ou vacila ao responder.
- 2 (dois) - A criança domina completamente a tarefa.

## 2 - PROVA b - Classificação Aditiva

## MATERIAL:

- a) duas caixas pequenas idênticas;
- b) 10 bolinhas de vidro azuis de um só tamanho;
- c) 3 bolinhas de vidro brancas de tamanho idêntico ao das bolinhas azuis.

## PROCEDIMENTO:

- 1) Apresentar todas as bolinhas de vidro misturadas dentro de uma das caixinhas.

Perguntar:

- Há mais bolinhas de vidro ou mais bolinhas de vidro azuis? Por que?

- 2) Formar um colar com as bolinhas de vidro azuis. Em seguida, formar um colar com as bolinhas de vidro.

Perguntar:

- Se eu fizer um colar com as bolinhas de vidro azuis e outro com as bolinhas de vidro, qual será o colar maior? Por que?

OBS:- Caso a criança erre, solicitar que ela própria construa os dois colares citados no 2º. Após, repetir a pergunta citada no 2º, referindo-se ao trabalho que ela realizou.

- 3) Novamente apresentar todas as bolinhas de vidro misturadas dentro de uma das caixinhas.

Perguntar:

- Há mais bolinhas de vidro ou mais bolinhas de vidro azuis? Por que?

## ESCORE:

0 (zero) - se a criança julgar que tem mais bolinhas de vidro azuis do que bolinhas de vidro.

- 1 (um) - se a criança afirmar que tem mais bolinhas de vidro contando-as e/ou intuitivamente, quando vê o colar. Também, no caso da criança responder corretamente as perguntas mas, demonstrar dúvida e ou não saber explicar o por que.
- 2 (dois) - se a resposta for: "todas são bolinhas de vidro, porque as bolinhas azuis são bolinhas de vidro". Ou, "tem mais bolinhas de vidro, porque tanto as bolinhas azuis quanto as brancas são bolinhas de vidro".

### 3 - PROVA c -- Conservação do Comprimento

#### MATERIAL:

2 varas retas, tendo cada uma 5 cm. de comprimento.

#### PROCEDIMENTO.

- 1) Mostre as duas varas com as extremidades emparelhadas:

---



---

Pergunte à criança: "Tem uma vara mais comprida que a outra?"

- "Ou as duas são do mesmo comprimento?"

- 2) Mova uma das varas, um ou dois centímetros para frente.

---



---

Pergunte: "Tem uma vara mais comprida que a outra?"

- "Ou as duas são do mesmo comprimento?"

- "Como é que você sabe?"



- 3) Colocar uma vara perpendicular à outra, formando um T.

Pergunte: "E se eu virar assim?"



#### ESCORE:

- 0 (zero) - a criança erra na segunda pergunta.
- 1 (um) - a criança demonstra incerteza ao responder as perguntas. Por ex.: "Acho que são iguais".
- 2 (dois) - a criança apresenta respostas corretas e com convicção, às perguntas propostas.

#### 4 - PROVA d - Sériacão Multiplicativa

##### MATERIAL:

- a) dez bonecas de papel graduadas de tal maneira que cada uma difere sensivelmente das suas vizinhas, com a maior sendo pelo menos duas vezes mais comprida que a menor.
- b) dez bolas igualmente graduadas, mas por progressão menos rápida, e correspondendo assim àquelas dez bonecas.

##### PROCEDIMENTO:

- 1) Apresente as bonecas e as bolas em desordem. Diga:
  - "Arrume as bonecas e as bolas a fim de que as bonecas possam cada uma, encontrar rapidamente sua bola para ir passear".

- 2) Deixe as duas fileiras paralelas aproximando as bonecas umas das outras e espaçando as bolas, de tal maneira que os termos correspondentes da série das bonecas e das bolas não se encontrem mais em frente uns dos outros.

Coloque o dedo sobre uma das bonecas qualquer.

Pergunte: "Com que bola passeia essa boneca?"

OBS:- Fazer mais dois exercícios desse.

- 3) Inverta a fileira das bolas de maneira tal que, permanecendo paralelas uma à outra, o menor termo de uma série acha-se em frente do maior termo da outra reciprocamente.

OBS:- Repetir aqui os exercícios do item 2.

- 4) Desarrume a fileira das bolas deixando as bonecas bem seriadas. Peça: "Ache a bola de cada boneca".

- 5) Misture os elementos das duas fileiras e aponte a 6.<sup>a</sup> boneca.

Diga: "Agora as bonecas vão passear, mas não todas. Somente as que forem maiores que esta (6.<sup>a</sup>).

Descubra então, as bolas das bonecas que saem e as das que ficam em casa".

#### ESCORE:

- 0 (zero) - A criança não coloca as bonecas na ordem decrescente ou crescente e nem encaixa a bola e boneca correspondentes.
- 1 (um) - A criança é capaz de seriar e ordenar mas, não diretamente. Por exemplo: coloca um grupo de bonecas, acha as bolas correspondentes a estas. Forma outro(s) grupo(s) e depois faz tateios, para por fim seriar e ordenar.
- 2 (dois) - Sérição e ordenação espontânea e correta.

5 - PROVA e - Noção de Tempo (Sucessão e Simultaneidade temporais)

MATERIAL:

- a) uma mesa de tamanho regular
- b) dois bichinhos de plásticos pequenos

PROCEDIMENT:

- 1) Propor: "Vamos fazer uma corrida de bichinhos?"  
 Expor que: = tempo de partida  
               = ponto de partida  
               ≠ velocidades  
               = tempo de parada

Alinhe os dois bichinhos no ponto de partida e inicie a corrida fazendo com que um dos dois pare num ponto, enquanto outro deve parar num outro ponto. Assim, haverá o estabelecimento de uma distância entre ambos.

Perguntar em seguida:

- Quem saiu primeiro?
- Quem parou primeiro?
- Os dois bichinhos pararam ao mesmo tempo?
- Os dois bichinhos correram durante o mesmo tempo?

OBS: Caso a criança erre, perguntar: - Quem caminhou mais tempo?

ESCORE:

- 0 (zero) - nenhuma resposta correta
- 1 (um) - erro pelo menos em uma pergunta
- 2 (dois) - resposta correta às perguntas propostas, com convicção.

## BIBLIOGRAFIA - PROVAS DE NÍVEL OPERATÓRIO

PROVA a

PIAGET, J. & SZEMINSKA, Alina. *A gênese do número na criança*. Rio de Janeiro, Zahar, 1975. p. 32-50.

PROVA b

PIAGET, J. & SZEMINSKA, Alina. *A gênese do número na criança*. Rio de Janeiro, Zahar, 1975. p. 224-253.

PROVA c

BREARLEY, Molly & HITCHFIELD, Elizabeth. *Guia prático para entender Piaget*. São Paulo, IBRASA, 1976. p. 50-8.

PROVA d

PIAGET, J. & SZEMINSKA, Alina. *A gênese do número na criança*. Rio de Janeiro, Zahar, 1975. p. 146-177.

PROVA e

PIAGET, J. *A noção de tempo na criança*. Rio de Janeiro, Record, s.d. p. 97-141.

## A N E X O 5

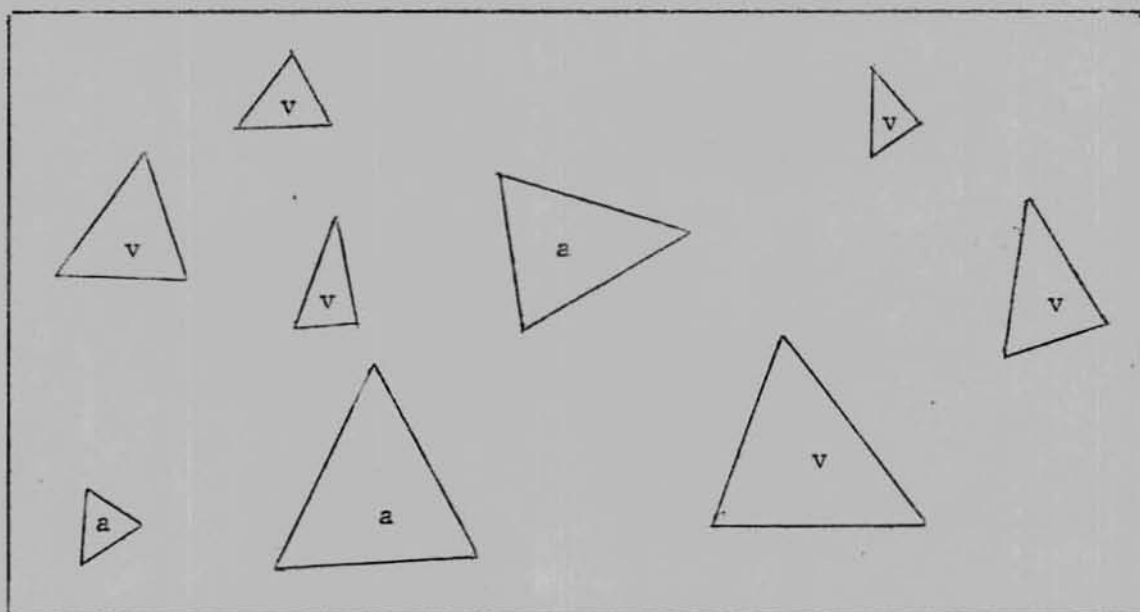
## PROVA DE MATEMÁTICA INICIAL

MATEMÁTICA 2.<sup>a</sup> SÉRIE — PROVA INICIAL

NOME: \_\_\_\_\_

DATA: \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

19)

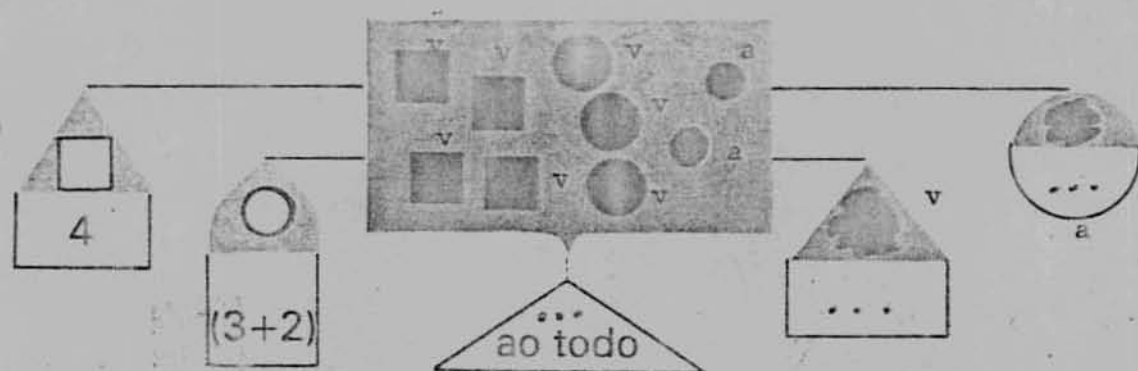


\* v = vermelho

a = azul

- a) No quadro acima tem mais triângulos ou tem mais triângulos vermelhos? \_\_\_\_\_
- b) Se você retirar todos os triângulos vermelhos ainda sobram triângulos? \_\_\_\_\_
- c) Se você retirar todos os triângulos ainda sobram triângulos? \_\_\_\_\_
- d) No quadro acima tem mais triângulos azuis ou mais triângulos vermelhos? \_\_\_\_\_
- e) Qual o total de triângulos no quadro acima? \_\_\_\_\_

29)



\* v = vermelho

a = alaranjado

a) Que numerais você deve escrever nos espaços pontilhados no desenho acima?

b) Descubra o termo que falta:

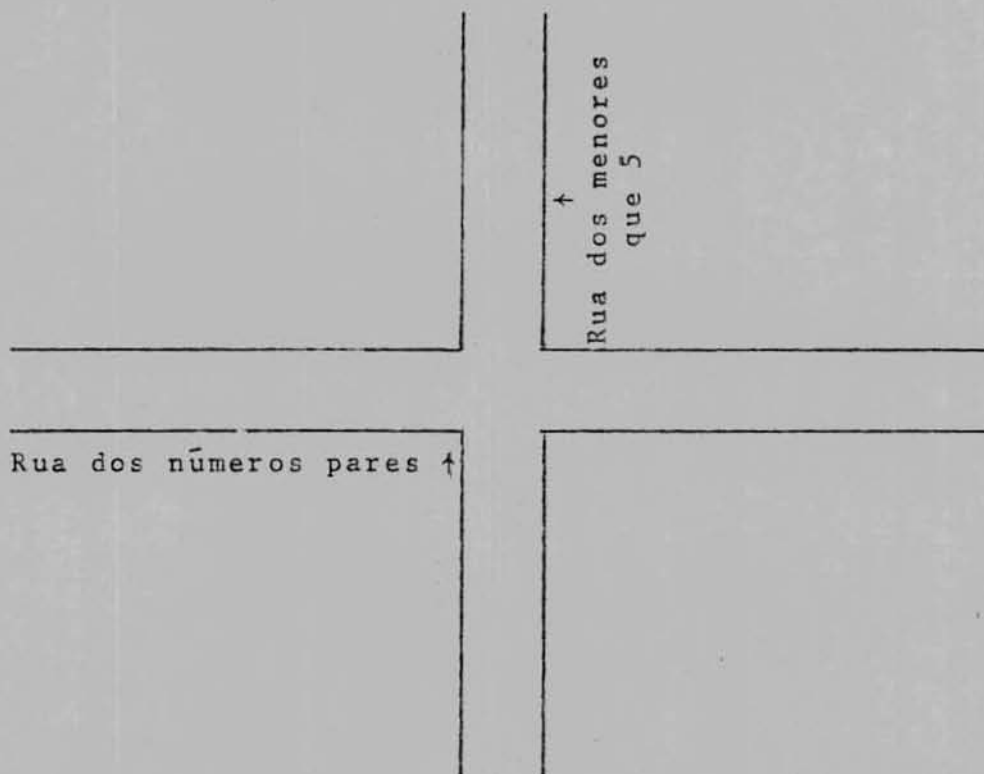
$\begin{array}{r} 4 \\ + 2 \\ \dots \\ \hline 9 \end{array}$	$\begin{array}{r} 4 \\ + 3 \\ \dots \\ \hline 9 \end{array}$	$\begin{array}{r} 4 \\ + 4 \\ \dots \\ \hline 9 \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \\ + 5 \\ \dots \\ \hline 9 \end{array}$	$\begin{array}{r} 7 \\ + 7 \\ \dots \\ \hline 9 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \\ + 3 \\ \dots \\ \hline 9 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \\ + 2 \\ \dots \\ \hline 9 \end{array}$
--	--	--	--	--	--	--



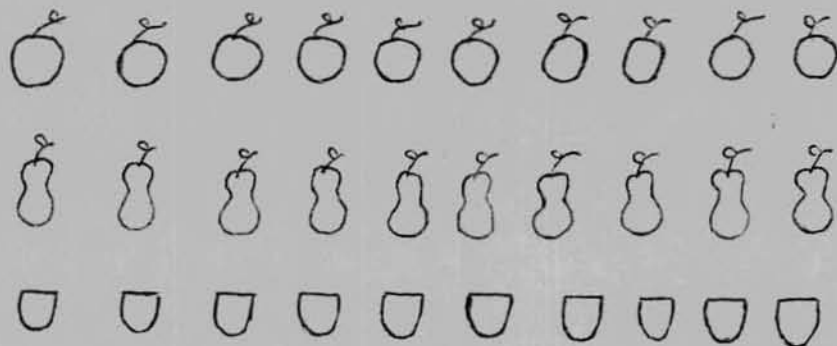
39) Arrume os números 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8 nas ruas, de acordo com as indicações:

- Na "Rua dos menores do que 5", colocar apenas os números menores que 5.
- Na "Rua dos Números Pares", colocar apenas os números pares.

Onde ficarão os números menores do que 5 e pares? 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8.



49) João tem 10 laranjas, 10 peras e 10 saquinhos de plásticos.



a) João guardou um número igual de frutas em cada saquinho. Ele guardou todas as suas frutas. Quantas frutas couberam em cada saquinho? \_\_\_\_\_

b) Agora, João quer guardar uma fruta em cada saquinho. Quantos saquinhos João precisaria para guardar todas as frutas? \_\_\_\_\_

Desenhe aqui abaixo todos os saquinhos que João irá precisar agora.

c) João guardou suas 20 frutas colocando 2 em cada saquinho.

Depois, João guardou suas 20 frutas colocando uma fruta em cada saquinho.

João ficou com o mesmo tanto de frutas ao guardar suas frutas de modo diferente? \_\_\_\_\_

Por que? \_\_\_\_\_

50) Na classe da tia Fátima tem 30 alunos. Na classe da tia Cleusa tem 28 alunos. Na classe da tia Célia tem 16 alunos.

) Ligue cada elemento do grupo (A) com um único elemento do grupo (B):

tia Fátima
tia Célia
tia Cleusa

(A)

16	alunos
30	alunos
28	alunos

(B)

b) Ligue a primeira coluna de acordo com a segunda:

- |             |  |
|-------------|--|
| -tia Célia  | - tem diferente número de alunos         |
| -tia Fátima | - tem o maior número de alunos           |
| -tia Cleusa | - tem dois alunos a menos que tia Fátima |
| -as tias    | - tem o menor número de alunos.          |

c) Escreva em ordem decrescente o número de alunos das tias Fátima, Célia e Cleusa.

\_\_\_\_\_

d) Ligue os pontinhos com flechas, do seguinte modo:

- Flechas verdes para indicar: "tem maior número de alunos".
- Flechas vermelhas para indicar: "tem menor número de alunos".

tia Cleusa

tia Fátima .

. tia Célia

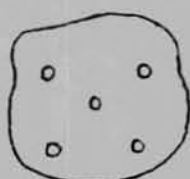
e) Coloque o sinal de > ou < :

30 .... 28

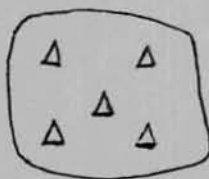
28 .... 16

30 .... 16

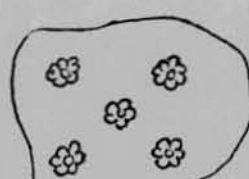
69) Ligue com flechas azuis os conjuntos que podem ter os seus elementos colocados em correspondência, um a um.



(A)

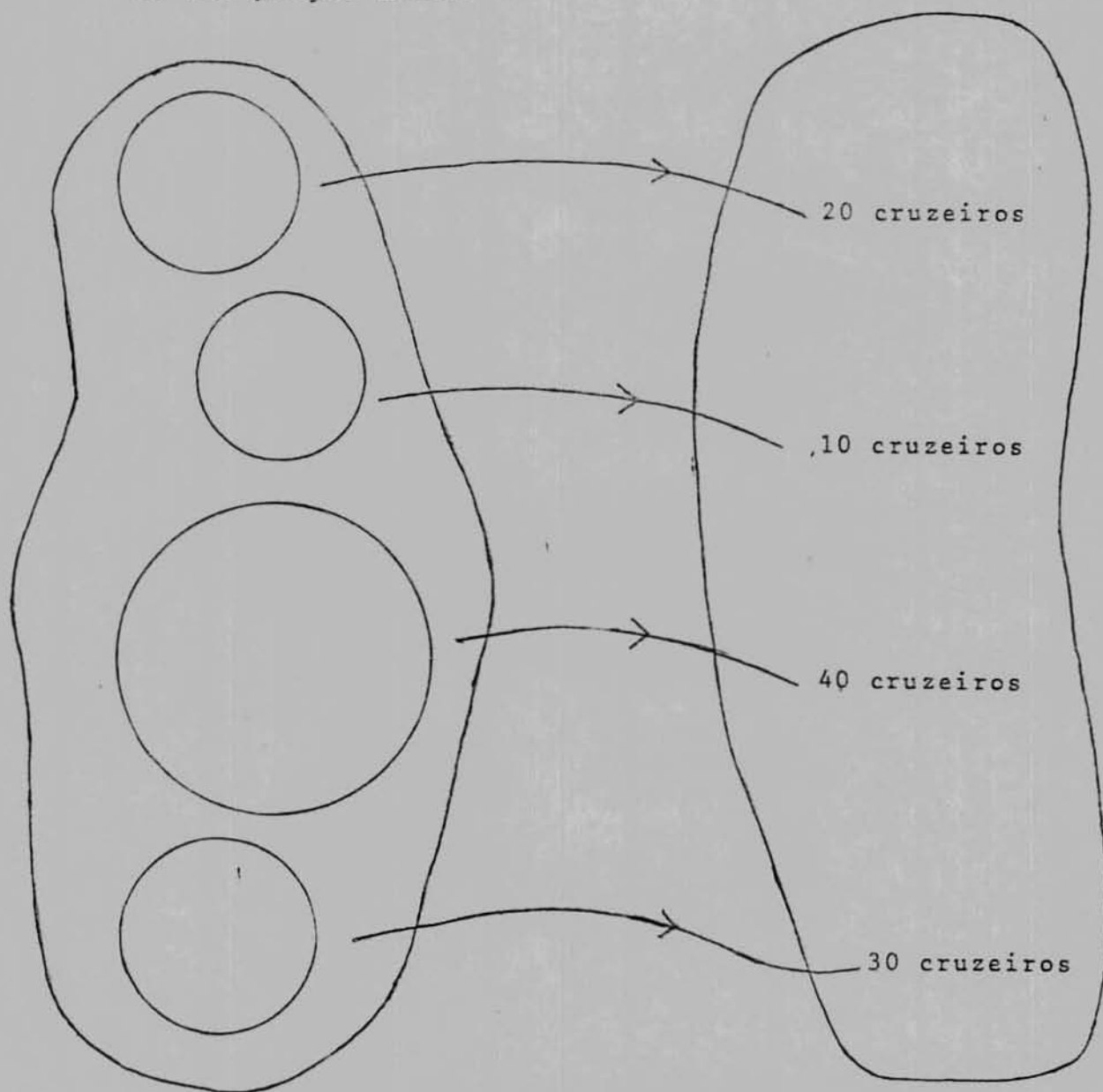


(B)



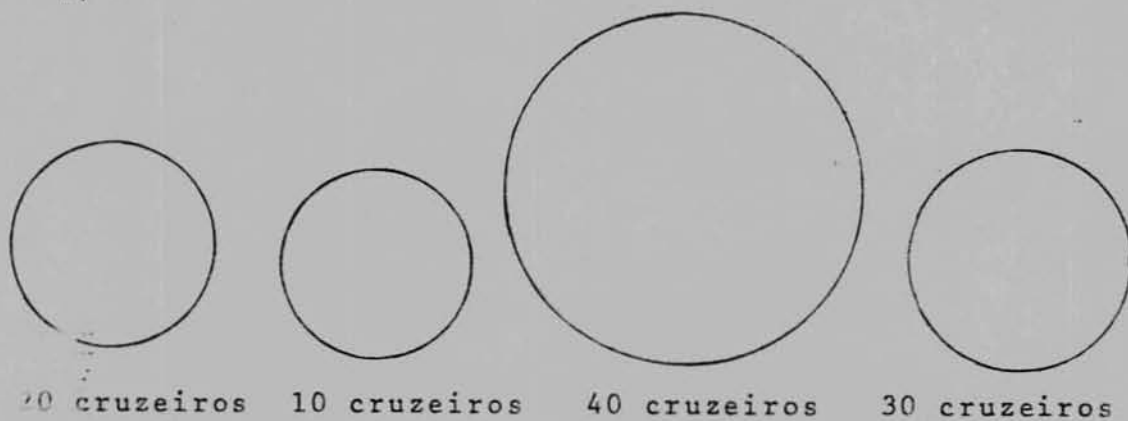
(C)

79) Você tem abaixo um conjunto de chocolates e um conjunto dos preços deles.



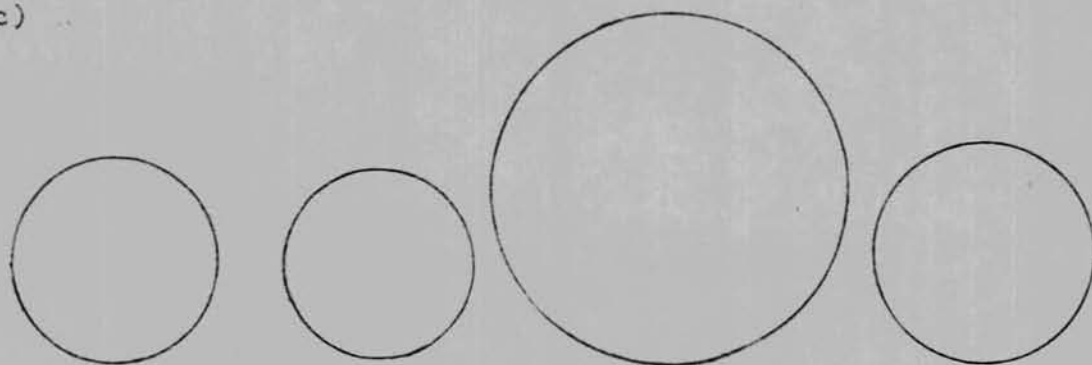
a) Arrume no espaço abaixo os chocolates e os preços em ordem crescente.

b)



- Grife de vermelho o preço do chocolate maior
- Grife de azul o preço do chocolate menor.

c)



40 cruzeiros    30 cruzeiros    20 cruzeiros    10 cruzeiros

- Grife de verde o preço do chocolate que vem imediatamente depois do preço do menor chocolate.
- Grife de amarelo o preço do chocolate que vem imediatamente antes do preço do maior chocolate.

d) Desenhe os quatro chocolates e escreva o preço embaixo de cada um deles, no espaço abaixo.

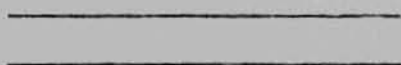
e) Você vai comprar apenas dois chocolates.

Você vai comprar os chocolates mais caros do que 20 cruzeiros.

- Desenhe os chocolates que você comprará e escreva o preço embaixo de cada um deles, no espaço abaixo.

89) 6 é o dobro de 3 \_\_\_\_\_  
 3 vezes o quatro é \_\_\_\_\_  
 6 é a metade de \_\_\_\_\_

99) Você tem abaixo dois pauzinhos.



a) Os dois pauzinhos são do mesmo tamanho ou um deles  
 é mais comprido que o outro? \_\_\_\_\_  
 Por que? \_\_\_\_\_

b) E agora? \_\_\_\_\_

- Tem um pauzinho mais comprido que o outro? \_\_\_\_\_

- Os dois são do mesmo comprimento? \_\_\_\_\_

- Como é que você sabe? \_\_\_\_\_

c) Agora, você tem abaixo um pauzinho e uma cobrinha.



- O pauzinho e a cobrinha são do mesmo tamanho ou  
 um deles é mais comprido que o outro? \_\_\_\_\_



- d) Se dois homenzinhos tivessem de andar ao longo do pauzinho e ao longo da cobrinha, eles andariam a mesma distância? Ou um deles teria de andar mais? \_\_\_\_\_
- 

- 10) Se o Pedrinho do Sítio do Pica-pau-amarelo tiver 11 anos, você será mais novo(a) ou mais velho(a) do que ele? Para você saber, o que você precisa fazer?

S.M.

Solução

Resposta

## A N E X O 6

PROVA DE MATEMÁTICA

- FINAL -

## PROVA DE MATEMÁTICA

Para fins de tratamento estatístico, alguns ítems ou parte de ítems das questões da prova de matemática aplicada no final do experimento no grupo experimental foram eliminados ou unidos. Senão vejamos:

- questão nº 1: foi anulada a pergunta "Por qu?" dos ítems a, b, c.

- questão nº 2: foram anulados os ítems a e d. Os ítems b e c passaram a corresponder ao ítem a e o ítem e passou a corresponder ao ítem b da prova inicial.

- questão nº 7: os ítems c e d foram unidos e passaram a corresponder ao ítem c da questão nº 7 da prova inicial; os ítems e e f da prova final passaram respectivamente, a corresponder aos ítems d e e da prova inicial.

- questão nº 9: foi anulado o último ítem desta questão.

Quanto à prova de matemática inicial, foram anulados os ítems b e o último ítem da referida questão.

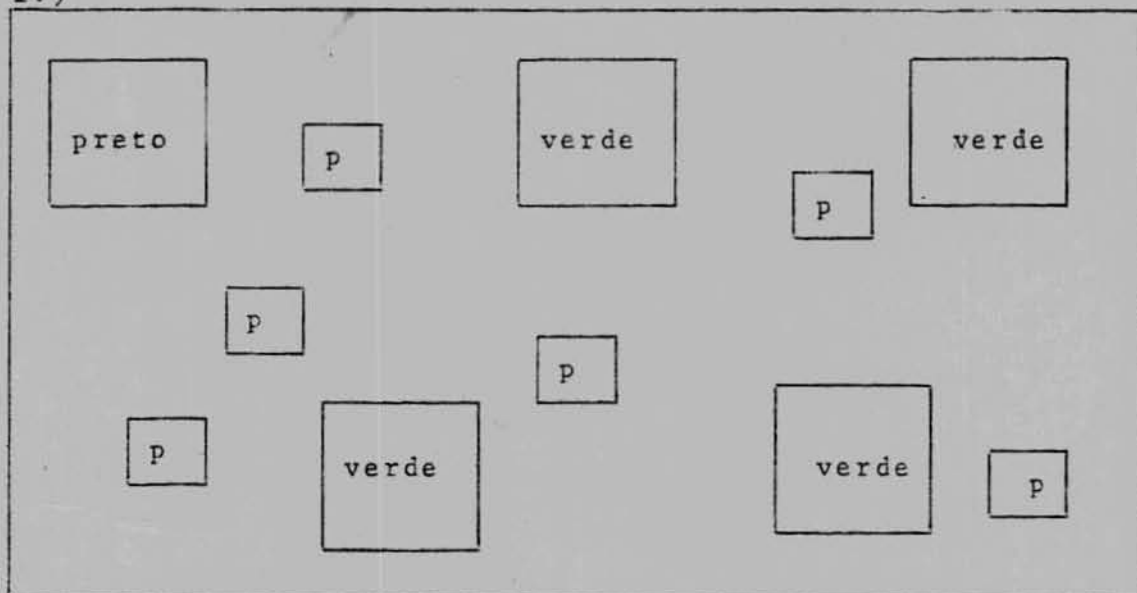
MATEMÁTICA - 2.<sup>a</sup> SÉRIE DO 1º GRAU

## - PROVA FINAL -

NOME: \_\_\_\_\_

DATA: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_

1º)



\* p = preto  
v = verde

No quadro acima você tem quadrados coloridos de preto e verde.

a) No quadro acima você tem mais quadrados verdes ou mais quadrados pretos? \_\_\_\_\_

Por que? \_\_\_\_\_

b) Se você retirar do quadro acima todos os quadrados pretos, ainda sobrarão quadrados? \_\_\_\_\_

Por que? \_\_\_\_\_

c) Se você retirar todos os quadrados do quadro acima, ainda sobrarão quadrados? \_\_\_\_\_

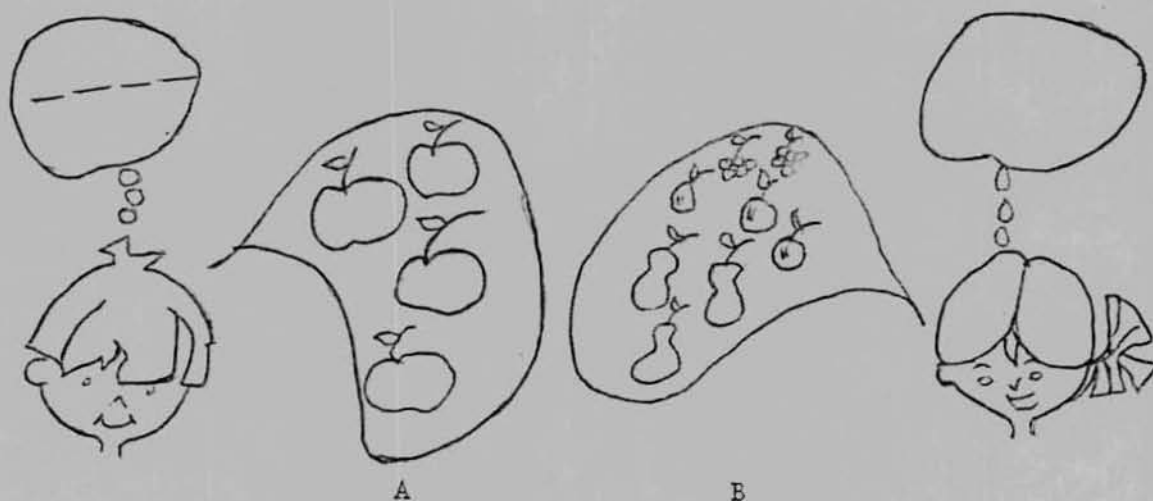
Por que? \_\_\_\_\_

d) No quadro mencionado tem mais quadrados verdes ou mais quadrados pretos? \_\_\_\_\_

Por que? \_\_\_\_\_

e) Qual o total de quadrados no quadro acima? \_\_\_\_\_

29) Descubra o que pensou cada criança ao reunir as frutas:

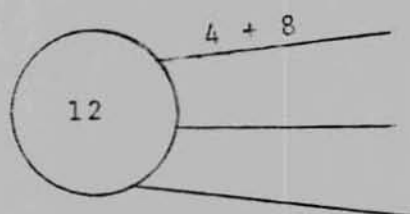


a) Vamos unir esses conjuntos?

$A \cup B =$

b) O conjunto A unido ao conjunto B tem ..... elementos.

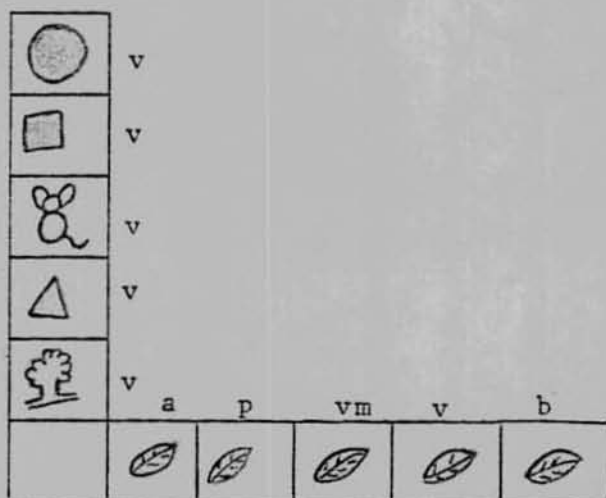
- c) Ache outras continhas de somar que dão como total o número 12.



- d) Descubra o termo que falta:

$$\begin{array}{r}
 10 \\
 + \quad \\
 \hline
 12
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 9 \\
 + \quad \\
 \hline
 12
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 + \quad 10 \\
 \hline
 12
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 11 \\
 + \quad \\
 \hline
 12
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 12 \\
 + \quad \\
 \hline
 12
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 5 \\
 + \quad \\
 \hline
 12
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 6 \\
 + \quad \\
 \hline
 12
 \end{array}$$

39)



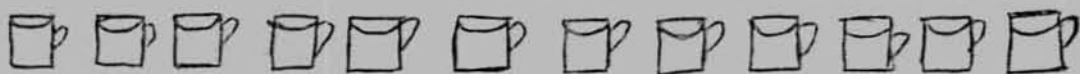
LEGENDAS:

a = azul  
 p = preto  
 v = verde  
 vm = vermelho  
 b = branco

Você tem acima duas tiras com desenhos coloridos. Encontre o objeto que combine com as duas tiras e desenhe-o no espaço em branco.

49) Hoje é aniversário de Maria.

Ela comprou os seguintes objetos para distribuir: 12 balões, 12 petecas e 12 copinhos.



- Maria arrumou a mesa para a sua festa de aniversário. Ela guardou um número igual de brinquedos em cada copinho.
- Maria guardou todos os balões e petecas dentro dos copinhos.
  - a) Se Maria guardou um número igual de brinquedos em cada copinho, quantos brinquedos couberam em cada copinho? \_\_\_\_\_
- Agora, Maria mudou a maneira de guardar os brinquedos nos copinhos, para ver se a mesa iria ficar mais bonita.
- Maria guardou então, um brinquedo em cada copinho.
  - b) Quantos copinhos Maria precisou para guardar todos os brinquedos?
  - c) Desenhe no espaço abaixo todos os copinhos que Maria precisou, para guardar um brinquedo em cada copinho.



- Maria primeiro guardou dois brinquedos em cada copinho.

Depois, Maria guardou seus vinte e quatro brinquedos colocando um brinquedo em cada copinho.

- d) Maria ficou com o mesmo tanto de brinquedos ao guardar os brinquedos de modo diferente? \_\_\_\_\_  
Por que? \_\_\_\_\_

59) Na gincana esportiva do Colégio Vocacional, a 1.<sup>a</sup> série alcançou 59 pontos, a 2.<sup>a</sup> série alcançou 61 pontos e a 3.<sup>a</sup> série alcançou 45 pontos.

- a) Ligue cada série de (A) com um único número de (B):

- 1. <sup>a</sup> série	- 61
- 2. <sup>a</sup> série	- 45
- 3. <sup>a</sup> série	- 59
(A)	(B)

- b) Faça a correspondência do que fôr verdadeiro:

- 2. <sup>a</sup> série	- Alcançaram diferentes números de pontos.
- 3. <sup>a</sup> série	- Alcançou dois pontos a menos que a 2. <sup>a</sup> série.
- 1. <sup>a</sup> série	- Alcançou maior número de pontos.
- as 3 séries	- Alcançou menor número de pontos.

- c) Escreva em ordem decrescente o número de pontos alcançados pela 1.<sup>a</sup> série, 2.<sup>a</sup> série e 3.<sup>a</sup> série, na gincana:

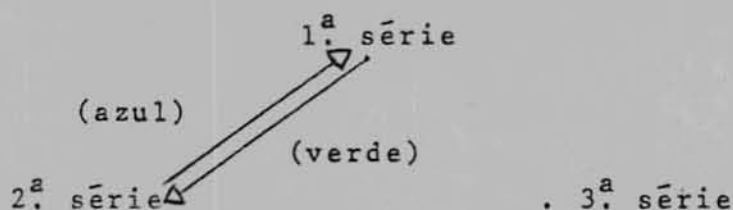
\_\_\_\_\_

d) Os alunos de 1.<sup>a</sup>, 2.<sup>a</sup> e 3.<sup>a</sup> séries que participaram da gincana, realizaram o jogo: "Tenho maior número de pontos que vocês" e "Tenho menor número de pontos que vocês".

- Elas falaram em azul: "Tenho maior número de pontos que vocês".

- E, em verde: "Tenho menor número de pontos que vocês".

Todas as flechas foram desenhadas?



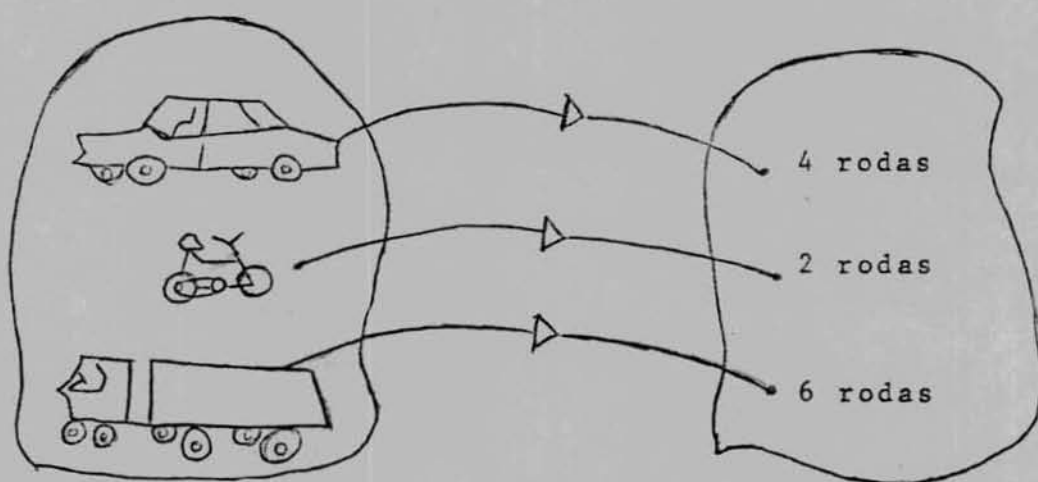
e) Complete usando o sinal  $>$  ou  $<$  : 61....59

59....45

61....45

69) Desenhe três conjuntos (A,B,C) de forma que você possa fazer a correspondência ou ligar cada elemento de um conjunto com cada elemento dos outros conjuntos:

79) Você tem abaixo um conjunto de veículos e um conjunto de rodas:



a) Escreva no espaço abaixo, o nome de cada veículo e o número de rodas de cada um, em ordem crescente:

Nome do veículo	Número de rodas
_____	_____
_____	_____
_____	_____

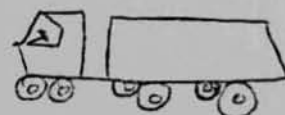
b) Grife de preto o veículo que tem maior número de rodas.  
Grife de amarelo o veículo que tem menor número de rodas.



4 rodas



2 rodas



6 rodas

c) Escreva o nome do veículo que tem o número de rodas imediatamente superior ao número de rodas do menor veículo:

\_\_\_\_\_

- d) Escreva o nome do veículo que tem o número de rodas imediatamente inferior ao número de rodas do maior veículo:

---

- e) Desenhe os três veículos e escreva o número de rodas que cada um tem:

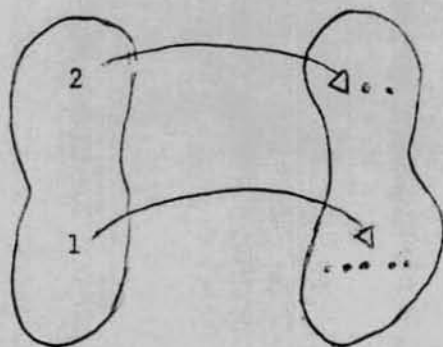
- f) O senhor José quer comprar dois veículos.

Ele deseja comprar os veículos que têm mais de duas rodas.

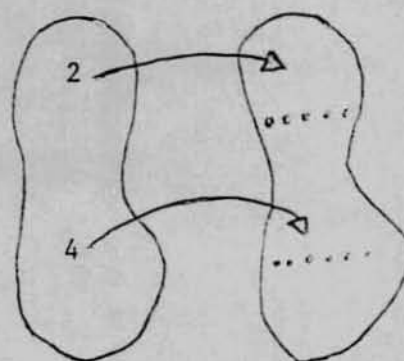
Escreva o nome dos veículos que o senhor José irá comprar. E, escreva embaixo de cada um deles, o seu número de rodas.

89) -

- a) Caminhe para o dobro:



- b) Caminhe para a metade:



99) Você tem abaixo o caminho que vai da casa de Eva até à escola.

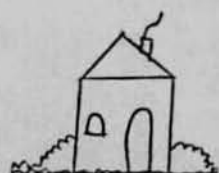
E, o caminho que vai da casa de André até à escola.

a) Quem anda mais para chegar à escola: Eva ou André?

( ) Eva

( ) André

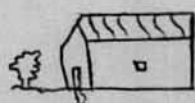
Por que? \_\_\_\_\_



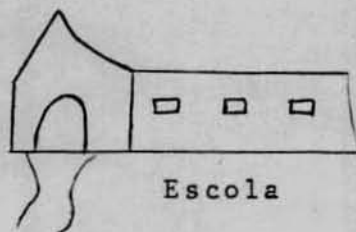
Casa de Eva



Escola



Casa de André



Escola

b) No espaço abaixo você tem dois caminhos:

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

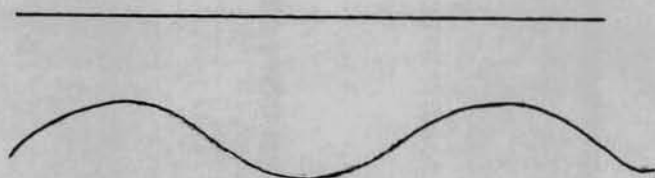
- Existe um caminho mais comprido que o outro?

( ) sim

( ) não

Por que? \_\_\_\_\_

c) no espaço abaixo existem dois caminhos:



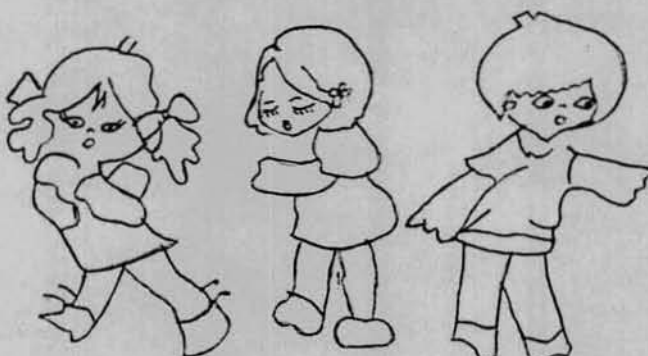
- Existe um caminho mais comprido que o outro?

( ) sim

( ) não

Por que? \_\_\_\_\_

109) Descubra a idade das crianças.



Vera

Delí

Pedro

- Delí é mais velha que Vera.

- ~~Delí~~ Vera é mais velha que Pedro.

Ligue o nome de cada criança à sua idade

Delí

4 anos

Vera

7 anos

Pedro

8 anos.



## A N E X O 7

PLANOS DE AULA DE MATEMÁTICA  
— GRUPO EXPERIMENTAL



## I-LÓGICA / II-CONJUNTO / III-RELAÇÕES

OBJETIVO	CONTEÚDO	ESTRATÉGIA
<p>A criança deverá apresentar seu nível para:</p> <p>-Operar com coordenação entre extensão ("alguns", "to<u>dos</u>") e compreensão (atribu<u>tos</u>) de classes.</p> <p>-Descobrir a relação parte/todo através de exercícios que supõem inclusão de clas<u>ses</u> ou inclusões hierárqui<u>cas</u>.</p> <p>-Trabalhar o pensamento reversível ao efetuar exercícios que supõe simultaneamente, operar com o todo(B) como sendo a soma das partes (<math>A+A'</math>) e a parte como sendo o resultado da subtração <math>B-A=A'</math> ou <math>B-A'=A</math>.</p> <p>-Operar demonstrando sua capacidade de compreensão da conservação do dado.</p> <p>-Responder a perguntas gerais sobre inclusão.</p> <p>-Operar com conceitos tais como: maior que, menor que, mais que, menos que.</p>	<p>-Inclusão de classes</p>	<p>-EM CLASSE-</p> <p>-Repetir estratégia 1.5 da lógica, variando as figuras e fazendo novas perguntas.</p> <p>Modo operacional:</p> <p>1º) Recorte os bichinhos e <u>ar</u>rume-os como você quiser (<u>pa</u>ra a criança).</p> <p>2º) "Você tem mais patos ou bichos de penas?" (indicando o conjunto das gravuras <u>iden</u>tificando aves).</p> <p>3º) "Há mais bichos de penas ou animais?"</p> <p>4º) "Se matarem todos os patos, sobram aves?" "E, sobram animais?"</p> <p>5º) "Se matarem todas as aves, sobram patos?" "E, se matarem todos os animais, vão <u>so</u>brar aves?"</p> <p>6º) "Os patos são aves?" "Os patos são animais?"</p> <p>7º) "Há mais aves ou mais patos?"</p> <p>8º) "Na natureza há mais animais que voam ou mais animais?"</p>

(Continua)

(Continuação)

OBJETIVO	CONTEÚDO	ESTRATÉGIA
		<p>- PARA CASA -</p> <p>Cole as figuras que você recortou hoje em classe e escreva uma estorinha sobre as mesmas.</p> <p>Você se lembra das perguntas que a professora fez sobre as figuras?</p> <p>Você poderá usá-las na sua estorinha, caso queira.</p>
<p>A criança deverá apresentar o seu nível para:</p> <p>-Reconhecer um conjunto em compreensão e extensão, simultaneamente.</p> <p>-Determinar se um elemento <math>\in</math> ou <math>\notin</math> a um conjunto.</p> <p>-Reativar as noções de conjunto e elemento.</p>	<p>-Conjuntos -</p> <p>Propriedades</p>	<p>Elaborar ficha individual: EM CLASSE e PARA CASA.</p> <p>BRASIL, L.Alberto. <i>Aplicações da teoria de Jean Piaget ao ensino da matemática</i>. R.J., Forense, 1977, p.41-5.</p>
<p>-Identificar o conjunto complementar através da negação de uma e mais de uma qualidade.</p> <p>-Reclassificar um conjunto de objetos já classificados.</p> <p>-Utilizar o conectivo "OU".</p>	<p>-Conjunto Complementar:</p> <p>-Uso de negação</p> <p>-Conectivo "OU"</p>	<p>-Corrigir em classe a ficha PARA CASA do dia anterior. Discutir com as crianças os acertos e erros. A professora deve assumir a posição de questionadora. Deixe que as próprias crianças encaminhem o seu raciocínio.</p> <p>-Elaborar ficha individual: EM CLASSE e PARA CASA.</p>

(Continua)

(Continuação)

OBJETIVO	CONTEÚDO	ESTRATÉGIA
-Reconhecer e identificar o todo e as partes.	-Relação PARTE/TODO	-Corrigir em classe a tarefa de casa do dia anterior. Levantar perguntas às crianças sobre as classificações feitas. Encaminhar a discussão de forma a proporcionar às crianças, a assimilação de que há várias maneiras de fazer classificações de um mesmo material, sem contudo, alterar o todo. Ativar o domínio da relação parte/todo. -Repetir em classe a estratégia sobre atividade lógica do dia anterior, variando o material.
-Utilizar o conectivo "E". -Criar sistemas multiplicativos. -Utilizar a negação e o conectivo "E".	-Conectivo "E"	-Jogo coletivo: Perguntar às crianças: "-O que pode ser azul e branco?" "-O que pode ser verde, amarelo, azul e branco?" "-O que pode ser <u>comprido</u> e fino?" OBSERVAÇÃO:-ACEITE RESPOSTAS DIFERENTES.

(Continua)

(Continuação)

OBJETIVO	CONTEÚDO	ESTRATÉGIA
		Em seguida, pedir às próprias crianças: CRIEM perguntas para as outras crianças responderem. -Exercício em classe: BRASIL, Governo do Estado do Rio de Janeiro. Secretaria da Educação e Cultura. <i>Proposta metodológica. Educação Pré-Escolar, Ensino de 1º Grau (2ª e 3ª séries).</i> Rio de Janeiro, Laboratório de Currículos, 1978. p.352.
-Reativar as noções de inclusão de classes; relação parte/todo; uso de conectivos ("E", "O", "NÃO").	-Revisão de conteúdos desenvolvidos	-Ficha em classe através de trabalho em grupo.
-Operar através da multiplicação lógica de classes, -Reconhecer a interseção de conjuntos.	-Multiplicação lógica -Interseção de conjuntos.	-Exercício em classe: PIAGET, J. & INHLEIDER, B.O. <i>de desenvolvimento das quantidades físicas na criança.</i> Rio de Janeiro, Zahar, 1975. p.36. -Ficha com exercícios para serem feitos em classe. DIENES, Z.P. & GOLDING, E.W. <i>Conjuntos, números e potências</i> , 2.ed. São Paulo, EPU, 1974. p.93.

(Continua)

(Continuação)

OBJETIVO	CONTEÚDO	ESTRATÉGIA
-Operar com a noção de equivalência.	-Equivalência	-Exercício em classe: PIAGET, J. & SZEMINSKA, A. <i>A gênese do número na criança</i> . Rio de Janeiro, Zahar, 1975. p.255.
-Operar usando a propriedade comutativa da adição de classes.	-Propriedade comutativa (adição de classes)	-Exercício em classe: variar o material e trabalhar o exercício de PIAGET, J. & SZEMINSKA, A. <i>A gênese do número na criança</i> . R.J., Zahar, 1975. p.255.
-Estabelecer a correspondência biunívoca.	-Correspondência biunívoca -Relações entre os elementos de conjuntos	-Exercício em classe: BRASIL. Governo do Estado do Rio Grande do Sul. Secretaria da Educação e Cultura. Universidade Federal do R. G.do Sul. <i>Testagem de uma metodologia e ensino no currículo por atividades</i> . Porto Alegre, Supervisão Técnica. RELATÓRIO - Projeto de integração SEC e UFRGS, 1978. *Selecionar dois exercícios.
-Classificar ou fazer coleções mesmo que haja um só elemento.	-Conjunto unitário e não-unitário	-EM CLASSE - PIAGET, J. & INHELDER, B. <i>Gênese das estruturas lógicas elementares</i> . Rio de Janeiro, Zahar, 1975. p.157.

(Continua)

(Continuação)

OBJETIVO	CONTEÚDO	ESTRATÉGIA
<p>-Operar com as noções de conjunto (o que é; propriedades,...) em situações distintas.</p>	<p>-Conjunto</p>	<p>-PARA CASA- Pedir às crianças para desenharem os elementos que têm no quarto de dormir delas.</p> <p>Após este desenho, pedir para elas descobrirem outras 3 maneiras diferentes de representar o conjunto. seu quarto.</p> <p>-Exercício em classe:</p> <p>-A vovô de Chapeuzinho Vermelho pediu para ela ir pegar um conjunto de flores na floresta.</p> <p>Mas, Chapeuzinho Vermelho não sabe o que é conjunto. Você é capaz de ensinar a Chapeuzinho Vermelho tudo o que você sabe sobre conjuntos?</p> <p>Ensine como você quiser. Escreva, desenhe ou faça como achar melhor.</p> <p>Após as crianças terem feito o exercício, pedir para elas se reunirem em grupo a fim de apresentarem ao grupo o que fizeram.</p>
<p>-Seriar (sucessão) ao operar através da adição de diferenças, assimilando a "SUCESSÃO" de algo.</p>	<p>-Seriar -Ordenar</p>	<p>-Exercício em classe: BRASIL. Governo do Estado do Rio Grande do Sul. Secretaria da Educação e Cultura.</p>

(Continua)

(Continuação)

OBJETIVO	CONTEÚDO	ESTRATÉGIA
<p>-Manifestar através de "ações", respostas adequadas à pergunta: "ONDE?" na sequência ordenada dos números (ordenar - "onde?").</p> <p>-Seriari e ordenar operando adequadamente com as DESIGUALDADES (<math>&gt;</math>, <math>&lt;</math>, <math>\neq</math>).</p>		<p>Universidade Federal do Rio Grande do Sul. <i>Testagem de uma metodologia e ensino no currículo por atividades</i>. Porto Alegre, Supervisão Técnica (SEC) e Faculdades de Educação (UFRS), 1978.</p> <p>*Selecionar dois exercícios.</p>
<p>-Organizar objetos na ordem crescente.</p> <p>-Organizar objetos na ordem decrescente.</p>	<p>-Ordem crescente e decrescente</p>	<p>Elaborar ficha para ser usada pelo aluno: uma em classe e uma para casa.</p> <p>OBS.: - usar Blocos Lógicos.</p>
<p>-Ordenar elementos de um conjunto usando uma relação tal como: antes de, depois de, diferente de, menor que, tem menos que, tem mais que,...</p> <p>-Usar a numeração ordinal.</p>	<p>-Seriari</p> <p>-Numeração ordinal</p>	<p>-Exercícios em classe: LIBERMAN et alii. GRUEMA: <i>Curso moderno de matemática para o ensino de 1º grau</i>: 2.ed. São Paulo, Nacional, 1977. p.37.</p> <p>-Exercício em classe: elaborar ficha para ser usada em classe, pelo aluno, sobre a numeração ordinal.</p>
<p>-Reconhecer e identificar relações simétricas.</p>	<p>-Relações simétricas</p>	<p>-Exercício em classe: PAPY, Frédérique. <i>As crianças e a matemática</i>. Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico, 1974. p.1.</p> <p>-PARA CASA- Idem, bibliografia anterior, p.2.</p>

(Continua)



(Continuação)

OBJETIVO	CONTEÚDO	ESTRATÉGIA
<p>-Estabelecer correspondência um a um entre os elementos de dois conjuntos diferentes.</p> <p>-Construir a correspondência ordinal entre duas séries.</p>	<p>- Multiplica - ções biunív ocas de rela ções</p>	<p>Elaborar exercícios paralelos ao exercício de: PIA-GE, J. &amp; SZEMINSKA, A.A <i>gênese do número na criança</i>. Rio de Janeiro, Zahar, 1975. p.179.</p>

(Continua)

## IV — TOPOLOGIA

OBJETIVO	CONTEÚDO	ESTRATÉGIA
<p>A criança deverá apresentar o seu nível para:</p> <p>-Operar com figuras sem o uso de medidas;</p> <p>-Identificar início e fim das figuras; reconhecer a ausência de interrupções entre um ponto e outro.</p> <p>-Assimilar que tais características pertencem às figuras contínuas.</p> <p>-Percorrer caminhos contínuos.</p>	<p>-Noção do contínuo</p>	<p>-Pedir às crianças para desenharem um círculo ao redor de sua carteira, com giz de cor.</p> <p>-Em seguida, perguntar-lhes o que acharam do trabalho realizado.</p> <p>-Pedir-lhes para percorrerem com os dedos o caminho traçado.</p> <p>Diga: "O que aconteceu quando você fez o que eu pedi?" "Por que isto aconteceu?" "Você é capaz de fazer um desenho com começo e fim e, sem interrupções?" "O que, por exemplo?" "Então, o que é mesmo uma figura contínua?"</p> <p>-Pedir para elas desenharem e colorirem figuras contínuas.</p>
<p>-Reativar a noção de contínuo.</p> <p>-Distinguir traçados contínuos e descontínuos.</p>	<p>-Contínuo</p>	<p>-Programar com as crianças um passeio pela escola, a fim de elas observarem o que a escola tem e que é contínuo (instalações em geral, portas, janelas, árvores,...)</p>

(Continua)

(Continuação)

OBJETIVO	CONTEÚDO	ESTRATÉGIA
		-Após o passeio, as crianças deverão desenhar e colorir o que viram na escola e que é contínuo.
-Assimilar as noções de <u>fe</u> chado e aberto. -Identificar e reconhecer uma figura fechada e/ou aberta.	-Propriedades invariáveis: "fechado/aberto"	Exercícios em classe: -DIENES, Z.P. <i>A geometria pelas transformações: I - Topologia, geometria projetiva e afim.</i> São Paulo, EPU, 1975. p.42. -BRASIL, L.A. <i>Aplicações da teoria de Piaget ao ensino da matemática.</i> Rio de Janeiro, Forense, 1977. p.35. -PARA CASA- LIBERMAN et alii. GRUEMA: <i>Curso moderno de matemática para o ensino de 1º grau.</i> 2. São Paulo, Nacional, 1977. p.72.
-Identificar figuras <u>cont</u> ínuas e <u>descont</u> ínuas.	-Contínuo	-Desenhar no quadro-giz figuras contínuas e descontínuas e pedir para as crianças identificarem quais as contínuas e quais as descontínuas.
-Reativar seus esquemas <u>as</u> similativos sobre "fechado/aberto". -Assimilar a noção de <u>fron</u> teira como sendo a linha de contorno que define as regiões: interna (o que <u>es</u>	-Fronteira	Exercícios em casa e para casa: BRASIL, L.A. <i>Aplicações da teoria de Piaget ao ensino da matemática.</i> Rio de Janeiro, Forense, 1977. p.36-8. -BRASIL. Governo do Estado do Rio de Janeiro. Secretaria -

(Continua)

(Continuação)

OBJETIVO	CONTEÚDO	ESTRATÉGIA
tã dentro) e externa (o que está fora).		-BRASIL. Governo do Estado do Rio de Janeiro. Secretaria de Educação e Cultura. <i>Proposta metodológica</i> . Ensino de 1º grau (2ª e 3ª séries). Rio de Janeiro, Laboratório de Currículos, 1978. p.327-8.
-Identificar o interior de de um ambiente nomeando alguns dos objetos que nele se encontram.		
-Identificar fronteiras.	-Fronteira	<p>Exercícios em classe:</p> <p>-Questionamento à classe:</p> <p>- "Qual a fronteira da nossa classe?"</p> <p>- "Qual a linha que contorna o quadro-giz?"</p> <p>- "Qual o limite da sua carteira?"</p> <p>- "Vocês sabem quais são as fronteiras de Goiás?" "Já ou viram falar nessa fronteira ou já a viram?"</p> <p>Em seguida, pedir para as crianças fazerem o jogo:</p> <p>"Qual é a fronteira de..."</p> <p>Dividir a classe em duas equipes que competirão.</p> <p>-Exercícios para casa:</p> <p>LIBERMAN, M.P. et alii.</p> <p>GRUEMA: <i>Curso moderno de matemática para o ensino de 1º grau</i>. 2. São Paulo, Nacional, 1977. p.75.</p>

(Continua)

(Continuação)

OBJETIVO	CONTEÚDO	ESTRATÉGIA
-Identificar a fronteira de uma superfície.	-Fronteira	Exercício em classe: BRASIL. Governo do Estado do Rio de Janeiro. Secretaria de Educação e Cultura. <i>Proposta metodológica</i> . Ensino de 1º grau (2.ª e 3.ª séries) Rio de Janeiro. Laboratório de Currículos, 1978. p.361.
-Situar e ordenar acontecimentos no tempo, tais como: antes/depos, ontem, hoje e amanhã.	-Noções de tempo	Exercício em classe: BRASIL. Governo do Estado do Rio de Janeiro. Secretaria de Educação e Cultura. <i>Proposta metodológica</i> . Ensino de 1º grau (2.ª e 3.ª séries). Rio de Janeiro. Laboratório de Currículos, 1978. p.235. -Exercício para casa: A professora deverá elaborar um exercício semelhante ao dado em classe.
-Demonstrar a capacidade de compreensão da noção de conservação de tempo.	-Conservação de tempo	Exercício em classe: A professora deverá elaborar exercícios que explorem a compreensão de equivalências temporais.
-Identificar durações e sucessões temporais.	-Durações e sucessões temporais	Exercício em classe: BRASIL. Governo do Estado do Rio de Janeiro. Secretaria de Educação e Cultura. <i>Provosta</i>

(Continua)

(Continuação)

OBJETIVO	CONTEÚDO	ESTRATÉGIA
----------	----------	------------

*metodológica*. Ensino de 1º grau (2.<sup>a</sup> e 3.<sup>a</sup> séries). Rio de Janeiro. Laboratório de Currículos, 1978. p.241.

(Continua)

## V - NOÇÃO DE MEDIDA

OBJETIVO	CONTEÚDO	ESTRATÉGIA
<p>A criança deverá demons- trar seu nível para:</p> <p>-Reconhecer as caracterís- ticas dos líquidos (o que acontece ao líquido quan- do é derramado; gelado;...)</p>	<p>-Característi- cas dos líqui- dos</p>	<p>Exercício em classe: BRA- SIL. Governo do Estado do Rio de Janeiro. Secretaria de Educação e Cultura. <i>Pro- posta metodológica</i>. Ensino de 1º grau (2.<sup>a</sup> e 3.<sup>a</sup> séries). Rio de Janeiro, Laborató- rio de Currículos, 1978. p.365.</p>
<p>-Apreender a noção de con- servação de quantidades contínuas.</p>	<p>-Conservação de quantida- des contínuas</p>	<p>Exercício em classe: BRA- SIL. Governo do Estado do Rio de Janeiro. Secreta- ria de Educação e Cultura. <i>Proposta metodológica</i>. En- sino do 1º grau (2.<sup>a</sup> e 3.<sup>a</sup> séries), Rio de Janeiro, Laboratório de Currículos, 1978. p.365.</p>
<p>-Avaliar distâncias.</p>	<p>-Distâncias</p>	<p>Exercício em classe: BRA- SIL. Governo do Estado do Rio de Janeiro. Secreta- ria de Educação e Cultura. <i>Proposta metodológica</i>. En- sino do 1º grau (2.<sup>a</sup> e 3.<sup>a</sup> séries), Rio de Janeiro, Laboratório de Currículos, 1978. p.366.</p>

(Continua)



(Continuação)

OBJETIVO	CONTEÚDO	ESTRATÉGIA
-Reconhecer a conservação do comprimento independentemente das mudanças que ocorram na sua posição.	-Conservação do comprimento	<p>Exercício em classe:</p> <p>I-Perguntar a uma criança qual é a sua medida de comprimento.</p> <p>Caso ela não saiba, perguntar às crianças o que se pode fazer para descobrir quanto aquela criança mede. Após as sugestões das crianças (medir através de palmos; medir através de um pedaço de barbante; medir através da régua;etc) selecionar, sempre ouvindo o parecer das crianças, qual o critério que será considerado.</p> <p>II-Após saber a medida da criança seja de qual forma for, pedir à criança para subir em uma cadeira.</p> <p>Perguntar: "Agora você está do mesmo tamanho que você estava antes de subir na cadeira"?</p> <p>Questionar a criança o por que de sua resposta. Questionar as outras crianças sobre o evento.</p>

(Continua)

## VI - SISTEMA DE NUMERAÇÃO

OBJETIVO	CONTEÚDO	ESTRATÉGIA
<p>A criança deverá apresentar o seu nível para:</p> <p>-Apreender a noção de <u>con</u>servação do número.</p>	<p>-Conservação do número</p>	<p>Exercício em classe:</p> <p>DIENES, Z.P. <i>Conjuntos, números e potências</i>. São Paulo, EPU, 1974. p.27.</p> <p>-PIAGET, J. <i>A gênese do número na criança</i>. Rio de Janeiro, Zahar, 1975. p.73.</p>
<p>-Fazer agrupamentos sucessivos dos elementos de conjunto como preparação à noção de base de um sistema de numeração.</p>	<p>-Numeração de base cinco</p>	<p>-Ficha para o aluno:</p> <p>1º) Vamos trocar idéias?</p> <p>Coloque sua carteira de frente à do seu(sua) colega e comecem a brincadeira:</p> <p>a) Juntando todos os dedos de suas quatro mãos, quantos dedos vocês terão?</p> <p>b) Quantos grupos de quatro mãos têm?</p> <p>c) Agrupem os dedos das quatro mãos de 5 em 5. Quantos grupos de 5 têm 4 mãos?</p> <p>d) Escondam 5 dedos das 4 mãos. Quantos dedos sobram?</p> <p>e) Compare o número de dedos das suas mãos com o número de dedos das duas mãos de seu(sua) colega.</p> <p>O que você tem a dizer?</p>

(ConLinua)

(Continuação)

OBJETIVO	CONTEÚDO	ESTRATÉGIA
-Assimilar a numeração de base cinco, até à 4. <sup>a</sup> ordem (milhar).	Numeração de base cinco	<p>Exercício em classe:</p> <p>-BRASIL.Governo do Estado do Rio de Janeiro. Secretaria de Educação e Cultura. <i>Proposta metodológica</i>. Ensino de 1º grau (2.<sup>a</sup> e 3.<sup>a</sup> séries). Rio de Janeiro, Laboratório de Currículos, 1978. p.369.</p> <p>Exercício para casa:</p> <p>-LIBERMAN, M.P. et alii. GRUEMA: <i>Curso moderno de matemática para o ensino de 1º grau</i>. 2. São Paulo, Nacional, 1977. p.46.</p>
-Operar através de trocas de conjuntos equivalentes.	Conjuntos equivalentes	<p>Exercício em classe:</p> <p>Material: Dourado</p> <p>Procedimento:</p> <p>Para cada grupo de 4 alunos: .distribuir 2 dezenas (2 pauzinhos maiores) e 20 unidades (20 pauzinhos individuais) para cada grupo.</p> <p>1º)A professora deverá escrever um número do quadro-giz,por exemplo, 20 e pedir para as crianças representarem este número usando o menor número possível de peças.</p> <p>Ex.: 20 = 2 dezenas</p> <p>2º)Pedir para uma criança registrar no quadro-giz a</p>

(Continua)

(Continuação)

OBJETIVO	CONTEÚDO	ESTRATÉGIA
		<p>equivalência</p> <p>3º) Repetir este exercício mais duas vezes.</p> <p>Ex.: 15, 19.</p> <p>OBS.: Caso a professora tenha tempo disponível e sinta a necessidade de repetir a estratégia, dar mais material para as crianças e repetir os exercícios variando os números.</p>
<p>-Reconhecer que o sistema de numeração decimal é formado de agrupamentos de 10 elementos.</p>	<p>Numeração de base dez</p>	<p>Exercício em classe:</p> <p>-BRASIL, L.A. <i>Aplicação da teoria de Piaget ao ensino da matemática</i>. Rio de Janeiro, Forense, 1977. p.59-62.</p> <p>A professora deverá formular uma ficha para ser usada em sala de aula e uma para casa.</p>
<p>-Operar com a base 5 e com a base 10.</p> <p>-Reconhecer em diferentes situações, unidades e dezenas.</p>	<p>-Grupamentos sucessivos</p> <p>-Unidade e dezena</p>	<p>Exercício em classe:</p> <p>Exercício de envelopar.</p> <p>Material: envelopes e grãos.</p> <p>Modo operacional:</p> <p>Distribuir a cada grupo, 70 grãos e 7 envelopes pequenos.</p> <p>Treinar o envelopar através dos exercícios da página 20 do Gruema.</p>

## VII - ADIÇÃO

OBJETIVO	CONTEÚDO	ESTRATÉGIA
<p>A criança deverá apresentar o seu nível para:</p> <p>-Operar a reunião aritmética das partes de um mesmo todo.</p> <p>-Identificar a identidade de um todo através de distintas composições aditivas de suas partes.</p> <p>-Reconhecer a igualação das diferenças (<math>4+4 = 7+1</math>).</p>	<p>A composição aditiva dos números e as relações aritméticas de parte para todo.</p>	<p>Exercício em classe:</p> <p>-PIAGET, J. <i>A gênese do número na criança</i>. Rio de Janeiro, Zahar, 1975. p.255.</p> <p>Exercício para casa:</p> <p>A professora deverá elaborar uma ficha.</p>
<p>-Operar através da adição numérica.</p>	<p>Conceito de adição numérica</p>	<p>Exercícios em classe:</p> <p>BRASIL, L.A. <i>Aplicações da teoria de Piaget ao ensino da matemática</i>. Rio de Janeiro, Forense, 1977. p.77-8.</p>
<p>-Operar usando a propriedade associativa da adição</p>	<p>Propriedade da adição associativa</p>	<p>Exercício em classe:</p> <p>-BRASIL. Governo do Estado do Rio de Janeiro. Secretaria da Educação e Cultura. <i>Proposta metodológica. Ensino de 1º grau (1ª e 2ª séries)</i>. Laboratório de Currículos, 1978. p.377.</p>
<p>-Operar usando a propriedade comutativa da adição</p>	<p>Propriedade da adição comutativa</p>	<p>Exercício em classe:</p> <p>DIENES, Z.P. &amp; GOLDING, E.W. <i>Conjuntos, números e potências</i>. São Paulo, EPU, 1974. p.13-7.</p>

(Continua)

(Continuação)

OBJETIVO	CONTEÚDO	ESTRATÉGIA
-Identificar a equivalência numérica ao usar as propriedades associativa e comutativa de adição.	Equivalência numérica	Exercício em classe: -A professora deverá elaborar uma ficha para os alunos.
-Compor e decompor números.	Composição e decomposição de números	Exercício em classe: -BRASIL. Governo do Estado do Rio de Janeiro. Secretaria de Educação e Cultura. <i>Proposta metodológica. Ensino de 1º grau (1ª e 2ª séries)</i> . Rio de Janeiro, Laboratório de Currículos, 1978. p.372.
-Descobrir o tempo que falta na operação da adição.	Reversibilidade: adição/subtração	Exercício em classe: -BRASIL, L.A. <i>Aplicações da teoria de Piaget ao ensino da matemática</i> . Rio de Janeiro, Forense, 1977. p.81.
-Calcular adições de números compostos sem reserva.	Adição de números compostos sem reserva	Exercício em classe: Usar como material: envelopes de tamanho pequeno, médio e grande e grãos. Os envelopes pequenos guardarão as unidades; os médios as dezenas e os grandes, as centenas. A professora deverá montar algumas contas com números compostos sem reservas, escrevendo-as no quadro-giz.

(Continua)

(Continuação)

OBJETIVO	CONTEÚDO	ESTRATÉGIA
-Calcular adições de números compostos com reserva.	Adição de números compostos com reserva	Exercício em classe: A professora deverá seguir a estratégia estipulada para adição de números compostos sem reserva.
-Descobrir a solução de problemas que envolvem adição.	Solução de problemas	Exercício em classe: A professora deverá selecionar no livro: LIBERMAN, M.P. et alii. GRUEMA: <i>Curso moderno de matemática para o ensino de 1º grau</i> . 2. São Paulo, Nacional, 1977, um problema sobre adição. A criança deverá usar material concreto para resolver os cálculos.



## VIII - MULTIPLICAÇÃO

OBJETIVO	CONTEÚDO	ESTRATÉGIA
A criança deverá apresentar o seu nível para: -Operar usando a <u>multiplicação</u> biunívoca de classes.	Multiplicação biunívoca de classes	Exercício em classe: -LIBERMAN, M.P. GRUEMA: <i>Curso moderno de matemática para o ensino de 1º grau</i> . 2. São Paulo, Nacional, 1977. p.27.
-Operar usando a <u>multiplicação</u> biunívoca de relações.	Multiplicação biunívoca de relações	Exercício em classe: -BRASIL. Governo do Estado do Rio de Janeiro. Secretaria de Educação e Cultura. <i>Reformulação de currículos</i> . 1976. p.72-3.
-Efetuar a multiplicação aritmética com a equidistribuição.	Multiplicação aritmética - noção.	Exercício em classe: -BRASIL. Governo do Estado do Rio de Janeiro. Secretaria de Educação e Cultura. <i>Proposta metodológica. Ensino de 1º grau (1ª e 2ª séries)</i> . Laboratório de Currículos, 1978. p.380, atividade de 1.
-Verificar a multiplicação como uma adição de parcelas iguais.	Multiplicação aritmética - noção	Exercício em classe: -BRASIL. Governo do Estado do Rio de Janeiro. Secretaria de Educação e Cultura. <i>Proposta metodológica. Ensino de 1º grau (1ª e 2ª séries)</i> . Laboratório de Currículos, 1978. p.380, atividade de 2.

(Continua)

(Continuação)

OBJETIVO	CONTEÚDO	ESTRATÉGIA
		Exercício para casa: -BRASIL, L.A. <i>Aplicações da teoria de Piaget ao ensino da matemática</i> . Rio de Janeiro, Forense, 1977. p.85. A professora deverá elaborar uma ficha.
-Utilizar a técnica operatória da multiplicação.	Multiplicação aritmética - "sem o dobro de".	Exercício em classe: -PAPY, Frédérique. <i>As crianças e a matemática</i> . Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico, 1973, 2.v. p.5.
-Descobrir a solução de problemas que envolvem multiplicação aritmética.	Solução de problemas	Exercício em classe: -BRASIL, L.A. <i>Aplicações da teoria de Piaget ao ensino da matemática</i> . Rio de Janeiro, Forense, 1977. p.86-7.

(Continua)

## IX - SUBTRAÇÃO

OBJETIVO	CONTEÚDO	ESTRATÉGIA
A criança deverá apresentar o seu nível para: -Operar a subtração numérica, explorando a noção de subtração com ação de retirar.	Subtração - como ação de retirar	Exercício em classe: -BRASIL, L.A. <i>Aplicações da teoria de Piaget ao ensino da matemática</i> . Rio de Janeiro, Forense, 1977. p.75. Usar material concreto: envelopes e grãos.
-Operar a subtração numérica, explorando a noção de subtração como ação de comparar.	Subtração - como ação de comparar	Exercício em classe: BRASIL, L.A. <i>Aplicações da teoria de Piaget ao ensino da matemática</i> . Rio de Janeiro, Forense, 1977. p.75-6. Usar material concreto: envelopes e grãos.
-Operar a subtração numérica, explorando a noção de subtração como ação de completar.	Subtração - como ação de completar	Exercício em classe: -BRASIL, L.A. <i>Aplicações da teoria de Piaget ao ensino da matemática</i> . Rio de Janeiro, Forense, 1977, p.76. Usar material concreto: envelopes e grãos.
-Operar os fatos básicos da subtração.	Fatos básicos - subtração	Exercício em classe: -BRASIL, L.A. <i>Aplicações da teoria de Piaget ao ensino da matemática</i> . Rio de Janeiro, Forense, 1977, p.82-3.

(Continua)

(Continuação)

OBJETIVO	CONTEÚDO	ESTRATÉGIA
-Descobrir o termo que falta em uma subtração.	Reversibilidade: subtração/adição	Exercício em classe: -A professora deverá elaborar uma ficha com exercícios sobre o conteúdo: reversibilidade - subtração/adição.  Os alunos deverão usar materiais concretos (grãos, tampinhas, palitos,...) para operacionalizar tais exercícios.
- Descobrir a solução de problemas que envolvem subtração(ões). -Formar conjunto - diferenças.	-Solução de problemas -Conjunto - diferença	Exercício em classe: -LIBERMAN,M.P. et alii. GRUEMA: <i>Curso moderno de matemática para o ensino de 1º grau</i> . 2. São Paulo, Nacional, 1977. p.57.  Exercício para casa: -DIENES,Z.P. <i>Conjuntos, números e potências</i> . São Paulo, EPU, 1974. p.122.
-Relacionar as noções de subtração e adição.	-Subtração e adição -Conjunto - diferença e união de conjuntos	Exercício em classe: A professora deverá elaborar uma ficha com exercícios que envolvam as noções de subtração e de adição.  Exercício para casa: A professora deverá elaborar uma ficha com exercícios que envolvam as noções de subtração e de adição.

(Continua)

(Conclusão)

OBJETIVO	CONTEÚDO	ESTRATÉGIA
		<p>-A professora deverá <u>insis</u> <u>tir</u> na necessidade de ope- rar usando material concre<u>re</u> to. Isto, tanto para resol<u>l</u> ver os exercícios em clas- se quanto para resolver os exercícios em casa.</p>

## MODELOS DE EXERCÍCIOS — GRUPO EXPERIMENTAL

Considerando o enfoque dado à teoria piagetiana sobre os agrupamentos de classes e relações, foram trabalhadas no ensino da matemática atividades estruturadas de acordo com a teoria acima referida, visando ativar a construção e o desenvolvimento de estruturas cognitivas.

Deu-se ênfase na ativação das estruturas cognitivas próprias dos agrupamentos I, II, V e VI devido ser a amostra deste estudo de crianças de 2.<sup>a</sup> série de 1º grau, com idade variando de 7 a 9 anos e nível de desenvolvimento mental predominantemente na fase de transição do pré-operacional para o operacional concreto, no início do experimento. Por estes mesmos motivos, os agrupamentos III e VII foram trabalhados com menor ênfase e os agrupamentos IV e VIII não foram trabalhados por considerarem-se muito complexos.

AGRUPAMENTO I

SOMA PRIMÁRIA DE CLASSES



Material utilizado: oito gravuras representando aves, sendo três patos, cinco aves de outras famílias e cinco animais de outras classes que não a das aves.

Procedimento: O professor estabelece com a criança uma conversa para verificar se ela identificava os animais representados nas diversas gravuras. Fazia então as duas perguntas abaixo, aguardando a resposta à primeira antes de propor a segunda: "Há mais patos ou bichos com o corpo coberto de penas?" (indicando o conjunto das gravuras identificando aves). Mostrando o conjunto das gravuras, pergunta: "Há mais bichos com o corpo coberto de penas ou animais?"



Procedimento:

1. Recortar as roupinhas do quadro B conforme a etiqueta da ficha 2.

Colocar as roupinhas recortadas na ficha 2.

2. Responda, em seguida, à pergunta:

1º) Há mais roupas de menino ou mais roupas? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Por que? \_\_\_\_\_

2º) Se você der as roupas de menino para o Pedrinho do Sítio do Pica-Pau-Amarelo, quantas roupas ele receberá? \_\_\_\_\_

3º) Então, o que é que tem mais? Roupas de menino ou roupas? \_\_\_\_\_

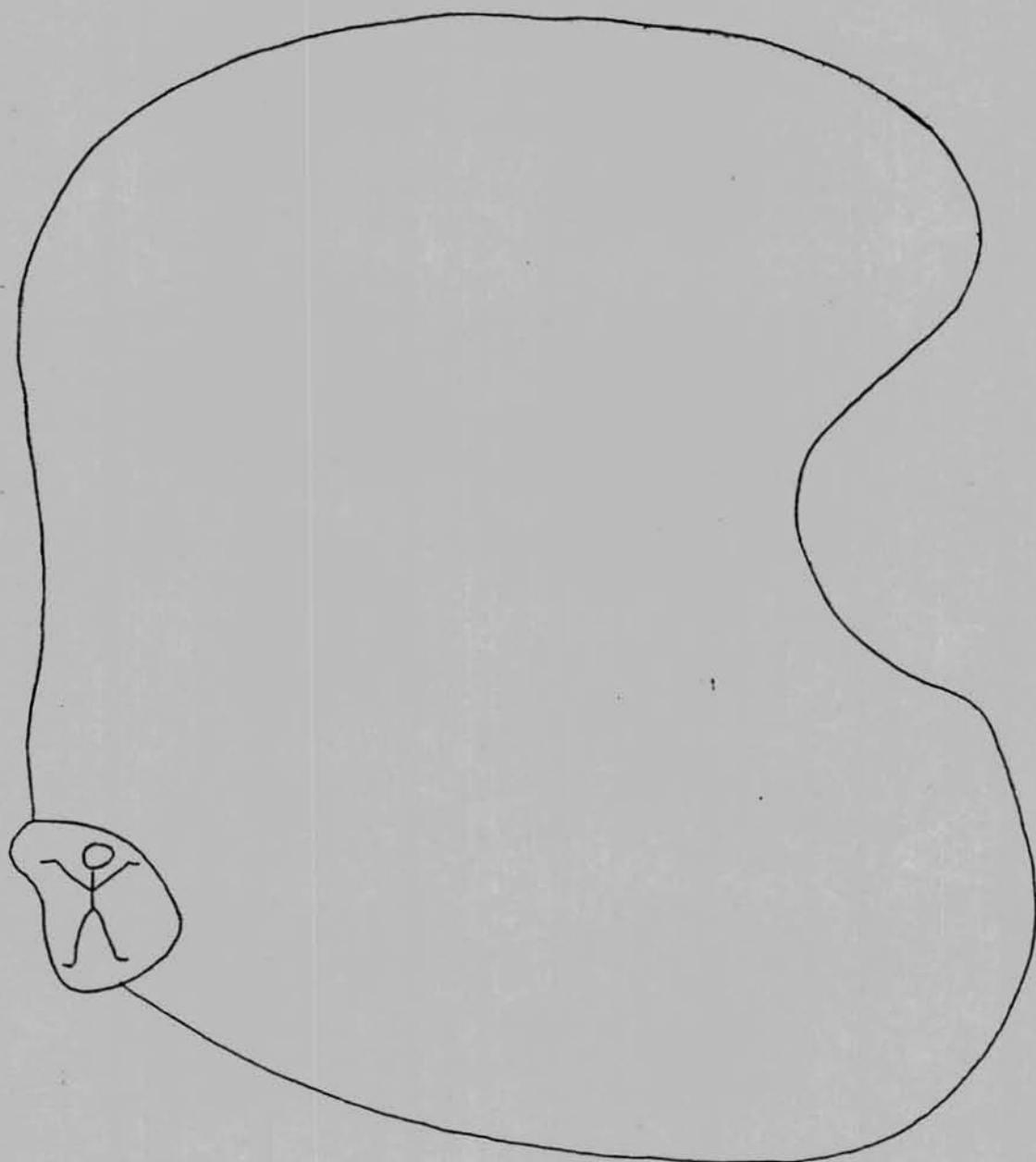
Por que? \_\_\_\_\_

Adaptação de:

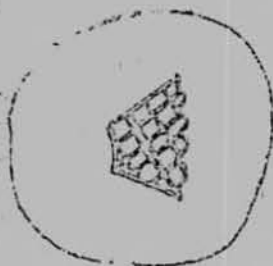
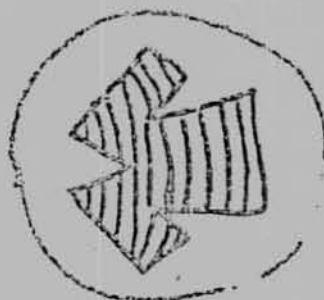
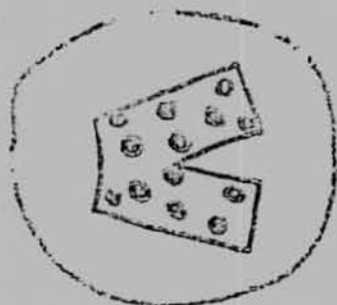
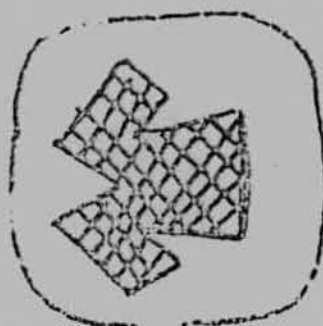
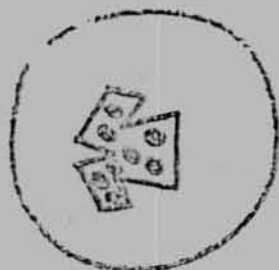
BRASIL. Governo do Estado do Rio Grande do Sul. Secretaria da Educação e Cultura. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. *Testagem de uma metodologia e ensino no currículo por atividades*. Porto Alegre, Supervisão Técnica (SEC) e Faculdade de Educação (UFRS), 1978.

Ficha 2

Cole as figuras de B no lugar correto.



B





1. Vamos descobrir?

52 rosas.  
46 cravos.  
Quantas flores?

..... = .....  
Hã mais flores ou rosas?.....

57 crianças.  
23 meninas.  
Quantos meninos?

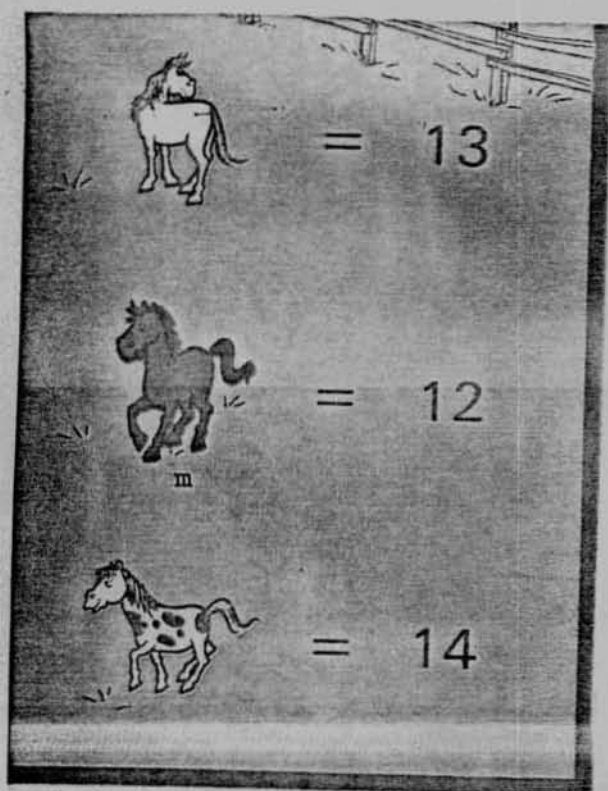
..... = .....  
Hã mais crianças ou meninos?....

12 pardais.  
24 sabiás.  
Quantos passarinhos?

..... = .....  
Hã mais passarinhos ou sabiás?..

A ..... ,ão, de:

POPPOVIC, Ana Maria et alii. *Programa Alfa Dois: Eu resolvo*  
1. São Paulo, Abril S/A Cultural e Industrial, 1978, p.  
56.



m = marrom

Adaptação de:

POPPOVIC, Ana Maria et alii.  
*Programa Alfa Dois: Eu re-  
 solvo 1.* São Paulo, Abril  
 S/A Cultural e Industrial,  
 1978, p. 57.

Quantos



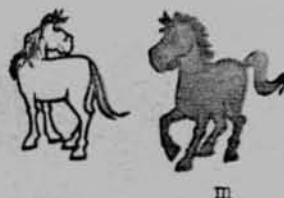
? .....

Quantos



? .....

Quantos



?

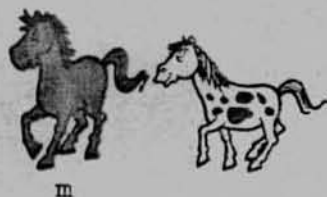
..... = .....

Quantos



? .....

Quantos



?

..... = .....

Quantos



?

..... = .....

Quantos cavalos ao todo?

..... = .....

Tem mais cavalos marrons ou mais cavalos?

.....

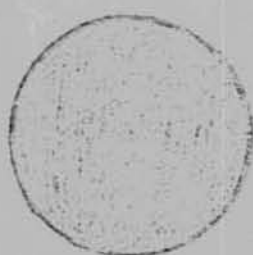


AGRUPAMENTO II

SOMA SECUNDÁRIA DE CLASSES



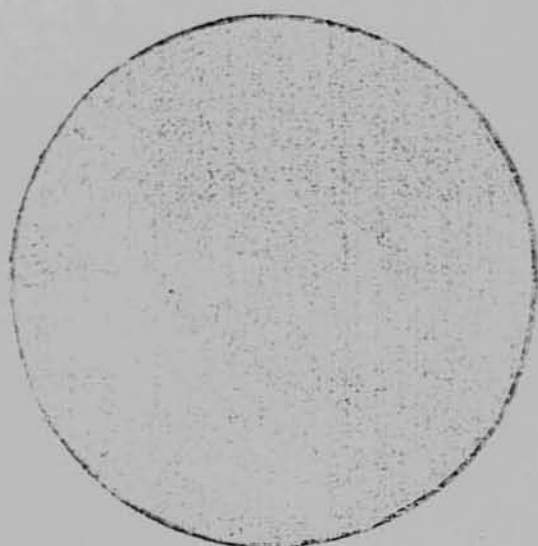
v



v



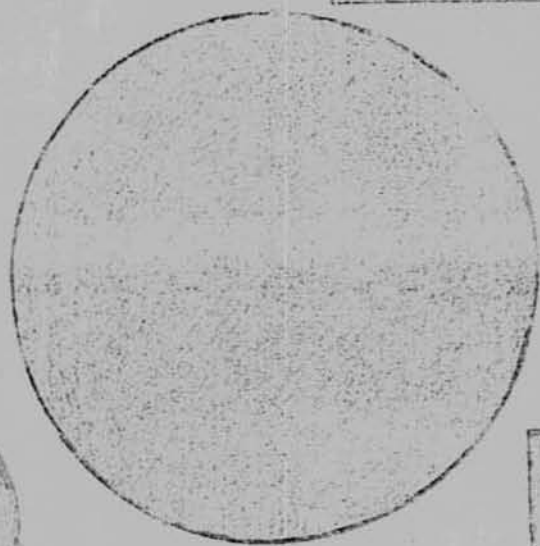
a



v



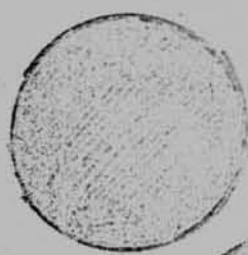
v



v



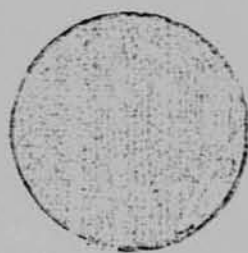
v



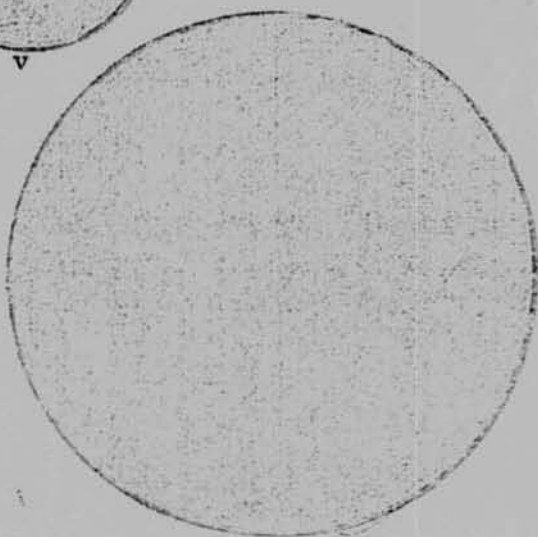
v



v



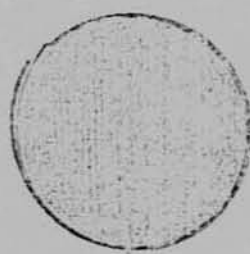
v



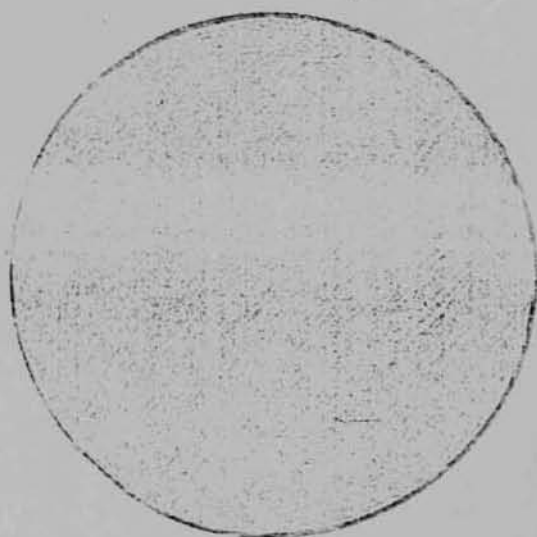
v



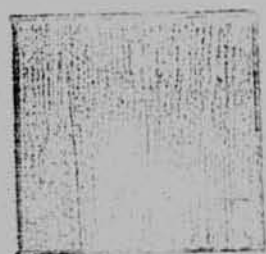
v



v



v



v



v

\* v - vermelho

a = azul

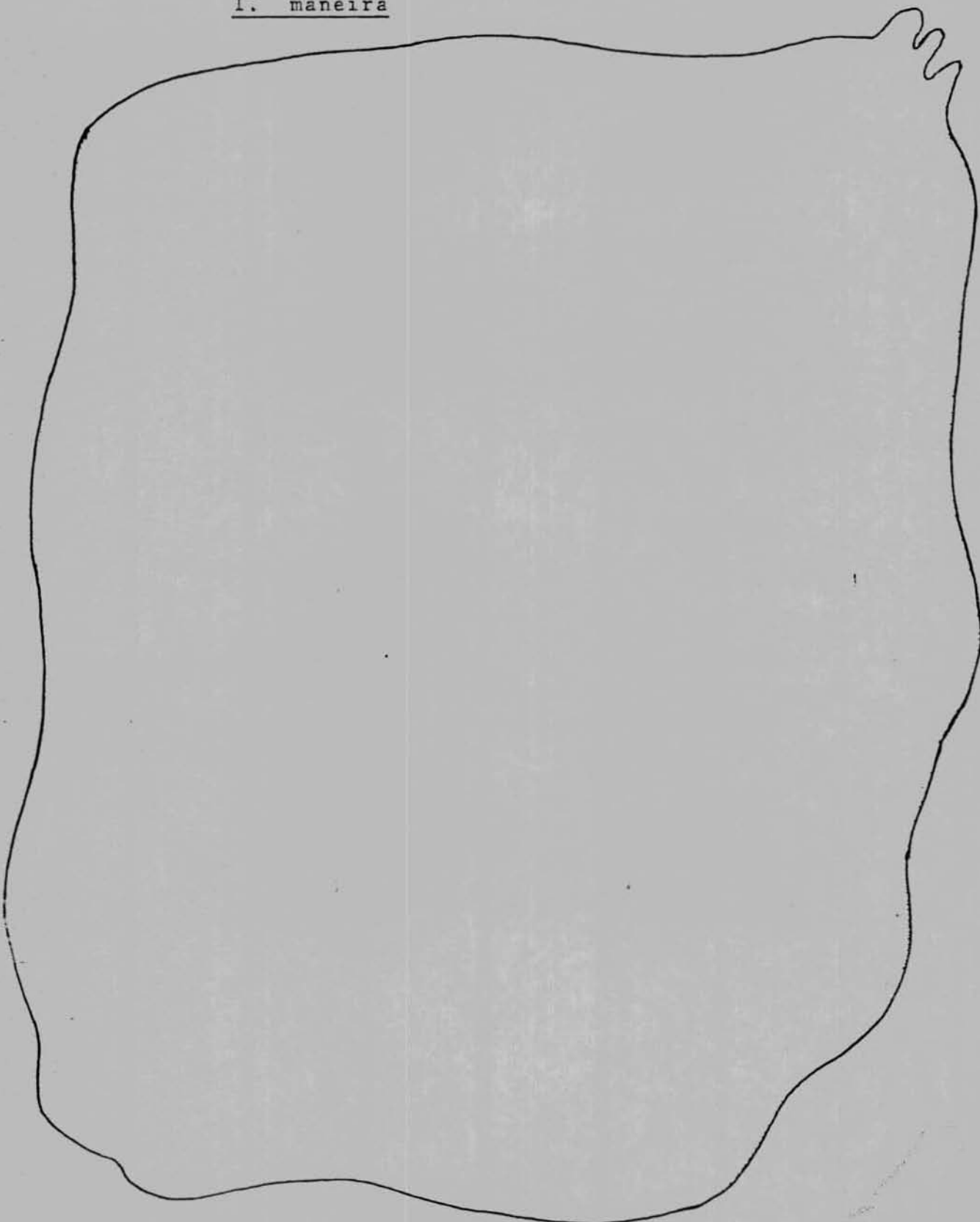
NOME: \_\_\_\_\_

2.<sup>a</sup> série

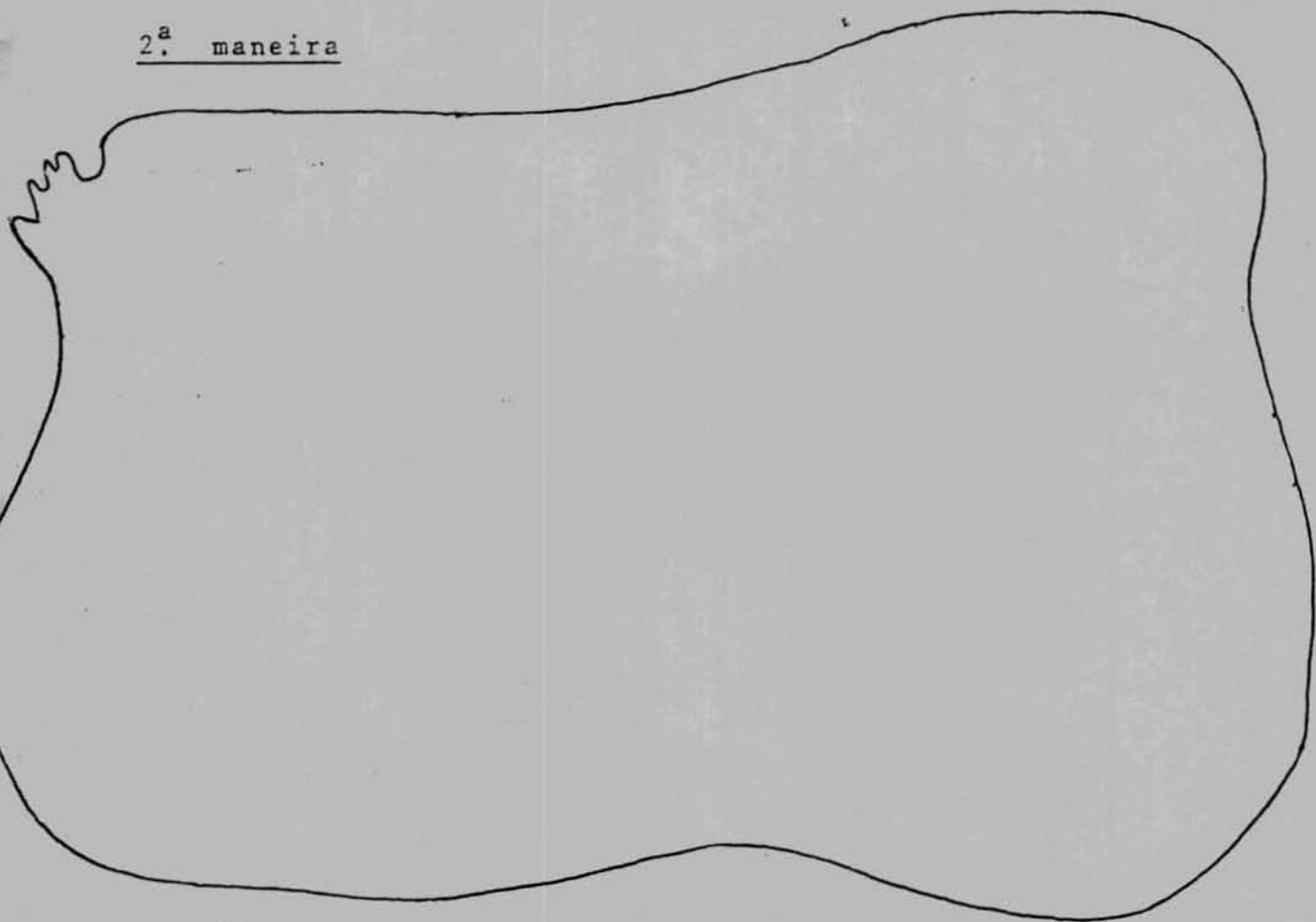
DATA: \_\_\_\_\_

- 
- 1 - Ajude Pedrinho a ensacar as figuras que se parecem. Mas, preste atenção! Pedrinho tem que ensacar as figuras de 5 maneiras diferentes.

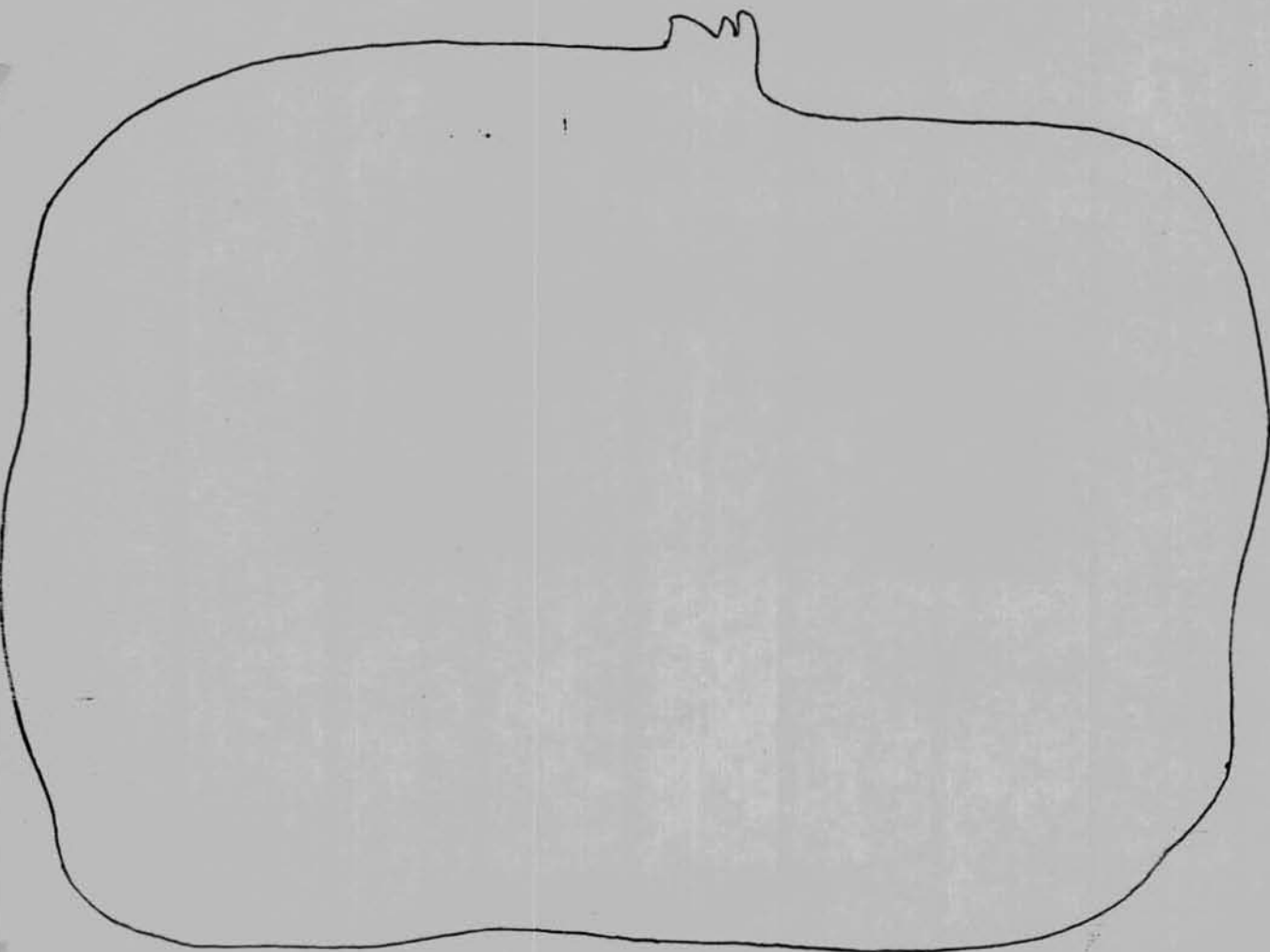
1.<sup>a</sup> maneira



2.<sup>a</sup> maneira

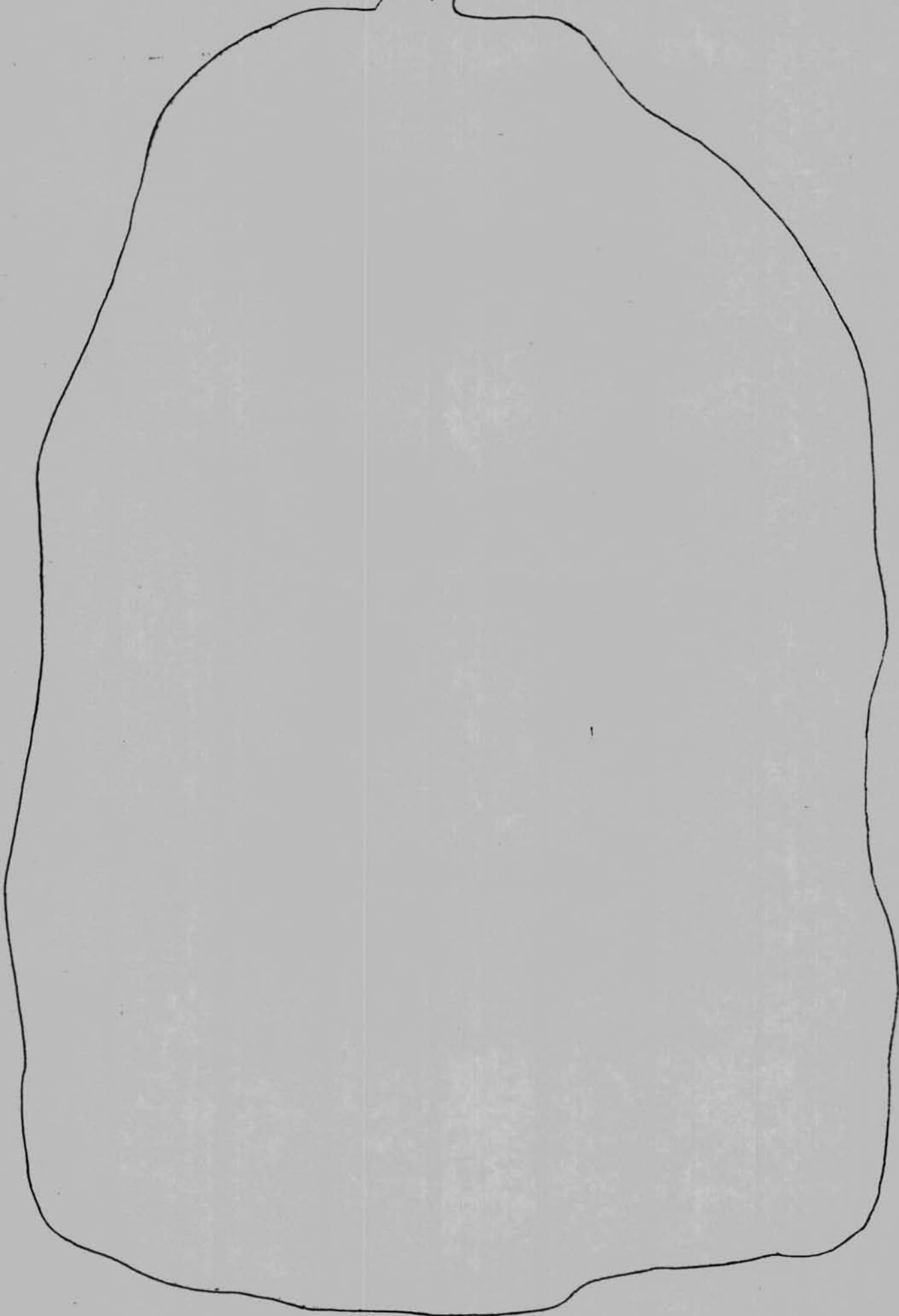


3.<sup>a</sup> maneira

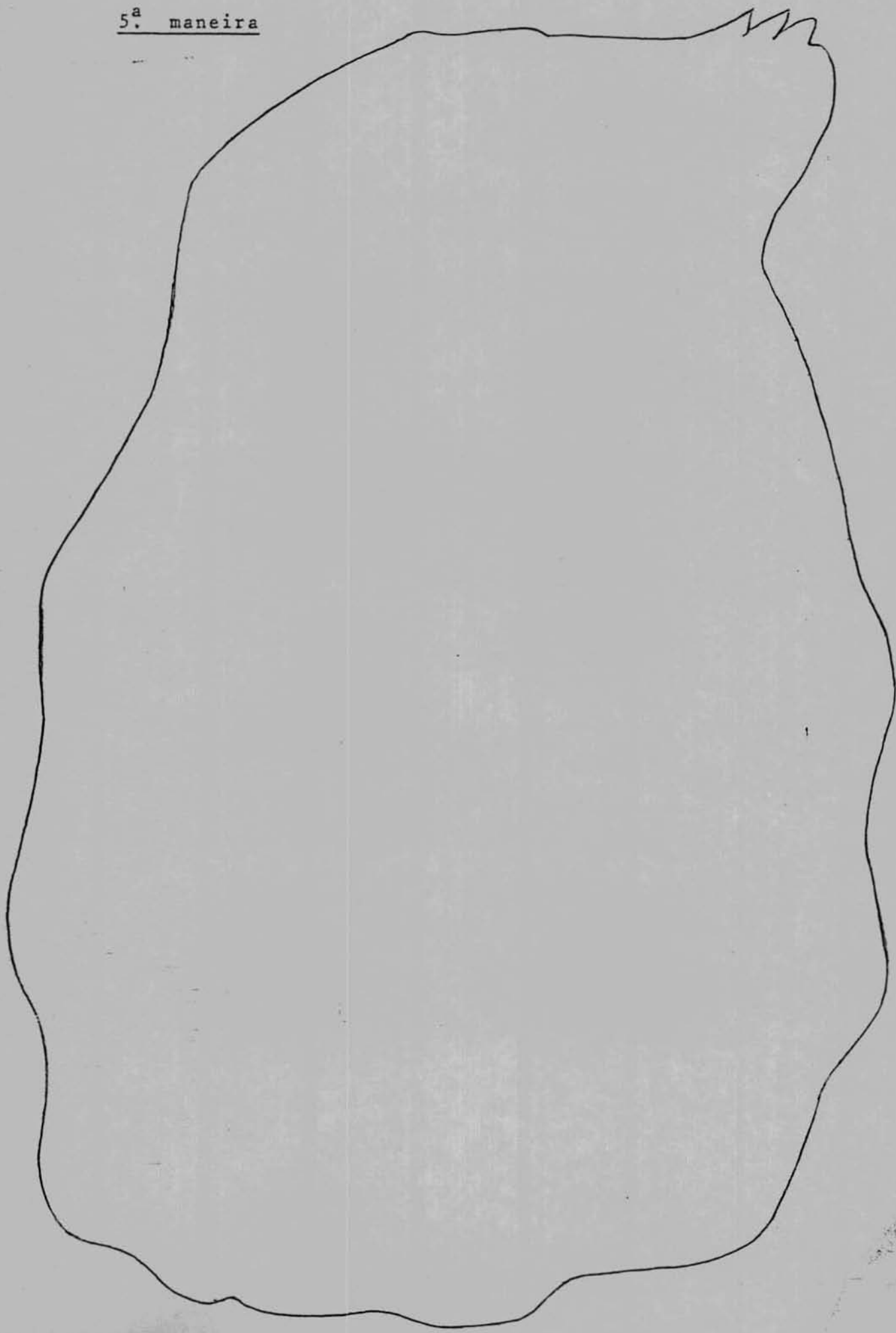


4.<sup>a</sup> maneira

MM

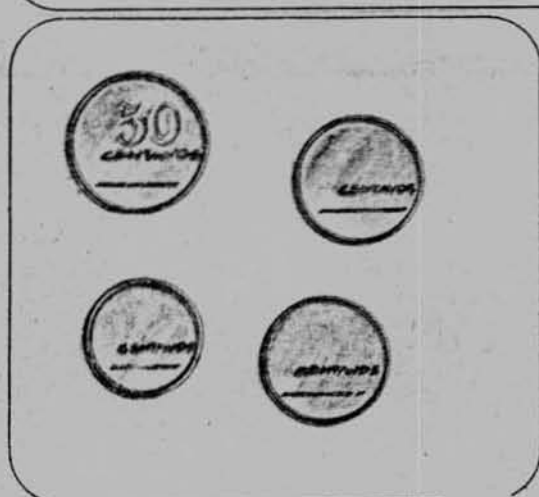
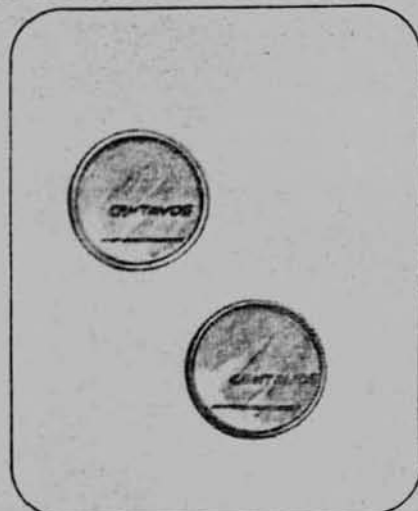
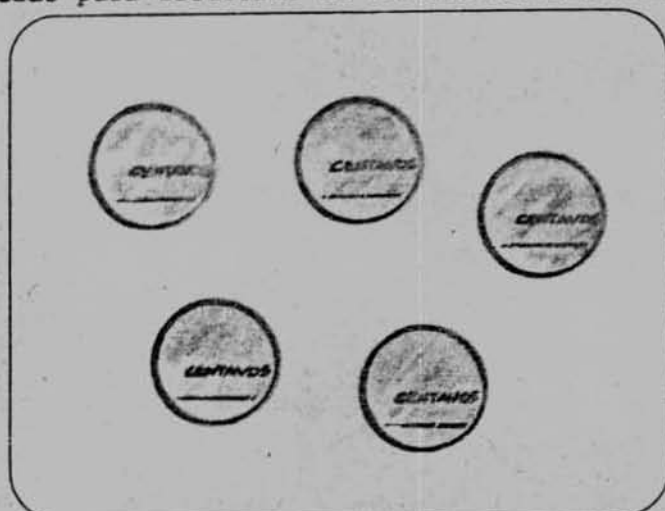


5.<sup>a</sup> maneira



Em cada quadro formamos 1 cruzeiro

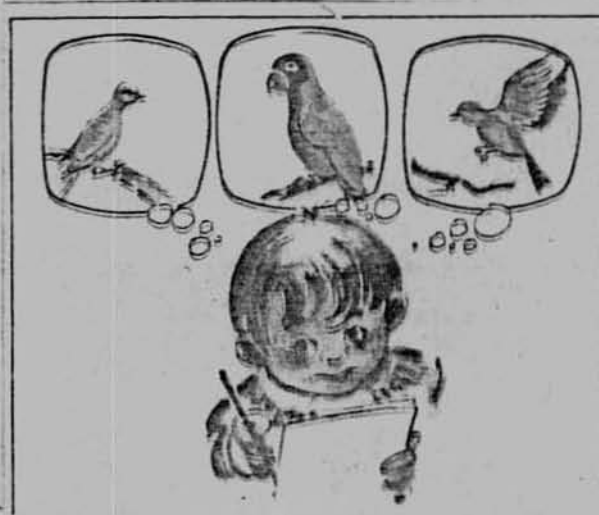
Escreva em cada moeda o seu valor. Use as suas moedas para descobrir as diferentes maneiras de se obter 1 cruzeiro.



Adaptação de:

LIBERMAN, Manhúcia Perelberg et alii. *Curso moderno de matemática para o ensino de 1º grau: 2*. São Paulo, Nacional, 1977, p. 54.





No viveiro da casa de Alberto há 30 aves ao todo. Alberto sabe que tem 8 periquitos, alguns canários e 8 rolinhas.

Alberto quer que você diga:

Quantas aves tem? \_\_\_\_\_

Quantas rolinhas tem? \_\_\_\_\_

Quantos periquitos tem? \_\_\_\_\_

Quantos canários tem? \_\_\_\_\_

Adaptação de:






LITMAN, Manhúcia Perelberg et alii. *Curso moderno de matemática para o ensino de 1º grau*: 2. São Paulo, Nacional, 1977, p. 57.

## AGRUPAMENTO III

MULTIPLICAÇÃO BIUNÍVOCA  
DE CLASSES

Copie no quadro as figuras  
de acordo com as indicações



		não 
		
não  		

v = vermelho; vd = verde

Adaptação de:

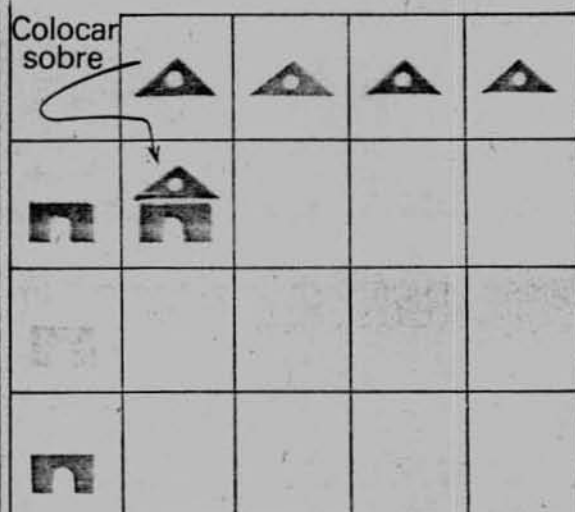
LIBERMAN, Manhúcia Perelberg et alii. *Curso moderno de matemática para o ensino de 1º grau: 2*. São Paulo, Nacional, 1977, p. 27.

Adaptação de:

LIBERMAN, Manhúcia Perelberg et alii. *Curso moderno de matemática para o ensino de 1º grau*: 2. São Paulo, Nacional, 1977, p. 82.

Marcus jogou com Luciana.

Desenhe as construções que eles conseguiram

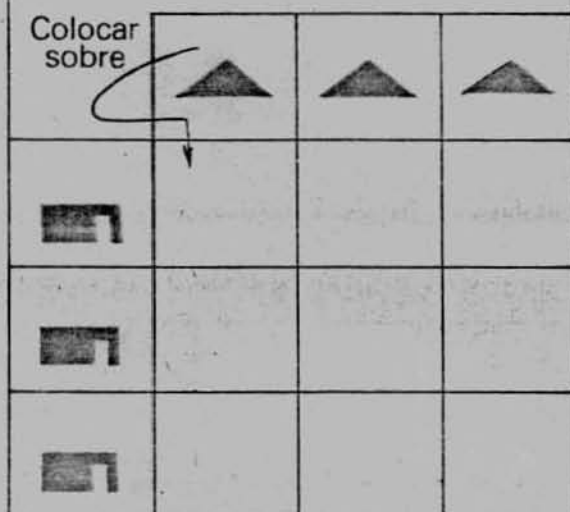


Quantas construções?

\_\_\_\_\_ × \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_

Caio jogou com Luciana.

Desenhe as construções que eles conseguiram

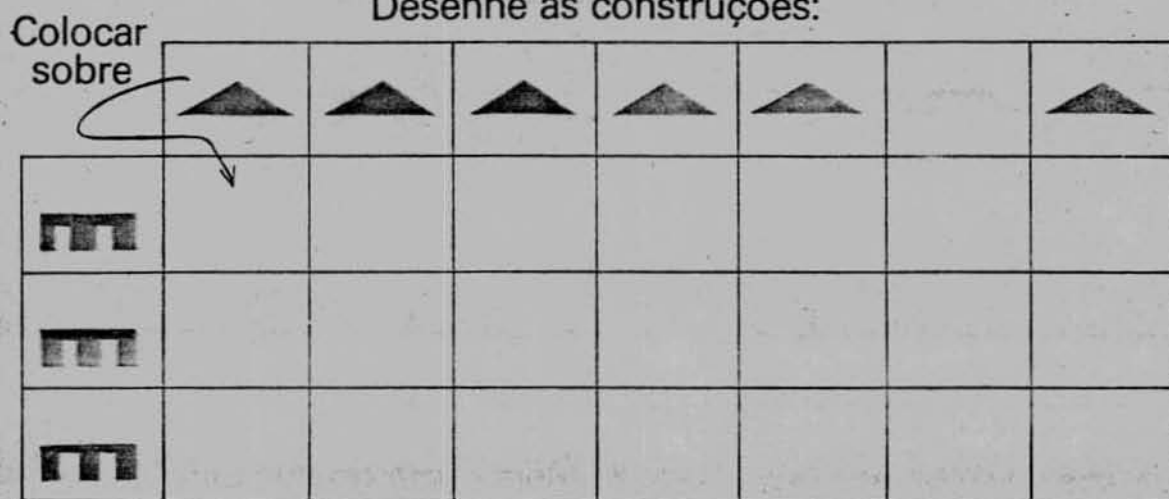


Quantas construções

\_\_\_\_\_ × \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_

Um dia, Marcus e Caio jogaram com Luciana.

Desenhe as construções:



Quantas construções? \_\_\_\_\_ × \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_

- Vamos descobrir o que colocar nos espaços pontilhados?

No pátio do colégio estão 15 crianças.

Dessas crianças, 7 são meninos. E 3 dos meninos não sabem jogar pingue-pongue. Então, no pátio tem:

..... crianças que são meninos.

..... crianças que são meninos e sabem jogar pingue-pongue.

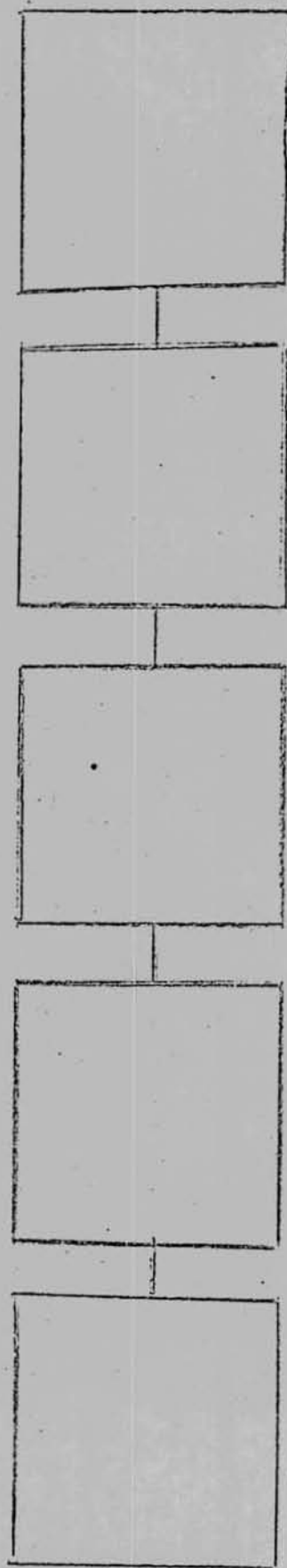
..... crianças que são meninas. E 4 das meninas não sabem jogar pingue-pongue. Então, no pátio tem:

..... crianças que são meninas e sabem jogar pingue-pongue.

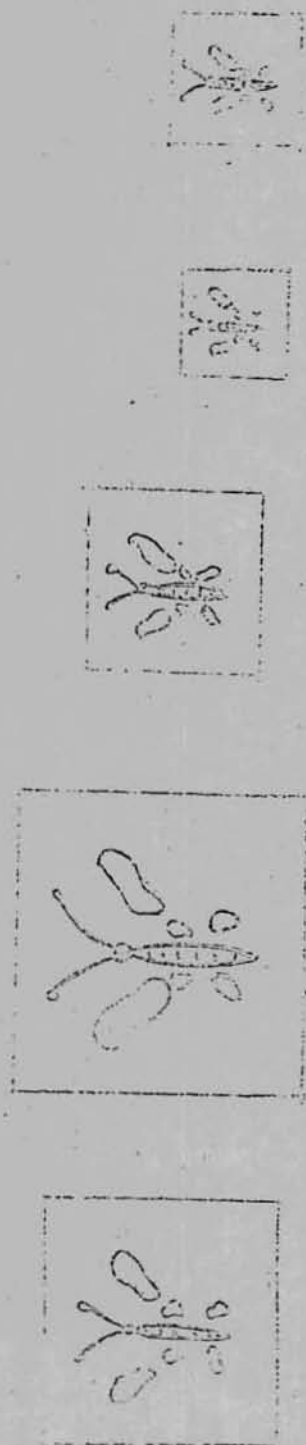
## AGRUPAMENTO V

— SOMA DE RELAÇÕES ASSIMÉTRICAS —

Agora, cole as borboletas da menor até a maior.

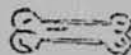
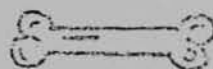
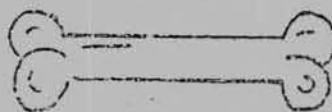
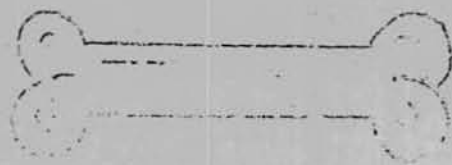


Recorte as borboletas.

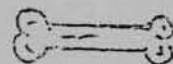
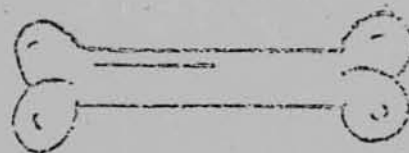
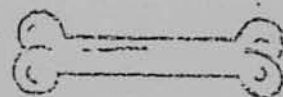




Cole os ossinhos que faltam, corretamente.



Recorte os ossinhos.



Ponha em ordem.



120 145 135 140 150 125 130

\*\*\*\*\*

Sei escrever de 70 a 90,  
na ordem decrescente.

90



Sei escrever de 40 a 60,  
na ordem crescente.




60

Adaptação de:


POPPOVIC, Ana Maria et alii. *Programa Alfa Dois: Eu resolvo* 1. São Paulo, Abril S/A Cultural e Industrial, 1978, p. 55.

Vamos usar < ou >



8 > 5  
(é MAIOR que)

2 < 6  
(é MENOR que)



7\_4   3\_8   5\_9   10\_3

Adaptação de:

LIBERMAN, Manhúcia Perelberg et alii. *Curso moderno de matemática para o ensino de 1º grau: 2.* São Paulo, Nacional, 1977, p. 37.

## AGRUPAMENTO VI

— SOMA DE RELAÇÕES SIMÉTRICAS —

As crianças realizaram o jogo irmãos e irmãs. Elas falaram em verde: "Eu mostro meu irmão". E em vermelho: "Eu mostro minha irmã". Você reconhece as meninas e os meninos? Ao lado de um ponto representando uma menina, desenhe:

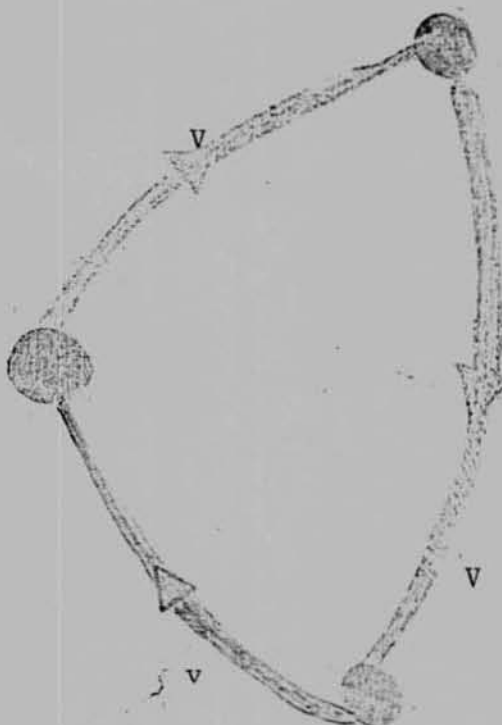


Ao lado de um ponto representando um menino, desenhe:



Todas as flechas foram desenhadas?

Desenhe agora as flechas que estão faltando.



v= verde

V= Vermelho

Adaptação de:

PAPY, Frédérique. *As crianças e a matemática*. Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico, 1974, v. 1, p. 1.

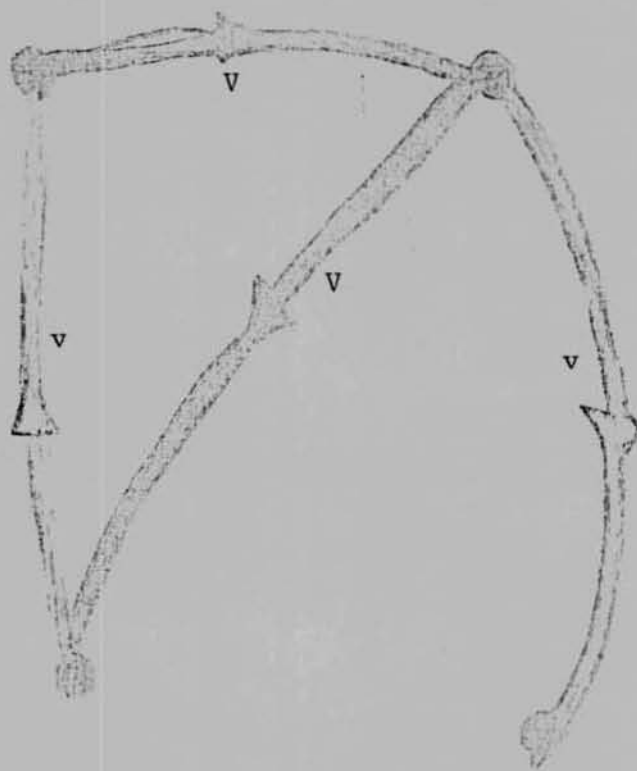
As crianças realizaram o jogo irmãos e irmãs. Elas falaram em verde: "Eu mostro meu irmão". E em vermelho: "Eu mostro minha irmã". Você reconhece as meninas e os meninos? Ao lado de um ponto representando uma menina, desenhe:



Ao lado de um ponto representando um menino, desenhe:



Todas as flechas foram desenhadas?  
Desenhe agora as flechas que estão faltando.



v= verde

V= Vermelho

Adaptação de:

PAPY, Frédérique. *As crianças e a matemática*. Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico, 1974, v. 1, p. 3

- Você se lembra da estória do pato Donald e seus três sobrinhos: Luizinho, Huguinho e Zezinho, que a professora contou na aula passada?

Você agora vai realizar o jogo "é irmão de". Desenhe todas as flechas necessárias para indicar "é irmão de".

• Zezinho

Luizinho •

• Huguinho

- Responda às questões:

a) Quantos irmãos Luizinho tem? \_\_\_\_\_

b) Quantos irmãos cada irmão de Luizinho tem? \_\_\_\_\_

c) Se Luizinho é irmão de Zezinho e Zezinho é irmão de Huguinho, então, Luizinho é irmão de \_\_\_\_\_



## AGRUPAMENTO VII

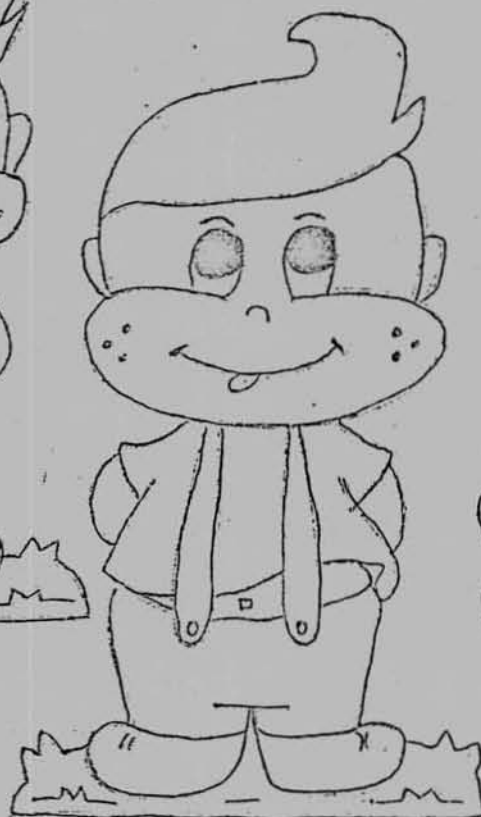
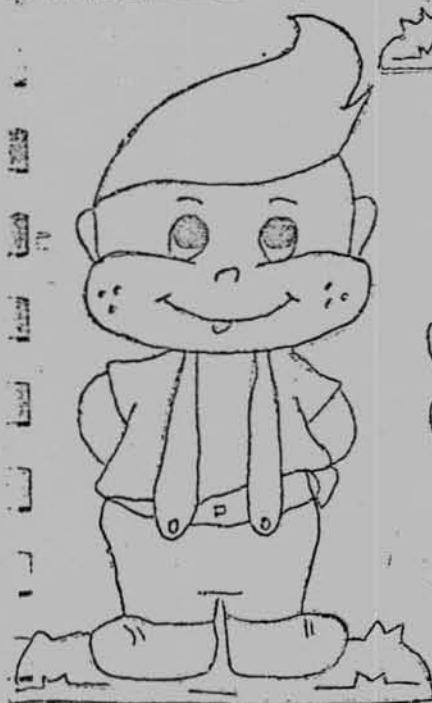
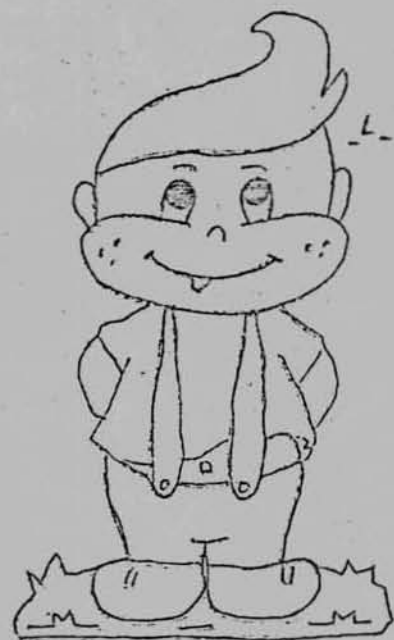
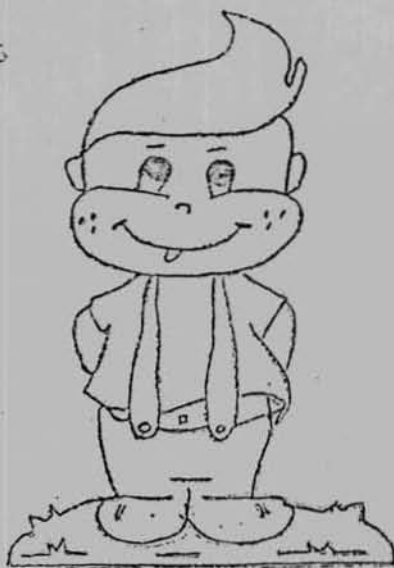
— MULTIPLICAÇÃO BIUNÍVOCA DE RELAÇÕES —

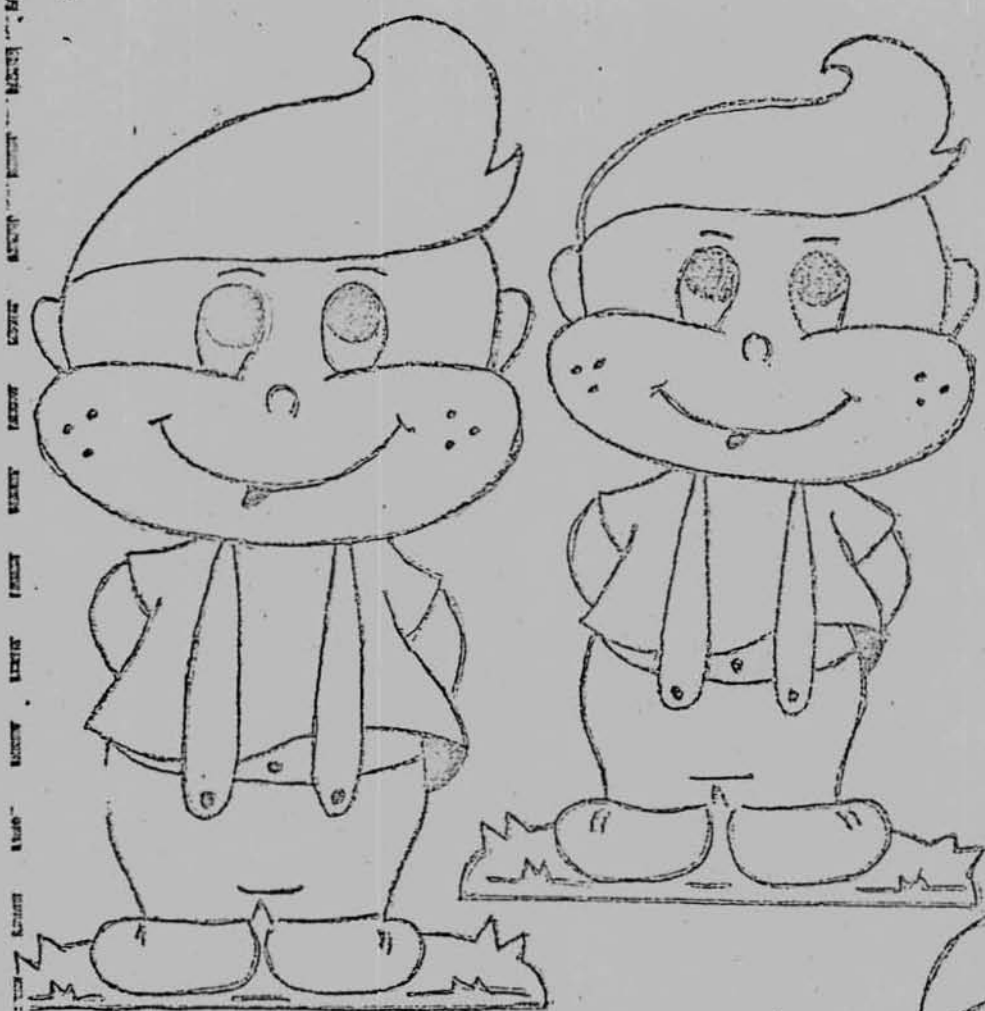
Procedimento:

- 1) Solicitar à criança recortar as figuras.
- 2) Em seguida, pedir-lhe para arrumar os bonecos e os chapêus de modo que cada boneco fique com um chapêu correspondente ao seu tamanho. Informar-lhe que o boneco maior deve receber o chapêu maior.
- 3) Deixar em ordem a fileira de gravuras dos bonecos e desorganizar a dos chapêus. Apontar para o 7º boneco e dizer: "Veja se encontra o chapêu certo para este boneco".

Após a criança cumprir a ordem perguntar: "Por que você acha que é este o chapêu certo?"

BONECOS





## CHAPÉUS

menor - 2 cm



2 cm



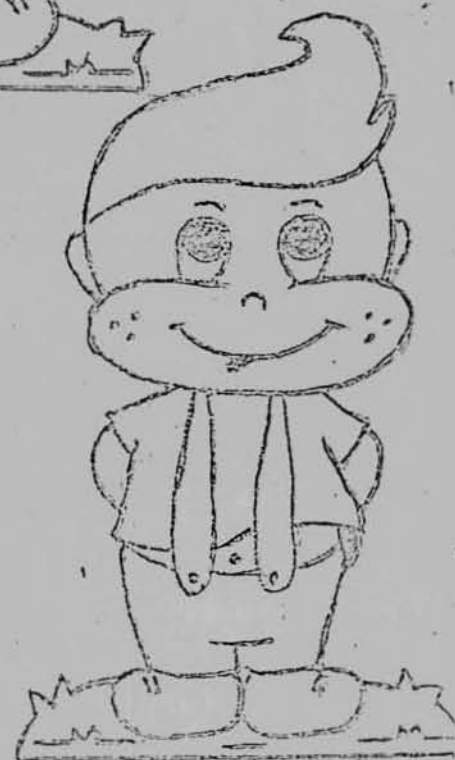
2,5 cm



3,0 cm

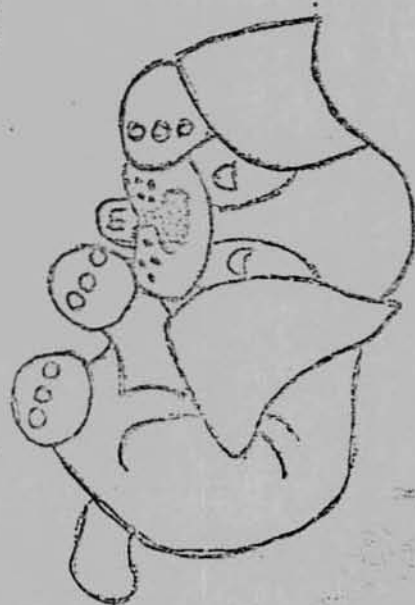
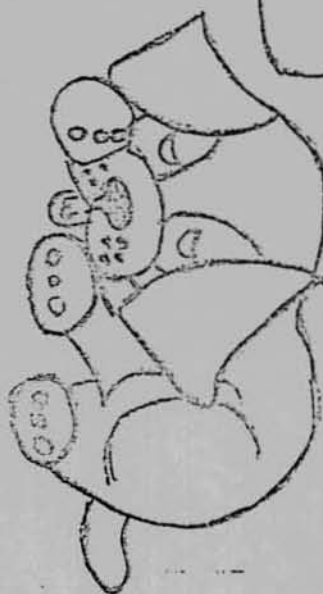
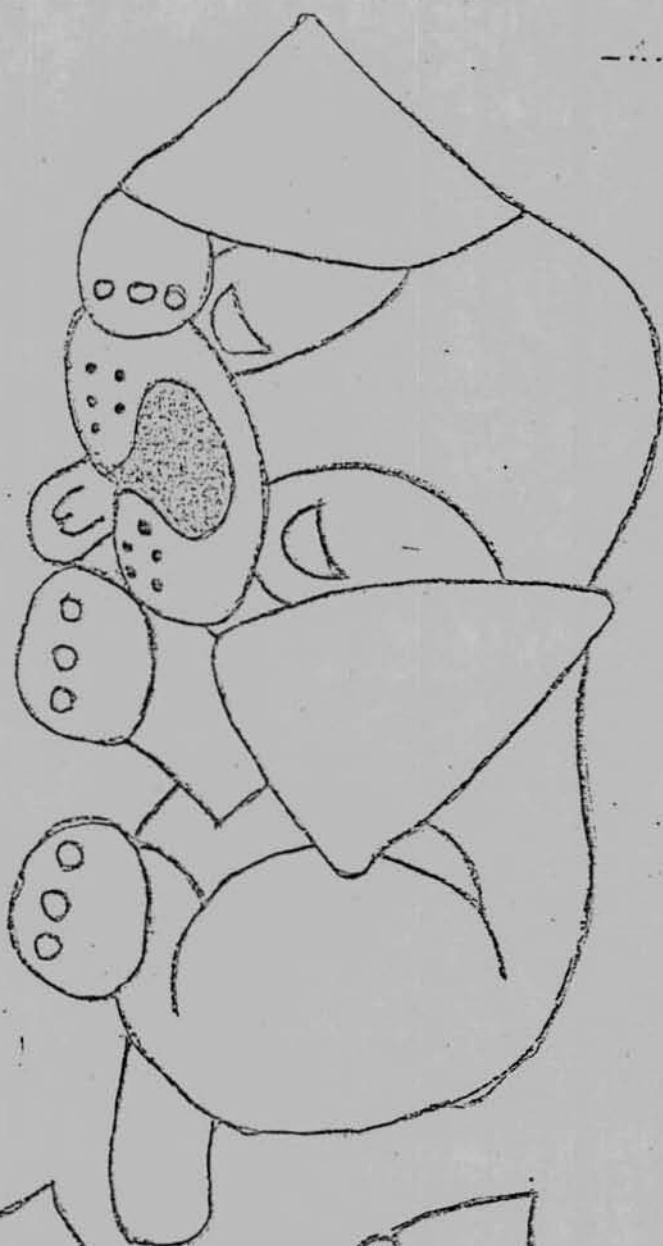
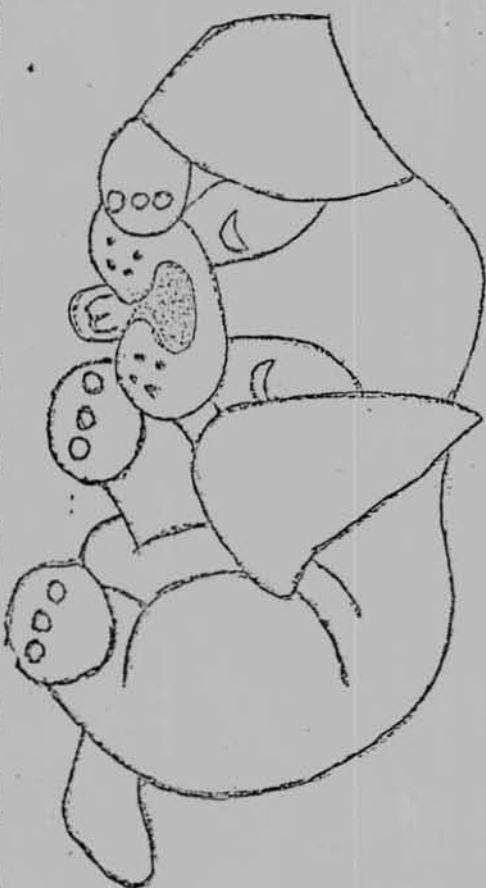
Aumento de 0,5 cm

maior - 6,5 cm

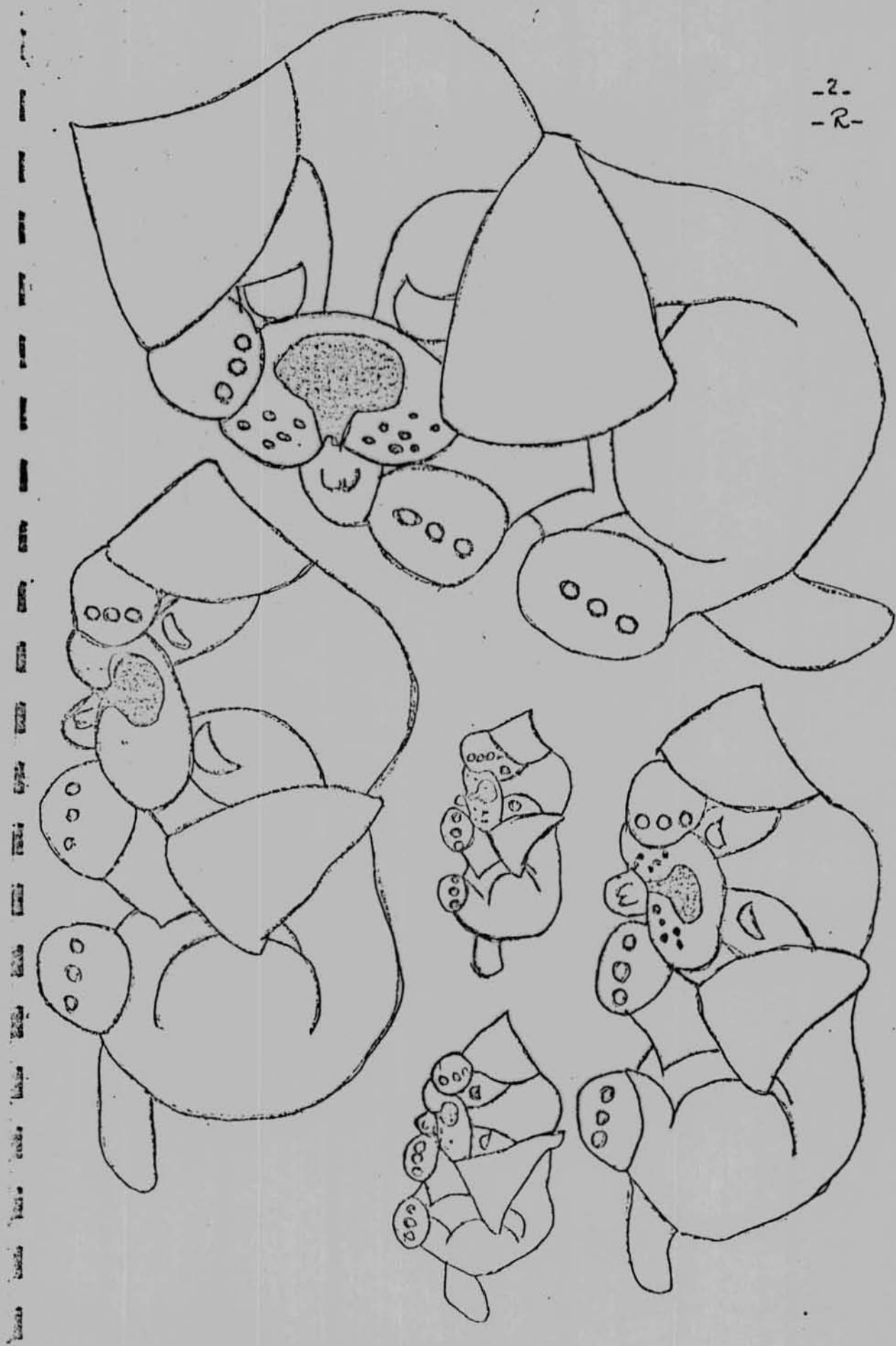


Procedimento:

- 1) Solicitar à criança recortar as figuras.
  - 2) Após ela recortá-las, apresentar-lhe os cachorros e os ossinhos em desordem e dizer: "Arrume os cachorrinhos e os ossinhos de modo que cada cachorrinho possa encontrar rapidamente seu ossinho para comê-lo".
  - 3) Deixar as duas fileiras paralelas, aproximando os cachorrinhos um dos outros e espaçando os ossinhos, de tal modo que os termos correspondentes da série dos cachorrinhos e dos ossinhos não se encontrem mais em frente uns dos outros. Apontar o 6º cachorrinho por ordem de altura. Dizer: "Qual é o osso desse cachorrinho?"
- Repetir este exercício mais duas vezes, apontando outros cachorrinhos.

CACHORROS

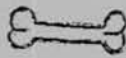
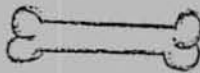
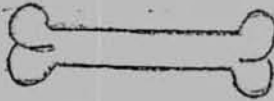
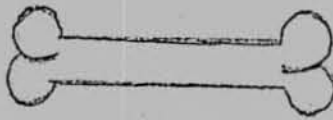
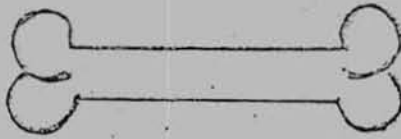
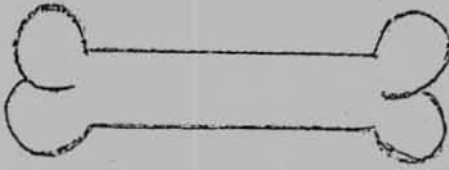
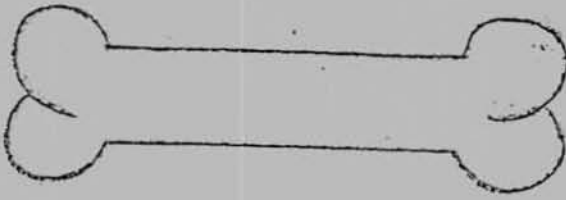
-2-  
-R-





Ossinhos.

-3-



CÓDIGO SECRETO

R	O	B	T	I	E	U	V	M	A	C
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10


 $3+5$   $2+4$   $1+3$   $8-5$   $7-6$ 


 $4-2$   $9-4$   $4+4$ 
 $4+3$   $3-2$   $9+1$   $2+3$ 
 $5+4$   $5+5$   $4+1$   $2-2$   $7-4$   $9-8$   $3+3$ 

Adaptação de:

POPPOVIC, Ana Maria et alii. *Programa Alfa Dois: Eu resolvo* 1. São Paulo, Abril S/A Cultural e Industrial, 1978, p. 58.



Dona Lídia é costureira.

Comprou 5 m de tecido ,

4m de tecido  e 2 m de tecido .

Quanto gastou?

Resposta: .....

- Arrume no espaço abaixo os tecidos e os preços em ordem crescente.
- Circule com o lápis de cor vermelha o preço do tecido mais caro.
- Circule com o lápis de cor azul o preço do tecido mais barato.
- Dona Lídia precisou comprar mais alguns metros de tecidos. Ela comprou mais alguns metros dos tecidos mais caros do que 4 cruzeiros. Desenhe quais os tecidos que Dona Lídia comprou e escreva o preço do metro de cada um deles, em-

baixo do desenho feito.

- Arrume no espaço abaixo, os tecidos e os preços de metro deles em ordem crescente.

Adaptação de:

POPPOVIC, Ana Maria et alii. *Programa Alfa Dois: Eu resolvo 3*. São Paulo, Abril S/A Cultural e Industrial, 1978, p. 77.

## A N E X O 8

BIBLIOGRAFIA DA METODOLOGIA  
DE ENSINO DE FUNDAMENTAÇÃO  
PIAGETIANA

BIBLIOGRAFIA DA METODOLOGIA DE  
ENSINO DE FUNDAMENTAÇÃO  
PIAGETIANA

- BRASIL, Luiz Alberto. *Aplicações da teoria de Jean Piaget ao ensino da matemática*. Rio de Janeiro, Forense, 1977, 212p.
- BRASIL. Governo do Estado do Rio de Janeiro. Secretaria da Educação e Cultura. *Reformulação de currículos*, v.1, Pré Escolar e 1º Grau. Rio de Janeiro, Laboratório de Currículos, 1976.
- . Governo do Estado do Rio de Janeiro. Secretaria da Educação e Cultura. *Proposta metodológica*. Educação Pré-Escolar, Ensino de 1º Grau (1.<sup>a</sup>, 2.<sup>a</sup> e 3.<sup>a</sup> séries). Rio de Janeiro, Laboratório de Currículos, 1976 e 1978.
- . Governo do Estado do Rio Grande do Sul. Secretaria da Educação e Cultura. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. *Testagem de uma metodologia e ensino no currículo por atividades*. Porto Alegre, Supervisão Técnica (SEC) e Faculdade de Educação (UFRS), 1978.
- BREARLEY, Molly & HITCHFIELD, Elizabeth. *Guia prático para entender Piaget*. São Paulo, IBRASA, 1976. 205p.
- CHARLES, C.M. *Piaget ao alcance dos professores*. Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico, 1975. 61p.
- CUNHA, Maria Auxiliadora Versiani. *Didática fundamentada na teoria de Piaget*. Rio de Janeiro, Forense, 1973. 93p.
- DIENES, Zoltan Paul. *As seis etapas do processo de aprendizagem em matemática*. São Paulo, EPV, 1975. 72p.
- DIENES, Z.P. & GOLDING, E.W. *Lógica e jogos lógicos*, 2.ed. São Paulo, EPU, 1974. 105p.

DIENES, Z.P. & GOLDING, E.W. *Conjuntos, números e potências*, 2.ed. São Paulo, EPU, 1974. 141p.

———. *Exploração do espaço e prática de medição*. 2.ed. São Paulo, EPU, 1974. 89p.

———. *A geometria pelas transformações: I - Topologia, geometria projetiva e afim*. São Paulo, EPU, 1975. 96p.

ELKIND, David. *Desenvolvimento e educação da criança: Aplicação de Piaget na sala de aula*. Rio de Janeiro, Zahar, 1978. 247p.

FLAVELL, John H. *A psicologia do desenvolvimento de Jean Piaget*. São Paulo, Pioneira, 1975. 479p.

FURTH, Hans G. *Piaget na sala de aula*. Rio de Janeiro, Forense, 1972. 231p.

KOTHE, Siegfried. *Pensar é divertido*. São Paulo, EPU, 1973. 72p.

LIBERMAN, Manhúcia Perelberg et alii. *Curso moderno de matemática para o ensino de 1º grau: 2*. São Paulo, Nacional, 1977. 135p.

PAPY, Frédérique. *As crianças e a matemática*. Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico, 1974. v.1.

———. *As crianças e a matemática*. Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico, 1974. v.2.

———. *As crianças e a matemática*. Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico, 1974. v.3.

PIAGET, Jean. *La epistemologia del espacio*. Buenos Aires, Ateneo, 1971. 289p.

———. *Psicologia e pedagogia*. Rio de Janeiro, Forense, 1976. 184p.



PIAGET, Jean. *Para onde vai a educação?* Rio de Janeiro, José Olympio, 1977. 89p.

———. *A noção de tempo na criança.* Rio de Janeiro, Record, s.d. 321p.

PIAGET, J. & INHELDER, B. *Gênese das estruturas lógicas elementares.* Rio de Janeiro, Zahar, 1975. 356p.

———. *O desenvolvimento das quantidades físicas na criança.* Rio de Janeiro, Zahar, 1975. 359p.

PIAGET, J. & SZEMINSKA, Alina. *A gênese do número na criança.* Rio de Janeiro, Zahar, 1975. 331p.

SANCHEZ, Lucília Bechara & LIBERMAN, M.P. *Uma iniciação à matemática.* São Paulo, Livraria Nobel, 1971. 281p.

## A N E X O 9

BIBLIOGRAFIA DA METODOLOGIA  
DE ENSINO TRADICIONAL  
— ENSINO DA MATEMÁTICA

BIBLIOGRAFIA DA METODOLOGIA DE ENSINO  
TRADICIONAL - ENSINO DA MATEMÁTICA

1. BADELUCCI, Anésia Thereza et alii. *Manual Pedagógico de atividades para escola de 1º grau: Iniciação à Ciência - 2ª série*. São Paulo, Editora Pedagógica Brasileira S.A., s.d., 219 p.
2. FERREIRA, Idalina Ladeira. *Manual pedagógico para a escola moderna: Técnica de ensino - 1º grau*. São Paulo, Editora Pedagógica Brasileira Ltda., s.d., 640 p.
3. PÁDUA, Dêhorah. *Matemática moderna*. São Paulo, Instituto Brasileiro de Edições Pedagógicas, s.d., 111 p.

A N E X O 10

FICHA DE AVALIAÇÃO DO ALUNO

## FICHA DE AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA

2.<sup>a</sup> série do 1º grau

NOME DO ALUNO:

DATA DE NASCIMENTO:

DATA DA AVALIAÇÃO:

(1º bím.)

I e II — LÓGICA E CONJUNTO	A	B	C
1. Reconhecer um conjunto segundo as propriedades características de seus elementos.			
2. Reconhecer um conjunto segundo o número de seus elementos (vazio, unitário, par).			
3. Reconhecer um conjunto segundo suas propriedades e o número de elementos, simultaneamente.			
4. Reconhecer se um dado elemento pertence ou não pertence a um conjunto.			
5. Classificar objetos segundo semelhanças e diferenças.			
6. Identificar o conjunto complementar a propósito da negação de uma só propriedade.			
7. Identificar o conjunto complementar a propósito da negação de mais de uma propriedade.			

(Continuação)

I e II - LÓGICA E CONJUNTO	A	B	C
8. Utilizar o conectivo "E".			
9. Utilizar a "NEGAÇÃO" e o conectivo "E".			
10. Utilizar o conectivo "OU".			
11. Reclassificar um conjunto de objetos já classificados.			
12. Classificar objetos através de subconjuntos (inclusões).			
13. Identificar um conjunto universo e subconjuntos desse conjunto (relação parte/todo).			
14. Decompor de maneiras diferentes um conjunto dado em subconjunto, considerando as diferentes propriedades de seus elementos.			
15. Unir de modos diferentes subconjuntos dados, considerando as diferentes propriedades de seus elementos.			
16. Reconhecer e aplicar os quantificadores intensivos (classe): "um", "nenhum", " <u>to</u> dos", "alguns".			
17. Identificar o conjunto unitário (classe singular).			
18. Ordenar conjuntos conforme o número, tamanho, forma e cores de seus elementos.			

(Continuação)

I e II - LÓGICA E CONJUNTO	A	B	C
----------------------------	---	---	---

19. Classificar objetos usando as noções de:  
 "diferente", "isto e os outros", "todos  
 exceto um".

III e II - RELAÇÃO E CONJUNTO	A	B	C
-------------------------------	---	---	---

1. Estabelecer correspondência um a um entre os elementos de conjuntos (correspondência biunívoca sobre) através da "seriação simples com correspondência".<sup>1</sup>
2. Estabelecer relação um a um entre os elementos de dois conjuntos através da "correspondência direta".<sup>2</sup>
3. Estabelecer relação entre os elementos de um conjunto.
4. Estabelecer relação entre os elementos de dois ou mais conjuntos.
5. Ordenar os elementos de um conjunto utilizando uma relação, tal como: ... antes de...; ...depois de...; ...diferente de...; ...menor que...; ...tem menos que...; ...tem mais que...

<sup>1</sup> Seriação simples com correspondência - ao se riar os elementos de uma coleção, colocar diretamente em correspondência com eles os elementos da outra coleção (fase intermediária do desenvolvimento mental).

<sup>2</sup> Correspondência direta - ao colocar de saída em correspondência termo a termo os elementos das duas coleções, sem seriação prévia, porém, usando a seriação operatória (fase das operações concretas).



(Continuação)

III e II - RELAÇÃO E CONJUNTO	A	B	C
6. Identificar em um conjunto, o elemento maior do menor e vice-versa (dicotomia) mesmo quando questionada.			
7. Identificar em um conjunto o elemento maior, o menor e o médio (tricotomia) mesmo quando questionada.			
8. Ordenar elementos de um conjunto dado utilizando uma relação, tal como: ...é do mesmo tamanho que...; ...é da mesma cor que...; ...nasceu no mesmo mês que...			
9. Intercalar novos elementos numa série a fim de restabelecer a <u>seriação</u> .			
10. Intercalar corretamente a série <u>intermediária</u> .			
11. Explicar o por que da posição de certos elementos numa <u>série</u> .			
12. Formar sucessões de conjuntos dados de modo que cada conjunto tenha um elemento a mais que o antecedente (ou a menos).			
13. Formar sucessão de conjuntos dados de modo que cada conjunto tenha dois ou mais elementos a mais que o antecedente (ou a menos).			
14. Seriar e ordenar elementos de um <u>conjunto</u> em ordem crescente.			

(Continuação)

III e II - RELAÇÃO E CONJUNTO	A	B	C
15. Seriar e ordenar elementos de dois ou mais conjuntos em ordem crescente.			
16. Seriar e ordenar elementos de um conjunto em ordem decrescente.			
17. Seriar e ordenar elementos de mais de um conjunto em ordem decrescente.			
18. Ordenar elementos considerando duas propriedades distintas de ordenação. Exemplo: tamanho e cor.			
19. Identificar que dois conjuntos têm o mesmo cardinal ou são equipotentes (correspondência biunívoca sobre).			
20. Identificar a desigualdade cardinal de dois conjuntos a partir da correspondência biunívoca.			
21. Identificar e reconhecer o antecessor e o sucessor de um número.			
22. Identificar e reconhecer o antecessor e o sucessor de mais de um número.			
23. Usar a numeração ordinal.			
IV - TOPOLOGIA	A	B	C
1. Reconhecer as características das figuras contínuas.			

(Continuação)

IV — TOPOLOGIA	A	B	C
2. Operar com as propriedades invariantes da topologia, tais como: "fechado/aberto"; "interior/exterior";...			
3. Identificar fronteiras de uma superfície.			

V — NOÇÃO DE MEDIDA	A	B	C
1. Identificar a conservação de distância, através de operações que envolvem <del>varia</del> variações de pontos percorridos com conservação da distância.			
2. Avaliar distâncias, tais como: mais perto de; mais longe de; caminhou mais; caminhou menos; caminhou igualmente,...			
3. Identificar a conservação de comprimento, ao reconhecer que um objeto conserva o seu comprimento, independentemente das mudanças que ocorram na sua posição.			

VI — SISTEMA DE NUMERAÇÃO	A	B	C
1. Identificar a conservação do número.			
2. Operar com os quantificadores extensivos ou numéricos.			
3. Detectar a equivalência de expressões numéricas.			
4. Operar com a numeração de base cinco.			
5. Operar com a numeração de base dez.			

(Continuação)

VI - SISTEMA DE NUMERAÇÃO	A	B	C
---------------------------	---	---	---

6. Agrupar elementos usando a base cinco e a base dez, alternadamente.

VII - ADIÇÃO	A	B	C
--------------	---	---	---

1. Fazer composição aditiva de números.
2. Operar usando a propriedade associativa da adição.
3. Operar usando a propriedade comutativa da adição.
4. Identificar a equivalência numérica ao usar as propriedades associativa e comutativa da adição.
5. Fazer a decomposição de um número, usando os sinais + e =.
6. Reunir relações que expressem diferenças, tal como:  $4 + (3 + 2) = 9$        $7+2=9$
7. Utilizar formas diferentes para representar o todo, tal como:  
 $\dots + \dots = 6$        $\dots + \dots = 6$
8. Descobrir o termo que falta numa adição.
9. Efetuar exercícios usando a técnica operatória da adição.
10. Identificar a adição como sendo a reunião das partes de um mesmo todo.

(Continuação)

VIII - MULTIPLICAÇÃO	A	B	C
----------------------	---	---	---

1. Identificar a multiplicação como sendo a operação que envolve a contagem dos conjuntos equipotentes, ou seja, que possuem um mesmo número de elementos ( $3 \times 2$ ) para, posteriormente, formar conjunto de conjuntos equipotentes, isto é, formar um conjunto ao unir os conjuntos equipotentes ( $3 \times 2 = 6$ ) e, em seguida, contar. Ex.:

- 3 conjuntos equipotentes:

00	00	00
A	B	C

- Conjunto de conjuntos equipotentes:

00 U	00 U	00	=	00	00	00
A	B	C				D

- A união dos conjuntos A, B e C que se representa por  $A \cup B \cup C$ , conjunto dos elementos que pertencem a A, a B e a C. Sendo D o conjunto-união, tem-se que:  
 $D =$  o cardinal de D é igual ao número de conjuntos equipotentes  $\times$  cardinal de um destes conjuntos. Daí:  
 $3 \times 2 = 6$ .

IX - SUBTRAÇÃO	A	B	C
----------------	---	---	---

1. Operacionalizar exercícios e problemas sobre subtração que envolvam a subtração como ação de retirar, (resto) tal como: "qual a diferença entre..."? e,
2. Como ação de comparar (excesso), tal como: "Quantos tem a mais que?"; "Quantos tem a menos que?"



(Conclusão)

IX - SUBTRAÇÃO	A	B	C
----------------	---	---	---

3. E, como ação de completar (diferença),  
tal como: "Quanto faltam para...?"

4. Efetuar os fatos básicos da subtração.

5. Descobrir o termo que falta em uma sub-  
tração. Ex.:

12 \_

---

06

---

## ANEXO 11

SOMATÓRIO DOS ESCORES DE CADA ALUNO NAS PROVAS OPERATÓRIAS NO PRÉ-TESTE E PÓS-TESTE E, OS RESPECTIVOS NÍVEIS OPERATÓRIOS ATINGIDOS E DIFERENÇA ENTRE OS SOMATÓRIOS DOS PONTOS OBTIDOS NAS PROVAS OPERATÓRIAS — GRUPO EXPERIMENTAL E GRUPO DE CONTROLE — ALUNOS DA 2.<sup>a</sup> SÉRIE DO 1º GRAU GOIÂNIA — 1979

Sujeitos	Grupo Experimental			Grupo de Controle		
	Pré	Pós	D	$\Sigma$ Pré	$\Sigma$ Pós	D
	$\Sigma_1$ (ND)	$\Sigma_2$ (ND)	$\Sigma_2 - \Sigma_1$	$\Sigma_1$ (ND)	$\Sigma_2$ (ND)	$\Sigma_2 - \Sigma_1$
1	4 (2)	4 (1)	+ 0	5 (2)	10 (3)	+ 5
2	4 (2)	9 (3)	+ 5	6 (2)	7 (2)	+ 1
3	7 (2)	8 (3)	+ 1	5 (2)	3 (1)	- 2
4	7 (2)	10 (3)	+ 3	5 (2)	3 (2)	- 2
5	6 (2)	8 (3)	+ 2	7 (2)	8 (2)	+ 1
6	6 (2)	9 (3)	+ 3	4 (2)	3 (1)	- 1
7	4 (2)	10 (3)	+ 6	8 (3)	6 (2)	- 2
8	6 (2)	10 (3)	+ 4	6 (2)	5 (2)	- 1
9	8 (3)	10 (3)	+ 2	8 (3)	8 (2)	- 0
10	8 (3)	10 (3)	+ 2	2 (1)	3 (2)	+ 1
11	3 (2)	10 (3)	+ 7	9 (3)	10 (3)	+ 1
12	7 (2)	10 (3)	+ 3	4 (2)	3 (1)	- 1
13	6 (2)	9 (3)	+ 3	4 (2)	5 (2)	- 1
14	5 (2)	6 (2)	+ 1	5 (2)	3 (1)	- 2
15	4 (2)	9 (3)	+ 5	7 (2)	9 (3)	+ 2
16	7 (2)	9 (3)	+ 2	6 (2)	10 (3)	+ 4
17	5 (2)	9 (3)	+ 4	4 (2)	3 (1)	- 1
18	3 (1)	7 (2)	+ 4	8 (3)	10 (3)	+ 2
19	5 (2)	10 (3)	+ 5	4 (2)	5 (2)	+ 1
20	5 (2)	7 (2)	+ 2	4 (2)	4 (2)	0
21	6 (2)	10 (3)	+ 4	7 (2)	5 (2)	+ 2

ND = nível de desenvolvimento cognitivo:

- 1 - pré-operatório
- 2 - transição entre pré-operatório e operatório concreto
- 3 - operatório concreto



## ANEXO 12

RESULTADOS DOS SUJEITOS DO GRUPO EXPERIMENTAL NAS CINCO PROVAS, NOS PRÉ E PÓS-TESTES, COM INDICAÇÃO DA DIREÇÃO DA MUDANÇA DESSES RESULTADOS, COMPARANDO-SE PRÉ E PÓS-TESTE(SINAIS) — ALUNOS DE 2.<sup>a</sup> SÉRIE DE 1º GRAU  
GOIÂNIA — 1979

Prova (a)		Prova (b)		Prova (c)		Prova (d)		Prova (e)	
Pré	Pós	Pré	Pós	Pré	Pós	Pré	Pós	Pré	Pós
1	1 - 0	1 - 0		0 = 0		2 = 2		0 + 2	
2	2 = 2	0 + 2		0 + 2		1 = 1		1 + 2	
3	2 = 2	2 = 2		1 + 2		1 = 1		1 = 1	
4	2 = 2	2 = 2		1 + 2		1 + 2		1 + 2	
5	1 = 1	2 = 2		1 + 2		1 + 2		1 = 1	
6	1 = 1	1 + 2		2 = 2		2 = 2		0 + 2	
7	1 + 2	1 + 2		0 + 2		1 + 2		1 + 2	
8	2 = 2	1 + 2		1 + 2		2 = 2		0 + 2	
9	2 = 2	2 = 2		1 + 2		2 = 2		1 + 2	
10	2 = 2	2 = 2		1 + 2		1 + 2		2 = 2	
11	1 + 2	0 + 2		1 + 2		1 + 2		0 + 2	
12	2 = 2	1 + 2		1 + 2		2 = 2		1 + 2	
13	1 + 2	2 = 2		0 + 2		1 = 1		2 = 2	
14	1 + 2	0 = 0		2 = 2		2 = 2		0 = 0	
15	2 = 2	1 + 2		0 + 2		0 + 1		1 + 2	
16	2 = 2	1 + 2		1 + 2		1 = 1		2 = 2	
17	2 = 2	1 + 2		1 + 2		0 + 2		1 = 1	
18	2 = 2	0 + 2		1 = 1		0 + 1		0 + 1	
19	2 = 2	1 + 2		0 + 2		2 = 2		0 + 2	
20	2 - 1	0 + 2		1 + 2		2 = 2		0 = 0	
21	2 = 2	2 = 2		1 + 2		1 + 2		0 + 2	

\* Sinal da alteração no escore (+, -, =)

## ANEXO 13

RESULTADOS DOS SUJEITOS DO GRUPO DE CONTROLE NAS CINCO PROVAS, NOS PRÉ E PÓS-TESTES, COM INDICAÇÃO DA DIREÇÃO DA MUDANÇA DESSES RESULTADOS, COMPARANDO-SE PRÉ E PÓS TESTE (SINAIS) — ALUNOS DE 2.<sup>a</sup> SÉRIE DE 1º GRAU  
GOIÂNIA — 1979

Prova (a)		Prova (b)		Prova (c)		Prova (d)		Prova (e)	
Pré	Pós	Pré	Pós	Pré	Pós	Pré	Pós	Pré	Pós
1	0 + 2	1 + 2		1 + 2		2 = 2		1 + 2	
2	1 + 2	0 = 0		2 = 2		2 - 1		1 + 2	
3	2 - 1	1 - 0		0 = 0		2 - 0		0 + 2	
4	1 = 1	2 - 0		0 + 1		1 - 0		1 = 1	
5	2 = 2	0 = 0		2 = 2		2 = 2		1 + 2	
6	0 = 0	1 - 0		0 = 0		2 = 2		1 = 1	
7	2 = 2	1 = 1		1 = 1		2 - 1		2 - 1	
8	1 = 1	1 + 2		1 - 0		1 = 1		2 - 1	
9	2 = 2	1 - 0		2 = 2		1 + 2		2 = 2	
10	0 + 1	1 - 0		0 = 0		1 = 1		0 + 1	
11	2 = 2	2 = 2		2 = 2		2 = 2		1 + 2	
12	2 = 2	1 - 0		0 + 1		1 - 0		0 = 0	
13	2 = 2	1 + 2		1 - 0		0 + 1		0 = 0	
14	0 + 1	2 - 0		2 - 0		1 + 2		0 = 0	
15	2 = 2	1 + 2		2 = 2		2 - 1		0 + 2	
16	2 = 2	1 + 2		0 + 2		2 = 2		1 + 2	
17	1 = 1	1 - 0		1 - 0		1 + 2		0 = 0	
18	2 = 2	2 = 2		1 + 2		2 = 2		1 + 2	
19	2 = 2	1 - 0		0 = 0		1 = 1		0 + 2	
20	0 + 1	1 = 1		1 = 1		1 = 1		1 - 0	
21	2 = 2	2 - 0		0 + 2		1 = 1		2 - 0	

\* Sinal da alteração no escore (+, -, =)

## ANEXO 14

RESULTADOS DOS SUJEITOS DO GRUPO EXPERIMENTAL NAS  
PROVAS DE MATEMÁTICA, INICIAL E FINAL — ALUNOS DE  
2.<sup>a</sup> SÉRIE DO 1º GRAU — GOIÂNIA — 1979

Sujeito	Prova de matemática inicial	Prova de matemática final
	Notas	Notas
1	30	90
2	50	80
3	60	90
4	40	80
5	50	60
6	60	80
7	45	90
8	60	60
9	50	90
10	70	90
11	40	70
12	50	90
13	70	90
14	50	70
15	20	70
16	70	75
17	50	90
18	30	40
19	50	80
20	60	80
21	40	90

Dissertação apresentada aos senhores

Nome dos compo-  
nentes da ban-  
ca examinadora

Circe Navarro Rivas

Antelone Rome Mine

Am e Mari Bouch. Bette

Visto e permitido a impressão

Rio de Janeiro, 10/10/80

Newton Linspica  
Coordenador Geral de Ensino

Maria Julete Bete Olegu  
Coordenador Geral de Pesquisa