FUNDAÇÃO GETÚLIO VARGAS

ESCOLA DE ECONOMIA DE SÃO PAULO

GUILHERME STEIN

PREFERÊNCIAS DO ELEITORADO SOB RESTRIÇÃO DE CRÉDITO: MENOS EDUCAÇÃO E MAIS TRANSFERÊNCIAS

São Paulo

2011

GUILHERME STEIN

PREFERÊNCIAS DO ELEITORADO SOB RESTRIÇÃO DE CRÉDITO: MENOS EDUCAÇÃO E MAIS TRANSFERÊNCIAS

Dissertação submetida à Escola de Economia de São Paulo da Fundação Getúlio Vargas, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Economia.

Orientador: Prof. Dr. Braz Ministério de Camargo

São Paulo

2011

Stein, Guilherme.
Preferências do eleitorado sob restrição de crédito: menos educação e mais transferências / Guilherme Stein. - 2011.
45 f.

Orientador: Bráz Ministério de Camargo
Dissertação (mestrado) - Escola de Economia de São Paulo.

1. Investimentos na educação. 2. Eleitores – Processo decisório. 3. Despesa pública. 4. Educação – Aspectos econômicos. 5. Política econômica. I. Camargo, Bráz Ministerio de. II. Dissertação (mestrado) - Escola de Economia de São Paulo. III. Título.

CDU 37.014.543

Agradecimentos

Este trabalho não poderia ter sido feito sem a excepcional orientação que me foi dada pelo professor Braz Camargo. Ele foi um orientador extremamente acessível, paciente e dedicado, com o qual tive muita satisfação em trabalhar. A ele, digo obrigado.

Agradeço muito também ao professor Vladimir Teles pelas idéias e discussões a respeito do tema em questão sem as quais este trabalho também não teria sido possível. O tema da dissertação surgiu de uma conversa que tive com ele.

Meus agradecimentos também vão a todos que de alguma forma, seja dando sugestões ou fazendo questionamentos, me ajudaram a melhorar este trabalho. Em especial, agradeço aos participantes do Seminário de Tese das sextas-feiras e aos meus amigos Marcelo Griebeler, Priscilla Albuquerque e Hugo Jales.

Também devo lembrar de meus grandes amigos Marcos Wink Júnior e Felipe Garcia cuja amizade e companheirismo nos momentos difíceis do mestrado eu jamais esquecerei.

Finalmente, agradeço a meu pai por literalmente tudo e a Aline por seu imenso amor que cruza 1.119 km e que me inspira a sempre querer melhorar.

“Facts do not speak for themselves. They speak for or against competing theories. Facts divorced from theories or visions are mere isolated curiosities.”

- Thomas Sowell

Resumo

Este trabalho cria um modelo teórico para explicar o motivo pelo qual países pobres gastam em educação pública relativamente menos do que os países ricos. A idéia central é que em sociedades onde existem imperfeições no mercado de crédito, os eleitores não só tomam menos educação, como também demandam menos investimentos públicos em educação. Se comparam dois cenários: onde não há e onde há restrição de crédito. No primeiro cenário, os indivíduos votam de maneira unânime para que os recursos públicos sejam gastos em educação. No segundo cenário, no entanto, a preferência por gastos educacionais não é mais unânime e se torna uma função da renda do agente. O equilíbrio político nesse cenário é dado pelo eleitor que possui a renda mediana e o gasto público em educação é menor do que no primeiro cenário.

Palavras-chave: Educação. Restrição de Crédito. Economia Política. Votação. Instituições.

Abstract

This work develops a model in order to explain the reason why poor countries spend relatively less in public education than wealthy nations. The key idea is that in societies where market credit imperfections exist, the voters not only will educate themselves less, but also will demand less public investments in education. Two scenarios will be compared: when the credit is not constrained and when it is. In the first scenario, individuals vote unanimously so that the public resources are spent on education. In the second scenario, however, the choice over educational spending is not unanimous and it becomes a function of the agent's income. The political equilibrium is given by the voter who has the median income and the public spending in education is less than what is spent in the first scenario..

Palavras-chave: Education. Credit Constraint. Political Economy. Voting. Institutions.

Sumário

Lista de Figuras

1 Introdução

A literatura que estuda tanto teórica quanto empiricamente a ligação entre capital humano e crescimento econômico é extensa. Trabalhos como o de Lucas (1988) explicam a relação entre a taxa de crescimento de um país e o investimento em capital humano. Trabalhos empíricos como o de Mankiw et al. (1992) mostram o impacto positivo que educação tem no desempenho econômico das nações. Em virtude desse consenso é intrigante constatar que muitos países em desenvolvimento ainda gastam relativamente poucos recursos em educação se comparando a países desenvolvidos. As figuras 1 e 2 servem para ilustrar o argumento. Nelas, se constata uma correlação positiva entre o logaritmo do PIB per capita e gasto público em educação per capita como percentual do PIB. Assumindo que governos de países em desenvolvimento desejam promover crescimento econômico, a correlação ilustrada pelas figuras é, a princípio, inesperada e, portanto, demanda uma explicação.

A principal contribuição deste trabalho é o desenvolvimento de um modelo teórico que tenta explicar os fatos apresentados anteriormente. A tese central é a de que em um ambiente de acesso restrito ao mercado de crédito, a demanda do eleitorado por gastos públicos em educação é menor do que ela seria sem essas restrições. Os indivíduos no modelo precisam decidir de que maneira eles irão transferir recursos entre dois períodos no tempo. Existem dois canais de transferências: poupança no mercado financeiro e investimentos em educação. Cada um desses canais tem um retorno: a taxa de juros da economia remunera a poupança e um "salário" advindo de uma maior escolaridade remunera os investimentos em educação. A taxa de juros é exógena, e a remuneração do capital humano é uma função não só do quanto o indivíduo investiu no mesmo, mas também é uma função do quanto o governo gastou em educação pública. Na ausência de restrição de crédito, se a taxa de retorno em educação for maior do que a taxa de juros da economia, o agente vai investir em capital humano e, portanto, desejará que o governo gaste recursos em educação independentemente de seu nível de renda. Por outro lado, na presença de restrição de crédito, a quantidade de capital humano que o indivíduo irá adquirir passa a ser uma função crescente de sua renda

e, conseqüentemente, o mesmo ocorrerá em relação a suas preferências políticas no que diz respeito ao gasto público em educação - quanto maior a renda, maior é a preferência por gasto público em educação.

Dessa forma, na presença de restrições de crédito, gastos públicos em políticas educacionais que visam a aumentar o retorno do capital humano acumulado podem ser menos atraentes do ponto de vista do eleitor se comparadas a outras políticas públicas como, por exemplo, um programa de transferência direta de renda. Em outras palavras, restrições de crédito afetam o retorno de se investir em educação e, por isso, afetam também as preferências políticas do eleitorado. Se países pobres também forem, por algum motivo, países onde o mercado de crédito é mais restrito, então, a tese aqui defendida pode servir com explicação para os fatos apresentados no primeiro parágrafo. Mais ainda, mesmo que todos os países apresentem restrições ao mercado de crédito para capital humano em intesidades parecidas, ainda assim sociedades mais ricas apresentariam uma preferência maior por gastos públicos em educação do que sociedades mais pobres.

Um indício da relação entre restrição de crédito e riqueza do país pode ser visto na figura 3. Nela, se observa a existência de uma correlação negativa entre o logaritmo do PIB per capita e a taxa de spread bancário (aqui entendido como a diferença entre o quanto se paga de juros quando se toma empréstimos e o quanto se recebe quando se empresta para o banco). Utilizando essa taxa de spread com uma proxy de restrição ao acesso de mercado de crédito, se observa que países pobres também tem um mercado de crédito mais restrito. Logo, nos termos do modelo aqui desenvolvido, governos de países pobres gastariam menos em educação porque seus cidadãos são afetados pelas restrições de crédito. Apenas para ilustrar o argumento, a figura 4 mostra uma simples correlação entre o gasto público no ensino primário como proporção do PIB e o spread bancário. A correlação negativa, embora não se possa fazer nenhuma inferência causal a partir dela, torna a tese defendida aqui plausível.

Este trabalho se divide em cinco partes além da introdução. Ainda nesta seção se discutirá

a literatura relacionada com o problema levantado. Na segunda seção, serão descritas as características básicas do modelo. A seguir, se resolverá o problema das escolhas econômicas e políticas dos agentes em um ambiente sem restrição de crédito. Na quarta seção, se introduz a restrição e, uma vez resolvidos os problemas dos indivíduos, se discutirá as diferenças com o modelo básico (sem restrição de crédito). Finalmente, a última seção conclui o trabalho apresentando os resultados encontrados.

Discussão da Literatura

Há uma extensa literatura que estuda como imperfeições no mercado de crédito impõem importantes restrições na capacidade do indivíduo adquirir capital humano (veja, por exemplo Loury 1981; Ljungqvist 1993; Lochner e Monge-Naranjo 2010). Essas restrições estão associadas, para maioria dos autores, com a idéia de que capital humano e rendas futuras, em geral, não servem como colateral. Empiricante, diversos trabalhos encontraram evidências de que tais restrições tem um papel significativo no que diz respeito a decisão de adquirir capital humano (veja, por exemplo Jacoby (1994); Ellwood et al. (2000); Carneiro e Heckman (2002); Belley e Lochner (2007)). A maioria desses estudos empíricos são feitos utilizando-se dados de ingresso no ensino superior dos EUA. Jacoby (1994) merece destaque pois investiga o impacto da restrição de crédito em um pais subdesenvolvido, o Peru, e o faz utilizando dados do ensino primário.

Não é estranho conceber que indivíduos de países ricos teriam a restrição de crédito ativa apenas em estágios mais avançados de sua educação, uma vez que o ensino primário e secundário são relativamente mais baratos do que o ensino superior. Já em países pobres, a população se depara com esta restrição de crédito logo no começo da carreira escolar de seus filhos, pois mesmo o ensino fundamental exigiria que a familia abrisse mão de relativamente muitos recursos.

Uma hipótese importante do modelo é a de que gastos públicos em educação aumentam o retorno do indivíduo em adquirir capital humano. O mecanismo assumido é o de que o gasto

público aumentaria a proficiência do indivíduo ao investir em capital humano e esse aumento, por sua vez, teria impacto positivo na sua produtividade fazendo com que sua renda aumentasse mais para um mesmo nível de investimento. A literatura empírica não encontra um impacto significativo entre gasto público em educação e melhor desempenho escolar (ver, por exemplo, Hanushek (1981, 2003)). O importante não é apenas o volume de recursos alocado nas escolas, mas sim o tipo e a qualidade de insumos que são adquiridos com tais recursos. Nesse sentido, Rivkin et al. (2005) e Hanushek (2010) destacam a importância que bons professores têm no desempenho acadêmico dos alunos. Segundo Hanushek, o insumo "professor" é sem dúvida o mais importante para explicar o desempenho escolar e a qualidade de uma escola. A hipótese do modelo pode ser conciliada com a literatura empírica assumindo-se que os membros da sociedade conhecem quais são os insumos que aumentam a proficiência dos alunos e que, portanto, utilizam os recursos públicos da melhor maneira possível.

O problema levantando no primeiro parágrafo já foi abordado anteriormente pela literatura. Acemoglu (2003) talvez tenha sido um dos primeiros a formular a seguinte pergunta: por que alguns países escolhem instituições e políticas públicas que desencorajam o crescimento, enquanto outros escolhem arranjos pró-crescimento? Essa pergunta motivou o autor a uma série de artigos (Acemoglu e Robinson (2006, 2000); Acemoglu et al. (2005); Acemoglu (2006); Acemoglu et al. (2010, 2011)) os quais buscavam a resposta em modelos de economia política. Mais especificamente, conflitos de interesses entre a elite e o povo poderiam resultar em instituições e políticas públicas que prejudicam o crescimento, mas favorecem um pequeno grupo que controla o poder. Essa explicação poderia muito bem resolver o problema em questão. As elites barrariam políticas educacionais em prol de iniciativas que aumentassem seu poder e, conseqüentemente, sua renda em detrimento de um maior crescimento econômico.

Outra explicação que estuda especificamente os determinantes de gastos públicos em educação pode ser em encontrada em Levy (2005). Em seu trabalho, a autora separa a sociedade em faixas etárias e em seus níveis de renda, permitindo que facções formem coalizões via par-

tidos políticos. O resultado principal mostra que quando redistribuição de renda e educação são políticas concorrentes, o tamanho da parcela de jovens na população afeta negativamente gastos em educação pública. Segundo a autora, existem dois equilíbrios possíveis: quando a população pobre que é jovem é pequena, o governo oferece educação pública. Já quando a população jovem pobre é numerosa, o resultado é que haverá apenas políticas de redistribuição de renda. O trabalho desenvolvido aqui propõe uma explicação para o fenômeno em questão, complementando as contribuições trazidas pela literatura até então.

Explorando a idéia de imperfeições no mercado de crédito, Galor e Zeira (1993), Benabou (2002) e Acemoglu (2003) trabalham com a idéia de que restrições existentes neste mercado, por dificultar que os indivíduos acumulem capital humano, potencialmente podem reduzir o crescimento econômico dos países. Galor e Zeira (1993), em particular, mostram também que essas imperfeições no mercado de crédito fazem com que políticas de transferências de renda se tornem promotoras do crescimento econômico na medida em que elas funcionariam como um "alívio" da restrição de crédito dos indivíduos. Benabou (2002) argumenta que políticas educacionais são preferíveis a políticas de transferência de renda no que diz respeito à promoção de crescimento econômico.

O presente trabalho se diferencia dos trabalhos de Acemoglu (2003) e Levy (2005), pois oferece uma explicação alternativa para explicar o padrão de gastos públicos em educação observado entre os países. Ao contrário de Galor e Zeira (1993) e Benabou (2002), este trabalho não está estudando os efeitos das imperfeições do mercado de crédito para capital humano no crescimento econômico dos países, mas sim mostrando um canal pelo qual países pobres acabam gastando relativamente menos em educação do que países ricos.

2 Ambiente

A sociedade é composta por um contínuo de massa 1 de indivíduos os quais se diferenciam em suas respectivas rendas $w_i \in [0, w_{\max}]$ dadas exogenamente e se distribuindo de acordo

com uma função de distribuição acumulada $F(w_i)$, a qual é contínua e crescente. Se define w_m tal que $F(w_m) = 0,5$ como a renda mediana da distribuição. Os agentes vivem dois períodos e suas ações dizem respeito a quanto consumir em ambos os períodos e quanto se esforçar para adquirir capital humano. O problema do agente pode ser descrito da seguinte forma:

$$\max \ u(c_1) + \frac{1}{1+\rho} u(c_2) \tag{1}$$

$$sujeito\ a:$$

$$c_1 \leq w_i + \tau - bh - d \tag{2}$$

$$c_2 \leq w_i + (Ah)\varepsilon^{\eta} + d(1+r) \tag{3}$$

$$0 \leq h \leq \mu \tag{4}$$

$$d \geq -q, \ onde \ q \in \mathbb{R} \cup \{\infty\} \tag{5}$$

onde c_t denota o consumo do indivíduo no tempo t e $u(.)$ é três vezes diferenciável com: $u'(.) > 0$, $u''(.) < 0$ e $u'''(.) > 0$. A dotação no período 1 é constituída da renda exógena w_i e das transferências diretas do governo, τ. O agente escolhe o quanto poupar d e o quanto se esforçar para adquirir capital humano h, o qual possui um limite dado por μ. A poupança é remunerada pela taxa de juros de mercado $(1 + r)$ e é realizada no segundo período. A remuneração proveniente do investimento em capital humano também é realizada no segundo período e é expressa pela função de produção $(Ah)\varepsilon^{\eta}$. A constante $A > 0$ denota a tecnologia existente e ε representa o gasto público per capita em educação, o qual possui retornos marginais decrescentes, pois $\eta \in (0, 1)$. Para expressar o esforço empregado na aquisição de capital humano em termos de consumo, h é multiplicado pela constante $b > 0$. Em essência, o problema dos indivíduos envolve uma escolha entre duas tecnologias de poupança: uma indireta via acúmulo de capital humano e outra direta dada pela capitalização da taxa de juros. O indivíduo optará pela que lhe proporcionar um retorno maior. O indivíduo desconta o tempo a uma taxa $(1 + \rho)$ que, por hipótese, é igual a taxa de juros da economia.

Há ainda outro aspecto que influencia a decisão dos agentes. Os agentes podem ter seu acesso ao mercado de crédito limitado. O grau de restrição é representado por (5). Quanto menor for o valor assumido por q, maior é a limitação desse acesso. Neste trabalho, serão tratados dois casos em particular: (i) quando não há restrição de crédito ($q = \infty$) e (ii) o caso em que o indivíduo não pode tomar recursos emprestados, mas pode poupar ($q = 0$).

Além das decisões econômicas, os integrantes dessa sociedade precisam escolher como o governo deverá gastar uma dotação B que está a sua disposição. Tal riqueza pode ser alocada de duas formas: (i) gastos em educação per capita, ε ou (ii) transferência direta de renda, onde cada indivíduo recebe τ. Os indivíduos escolhem o seu par (ε, τ) preferido que, naturalmente, deve atender a restrição dada por: $\varepsilon + \tau = B$[1]. O par (ε, τ) é escolhido por votação majoritária, ou seja, a política mais votada é implementada pelo governo. Cabe destacar que o gasto público em educação desempenha um papel complementar ao esforço em capital humano. Portanto, as decisões de se educar e votar são interdependentes.

Primeiramente, se resolverá o modelo básico, no qual não há restrição de crédito. As preferências políticas são obtidas a partir da resolução do problema econômico do indivíduo. Para tornar o problema mais tratável, serão adotadas algumas hipóteses adicionais. A fim de facilitar a comparação entre os cenários onde há restrição e onde não há restrição de crédito, se criará um limite na riqueza do governo para que, no modelo básico, dadas as preferências políticas do eleitorado, ela seja apenas suficiente para suprir a demanda de gastos em educação. Como foi mencionado acima, a função de produção que representa o retorno do capital humano tem retornos marginais decrescentes em ε. Portanto, se o governo for muito rico, existirá um gasto público em educação máximo a partir do qual, para qualquer riqueza excedente, os indivíduos escolherão gastá-la em transferências. Para eliminar essa situação, se assume que:

$$B \leq \left(\frac{\eta\mu A}{1+r}\right)^{\frac{1}{1-\eta}} = \varepsilon_{max} = B^{\max} \tag{6}$$

[1] A restrição orçamentária do governo não necessariamente precisa ser ativa. No entanto, é simples verificar que os agentes sempre escolherão um par de políticas ótimas que satisfazem a restrição com igualdade.

Essa restrição não limita os resultados, pois sem ela o problema seria resolvido da mesma forma. Esse limite para B só serve para facilitar a comparação entre o modelo básico e o modelo com restrição de crédito.

Para garantir a existência de um equilíbrio político, representado por uma política que vence qualquer outra em uma votação par a par, é necessário que alguma forma do Teorema do Eleitor Mediano seja válida. A validade do teorema é automaticamente garantida no modelo básico, pois, como será demonstrado abaixo, todos os eleitores preferem que o governo gaste todos os recursos em educação independentemente do nível de renda dos mesmos. Como também será mostrado abaixo, o mesmo não ocorrerá quando os membros da sociedade não possuírem acesso ao mercado de crédito. Nesse caso, o nível de renda do indivíduo influencia sua preferência política e, portanto, será necessário usar alguma forma do Teorema do Eleitor Mediano. A política de equilíbrio dessa versão do Teorema é dada pelo eleitor que possui a renda mediana.

3 O problema sem restrição de crédito

Primeiro serão determinadas as escolhas de consumo e acumulação de capital humano dos indivíduos. Em seguida, serão obtidas as políticas escolhidas (ε, τ).

3.1 Decisões econômicas privadas

O indivíduo maximiza (1) sujeito às restrições (2), (3), (4). Se $q = \infty$, então não há restrição de crédito e a restrição (5) não desempenha um papel nesse caso. Isolando d em (3) e substituindo em (2), obtém-se:

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} \leq w_i + \tau + \frac{w_i + (Ah)\varepsilon^{\eta} - (1+r)bh}{1+r} \tag{7}$$

tem-se então o seguinte resultado:

Lema 1. *A escolha ótima de h é independente da escolha do par (c_1, c_2) e é dada por:*

$$h = \begin{cases} \mu & se\ A\varepsilon^\eta / b > (1 + r) \\ 0 & se\ A\varepsilon^\eta / b < (1 + r) \\ h \in [0, \mu] & se\ A\varepsilon^\eta / b = (1 + r) \end{cases}$$

A intuição econômica desse resultado é a de que o indivíduo irá escolher se esforçar em adquirir capital humano apenas quando o retorno obtido com o mesmo for, em valor presente, maior do que o esforço empregado para adquiri-lo. A linearidade implica que a solução será sempre extrema: ou o indivíduo se esforça ao máximo, ou não se esforça, ou está indiferente. Portanto, a análise do problema de escolha do par (c_1, c_2) será divida nos três casos possíveis de escolha de h.

Dem: É imediato vermos que h é independente da escolha de (c_1, c_2). A função utilidade (1) é estritamente crescente em (c_1, c_2), logo (7) é satisfeita com igualdade. Note que quanto maior for o lado direito da restrição, maiores serão as quantidades consumidas pelos indivíduos. Quando $A\varepsilon^\eta - b(1+r) > 0$, aumentar h permite aumentar o consumo do agente, logo, ele escolhe $h = \mu$. Analogamente, quando $A\varepsilon^\eta - b(1 + r) < 0$, aumentos em h reduzem a capacidade de consumir, por isso o agente escolhe o menor h possível, $h = 0$. Finalmente, no caso que $A\varepsilon^\eta - b(1+r) = 0$ variações em h não têm efeito sobre quanto o indivíduo consegue consumir, logo, é ótimo escolher $h \in [0, \mu]$. ■

Uma vez que se sabe a escolha ótima de h, podemos considerar as decisões de consumo. Como, por hipótese, $r = \rho$, o preço de postergar consumo é o mesmo que o de adiantá-lo, conseqüentemente, resta ao indivíduo apenas igualar as utilidades marginais dos dois períodos. Como a utilidade marginal de $u(c_t)$ é decrescente, qualquer arranjo onde o agente consome uma quantidade maior em um período do que no outro será pior do que se o indivíduo consumir quantidades iguais em ambos os períodos. Portanto, $c_1 = c_2$. O lema abaixo, cuja demonstração se encontra no apêndice, descreve as decisões de consumo dos indivíduos como

função de ε.

Lema 2. *As escolhas ótimas de c_1e $c_2$são as mesmas. Denote esta escolha por c^*. Temos que:*

$$c^* = \begin{cases} w_i + \dfrac{\mu[A\varepsilon^\eta - (1+r)b] + (1+r)\tau}{2+\rho} & se\ A\varepsilon^\eta/b \geq (1+r) \\ w_i + \dfrac{\tau(1+\rho)}{2+\rho} & se\ A\varepsilon^\eta/b < (1+r) \end{cases}$$

3.2 Decisões políticas

Uma vez encontradas as escolhas econômicas ótimas, dadas por (c_1^*, c_2^*, d^*, h^*), é possível escrever as utilidades indiretas dos indivíduos e, dessa forma, encontrar as preferências políticas dos agentes, i.e., como as políticas de transferência de renda e gastos educacionais afetam a utilidade dos agentes. Como $u(.)$ é estritamente crescente, basta analisar o consumo para encontrar o par ótimo (τ^*, ε^*). A análise será divida em dois casos. Defina $\tilde{\varepsilon}$ tal que $A\tilde{\varepsilon}^\eta/b = (1+r)$. Denote c^* como o consumo do indivíduo nos dois períodos para quando $\varepsilon \geq \tilde{\varepsilon}$ e c^{**} como o consumo para quando $\varepsilon < \tilde{\varepsilon}$.

Suponha que $\varepsilon \geq \tilde{\varepsilon}$. É imediato verificar a partir do Lema 2 que o par de políticas (ε, τ) que maximiza o consumo c^* de um indivíduo são independentes da sua renda w_i. Dessa forma, substituindo a restrição orçamentária do governo na equação abaixo, o indivíduo deve maximizar:

$$\max_{\varepsilon \in [\tilde{\varepsilon}, B]} \frac{\mu[A\varepsilon^\eta - (1+r)b] + (1+r)(B-\varepsilon)}{2+\rho} \tag{8}$$

É imediato verificar que a função objetivo (8) é estritamente côncava, e ε que a maximiza é dada por (6). Como já foi mencionado na seção anterior, apenas para facilitar a análise e a comparação com o caso de restrição de crédito, a dotação do governo é limitada superiormente por $B^{\max}$. Esse limite superior é o ponto que maximiza a função objetivo (8) e é adotado com o objetivo de que o governo nunca seja rico o bastante a ponto do indivíduo escolher uma quantia postiva de transferências. Assumir (6), portanto, faz com que toda a dotação do governo seja destinada a gastos educacionais. Uma riqueza maior do que $B^{\max}$ implicaria

que os agentes gastariam o excesso dela em transferências e isso é algo que se quer evitar. Substituindo este resultado em $c^*(\varepsilon)$:

$$c^* = w_i + \frac{\mu(AB^\eta - (1+r)b)}{2+\rho} \tag{9}$$

É fácil ver que neste caso o indivíduo toma recursos emprestados do segundo período para financiar a aquisição de capital humano e também para suavizar o consumo ao longo de sua vida, uma vez que, investindo em educação, os rendimentos no segundo período são maiores do que os obtidos no primeiro. Logo, ele escolhe $d^* < 0$.

Suponha agora que $\varepsilon < \tilde{\varepsilon}$. O valor de ε que maximiza consumo c^{**} é agora dado pela solução de:

$$\max_{\varepsilon} \frac{(B-\varepsilon)(1+\rho)}{2+\rho}$$

Note que ε entra apenas subtraindo e, portanto, seu aumento apenas decresce o consumo do agente. Como ele optou por não se educar, o gasto público em educação lhe é inútil. Na verdade, esse gasto é indesejável, uma vez que ele reduz o montante disponível para a política de transferência direta. Por isso, não é difícil ver que o indivíduo deseja que o governo gaste zero em educação, ou seja, quer $\varepsilon^* = 0$. Substituindo este resultado em d^* e $c^{**}(\varepsilon)$, tem-se:

$$c^{**} = w_i + \frac{B(1+\rho)}{2+\rho} \tag{10}$$

Naturalmente, se não há esforço executado em educação, e toda a riqueza do governo é destinada a política de transferência de renda, existem mais recursos no primeiro período do que no segundo e, portanto, o indivíduo poupa recursos a fim de suavizar seu consumo nos dois períodos. Dessa forma, como era esperado, ele escolhe $d^* > 0$.

Resumindo, se a taxa de retorno de adquirir capital humano for maior do que a taxa de juros da economia, então, o indivíduo se educa e, conseqüentemente, vota de tal forma que o governo aloque todo o recurso disponível em educação. Por outro lado, se a taxa de

juros for maior que a taxa de retorno de acumular capital humano, então o indivíduo prefere não acumular capital humano e, portanto, preferirá transferências diretas em detrimento de gastos educacionais.

Uma vez determinados os pares em cada caso relevante, é necessário comparar as escolhas entre si. O par (ε, τ) que permitir um consumo maior será o par escolhido. A análise acima mostra que se precisa apenas comparar duas alternativas: $(\varepsilon, \tau) = (B, 0)$ ou $(\varepsilon, \tau) = (0, B)$. De fato, por (9) e (10) percebe-se que um indivíduo qualquer prefere $(B, 0)$ a $(0, B)$ se, e somente se:

$$c^{1*}(B,0) - c^{2*}(0,B) = \frac{\mu[AB^\eta - (1+r)b]}{2+\rho} - \frac{B(1+\rho)}{2+\rho} > 0 \Longleftrightarrow \mu\left(\frac{AB^\eta}{1+r} - b\right) > B$$

Assumindo que os indivíduos escolhem $(0, B)$ quando estão indiferentes entre $(0, B)$ e $(B, 0)$, obtém-se o seguinte resultado:

Proposição 1. *O governo ou gasta todo seu orçamento em transferências, ou gasta todo seu orçamento em educação. Todo o orçamento é gasto em educação se e somente se,*

$$A > \frac{(\mu b + B)(1+r)}{\mu B^\eta} \tag{11}$$

Daqui em diante, (11) é uma hipótese que será mantida até o final.

4 O problema com restrição de crédito

Primeiro, serão determinadas as escolhas de consumo e acumulação de capital humano dos indivíduos. A seguir, se encontram as escolhas políticas (ε, τ) dos agentes. Uma vez feito isto, verifica-se a aplicabilidade do Teorema do Eleitor Mediano a fim de estabelecer o equilíbrio político. Finalmente, é feita uma análise de estática comparativa.

4.1 Decisões econômicas privadas.

Nessa situação, os indivíduos têm um acesso limitado ao mercado de crédito. Eles podem poupar, mas não podem tomar recursos emprestados do segundo período. Dessa vez, os agentes precisam maximizar (1) sujeito às restrições (2), (3), (4) e (5) quando $q = 0$. Como a função de utilidade (1) é estritamente crescente nos argumentos, as equações (2) e (3) são satisfeitas com igualdade. Substituindo (2) e (3) em (1), podemos expressar a utilidade do agente em função das decisões de poupança e de investimento em capital humano:

$$U(d, h) = u(w_i + \tau - d - bh) + \frac{1}{1+\rho} u(w_i + (Ah)\varepsilon^\eta + (1+r)d) \tag{12}$$

Como no caso sem restrição de crédito, o indivíduo pode transferir renda do primeiro para o segundo período de duas formas: via acúmulo de capital humano ou através de poupança. O retorno da poupança é dado pela taxa de juros e o retorno de se acumular capital humano é afetado pelos gastos públicos em educação. Logo, deve haver um nível de gasto público em educação "limite" a partir do qual a taxa de retorno em adquirir capital humano é maior do que o retorno da poupança. A partir desse ponto, ele transferiria renda do primeiro para o segundo período apenas usando o canal da educação.

A pergunta natural, portanto, é a seguinte: qual seria o valor de ε a partir do qual o indivíduo utiliza apenas a aquisição de capital humano para transferir renda para o segundo período e vice-versa? Em outras palavras, qual é o ε acima do qual $d = 0$ é adotado e abaixo do qual $h = 0$ é escolhido? Sabe-se que $\tilde{\varepsilon}$ é o gasto público em educação que iguala as taxas de retorno de poupar e acumular capital humano. O seguinte lema define as escolhas de poupança e capital humano feitas pelo indivíduo:

Lema 3. *A escolha ótima de d e h é se divide em três casos:*

(a) $d = 0$ e $h \geq 0$ se $\varepsilon > \tilde{\varepsilon}$.

(b) $d + bh = \tau b/(A\varepsilon^\eta + b)$ se $\varepsilon = \tilde{\varepsilon}$.

(c) $d \geq 0$ e $h = 0$ se $\varepsilon < \tilde{\varepsilon}$.

Dem: Aqui será demonstrado apenas *(a)*. As provas de *(b)* e *(c)* são iguais a *(a)* e encontram-se no Apêndice.

Escolha $d' \geq 0$ e $h' \geq 0$:

$$U(d', h') = u(w_i + \tau - d' - b \cdot h') + \frac{1}{1+\rho} u(w_i + (Ah') \cdot \varepsilon^\eta + (1+r) \cdot d')$$

Defina $d'' = d' - \alpha$ e $h'' = h' + \frac{\alpha}{b}$, onde $\alpha > 0$:

$$U(d'', h'') = u(w_i + \tau - d' - bh') + \frac{1}{1+\rho} u\left(w_i + (Ah')\varepsilon^\eta + (1+r)d' + \alpha\left(\frac{A\varepsilon^\eta}{b} - (1+r)\right)\right)$$

Da equação acima nota-se que se $A\varepsilon^\eta/b > (1+r)$, então aumentos de h e reduções de d sempre aumentarão a utilidade do indivíduo. Logo ele escolherá $d^* = 0$. Isolando ε na desigualdade, obtém-se $\varepsilon > \tilde{\varepsilon}$. Finalmente, fica estabelecida uma condição suficiente para que $d^* = 0$. ■

Aqui novamente, as decisões de acumular capital humano ou poupar dependem da taxa de retorno dos mesmos. Como no caso sem restrição de crédito, o retorno de se educar depende do quanto é gasto em educação pública. Se $\varepsilon > \tilde{\varepsilon}$, então $A\varepsilon^\eta/b > (1+r)$ e, portanto, o indivíduo decide usar todos os recursos disponíveis para se educar e nada para poupar.

Para determinar o valor ótimo de d e h, é preciso fazer a análise de cada situação descrita pelo Lema 2. Pode-se incorporar *(b)*, o caso em que $\varepsilon = \tilde{\varepsilon}$, na situação *(c)*. Logo pode-se dividir o problema da escolha de d e h em dois casos. O lema abaixo, cuja demonstração se encontra no apêndice, dá as escolhas ótimas :

Lema 4. *(i) Quando $\varepsilon > \tilde{\varepsilon}$, $d^* = 0$ e h^* é dado pelas condições de Kuhn-Tucker:*

$$-bu'(w_i + \tau - bh) + \frac{1}{1+\rho} A\varepsilon^\eta u'(w_i + Ah\varepsilon^\eta) = -\lambda_1 + \lambda_2 \tag{13}$$
$$\lambda_1(-h) = 0, \;\; \lambda_1 \geq 0$$
$$\lambda_2(h - \mu) = 0, \;\; \lambda_2 \geq 0$$

(ii) Quando $\varepsilon \leq \tilde{\varepsilon}$ o indivíduo escolhe $h^* = 0$ e d é dado pelas condições de Kuhn-Tucker, onde o nível ótimo da poupança é uma solução interior dada por: $d^* = \tau/(2+\rho)$.

Note que, quando $\varepsilon > \tilde{\varepsilon}$, o multiplicador λ_1 é zero e, portanto, a propriedade da utilidade marginal decrescente implica que, para que igualdade (13) seja satisfeita, o consumo no primeiro período deverá ser menor do que no segundo, ou seja, $c_2^* > c_1^*$. Como no primeiro caso do problema sem restrição de crédito, os rendimentos do período 2 são maiores que no período 1, mas, agora, a impossibilidade de realizar empréstimos não permite o agente suavizar o consumo no seu tempo de vida da maneira como ele gostaria. Ele acumula capital humano (aumenta h) utilizando apenas a riqueza do primeiro período.

O caso em que $\varepsilon \leq \tilde{\varepsilon}$, por sua vez, é similar a mesma situação quando não há restrição de crédito. Quando o retorno de se acumular capital humano é menor do que a taxa de juros de mercado, o indivíduo não se esforça para educar-se e utiliza o canal da poupança para transferir recursos para o segundo período a fim de suavizar seu consumo ao longo do tempo.

4.2 Decisões Políticas

Nesta subseção serão analisadas as decisões políticas para as duas possíveis situações descritas na subsecção anterior. As preferências políticas do agente são representadas pela função de utilidade indireta obtida a partir do problema econômico do indivíduo e pode ser definida como: $V_i(\varepsilon; w_i)$, uma vez que τ pode ser escrito como função de ε. Ela representa a preferência política do agente de renda w_i por gasto público per capita em educação.

Primeiramente, será resolvido o problema da escolha de ε ótimo quando $\varepsilon < \tilde{\varepsilon}$. Nesse caso, é simples mostrar que a política preferida do agente será sempre gastar toda a dotação do governo em transferências, $\tau = B$. Isso ocorre porque nesse intervalo de ε a taxa de retorno da poupança é maior do que o retorno da acumulação de capital humano e, portanto, o indivíduo não vai querer se esforçar adquirindo h.

A análise do caso $\varepsilon > \tilde{\varepsilon}$ é mais complicada do que na seção anterior, uma vez que, agora, as escolhas políticas do agente dependerão do seu nível de renda e, por esse motivo, nem todos

os eleitores votarão da mesma forma. O próximo resultado mostra que sob certas condições os indivíduos, independentemente da renda, jamais escolherão gastar $\varepsilon = 0$, ou seja, o par $(0, B)$ jamais seria escolhido pela sociedade. A idéia é mostrar que se A for grande o bastante, então existirá um $\varepsilon > \tilde{\varepsilon}$ tal que $V_i(\varepsilon; w_i) > V_i(0; w_i)$ para qualquer w_i.

Lema 5. *Existe A^* tal que se $A > A^*$, então $\varepsilon^* = 0$ nunca será uma política de equilíbrio.*

Dem: Substituindo h^* e d^* ótimos quando $\varepsilon \leq \tilde{\varepsilon}$ na função de utilidade se encontra$V_i(\varepsilon = 0; w_i)$:

$$V_i(\varepsilon = 0; w_i) = u\left(w_i + \frac{B(1+\rho)}{2+\rho}\right)\left(\frac{2+\rho}{1+\rho}\right) \tag{14}$$

Sabe-se que a utilidade, quando $\varepsilon > \tilde{\varepsilon}$, assume a seguinte forma:

$$V_i(\varepsilon; w_i) = u(w_i + B - \varepsilon - bh) + \frac{1}{1+\rho}u(w_m + (Ah)\varepsilon^\eta) \tag{15}$$

Comparando (15) com (14), é possível encontrar uma condição suficiente para que $V_i(\varepsilon; w_i) > V_i(0; w_i)$. Escolha $\varepsilon = B/2$, $\tilde{h} = \min\{\mu, B/2\}$. É preciso existir um A' grande o bastante tal que:

$$H = u\left(w_i + \frac{B}{2} - b\tilde{h}\right) + \frac{1}{1+\rho}u\left(w_i + A'\tilde{h}\left(\frac{B}{2}\right)^\eta\right) - u\left(w_i + \frac{B(1+\rho)}{2+\rho}\right)\frac{2+\rho}{1+\rho} \geq 0 \tag{16}$$

para qualquer $w_i \in [0, w_{max}]$.

Para mostrar que o tamanho desse A' independe da renda w_i é necessário tomar a derivada de (16) em relação a renda. Se ela for positiva, então basta que (16) seja satisfeita com a menor renda possível $w_i = 0$. Derivando a equação acima e agrupando os termos, obtém-se:

$$\begin{aligned}\frac{\partial H}{\partial w_i} &= \frac{1}{1+\rho}\left[u'\left(w_i + A\tilde{h}\left(\frac{B}{2}\right)^\eta\right) - u'\left(w_i + \frac{B(1+\rho)}{2+\rho}\right)\right] \\ &- \left[u'\left(w_i + \frac{B(1+\rho)}{2+\rho}\right) - u'\left(w_i + \frac{B}{2} - b\tilde{h}\right)\right]\end{aligned} \tag{17}$$

Agora, suponha que: $x = Ah'(B/2)^{\eta} + w_i > y = w_i + B(1+\rho)/(2+\rho) > z = w_i + B/2 - bh$. Esse é o caso quando A é suficientemente grande (independente de w_i).

Para que (17) seja positiva é necessário que:

$$\frac{1}{1+\rho}\left[u'\left(x\right) - u'\left(y\right)\right] > \left[u'\left(y\right) - u'\left(z\right)\right] \tag{18}$$

Note que $u'(.)$ é convexo. Logo:

$$u'(x) > u'(y) + u''(y)(x-y) \Rightarrow u'(x) - u'(y) > u''(y)(x-y) \tag{19}$$

$$u'(z) > u'(y) + u''(y)(z-y) \Rightarrow u'(y) - u'(z) < u''(y)(y-z) \tag{20}$$

Então (18) é válido se:

$$\frac{x-y}{1+\rho} > y - z \tag{21}$$

Substituindo x, y e z por seus valores e agrupando os termos, (18) vale para um A^* tal que:

$$\frac{A^*\tilde{h}B}{2(1+\rho)} > \frac{B}{2} + b\tilde{h}$$

e, além disso, A^* também deve satisfazer a seguinte condição:

$$u\left(\frac{B}{2} - b\tilde{h}\right) + \frac{1}{1+\rho}u\left(A^*\tilde{h}\left(\frac{B}{2}\right)^{\eta}\right) - u\left(\frac{B(1+\rho)}{2+\rho}\right)\frac{2+\rho}{1+\rho} \geq 0 \tag{22}$$

Logo, para $A > A^*$, o caso $\varepsilon \leq \tilde{\varepsilon}$ pode ser excluído da análise. ■

Suponha então que $\varepsilon > \tilde{\varepsilon}$. Substituindo d^* e h^* na função de utilidade, obtém-se a função de utilidade indireta. O agente com renda w_i prefere par (ε, τ) que maximiza a seguinte função:

$$\max_{\varepsilon \in (\tilde{\varepsilon}, B]} \; V_i(\varepsilon; w_i) = u(w_i + B - \varepsilon - bh^*) + \frac{1}{1+\rho}u(w_i + Ah^*\varepsilon^{\eta}) \tag{23}$$

Para que (23) tenha solução, uma vez que o domínio não é um conjunto compacto, é necessário e suficiente que $V_\varepsilon(\tilde{\varepsilon}; w_i) > 0$. A condição que garante isso foi demonstrada no apêndice e é seguinte:

$$B > \tilde{\varepsilon}\left(\frac{2+\rho+\eta}{\eta}\right)$$

A riqueza do governo tem um limite inferior que é uma função de $\tilde{\varepsilon}$. Note que aumentando A pode-se fazer $\tilde{\varepsilon}$ tão pequeno quanto se queira. Como se está trabalhando com um A grande, o limite inferior de B é pequeno e compatível com as hipótese inicial sobre B.

Proposição 2. *Suponha que $A > A^*$. O investimento em educação implementado pela sociedade é o valor de ε que maximiza $V_i(\varepsilon; w_m)$. Além disso, o gasto público ótimo em educação ε^* é fracamente crescente na renda w_i dos indivíduos, sendo que $\varepsilon^* < B$ para qualquer $w_i < h^{-1}[(B/(\eta b)]$.*

Dem: Para que o processo eleitoral tenha uma política que vence todas as outras em uma votação par a par, é necessário que algum tipo de Teorema do Eleitor Mediano possa ser invocado. Se as preferências dos indivíduos forem single-crossing, então o Teorema do Eleitor Mediano pode ser utilizado para encontrar o equilíbrio político. A verificação dessa propriedade, nesse caso em particular, é relativamente simples. O Lema 2 de Gans e Smart (1996) estabelece condições para que a propriedade desejada seja verificada. A condição suficiente é que a utilidade indireta $V_i(\varepsilon; w_i)$ atenda a condição de Spence-Mirrlees. De acordo com Milgrom e Shannon (1994), para que a condição Spence-Mirrlees seja satisfeita, basta que a taxa marginal de substituição entre as utilidades marginais indiretas em relação as transferências, V_τ, e gastos educacionais, V_ε, sejam não-decrescente em w_i. Para se obter a taxa marginal de substituição, reescreva (23) com função de τ e ε:

$$V_i(\varepsilon, \tau; w_i) = u(w_i + \tau - bh^*) + \frac{1}{1+\rho}u(w_i + Ah^*\varepsilon^\eta) \tag{24}$$

a taxa marginal de substituição é da pela razão das derivadas parciais V_ε e V_τ.

Para que não seja necessário se preocupar com os efeitos indiretos, via h^*, da variação de ε e τ, pode-se utilizar o Teorema do Envelope. Milgrom e Segal (2002) desenvolveram condições que permitem a utilização desse teorema para esse tipo de problema. Sendo a escolha de h^* única, o item (iii) do Corolário 4 de Milgrom e Segal (2002) garante que a função valor do problema (23) seja diferenciavel em todo lugar, inclusive onde os multiplicadores associados as restrições passam de inativos para ativos. Felizmente, h^* que dá origem a função valor em questão é único e, portanto, o Teorema do Envelope pode ser usado. Derivando 24 em relação as transferências diretas e ao gasto educacional, obtém-se:

$$\frac{\partial V_i}{\partial \tau} = u'(w_i + \tau - bh^*(\varepsilon, \tau; w_i))$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial \varepsilon} = \frac{1}{1+\rho} \eta A h^*(\varepsilon, \tau; w_i) \varepsilon^{\eta - 1} u'(w_i + Ah^*(\varepsilon, \tau; w_i)\varepsilon^{\eta})$$

Taxa Marginal de Substituição é dada por:

$$TMS = \frac{\partial V_i}{\partial \varepsilon} / \frac{\partial V_i}{\partial \tau} = \left(\frac{\eta A h^*(\varepsilon, \tau; w_i) \varepsilon^{\eta - 1} u'(w_i + Ah^*(\varepsilon, \tau; w_i)\varepsilon^{\eta})}{(1+\rho) u'(w_i + \tau - bh^*(\varepsilon, \tau; w_i))} \right) \tag{25}$$

Isolando $A\varepsilon^{\eta} u'(w_i + Ah\varepsilon^{\eta})/(1+\rho)$ em (13) e substituindo em (25):

$$\frac{\eta h^*(\varepsilon, \tau; w_i) \left[-\lambda_1 + \lambda_2 + bu'(w_i + \tau - bh^*(\varepsilon, \tau; w_i) \right]}{\varepsilon u'(w_i + \tau - bh^*(\varepsilon, \tau; w_i))} \tag{26}$$

No apêndice é demonstrado que sempre $\lambda_1 = 0$. Logo, restam duas situações, as quais dependem do nível de renda do indivíduo. Os dois casos são:

(i) quando $\lambda_2 = 0$ e h^* é interior:

$$TMS = \frac{\partial V_i}{\partial \varepsilon} / \frac{\partial V_i}{\partial \tau} = \frac{\eta h^*(\varepsilon, \tau; w_i) b}{\varepsilon} \tag{27}$$

Nesse caso, a TMS varia em relação a w através de h^*. Se h^* for crescente em w, então

a condição single-crossing é satisfeita. Para verificar o sinal da variação de h em relação a w_i, verifica-se a derivada cruzada de $U(h; w_i)$ para a região $\varepsilon > \tilde{\varepsilon}$. Se a derivada for positiva, então h varia positivamente com a renda w. A derivada cruzada de (12) em relação a h e a w_i é dada por:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial w_i \partial h} = \frac{1}{1+\rho} A\varepsilon^{\eta} u''(w_i + Ah\varepsilon^{\eta}) - bu''(w_i + \tau - bh) \tag{28}$$

O sinal de (28) é dado pela diferença entre o primeiro e segundo termo. A análise é feita na região onde $A\varepsilon^{\eta}/(1+\rho) > b$, logo, basta que $u''(w_i + Ah\varepsilon^{\eta}) - u''(w_i + \tau - bh) > 0$ para que o sinal da derivada seja positivo. Nessa região em particular, se sabe que $c_2 > c_1$. Substitindo na utilidade c_1 e c_2 tem-se o seguinte resultado:

$$u''(c_2) - u''(c_1) > 0 \Longleftrightarrow \frac{u''(c_2) - u''(c_1)}{c_2 - c_1} > 0 \Longleftrightarrow u'''(c_t) > 0$$

Como $u'''(c_t) > 0$, então $u''(w_i + Ah\varepsilon^{\eta}) - u''(w_i + \tau - bh) > 0$ e portanto a derivada é positiva. Logo, h varia positivamente com w_i e, consqüentemente, também a TMS.

(ii) quando $\lambda_2 > 0$ e $h^* = \mu$:

$$TMS = \frac{\partial V_i}{\partial \varepsilon} / \frac{\partial V_i}{\partial \tau} = \frac{\eta\mu\lambda_2(w_i)}{\varepsilon u'(w_i + \tau - b\mu)} + \frac{\eta\mu b}{\varepsilon} \tag{29}$$

derivando TMS, obtém-se:

$$\frac{\eta\mu\left[\lambda_2'(w_i)u'(w_i + \tau - b\mu) - \lambda_2 u''(w_i + \tau - b\mu)\right]}{\varepsilon\left[u'(w_i + \tau - b\mu)\right]^2} \tag{30}$$

note que se λ_2' varia positivamente com w_i, então a TMS também varia positivamente com w_i. Isolando λ_2 em (13) e tomando a derivada em relação a w_i na região onde λ_2:

$$\frac{\partial \lambda_2}{\partial w} = \frac{A\varepsilon^{\eta}}{(1+\rho)} u''(w_i + A\mu\varepsilon^{\eta}) - bu''(w + \tau - b\mu) \tag{31}$$

como $u'''(.) > 0$, é simples verificar que a derivada acima é positiva. Portanto, a TMS quando h^* é uma solução de canto também varia positivamente em relação a w_i.

Finalmente, tendo estabelecido que as preferências do eleitorado satisfazem a propriedade de single-crossing, é possível obter um resultado de estática comparativa monótona invocando o Lema 1 formulado por Gans e Smart (1996). O Lema garante que, se as preferências são single-crossing, então ε^* é fracamente crescente em w_i. Ou seja, o gasto público ótimo em educação é fracamente crescente na riqueza do indivíduo. A condição para que $\varepsilon^* < B$ é demonstrada no apêndice.■

Logo, para $\varepsilon > \tilde{\varepsilon}$, a função $V(\varepsilon; w_i)$ possui a propriedade single-crossing e, portanto, o Teorema do Eleitor Mediano é aplicavél nessa região. A restrição de crédito altera tanto as escolhas privadas quanto políticas em dois aspectos importantes. Em primeiro lugar, os indivíduos não vão necessariamente, para a região $\varepsilon > \tilde{\varepsilon}$, acumular o máximo possível de capital humano e, por conseqüência, demandarão uma quantidade positiva de transferências diretas. Em segundo lugar, ao contrário do que ocorria no modelo básico, a renda do indivíduo tem influência nas suas escolhas. Como se esperaria intuitivamente, indivíduos de renda mais alta escolhem acumular mais capital humano do que os mais pobres. Por sua vez, a natureza complementar dos gastos públicos em educação faz com que os mais de maior renda também votem por mais gastos em educação do que os agentes mais pobres. O eleitor mediano escolherá um par de políticas ótima diferente do caso escolhido no modelo básico.

4.3 Estática Comparativa

Nesta subseção serão realizadas duas estáticas comparativas. A primeira delas compara duas sociedades que diferem no nível de renda utilizando como critério de comparação a dominância estocástica de primeira ordem. A segunda comparação segue a linha do artigo clássico Meltzer e Richard (1981) bem como Rodrik e Alesina (1994) e Persson e Tabellini (1994), os quais utilizam a distância relativa entre a mediana e a média da distribuição de renda como uma medida de desigualdade para estudar a relação entre desigualdade e o

equilíbrio político.

Foi estabelecido anteriormente que a escolha ótima de gastos públicos em educação é fracamente crescente na renda do agente. Além disso, pela propriedade single-crossing das preferências políticas, sabe-se que, no processo eleitoral, a política vencedora é a preferida pelo eleitor mediano que é aquele indexado por w_m.

Suponha a existência de duas sociedades 1 e 2 cujas suas rendas são distribuidas por G_1 e G_2, respectivamente. A figura 5 mostra como a população de ambas as sociedades se distribuem em relação a um nível de renda determinado. Analisando o gráfico, nota-se que a sociedade 2 é mais rica que a 1, pois qualquer parcela da população em 2 é mais rica do que em 1. Diz-se que 2 domina 1 estocasticamente em primeira ordem, ou seja, $G_2(w) < G_1(w)$. Isso significa que, para um dado nível de renda w, a proporção de indivíduos abaixo desse nível em 1 nunca é menor do que a proporção de indívidos com esse nível de riqueza em 2. Em particular, note que a renda que divide a população ao meio é maior em 2 do que em 1. Isso pode ser expresso matematicamente por $F_1^{-1}(0.5) < F_2^{-1}(0.5)$. Em outras palavras, temos uma situação em que $w_m^2 > w_m^1$, ou seja, a renda do eleitor mediano em 2 é maior do que em 1. Pelas propriedades encontradas acima, conclui-se que a política de gastos públicos em educação escolhida pela sociedade Y será fracamente maior do que a escolhida pelo povo de X. Matematicamente, $\varepsilon_2^* \geq \varepsilon_1^*$.

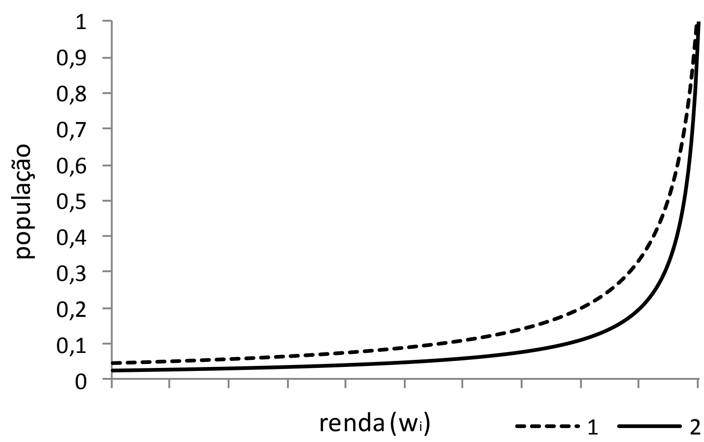

Figura 5: Distribuição acumulada da população como função da renda.

Proposição 3. *Dadas duas distribuições de renda, G_1 e G_2: se G_2 domina G_1 estocasticamente em primeira ordem, então o nível de gasto público em educação escolhido para as duas distribuições será tal que $\varepsilon_2^* \geq \varepsilon_1^*$.*

Dem: Pela Proposição 2 se sabe que ε^* é fracamente crescente em w_i. Se G_1 domina estocasticamente G_2, então a renda do eleitor mediano em G_2 é maior do que a do eleitor mediano em G_1. Conseqüentemente, o gasto público per capita em educação que ganha uma eleição na sociedade 2 é maior ou igual do que na sociedade 1. ■

A Proposição 3 enuncia um resultado fundamental. Voltando ao que o modelo se propôs a explicar, suponha que todas os países do mundo, ricos ou pobres, apresentem alguma falha de mercado que inviabilize, de maneira homogênea, o mercado de crédito para capital humano. Então, pela Proposição 3, é de se esperar que países ricos, uma vez que possuam um eleitor mediano mais rico, escolherão mais gastos públicos em educação do que os países pobres.

A hipótese de que a restrição de crédito seja homogênea para o mundo inteiro é um tanto irrealista. Algo mais plausível seria, por exemplo, assumir tal homogeneidade dentro de um mesmo país. O mesmo arcabouço institucional e jurídico, bem como as similaridades

culturais, tornam razoável a crença de que, dentro de um mesmo país, os habitantes se deparam com uma restrição de crédito similar. Portanto, o modelo prevê que em municipios ou estados mais ricos, ou pelo menos onde os eleitores medianos são mais ricos, gastariam mais recursos públicos em educação do que os municípios e estados mais pobres. Corroborando está previsão, pode-se mencionar Bursztyn (2011) que verifica que, no Brasil, em municípios com rendas medianas mais altas, os eleitores preferem políticas educacionais em detrimento de políticas de transferência de renda do que eleitores de municípios com renda mediana baixa.

Para analisar o impacto da desigualdade no resultado do modelo será necessário definir alguns conceitos. Defina $\bar{w}$ como a renda média de uma sociedade. Seja σ^j o índice de desigualdade de uma sociedade j dado pela razão entre a renda do eleitor mediano, w_m^j, e a renda média da sociedade, $\bar{w}^j$. Quanto mais próximo σ^j for de zero, menor é a renda do eleitor mediano em relação a renda média e, portanto, maior é a desigualdade de renda desta sociedade.

Proposição 4. *Sejam duas sociedades $j = \{1, 2\}$ onde $\bar{w}^1 = \bar{w}^2$. Se a sociedade 2 é mais igualitária que 1, ou seja, se $\sigma^2 > \sigma^1$, então o nível de gasto público em educação escolhido para as duas sociedades será tal que $\varepsilon_2^* \geq \varepsilon_1^*$.*

Dem: Dado que ambas sociedades tem a mesma renda média, a sociedade 2 é mais igualitária que a 1 se e somente se $w_m^2 > w_m^1$. Pela Proposição 2, sabe-se o gasto público em educação escolhido através do processo eleitoral é fracamente crescente na renda do eleitor mediano, portanto, o gasto público na sociedade 2 será fracamente maior do que em 1.■

A proposição 4 estabelece que em sociedades mais igualitárias (no sentido distância relativa da mediana para a média da distribuição de renda) o eleitorado prefere maiores gastos em educação pública do que em sociedades mais desiguais.

5 Conclusão

Este trabalho tentou explicar por que países pobres gastam menos recursos em educação em termos relativos quando comparado com países ricos. A razão aqui apresentada relacionou tal fenômeno com imperfeições no mercado de crédito. Indivíduos que têm acesso ao crédito limitado conseguem acumular menos capital humano do que seria possível se não existisse tal limitação. As conseqüências desse problema também afetam as preferências políticas dos agentes.

Em um ambiente onde o mercado de crédito funciona perfeitamente, os indivíduos comparam o retorno de se investir em capital humano com a taxa de juros da economia. Se o retorno é maior do que os juros, todos os indivíduos escolhem acumular educação. Conseqüentemente, no que tange suas decisões políticas, todos os indivíduos, independentemente da renda, votam de tal forma que toda a riqueza do governo seja gasta em educação. Esse cenário, onde o mercado de crédito funciona bem, pode ser entendido com a situação dos países desenvolvidos. Nesses lugares, a sociedade valoriza gastos públicos em educação, pois ela pode dispor plenamente dos frutos obtidos pelo acúmulo de capital humano.

A imperfeição no mercado de crédito limita a capacidade dos indivíduos de acumular capital humano. Mesmo que o retorno dos investimentos em educação seja maior do que a taxa de juros, os indivíduos dessa sociedade estão limitados na sua capacidade de adquirir educação. Nesse cenário, a renda dos agentes afeta as decisões econômicas e políticas. Quanto maior for a renda do indivíduo, maior será sua preferência por acumular capital humano e, conseqüentemente, maior será sua preferência por gastos públicos em educação. Os agentes, portanto, não votam mais de maneira unânime no par de políticas ótimo. Agora, a política pública a ser implementada é dada pelo eleitor que possui a renda mediana.

O trabalho ainda estabelece dois resultados de estática comparativa. Em primeiro lugar, para um mesmo nível de restrição de crédito, sociedades mais ricas escolhem um gasto público maior em educação do que sociedades pobres. Em segundo lugar, o modelo ainda prevê que sociedades mais igualitárias irão preferir também maiores gastos em educação pública do que

sociedades com um nível de desigualdade maior mesmo que ambas tenham o mesmo nível de renda média.

Referências

Acemoglu, et al. Institutions as a fundamental cause of long-run growth. *Handbook of economic growth*, 1:385–472, 2005.

Acemoglu, D. Why not a political Coase theorem? Social conflict, commitment, and politics. *Journal of Comparative Economics*, 31(4):620–652, 2003.

Acemoglu, D. A simple model of inefficient institutions. *Scandinavian Journal of Economics*, 108(4):515–546, 2006.

Acemoglu, D., e Robinson, J. Why did the West Extend the Franchise? Democracy, Inequality, and Growth in Historical Perspective*. *Quarterly Journal of Economics*, 115 (4):1167–1199, 2000.

Acemoglu, D., e Robinson, J. Economic Origins of Dictatorship and Democracy. *Cambridge Books*, 2006.

Acemoglu, D., Egorov, G., e Sonin, K. Political Selection and Persistence of Bad Governments. *The Quarterly Journal of Economics*, 125(4):1511, 2010.

Acemoglu, D., Ticchi, D., e Vindigni, A. Emergence and Persistence of Inefficient States. *Journal of the European Economic Association*, 9:177–208, 2011.

Belley, P., e Lochner, L. The changing role of family income and ability in determining educational achievement. *Journal of Human Capital*, 1(1):37–89, 2007.

Benabou, R. Tax and education policy in a heterogeneous-agent economy: What levels of redistribution maximize growth and efficiency? *Econometrica*, 70(2):481–517, 2002.

Bursztyn, L. Electoral incentives and public education spending: Evidence from brazil. 2011.

Carneiro, P., e Heckman, J. The evidence on credit constraints in post-secondary schooling*. *The Economic Journal*, 112(482):705–734, 2002.

Ellwood, D., Kane, T., et al. Who is getting a college education? family background and the growing gaps in enrollment. *Securing the future: Investing in children from birth to college*, pages 283–324, 2000.

Galor, O., e Zeira, J. Income distribution and macroeconomics. *The Review of Economic Studies*, 60(1):35, 1993.

Gans, J., e Smart, M. Majority voting with single-crossing preferences. *Journal of Public Economics*, 59(2):219–237, 1996.

Hanushek, E. Throwing money at schools. *Journal of policy analysis and management*, 1 (1):19–41, 1981.

Hanushek, E. The failure of input-based schooling policies*. *The economic journal*, 113 (485):F64–F98, 2003.

Hanushek, E. The economic value of higher teacher quality. *Economics of Education Review*, 2010.

Jacoby, H. Borrowing constraints and progress through school: evidence from peru. *The Review of Economics and Statistics*, 76(1):151–160, 1994.

Levy, G. The politics of public provision of education. *The Quarterly Journal of Economics*, 120(4):1507, 2005.

Ljungqvist, L. Economic underdevelopment:: The case of a missing market for human capital. *Journal of Development Economics*, 40(2):219–239, 1993.

Lochner, L., e Monge-Naranjo, A. The Nature of Credit Constraints and Human Capital, 2010.

Loury, G. Intergenerational transfers and the distribution of earnings. *Econometrica*, pages 843–867, 1981.

Lucas, R. On the mechanics of economic development* 1. *Journal of Monetary Economics*, 22(1):3–42, 1988.

Mankiw, N., Romer, D., e Weil, D. A contribution to the empirics of economic growth. *The Quarterly Journal of Economics*, 107(2):407, 1992.

Meltzer, A., e Richard, S. A rational theory of the size of government. *The Journal of Political Economy*, 89(5):914–927, 1981.

Milgrom, P., e Segal, I. Envelope theorems for arbitrary choice sets. *Econometrica*, 70 (2):583–601, 2002.

Milgrom, P., e Shannon, C. Monotone comparative statics. *Econometrica*, 62(1):157–180, 1994.

Persson, T., e Tabellini, G. Is inequality harmful for growth? *The American Economic Review*, 84(3):600–621, 1994.

Rivkin, S., Hanushek, E., e Kain, J. Teachers, schools, and academic achievement. *Econometrica*, 73(2):417–458, 2005.

Rodrik, D., e Alesina, A. Distributive politics and economic growth. *Quarterly Journal of Economics*, 109:465–490, 1994.

Apêndice

A Demonstração do Lema 2

Caso 1: $A\varepsilon^\eta/b > (1+r) \Rightarrow h = \mu$.

Como a utilidade é estritamente côncava e estritamente crescente, as restrições são satisfeitas com igualdade. Substituindo as restrições em $U(c_1, c_2)$, o indivíduo deve resolver o seguinte problema:

$$\max_{d \in \mathbb{R}} \; u(w_i + \tau - b\mu - d) + \frac{1}{1+\rho} u(w_i + (A\mu)\varepsilon^\eta + (1+r)d)$$

Condição de primeira ordem:

$$u'(w_i + \tau - b\mu - d^*) = u'(w_i + (A\mu)\varepsilon^\eta + (1+r)d^*)$$

Ou seja, o indivíduo escolhe consumir quantidades iguais em ambos os períodos. Resolvendo para d^*, obtém-se a poupança do agente:

$$d^* = \frac{\tau - \mu(A\varepsilon^\eta + b)}{2+\rho}$$

Substituindo d^* em c_1, c_2, obtém-se os consumos em ambos períodos:

$$c_1^* = w_i + \frac{\mu[A\varepsilon^\eta - (1+r)b] + (1+r)\tau}{2+\rho}$$

Caso 2: $A\varepsilon^\eta/b < (1+r) \Rightarrow h = 0$.

O problema de otimização intertemporal fica da seguinte forma:

$$\max_{d \in \mathbb{R}} \; u(w_i + \tau - d) + \frac{1}{1+\rho} u(w_i + (1+r)d)$$

Encontrando as condições de primeira ordem, d^* e substituindo o mesmo em c_1, c_2, encontram-

se as demandas para os dois períodos:

$$c_2^* = w_i + \frac{\tau(1+\rho)}{2+\rho} \tag{32}$$

Caso 3: $A\varepsilon^\eta/b = (1+r) \Rightarrow h \in [0, \mu]$.

O agente precisa maximizar:

$$\max_{d \in \mathbb{R}} \; u(w_i + \tau - bh - d) + \frac{1}{1+\rho} u(w_i + (Ah)\varepsilon^\eta + (1+r)d)$$

Condição de primeira ordem:

$$u'(w_i + \tau - bh - d^*) = u'(w_i + (Ah)\varepsilon^\eta + (1+r)d^*)$$

Os consumos são iguais em ambos períodos e $\frac{A\varepsilon^\eta}{b} = (1+r)$. Resolvendo, as demandas de consumo são dadas por:

$$c_3^* = w_i + \frac{\tau(1+\rho)}{2+\rho} = w_i + \frac{\mu[A\varepsilon^\eta - (1+r)b] + (1+r)\tau}{2+\rho}$$

Ou seja, c_3^* pode ser escrito como c_1^* ou c_2^*.

B Continuação da demonstração do Lema 3

B.1 Parte *(b)*

Defina $\lambda = d + b \cdot h$.

$$U_i = u(w_i + \tau - \lambda) + \frac{1}{1+\rho} u\left(w_i + \frac{A\varepsilon^\eta}{b}\lambda\right)$$

Derivando U_i em relação a λ e igualando a zero:

$$u'(w_i + \tau - \lambda) = \frac{A\varepsilon^\eta}{(1+\rho)b} u'\left(w_i + \frac{A\varepsilon^\eta}{b}\lambda\right)$$

Como $\varepsilon = \tilde{\varepsilon}$:

$$u'(w_i + \tau - \lambda^*) = u'\left(w_i + \frac{A\varepsilon^\eta}{b}\lambda^*\right)$$

Sabe-se que $\lambda^* = d + b \cdot h$, deixando livre as escolhas de d e h. Logo, existem infinitas combinações d^*, h^* que satisfazem essa condição. Uma dessas combinações é $d^* = \lambda^* 0 \Rightarrow h^* = 0$.

B.2 Parte *(c)*

Defina $d' > 0$ e $h' > 0$:

$$U(d', h') = u(w_i + \tau - d' - bh') + \frac{1}{1+\rho} u(w_i + (Ah')\varepsilon^\eta + (1+r)d')$$

Defina $d'' = d' + \alpha$ e $h'' = h' - \frac{\alpha}{b}$, onde $\alpha > 0$:

$$U(d'', h'') = u(w_i + \tau - d' - bh') + \frac{1}{1+\rho} u\left(w_i + (Ah')\varepsilon^\eta + (1+r)d' + \alpha\left(\frac{(1+r) - A\varepsilon^\eta}{b}\right)\right)$$

Da equação acima, nota-se que se $\frac{A\varepsilon^\eta}{b} < (1+r)$, aumentos de d e reduções de h sempre aumentarão a utilidade do indivíduo. Logo ele escolherá $h^* = 0$. Isolando ε na desigualdade, obtém-se $\varepsilon < \tilde{\varepsilon}$. Finalmente, fica estabelecida uma condição suficiente para que $h^* = 0$.

C Resolução do problema da escolha de h e d no caso de restrição de crédito

Para a região de ε tal que $\varepsilon > \tilde{\varepsilon}$. A escolha de h que maximiza:

$$\max \; u(w_i + \tau - bh) + \frac{1}{1+\rho} u(w_i + Ah\varepsilon^\eta)$$

$sujeito\ a:$

$$0 \leq h \leq \mu$$

O Lagrangeano é:

$$L = u(w_i + \tau - bh) + \frac{1}{1+\rho} u(w_i + Ah\varepsilon^\eta) + \lambda_1 h - \lambda_2 (h - \mu)$$

Condição de primeira ordem:

$$\begin{aligned}
-bu'(w_i + \tau - bh) + \frac{1}{1+\rho} A\varepsilon^\eta u'(w_i + Ah\varepsilon^\eta) = -\lambda_1 + \lambda_2 \\
\lambda_1(-h) = 0 \\
\lambda_2(h - \mu) = 0 \\
\lambda_1 \geq 0 \\
\lambda_2 \geq 0
\end{aligned}$$

O caso em que $\lambda_1 > 0$ é impossível, pois, no intervalo $\varepsilon \in [\tilde{\varepsilon}, B]$, $\frac{A\varepsilon^\eta}{1+\rho} u'(w_i) - bu'(w_i + \tau) > 0$.

A solução ótima de h é um dos dois casos:

Caso 1: $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$.

$$\frac{1}{1+\rho} A\varepsilon^\eta u'(w_i + Ah^*\varepsilon^\eta) = bu'(w_i + \tau - bh^*)$$

Caso 2: $\lambda_2 > 0 \Rightarrow h = \mu$.

$$\frac{1}{1+\rho} A\varepsilon^\eta u'(w_i + A\mu\varepsilon^\eta) - bu'(w_i + \tau - b\mu) = \lambda_2 > 0$$

Para a região de ε tal que $\varepsilon \leq \tilde{\varepsilon}$. A escolha de d que maximiza:

$$\max \;\; u(w_i + \tau - d) + \frac{1}{1+\rho} u(w_i + (1+r)d)$$

$sujeito\ a:$

$$d \geq 0$$

O Lagrangeano é:

$$L = u(w_i + \tau - d) + \frac{1}{1+\rho} u(w_i + (1+r)d) + \phi d$$

Condição de primeira ordem:

$$-u'(w_i + \tau - d) + u'(w_i + (1+r)d) = -\phi$$
$$\phi(-d) = 0$$
$$\phi \geq 0$$

O caso em que a restrição é ativa é impossivel pois $u'(w_i) - u'(w_i + \tau) \geq 0$ e isso é incompatível com o sinal do multiplicador ϕ. Logo, a solução do problema é dada por:

$$u'(w_i + \tau - d^*) = u'(w_i + (1+r)d^*) \Rightarrow d^* = \frac{\tau}{2+\rho}$$
$$\phi = 0$$

D Condições para que ε^* seja interior

D.1 $\varepsilon^* > \tilde{\varepsilon}$:

É necessário encontrar condições para que os indivíduos sempre escolham $\varepsilon^* > \tilde{\varepsilon} = \left(\frac{(1+\rho)b}{A}\right)^{\frac{1}{\eta}}$.

Suponha que $\varepsilon^* = \tilde{\varepsilon}$. Uma escolha possível do indivíduo de d e h é:
$\left(d^* = 0, h^* = \left[\left(\frac{\eta A}{1+\rho}\right)^{\frac{1}{1-\eta}} - \left(\frac{b(1+\rho)}{A}\right)^{\frac{1}{\eta}}\right]\frac{1}{b(2+\rho)}\right)$.
Se $\frac{\partial V}{\partial \varepsilon}$, avaliado em $\tilde{\varepsilon}$, for positiva, então, sabemos que $\varepsilon^* > \tilde{\varepsilon}$.

Substituindo a restrição do governo em V_i, utilizando (13) e derivando V_i em relação a ε:

$$\frac{\partial V_i}{\partial \varepsilon} = \left(\frac{\eta h^*}{\varepsilon} - \frac{1}{b}\right)\frac{1}{1+\rho}A\varepsilon^{\eta}u'(w + Ah^*\varepsilon^{\eta}) \tag{33}$$

(33) é positiva sempre que $\eta h^* b > \varepsilon$. Substituindo h^* e $\tilde{\varepsilon}$ na condição, obtém-se a seguinte condição:

$$B > \tilde{\varepsilon}\left[\frac{2+\rho+\eta}{\eta}\right] \Rightarrow \frac{\partial V_i(\tilde{\varepsilon})}{\partial \varepsilon} > 0.$$

$\tilde{\varepsilon}$ pode ser tão pequeno quanto se quiser. Basta escolher A grande o suficiente. Ou seja, A grande o bastante garante que a condição $B > \tilde{\varepsilon} \cdot \left[\frac{2+\rho+\eta}{\eta}\right]$ seja satisfeita e, então, $\varepsilon^* > \tilde{\varepsilon}$.

D.2 $\varepsilon^* < B$:

É necessário estabelecer uma condição para que os indivíduos com restrição de crédito nunca esolham $\varepsilon^* = B$.

O argumento é similar ao usado acima: Se $\partial V_i(B)/\partial \varepsilon < 0$ então $\varepsilon^* < B$.

Avaliando a condição de primeira ordem em B:

$$\frac{\partial V_i(B)}{\partial \varepsilon} = \frac{1}{1+\rho}\eta A h(w_i) B^{\eta-1} u'(w_i + AB^{\eta}h^*(w_i)) - u'(w_i + bh^*(w_i))$$

Usando (13), pode-se reescrever a equação acima da seguinte forma:

$$\frac{\partial V_i(B)}{\partial \varepsilon} = \left(\frac{\eta h(w_i) b}{B} - 1\right) u'(w_i - bh(w_i))$$

$\partial V_i(B)/\partial \varepsilon < 0$ quando:

$$h^*(w_i) < \frac{B}{\eta b}$$

Como $h^*(w_i)$ é estritamente crescente em w_i quanto $\varepsilon \geq \tilde{\varepsilon}$, ela pode ser invertida para que se encontre um limite superior para w_i abaixo do qual o indivíduo nunca escolhe $\varepsilon^* = B$:

$$w_i < h^{-1}\left(\frac{B}{\eta b}\right)$$

E Gráficos e Tabelas

	Investimento Público em Educação (% do PIB)		
	Renda Alta	**Renda Média**	**Renda Baixa**
1990	4.95	3.96	3.22
1991	5.04	3.90	3.09
1992	5.26	3.88	3.93
1993	5.34	4.58	4.25
1994	5.41	4.48	4.13
1995	5.15	4.51	3.52
1996	5.51	4.61	3.75
1997	N/D	N/D	N/D
1998	5.36	4.21	2.57
1999	5.35	4.24	2.98
2000	5.25	4.22	3.17

Figura 1: Investimento público em educacão (% PIB).

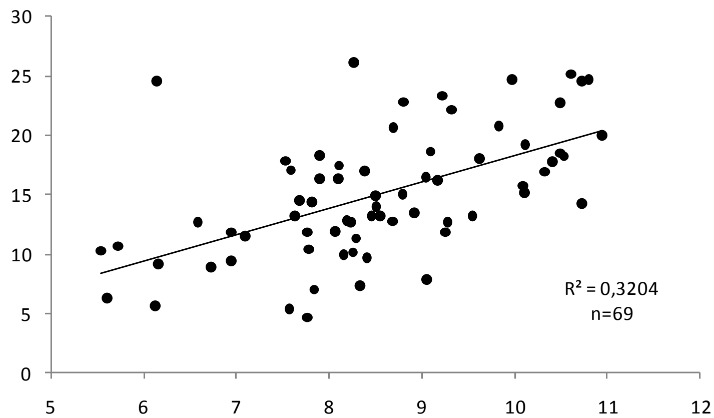

Figura 2: Gasto em ensino primário por aluno com proporcão do PIB per capita vs. log do PIB per capita em 2004.

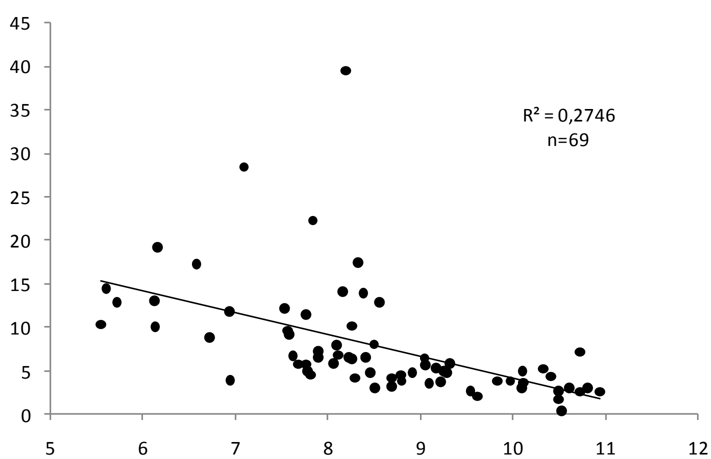

Figura 3: Spread bancário vs. log do PIB per capita em 2004.

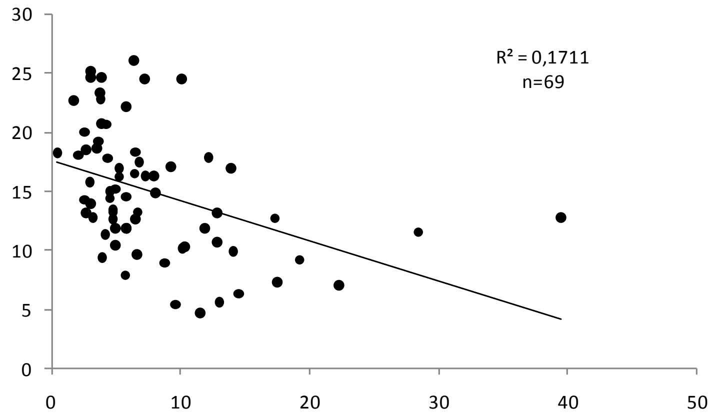

Figura 4: Gastos ensino primário por aluno com proporcão do PIB per capita vs. spread bancário em 2004.