



Errata - Heloisa Cortella Marone

Páginas 7, 11, 36

Leia-se

Kydland e Prescott (1977), onde K_{-} e Prescott (1977)

Página 13

Leia-se

... deverão ser mantidas em níveis que ..., para serem eficazes na defesa do limite superior da banda cambial.

Página 15

Leia-se

Brasil, onde brasil

Página 16

Leia-se

O modelo a ser apresentado...por parte das autoridades monetárias nos limites da banda seria suficiente para estabilizar...

Página 31 (nota de rodapé 4)

Leia-se

... equações complexas, a autora preferiu...

Página 32

Leia-se

Considerando que ρ representa...os desalinhamentos da taxa de câmbio (equação 4) menos relevantes...

Páginas 45 e 46

Leia-se

Tem-se como expectativa futura...como as reformas administrativas e fiscais, e em medidas mais de curto prazo, centradas em medidas imediatistas tomadas pelo governo brasileiro...

Página 48

Leia-se $V(k) = B_1 e^{\mu_1 k} + B_2 e^{\mu_2 k}$,

onde $V(k) = B_1 e^{\mu_1 k} + B_2 e^{\lambda_2 k}$

Página 53

Leia-se

Tabela 2 – Variações na largura da banda e nos custos de bem-estar conforme mudanças em σ ($\rho=0,1$; $\beta=0,75$; $\theta=0$)

Tabela 3 - Variações na largura da banda e nos custos de bem-estar conforme mudanças em ρ ($\sigma=0,06$; $\beta=0,75$; $\theta=0$)

Página 57

Leia-se

Tabela 2'

Variações na largura da banda e nos custos de bem-estar conforme mudanças em σ ($\rho=0,1$; $\beta=0,75$; $\theta=0,00031$)

Tabela 3'

Variações na largura da banda e nos custos de bem-estar conforme mudanças em ρ ($\sigma=0,06$; $\beta=0,75$; $\theta=0$)

Página 63

Leia-se

Vimos portanto que...como a principal variável determinante dos preços...

A aplicação do estudo ao caso brasileiro trouxe algumas evidências empíricas quanto as hipóteses do modelo...

onde,

A aplicação do estudo ao caso brasileiro nos levou a constatar empiricamente a veracidade do modelo...

Páginas 81 e 84

Leia-se

$$dk_t = \sigma dw_t + dR_t - dL_t \quad (3)$$

$$dk_t = \sigma dw_t + dR_t - dL_t \quad (4)$$

Página 95 e 98

$$dk_t = \sigma dw_t + \theta + dR_t - dL_t \quad (3^*)$$

$$dk_t = \sigma dw_t + \theta + dR_t - dL_t \quad (4^*)$$

Fundação Getúlio Vargas
Escola de Administração de Empresas de São Paulo

Heloisa Cortella Marone

**Bandas Cambiais Ótimas - Como regras cambiais podem apresentar
ganhos de bem estar sobre bandas cambiais discricionárias - Uma
Aplicação ao Caso Brasileiro**

**Dissertação apresentada ao Curso
de Pós- Graduação da
FGV/EAESP, como requisito
parcial para obtenção de título de
mestre em economia**

Orientadora: Prof. Dra. Maria Carolina da Silva Leme

São Paulo
1998



Fundação Getúlio Vargas
Escola de Administração
de Empresas de São Paulo
Biblioteca



1652/98



1199801652

02-107

Escola de Administração de Empresas de São Paulo	
Data 26.8	Nº de Chamada 336.745(81)
Tombo 1652/98	M354b Dis. e.1

SP-00011209-0

0022-65/60

Índice

Introdução

1. Uma Breve Revisão Literária

2. O Regime Cambial de Bandas

3. Apresentação do Modelo

4. Barreiras Consistentes no Tempo (Equilíbrio Discricionário)

4.1. Resolução Para as Expectativas dos Agentes Econômicos Quanto ao Comportamento da Taxa de Câmbio

4.2. Resolução Para a Política Ótima de Escolha de k^* que Minimiza a Função Valor das Autoridades Monetárias

4.3. Uma Aproximação Quadrática e o Diagrama de Harrinson

5. O Caso de Adoção de Regra

6. Exemplos Numéricos - Simulações

6.1 O Regime Cambial Brasileiro

6.2 Análise dos Gráficos

6.3 Possíveis Alterações no Modelo Original

6.4 Aplicando o Modelo Original ao Caso Brasileiro

6.5 Aplicando o Modelo com a Tendência θ ao Caso Brasileiro

6.6 Comparando o Resultado Brasileiro ao Resultado do Trabalho de Miller e Zhang (1996)

7. Possíveis Extensões

8. Conclusões

Gráficos

Apêndices

Apêndice 1 - curvas de reação

Apêndice 2 – aproximação quadrática e o diagrama de Harrison

Apêndice 3 – o caso de adoção de uma regra cambial

Apêndice 4 – resolução do jogo com o parâmetro tendência

Referências Bibliográficas

Índice de Gráficos

Gráfico 1 - Nível da taxa de câmbio, da Banda Cambial larga e da Banda Cambial estreita (mini banda) - ano de 1995 (junho à dezembro)

Gráfico 2 - Nível da taxa de câmbio, da Banda Cambial larga e da Banda Cambial estreita (mini banda) - ano de 1996

Gráfico 3 - Nível da taxa de câmbio, da Banda Cambial larga e da Banda Cambial estreita (mini banda) - ano de 1997

Gráfico 4 - Nível da taxa de câmbio, da Banda Cambial larga e da Banda Cambial estreita (mini banda) - ano de 1998 (janeiro)

Gráfico 5 - Representação dos Leilões de Compra, Venda e *Spread*, realizados pelo Banco Central

Gráfico 6 - Diferença percentual entre a taxa de câmbio de fechamento e o limite superior e inferior da Mini banda

Gráfico 7 - Diferença, em termos absolutos, entre os limites inferior e superior da Mini banda

Gráfico 8 - Diferença percentual entre a taxa de câmbio média e o limite (superior ou inferior) da Mini banda

Gráfico 9 - Variação percentual diária do limite inferior da mini banda

Gráfico 10 - Variação percentual diária da Taxa de Câmbio

**Gráfico 11 - Série da cotação de fechamento da *exportnote*- 1995
(junho à dezembro)**

Gráfico 12 - Série da cotação de fechamento da *exportnote*- 1996

Gráfico 13 - Série da cotação de fechamento da *exportnote*- 1997

**Gráfico 14 - Série da cotação de fechamento da *exportnote*- 1998
(janeiro)**

Introdução¹

O trabalho pretende discutir o regime cambial brasileiro a partir da aplicação de um modelo econômico que considera um determinado comportamento das autoridades monetárias quanto a utilização da política monetária como mecanismo de controle cambial.

Após um breve levantamento dos estudos realizados sobre bandas cambiais a partir de Krugman (1991), viu-se a possibilidade de estudar em particular, o trabalho de Marcus Miller e Lei Zhang (1996) e tentar aplicar as suas hipóteses especificamente ao caso brasileiro. A discussão principal deste trabalho relaciona a largura da banda cambial e o custo de bem-estar, considerando-se a existência de custos de intervenção na defesa dos limites desta banda.

Será utilizado para tal, um modelo de administração de bandas de câmbio ótimas, considerando a idéia do efeito ‘lua-de-mel’ no comportamento da taxa de câmbio entre os limites da banda desenvolvida por Krugman (1991), contínuo no tempo, de horizonte infinito, com um custo fixo e linear de intervenção, analisado sob a ótica da Teoria dos Jogos por se levar em consideração as curvas de reação dos agentes econômicos e das autoridades monetárias. As autoridades monetárias minimizam os custos de intervenção, achando para tal a barreira cambial que requer um menor número de intervenções e consequentemente o menor custo de bem-estar. Este modelo considera que os fundamentos seguem um processo de Wiener sem tendência (“drift”) e utiliza a técnica de controle estocástico ótimo para encontrar condições suficientes sob as quais uma política ótima de banda cambial exista. É válido ressaltar que este modelo toma como pressuposto o fato de que os preços da moeda estrangeira influenciam sensivelmente os preços domésticos. Este pressuposto explicaria a necessidade do governo em estabilizar a taxa de câmbio.

¹ Heloisa Cortella Marone agradece ao CAPES - Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de

Em seguida será mostrado que há um equilíbrio de regra que não é o de subjogo perfeito² (equilíbrio discricionário, resultante do jogo) mas que se sustenta pelo próprio incremento de bem-estar que oferece, pois leva em consideração as expectativas dos agentes econômicos na tomada de decisão, conforme Kindley e Prescott (1977).

A aplicação desse modelo ao caso brasileiro foi possível por que uma das principais metas do governo com a implantação do Plano Real foi o controle da inflação através da estabilização da taxa de câmbio. Foi escolhido para análise o período de junho de 1995 a janeiro de 1998. A crise asiática, que provocou o ataque especulativo no final do ano de 1997, não alteraria em nada a análise dos resultados porque neste período não houve alteração na regra cambial mas nos mecanismos utilizados objetivando a sua manutenção, por esta razão o período da crise não será estudado a parte.

Considera-se que a questão da credibilidade se centra no aspecto da compatibilidade de políticas econômicas. Para que as políticas adotadas por um governo que pretende atingir determinadas metas tenham credibilidade, estas deverão ser coerentes e consistentes a longo prazo, não podendo ser antagônicas. Dessa forma, mesmo que o governo prometa a manutenção de uma determinada taxa de câmbio que se verifica em um regime de bandas estreitas, o fato de haver políticas que favoreçam o aumento no déficit em conta corrente do Balanço de Pagamentos por um período muito longo, acabam por colocar em dúvida as metas preanunciadas. Se o déficit não for financiado de alguma maneira ou se não for revertido concretamente,

Pessoal de Nível Superior pelo apoio financeiro.

² O equilíbrio de subjogo perfeito é um equilíbrio de Nash que é não só um equilíbrio geral, mas como também um equilíbrio em cada subjogo. Em jogos finitos o equilíbrio de subjogo perfeito é calculado através da técnica de *backwards induction*, começando do último movimento do jogo. Convém lembrar que nem todo o equilíbrio de Nash é um equilíbrio de subjogo perfeito. Em jogos de sequência infinita, a técnica de *backwards induction* não pode ser mais utilizada por não haver um ponto final no jogo, o que poderia enfraquecer a idéia do equilíbrio de subjogo perfeito para estes casos. Há, no entanto, outras maneiras de se tentar identificar um equilíbrio de subjogo perfeito em jogos infinitos, como, por exemplo, a percepção, de antemão, da existência de um equilíbrio de Nash que forneceria o ganho máximo possível para os jogadores participantes, como no clássico caso da barganha bilateral (ver capítulo 9 de Mas-Colell e Whinston, 1995).

haverá fatalmente a necessidade de desvalorização real do câmbio.

O governo brasileiro, atualmente, vem adotando medidas que sinalizam que, pelo menos a curto prazo, a política cambial, apesar dos sucessivos déficits em conta corrente, das dificuldades no controle das contas públicas e dos reflexos das crises internacionais, não sofrerá grandes alterações. Essas medidas têm como principais objetivos, a acumulação de reservas e o estímulo de superávites na balança comercial.

A seção 1 apresenta uma despretensiosa revisão literária. A seção 2 apresenta uma análise geral do regime cambial em bandas. A seção 3 apresenta, de modo geral, o modelo de Miller e Zhang (1996) a ser estudado.

A seção 4 e 5 descreve detalhadamente o modelo, apresentando o equilíbrio resultante do jogo entre as autoridades monetárias e os agentes econômicos e o equilíbrio de regra, respectivamente. A seção 6 estende o estudo ao caso brasileiro. Nesta seção é feita uma apresentação do regime cambial de bandas do Brasil, apontando para peculiaridades que afetariam de alguma forma o modelo original apresentado. Expõem-se ainda, os resultados numéricos obtidos no caso brasileiro e as suas interpretações e comparações ao mesmo estudo realizado com o Sistema Monetário Europeu.

Na seção 7 se propõem uma pequena alteração no modelo original de Miller e Zhang (1996), e finalmente apresenta-se a conclusão geral da dissertação na seção 8.

1. Uma Breve Revisão Literária

A literatura que discute o regime de taxa de câmbio em bandas é certamente mais extensa do que se apresenta nesta seção. Aqui procurou-se enfatizar mais os trabalhos que pudessem ser utilizados para discutir a credibilidade de bandas cambiais.

O trabalho que originou as discussões sobre o comportamento da taxa de câmbio em um regime de bandas foi aquele realizado por Krugman em 1991. Neste trabalho, Krugman apresenta um modelo monetário simples que toma a velocidade da moeda como um processo estocástico, um movimento Browniano. É mostrado que as intervenções do governo no sentido de defender os limites da banda cambial através do uso da oferta da moeda nacional, afetam diretamente as expectativas dos agentes econômicos, considerados racionais, implicando mudanças no comportamento da taxa de câmbio dentro dos limites da própria banda cambial. Essas expectativas serão responsáveis pelo chamado efeito lua-de-mel, ou *honey-moon effect*, que dará ao comportamento da taxa de câmbio entre os limites da banda cambial a característica da curva S.

Este modelo de Krugman foi então estendido por Miller e Weller (1988, 1989 a, b), Flood e Garber (1989), Froot e Obstfeld (1991 a, b), Klein (1989, 1990) e Krugman (1989). Antes do desenvolvimento do modelo de bandas cambiais nominais, Dumas (1989) estudou um modelo de equilíbrio geral entre dois países com mobilidade física de capitais onde a taxa de câmbio real moveria dentro de limites, exatamente como em uma banda cambial. Com relação a solução de problemas que envolvem movimento Browniano regulado, técnicas foram discutidas em Harrison (1985), Dixit (1991, 1993) e Dumas (1988b).

Giuseppe Bertola e Richard Caballero (1990) desenvolveram um modelo que, ao contrário daquele estudado por Krugman (1991), considera irreal a hipótese de perfeita credibilidade da banda cambial. A importância

do modelo deve-se ao resultado principal: para uma banda suficientemente não crível, o estabelecimento do regime de bandas de câmbio desestabiliza o mesmo ao invés de estabilizá-lo, relativamente ao câmbio livre. Neste modelo, o câmbio é tão mais instável quanto mais próximo das barreiras estiver. Desta forma, deve-se esperar que a taxa de câmbio fique mais próximo da paridade central da banda cambial. Os agentes econômicos passam acreditar mais em um realinhamento dos próprios limites da banda cambial do que em uma ação por parte das autoridades monetárias com o intuito de defesa dos limites da banda.

Svensson apresentou um trabalho muito importante, publicado em 1991, incluindo na análise de Krugman as taxas de juros. Com este trabalho Svensson procura responder através do estudo da variação das taxas de juros com relação a largura das bandas cambiais, as indagações feitas por Krugman sobre as diferenças entre um regime de taxa de câmbio fixo e um regime de bandas cambiais estreitas. Svensson conclui que uma banda cambial estreita distingue-se de um regime de câmbio fixo já que apresenta o desvio padrão instantâneo do diferencial das taxas de juros maior e, até, crescente quando a banda cambial se torna ainda mais estreita. Este modelo estudado por Svensson assume que as intervenções nos limites da banda cambial são infinitas. Flood e Garber (1989) estenderam este estudo para o caso em que estas intervenções fossem finitas.

Krugman e Rotemberg (1992) estudaram o regime de bandas cambiais procurando explicitar o papel das reservas do governo na defesa de uma paridade cambial.

Um outro trabalho de Svensson (1994) procura entender o motivo pelo qual um país decide adotar um regime cambial de bandas, ao invés de um regime de câmbio fixo sujeito a alinhamentos. Este trabalho sugere que a adoção de um regime cambial em bandas daria ao Banco Central uma maior independência sobre o controle da política monetária, particularmente algum controle sobre as taxas de juros domésticas. Esse fato seria possível,

ainda que se considerasse uma total mobilidade de capitais.

O trabalho de Marcus Miller e Lei Zhang (1996) apresenta-se de forma bem original por discutir a relação entre a largura de banda cambial e os custos de bem-estar, em uma economia em que o governo busca estabilizar a taxa de câmbio. Mais especificamente, Miller e Zhang utilizam-se do modelo de Krugman (1991) para encontrar uma largura de câmbio ótima resultante de um jogo onde as partes envolvidas são: as autoridades monetárias que buscam minimizar os custos de bem-estar, dados os custos proporcionais de intervenção para defesa dos limites da banda vigente; e os agentes econômicos que mantêm expectativas do comportamento da taxa de câmbio conforme o modelo apresentado por Krugman (1991). É demonstrado ainda que a largura desta banda ótima (discricionária) pode ser diminuída à uma regra que se sustenta pelo próprio ganho de bem-estar trazido, a maneira de Kindley e Prescott (1977) que entende os agentes como sendo racionais.

Convém esclarecer desde já que se decidiu centrar a dissertação sobre o modelo trabalhado por Miller e Zhang (1996) que, apesar de se mostrar tecnicamente muito complicado, trouxe resultados importantes para a discussão do regime cambial brasileiro.

2. O Regime Cambial de Bandas

Um regime cambial é de bandas nominais (ou reais) quando o câmbio nominal (ou real) pode somente oscilar entre limites estabelecidos pelo Banco Central. Estes limites são defendidos pelo banco central através de intervenções imediatas no mercado de câmbio de forma a mantê-lo dentro dos limites desejados e preestabelecidos (ver Araújo e Feijó (1994)).

A maneira mais usual utilizada pelos Bancos Centrais nas intervenções é o uso de suas reservas e da determinação das taxas de juros. Esta é uma das razões apresentada por Svensson (1994) para explicar a preferência dos bancos centrais pela adoção de um regime de câmbio em bandas à adoção de um regime de câmbio fixo com alinhamentos. No primeiro regime, segundo Svensson, a adoção de um regime de câmbio em bandas permitiria aos Bancos Centrais uma maior independência no uso da política monetária, ou seja, algum controle sobre as taxas de juros domésticas, em um cenário internacional de alta mobilidade de capital. Esta idéia retoma a discussão de Keynes (1930) sobre o padrão ouro. Keynes enfatiza a necessidade de se fixar, por parte dos bancos centrais, os níveis de preço de compra e venda do ouro, os chamados pontos do ouro para permitir uma maior independência monetária nacional, e portanto, uma certa liberdade na fixação das taxas de juros em níveis mais alinhados as necessidades domésticas.

Analisemos primeiro o caso em que o mercado de câmbio aposta em uma taxa de câmbio superior àquele limite definido pelo Banco Central. A ameaça do limite superior da banda cambial fará com que o Banco Central interceda vendendo reserva contra a maior demanda por divisas ou elevando a taxa de juros, aumentando assim, o custo de carregamento da posição comprada das instituições financeiras, exportadores e importadores e atraindo capitais estrangeiros que forçaram a queda da moeda do câmbio

(instituiremos o dólar como esta moeda), pelo aumento da oferta de dólares. Segundo Aloísio Araújo e Cypriano Feijó (1994), mesmo que o Banco Central intervenha, defendendo o limite da banda cambial por meio da venda de reservas e portanto, não por meio do aumento imediato das taxas de juros através dos leilões de títulos, as taxas de juros tenderão a se elevar. A venda de reservas por si só enxugará a quantidade de moeda nacional em circulação, produzindo naturalmente o aumento do custo do dinheiro.

O Banco Central, a princípio, não precisa manter altos níveis de estoque de reservas para conter pressões no sentido da desvalorização da taxa de câmbio, uma vez que as taxas de juros por si só constituem um mecanismo eficiente para a defesa cambial. Vale lembrar que estas taxas de juros nacionais, em um contexto internacional, deverão ser mantida em níveis que excedam as taxas de juros internacionais pela expectativa de desvalorização mais um prêmio de risco, para ser eficaz na defesa do limite superior da banda cambial.

O uso isolado das taxas de juros pode, na prática, apresentar problemas. Isto porque, se houver um aumento na expectativa de desvalorização cambial e consequentemente um aumento no prêmio de risco, por parte dos agentes econômicos, o Banco Central incorrerá no risco de elevar muito as taxas de juros sem obter com isso, resultados eficazes na defesa do limite superior da banda cambial. Neste caso, a intervenção do Banco Central no mercado de câmbio através da venda de divisas seria inevitável para pressionar o preço do câmbio de forma a diminuir as expectativas dos agentes econômicos de desvalorização.

No segundo caso em que o mercado aposta em uma valorização cambial acima dos limites estabelecidos pelo Banco Central, este intercederá no mercado, comprando reservas ou reduzindo a taxa de juros. Mais uma vez é possível se constatar que a própria compra de reservas força a queda das taxas de juros, por ter em contrapartida o aumento da oferta de recursos no mercado monetário.

Desse modo é natural se acreditar que a banda cambial deverá ser acompanhada por uma “banda” informal de taxa de juros. O Banco Central deverá manter um nível de taxa de juros tal que evite pressões do mercado tanto no limite superior como no inferior da banda cambial. Esta é a razão pela qual o regime de bandas de câmbio tende a produzir maiores oscilações na taxa de juros: esta simplesmente se ajusta ao nível necessário para a manutenção do regime cambial, ou seja, a taxa de juros será tão alta quanto o necessário para o Banco Central evitar uma desvalorização cambial indesejada e, tão baixa quanto necessário para evitar uma valorização indesejada.

Esta é exatamente a idéia contida no texto de Svensson (1991) que analisa o *trade-off* existente entre a estabilidade cambial e a estabilidade das taxas de juros, conforme o tamanho da própria banda cambial. Quanto mais estreita a banda cambial, maior será a largura da “banda” das taxas de juros, quando não se leva em conta as alterações no prêmio de risco. Se considerarmos que um regime de taxa de câmbio fixo é um regime de banda cambial de largura infinitamente pequena, podemos mais uma vez retomar a idéia de Keynes (1930), e afirmar que quanto mais estreita a banda cambial menor é a independência monetária do Banco Central até o limite da total perda de dependência quando a largura da banda cambial for praticamente zero, ou seja, um regime de taxa de câmbio fixo.

Um outro ponto importante de um regime de bandas de câmbio é que a estabilização por ele promovida não advém unicamente do fato deste regime permitir a flutuação do câmbio entre limites, mas também da promessa do Banco Central em intervir para defesa destes limites que, incorporada às expectativas do mercado, influencia o comportamento da taxa de câmbio entre os limites da banda cambial. Este seria a definição do próprio efeito lua-de-mel estudado por Krugman (1991). Dessa forma, o simples fato de haver o comprometimento do Banco Central em intervir para defender a banda cambial faz com que a taxa de câmbio, nesse regime,

fique mais estável, diferindo de um regime de taxa de câmbio livre, onde o Banco Central simplesmente não intervém no mercado. Convém ressaltar que para que este efeito lua-de-mel exista, os agentes econômicos deverão crer na capacidade de intervenção do Banco Central.

Em um regime de câmbio em bandas com credibilidade é natural se observar que, quanto mais próximo dos extremos da banda, mais estável é o câmbio, já que é mais provável a intervenção do Banco Central em um futuro próximo. Ao contrário, quanto mais afastado dos extremos da banda cambial, o comportamento da taxa de câmbio fica mais próxima àquela do regime de câmbio livre.

A taxa de juros é um importante indicativo da credibilidade da banda cambial. Vimos acima que se o mercado projeta uma taxa de câmbio acima daquela predefinida pelo Banco Central, então este deverá elevar a taxa de juros acima das taxas de juros internacionais, o suficiente para conter aquele movimento especulativo. Esta suficiência estará conectada com a credibilidade, de forma que, quanto mais próxima do limite superior da banda a taxa de câmbio estiver, menor será o diferencial de juros no caso em que a banda é crível, e maior será este diferencial no caso onde a credibilidade é imperfeita, em razão das expectativas dos agentes econômicos de maior ou menor valorização cambial em decorrência do efeito lua-de-mel.

Feito esta pequena análise geral sobre o regime de bandas de câmbio, passaremos à seção seguinte onde será apresentado e discutido o modelo teórico de Miller e Zhang (1996). As particularidades do regime cambial de bandas do Brasil será estudado com mais detalhes na seção 6, antes da aplicação do modelo teórico.

3. Apresentação do modelo

O modelo a ser apresentado, desenvolvido por Marcus Miller e Lei Zhang (1996), toma os agentes por racionais, de forma que uma política de intervenção por parte das autoridades monetárias nos limites da banda cambial seriam suficientes para estabilizar o comportamento da taxa de câmbio dentro destes limites, mesmo antes da ocorrência da intervenção. Este efeito, chamado de efeito *honey-moon*, foi demonstrado por Krugman (1991) em um modelo monetário simples que toma a velocidade da moeda como um processo estocástico, um movimento Browniano. Este é um modelo monetário minimalista log-linear, onde a taxa de câmbio em qualquer momento é considerada igual a

$$s = m + v + \gamma E[ds]/dt \quad (1)$$

onde s é o logaritmo do preço à vista da moeda estrangeira, m é o logaritmo da oferta monetária doméstica, v é um termo que representa o logaritmo dos choques de velocidade, e o último termo é a taxa esperada de depreciação.

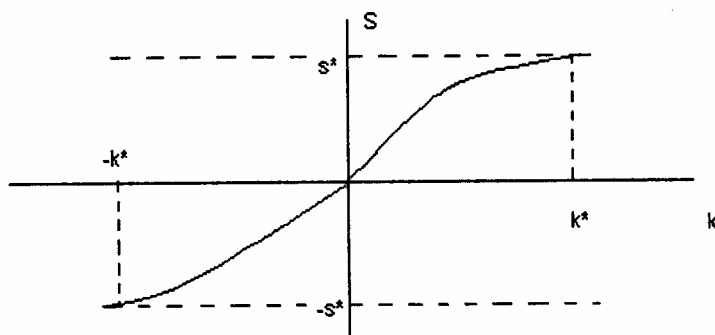
Há dois fundamentos na equação 1: a oferta monetária m e o choque de velocidade v . A oferta de moeda nacional é utilizada somente para manter os limites da banda cambial. Desta forma, as autoridades monetárias estarão preparadas a reduzir m para que s não ultrapasse o limite superior s^* . Enquanto s se mantém entre os limites s^* e s_* , a oferta de moeda m se mantém constante. O termo que representa os choques de velocidade será a única fonte exógena da dinâmica da taxa de câmbio. Este termo segue um *random walk* contínuo no tempo.

Pode-se escrever $k = m + v$. Sem bolhas especulativas, a equação diferencial 1 tem como solução:

$$s_t = E_t \int_t^\infty \beta k_x e^{-\beta(x-t)} dx$$

que nos dá o valor descontado dos fundamentos esperados.

Como o governo se propôs a intervir nos limites da banda, os agentes econômicos, considerados racionais, levarão em conta esta expectativa de intervenção, modificando o comportamento da taxa de câmbio no interior da banda cambial. Este é exatamente o efeito lua-de-mel (efeito *honey-moon*), o que dá a característica da curva s na figura abaixo onde, S^* e $-S^*$ são os limites da banda cambial e k^* e $-k^*$ são as barreiras cambiais (*reflecting barriers*).



Considerando-se o preço da moeda estrangeira como a principal variável determinante dos preços domésticos, é natural acreditar que as autoridades monetárias irão buscar a estabilização da taxa de câmbio.

A Taxa de câmbio que o governo quer estabilizar é igual ao valor futuro descontado dos fundamentos, o que inclui os efeitos de futuras intervenções. Há um risco a se considerar que é o das autoridades monetárias serem tentadas a anunciar uma barreira não consistente no tempo, de maneira que, quando chegar a hora na qual aquelas teriam se comprometido a intervir, irão escolher por não fazê-lo. Para assegurar que os momentos de intervenção sejam críveis, deverá se restringir a escolha da

política àquela resultante do equilíbrio de subjogo perfeito.

As barreiras ótimas consistentes no tempo, $-k^*$ e k^* , serão o equilíbrio de Nash resultante de um jogo entre as autoridades monetárias e os agentes econômicos.

A taxa de câmbio esperada pelos agentes econômicos é o valor presente descontado da velocidade de ajuste futuro da moeda.

$$s_t = E_t \int_t^\infty \beta k_x e^{-\beta(x-t)} dx \quad (2)$$

sendo

$$dk_t = \sigma dW_t + dR_t - dL_t, \quad (3)$$

onde W_t é o movimento Browniano padrão, σ é o parâmetro que mede a volatilidade dos fundamentos, e R_t/L_t são dois processos contínuos que representam a intervenção marginal de compra/venda de moeda estrangeira, por parte das autoridades monetárias.

Os fundamentos serão, portanto, dois, relacionados a velocidade de ajuste do estoque da moeda: um termo aleatório representado por um movimento Browniano padrão e as intervenções oficiais, por parte das autoridades monetárias, de compra ou venda de moeda estrangeira por moeda nacional, representado por um processo de variação limitada.

As autoridades monetárias buscam minimizar o desvio quadrático entre a taxa de câmbio de fato e a taxa de câmbio considerada ideal (por hipótese constante e normalizada zero), sujeito a um custo de intervenção proporcional ao tamanho desta intervenção. O resultado desta minimização será a escolha de uma banda de câmbio ótima que proporcionará ao governo um número mínimo de intervenções necessárias para a manutenção desta.

A função custo foi escolhida de modo a se descartar a possibilidade de intervenção contínua (ou seja, as intervenções ocorrerão somente nos

limites da banda cambial) e de tal forma que as barreiras cambiais sejam ótimas. Dentro destas barreiras, o valor desta função seguirá um processo aleatório, um movimento Browniano não regulado; sujeito a equação (2) e (3).

A função valor esperada será igual ao valor presente descontado,

$$V(k) = \min_{R,L} E_0 \left[\int_0^\infty s_t^2 e^{-\rho t} dt + \int_0^\infty c e^{-\rho t} (dR_t + dL_t) \right], \quad (4)$$

onde s_t^2 representa o desvio quadrático entre a taxa de câmbio praticada no mercado e a taxa de câmbio considerada ideal, normalizada a zero; c representa o custo unitário de intervenção, dR_t é a intervenção marginal de compra e dL_t a intervenção marginal de venda. É considerado portanto, que o custo c de intervenção das autoridades monetárias é simétrico, ou seja, custa igualmente para o governo intervir para defender tanto a barreira cambial inferior como a superior.

4. Barreiras consistentes no tempo - Equilíbrio discricionário

4.1. Resolução para as expectativas dos agentes econômicos quanto ao comportamento da taxa de câmbio

Assumindo um *stationary mapping* de k em $s(k)$, e aplicando o Lema de Itô a $s(k)$, usando (2) e (3) teremos uma equação de Hamilton Jacobi Bellman (HJB) (Ver Dixit(1991)) que corresponderá ao comportamento da taxa de câmbio dentro das barreiras de intervenção. (Todas as passagens matemáticas estão minuciosamente apresentadas no Apêndice 1)

$$\beta s(k) = \frac{1}{2}\sigma^2 s_{kk}(k) + \beta k, \quad (5)$$

que tem como solução geral

$$s(k) = C_1 e^{\lambda k} + C_2 e^{-\lambda k} + k,$$

onde,

os índices subscritos denotam derivadas parciais, C_1 e C_2 são duas constantes arbitrárias e o parâmetro λ é definido como $\lambda = (2\beta/\sigma^2)^{(1/2)}$

Ao considerarmos que o mercado espera que os fundamentos serão regulados em pontos de barreira fixados que deverão ser simétricos em torno da origem, portanto, k^* e $-k^*$, aplicamos a condição de *smooth pasting* que é dada por arbitragem igual a:

$$s_k(k^*) = s_k(-k^*) = 0$$

$$s(k) = \frac{e^{\lambda k} - e^{-\lambda k}}{[e^{\lambda k} - e^{-\lambda k}] \lambda} + k \quad (6)$$

Obteremos, portanto, a taxa de câmbio como função do seno hiperbólico dos fundamentos, como descrito em Krugman (1991),

$$s = A(e^{\lambda k} + e^{-\lambda k})/2 + k = A.\sinh(\lambda k) + k, \quad (7)$$

onde A é igual a

$$-A = \frac{1}{\lambda \cosh(\lambda k^*)}, \quad \text{parâmetro do efeito honey-moon} \quad (8)$$

onde k^* e $-k^*$ são as barreiras cambiais para o fundamento k ; ver Krugman (1991,1992) ou Svensson (1991). A equação 8 explica como intervenções marginais em k^* afetam o comportamento da taxa de câmbio na região interior da banda. É também interpretada como uma “restrição das expectativas”.

Esta equação quando colocada em gráfico no espaço $k^* \times -A$ (Figura 1- parcial), mostra a curva EE, que tem inclinação descendente para a direita, uma vez que pontos de intervenção mais distantes são associados a efeitos de honey-moon mais fracos. Ou seja, larguras de bandas cambiais mais amplas diminuem o efeito das expectativas sobre as intervenções das autoridades monetárias para defesa dos limites da banda cambial no comportamento da taxa de câmbio no interior da própria banda cambial.

Figura 1 – parcial – expectativas dos agentes econômicos



4.2. Resolução para a política ótima de escolha de k^* que minimiza a função valor das autoridades monetárias

Para a função valor (equação 4), aplicamos o Lema de Itô, considerando que aquela é função estacionária em k , e teremos a seguinte equação HJB,

$$\rho V(k) = 1/2 \sigma^2 V_{kk}(k) + s^2 \quad (9)$$

Como foi considerado neste modelo que o custo de intervenção é simétrico, podemos considerar uma das barreiras para cálculo. Extraímos então, a primeira condição de *smooth-pasting*, que é a derivada de primeira ordem da função valor com relação a k , e que se mantém para qualquer posição da barreira. Esta condição diz que o custo marginal do bem-estar deve ser igual, e constante, ao custo de intervenção c . A segunda derivada, algumas vezes também chamada de condição de super contato, é a segunda condição de *smooth-pasting* e é ela que nos dá a barreira ótima (ver Dixit, 1991).

$$V_k(k^*) = c, \quad (10)$$

$$V_{kk}(k^*) = 0, \quad (11)$$

Substituindo (7) em (9), temos a representação explícita da função valor que, dada a simetria do problema e o condicionante em A, pode ser escrita como

$$V(k; A) = \frac{A^2 \sinh^2(\lambda k)}{(\rho - 4\beta)} + \frac{2Ak \sinh(\lambda k)}{(\rho - \beta)} + \frac{2A\lambda\sigma^2 \cosh(\lambda k)}{(\rho - \beta)^2} + \frac{k^2}{\rho} \quad (12)$$

$$+ \frac{\sigma^2}{\rho} \left[\frac{\lambda^2 A^2}{(\rho - \beta)} + \frac{1}{\rho} \right] + B \cosh(\mu k)$$

onde,

B é a constante arbitrária na solução não particular (ver apêndice 1)

$$\mu = \sqrt{\frac{2\rho}{\sigma^2}}$$

Para encontrarmos a barreira ótima, deriva-se a função valor parcialmente com relação a k seguindo as condições de fronteira (10 e 11) e considerando-se o A como predeterminado, ou seja, as expectativas do mercado quanto aos momentos de intervenção são dadas. Devemos ressaltar que A depende de k*, exclusivamente, pois representa as expectativas dos agentes econômicos com relação as intervenções nos limites da banda cambial.

Desse modo faz-se a primeira e a segunda derivada parcial de V em relação a k, seguindo 10 e 11, respectivamente:

$$\begin{aligned} & \beta\mu \sinh(\mu k^*) + \frac{\lambda A^2 \sinh(2\lambda k^*)}{(\rho - 4\beta)} + 2 \frac{(\rho + \beta)A \sinh(\lambda k^*)}{(\rho - 4\beta)} \\ & + \frac{2\lambda A k^* \cosh(\lambda k^*)}{(\rho - \beta)} + \frac{2k^*}{\rho} = c \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} & \beta\mu^2 \cosh(\mu k^*) + \frac{2\lambda^2 A^2 \cosh(2\lambda k^*)}{(\rho - 4\beta)} + \frac{4\rho A \cosh(\lambda k^*)}{(\rho - \beta)^2} \\ & + \frac{2\lambda^2 A \sinh(\lambda k^*)}{(\rho - \beta)} + 2\rho = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

Eliminando B, ao combinarmos a equação 13 e 14, teremos a função reação das autoridades monetárias de k^* em função de A:

$$\begin{aligned} & \frac{2\lambda A^2}{(\rho - 4\beta)} \left[\frac{\sinh(2\lambda k^*)}{2} - \frac{\lambda \tanh(\mu k^*) \cosh(2\lambda k^*)}{\mu} \right] + \\ & + \frac{2(\rho + \beta)A}{(\rho - \beta)^2} \left[\sinh(\lambda k^*) - \frac{\lambda 2\rho \tanh(\mu k^*) \cosh(\mu k^*)}{\mu(\rho + \beta)} \right] + \\ & + \frac{2\lambda A k^*}{(\rho - \beta)} \left[\cosh(\lambda k^*) - \frac{\lambda \tanh(\mu k^*) \sinh(\lambda k^*)}{\mu} \right] + \frac{2}{\rho} \left[k^* - \frac{\tanh(\mu k^*)}{\mu} \right] - c = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

Sendo a equação 15 quadrática em A, podemos concluir sobre a existência de duas raízes, uma negativa e a outra positiva. Considerando o sinal de A na equação 8, concluímos que A é nitidamente negativo. Esta solução é representada no gráfico (verificar que o gráfico representa -A em seu eixo vertical) da figura 1 pela a curva TC. Pode ser mostrado que esta raiz negativa é decrescente em k^* e tende a um ponto de inflexão $1/\lambda$, quando volta a ser crescente em k^* . Quando k^* tende a infinito, esta curva TC tende a zero . A equação 8, que exprime A em função de k^* é a restrição de consistência temporal sobre a escolha da política ótima. O cruzamento das funções reação dos agentes econômicos descrita pela equação 8 e das

autoridades monetárias descrita pela raiz negativa da equação 15, nos dá o ponto que representa o equilíbrio de Nash deste jogo. O k_n^* aí encontrado representa a barreira ótima de intervenção dadas as expectativas A do mercado. Este equilíbrio é crível pois as autoridades monetárias, uma vez chamadas à intervir para defender os limites, irão optar por fazê-lo por ser este nível de banda cambial ótimo.

Um leitor mais atento poderá perceber que, quando k^* tende a infinito, as duas curvas TC e EE tendem à zero, abrindo a possibilidade para a existência de dois equilíbrios de Nash e, possivelmente, dois equilíbrios de sub jogo perfeito, contradizendo portanto a afirmação contida no texto de Miller e Zhang (1996) sobre a existência de um equilíbrio único de subjogo perfeito.

Esta inesperada resposta, discordante³ do texto original de Miller e Zhang (1996) poderia, a princípio, invalidar o modelo pois não haveria mais a possibilidade de se afirmar que o resultado de sub jogo perfeito seria de fato o equilíbrio k_n^* , representado na figura 1. Uma forma possível de contornar tal problema foi assumir que o equilíbrio de largura de banda infinitamente grande corresponderia a um regime de taxa de câmbio flutuante. Como o modelo trabalhado neste estudo trata de um governo que tem como objetivo a estabilização da taxa de câmbio por meio da adoção de um regime cambial em bandas, o equilíbrio k_n^* seria preferível àquele corresponde ao k^* infinitamente grande (Taxa de câmbio flutuante), por trazer maior bem estar a sociedade. O equilíbrio k^* infinitamente grande seria portanto um equilíbrio de Nash, mas não um equilíbrio de sub jogo perfeito.

Combinando a equação 15 e a equação 8 para eliminarmos A , encontramos explicitamente a equação de ponto fixo k^* para a barreira ótima consistente no tempo:

³ No trabalho original de Marcus Miller e Lei Zhang (1996), é afirmado que a curva TC tende assintoticamente à $1/\lambda$, quando k^* tende à infinito. Infelizmente, não consegui chegar aos mesmos

$$\mu^{-1} \tanh(\mu k^*) = \frac{\left[\left(\frac{2}{(\rho - 4\beta)} - \frac{2(\rho + \beta)}{(\rho - \beta)^2} \right) \frac{\tanh(\lambda k^*)}{\lambda} - \left(\frac{2}{(\rho - \beta)} - \frac{2}{\rho} \right) k^* - c \right]}{\left[\frac{2 \tanh^2(\lambda k^*)}{(\rho - 4\beta)} - \frac{2 \lambda k^* \tanh(\lambda k^*)}{(\rho - \beta)} - a \right]} \quad (16)$$

onde,

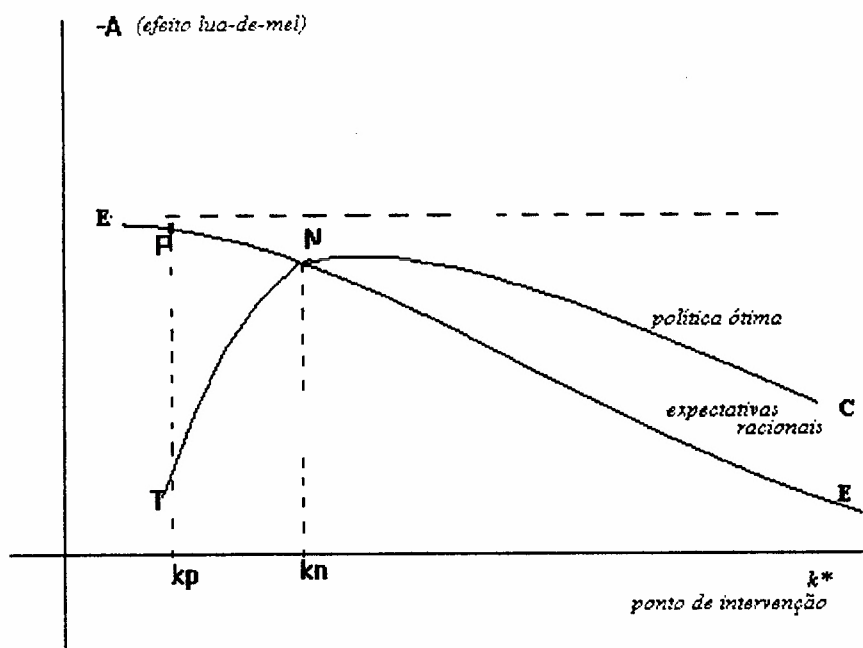
$$a = \frac{4\rho}{(\rho - \beta)^2} - \frac{2}{(\rho - 4\beta)} - \frac{2}{\rho}$$

Para dado k^* , a taxa de câmbio ótima será definida por $-s^*$, s^* , onde, pela equação 8, $s^* = k^* - \lambda^{-1} \tanh(\lambda k^*)$.

Este mesmo resultado pode ser verificado graficamente na figura 1. A curva EE mostra a função reação dos agentes em relação a intervenções antecipadas (equação 8), tendo A em função de k^* . A curva TC, mostra a função reação das autoridades monetárias, dada as expectativas do mercado.

A interseção destas duas curvas resulta o ponto N que é o equilíbrio de Nash e o equilíbrio de sub jogo do jogo, ou seja, a barreira consistente no tempo k^*n .

Figura 1



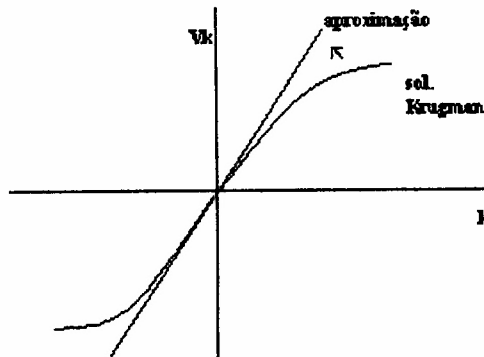
A seção seguinte apresentará uma aproximação quadrática das equações do modelo até aqui apresentado. Esta aproximação permitirá estudar com mais clareza os efeitos produzidos no equilíbrio de sub jogo perfeito k^* como resposta a variações nos parâmetros σ , ρ , e β e no custos de intervenção c .

4.3 Uma aproximação quadrática e o diagrama de Harrison

O modelo apresentado nas seções anteriores permite simplificações que tornam mais visíveis os resultados quando há variações nos parâmetros β , fator de desconto igual ao inverso da semi elasticidade; ρ , fator de desconto utilizado pelas autoridades monetárias; σ , volatilidade dos fundamentos; e na variável c , custos de intervenção.

No caso de bandas com largura mais estreita, Delgado e Dumas (1992) sugeriram uma aproximação linear para a solução hiperbólica de Krugman. Esta aproximação é válida para bandas com largura mais estreita porque ocorre perto da origem (ver figura abaixo). Quanto menor k , mais as

curvas se aproximam.



Essa simplificação pode ser obtida usando a equação 17 abaixo, substituindo a equação 7, na seção 4.1(ver apêndice 2 para o desenvolvimento matemático detalhado).

$$s = (\lambda A + 1)k, \quad (17)$$

lembrando que A, da equação 8 é igual a:

$$A = \frac{-1}{\lambda \cosh(\lambda k^*)}$$

Usando a equação 17 obtemos a seguinte função valor:

$$V(k; A) = \frac{(\lambda A + 1)^2}{\rho} \left(\frac{k^2 + \sigma^2}{\rho} \right) + B \cosh(\mu k) \quad (18)$$

Aplicando as condições de *smooth-pasting* na barreira superior (ou inferior, pelo pressuposto da simetria dos custos), temos:

$$V_k(k^*; A) = \frac{2(\lambda A + 1)^2 k^*}{\rho} + \mu B \sinh(\mu k^*) = c \quad (19)$$

$$V_{kk} = \frac{2(\lambda A + 1)^2}{\rho} + \mu B \cosh(\mu k^*) = 0 \quad (20)$$

Estas condições podem ser usadas para determinar k^* e B , em termos de A . Eliminando B e utilizando a equação 8 para substituir A , obteremos:

$$\mu^{-1} \tanh(\mu k^*) = k^* - \frac{c\rho}{2(1 - \sec h(\lambda k^*))^2} \quad (21)$$

A equação 21 define a banda cambial correspondente ao equilíbrio ótimo de subjogo perfeito, dado o custo marginal de intervenção constante c .

Dados c , σ , ρ , e β quaisquer, obtemos, por meio da equação 21, o k^* , o equilíbrio de subjogo perfeito. Variando estes parâmetros (σ , ρ , e β) ou a variável c , obtemos os k^* correspondentes. É possível então, se montar um gráfico da derivada da função valor em relação a k (equação 19) contra k . Através deste gráfico, que inclui também a solução para o comportamento esperado da taxa de câmbio, pode-se constatar a validade das condições de tangência (19 e 20), derivadas por Krugman (1991).

Por meio da equação 20, encontra-se o B que será substituído na equação 19. Assim sendo, de 20 temos :

$$B = \frac{-2(1 + A\lambda)^2}{\rho\mu^2 \cosh(\mu k)}$$

voltando em 19, teremos:

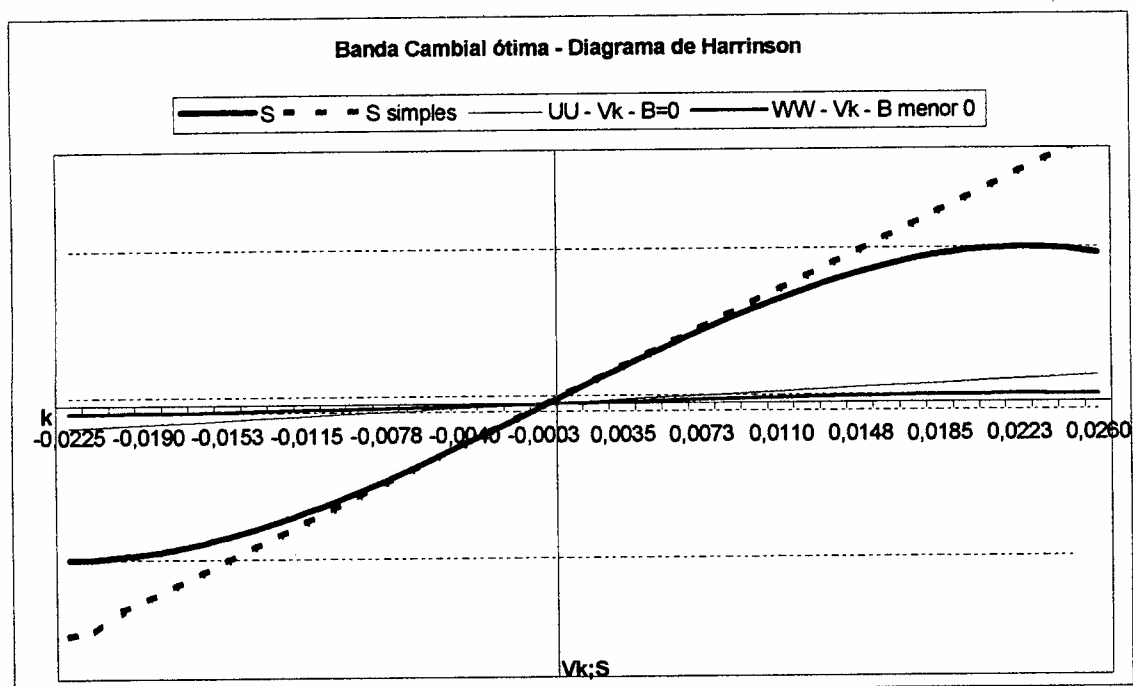
$$V_k = \frac{2(\lambda A + 1)^2}{\rho} k + \mu \frac{-2(1 + A\lambda)^2}{\rho\mu^2 \cosh(\mu k)} \sinh(\mu k)$$

A equação acima está representada na figura 2, através da curva WW, para dados c , σ , ρ , e β quaisquer. Esta curva atingirá um máximo no ponto (k^*, c) e um mínimo no ponto $(-k^*, -c)$, na figura representados pelas linhas de tangência. Este k^* (ou $-k^*$) é exatamente o equilíbrio ótimo de subjogo perfeito (equilíbrio discricionário) e c (ou, $-c$), o custo necessário para manter crível tal equilíbrio.

A curva UU, também representada na figura 2, é a simplificação da equação 19, para $B=0$. Fazendo $B=0$, conseguimos que a curva WW fique mais próxima de uma reta,

O argumento do ponto fixo da seção anterior afirma que o ponto de intervenção identificado pelas as condições ótimas é consistente dada a reação dos agentes A . De modo que a solução para a taxa de câmbio, $s = k + A \sinh(\lambda k)$, curva S na figura 2, atinge um máximo também em k^* (e mínimo, também em $-k^*$), na figura 2 representados pelas linhas de tangência. A solução de consistência temporal requer estas condições de tangência satisfeitas concomitantemente no ponto k^* . A simplificação proposta por Delgado e Dumas (1992), faz com que a curva S fique mais próxima de uma reta, representada na figura 2 por meio da S - simples.

Figura 2



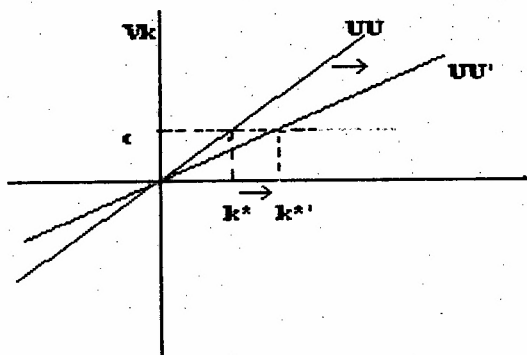
Montado o gráfico representado na figura 2, analisaremos agora a influência dos parâmetros σ , ρ , e β e do custo de intervenção c no equilíbrio de sub jogo perfeito, ou seja, nas barreiras de intervenção e na largura de banda cambial ótima. Lembrando que a banda cambial é simétrica, as análises feitas a seguir tomarão o limite superior k^* unicamente. Todos os resultados poderão ser replicados ao limite inferior sem qualquer perda de resultado.

Derivando⁴ parcialmente k^* em relação a ρ , na equação 21, temos que $\frac{\partial k^*}{\partial \rho} > 0$, ou seja, aumentando o fator de desconto das autoridades monetárias teremos um aumento nas barreiras de intervenção e na largura da banda cambial, resultado do equilíbrio de sub jogo perfeito. Em uma representação parcial da figura 2 (Fig. 2.1–UU- ρ), podemos verificar este efeito graficamente. Aumentando ρ , a curva UU (ou WW; usamos a

⁴ As equações que representam as derivações parciais, calculadas nesta parte do texto, são grandes, complicadas, e foram solucionadas através do uso de programas de computador. Como a dissertação já exigiu demais do leitor com relação a equações complexas e “feias”, a autora preferiu omitir estas derivações. O leitor mais curioso poderá obtê-las, entrando em contato com a autora.

simplificação UU por ser mais próxima de uma reta e, portanto mais fácil de se verificar graficamente o efeito) ficará menos inclinada, implicando uma largura de banda maior, para um mesmo custo de intervenção c , e σ e β constantes.

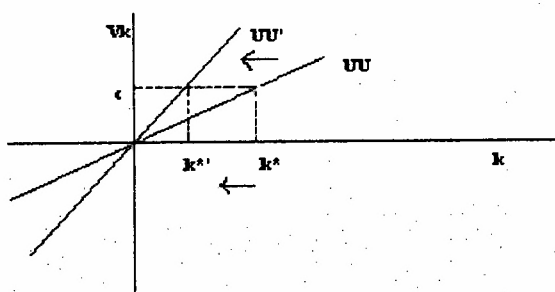
Figura 2.1 – UU - ρ



Considerando que ρ representa o fator de desconto das autoridades monetárias, o resultado representado no gráfico seria o esperado. Se as autoridades monetárias consideram as intervenções futuras e os desalinhamentos da taxa de câmbio (equação 4) mais relevantes para o cálculo de seu valor presente, a largura da banda de câmbio ótima deverá ser maior, para um mesmo custo de intervenção.

Fazendo o mesmo exercício para β , encontramos $\frac{\partial k^*}{\partial \beta} < 0$, ou seja, para aumentos em β , teremos uma largura de banda cambial ótima e barreiras de intervenção mais estreitas, considerando as outras variáveis constantes. Em uma representação parcial da figura 2 (Fig.2.2 – UU - β), dado um aumento em β , observamos que a curva UU ficará mais inclinada, significando um equilíbrio k^* inferior, considerando o mesmo custo c de intervenção e σ e β constantes.

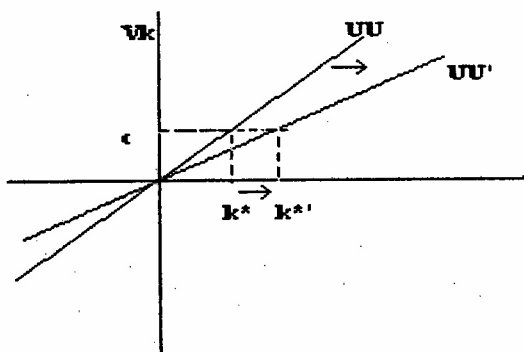
Figura 2.2 – UU - β



Considerando que β é o parâmetro que representa o inverso da semi elasticidade da moeda, um β maior implicará uma menor semi elasticidade da moeda. Ou seja, quanto maior o β maior a credibilidade na moeda nacional e, portanto, menor a velocidade com que os agentes econômicos fugiriam para a moeda mais forte (no caso o dólar americano) ou para títulos indexados à essa moeda mais forte, como resposta a um sinal indicativo de desestabilização da política cambial adotada pelo governo.

Derivando k^* em relação a σ , na equação 21, teremos $\frac{\partial k^*}{\partial \sigma} > 0$, ou seja, um aumento em σ significa que a largura da banda cambial ótima aumentará, com ρ , β e c constantes. Graficamente, teremos algo semelhante ao caso do ρ , um aumento em σ , faz com que a curva UU fique menos inclinada (Figura 2.3 – UU - σ).

Figura 2.3 – UU - σ

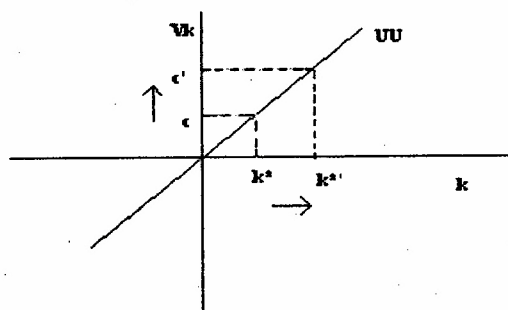


Neste caso um aumento na volatilidade dos fundamentos, σ , fará com que a largura da banda cambial resultado do equilíbrio de sub jogo perfeito aumente, considerando as outras variáveis constantes. Intuitivamente fundamentos mais voláteis implicarão uma maior ameaça aos limites da banda cambial, o que requer uma maior presença das autoridades monetárias para a defesa destes limites e a conseqüente manutenção da credibilidade da própria banda cambial vigente.

Finalmente, analisemos o custo de intervenção, mantendo os parâmetros σ , ρ , e β constantes. Tomando a equação 21 e derivando-a parcialmente k^* em relação a c , teremos $\frac{\partial k^*}{\partial c} > 0$, ou seja, custos maiores implicarão barreiras de intervenção e banda cambial ótima mais largas. Graficamente este efeito é fácil de se observar (Figura 2.4 – UU – c). A curva UU, mantendo σ , ρ , e β constantes, permanecerá inalterada, portanto um aumento nos custos de intervenção levará a um aumento nas barreiras de intervenção e na largura da banda cambial resultado do equilíbrio de sub jogo perfeito.

Intuitivamente esta relação é também fácil de se perceber. Se os custos de intervenção são mais altos e as autoridades monetárias querem minimizar o custo de bem-estar, a largura da banda cambial deverá ser mais ampla para corresponder a estes custos mais altos.

Figura 2.4 – UU - c



A aproximação quadrática proposta por Delgado e Dumas apesar de trazer um grande ganho qualitativo por permitir a verificação mais clara dos efeitos das variações do custo de intervenção e dos parâmetros σ , ρ , e β nas curvas de reação do modelo original, em termos quantitativos, não é exata e distorce muito os resultados.

Na seção seguinte estudaremos o caso de adoção de regra e mostraremos como o a largura da banda cambial encontrada na seção 4 poderá ser menor e ainda sustentável pelo ganho de bem-estar trazido. Na seção 6, prosseguiremos o estudo com as simulações numéricas, trabalhando com o modelo original na aplicação ao caso brasileiro. Numericamente as conclusões apresentadas nesta seção 4.3, com a aproximação quadrática, serão posteriormente constatadas na seção 6.

5. O caso de adoção de regra

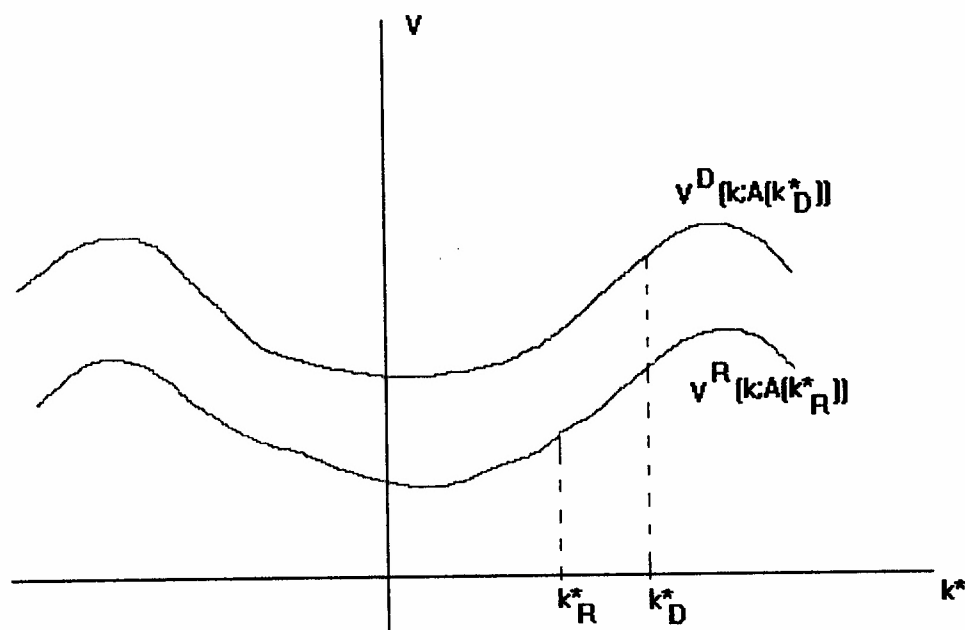
O caso estudado anterior nos levou ao equilíbrio discricionário através da utilização da técnica de programação dinâmica. Em casos onde as expectativas possuem um papel altamente relevante, como é o caso aqui estudado, o equilíbrio discricionário pode ser sensivelmente melhorado se optarmos pela escolha de regras, se, no entanto, estas possuírem algum tipo de comprometimento que as sustentem (Kyndland e Prescott, 1977).

Nesta seção será estudado um mecanismo de taxa de câmbio(ERM- *Exchange Rate Mechanism*) no qual se verificará a existência de um momento de intervenção pré estabelecido agindo como um fator de comprometimento, uma vez que o aumento de estabilidade da taxa de câmbio gerado pelo ERM poderá trazer o incentivo necessário para reforçar a sua sustentabilidade, ainda que este não seja o equilíbrio de subjogo perfeito.

O ERM trará aumento no bem-estar porque leva em conta explicitamente as expectativas do mercado quando da aplicação das condições ótimas, ao contrário do resultado da programação dinâmica de barreiras consistentes no tempo, que toma essas expectativas do mercado quanto aos momentos de intervenção como predeterminadas. Pelas equações, é possível se verificar o ganho de bem-estar pela adoção de regras que tornem a largura da banda mais estreita. Intuitivamente, vale lembrar que a hipótese do modelo é de que os preços internos sejam função do câmbio, dessa forma, quanto mais estreita a largura da banda, a taxa de câmbio oscila mais próximo da taxa de câmbio ideal (neste trabalho essa foi normalizada em zero), tornando os preços mais estáveis e portanto, melhorando sensivelmente o bem-estar.

Pelo gráfico da figura 3, podemos visualizar este ganho de bem-estar ao deslocarmos para a esquerda da curva EE (Ver figura 1).

Figura 3



Para efeitos de cálculo, utilizaremos a equação 7 de expectativas do mercado quanto aos momentos de intervenção, oriunda do modelo de Krugman e derivaremos a equação 12, tomando A (equação 8) explicitamente, em função de k^*r (barreira adotada como regra), igualando ao custo de intervenção c , para barreira superior e, simetricamente, $-c$ para a barreira inferior. Neste caso, no entanto, a condição de segunda ordem de *smooth-pasting* não é apropriada, pois já possuímos de antemão a regra k^*r , não sendo preciso calcular a barreira ótima dentre as barreiras discricionárias, calculadas a partir da primeira condição de *smooth-pasting*, que seria o propósito da condição de super contato (Ver Dixit(1991)).

As novas condições para o problema serão:

$$\min_{k^*} V(0; A(k^*), B), \quad (22)$$

$$\text{sujeito à } V_k(k^*; A, B) = c, \quad (23)$$

A equação 23 e o k^* de regra nos forneceram o custo de intervenção requerido para manutenção desta regra cambial. A partir desse custo de intervenção se calcula, utilizando-se da equação 16, a largura que seria obtida como resultado do jogo, o equilíbrio discricionário. É possível se perceber, através da figura 1, que, com o aumento do efeito de honey-moon e com a queda dos custos de bem-estar, a intervenção no ponto P será preferida ao equilíbrio de Nash obtido na seção anterior. Esta nova largura de banda, embora não seja um equilíbrio de subjogo perfeito, se sustenta pelo próprio aumento de bem-estar que fornece.

A banda de largura mais estreita, representada por $-k^*$ e k^* , irá, não somente, reduzir a função valor condicionada em uma condição inicial $k=0$, como também com relação a qualquer ponto inicial k , tal que k esteja entre 0 e k^* , quando comparada a largura da banda associada ao equilíbrio de Nash, resultado do jogo idealizado. Desse resultado, podemos afirmar que a regra domina estritamente o resultado da programação dinâmica. Essa afirmação pode ser verificada graficamente na figura 3 (cf. Fig. 2 em Constantinides e Richard, 1978).

No gráfico representado na figura 3, podemos observar a função valor, resultado das equações de HJB da programação dinâmica, $V_d(k; A(k^*d))$, que satisfaz a primeira e a segunda condição de smooth-pasting em $-k^*d$ e k^*d . A banda de largura mais estreita resultado da política de regras, $-k^*r$ e k^*r , é representada pela função valor $V_r(k; A(k^*r))$, que satisfaz a primeira condição de smooth-pasting nas barreiras de regra, mas descarta a condição de super contato. Dada a hipótese do custo de intervenção verifica-se que $V_r < V_d$, ou seja, V_r é estritamente menor que V_d , para todos os valores de k , entre as barreiras (Apêndice 3).

6. Exemplos numéricos – Simulações

Na seção 6.1 apresentaremos um histórico breve do Plano Real no que diz respeito ao regime cambial e apresentaremos o período escolhido para análise com as justificativas para tal. Na seção 6.2, apresentaremos os gráficos e seus propósitos. A seção 6.3 apresentará possíveis alterações no modelo original de Miller e Zhang. A seção 6.4 mostrará os resultados da aplicação do modelo original ao caso brasileiro e a seção 6.5 mostrará a aplicação do modelo com uma alteração previamente discutida na seção 6.3. A seção 6.6 apresentará uma comparação entre resultados obtidos por Miller e Zhang (1996) no caso europeu (de até 1992) e dos resultados obtidos no caso brasileiro.

6.1 O Regime Cambial Brasileiro

É possível visualizar três fases distintas quanto a política cambial durante o Plano Real, a partir de 1º de julho de 1994.

A primeira fase, de julho de 1994 até o início de março de 1995, caracterizou-se pelo ajustamento da taxa de câmbio pelo mercado, com o Banco Central se comprometendo a intervir somente quando o Real e o Dólar se igualassem (1 Real = 1 Dólar Americano). A crescente oferta de divisas no entanto, fez com que a taxa de câmbio se ajustasse abaixo da paridade vigente no dia do início do Real. Esta tendência de valorização da taxa de câmbio continuou até outubro de 1994, quando a cotação do dólar chegou a R\$ 0,83 centavos e forçou o Banco Central a tomar uma série de

⁶O cupom cambial coberto é a taxa de rendimento efetivo de operações indexadas ao dólar, como uma NTN-D, uma NBC-E, uma *exportnote* ou aplicações com risco cambial coberto por derivativos, como um swap de moedas, ou operações nos mercados futuros de juros e câmbio.

⁷A largura média da banda cambial foi calculada da seguinte forma: média aritmética entre a banda superior e a banda inferior somada a banda inferior e dividida pela a banda inferior (ou superior).

medidas⁸, essencialmente baseadas nos depósitos compulsórios e na limitação dos prazos para a concessão de crédito, no sentido de restringir a oferta de divisas e estimular a sua demanda. A balança comercial apresentava-se deficitária devido ao aumento da demanda derivado da estabilização dos preços, da política de abertura comercial iniciada antes do Plano Real e da própria taxa de câmbio favorável as importações.

A crise do México, ao final de dezembro de 1994, influenciou de forma negativa o ingresso de capitais. Este fato e os contínuos déficits na balança comercial forçaram o Banco Central a adoção de uma nova política cambial, dando início a segunda fase, correspondente ao período entre março e junho de 1995. Nesta fase foi introduzido o sistema de bandas cambiais, definindo a flutuação do Real entre limites sujeitos a modificação periódicas. As autoridades monetárias se comprometeram a intervir para a defesa dos limites da banda. Esta posição foi interpretada pelo mercado como uma possibilidade de desvalorização imediata, o que levou a movimentos especulativos quanto a taxa de câmbio. Como resposta a estas pressões sobre a banda cambial, o Banco Central interveio vendendo

⁸ a) Redução no período máximo para a contratação do câmbio antes do embarque e, consequentemente, das operações de ACC, que caíram de 180 para 150 dias no caso dos exportadores com um valor total de operações contratadas menor ou igual a US\$10 milhões nos últimos 12 meses (pequena escala); para exportadores de média e grande escala, o período máximo foi reduzido de 180 para 90 dias; um período máximo de 30 dias foi determinado para produtos considerados essenciais para o mercado interno; b) a seleção de contratos de operação de câmbio para registro de exportações, sem a permissão da troca de mercadorias transacionáveis a serem exportadas. A intenção desta medida era a de dificultar a prática de negociações de exportações forjadas (Banco Central, 1995). Muitas outras restrições tentaram evitar o crescimento exacerbado de crédito às exportações brasileiras, uma via conhecida para evitar o controle sobre a entrada de capitais, incluindo a exigência do depósito compulsório de 15% das ACCs no Banco Central. A exigência de 30% foi imposta em contratos envolvendo supostas obrigações dos importadores. O objetivo era desencorajar o uso destes mecanismos de financiamento oferecidos por bancos. Em novembro, esta taxa subiu para 60%.

Para inibir ainda mais a entrada de capitais, a taxa de “entrada” subiu na maioria dos *portfolios* de investimentos e empréstimos: a) no caso dos empréstimos, esta taxa subiu de 3% para 7%; b) de 5% para 9%, no caso de investimentos em fundos estrangeiros de capital prefixado; e c) de zero para 1%, no caso dos investimentos do Anexo IV. O período mínimo para empréstimos domésticos através da resolução número 63 subiu de 90 para 540 dias, com exigências mais restritas. Os fundos do Anexo IV não puderam mais investir em FAF's ou em títulos de renda fixa de privatização. Os fundos de pensão passaram a ter um limite de 10% das suas reservas para fins de investimento em fundos estrangeiros. Os fundos de privatização de capital estrangeiro foram proibidos de investir em dívida doméstica.

reservas e adotando uma série de medidas, inclusive a elevação das taxas de juros internas, a eliminação de algumas restrições à entrada de capitais e a definição de uma banda única de câmbio sem limite de tempo fixo.

A última fase abrange a fase atual e teve início em junho de 1995. Nesta fase foi criada a mini banda, com a instituição do leilão de *spread*, por meio do qual os bancos que atuam no mercado oferecem cotações para compra e venda de divisas, a partir de um *spread* previamente definido pelo Banco Central, que, através do Departamento de Operações das Reservas Internacionais (Depin), adquire o dólar ao preço de compra conveniente para estabelecer o limite inferior da mini banda e o vende ao preço que lhe convém para estabelecer o limite superior da mini banda. Estes leilões são realizados sem intervalos fixos de tempo. Os limites da banda cambial larga são também reajustados, mas com frequência inferior as dos limites da mini banda. A banda larga tem influência pouco definida nas expectativas do mercado e podem ser entendidas como uma sinalização, por parte do Banco Central, do limite sustentável por este órgão para a defesa do regime cambial de bandas.

A intenção fundamental de adoção de um regime cambial nominal com certa rigidez no caso brasileiro teve o combate da inflação como principal foco de atenção. A Inflação como processo duradouro e persistente na história brasileira estaria fortemente incorporada às expectativas dos agentes econômicos. Esse processo inflacionário só poderia, portanto, ser estancado através da utilização de algum tipo de ancoragem nominal.

Considerando o regime cambial nominal flutuando em bandas estreitas, adotado pelo Brasil, o Banco Central intervém, através de adoção de política monetária mais restritiva ou mais frouxa, quando o preço da moeda estrangeira em termos de moeda nacional, sobe ou desce pressionando os limites da banda. Outra maneira é a interferência do Banco Central modificando de fato os limites da banda.

Tal política cambial teria como meta facilitar a tomada da decisão por

parte dos agentes econômicos, forçando a inflação interna a se alinhar com a inflação da moeda estrangeira com a qual o país mantém ancoragem cambial. O lapso de tempo decorrido entre a fixação das bandas e o alinhamento das taxas de inflação interna e externa poderiam resultar a apreciação real do câmbio, como de fato ocorreu.

Por outro lado, a fixação de bandas estreitas de uma taxa de câmbio nominal pelo Banco Central não assegura o equilíbrio da oferta e da procura de moeda estrangeira. A sua manutenção:

i) Exige do Governo a utilização de políticas fiscais e monetárias para contornar superávites ou déficits no balanço de pagamentos. Políticas que não são necessariamente condizentes com as necessidades internas do país em questão. Por exemplo, como resposta a pressões no sentido da desvalorização da taxa de câmbio, pode o governo adotar uma política de juros altos que possam causar aumentos indesejáveis na dívida pública interna, ou ainda, queda no nível de investimento interno, se não for aberto o crédito externo. Por outro lado, as autoridades monetárias não estão totalmente livres para diminuir a taxa de juros em níveis mais favoráveis a economia interna pela possibilidade de, com esta redução, observar a fuga de capitais ou a queda na capacidade de financiamento da dívida pública abaixo dos níveis necessários para equilibrar o balanço de pagamentos e o financiamento público, respectivamente.

ii) Força o Banco Central a manter um volume adequado de reservas cambiais para evitar excesso de procura de moeda estrangeira. O volume elevado de reservas tem custo de carregamento que é igual ao diferencial entre a taxa de juro interna e a externa, no caso de serem esterilizadas com títulos. Não se pode delinear com precisão qual seria o volume de reservas ótimo, uma vez que choques internacionais são, até certo ponto, imprevisíveis.

Se os agentes observam um déficit contínuo na conta corrente sem que medidas efetivas sejam tomadas para reverter o quadro, as expectativas sobre uma possível desvalorização cambial aumentarão. Com base nas expectativas, exportadores de bens e serviços adiarão seus embarques para o exterior, as empresas não tomarão empréstimos externos em dólar, poupadores estrangeiros interromperão entrada de capitais no país, ações que em conjunto ampliarão os desequilíbrios no balanço de pagamentos forçando a uma inevitável desvalorização real do câmbio. Por esta razão, é indispensável a sinalização por parte do governo de que as reformas administrativas e fiscais irão de fato ocorrer para a construção de uma credibilidade resultante de descontos futuros das expectativas dos agentes econômicos.

Considerando que há hoje uma maior mobilidade de capitais, esses são muito sensíveis as mudanças das taxas de juros internas dos vários países. Qualquer país que adote um regime de câmbio com pouca flexibilidade estará altamente suscetível a mudanças nas taxas de juros internacionais. Porém se o país possui déficit em conta corrente, como se verifica no caso do Brasil, terá que manter as taxas de juros internas superiores as dos demais países por um período prolongado, com a intenção de atrair capital externo para equilibrar o déficit em conta corrente. Não devemos deixar de lembrar, no entanto, que medidas como essa, de juros alto, atrairão, em elevado grau, capitais externos de curto prazo, aumentando também as obrigações de curto prazo (passivo externo líquido) o que implica um ônus expressivo para conta de serviços do balanço de pagamentos em períodos subseqüentes.

Como consequência do regime cambial pouco flexível, resta às autoridades monetárias a política monetária, como mecanismo de controle de curto prazo mais eficiente para manutenção dos limites das bandas. As taxas de juros serão usadas como estabilizadoras de pressões sobre as

bandas cambiais. De forma que, uma eventual fuga de capitais ocasionada por desequilíbrios externos forçando a uma desvalorização cambial, seria contrabalançada por uma alta da taxa de juros interna frente a externa, e vice-versa, uma pressão para valorização cambial exigiria uma baixa da taxa de juros interna.

Todas as vezes que houve pressões a favor da desvalorização do câmbio real no Brasil, incluindo o movimento especulativo observado durante o período da crise asiática, as Autoridades Monetárias foram forçadas a recorrer à política de juros altos. Como reação aos juros altos, observou-se uma entrada expressiva de dólares no país forçando a queda do preço do dólar em termos da moeda nacional, ou seja, uma valorização da taxa de câmbio forçando o limite inferior da Banda. Neste ponto, as Autoridades Monetárias intervieram comprando dólar na tentativa de realinhar o seu preço. Ainda que tenha havido ameaça no limite inferior, o Governo manteve a sua política de deslocamento dos limites da Banda para níveis mais elevados. Uma explicação que se pode dar para este tipo de atitude seria justamente a de ampliar a possibilidade, por parte das Autoridades Monetárias, da diminuição gradual das taxas de juros, possibilitando uma diminuição da pressão sobre o limite inferior da Banda Cambial. Esta tendência de queda pode ser facilmente verificada nos Gráficos 11, 12, 13 e 14, que retratam o movimento do preço da *exportnote* desde junho de 1995 até janeiro de 1998.

Resumindo, o Governo para defender o limite Superior da Banda Cambial contra pressões em direção a desvalorização, aumenta os juros. A entrada de dólar força a queda do preço do dólar em termos da moeda nacional, o Governo intervém comprando dólar para defender o limite inferior. Ao mesmo tempo o Governo desloca os limites da Banda para possibilitar a diminuição gradual das taxas de juros e intervém no mercado futuro, ofertando dólar futuro para forçar a queda na expectativa de

desvalorização cambial e manter o cupom cambial coberto⁹ atrativo para os investidores estrangeiros. Seguindo os movimentos nos Gráficos 11, 12, 13 e 14 podemos verificar que, quando o risco Brasil se elevou a partir de outubro de 1997, como resposta aos efeitos provocados pela crise asiática, o Banco Central produziu a elevação do cupom cambial coberto para compensar aquele crescimento. Essa elevação se obteve através da elevação vigorosa da TBC e TBAN e do aumento da oferta de *hedge*, vendendo títulos com correção cambial (NTN-D e NBC-E), e oferecendo câmbio futuro na BM&F, por meio da DTVM do Banco do Brasil. A elevação dos juros, a depressão do dólar futuro e o aumento das taxas das NTN-D, NBC-E e das *exportnote*'s produziram o aumento de todos os cupons cambiais, os curtos e longos, minimizando a saída de capitais durante o auge da crise internacional. (Pastore e Pinotti, OESP-1/02/1998)

Vale sempre ressaltar, no entanto, que o trabalho não trata um regime cambial sob ataques especulativos, como aquele estudado por Krugman e Rotemberg (1992) baseado na inconsistência de políticas que forçam a ocorrência de um inevitável ataque especulativo. Ao contrário, o trabalho procura, como principal objetivo, discutir regra e discricionariedade na largura da banda cambial e os seus efeitos no nível de bem-estar em um regime cambial, como o do Brasil, onde, apesar da taxa de câmbio não ser a de equilíbrio, como bem mostram os sucessivos déficits em conta corrente, o regime é crível. A credibilidade está sustentada em parte, na determinação demonstrada pelo governo de defender o regime a qualquer custo e nas expectativas dos agentes econômicos de melhoria dos fundamentos.

Tem-se como expectativa futura a reversão do déficit de conta corrente e do déficit público, centrada no anúncio, por parte do governo, de políticas consistentes com estes objetivos como as reformas administrativas e fiscais, e em expectativas mais de curto prazo, centradas em medidas

⁹O cupom cambial coberto é a taxa de rendimento efetivo de operações indexadas ao dólar, como uma NTN-D, uma NBC-E, uma *exportnote* ou aplicações com risco cambial coberto por derivativos, como um swap de moedas, ou operações nos mercados futuros de juros e câmbio.

e fiscais, e em expectativas mais de curto prazo, centradas em medidas imediatistas tomadas pelo governo brasileiro, como as privatizações, que têm em vista atenuar os efeitos nocivos das altas taxas de juros no déficit público e em um comportamento incisivo das autoridades monetárias no sentido da defesa do regime cambial vigente e da manutenção de um alto estoque de reservas que reafirme as suas intenções. Isto, no entanto, não descarta a possibilidade da ocorrência de ataques aos limites da banda que deverão ser interpretados como choques e não como respostas a políticas inconsistentes como em Krugman e Rotemberg (1992). Vale também ressaltar que se as políticas anunciadas não forem concretizadas de fato e se continuarem a persistir o déficit público e o déficit em conta corrente, a credibilidade no regime cambial sofrerá abalos irreversíveis.

6.2 Análise dos Gráficos

O primeiro conjunto de gráficos (Gráficos 1,2,3 e 4) compreendem o comportamento da taxa de câmbio e os limites da mini banda e da banda larga no período de junho de 1995 até janeiro de 1998, o que corresponde a terceira fase retratada no texto acima. Verifica-se de imediato que o limite superior da mini banda sofre menos ataques do que o limite inferior. A taxa de câmbio está quase sempre localizada junto ao limite inferior da mini banda. Este fato pode ser confirmado pelo Gráfico 5 que possui o indicativo dos leilões de compra realizados pelo Banco Central.

Quanto aos limites da mini banda, percebe-se o deslocamento quase que linear no sentido da desvalorização a partir de 1996. Os limites da banda larga são reajustados com periodicidade não definida, também no sentido de desvalorização.

O Gráfico 6 nos indica a diferença percentual entre a taxa de câmbio de fechamento e o limite inferior e superior da mini banda. Percebe-se que esta diferença é menor para o limite inferior e maior para o superior. Este

fato permite afirmar, mais uma vez, que a taxa de câmbio tende a se manter mais próxima do limite inferior da mini banda.

O Gráfico 7 nos fornece a largura em termos absolutos dos limites da mini banda. Neste gráfico, podemos verificar claramente que a diferença entre os limites superior e inferior se mantém constante a partir de meados de agosto de 1995. O gráfico seguinte (Gráfico 8) retrata a diferença percentual entre o câmbio médio e o limite superior ou inferior da mini banda. Pode-se verificar uma tendência de queda constante, porém a uma taxa muito pequena. Isto implica dizer que está havendo um estreitamento, em termos relativos à taxa de câmbio média, dos limites da mini banda. Apesar da largura da mini banda ser mantida em termos absolutos constante, a tendência de deslocamento dos seus limites no sentido de desvalorização leva a conseqüente desvalorização do câmbio médio, ocasionando o estreitamento relativo dos limites da mini banda. Os Gráficos 9 e 10 retratam a tendência de desvalorização dos limites da banda cambial superior e inferior, respectivamente.

Os Gráficos 11, 12, 13 e 14 retratam o movimento do preço da *exportnote* desde junho de 1995 até janeiro de 1998.

A conclusão obtida por meio dos gráficos sobre o regime cambial brasileiro é a seguinte: o período de junho de 1995 à janeiro de 1998 pode fornecer melhor aplicação na utilização do modelo proposto nas seções 3, 4 e 5; considerando que o modelo discute regras cambiais, a crise asiática, que provocou o ataque especulativo no final do ano de 1997, não alterará em nada a análise dos resultados porque neste período não houve alteração na regra cambial mas nos mecanismos utilizados objetivando a sua manutenção, por esta razão o período da crise não será estudado a parte; constatou-se a existência de uma tendência de desvalorização, que será inserida no modelo teórico original para podermos verificar as mudanças teóricas e numéricas que esta alteração provocará; constatado que os limites da mini banda são claramente assimétricos será proposta uma nova alteração

no modelo original; e, finalmente, decidiu-se que o limite inferior da mini banda não pode ser descartado por representar um custo expressivo às Autoridades Monetárias.

6.3 Possíveis alterações no modelo original

No processo de aplicação do modelo estudado nas seções 3,4 e 5 ao caso Brasileiro se viu a necessidade de torná-lo mais próximo da realidade cambial brasileira. A percepção desta aproximação abriu a possibilidade para adaptar o modelo de três formas diversas. A primeira forma seguiria aquela originalmente proposta no trabalho de Marcus Miller e Lei Zhang (1996) e estudada detalhadamente nas seções supracitadas.

A segunda forma possível levaria em conta a tendência de desvalorização, considerada zero na forma anterior. O novo λ passaria a ser:

$$\lambda_1 = \frac{-\theta + \sqrt{(\theta^2 + \beta\sigma^2)}}{\sigma^2} \text{ ou } \lambda_2 = \frac{-\theta - \sqrt{(\theta^2 + \beta\sigma^2)}}{\sigma^2},$$

E o novo μ ,

$$\mu_1 = \frac{-\theta + \sqrt{(\theta^2 + 2\rho\sigma^2)}}{\sigma^2} \text{ ou } \mu_2 = \frac{-\theta - \sqrt{(\theta^2 + 2\rho\sigma^2)}}{\sigma^2}$$

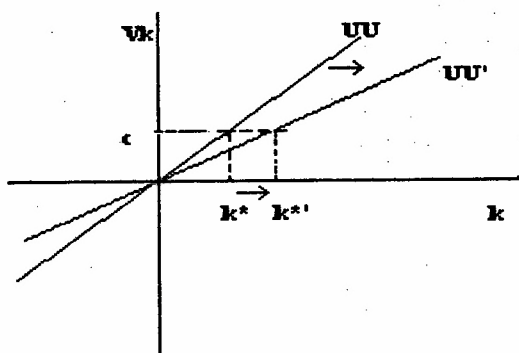
onde θ é igual a tendência de desvalorização da taxa de câmbio. O novo $s(k)$, comportamento da taxa de câmbio passaria a ser $s(k) = C_1 e^{\lambda_1 k} + C_2 e^{\lambda_2 k} + k$ e a nova solução não-particular para função custo de bem-estar das autoridades monetárias seria $V(k) = B_1 e^{\mu_1 k} + B_2 e^{\mu_2 k}$. Se além desta alteração, considerássemos que não há simetria no problema, poderíamos intuir que o novo resultado do problema seria uma banda ótima de larguras assimétricas. Isto porque, com estas mudanças, surgiriam dois jogos a serem

resolvidos, um que obteria como resultado de equilíbrio de subjogo perfeito a largura referente ao limite superior e o outro que nos daria o equilíbrio ótimo para a largura inferior. Esta forma de modificar o modelo embora muito interessante pelos resultados, é extremamente complexa nos cálculos e por isso, preferimos não desenvolvê-la assim como apresentada.

A forma que será calculada manterá a simetria do problema, mas incluirá o parâmetro que mede a tendência (ver apêndice 4). No apêndice 4, mostramos como ficaria a resolução do modelo com esta pequena alteração.

Este novo parâmetro θ influencia positivamente no k^*_d resultante do equilíbrio de subjogo perfeito, de forma que se, na equação 21 da seção 4.3 (diagrama de Harrison), com o novo λ e o novo μ , derivarmos parcialmente k^* em relação a θ , obteremos $\frac{\partial k^*}{\partial \theta} > 0$. Um aumento em θ , mantendo as outras variáveis constantes, faria com que a curva UU ficasse menos inclinada, implicando barreiras de intervenção e largura de banda mais amplas (Fig 2.5 – UU - θ).

Fig 2.5 – UU - θ



A terceira e última forma que se visualizou como possível foi utilizar o modelo tal como na segunda forma, ou seja considerando a existência de tendência no comportamento da taxa de câmbio, porém desconsiderando o limite inferior da mini banda. Desta forma, na equação $s(k) = C_1 e^{\lambda k} + C_2 e^{\lambda k} + k$, C_2 tenderia a zero, seguindo Obstfeld e Rogoff (1996), o que resultaria

a curva de reação seguinte : $S(k) = \frac{-1}{\lambda} + k$, onde $\lambda = \frac{-\theta + \sqrt{(\theta^2 + \beta\sigma^2)}}{\sigma^2}$.

Neste caso, é fácil verificar que o efeito *honey-moon* desaparece, já que não se obtém uma senóide como no primeiro caso. Como já foi visto na seção anterior, esta possibilidade de descartar o limite inferior não seria plausível, uma vez que foi constatado que as Autoridades Monetárias brasileiras possuem um custo considerável com leilões de compra de dólar para defesa do limite inferior (Gráfico 5).

Considerando os Gráficos 9 e 10, observamos que a tendência de desvalorização é muito pequena, sendo em média 0,00030812 para a variação percentual diária do limite inferior da mini banda e 0,00030533 para a variação percentual diária para a taxa de câmbio de fechamento. Relevando a média de desvalorização diária da taxa de câmbio de fechamento, obteríamos um θ igual a aproximadamente 0,00031.

Embora o θ seja muito baixo, a primeira e a segunda forma apresentam uma pequena diferença nos resultados que iremos constatar numericamente nas seções seguintes. A relutância em abandonar o limite inferior da mini banda abriria a possibilidade de descartar a terceira forma de adaptação do modelo. Trabalharemos portanto, com a forma original do modelo e com a segunda forma que inclui o parâmetro da tendência.

Para a aplicação do modelo, necessita-se da largura da banda cambial a ser testada. Decidiu-se pela utilização da largura média da banda cambial no caso brasileiro, que foi calculada¹⁰ igual a $\pm 0,24409699\%$. É importante ressaltar que esta largura de banda é considerada uma regra, que vale para todos os períodos que ela prevaleceu. Assim sendo, não será feita nenhuma distinção entre o período influenciado pela crise asiática e o período anterior a ela porque não houve mudanças na regra cambial, a largura cambial (em termos absolutos) se manteve constante.

6.4 Aplicando o modelo original ao caso brasileiro

Supondo $\sigma = 0,06$; $\beta = 0,75$, $\theta = 0$ e $\rho = 0,1$ ¹¹ e a largura da banda a ser testada igual a 0,244%, encontramos primeiro o custo de intervenção c que geraria tal largura de banda para este nível de parâmetros, em um caso onde haveria comprometimento por parte das autoridades monetárias. Resolvendo numericamente a equação 26 do Apêndice 2 com os parâmetros expostos acima, encontramos c na linha 1 da Tabela 1. Inserindo este custo na equação 15, obtemos a largura da banda resultante do jogo (equilíbrio discricionário). No caso, este valor é igual a 2,43%. Isso implica dizer, que dado o custo de intervenção $2,88E-05$, o mecanismo de regra cambial seria capaz, uma vez constatado a existência de algum tipo de comprometimento, de manter uma largura de banda cambial aproximadamente 2 pontos percentuais menor do que a banda resultante do equilíbrio discricionário (ver linha 1, coluna 3 e 4 da Tabela 1). Na linha 1 da penúltima coluna, verificamos que houve uma redução de 20% nos custos de Bem-estar, sem se levar em conta ainda, os “custos de comprometimento”¹².

Tabela 1

Variações na largura da banda e nos custos de bem-estar conforme mudanças em β ($\rho = 0,1$; $\sigma = 0,06$; $\theta = 0$)

β	Custo unitário de intervenção c	Largura da Banda – regra k_R	Largura da Banda - discricionário k_d	Razão k_R / k_d	Bem-estar Vr/Vd	Benefício unitário $(Vd(k_d) - Vr(k_R))/(k_d - k_R)$
0,75	2,88E-05	0,244%	2,43%	0,099	0,808	8,23E-05
1	2,75E-06	0,244%	2,17%	0,112	0,746	5,44E-05
2	2,56E-06	0,244%	1,77%	0,137	0,528	2,76E-05

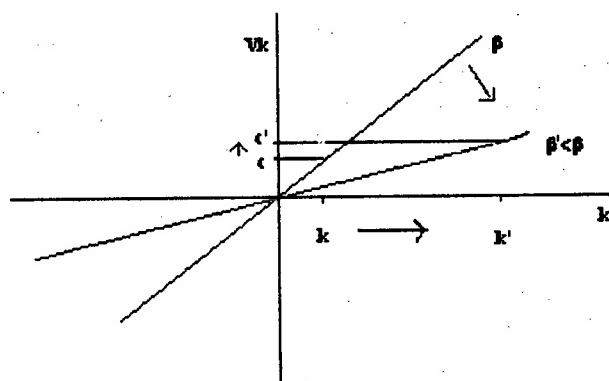
Analisando-se o resto da Tabela 1, verificamos o que ocorre com os resultados quando β varia. Se β diminui, o custo de intervenção aumenta e a

¹⁰ A largura média da banda cambial foi calculada da seguinte forma: média aritmética entre a banda superior e a banda inferior somada a banda inferior e dividida pela a banda inferior (ou superior).

¹¹ Estes parâmetros foram escolhidos depois de pesquisas junto a outros economistas que também estudam aplicações de modelos de banda de câmbio para o Brasil. Não são precisos, mas são muito próximos da realidade brasileira.

largura de banda discricionária também aumenta. Isto não quer dizer necessariamente que um custo de intervenção maior requer uma largura de banda discricionária maior, já que esta afirmação só poderá ser feita se os parâmetros forem mantidos constantes (ver seção 4.2). Vejamos neste caso o que acontece quando β diminui, por meio do gráfico de V_k , no espaço $V_k \times k$ (utilizaremos para isso a aproximação quadrática e o diagrama de Harrison – figura 4). Quando β diminui, a curva V_k fica menos inclinada e o custo c de intervenção passa a ser c' . O equilíbrio final é o ponto (k', c') que implica largura cambial discricionária mais ampla e custo de intervenção maior.

Figura 4



Pela tabela 1, conclui-se que um β maior altera de modo mais significativo a largura da banda cambial resultante do equilíbrio discricionário, tornando-a mais estreita, diminuindo o custo de intervenção e diminuindo também o benefício unitário.

É bom lembrar que β é o fator de desconto tomado pelos agentes econômicos e é igual ao inverso da semi-elasticidade de demanda por moeda com respeito a taxa de câmbio esperada. No caso do Brasil, seria razoável esperar um β muito baixo já que as constantes pressões do mercado

¹² Os custos de comprometimento correspondem a diferença entre o custo de intervenção e o benefício trazido pela diminuição da largura da banda cambial (ver proposição mais para frente do texto)

no sentido de desvalorizar a taxa de câmbio aliadas aos desequilíbrios constantes verificados nas contas nacionais aumentariam o receio dos agentes econômicos, que estariam prontos para uma eventual fuga imediata para a moeda mais forte (no caso o dólar americano) como resposta a um sinal indicativo de desestabilização da política cambial adotada pelo governo.

A Tabela 2 mostra um exercício similar ao da Tabela 1, mas estuda variações no parâmetro σ que mede a volatilidade dos fundamentos, mantendo os outros parâmetros constantes. Não se verifica mudanças abruptas, mas pode-se observar que para um σ mais baixo, a largura da banda resultado do equilíbrio discricionário diminui e o benefício unitário diminui.

Tabela 2

Variações na largura da banda e nos custos de bem-estar conforme mudanças em σ ($\rho = 0,1; \sigma = 0,06; \theta = 0$)

σ	Custo unitário de intervenção c	Largura da Banda – regra k_R	Largura da Banda – discricionário k_d	Razão k_R / k_d	Bem-estar V_T/V_d	Benefício unitário $(V_d(k_d) - V_T(k_R))/(k_d - k_R)$
0,3	1,16E-06	0,244%	3,78%	0,064	0,923	8,90E-04
0,1	1,04E-05	0,244%	2,54%	0,096	0,896	1,10E-04
0,06	2,88E-05	0,244%	2,43%	0,099	0,808	8,23E-05

Finalmente, a Tabela 3 nos mostra o mesmo exercício para variações em ρ . Neste caso, podemos concluir a não existência de grandes flutuações na largura da banda resultante do equilíbrio discricionário em resposta a variações em ρ .

Tabela 3

Variações na largura da banda e nos custos de bem-estar conforme mudanças em ρ ($\rho = 0,1; \sigma = 0,06; \theta = 0$)

ρ	Custo unitário de intervenção c	Largura da Banda – regra k_R	Largura da Banda – discricionário k_d	Razão k_R / k_d	Bem-estar V_T/V_d	Benefício unitário $(V_d(k_d) - V_T(k_R))/(k_d - k_R)$
0,2	3,53E-05	0,244%	2,47%	0,099	0,932	3,53E-05
0,1	2,88E-05	0,244%	2,43%	0,098	0,808	8,23E-05
0,05	2,63E-05	0,244%	2,36%	0,103	0,676	1,37E-04

Em conformidade com o trabalho de Miller e Zhang (1996), assume-se que se as autoridades monetárias falharem em intervir a favor da regra cambial anunciada k_R , o equilíbrio passa imediatamente a ser k_d (equilíbrio de sub jogo perfeito), já que as autoridades monetárias perdem a credibilidade frente aos agentes econômicos.

Mais uma vez, a questão dos múltiplos equilíbrios surgem. Na seção 4.2, viu-se a possível existência de um outro equilíbrio de Nash e de sub jogo perfeito quando $k^* \rightarrow +\infty$. Este segundo equilíbrio poderia refutar a hipótese forte apontada no trabalho de Miller e Zhang (1996) de que o equilíbrio discricionário k_d seria atingido instantaneamente, caso as autoridades monetárias não conseguissem sustentar a regra comprometida k_R . Isto porque, havendo, na hipótese da existência de dois equilíbrios de sub jogo perfeito, o desvio da regra anunciada pelo governo poderia resultar um k_d baixo, como aquele representado na Figura 1, ou um k infinitamente grande. Neste último caso, teríamos como resultado o abandono da política cambial em bandas para uma política de câmbio flutuante. Para evitar este problema considerou-se a hipótese já abordada na seção 4.2 e a existência de outros mecanismos de controle da taxa de câmbio para defesa de uma política cambial em bandas, eventualmente, adotados pelas autoridades monetárias, como, por exemplo, a taxa de juros. Com esta ressalva, pode-se tomar como possível a hipótese adotada por Miller e Zhang (1996) possibilitando a desconsideração do equilíbrio de Nash para um k infinitamente grande como sendo um equilíbrio de subjogo perfeito.

Com base nesta hipótese forte, deriva-se a condição suficiente na qual a regra ótima é auto-sustentável, que é dada pela proposição de Miller e Zhang, a ser apresentada a seguir.

Proposição 1. Uma condição suficiente para que a regra k_r seja auto-sustentável:

$$V_d(k_d) - V_I(k_R) \geq c(k_d - k_R) \quad (24)$$

onde V_d é o valor da função no caso discricionário e V_R no caso de regra.

Para testarmos esta proposição, consideraremos os benefícios e os custos de intervenção dada a ocorrência de um choque ε que ameace o limite da banda de regra. A parte esquerda da equação 24 nos fornece o benefício trazido pela manutenção da regra, enquanto que a parte direita nos indica o custo total de intervir. Para um ε igual a $k_d - k_R$ a condição da equação 24 é claramente suficiente.

No caso em que ε é maior que $k_d - k_R$, a equação 24 ainda prevalecerá. Isto porque, mesmo no caso em que as autoridades monetárias operem em uma banda com largura k_d , elas irão incorrer em um igual custo de evitar que os fundamentos se desviem deste nível k_d . Ou seja, tanto em um caso como no outro este custo extra $\varepsilon - (k_d - k_R)$ ocorrerá igualmente, dada a existência deste desvio. O que se deverá relevar será unicamente o custo $c(k_d - k_R)$, já abrangido pela equação 24.

Finalmente estudaremos o caso em que o choque ε é menor que $k_d - k_R$. Neste caso, a equação 24 ficará da seguinte forma:

$$V_d(k_R + \varepsilon) - V_I(k_R) \geq c\varepsilon \quad (25)$$

Como $V_d(k)$, para $k \leq k_d$, é uma função convexa em k , então a equação 24 é condição suficiente para a equação 25.

Voltando ao caso brasileiro e às Tabelas 1,2 e 3 podemos verificar o resultado desta proposição na última coluna de cada tabela ($(V_d(k_d) -$

$Vr(k_R)/(k_d - k_R)$). Este resultado nos dá o benefício obtido ao se manter um k_R , medido por unidade extra de intervenção requerida.

Em resumo, com uma largura de banda cambial mais estreita, espera-se que as autoridades monetárias serão chamadas a intervir mais freqüentemente para defender os limites da banda. Estas intervenções apresentam um custo que deverá ser menor que o benefício trazido pela manutenção desta banda cambial mais estreita, para que este equilíbrio k_R seja auto-sustentável (equação 24).

Desse modo, com base nos parâmetros $\sigma = 0,06$; $\beta = 0,75$, $\theta = 0$ e $\rho = 0,1$, o benefício unitário totaliza 2,28E-04 (Tabela 1, linha 1, coluna 7), sendo portanto, nitidamente maior que o custo de intervenção 2,88E-05. Variando os parâmetros, verificamos que benefício unitário de intervenção se mantém sempre acima do custo de intervenção. Podemos então inferir que, com base na hipótese muito forte de que a falha em intervir leva a pena irreversível de perda de credibilidade, a largura da banda mais estreita k_R seria, em geral, auto-sustentável.

A simples aplicação do modelo nos levaria a crer que a regra cambial brasileira seria, a princípio, crível por ser auto-sustentável, dado os custos de intervenção. Vamos agora trabalhar o modelo com a tendência θ .

6.5 Aplicando o modelo com a tendência θ ao caso brasileiro

Supondo $\sigma = 0,06$; $\beta = 0,75$, $\theta = 0,00031$ e $\rho = 0,1$, e a largura da banda igual a 0,244% faremos um estudo análogo ao exercício anterior com as modificações já apresentadas anteriormente em λ e μ (apêndice 4). Observaremos que embora esta tendência é muito baixa, ela interferirá

sensivelmente nos resultados finais. No estudo anterior, sem tendência, para $\sigma = 0,06$; $\beta = 0,75$, $\theta = 0$ e $\rho = 0,1$, a largura de banda discricionária obtida foi de 2,43%, enquanto que no caso, com tendência, em que $\sigma = 0,06$; $\beta = 0,75$, $\theta = 0,00031$ e $\rho = 0,1$, esta largura é de 3,38%.

Fazendo novamente as simulações com os parâmetros, considerando a tendência θ encontraremos:

Tabela 1'

Variações na largura da banda e nos custos de bem-estar conforme mudanças em β ($\rho = 0,1$; $\sigma = 0,06$; $\theta = 0,00031$)

β	Custo unitário de intervenção c	Largura da Banda – regra k_R	Largura da Banda – discricionário k_d	Razão k_R / k_d	Bem-estar Vr/Vd	Benefício unitário $(Vd(k_d)-Vr(k_R))(k_d - k_R)$
0,75	2,75E-05	0,244%	3,38%	0,072	0,519	2,28E-04
1	2,63E-05	0,244%	3,05%	0,080	0,041	1,68E-04
2	2,46E-05	0,244%	2,03%	0,12	1,642*	4,37E-05

* as funções valores de custo de bem estar apresentaram sinal negativo, por isso este resultado estranho.

Tabela 2'

Variações na largura da banda e nos custos de bem-estar conforme mudanças em σ ($\rho = 0,1$; $\sigma = 0,06$; $\theta = 0,00031$)

σ	Custo unitário de intervenção c	Largura da Banda – regra k_R	Largura da Banda – discricionário k_d	Razão k_R / k_d	Bem-estar Vr/Vd	Benefício unitário $(Vd(k_d)-Vr(k_R))(k_d - k_R)$
0,3	1,15E-06	0,244%	5,09%	0,048	0,900	1,41E-03
0,1	1,01E-05	0,244%	4,98%	0,049	0,649	7,31E-04
0,06	2,75E-05	0,244%	3,38%	0,072	0,519	2,28E-04

Tabela 3'

Variações na largura da banda e nos custos de bem-estar conforme mudanças em ρ ($\rho = 0,1$; $\sigma = 0,06$; $\theta = 0,00031$)

ρ	Custo unitário de intervenção c	Largura da Banda – regra k_R	Largura da Banda – discricionário k_d	Razão k_R / k_d	Bem-estar Vr/Vd	Benefício unitário $(Vd(k_d)-Vr(k_R))(k_d - k_R)$
0,2	3,40E-05	0,244%	3,67%	0,066	0,842	1,34E-04
0,1	2,75E-05	0,244%	3,38%	0,072	0,519	2,28E-04
0,05	1,04E-06	0,244%	3,34%	0,073	0,483	9,18E-04

As tabelas 1', 2' e 3' mostram que, se considerarmos o parâmetro que mede a tendência θ , os resultados, em geral, apresentarão larguras de banda resultantes de equilíbrio de sub jogo perfeito maiores (coluna 4). De outra

forma, se há tendência de desvalorização na taxa de câmbio deveria ser esperada uma largura de banda discricionária mais ampla considerando os demais parâmetros constantes.

6.6 Comparando o resultado brasileiro ao resultado do trabalho de Miller e Zhang (1996)

No trabalho de Miller e Zhang (1996) a aplicação do modelo teórico se dá sobre a realidade da Europa até 1992, quando apresentava uma regra cambial de $\pm 2,25\%$. A tabela 4 abaixo resume os resultados de Miller e Zhang que considerou para o caso europeu os parâmetros $\sigma = 0,1$; $\beta = 1$, $\theta = 0$ e $\rho = 0,1$.

Tabela 4- Europa - $\sigma = 0,1$; $\beta = 1$, $\theta = 0$ e $\rho = 0,1$

β	Custo unitário de intervenção c	Largura da Banda – regra k_R	Largura da Banda – discricionário k_d	Razão k_R / k_d	Bem-estar V_r/V_d	Benefício unitário $(V_d(k_d) - V_r(k_R))/(k_d - k_R)$
1	4,09E-03	2,25%	4,44%	0,507	0,792	8,77E-02

Considerando os parâmetros supostos para o caso da Europa, vejamos qual seria o resultado se a regra estivesse estipulada no mesmo nível em que a brasileira, ou seja, em $\pm 0,224\%$ (Tabela 5).

Tabela 5 – Europa - $\sigma = 0,1$; $\beta = 1$, $\theta = 0$ e $\rho = 0,1$

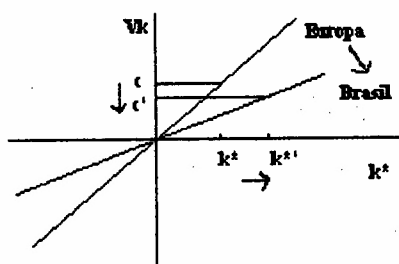
β	Custo unitário de intervenção c	Largura da Banda – regra k_R	Largura da Banda – discricionário k_d	Razão k_R / k_d	Bem-estar V_r/V_d	Benefício unitário $(V_d(k_d) - V_r(k_R))/(k_d - k_R)$
1	9,93E-03	0,244%	1,248%	0,195	0,925	1,77E-05

Tabela 1'-linha 1 – Brasil com tendência - $\rho = 0,1; \sigma = 0,06; \theta = 0,00031$

β	Custo unitário de intervenção c	Largura da Banda – regra k_R	Largura da Banda – discricionário k_d	Razão k_R / k_d	Bem-estar Vr/Vd	Benefício unitário $(Vd(k_d) - Vr(k_R))(k_d - k_R)$
0,75	2,75E-05	0,244%	3,38%	0,072	0,519	2,28E-04

Confrontando a tabela 5 com a Tabela 1', linha 1, concluiremos que, dados os parâmetros supostos para cada economia, a largura de banda discricionária seria muito maior para o caso brasileiro do que para o caso europeu, dada a mesma regra cambial. Com este resultado, poderíamos inferir que, se fosse deixado para os agentes econômicos escolherem, ou seja se estivéssemos em um jogo, a largura da banda cambial resultante do equilíbrio de subjogo perfeito seria maior no Brasil do que na Europa (até 1992). Observe também que não podemos fazer uma relação direta entre os custos de intervenção e a largura da banda cambial discricionária porque os parâmetros não são os mesmos, vejamos esta observação graficamente na figura 5, através da aproximação quadrática e o diagrama de Harrison.

Figura 5



Devido aos parâmetros escolhidos, a curva que representa o caso do Brasil fica menos inclinada o que nas dá, apesar de um custo de intervenção menor, uma maior largura de banda cambial discricionária.

Na seção seguinte será apresentada algumas sugestões de estudo.

7. Possíveis extensões

O custo c de intervenção pode ser interpretado, segundo Lars Svensson (1994), de modo objetivo, como um custo monetário ou, de modo subjetivo, como a aversão das autoridades monetárias em ter que intervir para defender os limites da banda cambial e com isso reafirmar a regra com a qual se comprometeram.

Um estudo interessante seria o de tentar quantificar os custos de intervenção de modo a permitir a estimação da regra cambial ótima. Para isto, tomaríamos isoladamente a parte em que é feito o estudo da adoção da regra (seção 5) no modelo original de Miller e Zhang (1996).

Na seção 5 vimos que, dados os parâmetros σ , β , e ρ , pode-se analisar a relação de compensação entre custos de intervenção e regra cambial. E foi exatamente este exercício que fizemos na seção anterior; para a dada regra cambial encontramos o custo de intervenção correspondente. Se, no entanto, conseguíssemos quantificar o custo de intervenção seria possível, por meio deste modelo, encontrar a regra cambial ideal correspondente ao custo de intervenção vigente. Esta regra cambial encontrada poderia ser compara à regra cambial verificada de fato no mercado de câmbio e o resultado poderia ser usado como um indicativo de credibilidade.

Constatou-se também que as autoridades monetárias utilizam políticas de juros restritivas e políticas de intervenção no mercado futuro de câmbio, como o aumento da oferta de dólares e de mudanças nos prazos de investimento estrangeiro no país, a fim de reverter as expectativas de desvalorização e assim influenciar o comportamento da taxa de câmbio

(Através de um simples teste econométrico é possível se verificar a grande sensibilidade do comportamento da taxa de câmbio com relação às taxas de juros¹³). A partir desta constatação, viu-se a possibilidade de considerar um desses mecanismos de controle do comportamento da taxa de câmbio como mais um custo de intervenção na função custo de bem estar das autoridades monetárias no modelo teórico de Miller e Zhang (1996).

No caso do modelo estudado (Miller e Zhang, 1996), o diferencial de juros di ($i-i^*$) entrariam não só na equação de expectativas dos agentes econômicos por meio do m , oferta monetária no modelo de Krugman (1991), e de dk_t , mas também como um custo de intervenção a mais na função valor que o governo iria querer minimizar.

A equação 2, que representa o comportamento da taxa de câmbio passaria a ser:

$$s_t = E_t \int_t^\infty \beta k_x e^{-\beta(x-t)} dx$$

sendo

$$dk_t = \sigma dW_t + dR_t - dL_t - di_t$$

O novo termo di representaria o diferencial de juros que teria um impacto negativo no comportamento da taxa de câmbio. Ou seja, quanto maior o diferencial de juros, maior é a taxa de juros nacional com relação a internacional, maior a entrada de moeda estrangeira que pressiona o preço da moeda estrangeira para baixo.

A equação 4, referente a função valor das autoridades monetárias

¹³ Mais precisamente, ao diferencial entre as taxas de juros nacionais (i) e internacionais (i^*) e a expectativa de desvalorização da taxa de câmbio. Considerando que as taxas de juros internacionais (particularmente, americanas) possuem um movimento de flutuação relativamente pequeno quando comparadas às nacionais, é possível que este teste econométrico seja realizado tomando unicamente uma série de *exportnote*'s (Gráficos 11,12,13 e 14). Analisando-se a correlação entre a série de dados referentes à cotação da taxa de câmbio diária e a série de dados referentes à cotação diária da *exportnote*, obtivemos o valor igual a -0.73424953.

passaria a ser:

$$V(k) = \min_{R,L} E_0 \left\{ \int_0^\infty s_t^2 e^{-\rho t} dt + \int_0^\infty e^{-\rho t} [c(dR_t + dL_t) + x di_t] \right\}$$

Sendo x , o custo de manter os juros nacionais mais altos do que os juros internacionais (di_t). Este parâmetro x poderia ser relacionado de alguma forma com a quantidade de títulos emitidos pelas autoridades monetárias.

8. Conclusões

Vimos portanto que as autoridades monetárias, no caso em que adotem uma política cambial em bandas estreitas, procurarão minimizar o desvio quadrático entre a taxa de câmbio de fato e a taxa de câmbio considerada ideal, sujeito a um custo de intervenção proporcional ao tamanho da própria intervenção. Vale lembrar que no modelo estudado tomou-se por hipótese, o fato do preço da moeda estrangeira como a principal variável determinantes dos preços domésticos, o que explicaria a meta de estabilização da taxa de câmbio por parte das autoridades monetárias.

Considerando que a taxa de câmbio que o governo quer estabilizar é igual ao valor futuro descontado dos fundamentos, o equilíbrio discricionário (sub-jogo perfeito) poderia, a princípio, ser substituído por uma regra, se comprovado algum tipo de comprometimento envolvendo ganho de bem-estar, dado um custo unitário de intervenção. Foi mostrado teoricamente que uma banda de largura mais estreita, resultado de uma regra, apresenta, de fato, um ganho de bem-estar capaz de sustentar este equilíbrio em detrimento ao equilíbrio discricionário.

A aplicação do estudo ao caso brasileiro nos levou a constatar empiricamente a veracidade do modelo. Foi encontrada uma largura de banda de regra menor em aproximadamente dois pontos percentuais quando comparada àquela obtida com resultado do jogo (equilíbrio discricionário), sustentada pelo ganho de bem-estar trazido de, aproximadamente, 20%, dado o custo de intervenção calculado em $2,88E-05$ e os parâmetros $\beta = 0,75$, $\rho = 0,1$ e $\sigma = 0,06$. Foram também realizadas simulações sobre estes parâmetros para verificar os seus efeitos.

Constatada certa peculiaridade na regra cambial brasileira quanto a tendência de desvalorização, foi sugerida e testada uma alteração no modelo

original de Miller e Zhang (1996) e em seguida apresentou-se os novos resultados na aplicação ao Brasil. Com $\beta = 0,75$, $\rho = 0,1$, $\sigma = 0,06$ e a tendência de desvalorização calculada igual a 0,00031, encontrou-se uma largura de banda de regra menor que a largura da banda resultante do equilíbrio discricionário em aproximadamente três pontos percentuais e um custo de intervenção $2,75E-05$, sustentada por um ganho de bem-estar em torno de 40%. Foram feitas também simulações sobre os parâmetros para testar os seus efeitos neste caso com tendência.

Comparações foram realizadas com os resultados de Miller e Zhang (1996) que estudaram o caso europeu. Constatou-se que, no caso discricionário, a largura da banda no caso brasileiro seria maior que do que no caso europeu, dados os parâmetros de cada economia e a mesma regra cambial.

Ressalvas finais foram feitas com relação aos custos de intervenção das autoridades monetárias, sugerindo-se a inclusão dos custos de manutenção do diferencial de juros que foi constatado como um mecanismo de controle do comportamento da taxa de câmbio frequentemente utilizado pelas autoridades monetárias.

O custo unitário de intervenção foi considerado um custo subjetivo e foi associado a aversão das autoridades monetárias em ter que eventualmente intervir.

Gráficos

Gráfico 1- Nível da taxa de câmbio, da banda cambial larga e da banda cambial estreita (mini banda) - ano de 1995 (junho a dezembro)

1995

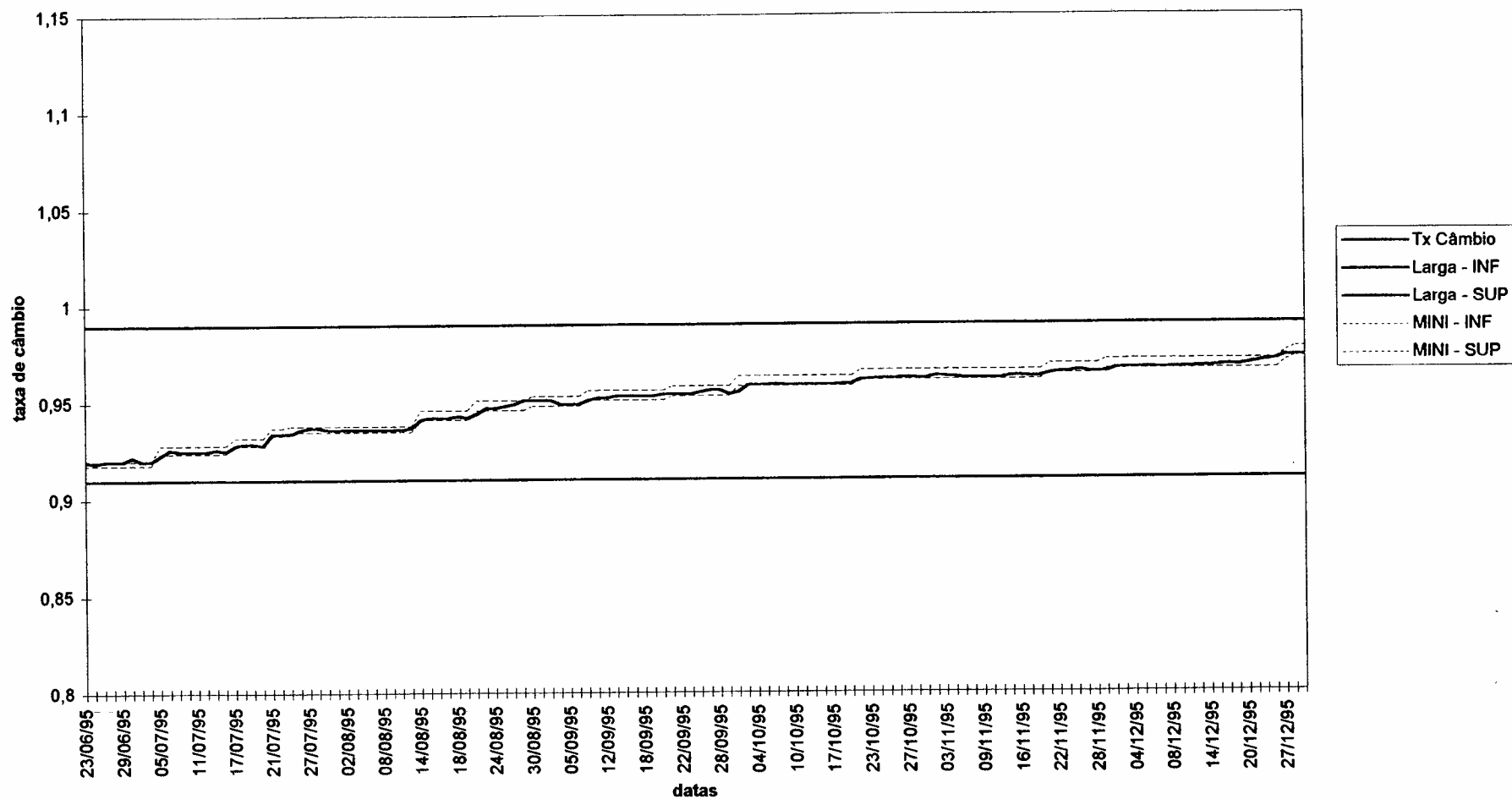


Gráfico 2 - Nível da taxa de câmbio, da banda cambial larga e da banda cambial estreita (mini banda) - ano de 1996 (junho a dezembro)

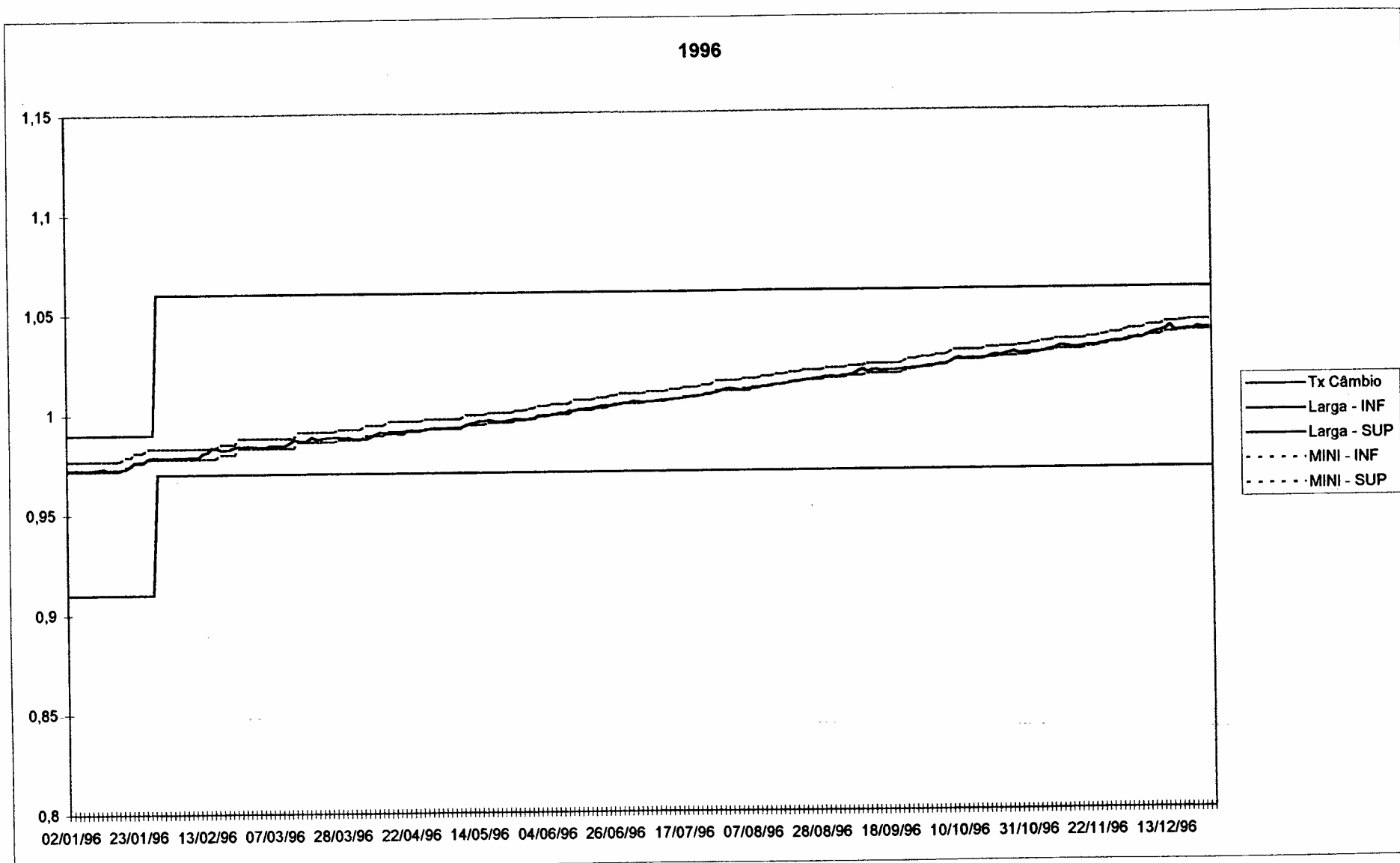


Gráfico 3 - Nível da taxa de câmbio, da banda cambial larga e da banda cambial estreita (mini banda) - ano de 1997

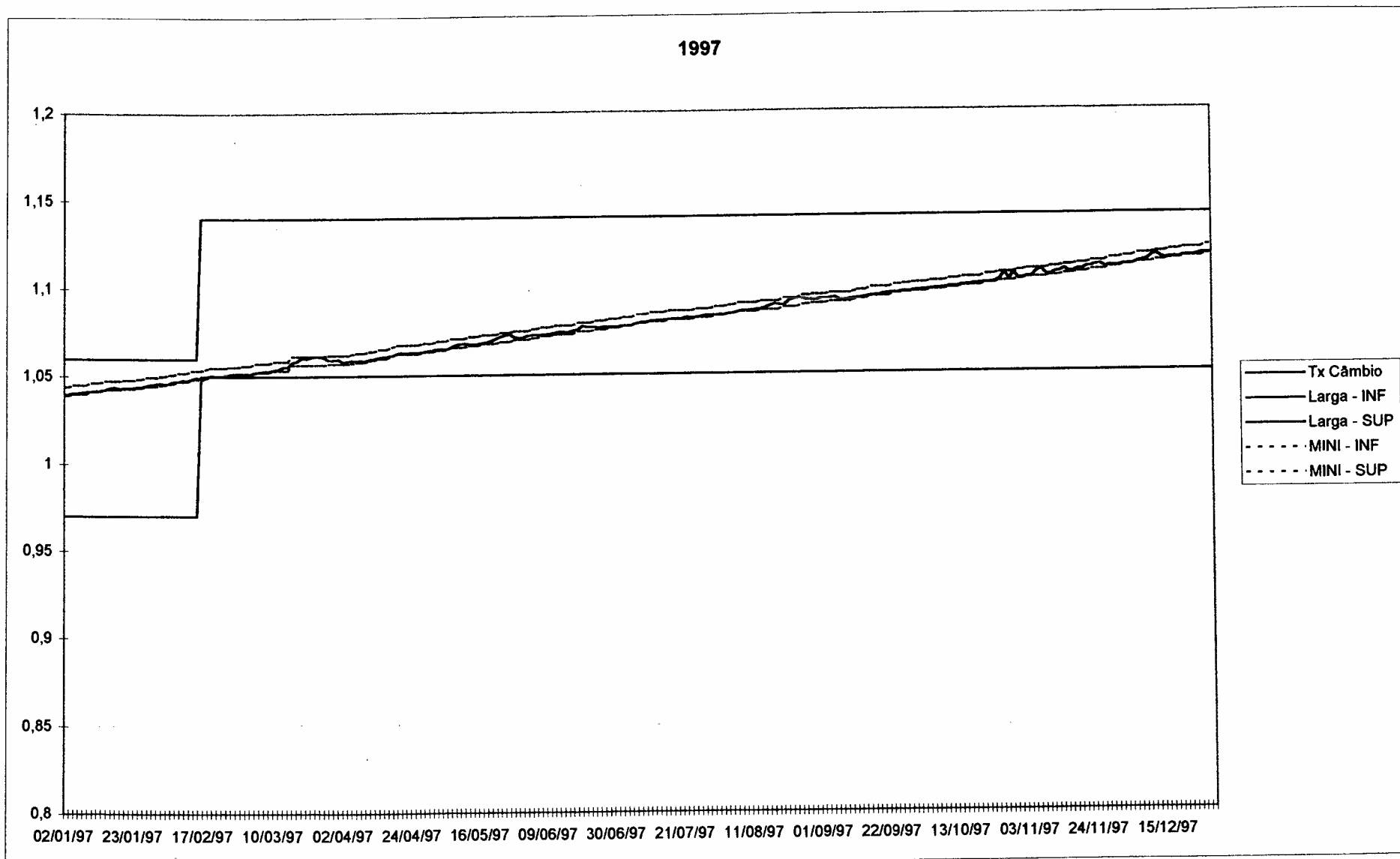


Gráfico 4 - Nível da taxa de câmbio, da banda cambial larga e da banda cambial estreita (mini banda) - ano de 1998 (janeiro)

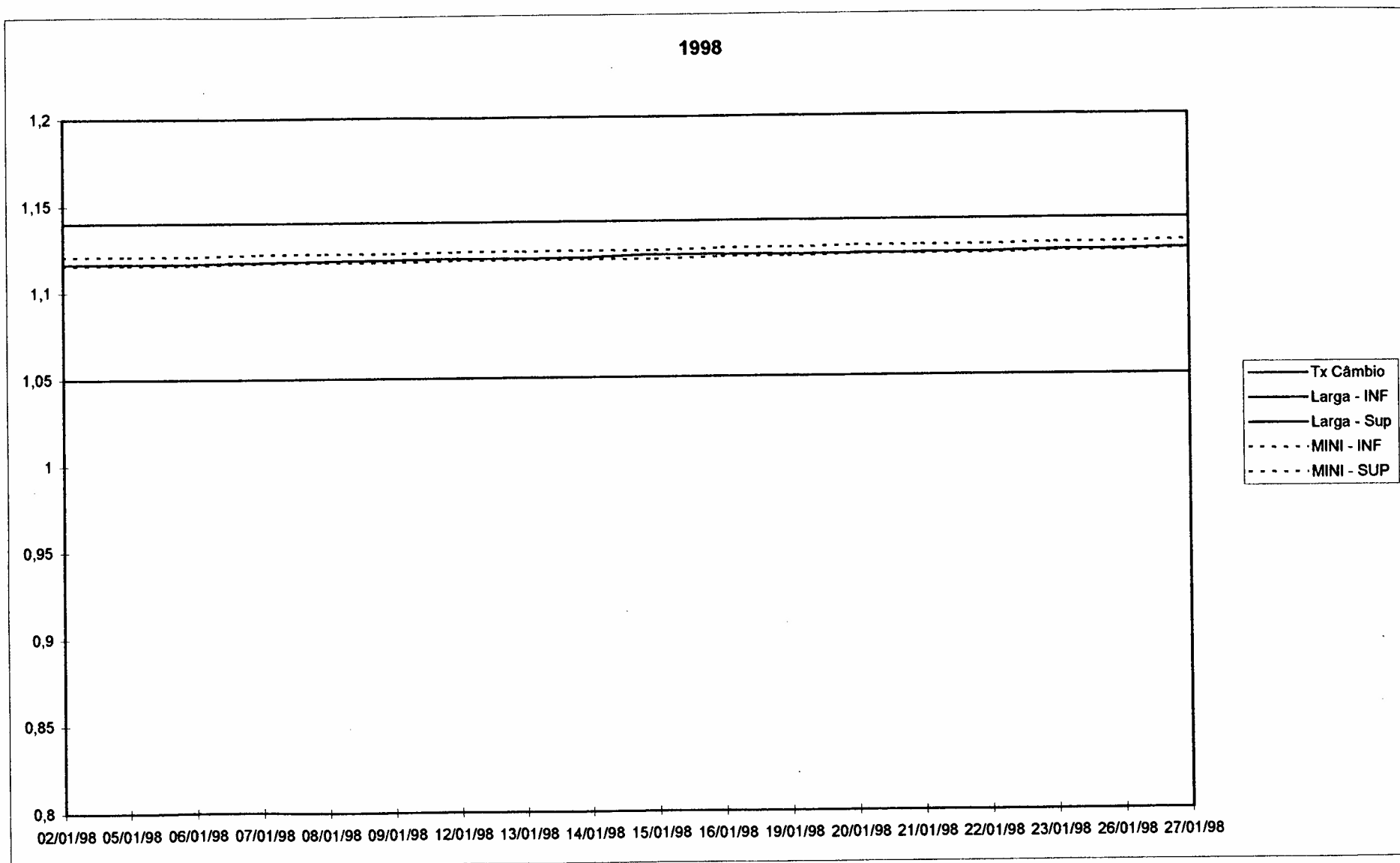
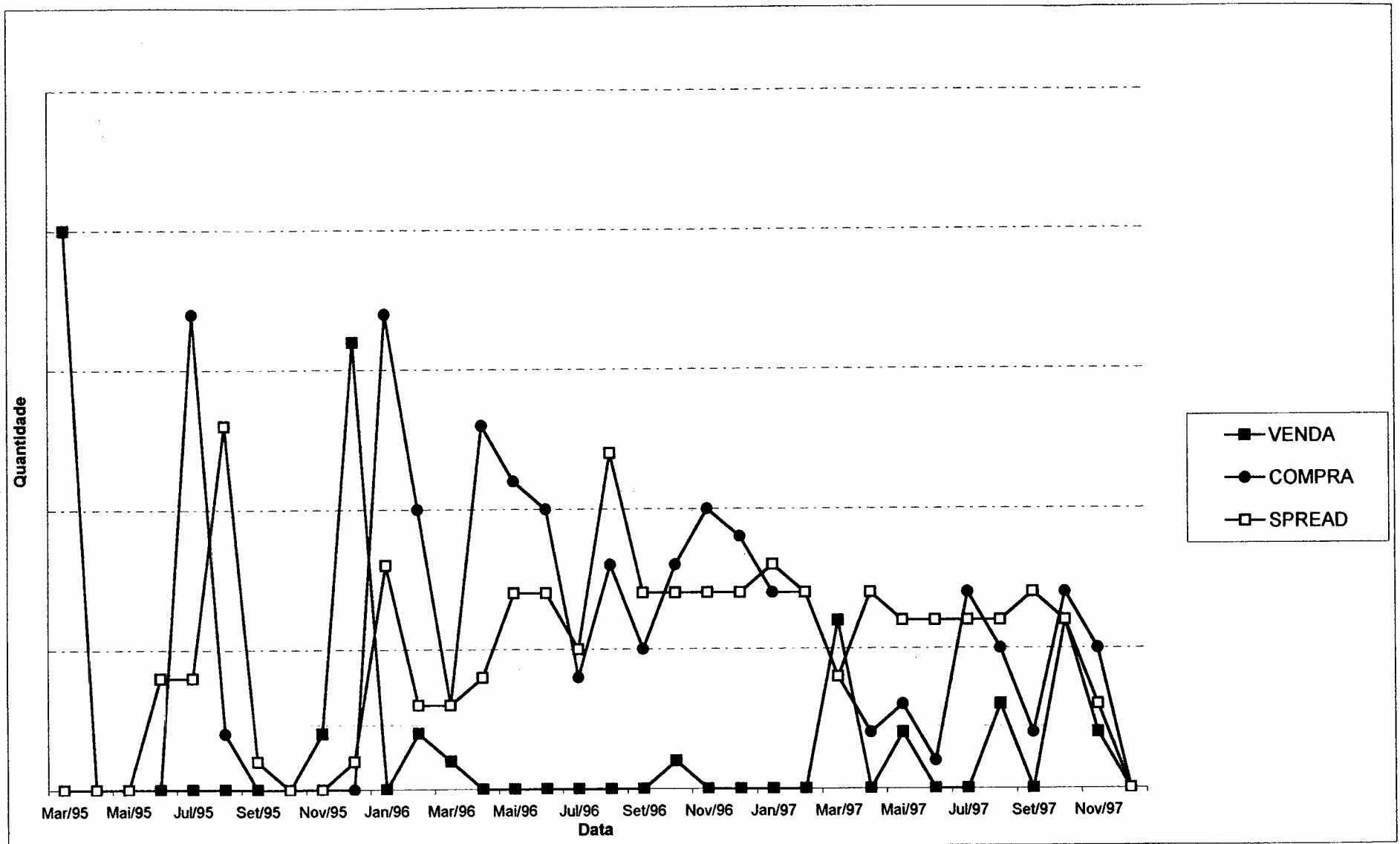


Gráfico 5 - Representação dos Leilões de compra, venda e Spread, realizados pelo Banco Central



Fonte : Banco Central

Gráfico 6 - Diferença percentual entre a taxa de câmbio de fechamento e o limite superior e o Inferior (pontilhado) da mini banda

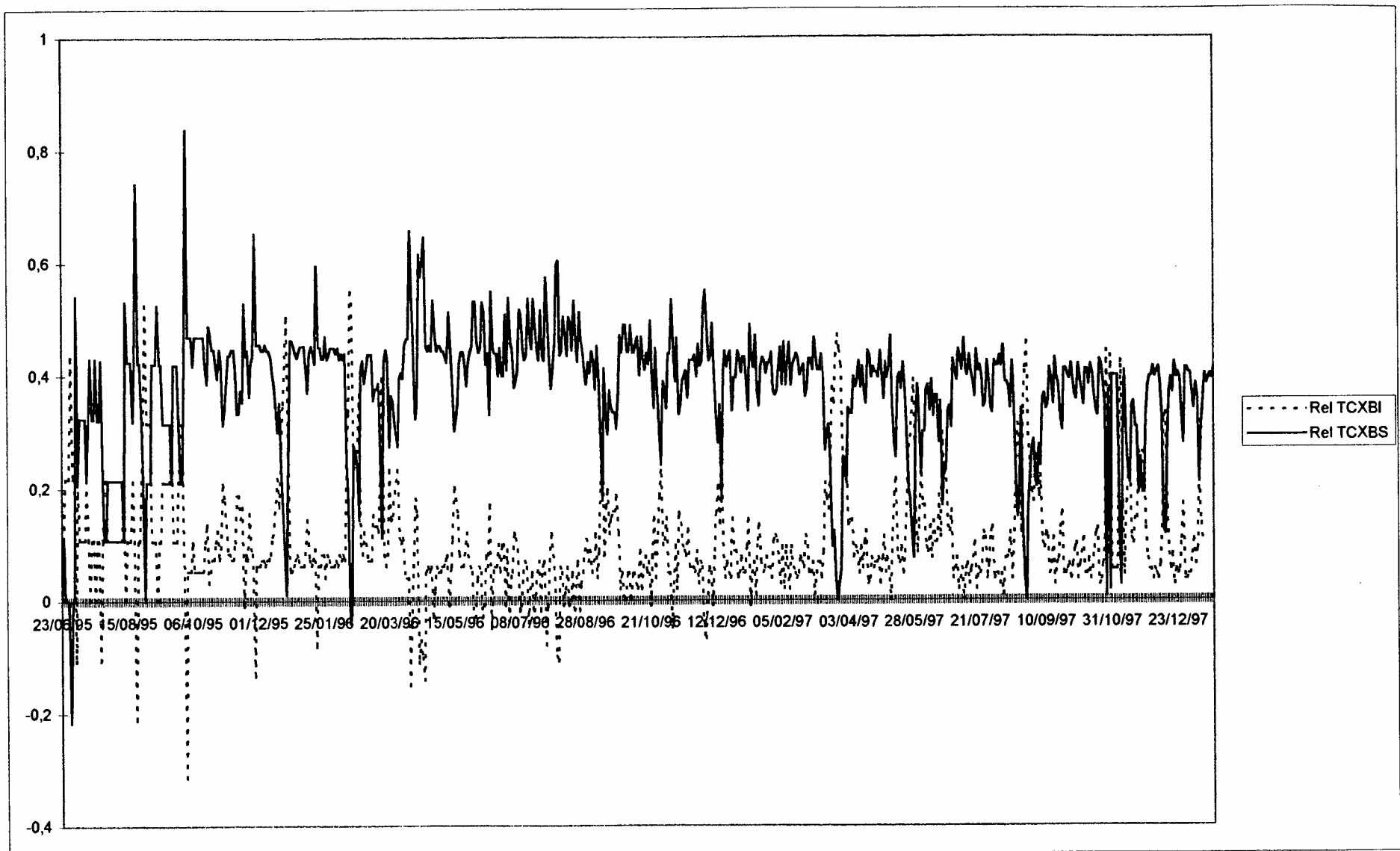


Gráfico 7 - Diferença, em termos absolutos, entre os limites inferior e superior da mini banda

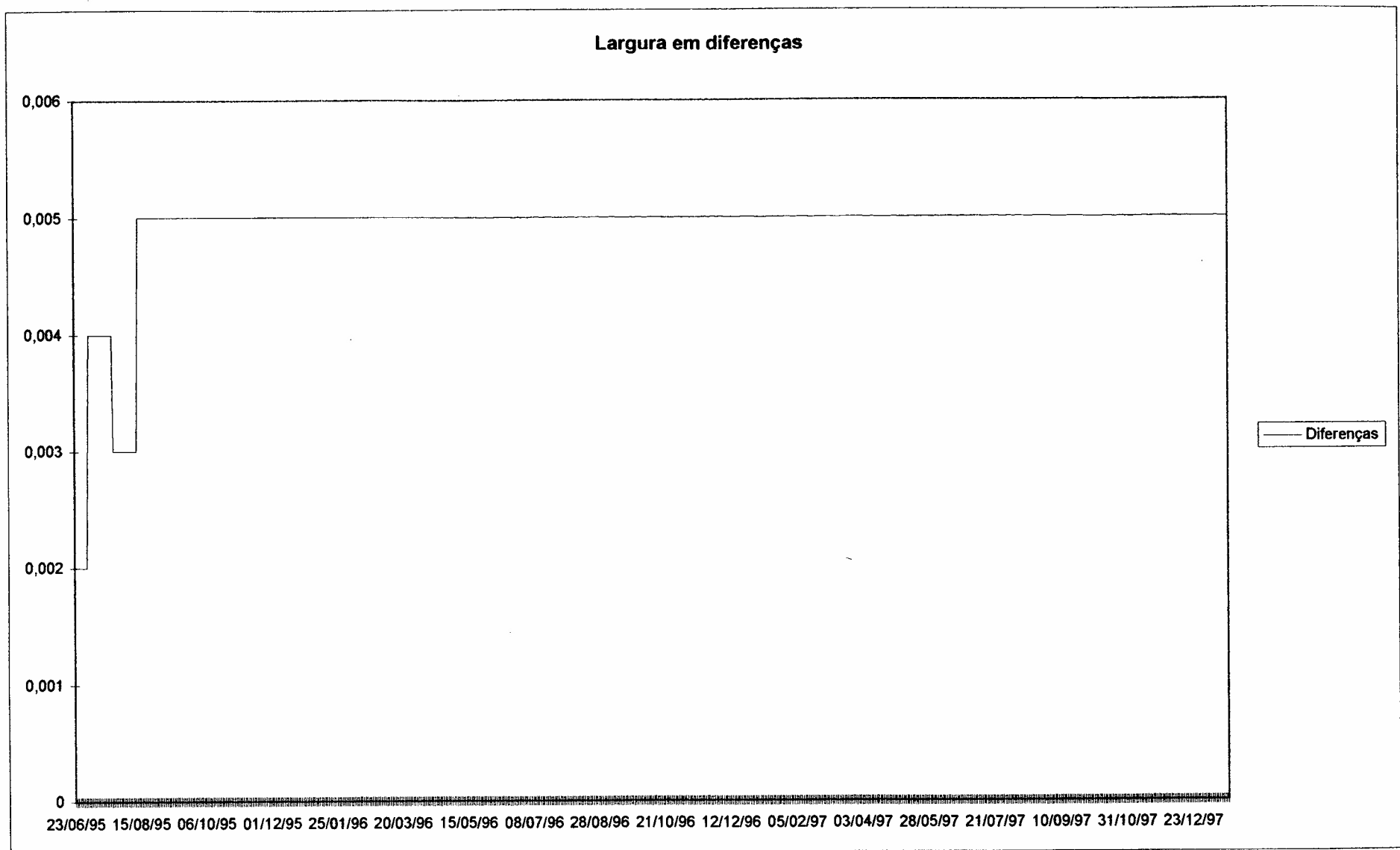


Gráfico 8 - Diferença percentual entre a taxa de câmbio média e o limite (superior ou inferior) da mini banda

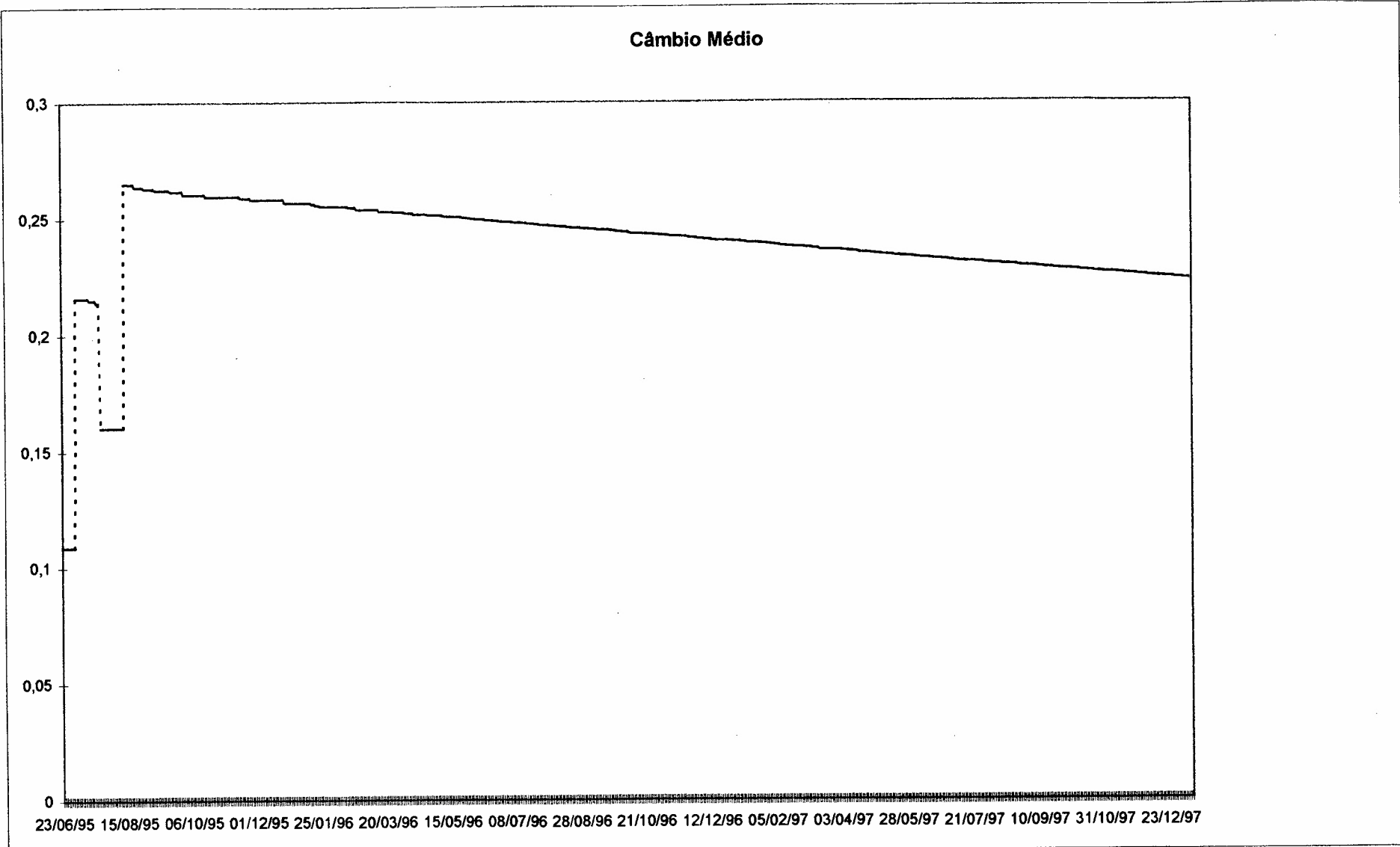


Gráfico 9 - Variação percentual diária do limite inferior da mini banda

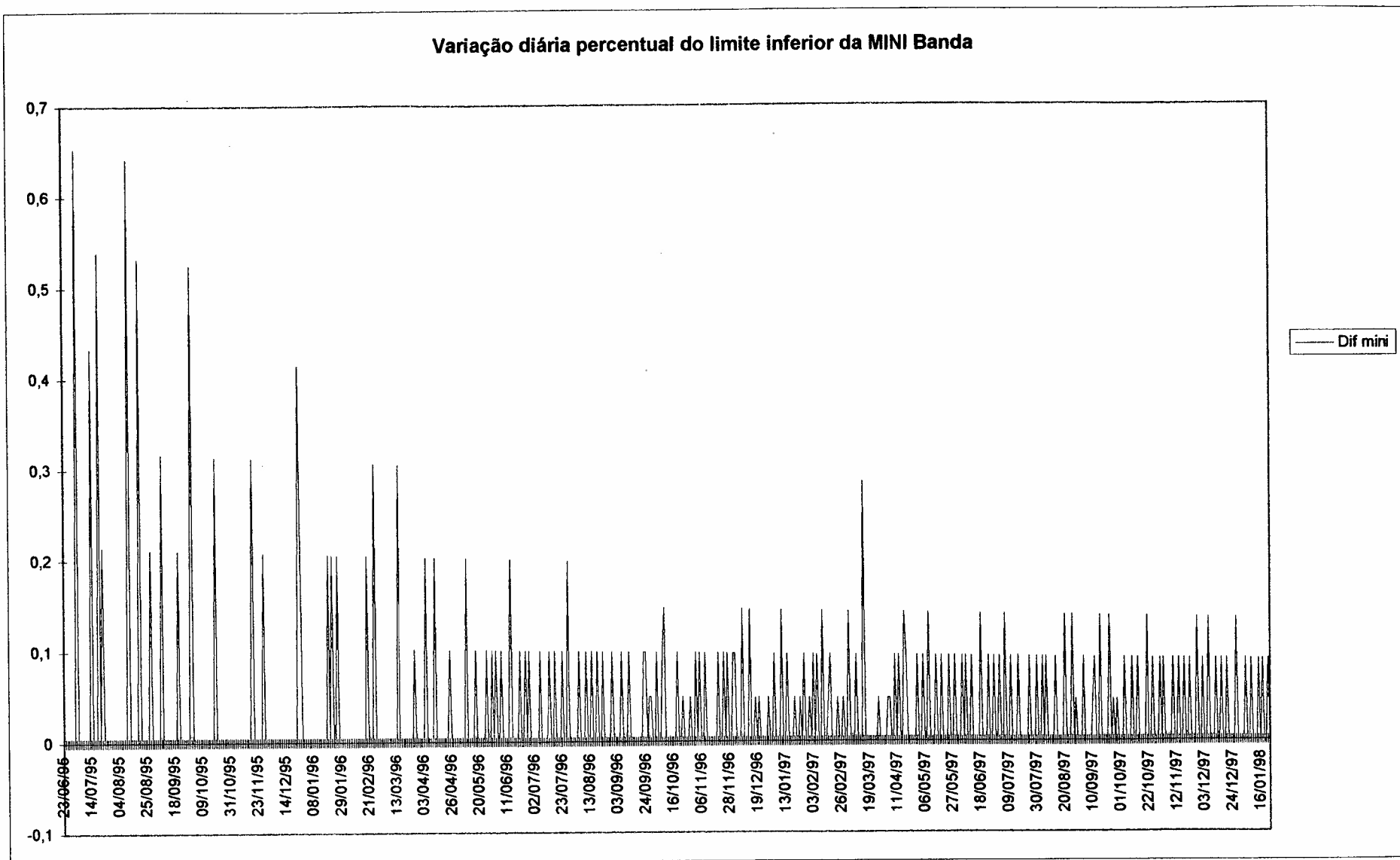


Gráfico 10 - Variação percentual diária da taxa de câmbio

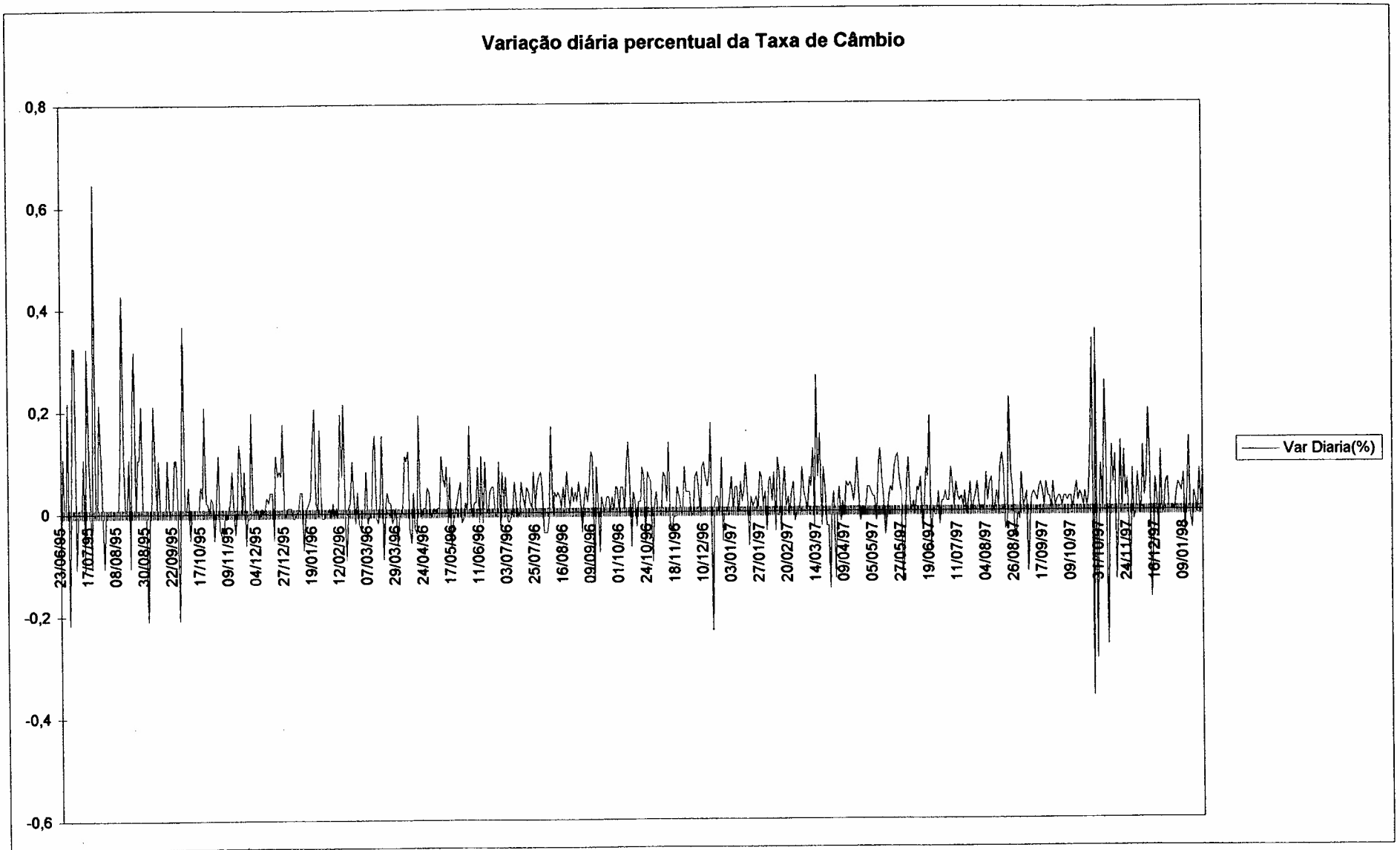
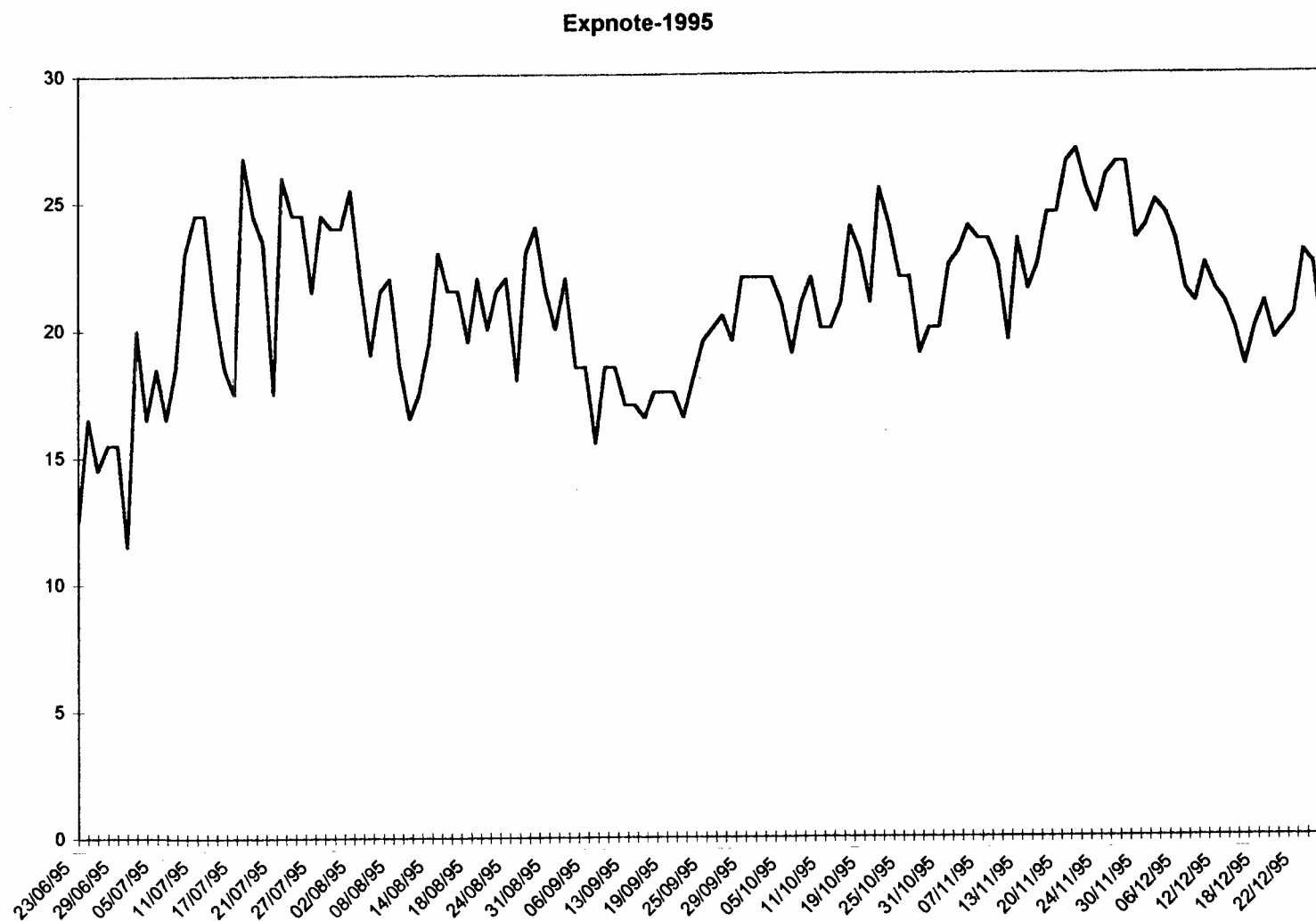
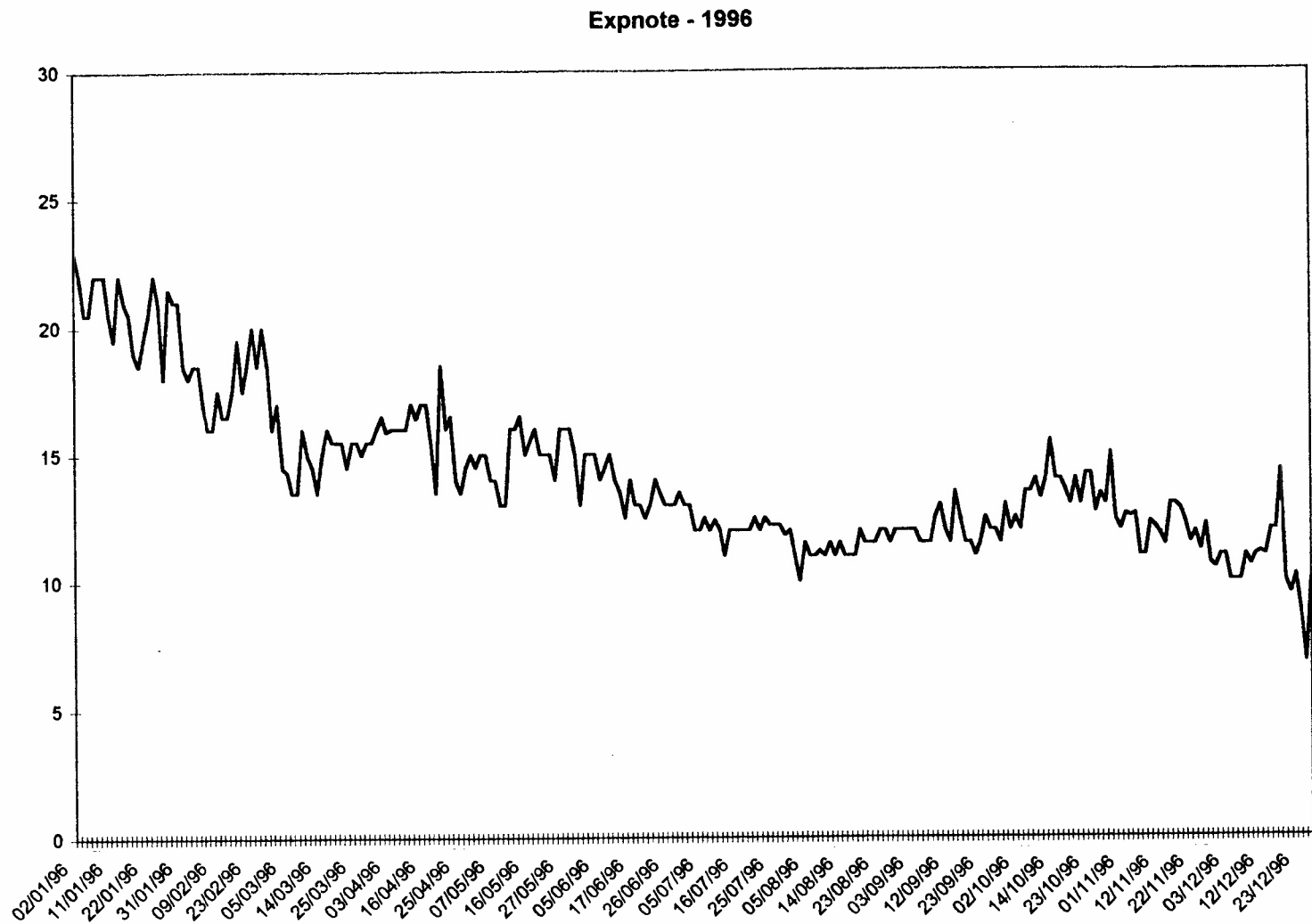


Gráfico 11 - Série de cotação de fechamento da exportnote - 1995 (junho a dezembro)



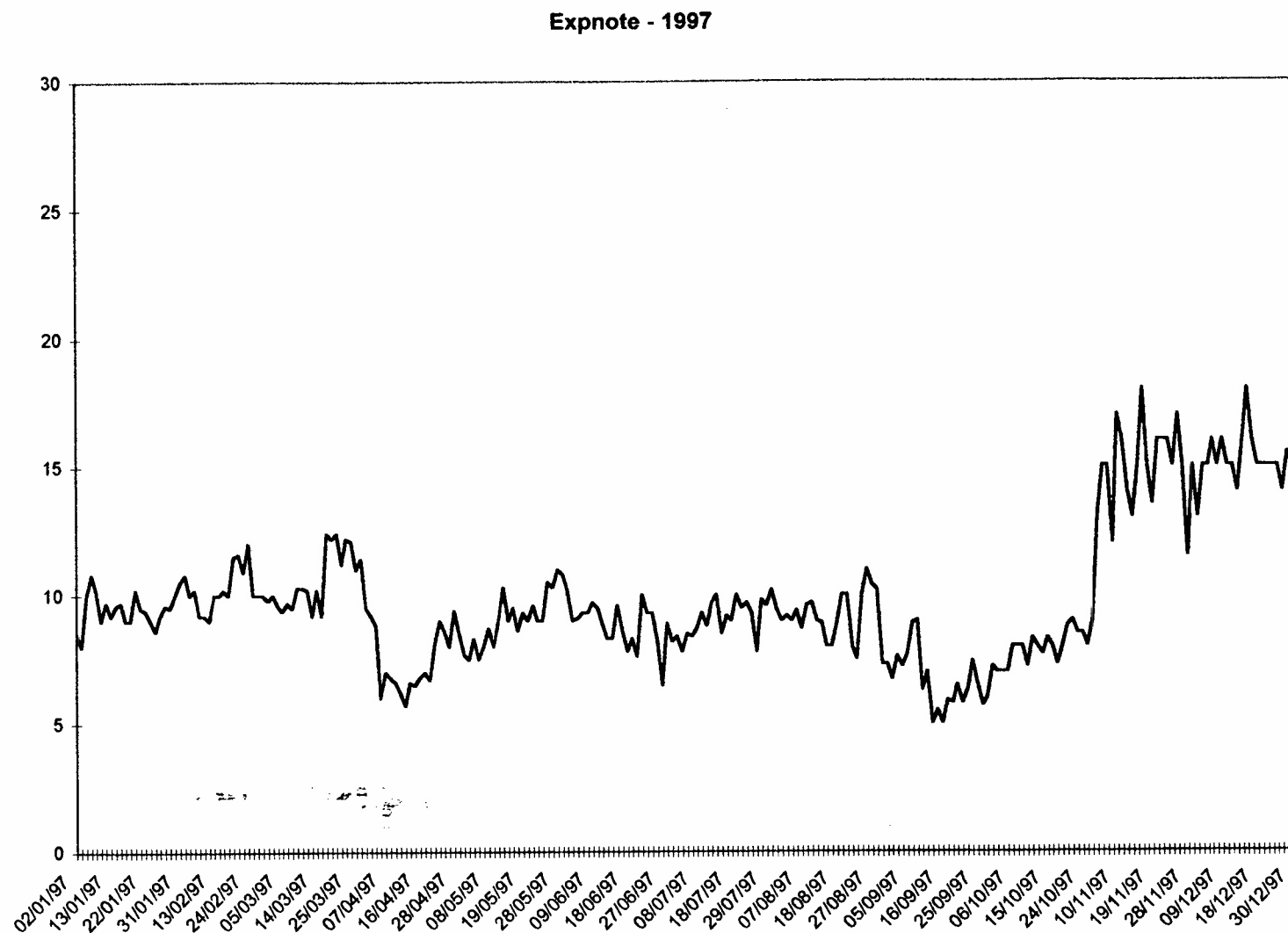
Fonte : Selic

Gráfico 12 - Série de cotação de fechamento da exportnote - 1996



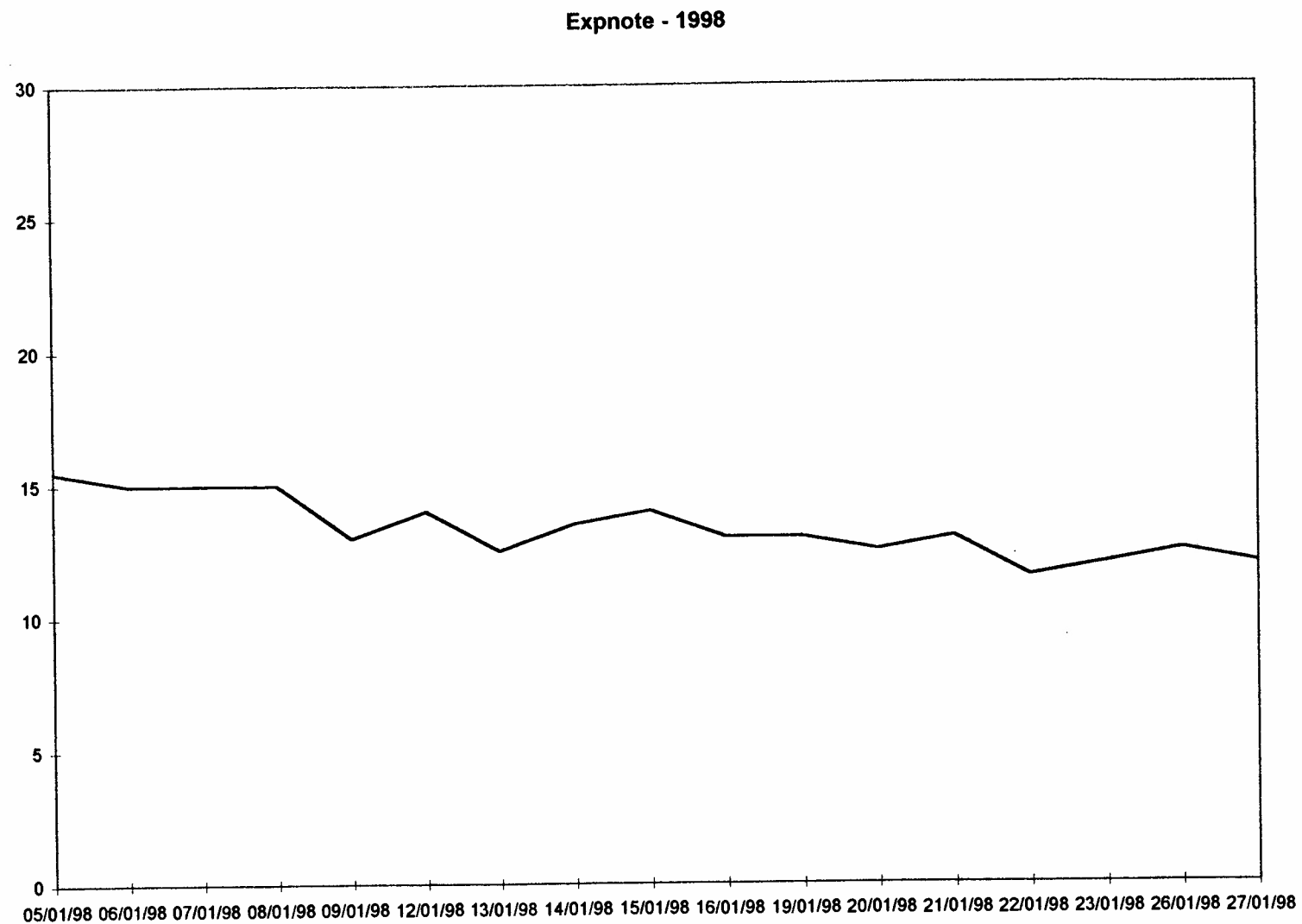
Fonte: Selic

Gráfico 13 - Série de cotação de fechamento da exportnote - 1997



Fonte: Selic

Gráfico 14 - Série de cotação de fechamento da exportnote - 1998



Fonte: Selic

Apêndices

Apêndice 1- curvas de reação

Primeiro estudamos a curva de reação dos agentes econômicos, resolvendo a equação 1 e 2.

$$s_t = E_t \int_t^\infty \beta k_t e^{-\beta(x-t)} dx \quad (2)$$

s.a

X

$$dk_t = \sigma dw_t + dR_t + dL_t \quad (3)$$

Usando HJB

$$0 = f(x)d_t + F_x \mu(x) + \frac{\sigma^2}{2} F_{xx} - \rho F(x)$$

$$0 = \beta k + \frac{\sigma^2}{2} S_{kk} - \beta S(k)$$

rearranjando, temos:

$$\beta S(k) = \beta k + \frac{\sigma^2}{2} S_{kk}$$

fazendo,

$$S(k) = ce^{\lambda k}$$

$$S_k = c\lambda e^{\lambda k}$$

$$S_{kk} = c\lambda^2 e^{\lambda k}$$

Solução não particular

$$\beta c e^{\lambda k} - \frac{\sigma^2}{2} c \lambda^2 e^{\lambda k} = 0$$

resolvendo,

$$\lambda = \pm \sqrt{\frac{2\beta}{\sigma^2}} \quad (5)$$

Solução particular

Fazendo $S(k)=\theta$

$$\beta \theta = \beta k$$

$\theta=k$ solução particular

Solução geral

$$S(k) = C_1 e^{\lambda k} + C_2 e^{-\lambda k} + k$$

$$C_1 = -C_2; \text{ simetria} \quad (6)$$

$$S(k) = C_1 e^{\lambda k} - C_1 e^{-\lambda k} + k$$

Por haver simetria, $k^* = -k^*$

Pela condição de *smooth-pasting*

$$S_k(k^*) = 0 = S_k(-k^*)$$

$$S(k) = \lambda C_1 e^{\lambda k^*} - \lambda C_1 e^{-\lambda k^*} + 1 = 0$$

$$C_1 = \frac{-1}{[e^{\lambda k^*} + e^{-\lambda k^*}] \lambda}$$

voltando em $S(k)$,

$$S(k) = \frac{-1}{[e^{\lambda k^*} + e^{-\lambda k^*}] \lambda} e^{\lambda k} + \frac{1}{[e^{\lambda k^*} + e^{-\lambda k^*}] \lambda} e^{-\lambda k} + k$$

$$S(k) = \frac{[-e^{\lambda k^*} + e^{-\lambda k^*}]}{[e^{\lambda k^*} + e^{-\lambda k^*}] \lambda} + k$$

como

$$\cosh(\lambda k) = \frac{e^{-\lambda k^*} + e^{\lambda k^*}}{2}$$

e

$$\sinh(\lambda k) = \frac{-e^{-\lambda k^*} + e^{\lambda k^*}}{2}$$

então

$$S(k) = \frac{-1}{\cosh(\lambda k^*) \lambda} \sinh(\lambda k) + k$$

$$S(k) = A \sinh(\lambda k) + k \quad (7)$$

sendo,

$$-A(k^*) = \frac{1}{\cosh(\lambda k^*) \lambda} \quad (8)$$

Resolvendo para a curva de reação das autoridades monetárias.

$$V(k) = \min_{R,L} E_0 \left[\int_0^\infty s_t^2 e^{-\rho t} dt + \int_0^\infty c e^{-\rho t} (dR_t + dL_t) \right] \quad (4)$$

s.a.

$$dk_t = \sigma dw_t + dR_t + dL_t$$

Usando HJB,

$$0 = f(x)d_t + F_x \mu(x) + \frac{\sigma^2}{2} F_{xx} - \rho F(x)$$

$$0 = s_t^2 - \frac{\sigma^2}{2} V_{kk} - \rho V(k) \quad (9)$$

rearranjando,

$$\rho V(k) = s_t^2 + \frac{\sigma^2}{2} V_{kk}$$

Substituindo a equação 7 em 4, temos:

$$\rho V(k) = \frac{\sigma^2}{2} V_{kk} + A^2 \sinh^2(\lambda k) + k^2 + 2A \sinh(\lambda k)k$$

Solução não particular

Fazendo

$$V(k) = \pi e^{\mu k}$$

temos

$$\rho \pi e^{\mu k} - \frac{1}{2} \sigma^2 \pi \mu^2 e^{\mu k} = 0$$

$$\mu = \pm \sqrt{\frac{2\rho}{\sigma^2}}$$

$$V(k) = B_2 e^{\mu k} - B_1 e^{-\mu k}$$

fazendo

$$B_1 = B_2 = \frac{B}{2}$$

temos,

$$V(k) = B \cosh(\mu k)$$

Para a solução particular, usou-se a seguinte equação:

$$V(k) = \frac{4A}{(\rho - \beta)^2} \frac{\cosh(\lambda k)\rho}{\lambda} + k^2 \left(\frac{\lambda^2 A^2}{\rho - 4\beta} + \frac{1}{\rho} \right) + \frac{A^2}{(\rho - 4\beta)} \frac{4\beta \sinh^2(\lambda k)}{2\lambda^2 \sigma^2} + \frac{4A\beta \sinh(\lambda k)}{(\rho - \beta)\lambda^2 k \sigma^2}$$

Substituindo de volta na equação combinada 4 e 7, temos

$$\rho V(k) = \frac{1\sigma^2}{2\rho} \left\{ \frac{4A\lambda \cosh(\lambda k)\rho}{(\rho - \beta)^2} + 2 \left(\frac{\lambda^2 A^2}{(\rho - 4\beta)} + \frac{1}{\rho} \right) + \frac{A^2 \beta 8 \sinh^2(\lambda k)}{(\rho - 4\beta)\sigma^2} + \frac{\beta 4A \sinh(\lambda k)}{(\rho - \beta)\sigma^2} \right\} + \frac{A^2 \sinh^2(\lambda k)}{\rho} + \frac{2A \sinh(\lambda k)k}{\rho} + \frac{k^2}{\rho}$$

Simplificando,

$$V(k) = \frac{A^2 \sinh^2(\lambda k)}{(\rho - 4\beta)} + \frac{2Ak \sinh(\lambda k)}{(\rho - \beta)} + \frac{2A\lambda \sigma^2 \cosh(\lambda k)}{(\rho - \beta)^2} + \frac{k^2}{\rho} + \frac{\sigma^2}{\rho} \left(\frac{\lambda^2 A^2}{\rho - 4\beta} + \frac{1}{\rho} \right)$$

A solução geral ficará portanto, igual a :

$$V(k) = \frac{A^2 \sinh^2(\lambda k)}{(\rho - 4\beta)} + \frac{2Ak \sinh(\lambda k)}{(\rho - \beta)} + \frac{2A\lambda \sigma^2 \cosh(\lambda k)}{(\rho - \beta)^2} + \frac{k^2}{\rho} + \frac{\sigma^2}{\rho} \left(\frac{\lambda^2 A^2}{\rho - 4\beta} + \frac{1}{\rho} \right) + B \cosh(\mu k) \quad (12)$$

Pela primeira e segunda condição de smooth-pasting,

$$V_k(k^*) = c \quad (10)$$

$$V_{kk}(k^*) = 0 \quad (11)$$

$$V_k = \frac{A^2}{(\rho - 4\beta)} \lambda \sinh(2\lambda k) + \frac{2A}{(\rho - \beta)} \sinh(\lambda k) + \frac{2A}{(\rho - \beta)} k \lambda \cosh(\lambda k) \\ + \frac{2A\lambda\sigma^2}{(\rho - \beta)^2} \lambda \sinh(\lambda k) + \frac{2k}{\rho} + B\mu \sinh(\mu k)$$

lembrando

$$\lambda^2 = \frac{2\beta}{\sigma^2}$$

$$V_k(k^*) = \frac{A^2}{(\rho - 4\beta)} \lambda \sinh(2\lambda k^*) + \frac{2A(\rho + \beta)}{(\rho - \beta)^2} A \sinh(\lambda k^*) \\ + \frac{2A}{(\rho - \beta)} k^* \lambda \cosh(\lambda k^*) + \frac{2k^*}{\rho} + B\mu \sinh(\mu k^*) = c \quad (13)$$

$$V_{kk} = \frac{2A^2\lambda^2}{(\rho - 4\beta)} \cosh(2\lambda k) + \frac{2A\lambda}{(\rho - \beta)^2} 2\rho \cosh(\lambda k) + \frac{2Ak\lambda^2}{(\rho - \beta)} \sinh(\lambda k) \\ + \frac{2}{\rho} + B\mu^2 \cosh(\mu k)$$

$$V_{kk}(k^*) = \frac{2A^2\lambda^2}{(\rho - 4\beta)} \cosh(2\lambda k^*) + \frac{4A\lambda}{(\rho - \beta)^2} \rho \cosh(\lambda k^*) + \frac{2Ak^*\lambda^2}{(\rho - \beta)} \sinh(\lambda k^*) \\ + \frac{2}{\rho} + B\mu^2 \cosh(\mu k^*) = 0$$

(14)

Combinando as equações 13 e 14 para eliminar B, temos :

Isolando B em 14,

$$B = \frac{-1}{\mu^2 \cosh(\mu k^*)} \left[\frac{2A^2\lambda^2 \cosh(2\lambda k^*)}{(\rho - 4\beta)} + \frac{4\rho A\lambda \cosh(\lambda k^*)}{(\rho - \beta)^2} + \frac{2Ak^*\lambda^2 \sinh(\lambda k^*)}{(\rho - \beta)} + \frac{2}{\rho} \right]$$

De volta em 13,

$$\begin{aligned}
& \frac{2A^2\lambda}{(\rho-4\beta)} \left[\frac{\sinh(2\lambda k^*)}{2} - \tanh(\mu k^*) \cosh(2\lambda k^*) \frac{\lambda}{\mu} \right] + \\
& + \frac{2(\rho+\beta)A}{(\rho-\beta)^2} \left[\sinh(\lambda k^*) - \frac{2\rho\lambda \tanh(\mu k^*) \cosh(\lambda k^*)}{\mu(\rho+\beta)} \right] + \\
& + \frac{2A\lambda k^*}{(\rho-\beta)} \left[\cosh(\lambda k^*) - \frac{\lambda}{\mu} \tanh(\mu k^*) \sinh(\lambda k^*) \right] + \frac{2}{\rho} \left[k^* - \frac{\tanh(\mu k^*)}{\mu} \right] = c
\end{aligned} \tag{15}$$

Da equação 15 extraímos a raiz negativa (15') que representa a função reação das autoridades monetárias:

$$\begin{aligned}
A &= \frac{-(C+D) - \sqrt{(C+D)^2 - 4B(X-C)}}{2B} \\
\text{onde} \\
B &= \frac{2\lambda}{(\rho-4\beta)} \left[\frac{\sinh(2\lambda k^*)}{2} - \tanh(\mu k^*) \cosh(2\lambda k^*) \frac{\lambda}{\mu} \right] \\
C &= \frac{2(\rho+\beta)}{(\rho-\beta)^2} \left[\sinh(\lambda k^*) - \frac{2\rho\lambda \tanh(\mu k^*) \cosh(\lambda k^*)}{\mu(\rho+\beta)} \right] \\
D &= \frac{2\lambda k^*}{(\rho-\beta)} \left[\cosh(\lambda k^*) - \frac{\lambda}{\mu} \tanh(\mu k^*) \sinh(\lambda k^*) \right] \\
X &= \frac{2}{\rho} \left[k^* - \frac{\tanh(\mu k^*)}{\mu} \right] - c
\end{aligned} \tag{15'}$$

Rearranjando a equação 8 e a 15', obtemos o k^* que representa o equilíbrio discricionário.

$$\mu^{-1} \tanh(\mu k^*) = \frac{\left(\frac{2}{\rho - 4\beta} - \frac{2(\rho + \beta)}{(\rho - \beta)^2} \right) \frac{\tanh(\lambda k^*)}{\lambda} - \left(\frac{2}{\rho - \beta} - \frac{2}{\rho} \right) k^* - c}{\frac{2}{\rho - 4\beta} \tanh^2(\lambda k^*) - \frac{2\lambda k^* \tanh(\lambda k^*)}{\rho - \beta} - a}$$

onde

$$a = \frac{4\rho}{(\rho - \beta)^2} - \frac{2}{(\rho - 4\beta)} - \frac{2}{\rho}$$

(16)

Apêndice 2 – aproximação quadrática e o diagrama de Harrison

Uma aproximação quadrática e o diagrama de Harrison.

Simplificando a equação 7, temos:

$$S(k) = (\lambda A + 1)k \quad (17)$$

Refazendo a resolução do apêndice 1:

$$\rho V(k) = \frac{1}{2} \sigma^2 V_{kk} + (\lambda A + 1)^2 k^2$$

Solução particular

Fazendo

$$V(k) = (\lambda A + 1)^2 k^2 \frac{1}{\rho}$$

$$V_k = 2(\lambda A + 1)^2 k \frac{1}{\rho}$$

$$V_{kk} = (\lambda A + 1)^2 \frac{2}{\rho}$$

Substituindo de volta na equação principal:

$$\rho V(k) = \frac{1}{2} \sigma^2 (\lambda A + 1)^2 \frac{2}{\rho} + (\lambda A + 1)^2 k^2$$

$$V(k) = \frac{(\lambda A + 1)^2}{\rho} \left[\frac{\sigma^2}{\rho} + k^2 \right]$$

Como solução não particular, teremos:

$$V(k) = Be^{\mu k}$$

substituindo

$$\mu = \pm \sqrt{\frac{2\rho}{\sigma^2}}$$

$$V(k) = B_1 e^{-\mu k} - B_2 e^{\mu k}$$

$$B_1 = -B_2 = \frac{B}{2}$$

$$V(k) = \frac{B}{2} (e^{-\mu k} + e^{\mu k}) = B \cosh(\mu k)$$

Solução geral

$$V(k) = \frac{(\lambda A + 1)^2}{\rho} \left[\frac{\sigma^2}{\rho} + k^2 \right] + B \cosh(\mu k) \quad (18)$$

Pelas condições (primeira e segunda) de *smooth-pasting*, temos:

$$V_k(k^*; A) = \frac{(\lambda A + 1)^2}{\rho} 2k^* + B\mu \sinh(\mu k^*) = c \quad (19)$$

$$V_{kk}(k^*; A) = \frac{(\lambda A + 1)^2}{\rho} 2 + B\mu^2 \cosh(\mu k^*) \quad (20)$$

Juntando as equações 19 e 20, temos:

$$\frac{(\lambda A + 1)^2}{\rho} 2k^* - \frac{(\lambda A + 1)^2 2 \sinh(\mu k^*)}{\rho \mu \cosh(\mu k^*)} = c$$

Substituindo o A da equação 8 na equação acima, teremos:

$$\mu^{-1} \tanh(\mu k^*) = -\frac{c\rho}{2(1 - \sec^2 h^2(\lambda k^*))} + k^* \quad (21)$$

Apêndice 3 – o caso de adoção de uma regra cambial

Regra ótima.

Neste anexo será mostrado que para um $k_R^* \in (0, k_D^*)$, onde k_D^* corresponde ao equilíbrio de sub-jogo perfeito, $V(0; A(k^*))$ atinge um mínimo no interior deste intervalo. É provado também, usando uma aproximação quadrática, que, para a escolha ótima k_R^* , a função valor apresenta um mínimo dominante sobre todos os k^* pertencentes àquele intervalo $(0, k_D^*)$.

Primeiramente rescrevemos para $k=0$ (paridade central) a equação 12, junto com a condição de consistência (equação 8):

De 12, para $k=0$, temos:

$$V(0, A(k^*)) = \frac{2A\lambda\sigma^2}{(\rho - \beta)^2} + \frac{\sigma^2}{\rho} \left(\frac{\lambda^2 A^2}{\rho - 4\beta} + \frac{1}{\rho} \right) + B(k^*)$$

Substituindo A da equação 8, a equação acima ficará igual a:

$$V(0, A(k^*)) = \frac{-2\sigma^2}{\cosh(\lambda k^*)(\rho - \beta)^2} + \frac{\sigma^2}{\rho} \left(\frac{\lambda^2}{\rho - 4\beta} \left(\frac{-1}{\lambda \cosh(\lambda k^*)} \right)^2 + \frac{1}{\rho} \right) + B(k^*)$$

simplificando

$$V(0, A(k^*)) = \frac{-2\sigma^2 \operatorname{sech}(\lambda k^*)}{(\rho - \beta)^2} + \frac{\sigma^2}{\rho} \left(\frac{\operatorname{sech}^2(\lambda k^*)}{\rho - 4\beta} + \frac{1}{\rho} \right) + B(k^*) \quad (26)$$

Onde $B(k^*)$ pode ser substituído, usando a equação 13.

Em13

$$\frac{A^2}{(\rho-4\beta)}\lambda \sinh(2\lambda k^*) + \frac{2A(\rho+\beta)}{(\rho-\beta)^2}A \sinh(\lambda k^*) + \frac{2A}{(\rho-\beta)}k^* \lambda \cosh(\lambda k^*) + \frac{2k^*}{\rho} + B\mu \sinh(\mu k^*) = c$$

rearranjando,

$$B(k^*) = \mu^{-1} \cosh(\mu k^*) \left[c - \left(\frac{1}{\rho-4\beta} - \frac{\rho+\beta}{(\rho-\beta)^2} \right) \frac{2 \tanh(\lambda k^*)}{\lambda} + \frac{2k^* \beta}{\rho(\rho-\beta)} \right] \quad (27)$$

Diferenciando $V(0;A(k^*))$ com respeito a k^* , obteremos:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V(0;A(k^*))}{\partial k^*} &= -\cosh(\mu k^*) \coth(\mu k^*) \left[c - \left(\frac{1}{\rho-4\beta} - \frac{\rho+\beta}{(\rho-\beta)^2} \right) \frac{2 \tanh(\lambda k^*)}{\lambda} + \frac{2k^* \beta}{\rho(\rho-\beta)} \right] \\ &+ \mu^{-1} \cosh(\mu k^*) \left[\left(\frac{1}{\rho-4\beta} - \frac{\rho+\beta}{(\rho-\beta)^2} \right) 2 \tanh^2(\lambda k^*) + \frac{2\beta}{\rho(\rho-\beta)} \right] \\ &+ 2\sigma^2 \lambda \operatorname{sech}(\lambda k^*) \tanh(\lambda k^*) \left[\frac{1}{(\rho-\beta)^2} - \frac{\operatorname{sech}(\lambda k^*)}{\rho(\rho-4\beta)} \right] \end{aligned} \quad (28)$$

Para $k^* \rightarrow k_D^*$ e $k_D^* > 0$, analisaremos o sinal da equação 28.

$$\begin{aligned} \lim_{k^* \rightarrow k_D^*} \frac{\partial V(0;A(k^*))}{\partial k^*} &= -\cosh(\mu k_D^*) \coth(\mu k_D^*) \\ &\left[c - \left(\frac{1}{\rho-4\beta} - \frac{\rho+\beta}{(\rho-\beta)^2} \right) \frac{2 \tanh(\lambda k_D^*)}{\lambda} + \frac{2k_D^* \beta}{\rho(\rho-\beta)} \right] \\ &+ \mu^{-1} \cosh(\mu k_D^*) \left[\left(\frac{1}{\rho-4\beta} - \frac{\rho+\beta}{(\rho-\beta)^2} \right) 2 \tanh^2(\lambda k_D^*) + \frac{2\beta}{\rho(\rho-\beta)} \right] \\ &+ 2\sigma^2 \lambda \operatorname{sech}(\lambda k_D^*) \tanh(\lambda k_D^*) \left[\frac{1}{(\rho-\beta)^2} - \frac{\operatorname{sech}(\lambda k_D^*)}{\rho(\rho-4\beta)} \right] > 0 \end{aligned} \quad (29)$$

Fazendo o mesmo exercício para $k^* \rightarrow 0$, temos:

$$\lim_{k^* \rightarrow 0} \frac{\partial V(0; A(k^*))}{\partial k^*} = -\infty \quad (30)$$

Considerando que $\frac{\partial V(0; A(k^*))}{\partial k^*}$ é contínuo no intervalo $(0, k_D^*)$, atingirá um mínimo para um k^* neste intervalo. Fazendo $\frac{\partial V(0; A(k^*))}{\partial k^*}$ igual a 0, encontraremos o k_R^* , para dado custo de intervenção c .

Para encontrarmos que a função valor dominante para o intervalo $(0, k_D^*)$, rescrevemos a equação 12, incorporando a equação 28. Assim, teremos:

$$\begin{aligned} V(k; A) = & V(0; A) + B(\cosh(\mu k) - 1) + \frac{2\sigma^2 \lambda A}{(\rho - \beta)^2} (\cosh(\lambda k) - 1) \\ & + \frac{A^2}{\rho - 4\beta} \sinh^2(\lambda k) + \frac{2Ak}{\rho - \beta} \sinh(\lambda k) + \frac{k^2}{\rho} \end{aligned} \quad (31)$$

Para $k_D^* \ll 1$ e $k \leq k_D^*$, pode-se aproximar a equação 31 pelo termo quadrático,

$$V(k; A) = V(0; A) + \frac{\rho}{\sigma^2} \left[B + \frac{2\sigma^2 \lambda A}{(\rho - \beta)^2} + \frac{\sigma^2}{\rho} \left(\frac{\lambda^2 A^2}{\rho - \beta} + \frac{1}{\rho} \right) \right] k^2 \quad (32)$$

Sendo assim,

$$V(k; A) = V(0; A) \left(1 + \frac{\rho}{\sigma^2} k^2 \right) \quad (33)$$

Para qualquer k , $k \in (0, k)$, pela equação 33, $V(k; A)$ atingirá um mínimo, se e somente se $V(0; A)$ for um mínimo. Então a escolha k_R^* gerará uma função valor estritamente dominante para $k^* \in (0, k_D^*)$.

Apêndice 4 – resolução do jogo com o parâmetro tendência¹⁵

Primeiro estudamos a curva de reação dos agentes econômicos, resolvendo a equação 1* e 2*.

$$s_t = E_t \int_t^{\infty} \beta k_t e^{-\beta(x-t)} dx \quad (2^*)$$

s.a

$$dk_t = \sigma dw_t + \theta dR_t + dL_t \quad (3^*)$$

Usando HJB

$$0 = f(x)d_t + F_x \mu(x) + \frac{\sigma^2}{2} F_{xx} - \rho F(x)$$

$$\mu(x) = \theta$$

$$0 = \beta k + S_k \theta + \frac{\sigma^2}{2} S_{kk} - \beta S(k)$$

rearranjando, temos:

¹⁵ Será utilizado o * para diferenciar os números de referência das equações do modelo com tendência das equações do modelo sem tendência.

$$\beta S(k) = \beta k + S_k \theta + \frac{\sigma^2}{2} S_{kk}$$

fazendo,

$$S(k) = ce^{\lambda k}$$

$$S_k = c\lambda e^{\lambda k}$$

$$S_{kk} = c\lambda^2 e^{\lambda k}$$

Solução não particular

$$\beta ce^{\lambda k} - c\lambda e^{\lambda k} - \frac{\sigma^2}{2} c\lambda^2 e^{\lambda k} = 0$$

resolvendo,

$$\lambda = \frac{-\theta \pm \sqrt{\theta^2 + 2\beta\sigma^2}}{\sigma^2}$$

(5*)

Solução particular

Fazendo $S(k)=\theta$

$$\beta\theta = \beta k$$

$\theta=k$ solução particular

Solução geral

$$S(k) = C_1 e^{\lambda k} + C_2 e^{-\lambda k} + k$$

$$C_1 = -C_2; \text{ simetria}$$

(6*)

$$S(k) = C_1 e^{\lambda k} - C_1 e^{-\lambda k} + k$$

Por haver simetria, $k^* = -k^*$

Pela condição de *smooth-pasting*

$$S_k(k^*) = 0 = S_k(-k^*)$$

$$S(k) = \lambda C_1 e^{\lambda k^*} - \lambda C_1 e^{-\lambda k^*} + 1 = 0$$

$$C_1 = \frac{-1}{[e^{\lambda k^*} + e^{-\lambda k^*}] \lambda}$$

voltando em $S(k)$,

$$S(k) = \frac{-1}{[e^{\lambda k^*} + e^{-\lambda k^*}] \lambda} e^{\lambda k} + \frac{1}{[e^{\lambda k^*} + e^{-\lambda k^*}] \lambda} e^{-\lambda k} + k$$

$$S(k) = \frac{[-e^{\lambda k^*} + e^{-\lambda k^*}]}{[e^{\lambda k^*} + e^{-\lambda k^*}] \lambda} + k$$

como

$$\cosh(\lambda k) = \frac{e^{-\lambda k^*} + e^{\lambda k^*}}{2}$$

e

$$\sinh(\lambda k) = \frac{-e^{-\lambda k^*} + e^{\lambda k^*}}{2}$$

então

$$S(k) = \frac{-1}{\cosh(\lambda k^*) \lambda} \sinh(\lambda k) + k$$

$$S(k) = A \sinh(\lambda k) + k \quad (7^*)$$

sendo,

$$-A(k^*) = \frac{1}{\cosh(\lambda k^*) \lambda} \quad (8^*)$$

Resolvendo para a curva de reação das autoridades monetárias.

$$V(k) = \min_{R,L} E_0 \left[\int_0^\infty s_t^2 e^{-\rho t} dt + \int_0^\infty c e^{-\rho t} (dR_t + dL_t) \right] \quad (4^*)$$

s.a.

$$dk_t = \sigma dw_t + \theta dR_t + dL_t$$

Usando HJB,

$$\begin{aligned} 0 &= f(x)d_t + F_x \mu(x) + \frac{\sigma^2}{2} F_{xx} - \rho F(x) \\ 0 &= s_t^2 - \frac{\sigma^2}{2} V_{kk} - \theta V_k - \rho V(k) \end{aligned} \quad (9^*)$$

rearranjando,

$$\rho V(k) = s_t^2 + \frac{\sigma^2}{2} V_{kk} - \theta V_k$$

Substituindo a equação 7 em 4, temos:

$$\rho V(k) = \frac{\sigma^2}{2} V_{kk} + A^2 \sinh^2(\lambda k) + k^2 + 2A \sinh(\lambda k)k - \theta V_k$$

Solução não particular

Fazendo

$$V(k) = \pi e^{\mu k}$$

temos

$$\rho \pi e^{\mu k} - \frac{1}{2} \sigma^2 \pi \mu^2 e^{\mu k} - \theta \pi \mu e^{\mu k} = 0$$

$$\mu = \frac{\theta \pm \sqrt{\theta^2 + 2\rho\sigma^2}}{\sigma^2}$$

$$V(k) = B_2 e^{\mu k} - B_1 e^{-\mu k}$$

fazendo

$$B_1 = B_2 = \frac{B}{2}$$

temos,

$$V(k) = B \cosh(\mu k)$$

Para a solução particular, usou-se a seguinte equação:

$$V(k) = \frac{4A}{(\rho - \beta)^2} \frac{\cosh(\lambda k) \rho}{\lambda} + k^2 \left(\frac{\lambda^2 A^2}{\rho - 4\beta} + \frac{1}{\rho} \right) + \frac{A^2}{(\rho - 4\beta)} \frac{4\beta \sinh^2(\lambda k)}{2\lambda^2 \sigma^2} + \frac{4A\beta \sinh(\lambda k)}{(\rho - \beta)\lambda^2 k \sigma^2}$$

Substituindo de volta na equação combinada 4* e 7*, temos :

$$\rho V(k) = \frac{1\sigma^2}{2\rho} \left\{ \frac{4A\lambda \cosh(\lambda k) \rho}{(\rho - \beta)^2} + 2 \left(\frac{\lambda^2 A^2}{(\rho - 4\beta)} + \frac{1}{\rho} \right) + \frac{A^2 \beta 8 \sinh^2(\lambda k)}{(\rho - 4\beta) \sigma^2} + \frac{\beta 4A \sinh(\lambda k)}{(\rho - \beta) \sigma^2} \right\} + \frac{A^2 \sinh^2(\lambda k)}{\rho} + \frac{2A \sinh(\lambda k) k}{\rho} + \frac{k^2}{\rho}$$

Simplificando,

$$V(k) = \frac{A^2 \sinh^2(\lambda k)}{(\rho - 4\beta)} + \frac{2Ak \sinh(\lambda k)}{(\rho - \beta)} + \frac{2A\lambda \sigma^2 \cosh(\lambda k)}{(\rho - \beta)^2} + \frac{k^2}{\rho} + \frac{\sigma^2}{\rho} \left(\frac{\lambda^2 A^2}{\rho - 4\beta} + \frac{1}{\rho} \right)$$

A solução geral ficará portanto, igual a :

$$V(k) = \frac{A^2 \sinh^2(\lambda k)}{(\rho - 4\beta)} + \frac{2Ak \sinh(\lambda k)}{(\rho - \beta)} + \frac{2A\lambda \sigma^2 \cosh(\lambda k)}{(\rho - \beta)^2} + \frac{k^2}{\rho} + \frac{\sigma^2}{\rho} \left(\frac{\lambda^2 A^2}{\rho - 4\beta} + \frac{1}{\rho} \right) + B \cosh(\mu k) \quad (12*)$$

Pela primeira e segunda condição de smooth-pasting,

$$V_k(k^*) = c \quad (10^*)$$

$$V_{kk}(k^*) = 0 \quad (11^*)$$

$$\begin{aligned} V_k &= \frac{A^2}{(\rho - 4\beta)} \lambda \sinh(2\lambda k^*) + \frac{2A}{(\rho - \beta)} \sinh(\lambda k^*) + \frac{2A}{(\rho - \beta)} k^* \lambda \cosh(\lambda k^*) \\ &+ \frac{2A\lambda\sigma^2}{(\rho - \beta)^2} \lambda \sinh(\lambda k^*) + \frac{2k^*}{\rho} + B\mu \sinh(\mu k^*) = c \end{aligned} \quad (13^*)$$

$$\begin{aligned} V_{kk} &= \frac{2A^2\lambda^2}{(\rho - 4\beta)} \cosh(2\lambda k) + \frac{2A\lambda}{(\rho - \beta)^2} 2\rho \cosh(\lambda k) + \frac{2Ak\lambda^2}{(\rho - \beta)} \sinh(\lambda k) \\ &+ \frac{2}{\rho} + B\mu^2 \cosh(\mu k) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{kk}(k^*) &= \frac{2A^2\lambda^2}{(\rho - 4\beta)} \cosh(2\lambda k^*) + \frac{4A\lambda}{(\rho - \beta)^2} \rho \cosh(\lambda k^*) + \frac{2Ak^*\lambda^2}{(\rho - \beta)} \sinh(\lambda k^*) \\ &+ \frac{2}{\rho} + B\mu^2 \cosh(\mu k^*) = 0 \end{aligned} \quad (14^*)$$

Combinando as equações 13* e 14* para eliminar B, temos :

Isolando B em 14*,

$$B = \frac{-1}{\mu^2 \cosh(\mu k^*)} \left[\frac{2A^2\lambda^2 \cosh(2\lambda k^*)}{(\rho - 4\beta)} + \frac{4\rho A\lambda \cosh(\lambda k^*)}{(\rho - \beta)^2} + \frac{2Ak^*\lambda^2 \sinh(\lambda k^*)}{(\rho - \beta)} + \frac{2}{\rho} \right]$$

De volta em 13*,

$$\begin{aligned}
& \frac{2A^2\lambda}{(\rho-4\beta)} \left[\frac{\sinh(2\lambda k^*)}{2} - \tanh(\mu k^*) \cosh(2\lambda k^*) \frac{\lambda}{\mu} \right] + \\
& + \frac{2(\rho+\beta)A}{(\rho-\beta)^2} \left[-\frac{2\rho\lambda \tanh(\mu k^*) \cosh(\lambda k^*)}{\mu(\rho+\beta)} \right] + \\
& + \frac{2A \sinh(\lambda k^*)}{(\rho-\beta)} + \frac{2A\lambda\sigma^2\lambda}{(\rho-\beta)^2} \sinh(\lambda k^*) + \\
& + \frac{2A\lambda k^*}{(\rho-\beta)} \left[\cosh(\lambda k^*) - \frac{\lambda}{\mu} \tanh(\mu k^*) \sinh(\lambda k^*) \right] + \frac{2}{\rho} \left[k^* - \frac{\tanh(\mu k^*)}{\mu} \right] = c
\end{aligned}
\tag{15*}$$

Da equação 15* extraímos a raiz negativa (15'*) que representa a função reação das autoridades monetárias:

$$\begin{aligned}
A &= \frac{-(C+D) - \sqrt{(C+D)^2 - 4B(X-C)}}{2B} \\
\text{onde} \\
B &= \frac{2\lambda}{(\rho-4\beta)} \left[\frac{\sinh(2\lambda k^*)}{2} - \tanh(\mu k^*) \cosh(2\lambda k^*) \frac{\lambda}{\mu} \right] \\
C &= \frac{2(\rho+\beta)}{(\rho-\beta)^2} \left[-\frac{2\rho\lambda \tanh(\mu k^*) \cosh(\lambda k^*)}{\mu(\rho+\beta)} \right] + \\
& + \frac{2A \sinh(\lambda k^*)}{(\rho-\beta)} + \frac{2A\lambda\sigma^2\lambda}{(\rho-\beta)^2} \sinh(\lambda k^*) \\
D &= \frac{2\lambda k^*}{(\rho-\beta)} \left[\cosh(\lambda k^*) - \frac{\lambda}{\mu} \tanh(\mu k^*) \sinh(\lambda k^*) \right] \\
X &= \frac{2}{\rho} \left[k^* - \frac{\tanh(\mu k^*)}{\mu} \right] - c
\end{aligned}
\tag{15'*}$$

Rearranjando a equação 8* e a 15'* , obtemos o k^* que representa o equilíbrio discricionário.

Referências Bibliográficas

ARAÚJO, Aloísio Pessoa de e FEIJÓ Filho, Cypriano Lopes. Bandas de Câmbio: Teoria, Evidência Empírica e sua possível aplicação no Brasil. Relatório feito como parte do Convênio Bacen/FGV, abril 1994.

Bertola, Giuseppe e Ricardo J. Caballero. Target Zones and Realignments. *Working Paper* nº 398, Centre for Economic Policy Research, 1989.

Brock, W. A.. Introduction to Stochastic Calculus: A User's Manual'. não publicado.

Carneiro, Dionísio Dias. A Política Monetária e a Remonetização Pós-Real. Puc- Rio, Depto de Economia, *Texto para Discussão*, nº 351, dez. 1995.

Constantinides, George M. and Scott F. Richard. Existence of optimal simple policy for discounted-costs inventory and cash management in continuous time. *Operations Research* 26, 620-636, 1978.

Dixit, Avinash K.. A simplified exposition of the theory of optimal control of Brownian motion. *Journal of Economic Dynamics and Control* 15, 657-673, 1991.

Dixit, Avinash K.. *The art of smooth pasting*. (Harwood Academic Publishers, Chur), 1993.

Flood, Robert P. e Garber, Peter M.. The Linkage between Speculative

Attack and Target Zone Models of Exchange Rates. *The Quaterly Journal of Economics*, 1367-1372, nov. 1989.

Garcia, Márcio G. P. e Barcinski, Alexandre. Capital flows to Brazil in the nineties: Macroeconomics aspects and the effectiveness of capital controls. Puc-Rio, Depto de Economia, *Texto para Discussão* nº 357, julho 1996.

HARRISON, J. Michael. *Brownian Motion and Stochastic Flow Systems* (Krieger Publishing Company), 1990.

KAMIEN, Morton I. and SCHWARTZ, Nancey L. *Dynamic Optimization: The Calculus of Variations and Optimal Control in Economics and Management*. 2^o ed., North-Holland, 1991.

KEYNES, J.M., *A Treatise on Money*, Vol II: The applies theory of money, MacMillan, London, 1930.

Klein, Michael W.. Playing with the Band: Dynamic Effects of Target Zones in na Open Economy. *International Review* 31, 757-772, 1990.

Krugman, Paul. Target Zones and exchange rate dynamics. *Quaterly Journal of Economics* 163, 669-682, 1991

KRUGMAN, Paul e ROTEMBERG, Julio. Speculative Attacks on Target Zones. In: Paul Krugman e Marcus Miller. eds., *Exchange Rate Targets e Currency Bands*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1992.

Kydland, F.E. and E.C. Prescott. Rules Rather than Discretion: The

Inconsistency of Optimal Plans. *J. Political Econ.* 85, 3 (June 1977): 473-492, 1977.

MAS-COLELL, Andreu, WHINSTON, Michael D. e GREEN, Jerry R.. *Microeconomic Theory*, New York, Oxford University Press, 1995. 981p

Miller, Marcus e Weller, P.A.. Exchange Rate Bands with Price Inertia. *Economic Journal* 101, 1380-1399, 1991.

Miller, Marcus e Zhang, Lei. Optimal target zones: How an exchange rate mechanism can improve upon discretion. *Journal of Economic Dynamics and Control* 20, 1641-1660, 1996.

OBSTFELD, Maurice e ROGOFF, Keneth. *Foundations of International Macroeconomics*. London, England, MIT Press, 1996. 804p.

PASTORE, Afonso Celso e PINOTTI, Maria Christina. Intervenções no Mercado Futuro e a Defesa das Reservas. *O Estado de São Paulo*, São Paulo, 01 março 1998, Economia.

SIMONSEN, Mario Henrique e CYSNE, Rubens Penha, *Macroeconomia*, Ed. Atlas e FGV, 1995.

Svensson, Lars. Target Zones and interest rate variability. *Journal of International Economics* 31, 27-54, 1991.

Svensson, Lars. Why exchange rate bands ? Monetary independence in spite of fixed exchange rate. *Journal of Monetary Economics* 33, 157-199, 1994.