MACAULAY DURATION : Método para Administrar o Risco de Taxa de Juros em Bonds sem Opção de Recompra e Isentas do Risco de Inadimplência.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Orientador Cláudio Augusto de Lima Manassero

Prof. Co-orientador Dr. Jorge Queiroz de Moraes Jr.

Prof. Antonio Luis de Campos Gurgel

Prof. João Carlos Douat

AOS MEUS PAIS, SYLVIO E LIA, PELO EMBASAMENTO QUE VIABILIZOU ESTA DISSERTAÇÃO

AO MEU ESPOSO, JOÃO CARLOS, PELO APOIO E CONSTANTE ESTÍMULO

ÀS MINHAS FILHAS PAULA E MARÍLIA, ESTRELAS DO MEU LAR

FUNDAÇÃO GETÚLIO VARGAS

ESCOLA DE ADMINISTRAÇÃO DE EMPRESAS DE SÃO PAULO

ROSAURA ELY MORGANTI MANTOVANINI

MACAULAY *DURATION*: Método para Administrar o Risco de Taxa de Juros em *Bonds* sem Opção de Recompra e Isentas do Risco de Inadimplência.

Dissertação Apresentada ao Curso de Pós-Graduação da FGV/EAESP.

Área de Concentração: Administração Contábil e Financeira, como Requisito para Obtenção de Título de Mestre em Administração.

Orientador: Prof. Claudio Augusto de Lima Manassero

Co-orientador: Prof. Dr. Jorge Queiroz de Moraes Jr

São Paulo, 1995

MANTOVANINI, Rosaura Ely Morganti. Macaulay *Duration*: Método para Administrar o Risco de Taxa de Juros em *Bonds* sem Opção de Recompra e Isentas do Risco de Inadimplência. São Paulo, EAESP/FGV. 1995. 167 p (Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Pós-Graduação da FAESP/FGV. Área de Concentração: Administração Contábil e Financeira).

RESUMO: Trata da apresentação técnica conhecida como Macaulay *Duration* e sua aplicação na administração do risco de taxa de juros. Aborda aspectos conceituais e práticos da medida e as recentes discussões a respeito de sua aplicabilidade e limitações em finanças.

PALAVRAS-CHAVE: Administração do Risco de Taxa de Juros - Volatilidade - *Bonds* - *Duration* - Imunização - Convexidade - Administração Financeira - Contabilidade - Economia.

ÍNDICE

AGRADECIMENTOS

• Ao Prof. Claudio Augusto de Lima Manassero, meu orientador, que, sempre atencioso e gentil, permitiu que este trabalho chegasse a bom termo. Ao Prof. Dr. Jorge Queiroz de Moraes Jr., cujas sugestões ajudaram a direcionar o trabalho, ao Prof. José Evaristo dos Santos, pelas sempre oportunas recomendações bibliográficas e, juntamente com o Prof. Antonio Luis de Campos Gurgel, pelas valiosas observações feitas quando da apreciação do projeto de monografia.

• A Roberto Paschoali que, gentilmente, colocou a minha disposição sua biblioteca particular.

• À CAPES e Fundação Atlantic que, em diferentes períodos, me concederam bolsas de estudos.

• À Maria Luisa G. Prada, pela digitação e processamento do texto, cuja paciência e esmero estão a toda prova.

APRESENTAÇÃO

O trabalho monográfico propõe-se apresentar a medida temporal Macaulay *Duration* do risco de variação de taxa de juros.

No capítulo inicial abordamos o conceito de taxa de juros como taxa de desconto de fluxo de pagamentos futuros. Tratamos também da estrutura a termo de taxa de juros ou curva de taxa de juros. Não existe sobre este assunto unanimidade entre os economistas e, por este motivo, mencionamos as quatro teorias que se propõem explicar o comportamento da curva, salientando os pontos fortes e fracos de cada uma delas.

Por fim, trataremos também da taxa de inflação, que afeta o nível de todas as taxas de juros.

O segundo capítulo versa sobre *Bonds*. Definimos os termos usados para especificar o fluxo de pagamentos destes títulos de renda fixa e citamos suas tradicionais regras de precificação.

O terceiro capítulo ainda é uma introdução aos conceitos fundamentais para o desenvolvimento da monografia. Trata do aspecto risco, definindo especificamente risco de taxa de juros em *bonds* e mostrando aspectos como a sensibilidade diferenciada dos títulos de renda fixa à variabilidade das taxas de juros. Mencionamos também neste capítulo metodologias alternativas à *duration*, de mensurações do risco de taxa de juros. Como fecho do tópico, tratamos da diferença conceitual entre a abordagem econômica e a contábil do risco.

O quarto capítulo é o cerne de nossa monografia. Apresenta a medida Macaulay *Duration*, seu desenvolvimento histórico peculiar, pressupostos, utilização etc. O nosso objetivo é deixar bem clara a aplicação prática desta medida tão pouco intuitiva.

O quinto capítulo apresenta as ressalvas, críticas e validações feitas nas mais recentes discussões sobre esta técnica que, pela sua importância, tem despertado grande volume de estudos.

O capítulo seis mostra, em conclusão, a aplicabilidade prática da Macaulay *Duration,* tendo por base o conhecimento de suas restrições. Apesar das restrições teóricas que são feitas aos pressupostos adotados pela medida, os resultados de estudos empíricos tem mostrado que ela produz dados bastante confiáveis e relevantes para a administração de tesouraria.

Finalmente, nos Anexos um e dois apresentamos os desenvolvimentos matemáticos que dão suporte teórico para a utilização da medida como instrumento de mensuração do risco de taxa de juros. O Anexo três apresenta algumas medidas alternativas de *duration,* com orientação bibliográfica. Nosso objetivo é apontar, àqueles que pretendem se aprofundar no tema *duration,* a direção que os estudos vêm tomando nos últimos anos. Fazemos, no entanto, a ressalva de que, apesar de as medidas alternativas de *duration* partirem de pressupostos mais aproximados do comportamento da estrutura a termo de taxa de juros, não apresentam, de acordo com estudos empíricos, dados substancialmente melhores, apesar do incremento da complexidade dos cálculos matemáticos.

LISTA DE TABELAS E GRÁFICOS

GRÁFICO	TÍTULO	P
1	Relação Preço/Maturidade de *Bonds* (Taxas de *Coupon* e Retorno Fixas)	31
2	Relação Preço/Rendimento até a Maturidade de Duas *Bonds* com Taxa de *Coupon* 10%, Maturidade da *Bond* 1 Maior do que a da *Bond* 2	33
3	Curvas de Utilidade	38
4	Curvas de Indiferença	39
5	Sensibilidade de Contas	42
6	*Duration* e Maturidade para *Bonds* Vendidas ao Par, com Prêmio e com Desconto	65
7	Risco de Taxa de Juros de Título com Maturidade 8 Anos em Horizonte Temporal de 8 Anos	70
8	Risco de Taxa de Juros de um Título Zero *Coupon,* Maturidade e Horizonte Temporal 8 Anos	72
9	Acumulação do Investimento como Função Convexa das Taxas de Juros	76
10	Impacto de Mudanças nas Taxas de Juros, na Carteira de Títulos (A e B), para YTM = 7% e YTM = 13%	78
11	Risco de Taxa de Juros da Carteira (A e B), de *Duration* 8 Anos	80
12	Evolução Dinâmica do Processo de Imunização	83
13	Aproximação das Mudanças Percentuais nos Preços de *Bonds,* em Função de Alterações na Taxa de Juros, Utilizando-se *Duration*	93
14	*Duration* e Convexidade	113
15	Desempenho de Três Carteiras de *Bonds* com *Duration* Similar e Convexidade Diferente para Mudanças nas Taxas de Juros	117
16	Risco de Taxa de Juros x Retorno Esperado, Conseqüentes da Utilização de Estratégias Ativas	124
17	Mudanças Multiplicativas na Curva de Taxa de Juros	149
18	Mudanças Decrescentes na Curva de Taxa de Juros	150

I) TAXA DE JUROS E ESTRUTURA TEMPORAL

O conceito e as variáveis determinantes dos juros tem sido alvo de controvérsia, da Antiguidade até os dias atuais.

Taxa de juros é o preço que um tomador de empréstimos deve pagar para obter fundos de um emprestador por um período de tempo acordado. Normalmente é expresso em porcentagem anual ou mensal.

Não existe no sistema financeiro uma, mas inúmeras taxas de juros. Basicamente, os fatores que causam a variação entre as taxas dos diversos títulos são suas características de estrutura temporal, tratamento fiscal, risco de inadimplência e atributos político e monetário. Nosso objetivo não será discutir a relação entre as taxas de juros na economia; concentraremos antes nossa atenção nas forças básicas que influenciam o nível de todas elas, presumindo que exista uma taxa de juros fundamental na economia (via de regra títulos do governo isentos de risco), que é uma parcela componente das demais.

Este capítulo será dividido em três tópicos. No primeiro, tratamos dos três modos de descontar fluxo de pagamentos usuais. No segundo, vemos as teorias econômicas que visam explicar o comportamento da distribuição temporal ou estrutura a termo de taxas de juros. Por fim, mencionamos os fatores que influenciam o nível de todas as taxas de juros.

I.1) Conceitos de Taxas de Juros

Instrumentos de débito, criados através de contratos entre emprestadores e tomadores de empréstimo, usualmente referem-se a fluxos de caixa especificados em datas futuras. Esses fluxos assumem as mais diversas características temporais, mas podem ser reduzidos a um denominador comum: seu valor presente. Uma função de desconto corretamente escolhida transforma um fluxo de caixa futuro em valor presente igual ao valor de mercado ou corrente do título. No mercado de títulos cada fator de desconto é expresso em função de taxa de juros.

É importante ter em mente que a manutenção do alinhamento "correto" do preço de mercado do fluxo futuro de pagamentos, descontado à taxa de juros vigente no mercado (para os níveis de risco, taxação, liquidez etc.), não é proposição teórica, mas resultado prático do objetivo geral dos investidores racionais de maximizar o retorno de seu investimento. Caso o preço de mercado de um título esteja, por exemplo, abaixo do valor presente do fluxo de pagamento descontado à taxa de juros, surgirá uma oportunidade de lucro com a sua transação. O mercado reagirá a esta situação, vigiando e regulando os preços de mercado.

As taxas de juros da economia são o fator de desconto que iguala o fluxo de caixa dos diversos títulos ao seu valor corrente de mercado. O desconto pode ser feito de modos conceitualmente diferentes. São eles rendimento até a maturidade (*yield to maturity*, YTM), taxas pontuais (*spots*) ou futuras (*forwards*).

Rendimento até a maturidade de uma *bond* é definido como sendo a taxa de desconto única que iguala o preço do título ao fluxo de caixa a ser recebido, ou, em outras palavras, sua taxa interna de retorno. É a taxa que resolve a equação de precificação de *bonds* abaixo:

$$P = \sum_{t=1}^{N} \frac{Cf}{(1+i)^t} + \frac{F}{(1+i)^N}, \text{ onde:} \qquad (1)$$

P = preço do título

N = nº de períodos até a maturidade

Cf= valor em moeda do fluxo de caixa no período t

F = valor de face do título[1]

[1]Conceito apresentado no capítulo II, *Bonds*, p 26

O rendimento até a maturidade, como uma taxa interna de retorno, apresenta alguns problemas. O mais importante deles é que o método presume implicitamente que o título será mantido até seu período de maturidade e que o fluxo de caixa intermediário será reinvestido à mesma taxa, ou seja, sendo o preço pelo dinheiro constante no tempo de maturidade do título. São pressupostos improváveis.

A utilização do "yield to maturity" como taxa de juros possui ainda outra restrição. Títulos de maturidade igual, mesmos níveis de risco e de taxação, mas *coupon* diferente, têm, geralmente, diferente YTM. O resultado prático é que, mesmo para uma classe homogênea de títulos, pode-se ter mais de uma taxa de rendimento até a maturidade.

Devido a estas restrições, no conceito de Latainer[2] a estrutura a termo de taxas de juros é mais corretamente representada por taxas pontuais ("spots"). São definidas como o rendimento de um título de desconto puro para cada maturidade. O conjunto de taxas pontuais para as diferentes maturidades define a estrutura a termo.

---

[2]LATAINER, Gary D. *The Term Structure of Interest Rates*, em PLATT, Robert B. *Controlling Interest Rate Risk. New Techniques and Applications for New Management*, New York, John Wiley & Sons, 1986, p 12.

"Spot rates" são as taxas de desconto usadas para determinar o valor presente de cada pagamento do fluxo futuro individualmente. Usando-as, o preço de uma *bond* é determinado como segue:

$$P = \sum_{t=1}^{N} \frac{Cf}{(1+i_t)^t} + \frac{F}{(1+i_N)^N}, \text{ onde} \qquad (2)$$

i_t = taxa de desconto aplicada pelo mercado a um pagamento a ser recebido no tempo t

Note-se que, diferentemente do caso anterior, uma taxa é usada para descontar cada pagamento individualmente, em função de sua maturidade. Taxa pontual é, então, a média geométrica das taxas de juros futuras. Rendimento até a maturidade é a média ponderada das taxas futuras, em que os pesos são determinados de acordo com o tamanho do fluxo de caixa em cada ponto no tempo.

Existe ainda um terceiro modo de expressar a estrutura a termo da taxa de juros. É através do conjunto de taxas futuras. São definidas como as taxas de juros do dinheiro a ser emprestado no futuro com um contrato feito hoje. Enquanto taxas pontuais são a média geométrica das taxas futuras, *forward rates* representam o custo marginal de emprestar ou tomar emprestado em um determinado período de tempo no futuro.

Os conceitos de desconto são diferentes e produzem, em resultado, curvas divergentes. Ariel[3] salienta restrições à curva YTM em comparação com a curva formada com taxas futuras: a taxa de desconto apropriada para um título em um prazo de tempo futuro não é igual à taxa de rendimento de um título maturando no mesmo período; (b) o ponto máximo (mínimo) de taxas de juros das duas curvas não ocorre simultaneamente; os pontos de pico da curva de taxas futuras ocorrem antes, restringindo a utilidade da curva de rendimentos para inferir as expectativas do mercado a respeito de juros futuros de curto prazo; (c) grandes e importantes mudanças nas taxas futuras, que ocorrerão no longo prazo, produzem pequenos efeitos no formato da curva dos rendimentos; (d) se as taxas de juros futuras estão caindo ou subindo, então *bonds* com mesma maturidade, mas diferentes taxas de *coupon*, terão diferentes taxas de rendimento até a maturidade, no chamado efeito *coupon* no cálculo do YTM.

---

[3]ARIEL, Robert. *The Treasury Yield Curve and its Interpretation*, em FRANCIS, Jack Clark e WOLF, Avner. *The Handbook of Interest Rate Risk Management*. New York, Irvin Professional Publishing, 1994, p 14.

A despeito das críticas, de acordo com Schmitt[4] as evidências empíricas têm mostrado que a *Yield Curve* contém informações sobre as mudanças das taxas futuras de curto prazo. Ou seja: existe correlação positiva entre as mudanças médias ponderadas realmente ocorridas nas taxas futuras de curto prazo e a curva de rendimento até a maturidade.

O rendimento até a maturidade é o mais difundido dos três métodos de cálculo de taxas de juros. Investidores, a nível mundial, não possuem acesso diretamente à curva de taxa de juros pontuais. Possuem apenas dados de rendimento atual dos diversos instrumentos financeiros e a curva de rendimentos até a maturidade de títulos do governo[5].

---

[4]SCHMITT. Gérson Maurício. *Revisão das Teorias Tradicionais da Estrutura Temporal das Taxas de Juros para Títulos de Renda Fixa Livres do Risco de Inadimplência*, dissertação de Mestrado apresentada à EAESP - FGV. São Paulo. 1991, p 90.

[5]Para obtenção da curva de taxas pontuais a partir da curva de rendimentos. até a maturidade, ver LATAINER. G.D. *The Term Structure of....* em PLATT. R.B. *Controlling Interest ...* p 21.

I.2) Estrutura a Termo de Taxas de Juros

A estrutura a termo de taxas de juros é representada graficamente por um conjunto de pontos do rendimento até a maturidade de títulos de renda fixa, plotados com diferentes taxas de juros para os vários períodos de vencimento, mantidos constantes os parâmetros de nível de risco, liquidez, custos fiscais e transacionais. Tipicamente, as curvas de taxas de juros têm inclinação positiva, o que significa dizer que, em média, as taxas de juros de longo prazo são maiores do que as de curto prazo. Mas, em função do momento econômico, a curva pode se mostrar constante ou inclinada para baixo.

Ao longo do tempo, diversos estudos econômicos foram feitos com o objetivo de entender os fatores que influenciam o comportamento dos investidores que, em última análise, determina a forma da curva de taxa de juros.

Dos estudos resultaram quatro teorias econômicas principais, que são o objeto deste tópico. Partem dos seguintes pressupostos:

- não há custos de transação
- não há qualquer tipo de impostos
- o mercado é dominado por investidores com expectativas racionais e homogêneas sobre os rendimentos futuros
- nenhum título tem qualquer tipo de risco de falhar na sua liqüidação.

a) TEORIA DA SEGMENTAÇÃO

Fundamenta-se na argumentação de que os títulos não são perfeitamente substituíveis na mente do investidor. Existem preferências por prazos de maturidade entre a maior parte dos investidores. Eles se confinam em segmentos da curva de rendimentos pelas seguintes razões:

- a existência de instrumentos regulatórios, que limitam os tipos de investimento abertos a bancos, seguradoras etc;
- o alto custo da informação leva investidores a se especializarem em um segmento de mercado;
- a maturidade fixa dos passivos tende a ser casada com a dos ativos pelos investidores;
- preferências simples

Pode-se argumentar, como principal crítica à teoria, que não é muito plausível que um investidor não aceite nenhum tipo de risco que possa aumentar significativamente seu rendimento, ao transferir seus investimentos de um prazo para outro. As teorias apresentadas a seguir propõem análises que melhor elucidam a curva de taxa de juros.

b) TEORIA DAS EXPECTATIVAS PURAS

Baseia-se no pressuposto de que os investidores sempre procuram maximizar seus rendimentos e são indiferentes a qualquer tipo de estratégia quanto ao período de vencimento, mesmo com ativos com prazo de maturação diferente de seus horizontes planejados de investimento.

O comportamento dos investidores em busca da maximização do lucro, interagindo no mercado, garante que o rendimento dos títulos das diversas classes de riscos se mova igualmente. Uma vez que o equilíbrio é alcançado, o investidor deve obter o mesmo retorno de um título de longo prazo ou de uma série de títulos de curto prazo, cuja maturidade combinada iguale a maturidade do título de longo prazo. Caso o rendimento da combinação dos títulos de curto prazo fosse, por exemplo, superior ao do título de longo prazo, os investidores perceberiam imediatamente, e, ao mover sua posição do longo para o curto prazo, restaurariam o equilíbrio dos rendimentos.

Segundo Rose[6], expectativas são uma força potente no mercado financeiro, porque os investidores agem com base nelas. Caso, por exemplo, a expectativa seja de aumento de taxa de juros no futuro, investidores mudariam de posição, vendendo títulos de longo e comprando de curto prazo. Como resultado, o preço dos títulos de longo prazo cairia (fazendo com que seu rendimento subisse) e, concomitantemente, o preço dos títulos de curto prazo subiria, devido ao aumento da demanda por estes títulos. As movimentações acima citadas levariam à confirmação das previsões simplesmente porque os investidores respondem às suas expectativas fazendo mudanças em suas posições de investimento.

A teoria ajuda a explicar por que as taxas de longo prazo oscilam menos e em menor amplitude do que as de curto prazo. Argumenta-se que as taxas de juros de longo prazo podem ser representadas pela média geométrica das séries de taxas de empréstimos de curto prazo correntes e futuras, cujas maturidades combinadas igualem a maturidade de um empréstimo de longo prazo.

---

[6]ROSE, Peter S. *Money and Capital Markets. The Financial System in an Increasingly Global Economy*. Boston, Homewood, 1989, p 233.

A teoria das expectativas implica que mudanças nas quantidades relativas de títulos de longo e curto prazo disponíveis não influenciam o formato da curva, a não ser que a expectativa dos investidores seja afetada. A implicação política do fato é que, caso o governo decida, por exemplo, refinanciar sua dívida de curto prazo com títulos de longo prazo, esta ação não afetará o formato da curva, a despeito do fato de que o suprimento de títulos de longo prazo no mercado aumente e o suprimento dos de curto prazo diminua substancialmente, a não ser que a atitude do governo afete as expectativas dos investidores.

Existem, na análise acima, dois pontos fracos. O primeiro deles é a premissa de que todos os títulos são perfeitamente substituíveis para todos os investidores, o que não parece ser consistente com o comportamento dos investidores no mundo real. Outro ponto fraco da teoria é a suposição de que os investidores são neutros em relação ao risco. Sob condições de incerteza, quanto maior a maturidade de um título, maior o risco de flutuação do valor de seu principal para o investidor.

c) TEORIA DA PREFERÊNCIA POR LIQUIDEZ

A teoria presume que, permanecendo os demais fatores constantes, os investidores avessos ao risco preferem manter títulos de curto prazo, porque os preços das *bonds* de longo prazo flutuam mais do que os das de curto prazo.

Risco é relacionado com variabilidade dos retornos. Títulos de longo prazo são mais sujeitos ao risco da taxa de juros porque sua *duration* e elasticidade preço/taxa de juros são maiores, como veremos no capítulo IV. Os investidores têm que receber um retorno extra para serem convencidos a adquirir títulos de longo prazo. Esta taxa adicional que dá liquidez aos títulos de longo prazo tende a fazer com que a curva da taxa de juros sofra um desvio para cima para maturidades longas.

Adeptos da Teoria da Preferência por Liquidez observam que ela é mais consistente com o comportamento da estrutura a termo da taxa de juros. Sob a Teoria das Expectativas, dever-se-ia poder observar curvas com declividade positiva e negativa com a mesma freqüência, já que os participantes do mercado não podem estar sempre trabalhando com a expectativa de taxas crescentes. Curvas com declividade crescente são, no entanto, muito mais freqüentes, de acordo com a Teoria de Preferência por Liquidez.

Latainer[7] aponta como crítica básica à teoria o fato de que ela considera risco estritamente em termos de volatilidade de preço. O autor cita o exemplo de uma companhia de seguros para a qual o risco de reinvestimento é muito mais relevante.

[7]LATAINER, Gary D. *The Term Structure of...*, em PLATT, R.B. *Controlling Interest ... p 20.*

Francis[8] aponta motivos pelos quais *bonds* de longo prazo podem ter menores taxas de juros do que *bonds* de curto prazo:

- os custos de informação e transação, requeridos para refinanciar freqüentemente títulos de curto prazo, reduzem os retornos líquidos destes reinvestimentos;

- a teoria de preferência por liquidez ignora a possibilidade de redução do risco através de *hedge* de títulos de longo prazo, ou seja, do casamento de magnitudes e prazos de futuras demandas com investimentos;

- a *Yield Curve* pode ter declividade descendente, porque investidores esperam menores prêmios pela inflação e conseqüentemente menores taxas de juros no futuro do que no presente.

A despeito dos pontos fracos levantados acima, a teoria é levada em consideração por grande parte dos economistas.

---

[8]FRANCIS, Jack Clark. *Investments, Analysis and Management*. 5ª Ed. New York, McGraw-Hill. 1991. p 341.

d) TEORIA COMPOSTA

Não existe consenso entre economistas e no mundo dos negócios a respeito de qual das teorias é descritiva da curva de taxa de juros. Cada uma delas possui inegáveis elementos lógicos e é apoiada, em algum nível, por dados empíricos.

Após as décadas de 60 e 70, vem-se expandindo uma teoria que visa combinar os argumentos das três anteriores em uma só. Esta visão combinada argumenta que investidores, particularmente institucionais, procuram investir em faixas preferenciais ao longo da escala de maturidade dos diversos títulos. Estas faixas preferenciais seriam devidas às necessidades de liquidez, exposição à taxação, requerimentos, regulamentações, preferências de risco e horizonte temporal. Normalmente, um investidor não se extravia de sua faixa de preferência, a não ser que as taxas de retorno de títulos de outro prazo de maturidade sejam suficientemente atrativas para quebrar sua preferência.

O resultado da teoria é ser o mercado de títulos dividido em submercados e terem outros fatores, além de expectativas, efeito modelador sobre a estrutura a termo de taxa de juros.

e) CONCLUSÃO

De acordo com Schmitt[9], muitos estudos empíricos realizados foram contestados, ou na forma de seu desenvolvimento, ou na interpretação dos dados, mas alguns pontos de convergência sobre o atual estado do conhecimento sobre o assunto podem ser apontados:

- A Teoria das Expectativas Puras e a Teoria da Preferência por Liquidez vêm sendo sistematicamente rejeitadas, total ou parcialmente, pela maioria dos testes empíricos e desenvolvimentos teóricos realizados;

- A teoria da Segmentação de Mercado não tem sido testada pela pouca consistência conceitual, ao passo que a Teoria Composta tem encontrado boa fundamentação empírica.

A falta de resposta conclusiva e aceita unanimemente não obscurece a imensa importância do tema. No caso desta dissertação, o interesse no assunto se deve ao fato de que análises de risco por *duration* partem necessariamente de uma premissa a respeito do comportamento futuro da curva de taxa de juros, conforme veremos nos capítulos IV e V.

[9]SCHMITT, G.M. *Revisão das Teorias* ... p 95.

I.3) Nível de Taxas de Juros

O preço do crédito é determinado pela sua oferta e demanda no mercado. Como os diversos fatores externos, tais como política monetária, fiscal, altos e baixos dos ciclos de negócios, taxa de inflação, expectativas dos investidores etc. combinam-se para resultar na taxa de juros é uma questão extremamente complexa, e que não atinge consenso entre os economistas.

Existe, no entanto, um importante fator que influencia o nível de todas as taxas de juros e que é claramente identificado: A taxa de inflação.

De acordo com Rose[10], Irving Fischer foi o primeiro a estabelecer a relação entre as taxas real e nominal de juros e a taxa de inflação. Fischer sugeriu que as taxas nominais de juros tendem a subir e cair em correspondência com a taxa de inflação. Sua teoria é sumarizada abaixo:

$jn = jr + infl + jr \times infl$[11], onde:

jn = taxa de juros nominal,

jr = taxa de juros real esperada,

infl = prêmio pela inflação

[10]ROSE, P.S. *Money and Capital* ... p 224.
[11]$(1 + jn) = (1 + infl) \times (1 + jr)$

O raciocínio embutido na equação é o de que a taxa de retorno real tende a se manter estável ao longo do tempo, pois depende de fatores de longo prazo, como produtividade do capital e volume de poupança na economia. Deste modo, uma mudança na expectativa inflacionária afetaria apenas a taxa de juros nominal no curto prazo. O termo do produto cruzado (taxa de juros real esperada x prêmio pela inflação) geralmente é eliminado por ser desprezível, exceto em países sujeitos a altas taxas inflacionárias.

Existem restrições às conclusões de Fisher. Uma delas é o pressuposto de que as pessoas continuarão a tomar emprestado e a emprestar o mesmo montante de fundos, a despeito da taxa de inflação. A inflação, no entanto, pode afetar lucro, manutenção de riqueza, atratividade de investimentos etc. Em casos de aumento de nível inflacionário, as pessoas podem, por exemplo, temer perda de valor dos ativos financeiros e tender a ativos reais, com conseqüente aumento de taxas de juros real. O aumento do consumo de ativos reais leva, em um segundo nível de conseqüências, ao aumento de emprego e produção. Empregados e empresários obtêm aumento de lucro e, em conseqüência, aumenta o volume de poupança na economia, expandindo o suprimento de fundos disponíveis. Permanecendo todos os demais fatores constantes, a tendência é haver uma queda de taxa de juros reais e crescer a taxa de juros nominal menos do que a inflação.

Ainda outro problema que pode levar a pequenas mudanças na taxa de juros nominal, sendo desconsiderado pela fórmula de Fisher, é o efeito depreciação. A inflação leva a aumento de custos de equipamentos e máquinas, que eventualmente terão de ser repostos. O equipamento antigo deve ser depreciado para fins de imposto, por fórmulas ditadas pelo governo. Assim, em períodos inflacionários, o verdadeiro custo da utilização de equipamentos fica subdimensionado, de modo que o lucro taxável é ilusoriamente aumentado. Como resultado, o lucro, após impostos de empresas, é menor do que seria sem inflação. Empresas obtendo menores taxas de retorno real sobre o investimento cortam planos de expansão, diminuindo a demanda por fundos. A conseqüência é a queda da taxa de juros reais.

Sob o aspecto prático, pode-se comentar que, das três variáveis da lei de Fisher, apenas a taxa de juros nominal pode ser determinada com grande precisão. As outras variáveis (taxa de inflação e taxa de juros real) são mais problemáticas. A expectativa inflacionária estimada dos dados governamentais não é necessariamente igual à dos investidores; mas, de acordo com Ariel e Pohlman[12], estudos econométricos mostram que o mercado financeiro é capaz de distinguir os efeitos de aumento de preço causados por eventos econômicos isolados, mesmo grandes, das mudanças gerais de nível de preços.

Em sua tese de doutorado a respeito do tema juros e inflação para o caso brasileiro, Rocha[13] chegou à conclusão, para o período analisado (de 72 a 79), de que as variações das taxas de inflação foram antecipadas pelos agentes econômicos e incorporadas aos juros nominais, como prevê a doutrina de Fisher, ou seja, a evidência que se dispõe é de que o mercado não cometeu erros sistemáticos de avaliação ao longo do período de análise.

---

[12]ARIEL, Robert & POHLMAN, Larrej, *Factors Influencing the Level of Interest Rates*, em FRANCIS, J.C. e WOLF, A. *The Handbook of ...* p 31.
[13]ROCHA, Roberto Rezende, *Juros e Inflação: uma Análise da Equação Fisher para o Brasil*, tese de doutorado apresentada ao Instituto Brasileiro de Economia da Fundação Getúlio Vargas, 1983, p 257.

Finalizando o tópico a respeito do efeito da inflação do nível de taxa de juros, podemos dizer que, a despeito das dificuldades e limitações, a equação de Fisher é instrumento útil e importante na análise das taxas de juros reais da economia.

II) *BONDS*

Bonds são títulos que possuem fluxo de caixa fixo. Esta característica permite o desenvolvimento de fórmulas específicas que expressam o preço do título em função de seu rendimento até a maturidade e de outras propriedades do fluxo de caixa.

Serão utilizados ao longo da dissertação diversas notações de elementos de *bonds*, a seguir definidos:

Valor de face (F) é o montante que vai ser pago ao emprestador ao término da maturidade do título. É assim chamado porque o valor vem impresso em letras grandes na face do contrato da *bond*.

Bonds cujo preço de mercado seja igual ao valor de face são chamadas *bonds* vendidas ao par. Quando o preço de mercado é maior do que o valor de face, são chamadas *bonds* vendidas com prêmio, e, no caso inverso, *bonds* vendidas com desconto.

A taxa de *coupon* (c)[14] é o pagamento, geralmente semestral, prometido aos proprietários do título, no contrato. É expresso em porcentagem do valor de face. O fluxo de caixa anual da *bond* é igual a c x F (taxa de coupon x valor de face). Em títulos com pagamentos semestrais, c x F/2[15] é o fluxo de caixa pago a cada seis meses até o término da maturidade. Em *bonds* zero *coupon*, o pagamento de principal e juros é feito ao fim da maturidade.

Maturidade (M) é o prazo da conclusão do fluxo de pagamentos do título.

O fluxo de caixa de uma *bond* é completamente descrito pela data de maturidade, taxa anual de *coupon* e valor de face. Caso duas *bonds* difiram a respeito de qualquer uma das três características acima, o comportamento prometido do fluxo de caixa também será diferente.

---

[14]O termo será utilizado em inglês por não ter tradução aceita e reconhecida no Brasil.

[15]Estamos considerando taxas de juros simples, utilizadas no exterior. No Brasil, é mais comum a utilização de juros compostos. O valor dos pagamentos semestrais, por este método, seria $c^{1/2}$ x F.

Sendo i a taxa anual de juros (ou rendimento até a maturidade), a taxa semestral é i/2[16] e a função-desconto, $dt = \left(1+\frac{i}{2}\right)^{-t}$, onde t é medido em períodos de 6 meses. O preço do título com maturidade N é:

$$P = \frac{\frac{cF}{2}}{\left(1+\frac{i}{2}\right)} + \frac{\frac{cF}{2}}{\left(1+\frac{i}{2}\right)^{2}} + \ldots + \frac{\frac{cF}{2}}{\left(1+\frac{i}{2}\right)^{2M}} + \frac{F}{\left(1+\frac{i}{2}\right)^{2M}} \qquad (3)$$

A fórmula acima pode ser expressa de outro modo, mais simples de calcular[17]:

$$P = \frac{cF}{i}\left[1-\left(1+\frac{i}{2}\right)^{-2M}\right] + F\left(1+\frac{i}{2}\right)^{-2M} \qquad (4)$$

Na equação acima pode-se resgatar para análise a relação preço/valor de face (P/F) da *bond*:

$$\frac{P}{F} = \frac{c}{i}\left[1-\left(1+\frac{i}{2}\right)^{-2M}\right] + \left(1+\frac{i}{2}\right)^{-2M} \qquad (5)$$

---

[16] Novamente consideramos juros simples. No cálculo de juros compostos a taxa semestral seria igual a $i^{1/2}$.

[17] Dedução da fórmula em BIERWAG, Gerald O., *Duration Analysis Managing. Interest Rate Risk*, 1ª Ed., Cambridge, Ballinger, p 43.

II.1) Preço de Bonds em Função de Variáveis

Nesta monografia interessa-nos particularmente mencionar a variabilidade do valor das *bonds* em função de alterações em fatores como maturidade e taxa de *coupon*. É este o assunto dos tópicos a seguir.

a) PREÇO DO TÍTULO EM FUNÇÃO DA TAXA DE *COUPON* NO TEMPO

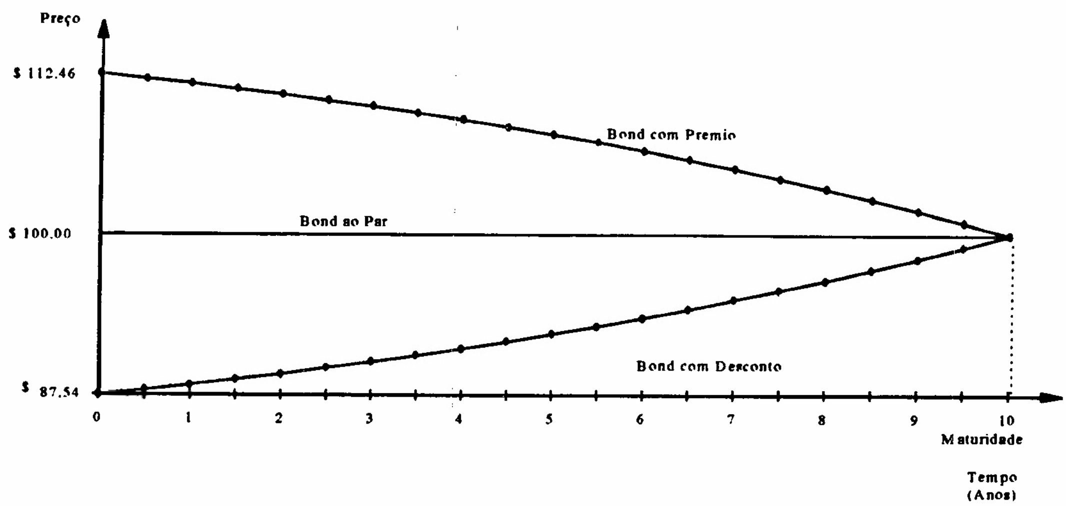
À medida que o tempo passa, o valor de uma *bond* pode mudar devido às mudanças na YTM ou no tempo residual de maturidade, ou ambos, considerando as demais variáveis (taxa de *coupon* e valor de face) fixas. Qualquer mudança no valor do título ao longo do tempo pode, conseqüentemente, ser dividido em duas causas. O valor da *bond,* caso a YTM não se altere ao longo do tempo, é chamado valor amortizado da *bond*.

Mudanças no valor amortizado do título diferem, dependendo de ser a *bond* vendida com desconto, ao par ou com prêmio. Da análise da equação nº 5 pode-se concluir que, quando a taxa de *coupon* do título é igual à taxa de rendimento até a maturidade ($c = r$), então seu preço de mercado será igual ao valor de face (títulos negociados ao par). Neste contexto, o preço do título não muda com a maturidade porque a taxa de juros permanece constante e igual à taxa de *coupon*.

Nos casos em que $c < r$, o preço da *bond* é inferior ao seu valor de face, sendo o título negociado com desconto.

Já *bonds* vendidas com prêmio prometem pagamento de *coupon* superior à taxa de juros ou YTM. Este excesso pode ser entendido como um repagamento parcial do empréstimo, de modo que o preço residual da *bond* seja reduzido a cada *coupon* pago. O gráfico 1 ilustra as diferenças do valor amortizado de três bonds, cada uma delas com um YTM de 10%. A *discount bond* tem *coupon* de 8% e a *premium bond*, 12%. A maturidade inicial dos títulos é de 10 anos.

Gráfico 1: Relação preço/maturidade de *bonds* (taxas de *coupon* e retorno fixas).



FONTE: BIERWAG, G.O. *Duration Analysis* ... p 26.

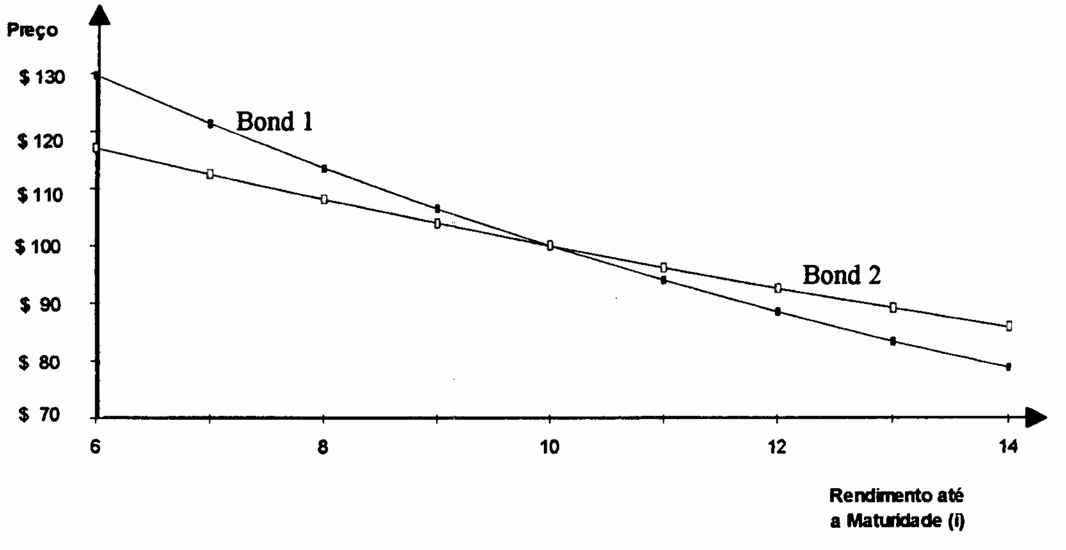
b) PREÇO COMO FUNÇÃO DO RENDIMENTO ATÉ A MATURIDADE

Em *bonds* com maturidade e taxa de *coupon* iguais, a única variável que altera a relação preço de mercado/valor de face é a taxa de rendimento até a maturidade (ver equação 5 p 28).

No caso de todas as *bonds*, preço é inversamente relacionado à YTM, já que um aumento na taxa reduz o fator de desconto multiplicado pelo fluxo de caixa de cada período.

O gráfico a seguir mostra a relação preço/rendimento até a maturidade para duas *bonds* com taxa de *coupon* 10%.

Gráfico 2: Relação Preço/Rendimento até a Maturidade de Duas *Bonds* com Taxa de *Coupon 10%;* Maturidade da *Bond 1* Maior do que a da *Bond 2.*



FONTE: BIERWAG, G.O. *Duration Analysis* ... p 28.

c) MATURIDADE E MUDANÇAS NO PREÇO

Mantendo as taxas de *coupon* e rendimento até a maturidade fixas, mudanças percentuais no preço das *bonds* variam com a maturidade dos títulos, para uma dada mudança no YTM. A regra geral é: para *bonds* vendidas ao par ou com prêmio, o aumento percentual no preço para uma dada diminuição na YTM aumenta com a maturidade. Para algumas *bonds* com desconto o aumento percentual no preço inicialmente aumenta e depois diminui com a maturidade.

d) TAXA DE *COUPON* E MUDANÇAS EM PREÇOS

Títulos com diferentes taxas de *coupon,* mas datas de maturidade e YTM idênticas respondem diferentemente a uma mudança em YTM. A regra geral é: dado um fluxo de pagamentos fixo, a mudança percentual de valor é tanto menor quanto maior a taxa de *coupon,* para uma dada mudança no rendimento até a maturidade (mantendo-se as demais variáveis constantes).

A tabela a seguir mostra a alteração nos preços de *bonds* com diversas taxas de *coupon,* em função da variação do rendimento até a maturidade de 10% para 8%.

Tabela 1: Mudança Percentual no Preço de *Bonds* com Maturidade 15 anos, Taxas de *Coupon* Variáveis, para uma Diminuição na YTM de 10% para 8%.

Taxa de *coupon*	Preço da Bond Yield 10%	Preço da Bond Yield 8%	Mudança Percentual no Preço
0.0%	$ 23.14	$ 30.83	33.2%
1.0%	$ 30.82	$ 39.48	28.1%
2.0%	$ 38.51	$ 48.12	25.0%
3.0%	$ 46.20	$ 56.77	22.9%
4.0%	$ 53.88	$ 65.42	21.4%
5.0%	$ 61.57	$ 74.06	20.3%
6.0%	$ 69.26	$ 82.71	19.4%
7.0%	$ 76.94	$ 91.35	18.7%
8.0%	$ 84.63	$100.00	18.2%
9.0%	$ 92.31	$108.65	17.7%
10.0%	$100.00	$117.29	17.3%
11.0%	$107.69	$125,94	16.9%
12.0%	$115.37	$134.58	16.7%
13.0%	$123.06	$143.23	16.4%
14.0%	$130.74	$151.88	16.2%
15.0%	$138.43	$160.52	16.0%

FONTE: BIERWAG, G.O. *Duration Analysis* ... p 55.

e) CONCLUSÃO

Da análise acima, pode-se concluir que o preço de uma *bond* é uma função inversa e não linear da sua taxa de rendimento até a maturidade. O impacto no preço de uma mudança na YTM depende: (1) do nível do rendimento até a maturidade, (2) da taxa de *coupon,* e (3) da maturidade do título. Como estes fatores se inter-relacionam para causar uma mudança de preços não é óbvio, devido à falta de linearidade das relações. Veremos no capítulo IV que a análise de *duration*[18] permite uma dedução direta da alteração em preços conseqüente de mudanças na taxa de rendimento até a maturidade dos títulos.

Bonds podem ser diferentes entre si sob diversos aspectos. Já comentamos diferenças em taxa de *coupon,* prazo de maturidade etc. Uma característica de alguns títulos que nos interessa particularmente comentar é a opção que os tomadores de empréstimo têm de recomprar (*call*) a *bond* em preço e prazo prefixados. Para este tipo de *bond,* nem a maturidade nem o fluxo de caixa do título são conhecidos. Conforme veremos no decorrer da dissertação, esta característica de "*callable bonds*" dificulta sua análise por *duration.*

[18]O termo não possui tradução reconhecida e aceita no Brasil e, por este motivo, não foi traduzido.

III) RISCO DE TAXAS DE JUROS

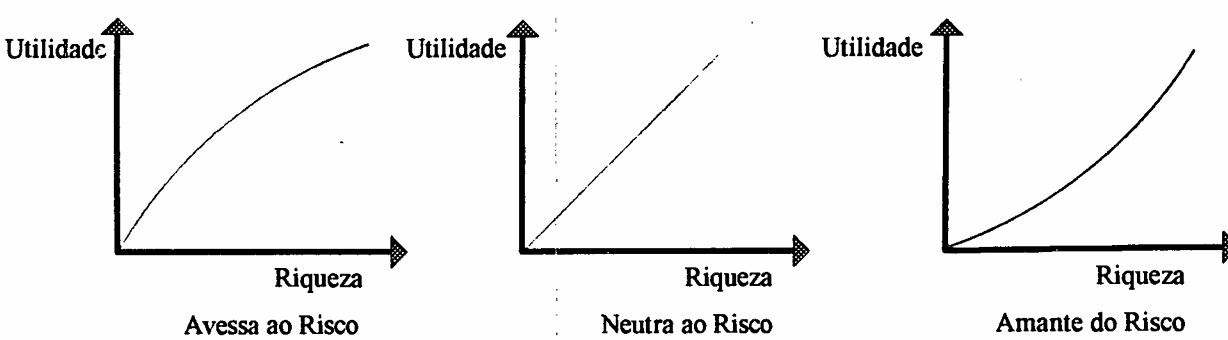
III.1) Definição de Risco

Risco de um investimento é definido como a variabilidade de seus possíveis retornos. Os estatísticos costumam fazer distinção entre risco e incerteza. Risco existe quando quem toma decisões pode estimar as probabilidades relativas dos vários resultados possíveis. Distribuições probabilísticas objetivas baseiam-se normalmente em dados históricos. A incerteza existe quando quem toma decisões não tem nenhum dado histórico e precisa fazer estimativas aceitáveis, a fim de formular uma distribuição probabilística subjetiva.

Empresas, como pessoas, não desejam (nem conseguem) eliminar totalmente o risco de seus investimentos. A propensão a assumir risco é algo que está relacionado com a personalidade e com a fase no ciclo de vida de cada pessoa ou empresa.

Presumindo que as opções de investimento sejam tomadas com base em escolhas consistentes e racionais, pode-se construir funções-utilidade, que estabelecem se uma pessoa ou empresa é avessa, amante ou neutra em relação ao risco.

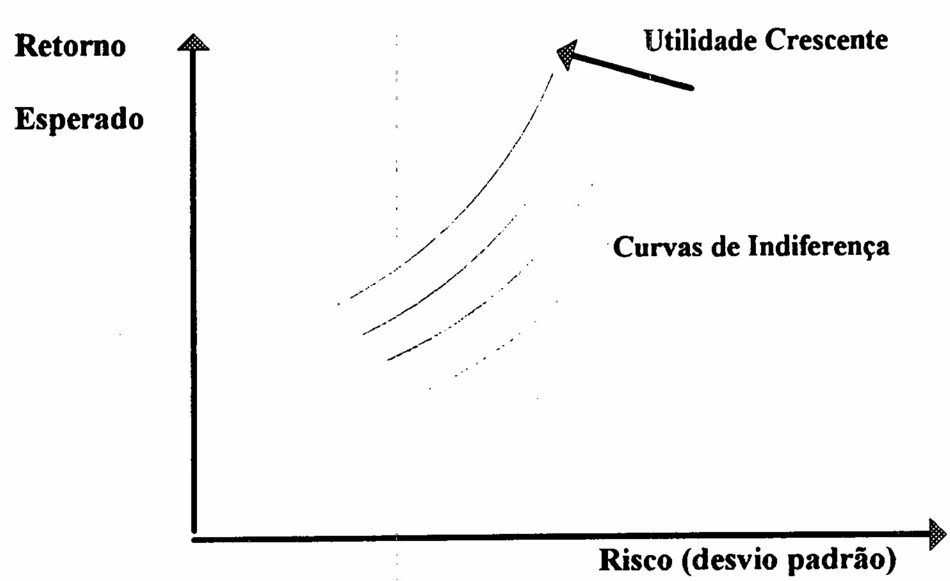
Gráfico 3: Curvas de Utilidade



Utilidade deriva da expectativa de consumo presente e futuro. Qualquer função de utilidade é função da atitude de cada pessoa em relação ao risco. Não há posicionamentos certos ou errados, mas é de se esperar que a maior parte dos investidores sejam avessos ao risco.

Partindo da função-utilidade de investidores avessos ao risco, pode-se apresentar em um gráfico as várias curvas de indiferença para as várias pessoas. Ou seja, para cada indivíduo ou firma podemos ter uma curva de indiferença plotada em um gráfico onde, no eixo $\vec{OX}$, temos os riscos, representados pelo desvio-padrão sobre o valor esperado; no eixo $\vec{OY}$ temos o valor esperado . A curva de indiferença, que varia de pessoa para pessoa, apresenta várias combinações risco x retorno. Quanto maior a inclinação da curva de indiferença, mais avesso ao risco é o investidor.

Gráfico 4 : Curvas de Indiferença



III.2) Risco de Taxa de Juros em *Bonds*

As últimas décadas caracterizaram-se pelo aumento de mudanças estruturais no mundo financeiro, que levaram ao incremento da importância e necessidade da administração da exposição ao risco de taxa de juros. Duas das mudanças mais significativas são o aumento da volatilidade de taxas de juros e a proliferação de complexos produtos financeiros.

Risco de taxa de juros é definido como as flutuações no valor do investimento causadas pelas mudanças nas suas taxas de desconto. A exposição ao risco é função da sensibilidade das contas aos movimentos das taxas de juros.

Taxas de juros são o principal determinante do preço de *bonds*. Quando as taxas mudam, o preço muda também, em magnitudes diferentes. Conforme já comentamos, o efeito de uma alteração nas taxas de juros (ou taxa de rendimento até a maturidade) sobre o preço de *bonds* depende de diversos atributos, tais como maturidade e taxa de *coupon*. O grau de influência das taxas de juros sobre o preço das *bonds* é chamado sensibilidade do título às taxas de juros.

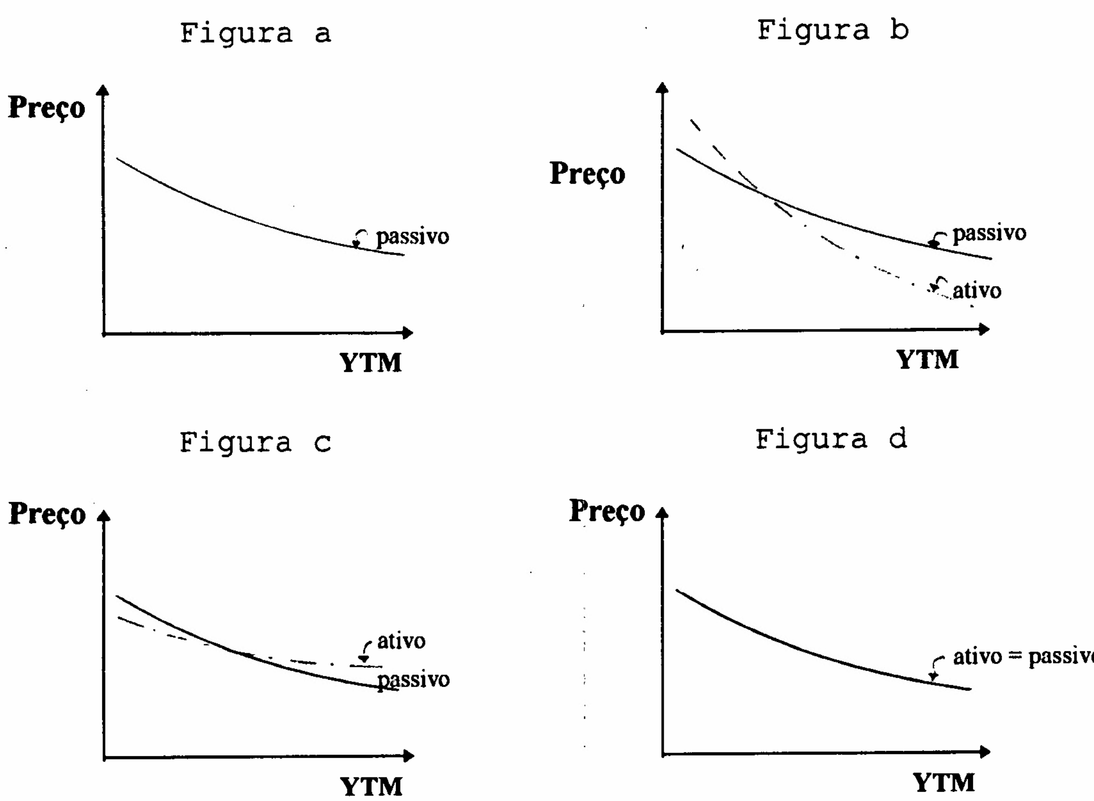
Para amplificar este ponto, vamos adotar o exemplo de Matoo[19], considerando um passivo com a relação preço x rendimento mostrada na figura A do gráfico 5 a seguir. Supondo que se deseje proteger este passivo com um ativo, de tal modo que a posição líquida seja igual a zero, vamos imaginar três opções de relação ativo e passivo mostradas nas figuras B, C e D abaixo. Nos três casos, existe um nível de taxa de juros para o qual o valor de mercado do ativo é exatamente igual ao valor de mercado do passivo. Neste ponto, a posição do investidor é solvente, mas apenas se o *yield* não mudar.

Para mostrar o efeito de mudanças nas taxas de rendimento sobre o resultado da carteira, consideremos a combinação mostrada na figura B. A taxas de *yield* inferiores ao ponto de equilíbrio, o valor dos ativos é maior do que o valor dos passivos. A posição do investidor será, portanto, solvente, se as taxas caírem; mas será insolvente se elas subirem, já que, neste caso, o valor do passivo será maior do que o do ativo.

19 MATOO, Mehraj. *Why Hedje*, em FRANCIS, J.C. e WOLF, A. *The Handbook of...*p 83.

A figura C mostra o caso em que a situação reversa é verdadeira. Na figura D, o investidor será solvente independentemente do que venha a ocorrer com as taxas de juros.

Gráfico 6: Sensibilidade de Contas.



FONTE: MATOO, M. *Why Hedge*, em FRANCIS, J.C. e WOLF, A. *The Handbook of...*, p 83.

III.3) Programa de Mensuração do Risco de Taxa de Juros

Leach[20] discrimina três passos necessários para o estabelecimento de um sistema de mensuração do risco de taxa de juros: (a) definição de exposição ao risco de taxa de juros, através da colocação de objetivos, (b) seleção de metodologia de mensuração do risco, (c) construção de sistema de dados. Segue abaixo a discriminação de cada etapa do sistema.

20 LEACH, Brian. *Measurement of Exposure*, em ANTL, Boris *Management of Interest Rate Risk*, 1ª Ed, Londres, Euromoney Publications, 1988, p 31.

a) DEFINIÇÃO DE EXPOSIÇÃO AO RISCO DE TAXA DE JUROS ATRAVÉS DA COLOCAÇÃO DE OBJETIVOS.

Não há definição universal de exposição ideal ao risco. O que é altamente especulativo para uma firma pode ser considerado como relativamente livre de risco por outra. Empresas e investidores devem chegar à sua própria definição de exposição ideal.

Os dados críticos e a medida de tempo relevante para monitorar os objetivos preestabelecidos são exclusivos, já que os dados importantes são únicos para cada empresa e o período de tempo relevante é função de sua atitude perante o risco.

b) SELEÇÃO DE METODOLOGIA DE MENSURAÇÃO DO RISCO.

Existem basicamente três metodologias para medir o risco de taxa de juros: análise de descasamento, *duration* e simulação.

Análise de descasamento.

Este método é freqüentemente utilizado em bancos. Seu conceito é monitorar a diferença líquida entre o valor total de ativos ao par e o de passivos ao par a serem reprecificados ou que maturem dentro de um período preestabelecido de tempo. Por esta análise, o risco de taxa de juros é dado em função de uma mudança esperada no lucro líquido da empresa (ΔLl_{esp}), devido a uma modificação da taxa de juros, no período preestabelecido de tempo, conforme mostra a equação a seguir:

ΔLL_{esp} = (descasamento) Δi_{esp}, onde: (6)

descasamento = AS - PS

AS = ativos sensíveis à variação de taxa de juros

PS = passivos sensíveis à variação de taxa de juros

Δi_{esp} = mudança esperada no nível de taxa de juros

Os objetivos originais desta medida eram avaliar as necessidades de caixa e identificar a exposição ao risco de taxa de juros. A eficiência em monitorar as necessidades de caixa fica restrita ao curto prazo, devido à prática de utilizar intervalos curtos de tempo no curto prazo e intervalos longos no longo prazo.

Com o aumento dos intervalos de tempo estabelecidos, a medida do descasamento perde sua efetividade, já que pode-se ter descasamento zero com saídas de caixa no início do intervalo e entradas no fim, e isto, para períodos longos de tempo, tem representatividade, e a falta de liquidez no período fica obscurecida. Uma solução para este problema seria diminuir os intervalos de tempo até o absurdo limite de monitorar entradas e saídas dia a dia. O administrador dos descasamentos, forçado a casar perfeitamente os fluxos de caixa, perderá flexibilidade na neutralização da exposição ao risco de taxa de juros. Estará também reagindo aos valores ao par, não a valores de mercado, e tomando decisões baseado em necessidade de caixa, não em exposição ao risco de taxa de juros.

O método ignora o valor do dinheiro no tempo e a diferença de sensibilidade do preço dos instrumentos.

Em suma, a análise de descasamento é um instrumento efetivo no auxílio à administração do fluxo de caixa no curto prazo, tem eficiência marginal na administração do longo prazo e é uma medida não eficaz da exposição ao risco de taxa de juros.

Análise de *duration*

O método, a despeito de seu uso recente na administração da exposição ao risco, vem ganhando grande aceitação. O desenvolvimento, utilização, críticas e validações da *duration*, e, mais particularmente, da Macaulay *Duration*, serão abordados com profundidade nos próximos capítulos.

Análise de simulação

Consiste em fazer um plano, geralmente um orçamento, e testar sua integridade contra uma série de possibilidades a respeito das condições de mercado futuras. Este método é excelente para identificar problemas potenciais, oportunidades de lucro, e analisar a exposição ao risco de taxa de juros, pois é abrangente ao incorporar diversos elementos do negócio na análise.

Uma análise de simulação completa inclui previsões de taxas de juros futuras, bem como as conseqüências financeiras destas previsões. É um exercício abrangente que, propriamente feito, pode levar a resultados importantes. A restrição básica que se faz ao método é o volume de recursos necessários na simulação. A reprogramação constante das contas para atender às expectativas futuras dos administradores e a atividade de computar as várias simulações fazem com que este método demande muito tempo. O volume de dados necessários na simulação é enorme, devendo incluir não só estatísticas atuais, mas também informações a respeito do futuro, de acordo com o planejamento e as possibilidades. Finalmente, existe a possibilidade de que, após a colocação de todos os dados, a simulação resulte irrelevante. Isto pode ocorrer quando a empresa tenta incorporar muitos dados à análise.

Segundo Leach[21] , as restrições de tempo e dados necessários para que seja feita uma simulação completa forçam administradores a utilizar apenas esporadicamente uma análise de simulação completa.

21 LEACH, B. *Measurement of Exposure*, em ANTL, B. *Management of...*, p 42.

c) CONSTRUÇÃO DE SISTEMA DE DADOS

Um sistema de dados efetivo na medida do risco de taxa de juros é composto por quatro elementos básicos: entrada de dados, pressupostos, cálculos e saídas de dados. Um ponto fraco nesta cadeia pode afetar seriamente a capacidade de administrar o risco.

As saídas de dados, ou relatórios, são a ligação entre o processo de medição do risco e a tomada de decisão. É através delas que o administrador é capaz de gerenciar a exposição dentro da postura da empresa, face ao risco de taxa de juros.

Apenas com o instrumental fornecido por um bom sistema de mensuração do risco de taxa de juros o administrador estará equipado para tomar decisões conscientes a respeito do risco de taxa de juros.

III.4) Abordagem Econômica X Abordagem Contábil

Risco de taxa de juros pode ser avaliado sob duas perspectivas diferentes. A tradicional é contábil, e centra-se na avaliação da sensibilidade dos lucros aos movimentos das taxas de juros. Outra perspectiva é a econômica, que enfoca a sensibilidade dos valores de mercado dos ativos e passivos.

Segundo o Multinational Banking Department[22], a perspectiva contábil foca o efeito de mudanças nas taxas de juros sobre o relatório de lucros tipicamente no curto prazo. É um enfoque importante porque a avaliação externa da empresa é feita em parte em função de seus relatórios financeiros. O custo do capital da empresa e sua liquidez podem alterar-se em função do relatório de lucros.

O risco de taxa de juros sob a perspectiva econômica aborda a variação de valor devida a descasamentos da carteira agregada de ativos e passivos durante todo o horizonte temporal da empresa. Em contraste com a abordagem contábil, a perspectiva econômica identifica risco oriundo de descasamentos de risco de longo prazo.

---

22 *An Overview of Interest Rate Risk.* An Occ Staff Paper- Multinational Banking Department, Office of the Comptroller of the Currency, Washington, dec 1989, p 4-136.

A perspectiva econômica possui a vantagem de não ser baseada em convenções e regras contábeis e sim em valores de mercado. O risco para a empresa existe em função de mudanças potenciais no valor de mercado de seu *portfolio* agregado de ativos e passivos decorrentes de movimentos das taxas de juros. Ou seja, para efeitos de mensuração do risco de taxa de juros, o valor de um título, por exemplo, não é necessariamente importante. O que realmente importa é sua mudança potencial de valor, captada pela abordagem econômica.

Por exemplo, de uma perspectiva econômica, um título prefixado com prazo de dois meses é mais arriscado do que um título similar com maturidade de um mês. O risco do título de prazo mais longo se deve à exposição potencial dos lucros por um período de tempo maior. Se a taxa de juros subir, o *spread* da posição pode declinar ou se tornar negativo. Do mesmo modo, uma empresa que produza um equipamento de alta precisão, por exemplo, em um ano, a um preço preacordado. Caso a taxa de juros suba, o lucro da empresa pode diminuir ou até se tornar negativo, dependendo do passivo a que se contraponha o investimento.

Ao focar as alterações nos valores de mercado, em vez de apontar as mudanças nos lucros, a perspectiva econômica obtém maior abrangência do efeito total da exposição ao risco do que a perspectiva contábil. Mas, ao mesmo tempo em que provê uma medida mais completa do risco de taxa de juros, a abordagem econômica não identifica o momento do reconhecimento contábil do risco. Em outras palavras, não identifica quando ocorrerá a variação nos lucros. Conforme mencionado anteriormente, os relatórios contábeis têm grande impacto para a empresa, porque ela é taxada e em parte avaliada de acordo com eles.

Um exemplo numérico, dado pelo Multinational Banking Department[23], mostrará de modo mais claro as diferenças entre as duas abordagens. Supondo um banco comercial que se encontre exposto ao risco de taxas de juros, devido ao descasamento de prazos entre um ativo prefixado com maturidade cinco anos e um passivo prefixado com maturidade um ano. Supondo ainda que ambos os títulos possuam a taxa nominal de 10% a.a., e que a mesma se mantenha constante pelos cinco anos.

---

23 *An Overview of Interest Rate Risk...* An Occ Staff.Paper-Multinational Banking p 4-139.

Tabela 2: Risco de Taxa de Juros Medido pelas Abordagens Contábil e Econômica, Taxa de Juros de 10% a.a.

	VALOR DE MERCADO	VALOR DE LIVRO	ANO				
			1	2	3	4	5
ATIVO	$100	$100	$10	$10	$10	$10	$10
PASSIVO	$ 90	$ 90	$ 9	$ 9	$ 9	$ 9	$ 9
CAPITAL	$ 10	$ 10					
LUCRO LÍQUIDO			$ 1	$ 1	$ 1	$ 1	$ 1

Imaginando agora que a taxa de mercado suba instantaneamente para 14% a.a.

Tabela 3: Risco de Taxa de Juros Medido pelas Abordagens Contábil e Econômica: Taxa de Juros de 14% a.a. - Impacto nas Contas

	Valor de Mercado	Valor de Livro	Ano				
			1	2	3	4	5
ATIVO	$ 86*	$100	$ 10	$ 10	$ 10	$ 10	$ 10
PASSIVO	$ 87**	$ 90	$ 9	$ 13	$ 13	$ 13	$ 13
CAPITAL	$ (1)	$ 10					
LUCRO LÍQUIDO			$ 1	$ (3)	$ (3)	$ (3)	$ (3)

* $PV_1 = \frac{\$10}{1,14} + \frac{\$10}{1,14^2} + \frac{\$10}{1,14^3} + \frac{\$10}{1,14^4} + \frac{\$110}{1,14^5} = \$86$

** $PV_2 = \frac{\$90 + \$9}{1,14} = \$87$

No exemplo anterior, pela perspectiva contábil, o banco não estaria sujeito a risco de taxa de juros no ano um, e o risco seria de $ 4 (a diferença entre lucro de $ 1 e uma perda de $ 3) nos anos dois a cinco. Já a perspectiva econômica reconhece imediatamente as perdas futuras do ativo face à variação da taxa de juros vigente no mercado. De acordo com o Multinational Banking Department[24], as duas perspectivas são complementares. A abordagem econômica é mais abrangente, mas incapaz de perceber o momento do reconhecimento da variação de lucros nos relatórios contábeis.

Kilsby e Taylor[25] fazem a discriminação do uso a que se propõem as informações contábeis. Existem para elas duas utilizações básicas: relatórios financeiros contábeis e administração contábil.

24 *An Overview of Interest Rate Risk.* An Occ Staff Paper- Multinational Banking.... p 4-139.
25 KILSBY, R. e TAYLOR, Chris. *Interest Rate Protection Techniques: An Accounting Perspective*, em ANTL, B. *Management of...*, 1988, p 290.

Contabilidade financeira é o termo usado para cobrir os relatórios fornecidos ao mundo exterior. A despeito do fato de que estas informações são endereçadas explicitamente aos acionistas da empresa, na prática estes relatórios são usados por um largo espectro de pessoas/empresas, em diversos usos, e é por este motivo que é difícil atender plenamente aos múltiplos usuários. Conseqüentemente, é necessário estabelecer explicitamente as bases nas quais as informações contábeis são produzidas, e detalhar as políticas mais significantes adotadas na preparação da informação.

A fim de garantir consistência entre as informações publicadas em diferentes empresas, é necessário que haja regras aceitas e seguidas por todos na preparação de suas informações contábeis externas. Em alguns países estas regras foram codificadas na forma de leis, enquanto em outros elas têm a forma de pronunciamentos feitos pelos organismos reguladores de políticas contábeis. A existência deste tipo de regras externas claramente restringe o tipo de política contábil que pode ou não ser adotada por uma corporação.

A unificação dos dados contábeis externos traz como seqüela o incompleto atendimento dos diversos usuários. Quanto ao tema risco de taxa de juros, que nos interessa, Flannery e James[26] comentam que os relatórios contábeis são insuficientes para obter dados a respeito da sensibilidade do valor da carteira de ativos e passivos à variação da taxa de juros em bancos.

A contabilidade gerencial, em contraste, tem a finalidade de fornecer dados para administração interna. O seu espectro de usuários é mais bem definido e, por este motivo, as informações podem ser preparadas de maneira apropriada para cada uso particular. As técnicas de contabilidade gerencial podem ser muito mais flexíveis que as de contabilidade financeira.

---

26 FLANNERY, Mark J. e JAMES, Cristofer M. *Market Evidence on the Effective Maturity of Bank Assets and Liabilities.* Journal of Money, Credit and Banking, vol 16, nº 4, nov 1984, p 444

Na opinião de Kilsby e Taylor[27], sendo a contabilidade gerencial vista como instrumento no auxílio da administração, deve medir a performance ou desempenho da empresa e realisticamente refletir o conceito econômico do que ocorre nela. Deve ligar conseqüência e causa da postura perante o risco adotada pela empresa, ou seja, não somente o lucro total de uma transação é importante, mas também a exposição ao risco em que incorre a empresa na obtenção do lucro, ou o relacionamento risco/retorno.

É dentro do conceito de captar a associação risco/retorno com relação à taxa de juros que a medida Macaulay *Duration* é instrumento de medida importante para a administração gerencial de instituições financeiras, empresas e investidores.

---

[27]KILSBY,.R. e TAYLOR, C.. *Interest Rate Protection Techniques.....* p. 291.

IV) APRESENTAÇÃO DO MÉTODO

IV.1) Definição de Macaulay *Duration* (MD)

O conceito de *duration* foi definido em 1938 por Frederick Macaulay[28], com o objetivo de introduzir uma medida significativa do período de vida de uma *bond*. Posteriormente, Samuelson[29] e Redington[30] chegaram, independentemente de Macaulay, à medida de *duration*, em seus estudos de sensibilidade do valor líquido de instituições financeiras e seguradoras a variações nas taxas de juros.

---

[28] MACAULAY, Frederick R. *Some Theoretical Problems Suggested by the Movement of Interest Rates, Bond Yields and Stock Prices in the U.S. Since 1856.* New York, National Bureau of Economic Research, Columbia University Press, 1938, p 48.

[29] SAMUELSON, P.A. *The Effect of Interest Rate Increases on the Banking System.* American Economic Review, March, 1945, p 19.

[30] REDINGTON, F.M. *Review of the Principles of Life Office Valuations.* Journal of the Institute of Actuaries 18, 1952, p 290.

O prazo de maturidade é uma medida indiscutível da vida de um título que não tenha pago *coupon*. Para títulos que possuam pagamentos intermediários, no entanto, a maturidade é uma medida incompleta, pois ignora o fluxo de caixa que ocorre antes do pagamento final. Traduzindo as palavras de Macaulay[31]: " ...a maturidade de um empréstimo é a data do último pagamento apenas. Ela não oferece qualquer tipo de informação a respeito de tamanhos ou datas dos pagamentos intermediários".

Macaulay propôs considerar uma *bond* que pagasse *coupon* como sendo constituída por diversas *bonds* de maturidade e valor tais que sua soma resultasse no título individual, e definiu *duration* como sendo a média ponderada das maturidades dos títulos individuais que correspondem a cada futuro pagamento do título original, usando como ponderação o valor presente dos fluxos de caixa futuros, descontados pela taxa de rendimento até a maturidade. Eis a equação:

31MACAULAY, F.R. *Some Theoretical Problems...* p 44.

$$D=\frac{\sum_{t=1}^{T} t\left[\frac{Cf}{(1+i)^{t}}\right]+T\left[\frac{F}{(1+i)^{T}}\right]}{PVo}$$, onde: (7)

Cf = valor em moeda do fluxo de caixa no período t,

F = valor de face do título,

t = período no qual o pagamento do fluxo de caixa é feito,

i = taxa de retorno do investimento,

T = maturidade,

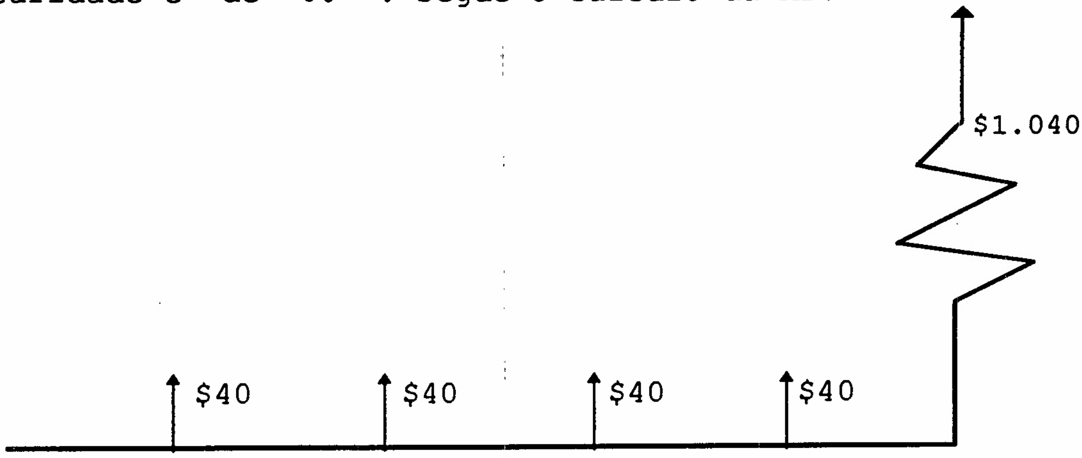
PVo= valor presente do título.

De uma maneira mais simplificada,

$$D=\frac{\sum_{t=1}^{T} tPVF_{t}}{\sum_{t=1}^{T} PVF_{t}}$$, onde: (8)

PVF_t = valor presente do pagamento F, feito no momento t.

Pela formulação, *duration* é uma média ponderada de períodos de tempo nos quais o pagamento vai ser feito. O peso de cada período é dado pelo valor presente do pagamento multiplicado pela sua maturidade. Em um exemplo do cálculo numérico, suponhamos que uma *bond*, com valor de face \$1.000, *coupon* 4% ao ano, maturidade 5 anos e preço de mercado \$915,75. A taxa de rendimento até a maturidade é de 6% [32]. Segue o cálculo da MD:



$$D = \frac{\frac{\$40}{1{,}06}\,1\ ano + \frac{\$40}{1{,}06^2}\,2\ anos + \frac{\$40}{1{,}06^3}\,3\ anos + \frac{\$40}{1{,}06^4}\,4\ anos + \frac{\$1.040}{1{,}06^5}\,5\ anos}{\$915{,}75}$$

$$D = 4{,}61\ anos$$

---

32 $PV = \sum_{t=1}^{K} \frac{Cf}{(1+i)^t} + \frac{F}{(1+i)^K} = 915{,}75$

Bierwag[33] relaciona propriedades do comportamento da *duration*, com relação ao fluxo de caixa e ao prazo de maturidade:

1) A *duration* de um título de renda fixa diminui com o aumento das taxas de *coupon*, mantendo-se as demais variáveis fixas;

2) A *duration* diminui com a taxa de rendimento até a maturidade, mantendo-se as demais variáveis constantes;

3) A *duration* de uma *bond* zero *coupon* é igual a sua maturidade. Nos demais casos, a MD é sempre menor do que o período até o último pagamento;

Francis[34] complementa:

4) A *duration* de uma *bond* de maturidade infinita é igual a $\left(1+\frac{1}{i}\right)$, independentemente de qualquer fator;

5) Quanto maior a maturidade de uma *bond* com *coupon*, maior a diferença entre sua maturidade e *duration*;

---

[33]BIERWAG, O.. *Duration Analysis...* p 79.
[34]FRANCIS, Jack Clark. *Investments, Analysis ...*p 297.

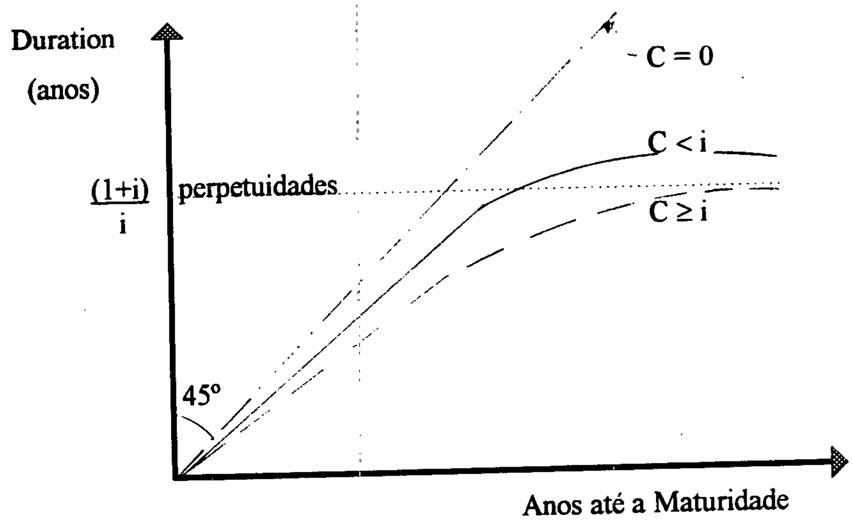
6) Hopewell e Kaufman[35] comentam ainda que a relação entre *duration* e maturidade não é linear. Para uma *bond* vendida ao par ou com prêmio, a *duration* aumenta monoliticamente a uma taxa decrescente e alcança o valor máximo para perpetuidades. Para títulos vendidos com desconto, a *duration* aumenta mais rapidamente do que nos casos anteriores, alcança um valor máximo, que é superior ao de uma perpetuidade, e então cai para a *duration* de uma perpetuidade (ver gráfico n° 6);

7) A *duration* de uma *bond* com *coupon* vendida com desconto alcança seu valor máximo quando T alcança o valor indicado na equação abaixo:

$$T = \frac{1,0}{\log(1,0+i)} + \frac{1,0-i}{i - txjuros} + \frac{i - txjuros}{txjuros(1,0+i)T\log(1,0+i)} \qquad (9)$$

[35]HOPEWELL, Michael & KAUFMAN, George G. *Bond Price Volatility and Term to Maturity: A Generalized Respecification*. The American Economic Review, sept 73, p 750.

Gráfico 6: *Duration* e Maturidade para *Bonds* Vendidas ao Par, com Prêmio e com Desconto



FONTE: TOEVS, Alden L. *Uses of Duration Analysis for the Control of Interest Rate Risk,* em PLATT, R.B. *Controlling Interest...* p 32.

A fórmula da MD trata implicitamente cada termo do fluxo de caixa como um título individual zero *coupon*. *Duration* é uma média ponderada. Tem, portanto, propriedades aditivas e a *duration* de uma carteira é a soma ponderada das *durations* dos títulos individuais, ou seja:

$$D_T = \frac{\sum_{n=1}^{N} P_i D_i}{\sum_{n=1}^{N} P_i}, \text{onde:} \qquad (10)$$

D_T= duration da carteira,

P_i= preço dos títulos individuais,

D_i= *duration* dos títulos individuais,

N = número de títulos

Macaulay[36] pretendia com a *duration* obter uma medida do tempo (vida) de um título. Ele analisou e descartou diversas hipóteses antes de chegar à da *duration*. Percebeu que ela se comportava como ele pretendia e derivou propriedades da medida, como as citadas acima. A despeito de esparsas e ocasionais reaparições na literatura acadêmica, a medida permaneceu largamente inutilizada até a década de 70. O aumento da volatilidade das taxas de juros, em fins da década de 60, deu nova dimensão ao risco por elas representado, e foi a partir desse período que a medida foi retomada, e o escopo de sua utilização, ampliado.

[36]MACAULAY, Frederick R. *Some Theoretical*...p 48.

IV.2) Teorema da Imunização

Em 1971, Fisher e Weil[37] propuseram a utilização de *duration* para imunizar[38] uma carteira de *bonds*, partindo de premissas restritivas:

- as taxas de juros futuras variam em um valor fixo, ou seja, na suposição de que λ seja uma variável randômica que afeta a curva e a posição da estrutura a termo das taxas de juros e seja $i(0,t)$ a taxa futura instantânea, composta continuamente para períodos futuros t, então, se a função $i(0,t)$ mudar de $i_a(0,t)$ para $i_b(0,t)$, será do seguinte modo:

$$i_b(0,t) = i_a(0,t) + \lambda, \quad \lambda \geq 0 \quad \text{ou } \lambda < 0,$$ [39]

- a estratégia de imunização também presume que não haja custos de transação, ou seja, não se incorra em custos de compra e venda de títulos nem de reinvestimentos de fundos recebidos antes do prazo de maturidade,

---

[37]FISHER, Lawrence & WEIL, Roman. *Coping With the Risk of Interest Rate Flutuations: Returns to Bondholders from Naïve and Optimal Strategies.* The Journal of Business, oct 71, p 409.

[38]Uma carteira é dita imunizada por um determinado período de tempo se o seu valor, ao fim do prazo considerado, for ao menos tão grande quanto seria caso as taxas de juros tivessem se mantido constantes ao longo do tempo, independentemente do que ocorresse com as taxas de juros do período. A imunização é alcançada através do balanceamento de ativos e passivos.
Outro modo de administrar riscos de taxa de juros é através de *hedge*. Consiste em assumir temporariamente uma posição para proteger o valor de um ativo ou passivo da carteira. Geralmente se faz com o auxílio de instrumentos chamados derivativos.
Imunização e *hedge* têm o mesmo objetivo e podem ser usadas em complemento uma da outra.

[39]Ao trabalhar com taxa de rendimento em vez de, taxas pontuais para descontar fluxo de pagamentos a fórmula da Macaulay impõe ainda outra restrição: $i(0,1) = I(0,2) = ... = i$

- há diversas dimensões ligadas ao investimento em títulos - qualidade, maturidade, *coupon*, taxa de retorno etc. Os autores não lidam, na definição do teorema da imunização, com problemas de risco de inadimplência ou qualquer outro tipo de risco que não o de taxa de juros.

Caso as premissas acima sejam válidas, então uma carteira de pagamentos fixos não negativos é imunizada no período t_0, caso a *duration* D_{t0} da carteira seja igual ao período de manutenção desejado (a dedução do teorema da imunização de Fisher e Weil está contida no Anexo 1).

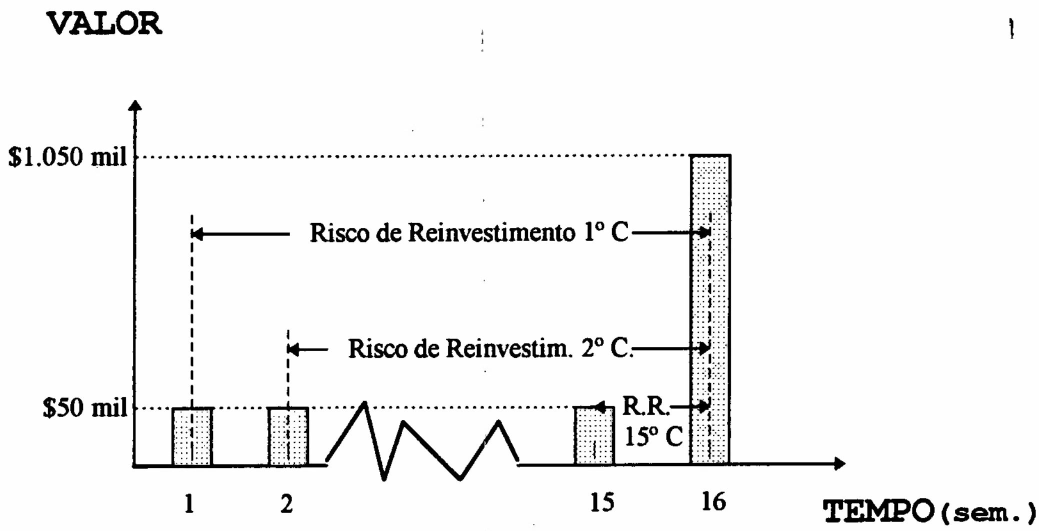
O teorema implica que o melhor modo para imunizar uma carteira de *bonds* a ser mantida por um período determinado de tempo é fazer o investimento de tal modo que a *duration* do título individual ou da combinação de títulos seja igual ao prazo de manutenção desejado. Quando os primeiros *coupons* forem recebidos, estes pagamentos em títulos são reinvestidos com *duration* apropriada, de modo que a *duration* de toda a carteira se mantenha igual ao período de manutenção. O *portfolio* inteiro estará, deste modo, imunizado contra uma mudança nas taxas de juros.

O entendimento do que é e como funciona a imunização fica mais claro através de um exemplo numérico. Suponhamos que um investidor necessite, para pagar uma dívida, do valor de $2.183 mil ao final de oito anos. Analisemos três possíveis atitudes para obter o valor final:

1ª Estratégia) Em uma atitude chamada ingênua por Fisher e Weil, suponhamos que o investidor compre uma *bond* (ou seu múltiplo) vendida ao par, com preço total $1.000.000, que pague *coupon* semestral de 10% ao ano (5% ao semestre), possua maturidade de oito anos[40] (dezesseis semestres), e que, imediatamente após a compra, a taxa de juros de mercado, pela qual o investidor reaplica os *coupons* recebidos, caia para 8% a.a. Em conseqüência da variação da taxa de juros, ao fim de oito anos o investidor vai ter em mãos o valor de $2.091 mil[41], inferior ao pretendido.

[40] $VF = \$50.000 \times 1{,}05^{15} + \$50.000 \times 1{,}05^{14} + \ldots + \$50.000 \times 1{,}05 + \$50.000 + \$1.000.000 = 2.183$ mil.
[41] $VF = \$50.000 \times 1{,}04^{15} + \$50.000 \times 1{,}04^{14} + \ldots + \$50.000 \times 1{,}04^{1} + \$50.000 + \$1.000.000 = 2.091$ mil.

Gráfico 7: Risco de Taxa de Juros de Título com Maturidade de 8 Anos em Horizonte Temporal de 8 Anos



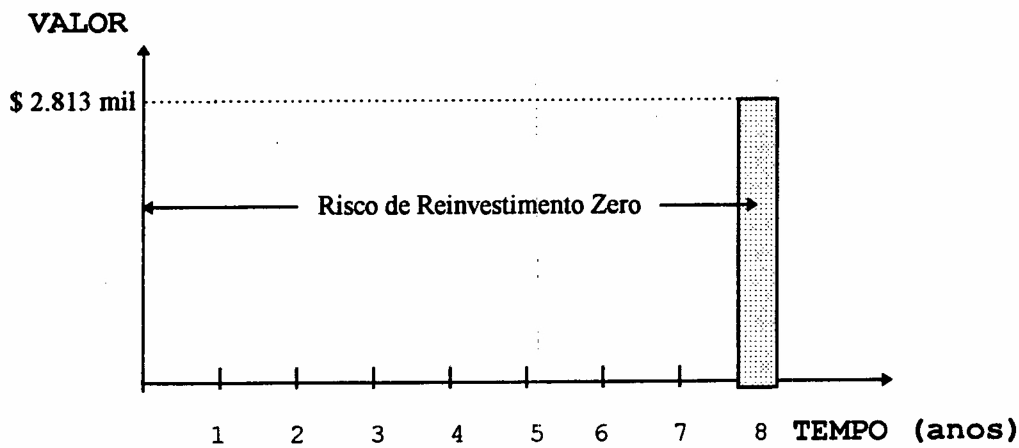
Caso o investidor mantenha o título até a maturidade, ficará submetido ao risco do reinvestimento dos fluxos de caixa iniciais. O retorno do investimento em um título, com maturidade igual ao período de manutenção, aumenta quando as taxas de juros aumentam, mas declina quando as taxas de juros caem. Na Tabela 4 consta, para o exemplo acima, o valor final do investimento em função de alteração das taxas de juros imediatamente após a compra:

Tabela 4: Valor do Investimento de $1.000.000, ao Fim de 8 Anos, em Função de Mudanças nas Taxas de Juros, imediatamente após a Compra dos Títulos.

TAXA DE JUROS (a.a.)	VALOR AO FIM DE 8 ANOS
7%	$ 2.049 mil
8%	$ 2.091 mil
9%	$ 2.136 mil
10%	$ 2.183 mil
11%	$ 2.232 mil
12%	$ 2.284 mil
13%	$ 2.338 mil

2ª Estratégia) O investidor compra *bonds* com valor de face igual ao preço de mercado de $1.000 mil, rendimento 5% a.s., zero *coupon,* maturidade (e *duration*) oito anos. O investimento está imunizado contra qualquer variação nas taxas de juros do período. Graficamente:

Gráfico 8: Risco de Taxa de Juros de um Título Zero *Coupon*, Maturidade e Horizonte Temporal Oito Anos.



Caso o investidor houvesse optado por um título zero *coupon*, mas com maturidade de sete anos, teria o risco de reinvestimento, por um ano, do valor recebido. Já, se houvesse optado por um título igualmente zero *coupon*, mas com maturidade nove anos, estaria sujeito ao risco de que o preço de mercado de seu título, vendido antes do prazo de maturidade, fosse inferior ao valor planejado. Comprando um título com maturidade, *duration* e prazo de manutenção iguais a oito anos, estará imunizado contra o risco de taxa de juros. É este o único modo pelo qual o investidor terá proteção completa contra o risco de taxa de juros.

3ª Estratégia) O investidor opta por uma carteira imunizada contra o risco de taxa de juros pelo método *duration*. Ao igualar o período desejado de manutenção à *duration* do *portfolio*, o investidor estará contrapondo dois tipos de risco: (a) o risco de reinvestimento dos recebimentos anteriores ao prazo de manutenção da carteira, (b) o risco de capital.

As duas oscilações de valor relacionadas acima possuem movimentos opostos. Por exemplo, ao caírem as taxas de juros, cai o retorno do reinvestimento do *coupon*, mas, por outro lado, sobe o preço de mercado do título. O instante em que as perdas de reinvestimento cancelam os ganhos de capital da venda dos títulos é a *duration*.

Vamos dar um exemplo numérico de como fazer a imunização de uma carteira, supondo títulos perfeitamente divisíveis. O investidor necessita ter $2.183 mil ao fim de oito anos. Para fazer face a esta obrigação, investe $1.000 mil na combinação de duas *bonds* que possuem, ambas, valor de face igual ao preço de mercado, taxa de *coupon* 10%:

TÍTULO A MATURIDADE = 10 anos ou 20 semestres
DURATION = 13,085321 semestres[42]
VALOR DE FACE = $ 100,00

TÍTULO B MATURIDADE = 20 anos ou 40 semestres
DURATION = 18,017041 semestres
VALOR DE FACE = $ 100,00

Para que a carteira tenha *duration* de 16 semestres (oito anos), é necessária uma combinação de 4.089,93 títulos A e 5.910,07 títulos B ($100,00 x 4.089,93 + $100,00 x 5.910,07 =$1.000 mil), conforme mostra o cálculo abaixo:

$$Dc = \frac{13{,}085321 \times \$\ 408.993 + 18{,}017041 \times \$\ 591.007}{\$\ 1.000.000} =$$

Dc = 16 semestres

Na suposição de que a taxa de rendimento do investimento não se altere ao longo da *duration,* ao fim de oito anos o investidor terá $ 2.183 mil. Caso ela se altere, o investidor terá um valor maior do que esse. A tabela n° 5 mostra o que ocorre, ao longo do tempo, ao valor da carteira, caso a taxa de rendimento até a maturidade varie instantaneamente após a aquisição.

---

[42] $$D = \frac{\frac{\$5}{1{,}05} + \frac{\$5x2}{1{,}05^2} + \frac{\$5x3}{1{,}05^3} + \ldots + \frac{\$5x19}{1{,}05^{19}} + \frac{\$105x20}{1{,}05^{20}}}{\$100}$$

D = 13,085321 semestres
O exemplo foi feito utilizando-se taxa de juros simples.

Tabela 5: Valor da Carteira, para Várias Mudanças em Taxa de Rendimento até a Maturidade

Dc = 8 Anos,

Valor Inicial = 1.000 Mil,

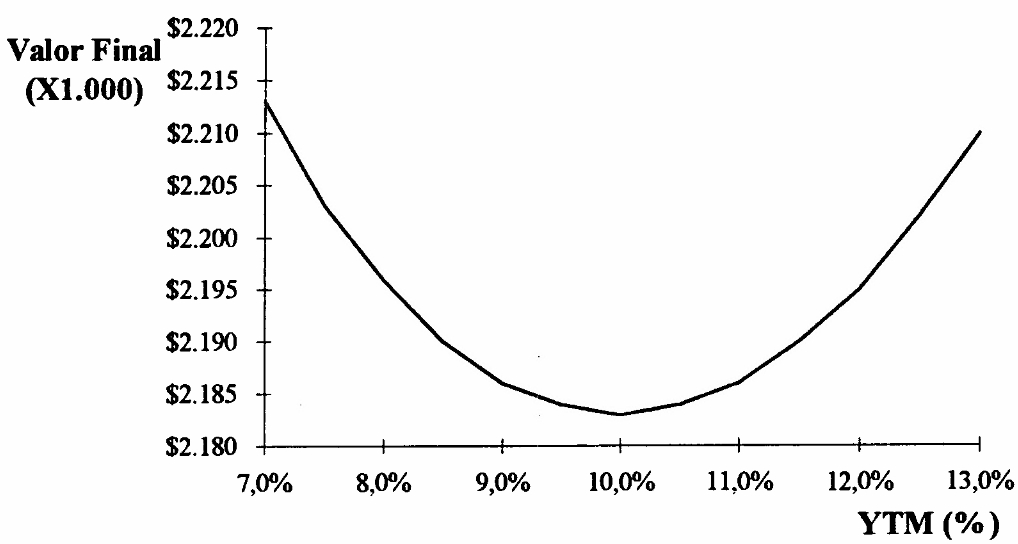
YTM Inicial = 10%

Períodos de 6 meses	VALOR FINAL DA CARTEIRA (x $ 1.000)				
	YTM=7%	YTM=9%	YTM=10%	YTM=11%	YTM=13%
0	1.277	1.181	1.000	928	807
4	1.465	1.289	1.216	1.150	1.038
8	1.681	1.537	1.477	1.424	1.336
12	1.929	1.833	1.796	1.765	1.718
16	**2.213**	**2.186**	**2.183**	**2.186**	**2.210**
20	2.540	2.607	2.653	2.708	2.844
24	2.915	3.109	3.225	3.355	3.658

FONTE: BIERWAG, G.O. *Duration Analysis, ...* p 89.

O Teorema da Imunização proposto por Fisher e Weil mostra que, independentemente do choque (único) que ocorra com a taxa de juros no período da *duration* original, o retorno do investimento será, no mínimo, o esperado à época da aquisição. O gráfico nº 9 abaixo mostra plotados os valores alcançados pela carteira ao fim do período de oito anos, em função da variação da taxa de juros, para o exemplo acima:

Gráfico 9: Acumulação do Investimento como Função Convexa das Taxas de Juros



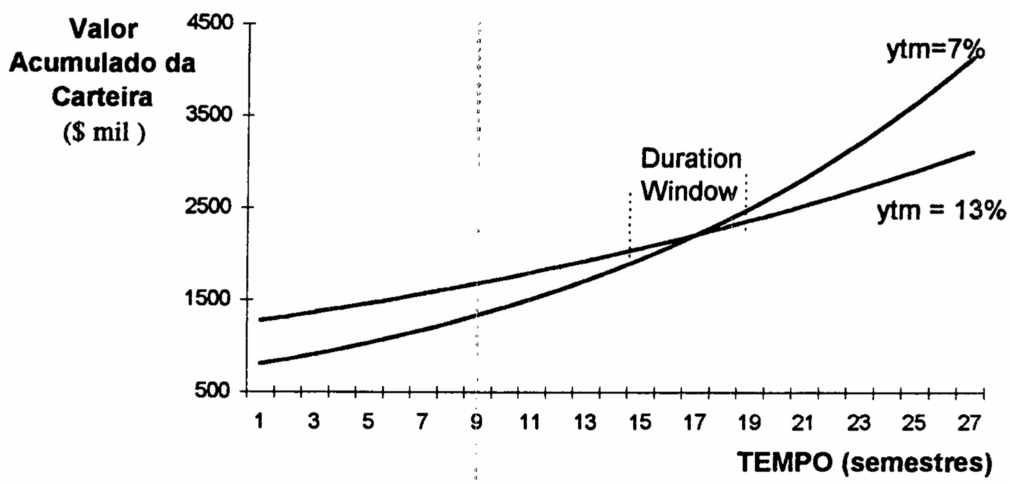
A função-valor final do investimento é estritamente convexa em relação à taxa de juros (ou YTM) e atinge o ponto mínimo no período da *duration*.

Bierwag e Khang[43] provaram que a taxa de retorno mínima ao longo do período de planejamento é maximizada na estratégia de *duration*. Ou seja, no exemplo acima, $2.183 mil é o valor máximo para o qual se pode garantir que a probabilidade de resultado inferior, no período, é nula. Traduzindo as palavras dos autores: "a estratégia de imunização produz um portfólio de *bonds* diversificado para o qual a taxa de retorno mínima ao longo do período de planejamento é maximizada. Conseqüentemente, a taxa de retorno de um portfólio imunizado não pode nunca ser inferior ao observado inicialmente. Imunização é uma estratégia de maximização".

Analisando a estratégia de imunização sob outro prisma, pode-se concluir que, quando há uma mudança na taxa de juros após o investimento, o retorno desejado somente será atingido no momento da *duration*, conforme mostra o gráfico abaixo, com dados tirados da tabela número 5:

[43]BIERWAG, G.O. e KHANG, Chulsoon. *An Immunization Strategy is a Minimax Strategy*. The Journal of Finance, vol XXXIV, nº 2, May, 1979, p 396.

Gráfico 10: Impacto de Mudanças nas Taxas de Juros, na Carteira de Títulos (A e B), para YTM = 7% e YTM = 13%.



Duration é a quantidade de tempo que deve passar antes que os efeitos de uma mudança súbita nas taxas de juros sobre o retorno do reinvestimento cancelem a variação do preço de venda da vida residual do título. Bierwag[44] chama a esta característica de cancelamento de efeitos de *Duration Window.*

---

[44]BIERWAG, G.O. *Duration Analysis*...p 90.

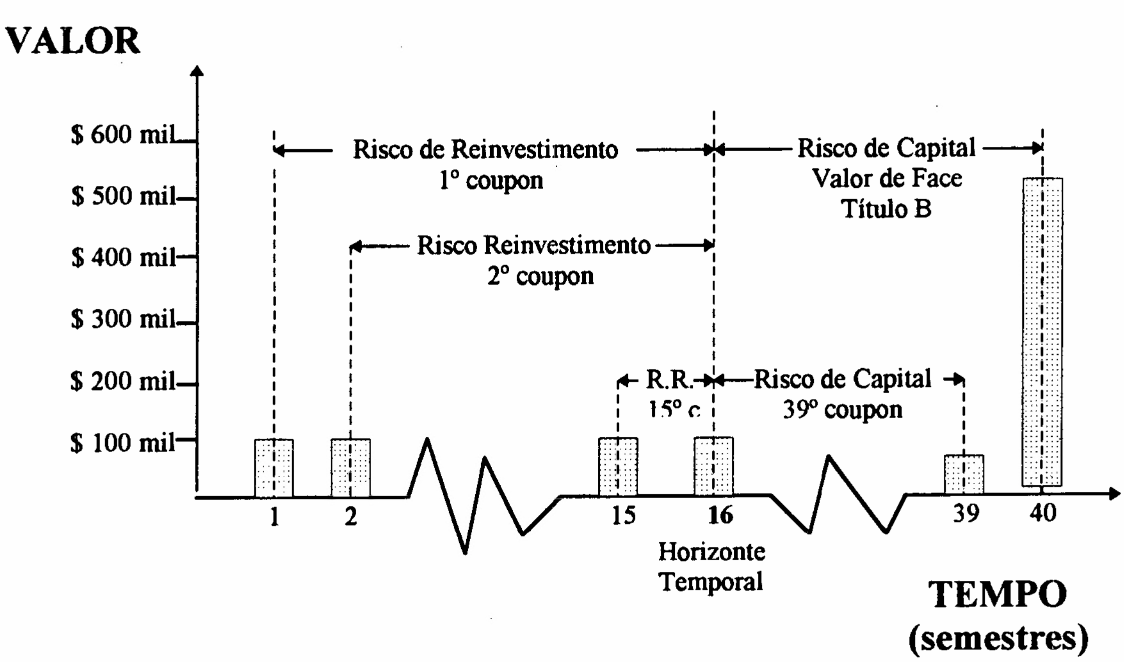
$ 1.000 mil é o valor presente (de compra) da carteira de títulos, adquirida com a taxa de retorno 10%, igual à taxa de juros para o período negociado. Supondo que imediatamente após a compra do título as taxas de juros de mercado caiam para 7%, haverá um aumento imediato no valor do investimento para $ 1.277 mil, mas (supondo ainda que a taxa de juros permaneça constante pelo restante do período), ao fim de oito anos, o valor final do investimento será maior do que o pretendido originalmente.

Se, numa situação inversa, imediatamente após a compra as taxas de juros subirem para 13%. O valor inicial do investimento cairá para $807 mil, mas novamente o montante ao fim de oito anos estará garantido.

A variação das taxas de juros de mercado provoca uma oscilação no resultado, em termos de retorno do investimento, durante toda a vida útil, com exceção do período descrito por Bierwag como *Duration Window*.

Com a finalidade de deixar bem claro este ponto, vamos fazer uma última visualização gráfica da compensação que ocorre com o valor do investimento no período da *duration*.

Gráfico 11: Risco de Taxa de Juros da Carteira (A e B), de *Duration* 8 anos.



No gráfico acima, ao fim de 8 anos, os riscos se cancelam.

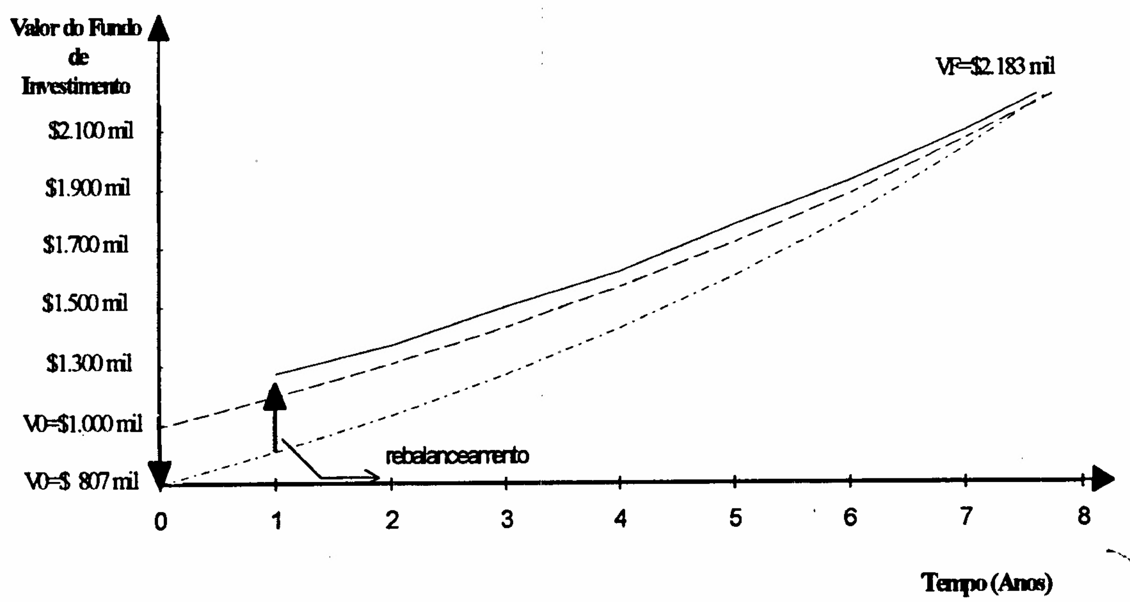
A proteção ao risco de taxas de juros dada pelo casamento dos períodos de manutenção da carteira e da *duration* é transitória para títulos que paguem *coupon*, mas é completa para títulos zero *coupon*. Esta importante diferença do grau de proteção pode ser minimizada através do rebalanceamento periódico da carteira, a fim de manter a compensação entre reinvestimento e preço.

IV.3) Rebalanceamento para Manutenção da Imunização

O rebalanceamento de uma carteira para manutenção da imunização é necessário, porque na prática as mudanças de taxas de juros de mercado são freqüentes e, via de regra, não ocorre apenas uma mudança nas taxas de rendimento até a maturidade do período de manutenção de um título. Em um processo dinâmico com mais de uma alteração nas taxas de rendimento, são necessários ajustamentos periódicos na *duration* do portfólio. Caso a *duration* de uma carteira de *bonds* ao início do período seja D, ao fim do período ela pode não ser igual a (D-1), por 2 razões: (1) à medida que a taxa de rendimento muda, a *duration* do título muda também, e (2), à medida que as maturidades dos títulos diminuem, a *duration* diminui, mas sempre a uma proporção menor (exceção feita a títulos zero *coupon*. Vide gráfico 6, p 65). Esta característica de evolução temporal diferente da maturidade é chamada velocidade da *duration*.

Vamos imaginar, na carteira do exemplo anterior, imunizada originalmente para um período de oito anos, que, imediatamente após a aquisição, a taxa de rendimento até a maturidade do portfólio suba de 10% para 13%, fazendo com que seu valor decresça instantaneamente para $807 mil (tabela nº 5). Se a taxa de rendimento não variar até o fim do período planejado, o valor do portfólio crescerá ao longo da linha pontilhada até um valor um pouco superior a $2.183 mil.

Gráfico 12: Evolução Dinâmica do Processo de Imunização



Agora imaginemos que, decorrido um ano, haja nova alteração na taxa de juros (e rendimento). A *duration* residual da carteira é, neste instante, diferente do horizonte de planejamento residual. Caso não seja feito um rebalanceamento do portfólio para manter a *duration* igual ao restante do período planejado, não se poderá garantir a imunização no período total planejado, mas sim em um período diferente, maior ou menor, que é a nova *duration* do portfólio.

Vamos ilustrar a execução do rebalanceamento de um portfólio através de um exemplo numérico. Suponhamos uma carteira composta de 2 *bonds,* a primeira sendo um título de maturidade 4 anos, 8% de *coupon,* e a segunda, de maturidade 10 anos e 8% de *coupon.* O período desejado para o investimento é de 4 anos. O portfólio deve ser formado de tal modo que a sua *duration* mantenha-se sempre igual ao tempo restante do período de planejamento. Vamos também presumir que a taxa de rendimento até a maturidade varie de 6 em 6 meses. As tabelas abaixo mostram como se desenvolve a dinâmica de rebalanceamento do portfólio.

Informações Necessárias para Implementar a Estratégia de Imunização.

Tabela 6a: Preço e Duration para uma *Bond* com Maturidade 4 Anos, 8% de *Coupon*.

Período de Tempo (em períodos de 6 meses) K	Comportamento Taxa de Rendimento Anual	Maturidade (em períodos de 6 meses)	*Duration* (em períodos de 6 meses)	Preço
0	7,5%	8	7,01190	$101,70
1	7,0%	7	6,25540	$103,06
2	8,0%	6	5,45182	$100,00
3	7,5%	5	4,63226	$101,12
4	8,5%	4	3,77394	$ 99,10
5	8,0%	3	2,88609	$100,00
6	9,0%	2	1,96136	$ 99,06
7	8,5%	1	1,00000	$ 99,76
8	9,5%	0	0,00000	$100,00

Tabela 6b: Preço e *Duration* para uma *Bond* com Maturidade 10 Anos, 8% de *Coupon*, ao longo de 4 Anos.

Período de Tempo (em períodos de 6 meses) K	Comportamento Taxa de Rendimento Anual	Maturidade (em períodos de 6 meses)	*Duration* (em períodos de 6 meses)	Preço
0	7,5%	20	14,24506	$103,47
1	7,0%	19	13,85517	$106,85
2	8,0%	18	13,16567	$100,00
3	7,5%	17	12,72735	$103,10
4	8,5%	16	12,05326	$ 97,14
5	8,0%	15	11,56312	$100,00
6	9,0%	14	10,89259	$ 94,89
7	8,5%	13	10,34692	$ 97,54
8	9,5%	12	9,66719	$ 93,26

Tabela 6c: Proporções B_1 e B_2 dos Valores Investidos respectivamente no Título de Maturidade 4 e 10 anos Necessários para Garantir que a *Duration* Permaneça Igual ao Restante do Horizonte Temporal do Investimento.

Período de Tempo (semestres)	B_1	B_2
0	.86339	.13661
1	.90202	.09798
2	.92894	.07106
3	.95457	.04543
4	.97270	.02730
5	.98687	.01313
6	.99567	.00433
7	1.00000	.00000

Tabela 6d: Ilustração do Processo de Ajustamento da Imunização Dinâmica

Em K=0: V_1 = $ 863.392,90 n_1 = 8.489,55

V_2 = $ 136.607,10 n_2 = 1.320,21

V = $1.000.000,00

Em K=1: *Coupon* recebido = $ 39.239,01

Comprar 746,40 *bonds* "curtas"; vender 352,66 *bonds* "longas"

Valor do Investimento:	V_1=$ 951.831,85	n_1 = 9.235,95
	V_2=$ 103.387,30	n_2 = 967,55
	V =$1.055.219,15	

Em K=2: *Coupon* recebido = $ 40.813,99

Comprar 621,58 *bonds* "curtas"; vender 213,44 *bonds* "longas"

Valor do Investimento:	V_1=$ 985.753,20	n_1 = 9.857,53
	V_2=$ 75.410,67	n_2 = 754,11
	V =$1.061.163,87	

Em K=3: *Coupon* recebido = $ 42.446,55

Comprar 686,84 *bonds* "curtas"; vender 261,95 *bonds* "longas"

Valor do investimento:	V_1=$1.066.255,73	n_1 = 10.544,37
	V_2=$ 50.741,83	n_2 = 496,16
	V =$1.116.997,56	

Em K=4: *Coupon* recebido = $ 44.146,12

Comprar 614,67 *bonds* "curtas"; vender 171,6 *bonds* "longas"

Valor do Investimento:	V_1=$1.105.837,03	n_1 = 11.159,04
	V_2=$ 31.041,83	n_2 = 319,56
	V =$1.136.878,86	

Em *K=5:* *Coupon* recebido = \$ 45.914,40

Comprar 621,99 *bonds* "curtas"; vender 162,85 *bonds* "longas"

Valor do Investimento:	V_1=\$1.178.103,42	n_1 = 11.781,03
	V_2=\$ 15.670,95	n_2 = 156,71
	V =\$1.193.774,37	

Em *K*=6: *Coupon* recebido = \$ 47.750,97

Comprar 578,43 *bonds* "curtas"; vender 100,64 *bonds* "longas"

Valor do Investimento:	V_1= \$1.224.373,32	n_1 = 12.359,46
	V_2=\$ 5.320,04	n_2 = 56,07
	V =\$1.229.693,36	

Em *K*=7: *Coupon* recebido = \$ 49.662,10

Comprar 552,63 *bonds* "curtas"; vender todas as *bonds* "longas" remanescentes

Valor do Investimento: V=V_1=\$1.288.112,90 n_1 = 12.912,09

Em *K*=8: *Coupon* recebido =\$ 51.648,37

Valor de face das *bonds* "curtas" = \$1.291.208,33

Valor do Portfólio V = \$1.342.857,70

FONTE: BIERWAG, G.O. *Duration Analysis Managing* ...p 102.

A tabela 6d mostra o crescimento do investimento, período a período, e o processo de ajustamento da imunização. Inicialmente em K=0,o valor do fundo investido é de $ 1.000.000, distribuído entre os dois títulos, como indicado. O número de unidades de cada *bond*, tendo um valor de face de $ 100, é encontrado dividindo-se os valores em dólar V_1 e V_2 pelos preços correspondentes nas tabelas 6a e 6b. No período de tempo $K = 1$, 6 meses depois, a taxa de rendimento caiu para 7,0% e o valor dos títulos mantido (cujo número de unidades foi determinado em K = 0) é reavaliado usando-se os preços das tabelas 6a e 6b. Adicionando o *coupon* semestral de $ 4 por título, temos o valor do portfólio após 6 meses.

A realocação dos títulos para a manutenção da *duration* igual ao restante do período de planejamento é conseguida através da realocação de recursos: todo o montante recebido em *coupon* é usado na compra de títulos de 4 anos e alguns títulos de 10 anos são vendidos para compra do título de menor prazo. O processo continua deste modo até o fim do período planejado, de tal modo que, ao fim do prazo de tempo $K = 7$, o valor todo de portfólio estará concentrado nos títulos de 4 anos.

A estratégia ativa de imunização descrita acima força o valor do portfólio através da *Duration Window*.

Resta responder qual o resultado do investimento, caso o rebalanceamento não fosse feito com tanta freqüência. O retorno poderia não estar protegido na *Duration Window*, e ser maior ou menor do que o previsto. De acordo com Toevs[45], em uma abordagem restrita, o rebalanceamento deveria ser feito toda vez que é recebido um fluxo de caixa, mas resultados aceitáveis normalmente são obtidos em rebalanceamentos menos freqüentes.

[45]TOEVS, A.L. *Uses of Duration Analysis of the Control of Interest Rate Risk,* em PLATT,R.B. Controlling ... p 37.

IV.4) *Duration* como Medida de Elasticidade Preço/Taxa de Juros

Em 1973, Hopewell e Kaufman[46] diferenciaram o preço de uma *bond* com relação à taxa de juros e obtiveram a equação abaixo (cuja dedução encontra-se no Anexo 2):

$$\frac{dP}{P} = -D\frac{di}{(1+i)} \quad \text{, onde:} \qquad (11)$$

i = rendimento até a maturidade utilizado para calcular o preço P do título,

di = uma mudança na taxa de rendimento,

dP = mudança correspondente no preço.

A fórmula acima mostra que o preço de uma *bond* muda na proporção inversa à mudança nas taxas de juros (considerando todos os pagamentos descontados pela taxa de rendimento até a maturidade), em que o fator de proporcionalidade é a *duration*. Assim, para uma dada mudança nas taxas de desconto, a mudança no preço das *bonds* será tão maior quanto maior a *duration* da *bond*.

[46]HOPEWELL, M.H. & KAUFMAN, G.G. *Bond Price Volatility and Term to Maturity...* p 751. Ver também FISHER, Lawrence. *An Algorithm for Finding Exact Rates of Return.* The Journal of Business, 39, nº1, jan.66, p 113.

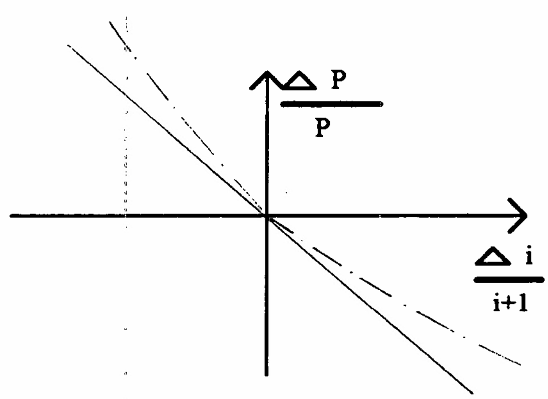
Volatilidade de preço é vista como risco de preço, *duration* pode ser então encarada como uma medida do risco de taxa de juros, e esta é uma das grandes utilidades, se não a maior, da MD.

Para mudanças não infinitesimais nas taxas de juros, a equação (11) pode ser reescrita:

$$\frac{\Delta P}{P} \cong -D\frac{\Delta i}{(1+i)} \qquad (12)$$

O símbolo ≅ significa que a igualdade entre os dois lados da equação é aproximadamente correta. Graficamente:

Gráfico 13: Aproximação das Mudanças Percentuais nos Preços de *Bonds*, em Função de Alterações na Taxa de Juros, Utilizando-se *Duration*



A relação verdadeira entre $\Delta P/P$ e $\Delta i/(1+i)$ é mostrada pela reta contínua no gráfico acima. A equação 12 é uma aproximação desta relação e é mostrada em linha tracejada. Na origem, as duas linhas são tangentes e, para variações infinitesimais da taxa de rendimento , o erro da estimativa da mudança percentual dos preços também é pequeno.

A despeito das aproximações quantitativas, *duration* pode ser utilizada bastante efetivamente na comparação da mudança percentual dos preços de títulos que possuam diferentes *durations* (abaixo, a tabela 7 mostra, para um caso particular, a ordem de grandeza do erro de aproximação). O título com maior *duration* terá sempre a maior mudança percentual de preços, para uma dada alteração na taxa de juros, independentemente dos erros de estimativa.

Tabela 7: Mudança Percentual no Preço de uma *Bond* ao Par, Taxa de Coupon 10%, Maturidade 10 Anos x Mudança Percentual no Preço Estimado Utilizando-se *Duration*

Mudança Anual na Taxa de Rendimento até a Maturidade (em relação ao valor original)	**Mudança Percentual no Preço (%)**	**Mudança Percentual no Preço Estimada (%)**	**Erro**
200	-11.470	-12.433	.963
175	-10.139	-10.879	.740
150	-8.780	-9.325	.545
125	-7.392	-7.771	.379
100	-5.975	-6.217	.242
75	-4.528	-4.663	.135
50	-3.051	-3.108	.057
25	-1.541	-1.554	.013
-25	1.574	1.554	.020
-50	3.183	3.108	.075
-75	4.826	4.663	.163
-100	6.504	6.217	.287
-125	8.219	7.771	.448
-150	9.971	9.325	.646
-175	11.761	10.879	.882
-200	13.590	12.433	1.157

FONTE: BIERWAG, G.O. *Duration Analysis... p 64.*

O relacionamento entre *duration* e preço simplifica o processo de precificação de *bonds*, permitindo que as complexas regras de precificação dos títulos se transformem em uma que pode ser utilizada sem exceções. Bierwag, Kaufman e Toevs[47] salientam que a única regra completa e precisa é a de que, quanto maior a *duration*, maior a volatilidade proporcional do preço para uma dada mudança na taxa de rendimento até a maturidade.

Hopewell e Kaufman[48] salientam que, já que preço de *bonds* é relacionado à *duration*, é muito mais útil derivar curvas de taxa de rendimento, em relação a esta medida do que à maturidade, como é usualmente feito. Ainda segundo os autores, esta razão pode explicar o limitado sucesso dos teste empíricos que tentam validar as diferentes teorias da estrutura a termo de taxas de juros (vide capítulo I).

---

[47]BIERWAG, G.O., KAUFMAN, George G. & TOEVS, Alden. *Duration: Its Development and Use in Bond Portfolio Management*. Financial Analysts Journal, july/august 1983, p 18.
[48]HOPEWELL, M.H. & KAUFMAN. G.G. *Bond Price Volatility ...p 752.*

Vamos mostrar a aplicação prática da *duration* como medida de elasticidade de uma *bond* ou de uma carteira de *bonds*. Supondo um banco comercial com a seguinte carteira de ativos e passivos de renda fixa:

Tabela 8: Elasticidade Preço/Taxa de Juros dos Títulos de Renda Fixa de um Banco Comercial

ATIVOS	$	*Duration* (anos)	PASSIVOS	$	*Duration* (anos)
Disponível	100	0	CD (1 ano)	600	1,00
Empréstimos	400	1,25	CD (5 anos)	300	5,00
TOTAL				900	2,33
Títulos	500	7,00	Patrimônio Líquido	100	
TOTAL	1.000	4,00		1.000	

FONTE: KAUFMAN, George G.. *Measuring and Managing Interest Rate Risk: A Primer*. Federal Reserve Bank of Chicago, Economic Perspectives, jan/feb 1984.

O diferencial de *duration* da carteira acima é de 1,90 anos (D_{dif} = 4,0 - 0,9x2,33 = 1,90 anos).

Em uma carteira com elasticidade positiva como a do exemplo, qualquer mudança nas taxas de rendimento até a maturidade dos títulos componentes causará uma mudança simultânea (ampliada, neste caso, 1,9 vezes) e de sentido oposto no valor da carteira.

Caso a taxa de rendimento da carteira acima mude de 11% para 12% a.a., a mudança no valor da carteira será aproximadamente de:

$$\frac{\Delta P}{P} \cong -1{,}9x\frac{0{,}01}{1{,}11} \cong -0{,}017 ou\ -17\%$$

Quando o descasamento das *durations* de ativos e passivos é negativo, um aumento de taxas de juros causa um aumento do valor da carteira, enquanto uma redução das taxas leva a uma diminuição do referido valor. Quando o descasamento *duration* é zero, no entanto, o valor de mercado do título estará imunizado contra mudanças nas taxas de juros, já que alterações no valor dos ativos serão exatamente contrabalançadas por alterações no valor dos passivos.

Um termo que vem sendo crescentemente utilizado acadêmica e praticamente é *duration* modificada. É definida como a proporção entre a mudança percentual de preço conseqüente da mudança na taxa de rendimento. MD e *duration* modificada são ligadas através de uma relação simples:

$$D\,\text{mod} = \frac{MD}{(1+i)} \qquad (13)$$

A *duration* modificada também é uma medida de elasticidade e reflete a correlação negativa entre uma mudança na taxa de rendimento e a conseqüente alteração de preço.

V) CRÍTICAS E VALIDAÇÕES À MACAULAY *DURATION*

A medida tem gerado considerável controvérsia. Relacionamos abaixo as principais discussões, seus pontos fortes e fracos, limitações e validações.

V.1) Macaulay *Duration* X *Durations* Alternativas

Não só a Macaulay *Duration,* mas as demais medidas de *duration* que surgiram posteriormente presumem um processo estocástico[49] de comportamento da curva de taxas de juros conhecido. Os críticos de *duration* argumentam que se pretende eliminar o risco de taxa de juros, partindo de um pressuposto que contém, por si, risco (de que ela não se comporte conforme previsto). Caso os processos estocásticos das mudanças na estrutura a termo de taxa de juros fossem conhecidos a *priori,* poderiam ser definidas medidas de *duration* adequadas para cada caso e este risco residual, ou de processo, não existiria.

---

[49] A curva que forma a estrutura a termo de taxa de juros é sujeita a alterações ao longo do tempo. Processo estocástico é um modo de representar o impacto das informações futuras (desconhecidas) na curva de taxa de juros futura. Um processo estocástico pode ser formulado em função de uma ou mais variáveis.

Nos últimos 20 anos foram desenvolvidas diversas formulações de *duration* em função de diferentes pressupostos a respeito do comportamento futuro da curva de taxa de juros (a relação das principais medidas, com referência bibliográfica, consta do anexo 3).

A medida de *duration* proposta por Macaulay parte do pressuposto de que qualquer mudança da curva de taxa de juros se dá de forma aditiva, ou seja, a curva desloca-se paralelamente, conforme visto no anexo 1. Considera também que a curva é plana ao usar taxa de rendimento do título em vez de taxas pontuais de juros, para calcular o valor presente do fluxo futuro de pagamentos. Quando a estrutura a termo de taxa de juros não é plana (como ocorre geralmente), as mudanças nas diversas taxas de desconto dos períodos não são unicamente relacionadas à mudança na taxa de rendimento até a maturidade. Do mesmo modo, a uma dada mudança na taxa de rendimento, pode corresponder uma grande variedade de alterações nas taxas de desconto.

A equação de Macaulay provê, então, uma medida acurada da mudança no preço de *bonds* apenas para alterações nas taxas de rendimento; não é uma medida da mudança proporcional no preço de bonds conseqüente de todo o escopo de mudanças possíveis nas taxas de desconto.

De fato, Ingersoll, Skelton e Weil[50] provaram que a MD somente é uma medida correta do risco quando a estrutura a termo de taxa de juros é plana. Ainda segundo os autores, a definição de *duration* proposta por Macaulay somente é aceitável como medida do risco, em caso de curvas de juros não planas, quando todas as mudanças na curva forem infinitesimais e de magnitude constante.

As muitas maneiras de definir um processo estocástico contêm diversos graus de complexidade. Quando um processo é bom o suficiente para explicar o movimento da curva, depende de dois fatores: (1) qual o propósito da definição e (2) o critério subjetivo do investidor de "bom o suficiente". É importante ressaltar que cada medida de *duration* é absolutamente fidedigna apenas para as mudanças na curva de taxa de juros previstas na sua formulação.

---

[50] INGERSOLL, Jonathan E., SKELTON, Jeffrey & WEIL, Roman. *Duration Forty Years Later.* Journal of Financial and Quantitative Analisys, nov. 1978, p 631.

A despeito de a escolha do processo ser um procedimento arbitrário, simplicidade deve ser uma das linhas de definição da escolha da *duration* adequada.

Segundo Bierwag, Kaufman e Toevs[51], infelizmente, os testes empíricos a respeito do assunto foram dificultados pelos relativamente longos horizontes de investimento tipicamente usados em estratégias de imunização, comparados ao período relativamente curto desde que estratégias de imunização foram introduzidas, e pela pobreza dos dados históricos. Os testes foram, então, geralmente feitos com base em dados simulados. Os resultados sugerem que a medida MD comporta-se razoavelmente bem em comparação com *durations* mais sofisticadas e, devido à simplicidade, aparenta boa relação custo-benefício.

Bierwag[52] , com base em pesquisa de estudos empíricos, afirma que, na ausência de evidências em contrário, MD é uma boa medida de risco.

[51] BIERWAG, G.O., KAUFMAN, George G e TOEVS,Alden. *Duration: Its Development and ...* p 29.
[52] BIERWAG, G.O. *Duration Analysis: Managing Interest ...* p 279.

Toevs[53] salienta que, para instituições que trabalham com imunização, ou seja, *duration* de ativos e passivos igual, a aproximação dos pressupostos da medida de *duration* utilizada com a realidade econômica não é tão importante. Mas, segundo o autor, o uso de fórmulas inapropriadas de *duration* traz sérias conseqüências para administradores agressivos. Administradores que assumem exposição ao risco de taxa de juros com base em previsões feitas podem estar com posições perante o risco diferentes da que supõem, devido a erros de estimativa de *duration*. Ele sugere que administradores trabalhem com medidas de *duration* que utilizem a curva de taxa de juros pontuais para descontar os fluxos de caixa individuais, em vez de descontá-los pela taxa de rendimento até a maturidade. Segundo o autor, o processo randômico presumido continua relativamente simples e a utilização de fórmulas mais realistas possui relação benefício/custo positiva.

[53] TOEVS, L. *Uses of Duration Analysis*... em PLATT, R.B. *Controlling Interest* ... p 42.

Como se vê, não existe, entre os estudiosos, unanimidade a respeito de qual a melhor medida, mas a velocidade no progresso dos estudos nos indica que o conceito não será apenas útil, mas instrumento necessário para qualquer investidor, administrador de portfólio ou instituição financeira no futuro.

V.2) Macaulay *Duration* X Risco de Imunização[54]

A medida MD presume que as mudanças da curva de taxa de juros serão paralelas e, em teoria, não é capaz de prover imunização quando a curva não se comporta conforme o esperado. Quantificar o risco de imunização é o primeiro passo para reduzi-lo.

Fong e Vasicek[55] estudaram o risco de imunização e chegaram à conclusão de que se pode ter relativo controle sobre ele. Segundo os autores, a exposição a uma alteração arbitrária na curva de taxa de juros é determinada por algumas características da carteira. Eles mostraram que existe um limite mínimo para as mudanças no valor de um portfólio imunizado, para uma alteração arbitrária nas taxas de juros. Este limite mínimo é produto de dois termos. Um deles depende apenas do tipo e magnitude da mudança das taxas e o outro depende da estrutura do portfólio. Este segundo termo provê a medida desejada do risco de imunização.

---

[54] Risco de imunização é resultante da adoção de medidas de *duration* que partam de pressupostos determinados e não necessariamente acertados do comportamento futuro da curva de taxa de juros.
[55] FONG, H.Gifford & VASICEK, Oldrich A. *A Risk Minimizing Strategy for Portfolio Imunization.* The Journal of Finance, vol. XXXIX, nº 5, dec. 1984, p 1.542.

O conceito de como os valores finais de dois portfólios de igual *duration* podem ser afetados diferentemente por uma alteração da curva de taxa de juros pode ser melhor entendido através de um exemplo. Suponhamos dois portfólios de igual *duration* e horizonte temporal. O primeiro é composto de títulos de prazo bem menor e bem maior do que a *duration*. O segundo portfólio é composto de títulos com baixo *coupon* e maturidade próxima à da *duration*. Imaginemos que as taxas de curto prazo caiam e as de longo prazo subam. Ambos os portfólios sofrerão perdas no seu valor final, porque terão perdas de capital aliadas a menores taxas de reinvestimento.

O declínio, no entanto, será substancialmente maior para o primeiro portfólio por duas razões:

- as suas perdas de capital serão bem mais severas, porque ao fim do horizonte temporal (*duration*) a porção de títulos de prazo residual longo é bem maior;

- as menores taxas de reinvestimento serão experimentadas por ele ao longo de maiores intervalos de tempo, de tal modo que suas oportunidades de perda serão maiores.

Os autores quantificaram o limite mínimo da mudança no valor do portfólio ao fim de seu horizonte temporal[56].

$$\frac{\Delta P_T}{P_T} \geq -\frac{1}{2} KM^2, \qquad (14)$$

$$M^2 = \sum_{j=1}^{n} \frac{(sj - T)^2 \, Cf \exp\left(-S_0^t \, i(t)dt\right)}{PVo}, \text{ onde:} \qquad (15)$$

P_T = Valor do portfólio ao fim do horizonte temporal, se as taxas futuras não mudarem,

ΔP_T = mudança no valor do portfólio ao fim do horizonte temporal,

K = constante arbitrária que caracteriza a mudança da curva, independentemente da vontade do investidor,

T = horizonte temporal,

Cf = pagamentos do portfólio,

$\exp\left(-S_0^t i(t)dt\right)$ = função - desconto corrente do termo sj,

sj = períodos de tempo dos pagamentos,

n = número de pagamentos,

PVo = valor inicial do portfólio.

M^2 pode ser vista como uma variança ponderada do período de pagamentos ao longo do horizonte temporal, em que a ponderação é feita pelo valor presente dos pagamentos.

---

[56] FONG, H.G. & VASICEK, O.A. *A Risk Minimizing Strategy* ... p 1.543.

A medida do risco residual M^2, proposta por Fong e Vasicek, não foi unanimemente aceita no mundo acadêmico. Inicialmente Prisman e Shores[57], e posteriormente Bierwag, Fooladi e Roberts[58], provaram teórica e empiricamente que minimizar M^2 não é independente do processo estocástico. Ou seja, o risco de imunização não é perfeitamente mensurado pela medida de dispersão M^2, e a medida que pretende ser um reforço à deficiência conceitual da Macaulay *Duration* é também incompleta.

[57] PRISMAN, Eliezer e SHORES, Marilyn R. *Duration Measures for Specific Term Structure Estimations and Applications to Bond Portfolio Immunization* Journal of Banking and Finance, 12, 1988, p 501.
[58] BIERWAG, Gerald O., FOOLADI, Iraj e ROBERTS, Gordon S. *Designing an Immunized Portfolio: Is M^2 the Key?* Journal of Banking and Finance, 17, 1993, p 1.151.

V.3) *Macaulay Duration*: Condição Suficiente para Imunização dos Fluxos de Entrada X Fluxos de Saída de Caixa?

a) REDINGTON

Até este momento, somente estudamos a medida Macaulay *Duration* com o objetivo de alcançar um determinado valor de liquidação de um portfólio de *bonds* ao fim do horizonte temporal do investidor.

Para muitos investidores a administração de fundos é mais complexa. Normalmente, tem-se um fluxo de entradas de caixa e outro de saídas. Deste modo, o investidor tem, a rigor, muitos períodos de planejamento de horizontes temporais. Um modo óbvio de administrar fundos para múltiplos períodos de planejamento é estabelecer fundos de investimento para cada um deles. Para muitos investidores, esta é uma alternativa inviável.

Redington[59] estudou uma estratégia de investimentos que fosse capaz de garantir a uma companhia de seguros a liquidez necessária, em datas futuras, para fazer frente às obrigações de passivo, independentemente da mudança (paralela) que ocorresse na curva de taxa de juros. Ou seja:

$N = A - L \geq 0$, onde: (16)

L = fluxo de saídas de caixa[60]

A = fluxo de entradas de caixa

Redington mostrou que, se os ativos ou seu fluxo de caixa fossem escolhidos de modo a satisfazer duas condições, então N nunca chegaria a se tornar um valor negativo. Seguem as condições:

- A *duration* das entradas igualar a *duration* das saídas;
- O valor das entradas de caixa ser mais disperso em torno da *duration* do que o valor das saídas.

---

[59] REDINGTON, F.M. *Review of the Principle of*... p 289.

[60] Redington descontou os fluxos de caixa de acordo com as taxas de juros pontuais. Macaulay, com a taxa de rendimento.

Suponhamos, por exemplo, que um investidor pretenda imunizar sua carteira de ativos e passivos de renda fixa e para isso iguale a *duration* dos ativos à dos passivos. Caso a taxa de juros dos títulos não mude, não haverá problema. Caso a taxa mude uma vez durante o período de planejamento, ele tem, de acordo com o teorema da imunização, garantidos os valores mínimos de seus portfólios de ativos e passivos. Mínimos, mas não máximos. A garantia de que seus passivos não se valorizarão mais do que os ativos é dada pela segunda condição.

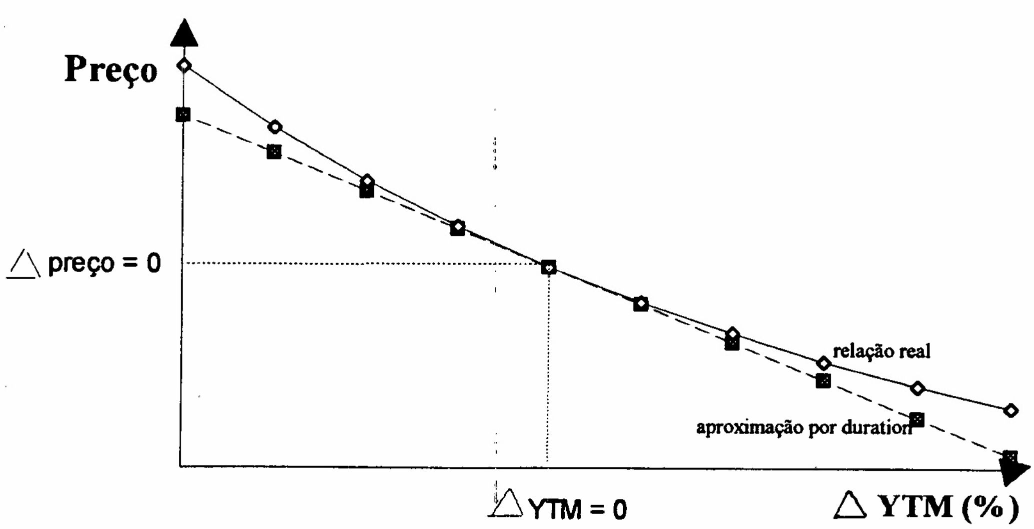
A conclusão a que chegou Redington leva-nos ao problema de que, ao maximizar a dispersão do fluxo de entrada, estaremos aumentando também M^2 , ou seja, a vulnerabilidade dos ativos a uma alteração de valor em função de uma oscilação não paralela na curva da taxa de juros (vide tópico anterior).

Mais recentemente, o problema da administração de fluxos de entrada e saída de caixa tem sido analisado a partir de uma abordagem mais intuitiva. Trata-se do estudo da convexidade da curva do valor presente em função de mudanças nas taxas de rendimento.

b) CONVEXIDADE

Macaulay *Duration*, como medida de elasticidade, mede a alteração percentual aproximada no valor de mercado de uma *bond* para uma mudança na sua taxa de juros (supondo estrutura a termo de taxa de juros plana). Chega bem próximo ao valor real para pequenas variações. Para oscilações crescentes nas taxas de juros, no entanto, a medida vai-se afastando cada vez mais do valor real. A convexidade da curva preço/taxa de juros vai assumindo papel mais representativo à medida que aumentam as oscilações das taxas, conforme se percebe do gráfico abaixo:

Gráfico 14: *Duration* e Convexidade



Duration e convexidade combinadas determinam a variabilidade dos preços, associada a mudança nas taxas de juros. Para avaliarmos o erro de aproximação da *duration* como medida de elasticidade preço/taxa de rendimento, vamos analisar a fórmula da variação exata de preço decorrente de uma mudança marginal nas taxas de rendimento, Δi:

$$\frac{\Delta P}{P}=\frac{dP}{di}\frac{1}{P}\Delta i+\frac{1}{2}\frac{d^2P}{di^2}\frac{1}{P}(\Delta i)^2+\frac{1}{3!}\frac{d^3P}{di^3}\frac{1}{P}(\Delta i)^3+\ldots+ \qquad (17)$$

A expressão matemática acima, conhecida como série de Taylor, simplesmente descreve valor presente como uma soma de diferenciais. Em princípio, há um número infinito de termos nesta expressão, mas presume-se[61] que apenas seus dois primeiros termos sejam significativos. Faz parte do primeiro deles a *duration* modificada:

$$D=\frac{dP}{di}\frac{1}{P}\text{[62]} \qquad (18)$$

[61] Ver CHRISTENSEN, Peter Ove e SORENSEN, Bjarme G. *Duration, Convexity and Time Value.* The Journal of Portfolio Management, winter 1984, p 52, e TOEVS,A.L. *Uses of Duration...* p 59, e DUNETEZ, Mark L. & MAHONEY, Janees M. *Using Duration and Convexity in the Analysis of Callable Bonds.* Financial Analyst Journal, may-june 1988, p 58.

[62] $\frac{dP}{di}=-\frac{1}{(1+i)}\sum_{t=1}^{K}\frac{Cft}{(1+i)^t}$

A convexidade faz parte do segundo termo:

$$C = \frac{d^2P}{di^2}\frac{1}{P} \quad [63] \tag{19}$$

Convexidade é igual a d^2P/dy^2 dividido pelo valor presente do fluxo de caixa. Em sendo assim, representa a mudança percentual em dP/dy, para uma dada alteração na taxa de rendimento. É o termo que leva em consideração a curvatura da relação preço/rendimento.

Enquanto a *duration* modificada mede a sensibilidade do preço de *bonds* a mudanças nas taxas de rendimento, convexidade mede a sensibilidade da *duration* às mudanças nas taxas de rendimento. Sua análise isoladamente não é importante, e não faz sentido comparar convexidade de títulos com diferentes *durations*. Ela deve, na verdade, ser encarada como o ajuste fino a ser feito após o ajuste inicial de *duration*.

---

[63] $\dfrac{d^2P}{di^2} = \dfrac{1}{(1+i)^2}\sum_{t=1}^{K}\left(t^2+t\right)\dfrac{Cft}{(1+i)^t}$

Para *bonds* sem opção de recompra, a convexidade é sempre um número positivo, o que implica dizer que a linha preço-rendimento permanece acima da linha da *duration* (gráfico 14). Levando-a em consideração, a variação de preço decorrente de uma mudança nas taxas de retorno é aproximada pela relação:

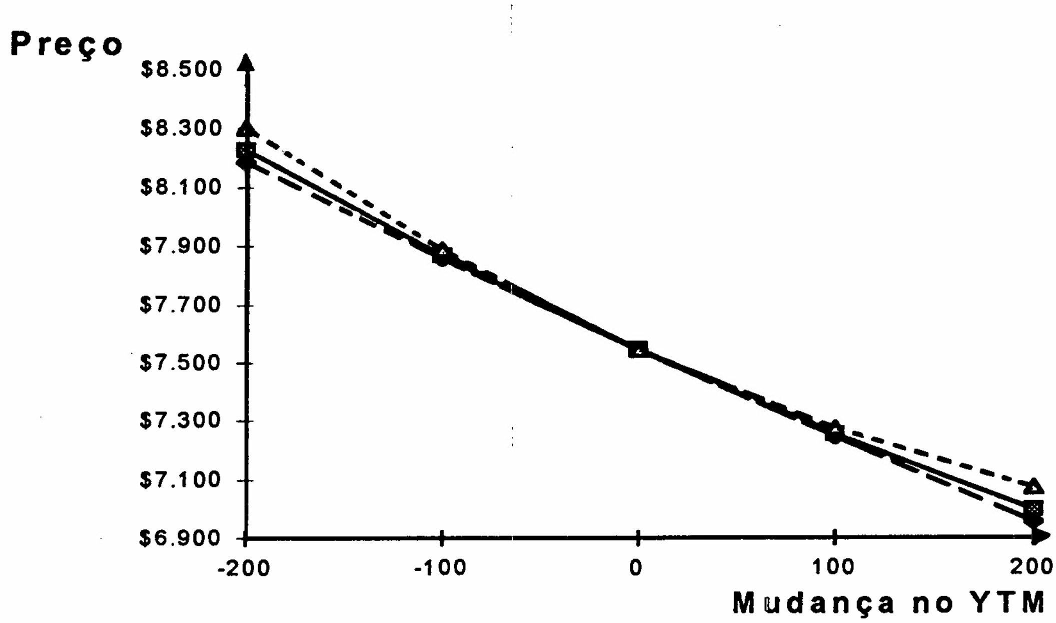
$$\frac{\Delta P}{P} \cong -D_m \; \Delta i + \frac{C(\Delta i^2)}{2} \tag{20}$$

Convexidade positiva implica dizer que o preço cresce a taxas maiores quando o rendimento cai, do que o preço decai quando as taxas crescem. Ela tem efeito substancial apenas para grandes mudanças nas taxas, sendo, portanto, uma medida mais significativa quando o mercado espera altas volatilidades das taxas de juros. Mantidas as demais variáveis constantes, convexidade aumenta com a diminuição da taxa de *coupon* e do nível de taxa de juros, e depende da época de recebimento do fluxo de pagamentos.

Ao igualar a *duration* de ativos e passivos de *bonds,* garanto o valor final mínimo de ambas as contas, mas não a liquidez do conjunto. Esta é obtida através da análise de *duration* e convexidade.

No gráfico abaixo, apresentamos um exemplo do impacto que a convexidade pode ter, para grandes mudanças nas taxas de juros. Trata-se de três portfólios com *duration* virtualmente idêntica, de 4,07 anos, valor de mercado $7.544 mil. A convexidade da primeira carteira é 18, da segunda é 95 e da terceira é 48.

Gráfico 15: Desempenho de Três Carteiras de *Bonds* com *Duration* Similar e Convexidade Diferente para Mudanças nas Taxas de Juros.



FONTE:DUNETEZ,M.L.&MAHONEY,J.M. *Using Duration and...* p 64.

Winkelman[64] menciona os argumentos a favor da compra de títulos com maior convexidade. Segundo ele, entre dois títulos com semelhante *duration*, o administrador deveria "comprar convexidade", pois ele possuiria desempenho melhor do que o de um de menor convexidade, independentemente do que ocorresse com as taxas de juros. Ainda neste mesmo artigo Winkelmann salienta o ponto fraco desta análise: a conclusão acima é tomada com base no pressuposto implícito de que a estrutura a termo das taxas de juros é plana e se move de modo paralelo.

Schnabel[65] menciona ainda que, ao optar por títulos de maior convexidade, o administrador estará assumindo maior risco de imunização. M^2 mede o risco de que um título imunizado contra mudanças paralelas na curva de taxa de juros perca valor devido a uma inversão na curva (vide tópico anterior). De acordo com o autor, convexidade, *duration* e M^2 são relacionadas de acordo com a equação abaixo:

$$M^2 = \text{Convexidade} - \textit{Duration}$$

---

[64] WINKELMANN, Kurt. *Uses and Abuses of Duration and Convexity*. Financial Analyst Journal - sept/oct. 1989, p 72.
[65] SCHNABEL, Jacques A. *Is Benter Better? A Cautionary Rate on Maximizing Convexity*. Financial Analyst Journal, 1990, p 78.

O perigo de maximizar a convexidade é que com ela aumenta a exposição a torções na curva de taxa de juros.

Finalmente, Dunetez e Mahoney[66] recomendam o casamento de *duration* e convexidade para obter portfólios com dispersão de fluxo de caixa similar, que sejam à prova de alterações em taxas de juros e também no formato da estrutura a termo.

[66] DUNETEZ, M.L., & MAHONEY, J.M. *Using Duration and Convexity* ... p 61.

V.4) Análise Risco X Retorno

Uma outra crítica que se pode fazer à Macaulay *Duration* é mais contra o objetivo de imunização do que contra a *duration* em si.

A posição de aversão total é apenas uma no espectro de posturas perante o risco. A ênfase em imunização dada pelo método reflete aspectos computacionais e práticos.

Computacionalmente, fórmulas de *duration* são mais fáceis de derivar resolvendo-as para condições de imunização de cada processo estocástico presumido. No aspecto prático a imunização contra o risco de taxa de juros é importante para alguns investidores como um modo de obter retorno isento de risco. Conforme já mencionado, Bierwag e Khang[67] desenvolveram um modelo formal para mostrar que imunização com *duration* maximiza o retorno mínimo do investidor.

---

[67] BIERWAG, G.O. e KHANG, C. *Immunization Strategy* ... p 396.

A análise da *duration* não fica, no entanto, restrita ao uso em imunização, mas pode ser utilizada na administração de uma estratégia ativa de portfólio de *bonds*. Muitos investidores desejam obter maior retorno do que o garantido por uma estratégia de imunização, e estão dispostos a assumir maior risco, adotando uma estratégia ativa, ou seja, tentando prever taxas de juros e escolhendo um portfólio com *duration* mais longa ou curta do que o período planejado de investimento, de acordo com suas previsões.

A metodologia de *duration* presume que haja um consenso no mercado a respeito dos futuros movimentos da curva de taxa de juros. Investidores devem adotar estratégias ativas apenas quando suas previsões difiram das de mercado.

De acordo com Bierwag[68] , Babcock aproximou a relação entre retorno esperado e taxa de juros prevista através de uma equação linear:

$$E(RJ) = i_{PL} + (1 - \frac{D}{PL})\Delta i_{PL} \text{ , em que:} \qquad (21)$$

$E(RJ)$ = taxa de retorno esperada na *bond J*

i_{PL} = taxa de retorno prometida (para maturidade *PL*)

Δi_{PL} = diferença entre a taxa de retorno prevista e prometida (para maturidade *PL*)

D = Macaulay *Duration*

---

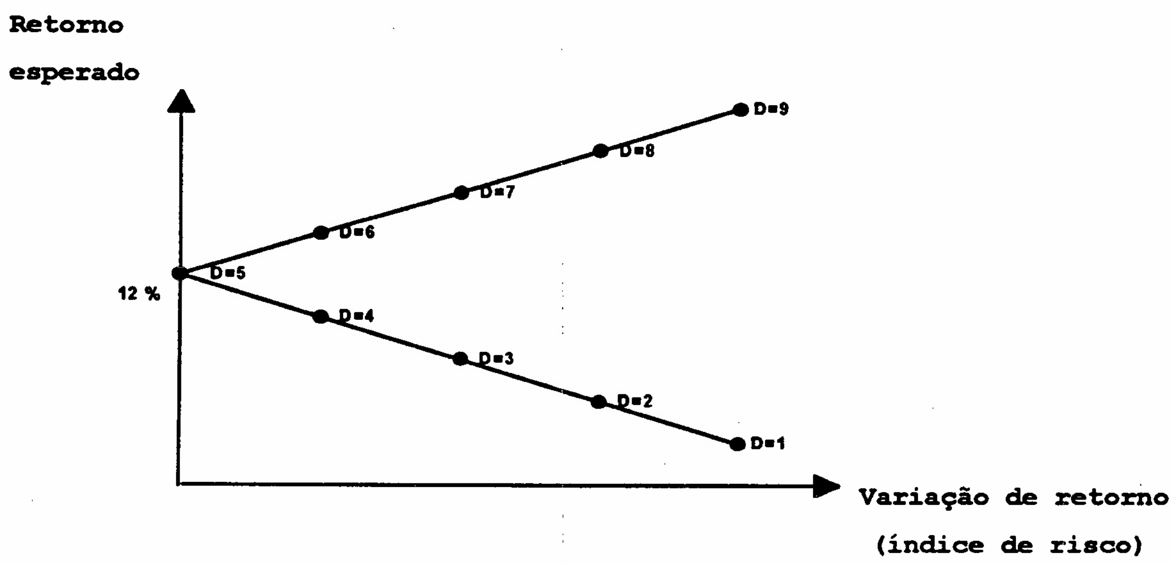
[68] BIERWAG, G.O., KAUFMAN, G.G. & TOEVS, A. *Duration: Its Development and* ... p 24.

Caso um investidor espere que as taxas de juros ao longo do período de planejamento não sofram alterações (Δi_{PL} = 0), a expectativa é de que ele receba o retorno prometido, independentemente da estratégia de *duration* adotada. Se ele deseja imunizar seu portfólio, escolherá uma *duration* igual ao seu período de planejamento (D = PL) e realizará o retorno prometido, independentemente de inesperadas mudanças nas taxas de juros (sempre dentro dos pressupostos adotados). Se ele prevê taxas de juros superiores ao retorno prometido (ΔI > 0), selecionará um portfólio cuja *duration* seja menor do que o horizonte de planejamento. Sua expectativa será a de realizar retorno maior do que o prometido para o horizonte de planejamento. Agirá de modo inverso, caso espere uma queda nas taxas de juros.

Uma estratégia de *duration* ativa pode, deste modo, ser expressa em termos de extensão da *duration* do portfólio em relação ao horizonte de planejamento (D/PL). É fácil perceber que, caso um investidor possua uma carteira com *duration* maior do que o horizonte de planejamento em um contexto de taxas de juros superiores à taxa prometida, o retorno esperado será inferior ao prometido. Esta estratégia é ineficiente.

O retorno realizado para uma dada estratégia *D/PL* depende de quão acuradas sejam as previsões de taxas de juros.

Gráfico 16: Risco de Taxa de Juros X Retorno Esperado, Conseqüentes da Utilização de Estratégias Ativas.



FONTE: TOEVS, A. *Uses of Duration Analysis...* p 52.

A figura acima foi construída usando-se a equação número 21 e o pressuposto de que a taxa declina 100 pontos-base com 80% de probabilidade e aumenta 100 pontos-base, com 20% de probabilidade, para um investidor com horizonte de planejamento de 5 anos (a estratégia isenta de risco tem *duration* 5 anos). A taxa de retorno para um portfólio imunizado é de 12% ao ano.

Imaginemos agora que a probabilidade de que a taxa de juros decline e suba, percebida pelo investidor, seja respectivamente de 90% e 10%. A declividade das duas retas do gráfico acima aumentará, indicando que a mesma estratégia se torna menos arriscada à medida que as previsões tornam-se mais prováveis.

De acordo com Bierwag[69] , as fronteiras eficientes risco x retorno obtidas para *bonds* com auxílio da *duration* não diferem grandemente das derivadas através do CAPM (Capital Asset Pricing Model) para ações, exceto pelo fato de que, na primeira, a taxa isenta de risco é função do horizonte de planejamento do investidor. Deste modo, o mesmo título pode possuir diferente expectativa de retorno e graus de risco para diversos investidores; e fronteiras risco x retorno eficientes podem diferir entre os investidores.

---

[69] BIERWAG, G.O., KAUFMAN, G.G. & TOEVS, A. *Duration: Its Development and ...* p 26.

Um investidor pode escolher eliminar o risco sistemático de taxa de juros de um título, mantendo sua *duration* igual ao horizonte de planejamento (imunização). Como o risco não sistemático pode ser eliminado através de diversificação (que não é possível em caso de risco de crédito), investidores podem ter portfólios completamente isentos de risco. Um maior aprofundamento no tema foge ao objetivo da monografia. A quem deseje se aprofundar no assunto, sugerimos o livro de Bierwag[70] .

[70] BIERWAG, G.O., *Duration Analysis Managing* ... p 117.

V.5) Restrição de Aplicação : *Bonds* Sujeitas a Risco de Crédito

Toda a análise de *duration* presume que a única fonte de risco em *bonds* provém de inesperadas mudanças nas taxas de juros. Na prática, os administradores de *bonds* levam em consideração outros tipos de risco, em particular o de crédito.

Investidores demandam prêmios pela aplicação de capital em *bonds* sujeitas a risco de não pagamento. Deste modo, o retorno nominal nestas *bonds* excede o retorno livre de risco esperado. Mesmo que o mercado quantifique corretamente o prêmio, de modo que ele reflita as perdas de não pagamento, a utilização da análise de *duration* para este tipo de *bond* é restrita.

A despeito da consideração de que o valor da perda de não pagamento é conhecida à época da compra da *bond*, a data de ocorrência do *default* é uma incógnita. Diferentes épocas de não pagamento geram medidas diversas de *duration*.

Na ausência de informações a respeito do processo estocástico de perdas por não pagamento, *durations* erradas podem ser computadas. Por este motivo, a aplicabilidade da análise MD restringe-se a *bonds* isentas de risco de crédito[71] .

Dym[72] salienta que, em países em desenvolvimento, o risco de crédito é mais substancial, já que nesses casos as *bonds* são normalmente emitidas em moedas diferentes da do país emissor. O autor propõe, para esses casos, uma abordagem mais abrangente do risco do que a MD, através do reconhecimento do risco de crédito implicitamente presumido pelo mercado. Para isto derivou uma medida de *duration* que estima a reação no preço das *bonds* a mudanças na realidade do crédito do país (*duration* de crédito). Com ela, um investidor estaria possibilitado de comparar o risco de crédito quantitativamente entre países em desenvolvimento. Finalmente, o autor pretende superar o problema da insuficiência de dados da época de ocorrência do *default*, utilizando a visão do mercado da probabilidade de não pagamento das *bonds* em cada período.

---

[71] BIERWAG, G.O. & KAUFMAN, George G. *Durations of Non-Default-Free Securities.* Financial Analysts Journal, july-aug. 1988, p 43.
[72] DYM, Steven. *Identifying and Measuring the Risks of Developing Country Bonds.* The Journal of Portfolio Management, winter 94, p 62.

VI) CONCLUSÕES

A partir do colapso dos acordos monetários, em fins da década de 60, a volatilidade das taxas de juros vem alcançando patamar sem precedentes. No novo cenário econômico não é prudente nem rentável manter títulos de renda fixa como uma âncora segura, imune a reavaliações.

O administrador financeiro tem hoje a sua disposição grande espectro de instrumentos financeiros, chamados derivativos, que podem ser utilizados para controlar a posição de risco desejada em uma carteira.

A volatilidade das taxas de juros, aliada à proliferação de novos instrumentos financeiros, que facilitam e viabilizam a administração da carteira, levou ao desenvolvimento de modelos de mensuração do risco de taxa de juros, entre eles a Macaulay *Duration*.

Modelos são abstrações da realidade. São baseados em pressupostos reconhecidamente falsos e em relações matemáticas aproximativas. Por estes motivos, sua aceitação é, por si só, fonte de risco. A despeito desse fato, são necessários para estimar o risco de taxa de juros em carteiras mais complexas.

As críticas mais importantes à Macaulay *Duration* referem-se a seus pressupostos, distantes, na maior parte das vezes, de realidades econômicas: (1) a curva de taxa de juros se moverá paralelamente, e (2) fica adotada a taxa interna de retorno para descontar fluxos de caixa futuros. Conforme mencionamos, o risco introduzido pelo pressuposto de que o processo estocástico futuro é conhecido, chamado risco de processo, pode ser mensurado e minimizado com o auxílio da medida de dispersão de fluxo de caixa M^2.

As pesquisas com o objetivo de minimizar as limitações da medida resultaram também no cálculo de convexidade, que reavalia a aproximação da *duration* como medida da elasticidade do preço conseqüente de uma variação de taxa de juros.

Ambos os conceitos descritos acima são auxílios contra restrições da medida. Deve-se ressaltar, no entanto, que uma medida não se justifica pelos pressupostos, mas pelo seu grau de capacidade de mensurar a realidade econômica. De acordo com Bierwag[73], as pesquisas empíricas sobre o tema têm mostrado que:

- a estratégia de *duration* tem gerado retornos consistentemente mais próximos do esperado do que a estratégia de igualar a maturidade do investimento à do horizonte temporal do investidor;

- o resultado das diversas medidas mais sofisticadas de *duration* não difere grandemente da Macaulay *Duration;*

- quanto mais comprimido for o fluxo de caixa em volta da medida de *duration,* mais bem-sucedida é a administração do risco (menor a variabilidade dos retornos).

[73]BIERWAG, G.O. *Duration: Its Development and Use* ... p 28.

As evidências das pesquisas sugerem que perdas decorrentes do erro ao identificar o processo estocástico e conseqüente adoção de risco de processo são razoavelmente pequenas. Por fim, ainda segundo Bierwag, há evidências de que a medida de Macaulay, relativamente mais fácil de computar do que as demais *durations*, é mais eficaz, economicamente.

Outra limitação da análise por *duration* é a de que ela mede o risco de taxa de juros apenas em títulos isentos de risco de crédito, já que, em sendo o momento da ocorrência do não pagamento desconhecido, sua *duration* também o é. A incapacidade da análise em fazer a conexão entre risco de taxa de juros e crédito é tão mais importante quanto maior for a relação causa-efeito entre os dois tipos de risco.

Langsam e Tatevossian[74] salientam que, ao diminuir o risco de taxa de juros, o administrador pode estar exacerbando outros riscos, particularmente o de crédito. Em grande parte dos casos, usa-se como mecanismo de proteção contra o risco de taxa de juros instrumentos chamados derivativos, cujos preços são determinados menos por oferta e procura e mais pelos preços dos títulos nos quais se baseiam. Como estimar as características de risco destes instrumentos é função do modelo usado para precificá-los. Se os pressupostos em que se baseia o modelo são inconsistentes com a realidade de mercado, então estes instrumentos podem comportar-se muito diferentemente das expectativas. Ao tentar eliminar o risco de taxa de juros, utilizando instrumentos chamados derivativos, o investidor pode estar exacerbando o risco de crédito.

No aspecto prático, é uma medida trabalhosa. Requer dados completos de cada título e um contínuo monitoramento e ajuste da *duration* da carteira (conforme já mencionamos, a *duration* muda com as mudanças nas taxas de juros, e a *duration* de ativos pode oscilar diferentemente da de passivos, requerendo constante monitoramento).

---

[74]LANGSAM, J. & TATEVOSSIAN, L. *Fixed Income Risk* ... do livro *The Handbook of* ... p 714.

Não é uma análise fácil nem barata, e o resultado da proposição custo/benefício da análise MD deve ser avaliado para o caso de cada usuário individualmente.

O conceito de *duration* é extremamente válido por traduzir rápida e precisamente a conseqüência de uma alteração nas taxas de juros sobre o preço de uma carteira de *bonds*, com clara vantagem sobre as tradicionais, complicadas e ambíguas regras de precificação de *bonds*.

Duration pode ser utilizada para construir um portfólio de *bonds* imunizado ou para ajudar o administrador interessado em aumentar o retorno esperado, adotando deliberadamente uma exposição ao risco de taxa de juros.

As pesquisas e discussões em torno da Macaulay *Duration* têm-se avolumado nos últimos anos, mesmo porque é uma análise que está longe de deter aceitação unânime entre acadêmicos e usuários. A conclusão a que se pode chegar é de que a análise MD não é conceitualmente perfeita, mas é capaz de sintetizar com alto grau de precisão o efeito da variação da taxa de juros sobre um forte espectro de títulos de renda fixa.

VII) ANEXOS

VII.1) Anexo 1: Prova do Teorema da Imunização

Fisher e Weil[75] foram os primeiros a provar o teorema da imunização. Definiram inicialmente Aa como sendo a riqueza terminal prometida ou esperada de um investimento em *bonds* e Ab como sendo a riqueza atual ou realizada por seguir a estratégia de imunização. Os autores mostraram que, sempre que o pressuposto a respeito da curva da taxa de juros se mantiver (a curva pode-se deslocar paralelamente, mas não mudar de forma), a proporção Ab/Aa é maior ou igual a um. Deste modo, provaram que a estratégia de igualar *duration* ao período de manutenção resulta em imunização.

[75] FISHER, L. & WEIL, R. *Coping With...* p 426.

Presumindo que os investimentos sejam feitos no tempo to, quando a função taxa de juros é ia(t), e que, imediatamente após, a função mude para ib(t). Seja:

Pa = o valor em moeda para o investimento inicial em *bonds* no tempo to;

Aa = o valor esperado ou prometido da riqueza terminal (de Pa) no tempo t;

$$Aa = Pa.\exp\left[\int_{t_0}^{T} ia(t)dt\right] \quad \text{,em que:} \qquad (22)$$

ia(t)= função particular i(t) para o período t_0 a T

Ab = riqueza terminal realizada ou atual do *portfólio* ao tempo T

Se as taxas de juros não mudarem, então Ab=Aa ou Ab/Aa = 1. Vamos supor agora que haja, disponível no tempo to, um título de um único pagamento e que mature no tempo T:

$$Aa = Pa.\exp\left[\int_{to}^{T} ia(t)dt\right] \qquad (23)$$

Vamos presumir que o investimento Pa tenha sido feito imediatamente antes da mudança da taxa de juros para ib(t). Teremos:

$$Pb = Aa.\exp\left[-\int_{to}^{T} ib(t)dt\right] \tag{24}$$

$$Pb = Aa\left\{\exp\left[-(T-to)\Delta - \int_{to}^{T} ia(t)dt\right]\right\} \tag{25}$$

Desde que:

$$Pa = Aa.\exp\left[-\int_{to}^{T} ia(t)dt\right] \tag{26}$$

Então:

$$Pb = Pa.\exp\left[-(T-to)\Delta\right] \tag{27}$$

Ainda:

$$Ab = Pb.\exp\left[\int_{to}^{T} ib(t)dt\right] \qquad (28)$$

$$Ab = Pa.\exp[-(T-t_0)\Delta].\exp\left[\int_{to}^{T} ib(t)dt\right] \qquad (29)$$

$$Ab = Pa.\exp\left[\int_{to}^{T} ia(t)dt\right] \qquad (30)$$

Deste modo teremos Aa=Ab ou Ab/Aa=1. O *portfólio* composto de um único pagamento no tempo T estará, deste modo, imunizado. O retorno será igual ao prometido, mesmo que as taxas de juros mudem após a compra.

Admitamos agora que o horizonte temporal do investimento permaneça no tempo T e que só haja disponíveis no mercado para aplicação no tempo to dois tipos de *bonds*, ambos com pagamento único, um no tempo $t_1<T$ e outro no tempo $t_2>T$. Um investimento inicial igual a Pa é dividido entre os dois títulos. A fração α_1 será investida na nota de maturidade t_1 e a fração α_2, na de maturidade t_2, onde α_1 e $\alpha_2 \geq 0$ e $\alpha_1+\alpha_2=1$. Igualando à *duration*, D, do investimento inicial ao período de manutenção T-to, encontramos (tendo em mente que a *duration* de um título de pagamento único é sua maturidade):

$$D = \alpha_1(t_1-to) + \alpha_2(t_2-to) = T-to \qquad (31)$$

$$\alpha_1 = \frac{t_2-T}{t_2-t_1} \quad \text{e} \quad \alpha_2 = \frac{T-t_1}{t_2-t_1}$$

Como antes:

$$Aa = Pa.\exp\left[\int_{to}^{T} ia(t)dt\right] \qquad (32)$$

Agora, seja o investimento Pa, feito com uso das frações α_1 e α_2, e admitamos que a função taxa de juros mude imediatamente para $ib(t)= ia(t) + \Delta$. Se Pb representa o valor corrente do investimento após a variação da taxa de juros, então:

$$Pb = \alpha_1 . Pa.\exp\left\{\int_{to}^{t1} [ia(t) - ib(t)]dt\right\} + \alpha_2 . Pa.\exp\left\{\int_{to}^{t2} [ia(t) - ib(t)]dt\right\} \quad (33)$$

Observemos que :

$$\frac{Pb}{Pa} = \alpha_1 .\exp\left\{\int_{to}^{t1} [ia(t) - ib(t)]dt\right\} + \alpha_2 .\exp\left\{\int_{t0}^{t2} [ia(t) - ib(t)]dt\right\} \quad (34)$$

$$\frac{Pb}{Pa} = \alpha_1 .\exp[-(t_1 - to)\Delta] + \alpha_2 .\exp[-(t_2 - t_0)\Delta] \quad (35)$$

E:

$$\frac{Ab}{Aa} = \left(\frac{P_B}{P_a}\right)\exp\left\{\int_{to} [i_b(t) - i_a(t)dt]\right\} \quad (36)$$

Desde que:

$$i_b(t) = ia(t) + \Delta$$

$$\frac{Ab}{Aa} = \left(\frac{Pb}{Pa}\right) \exp\left[(T - t_o)\Delta\right] \qquad (37)$$

Fazendo a substituição, teremos:

$$\frac{Ab}{Aa} = \alpha_1.\exp\left[(T - t_1)\Delta\right] + \alpha_2.\exp\left[-(t_2 - T)\Delta\right] \qquad (38)$$

Usando a informação dos valores α_1 e α_2 que tornam a *duration* apropriada, podemos escrever:

$$\frac{Ab}{Aa} = \frac{(t_2 - T).\exp\left[(T - t_1)\Delta\right] + (T - t_1).\exp\left[-(t_2 - T)\Delta\right]}{t_2 - t_1} \qquad (39)$$

Quando $\Delta=0$, temos Ab/Aa=1. Vamos mostrar agora que Ab/Aa, uma função de Δ, é minimizada para $\Delta=0$ e que Ab/Aa $\geq$ 1, ou que o *portfólio* de duas notas de único pagamento cada é imunizado quando a *duration* é igual ao período de manutenção.

$$\frac{d(Ab/Aa)}{d\Delta}=\frac{(t_2-T)(T-t)\exp[(T-t_1)\Delta]-(t_2-T)(T-t_1)\exp[-(t_2-T)\Delta]}{t_2-t_1}$$

$$\frac{d(Ab/Aa)}{d\Delta}=\frac{(t_2-T)(T-t_1)}{t_2-t_1}\left\{\exp(T-t_1)\Delta-\exp[-(t_2-T)\Delta]\right\}$$

(40) e (41)

A equação acima é igual a zero quando $\Delta=0$.

$$\frac{d^2(Ab/Aa)}{d\Delta}=\frac{(t_2-T)(T-t_1)}{t_2-t_1}\left\{(T-t_1)\exp[(T-t_1)\Delta]+(t_2-T)\exp(t_2-T)\Delta\right\}$$

(42)

Desde que $t_1<T<t_2$ e que todas as funções exponenciais sejam positivas, a segunda derivada será sempre positiva. Podemos, então, concluir que a primeira derivada é zero apenas quando $\Delta=0$ e que $Ab/Aa \geq 1$.

Note-se que os autores presumiram que o investimento inicial seja feito no tempo t_0, quando a taxa de juros vigente é ia(t), e imediatamente após a função mude para ib(t). Nada na prova acima, no entanto, requer que a mudança nas taxas de juros ocorra imediatamente. A mudança pode ocorrer em qualquer tempo. Foi demonstrado que, caso exista um título de um único pagamento (SPN), no momento T, um investimento neste título está automaticamente imunizado. Os autores também demonstraram que, caso não haja SPN para o tempo T, mas haja duas SPNs, nos tempos t_1 e t_2, $t_1 \leq T \leq t_2$, então os investimentos podem ser divididos entre estas duas notas para realizar a imunização. O mesmo procedimento demonstrado pode ser estendido para mostrar que, por exemplo, caso não haja SPN para o momento t_1, mas haja SPNs para t_3 e t_4, de tal modo que $t_3 \leq t_1 \leq t_4$, então uma combinação das SPNs dos momentos t_3 e t_4 pode ser usada para imunizar o investimento tão bem como uma SPN para o momento t_1. Pode-se então fazer um *portfólio* final que seja uma combinação de uma SPN, tempo t_2, com uma combinação de duas SPNs, tempo t_1.

Estendendo a análise acima, concluímos que o efeito de uma SPN devida em t_n pode ser alcançado por um *portfólio* de duas ou mais SPNs em t_m e t_p, desde que $t_m<t_n<t_p$. Uma *bond* pode ser vista como um *portfólio* de SPNs. Caso existam duas *bonds* cuja *duration* t_1 e t_2 satisfaça $t_1 \leq T \leq t_2$, um investimento pode ser imunizado pelo período de manutenção T.

Uma observação importante que deve ser feita é que, caso o passivo seja composto por um fluxo de débitos, a imunização não vai ser atingida com a contrapartida de uma SPN. Para se obter a imunização total neste caso é necessário que se considere cada parcela do fluxo do passivo separadamente. A carteira em contrapartida deve poder ser dividida em subcarteiras , cada qual imunizando uma parcela específica do fluxo de caixa do passivo.

VII.2) ANEXO 2: MACAULAY *DURATION* Como Medida da Elasticidade Preço/Taxa de Juros

Hopewell e Kaufman[76] deduziram a fórmula que relaciona, para uma dada alteração no nível de taxas de juros, a variação no preço das *bonds* à sua *duration*.

Definição de *duration*:

$$D=\frac{\sum_{t=1}^{T} t\left[\frac{Cf}{\left(1+i_t\right)^t}\right]+T\left[\frac{F}{\left(1+i_T\right)^T}\right]}{\sum_{t=1}^{T}\frac{Cf}{\left(1+i_t\right)^t}+\frac{F}{\left(1+i_T\right)^T}} \qquad (43)$$

Considerando que todos os pagamentos serão descontados à taxa de rendimento até a maturidade:

$$D=\frac{\sum_{t=1}^{T} t\left[\frac{Cf}{(1+i)^t}\right]+T\left[\frac{F}{(1+i)^T}\right]}{\sum_{t=1}^{k}\frac{Cf}{(1+i)^t}+\frac{F}{(1+i)^T}} \quad \text{em que:} \qquad (44)$$

---

[76] HOPEWELL, Michael & KAUFMAN, George G.:*Bond Price Volatility* ... p 751.

O preço de uma *bond* é igual à soma dos valores presentes do fluxo de pagamentos de *coupons* e o pagamento final, na maturidade, descontados à taxa de rendimento até a maturidade.

$$P = \sum_{t=1}^{T} \frac{Cf}{(1+i)^t} + \frac{F}{(1+i)^T} \qquad (45)$$

Diferenciando em relação à taxa de juros, tem-se:

$$dP = \left[\sum_{t=1}^{T} \frac{-Cf.t}{(1+i)^{t+1}} - \frac{FT}{(1+i)^{T+1}} \right] di \qquad (46)$$

De outro modo:

$$dP = -\left[\sum_{t=1}^{T} \frac{Cf.t}{(1+i)^t} + \frac{FT}{(1+i)^T} \right] \frac{di}{(1+i)} \qquad (47)$$

O termo entre colchetes da equação acima é equivalente ao do numerador, na definição de *duration* da equação (44). O denominador da equação (44) é equivalente à definição de preço de *bonds* especificado na equação (45). Substituindo, as equações (45) e (47) na equação (44), temos:

$$D = -\frac{dP}{P}\left[\frac{(1+i)}{di}\right] \tag{48}$$

De outro modo:

$$\frac{dP}{P} = -D\frac{di}{(1+i)} \tag{49}$$

Para desconto contínuo, i é aproximadamente zero e a equação reduz-se a:

$$\frac{dP}{P} = -Ddi \tag{50}$$

VII.3) Anexo 3: Medidas Alternativas de *Duration*

Nos últimos anos foram desenvolvidas diversas medidas de *duration* que visam obter dados mais confiáveis de risco de taxa de juros que a original fórmula de Macaulay, através de uma aproximação mais realista do comportamento futuro das taxas, particular para cada caso.

Sem a ambição de obter uma lista completa de medidas alternativas de *duration*, mas antes com a finalidade de auxiliar nas pesquisas de quem deseje aprofundar seu conhecimento sobre o assunto, relacionamos abaixo as principais medidas desenvolvidas nos últimos anos.

A partir da *duration* de Macaulay[77], que presume que as mudanças na estrutura a termo de taxa de juros ocorrem de uma maneira aditivada e desconta os fluxos individuais de caixa de acordo com a taxa de rendimento do investimento (presumindo implicitamente que a curva da taxa de juros é plana), todas as demais medidas descontam os fluxos individuais de caixa de acordo com a curva da taxa de juros, ou seja, usando taxas pontuais.

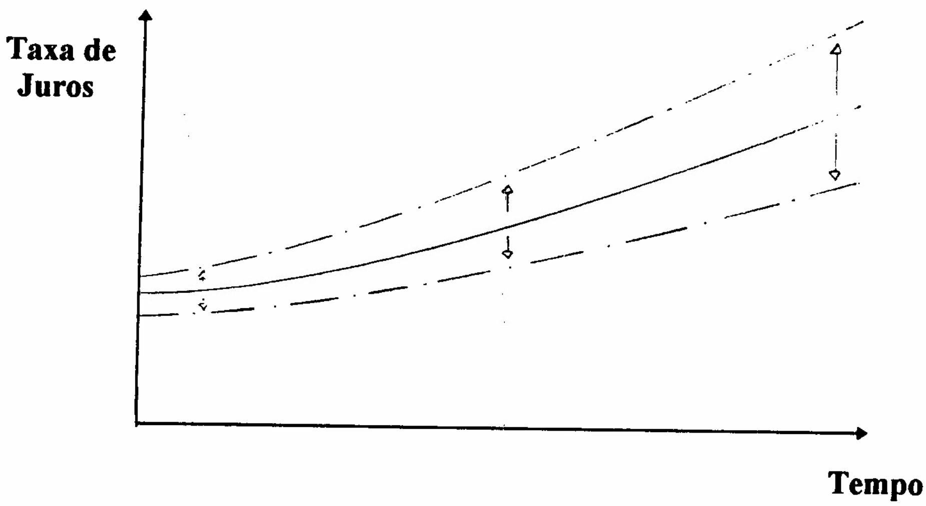
---

[77] MACAULAY, F. K. *SomeTheoretical* ... p 48.

Em 1977, Bierwag[78] propôs duas medidas de *duration* alternativas. Na primeira delas, o pressuposto era de que as mudanças na curva de taxa de juros ocorreriam de forma paralela ($h*(o,t) = h(o,t) + \lambda$, $\lambda \geq o, t = 1,2,3$)

No mesmo artigo, o autor apresentava uma medida de *duration* para choques multiplicativos na estrutura a termo de taxa de juros. Graficamente:

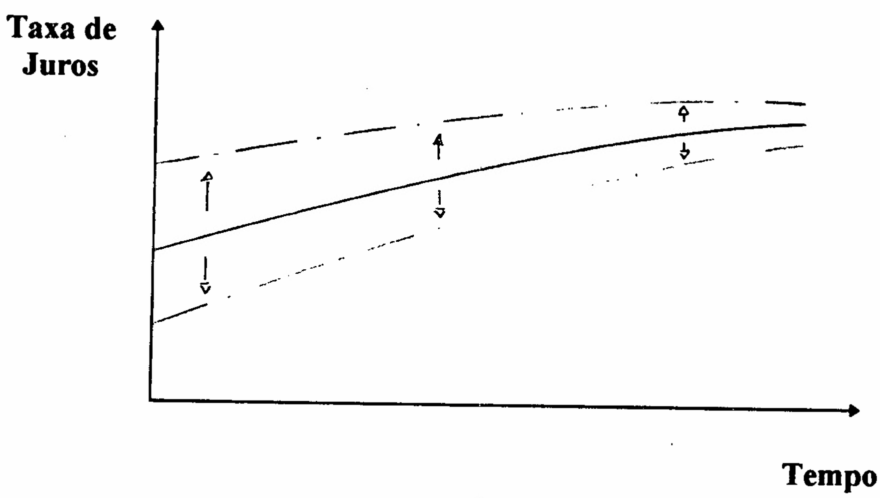
Gráfico 17: Mudanças Multiplicativas na Curva de Taxa de Juros



[78]BIERWAG, G.O. *Immunization, Duration and the Term Structure of Interest Rates*. Journal of Financial and Quantitative Analysis, dec.1977, p 731.

Em 1979, KHANG[79] propôs uma medida de *duration* que se comportasse de modo mais realista, no sentido de que, normalmente, as oscilações de taxas de curto prazo são maiores do que as de longo prazo, independentemente da forma ascendente ou descendente da estrutura a termo da taxa de juros.

Gráfico 18: Mudanças Decrescentes na Curva de Taxa de Juros



[79] KHANG, Chulsoon. *Bond Immunization When Short-Term Interest Rates Fluctuate More than Long Term Rates.* Journal of Financial and Quantitative Analysis, vol. XIV, nº 5, dec. 1979, p 1.087.

Em artigo publicado em 1988, Prisman e Shores[80] afirmam que as alterações na curva de taxa de juros envolvem mudanças randômicas nos parâmetros da polinomial que representa a estrutura a termo de taxa de juros. Propõem medidas de *duration* na qual o movimento da curva seja capturado por polinomiais.

A tendência dos estudos de *duration* tem sido no sentido de aproximar cada vez mais a medida à realidade econômica, com conseqüente aumento do grau de complexidade dos cálculos. A evolução nos computadores permite o incremento de complexidade da medida, mas até que ponto sua crescente adaptação aos dados econômicos representa uma melhoria sensível nas informações resultantes é uma questão para a qual não existe resposta unânime, mesmo porque é função da utilidade que se pretende fazer da mesma.

---

[80]PRISMAN, Z. & SHORES, R. *Duration Measures for...* p 497.

A partir da década de 80, começou a ser estudado o problema de imunização de títulos de renda variável[81] (FRN). Esses títulos não são sujeitos a volatilidade de preço, mas possuem risco de reinvestimento de pagamentos intermediários. A imunização de uma carteira de títulos de renda fixa associados a títulos de renda variável seria feita, de acordo com Chance[82], contrapondo à volatilidade de preço dos títulos de renda fixa o risco de reinvestimento de toda a carteira. O autor desenvolveu uma fórmula de *duration* baseada no raciocínio de que os títulos de renda variável sofrem ajustes instantaneamente após as variações de taxas de juros de mercado.

Em 1986, Morgan[83] propôs uma medida mais abrangente, ao considerar que o pagamento das FRN é ajustado, em intervalos preespecificados de tempo, de acordo com as mudanças instantâneas das taxas de mercado, ou seja, o autor levou em conta os efeitos, na medida de *duration*, de alterações no relacionamento entre choques nas taxas de juros de mercado e os pagamentos dos títulos.

---

[81] Títulos de renda variável têm seus pagamentos ajustados de acordo com mudanças nas taxas de juros.
[82] CHANCE, Don M. *Floating Rate Notes and Immunization.* Journal of Financial and Quantitative Analysis. vol 18, nº 3, sept.1983, p 372.
[83] MORGAN, George Emir. *Floating Rate Securities and Immunization: Some Further Results.* Journal of Financial and Quantitative Analysis, vol.21, nº 1, march, 1986, p 88.

Finnerty[84] continuou na mesma linha, desenvolvendo medida de *duration* de FRN que leva em conta a sensibilidade dos pagamentos dos títulos (tanto em valor como no tempo) às variações nas taxas de juros de mercado, em um intervalo de tempo determinado. Segundo o autor, os ajustamentos de pagamentos de FRN podem ser diferentes das variações de taxas de juros se, por exemplo, o risco de crédito do título variar em função da alteração da taxa de juros.

A relação de medidas de *duration* alternativas feita acima não pretende ser completa, mas dar uma indicação do direcionamento que os estudos estão tomando.

---

84 FINNERTY, John D. *Measuring the Duration of a Floating-Rate Bond*. The Journal of Portfolio Management, summer 1989, p 68.

VIII) BIBLIOGRAFIA

VIII.1) Livros

<u>1994</u>

001) * **FRANCIS**, Jack Clark & **WOLF**, Avner. *The Handbook of Interest Rate Risk Management*. 1ª E., New York, Irwin Professional Publishing, 832 p, 1994.

<u>1993</u>

002) * **MEYER**, Thomas, **DUESENDERRY**, James e **ALIDER**, Robert. *Moedas, Bancos e a Economia*. Rio de Janeiro, Editora Campus, 681 p, 1993.

<u>1992</u>

003) **KOCH**, Timoty W. *Bank Management*. 2ª E., New York, The Dryden Press, 717 p, 1992.

336.71.K76b 2ª E

004) **VAN HORNE**, James C. *Financial Management and Policy*. 9ª E., Englewood Cliffs, Prentice Hall, 833 p, 1992.

658.15.v256 9ª E

* As publicações assinaladas com asterisco não se encontram no acervo da Biblioteca Karl A. Boedcker, EAESP-FGV/SP

1991

005) **FRANCIS**, Jack Clark. *Investments: Analysis and Management*. 5ª E., New York, McGraw-Hill, 825 p, 1991.

336.76.F818i. 5ª E

006) * **PRICE WATERHOUSE**. *International Treasury Management*. 2ª E., London, Euromoney Books, 302 p , 1991.

1990

007) * **ELLERT**, James C., **MOKKELBOST**, Per B., **NEAVE**, Edwin H. e **PREFONTAINE**, Jacques. *Administração Financeira em Bancos*. 1ª E., Instituto Brasileiro de Ciência Bancária, IBCB, 339 p, 1990.

1989

008) * **GUP**, Benton E., **FRASER**, Donald R. e **KOLARI**, James W. *Commercial Bank Management*. 1ª E., New York, John Wiley & Sons, 519 p, 1989.

009) **ROSE**, Peter S. *Money and Capital Markets: The Financial System in an Increasingly Global Economy*. 3ª E., Boston, Homewood, 872 p, 1989.

336(73)R797m 3ª E.

010) * **TINER**, John I. e **CONNEELY**, Joe M. *Accounting for Treasury Products*. 2ª E., Cambridge, Woodhead-Faulkner Limited, 216 p, 1989.

1988

011) * **ANTL,** Boris. *Management of Interest Rate Risk.* 1ª E., London, Euromoney Publications PLC, 309 p, 1988.

1987

012) **BIERWAG,** Gerald O. *Duration Analysis Managing Interest Rate Risk.* 1ª E., Cambridge, Ballinger Publishing Company, 341 p, 1987.

336.722.8.b588d.

013) * **GRUMBALL,** Clive. *Managing Interest Rate Risk.* 1ª E., Cambridge, Woodhead-Faulkner, 150 p, 1987.

1986

014) **PLATT,** Robert B. *Controlling Interest Rate Risk, New Techniques and Applications for Money Management.* 1ª E., New York, John Wiley & Sons, 414 p, 1986.

338.932.P719c.

1985

015) **ECCO,** Umberto. *Como se Faz uma Tese.* 2ª E., São Paulo, Editora Perspectiva, 184 p, 1985.

001.818.E19c.2ªed.

1938

016) * **MACAULAY,** Frederick R. *The Movement of Interest Rates, Bonds, Yields and Stock Prices in the United States Since 1856.* New York, National Bureau of Economic Research, Columbia University Press, 591 p, 1938.

VIII.2) Dissertações

1991

017) **SCHMITT,** Gerson M. *Revisão das Teorias Tradicionais da Estrutura Temporal das Taxas de Juros para Títulos de Renda Fixa Livres do Risco de Inadimplência.* Dissertação apresentada à EAESP/FGV, 107 p, 1991.

336.781.5.S351r diss

1983

018) **ROCHA,** Roberto Rezende. *Juros e Inflação: Uma Análise de Equação Fisher para o Brasil.* Tese de Doutorado, São Paulo, EAESP,257 p, 1983.

336.748.12/81 R672J.Tese.

VIII.3) Cursos

1993

019) * **HEIDRON**, Thomas & **BRUTEL**, Henning. *Administração de Tesouraria*. São Paulo, IBCB, 1993.

020) * **SAUNDERS**, Antony. *Seminar on Frontiers of Credit and Interest Rate Risk Measurement and Management in Financial Institutions*. New York, University Salomon Center, 1993.

VIII.4) Periódicos

1994

021) * **CHRISTENSEN**, Peter Ove e **SORENSEN**, Bjaine G. *Duration, Convexity and Time Value*. The Journal of Portfolio Management, 51-60, winter, 1994.

022) * **DYM**, Steven. *Identifying and Measuring the Risks of Developing Country Bonds*. The Journal of Portfolio Management, 61-66, winter, 1994.

023) **EMERY**, Kenneth M. *Inflation Persistence and FISCHER Effects: Evidence of a Regime Change*. Journal of Economics and Business, 141-152, may, 1994.

1993

024) **BIERWAG**, Gerald O., **FOOLADI**, Iraj e **ROBERTS**, Gordon S. *Designing an Immunized Portfolio: Is M-squared the Key?* Journal of Banking and Finance 17, 1.147-1.170, 1993.

025) **LONGSTAFF**, Francis A. e **SCHWARTZ**, Eduardo S. *Interest Rate Volatility and Bond Prices.* Financial Analyst Journal, july/august, 1993.

026) **PRISMAN**, Eliezer Z. *Duration Measures, Immunization and Utility Maximization.* Journal of Banking and Finance 17, 687-707, 1993.

027) * **TAYLOR**, Jeremy F.. *A New Approach to Asset/Liability Management.* The Bankers Magazine, 32:38, march/april, 1993.

1992

028) **GIKELSON**, James H. e **SMITH**, Stephen D. *The Convexity Trap: Pitfalls in Financing Mortgage Portfolios and Related Securities.* Economic Review, 14-27, nov/dec, 1992.

029) * **REITANO**, Robert R. *Non Paralell Yield Curve Shifls and Immunization.* The Journal of Portfolio Management, 36-42, spring, 1992.

1991

030) **HOUPT**, James V. e **EMBERSIT**, James A. *A Method for Evaluating Interest Rate Risk in U.S. Commercial Banks*. 625-637, Federal Reserve Bolletin, august, 1991.

031) * **TAYLOR**, Jeremy F. *The Dynamics of Interest Rate Risk*. The Bankers Magazine, 33-39, sept/oct, 1991.

1990

032) * **HILLER**, Randall S. e **SCHAACK**, Christian. *A Classification of Structured Bond Portfolio Modeling Techniques*. The Journal of Portfolio Management, 37-48, fall, 1990.

033) * **KAHN**, Ronald N. e **LOCHOFF**, Roland. *Convexity and Exceptional Return*. The Journal of Portfolio Management, 43-47, winter, 1990.

034) * **REITANO**, Robert R. *Non Parallel Yield Curve Shifls and Durational Leverage*. The Journal of Portfolio Management, 62-66, summer, 1990.

1989

035) **LANDSKRONER,** Yoram. *How Variable Interest Rates Affect Bank Duration and Immunization.* Financial Analysts Journal, 77-80, july-august, 1989.

036) * **MULTINATIONAL BANKING DEPARTMENT.** *An Overview of Interest Rate Risk.* Comptroller of the Currency, dec., 1989.

037) * **FINNERTY,** John D. *Measuring the Duration of a Floating Rate Bond.* The Journal of Portfolio Management, 67-72, summer, 1989.

1988

038) **BABBEL,** David F. *Interest Rate Dynamics and the Term Structure. A Note.* Journal of Banking and Finance 12, 401-417, 1988.

039) **BIERWAG,** G.O. e **KAUFMAN,** George G.. *Durations of nom Default - Free Securities.* Financial Analyst Journal, 39-46, july/aug., 1988.

040) **DUNETEZ,** Mark L. e **MAHONEY,** James M. *Using Duration and Convexity in the Analysis of Callable Bonds.* Financial Analysts Journal, may/june, 1988.

041) **GRANTIER,** Bruce J. *Convexity and Bond Performance. The Benter the Better.* Financial Analyst Journal, 79-81, nov/dec., 1988.

042) **PRISMAN**, Eliezer Z. e **SHORES**, Marilyn R. *Duration Measures for Specific Term Structure Estimations and Applications to Bond Portfolio Immunization*. Journal of Banking and Finance 12, 493-504, 1988.

1986

043) **MORGAN**, George Emir. *Floating Rate Securities and Immunization. Some Further Results*. Journal of Financial and Quantitative Analysis, vol. 21, 87-94, march 1986.

044) **PRISMAN**, Eliezer Z. *Immunization as a Maxmin Strategy. A New Look*. Journal of Banking and Finance, 10, 491-509, 1986.

1985

045) **BREWER**, Elijah. *Bank Gap Management and the Use of Financial Futures*. Economic Perspective, Federal Reserve Bank of Chicago, 12-22, march/april, 1985.

1984

046) **FONG**, H. Gifford e **VASICEK**, Oldrich A. *A Risk Minimizing Strategy for Portfolio Immunization*. The Journal of Finance, vol. XXXIX, nº 5, 1.542-1.546, dec., 1984.

047) **FLANERY**, Mark J. e **JAMES**, Christofer M. *Market Evidence on the Effective Maturity of Bank Assets and Liabilities*. Journal of Money, Credit and Banking, vol. 16, nº 4, 435-445, nov., 1984.

048) **KAUFMAN**, George G. *Measuring and Managing Interest Rate Risk: A Primer*. Economic Perspectives, 16-27, jan/fev., 1984.

1983

049) **BIERWAG**, George O., **KAUFMAN**, George G. e **TOEVS**, Alden. *Duration: Its Development and Use in Bond Portfolios Management*. Financial Analysts Journal, 15-35, july/aug., 1983.

050) **BIERWAG**, George O., **KAUFMAN**, George G. e **TOEVS**, Alden. *Immunization, Strategies for Funding Multiple Liabilities*. Journal of Financial and Quantitative Analysis, vol. 18, nº 1, 113-123, 1983.

051) **CHANCE**, Don M. *Floating Rate Notes and Immunization*. Journal of Financial and Quantitative Analysis, vol. 18, nº 3, 365-380, sept., 1983.

052) **FLANNERY**, Mark J. *Interest Rates and Bank Profitability: Additional Evidence*. Journal of Money, Credit and Banking, vol. 15, nº 3, 355-362, aug. 1983.

1982

053) **KAUFMAN**, George G. *Single Factor Duration Models in a Discrete General Equilibrium Framework*. The Journal of Finance, vol XXXVII, n° 2, 325-338, may, 1982.

1980

054) **COX**, John C., **INGERSOLL**, Jonathan E. e **ROSS**, Stephen A. *An Analysis of Variable Rate Loan Contracts*. The Journal of Finance, vol. XXXV, n° 2, 389 - 403, may, 1980.

1979

055) **COX**, John C., **INGERSOLL**, Jonathan E. e **ROSS**, Stephen A. *Duration and the Measurement of Basic Risk*. Journal of Business, vol. 52, n° 1, 51-61, 1979.

056) **BIERWAG**, G.O. e **KHANG**, *Chulsoon. An Immunization Strategy is a Minimax Strategy. The Journal of Finance, vol. XXXIV, n° 2, may, 1979.*

057) **KHANG**, Chulsoon. *Bond Immunization when Short-term Interest Rate Fluctuate More than Long Term Rates*. Journal of Financial and Quantitative Analysis, vol. XIV, n° 5, 1.085-1.090, dec., 1979.

1982

053) **KAUFMAN,** George G. *Single Factor Duration Models in a Discrete General Equilibrium Framework.* The Journal of Finance, vol XXXVII, n° 2, 325-338, may, 1982.

1980

054) **COX,** John C., **INGERSOLL,** Jonathan E. e **ROSS,** Stephen A. *An Analysis of Variable Rate Loan Contracts.* The Journal of Finance, vol. XXXV, n° 2, 389 - 403, may, 1980.

1979

055) **COX,** John C., **INGERSOLL,** Jonathan E. e **ROSS,** Stephen A. *Duration and the Measurement of Basic Risk.* Journal of Business, vol. 52, n° 1, 51-61, 1979.

056) **BIERWAG,** G.O. e **KHANG,** *Chulsoon. An Immunization Strategy is a Minimax Strategy. The Journal of Finance, vol. XXXIV, n° 2, may, 1979.*

057) **KHANG,** Chulsoon. *Bond Immunization when Short-term Interest Rate Fluctuate More than Long Term Rates.* Journal of Financial and Quantitative Analysis, vol. XIV, n° 5, 1.085-1.090, dec., 1979.

1978

058) **INGERSOLL**, Jonathan E., **SKELTON**, Jeffrey & **WELL**, Roman L. *Duration Forty Years Later.* Journal of Financial and Quantitative Analysis, 627-650, nov., 1978.

059) **LIVINGSTON**, *Miles. Duration and Risk Assessment for Bonds and Common Stocks: A Note.* The Journal of Finance, vol. XXXIII, n° 1, 293-295, march, 1978.

1977

060) **BIERWAG**, G.O. *Immunization, Duration and the Term Structure of Interest Rates.* Journal of Financial and Quantitative Analysis, 725-742, dec., 1977.

061) **BIERWAG**, G.O., **KAUFMAN**, George G. *Coping with the Risk of Interest Rate Fluctuations: A Note.* The Journal of Business, 364-370, 1977.

1975

062) **BOQUIST**, John A., **RACETTE**, George A. e **SCHALARBAUM**, Gary G. *Duration and Risk Assessment for Bonds and Common Stocks.* The Journal of Finance, 1.360-1.365, vol XXX, n° 5, dec., 1975.

1973

063) **HOPEWELL**, Michael H. e **KAUFMAN**, George G.. *Bond Price Volatility and Term to Maturity. A Generalized Re-especification.* The American Economic Review, 749-753, sept., 1973.

064) **WEIL**, Roman L. *Macaulay's Duration: An Appreciation.* The Journal of Business, 589-592, oct., 1973.

1971

065) **FISHER**, Lawrence e **WEIL**, Roman. *Coping with the Risk of Interest Rate Fluctuations: Returns to Bondholders from Naïve and Optimal Strategies.* The Journal of Business, 408-431, oct., 1971.

1966

066) **FISHER**, Lawrence. *An Algorithim for Finding Exact Rates of Return.* The Journal of Business, vol. 39, n° 1, 111-117, jan., 1966.

1956

067)***REDINGTON**, F.M.. *Review of the Principles of Life-Office Valuations.* Journal of the Institute of Actuaries, 286-340, 1956.

<u>1945</u>

068) **SAMUELSON,** Paul A. *The Effect of Interest Rate Increases on the Banking System.* The American Economic Review, vol. XXXV, n° 1, 16-27, march, 1945.