FUNDAÇÃO GETULIO VARGAS

ESCOLA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA - EPGE

ÉRICA DINIZ OLIVEIRA

Diferenciação Vertical em um Modelo de Hotelling com Firmas Heterogêneas

Rio de Janeiro

2009

Érica Diniz Oliveira

Diferenciação Vertical em um Modelo de Hotelling com Firmas Heterogêneas

Dissertação submetida à Escola de Pós-Graduação em Economia da Fundação Getúlio Vargas como requisito de obtenção do título de Mestre em Economia.

Orientador: Humberto Moreira

Rio de Janeiro
2009

Dedico essa dissertação a meus pais, Ivan e Conceição, meus maiores exemplos de amor, apoio e doação.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus, por se mostrar presente em tudo e por sempre cuidar de mim. Obrigada meu Deus por cada dia, por cada vitória, por cada dificuldade.

Agradeço também a todos os meus professores da Fundação Getúlio Vargas que muito me ensinaram, contribuindo para meu crescimento acadêmico. Agradeço, em particular, ao meu orientador Professor Humberto Moreira, por toda energia e atenção que me foi dedicada.

Meu muito obrigada também a todos os meus amigos que, de maneira direita ou indireta, distante ou perto, estiveram ao meu lado, compartilhando meus momentos e, principalmente, me ajudando nos momentos de dificuldade. Agradeço em especial ao Eduardo, pelo apoio e segurança.

Por fim, agradeço a minha família, especialmente aos meus queridos pais – Ivan e Conceição. Obrigada pai e mãe! Sem o apoio de vocês, essa conquista não seria possível. Obrigada pelo carinho, pela força e pelo amor incondicional que vocês sempre me ofereceram.

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 28

Figura 2 30

Figura 3 31

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 09

2 MODELO DE HOTELLING COM ASSIMETRIA DE INFORMAÇÃO E FIRMAS HETEROGÊNEAS 10

3 CARACTERIZAÇÃO DO EQUILÍBRIO DE NASH-BERTRAND 14

3.1 Consumidores localizados próximos à firma *i* 16

3.1.1 Competição 16

3.1.2 Monopólio Local Absoluto 20

3.2 Consumidores localizados próximos à firma da esquerda 21

3.3 Consumidores localizados próximos à firma da direita 23

4 IMPACTOS SOBRE AS ESTRUTURAS DE MERCADO DEVIDO A VARIAÇÕES NOS PARÂMETROS 24

4.1 Variações em α e θ 25

4.2 Variações nos parâmetros $\underline{v}$, v e c 29

5 EFEITOS DA INFORMAÇÃO E DA HETEROGENEIDADE DO CUSTO 32

5.1 Informação 32

5.2 Heterogeneidade dos custos 35

6 CONCLUSÃO 36

APÊNDICE 37

REFERÊNCIAS 40

RESUMO

O trabalho apresenta um modelo de competição duopolista, com firmas heterogêneas (custos marginais diferentes), produtos espacialmente diferenciados quanto a dimensão vertical e horizontal, e informação privada sobre as preferências por qualidade dos consumidores. Identifica-se que a assimetria de informação sobre a dimensão vertical e a diferença de custos exercem grande relevância sobre a decisão de apreçamento das firmas e sobre as estruturas de mercado de equilíbrio. Um resultado relevante decorrente desses dois aspectos é a existência de uma massa de consumidores que, em equilíbrio, pode demandar de qualquer uma das firmas, sendo essa decisão pautada sobre o real parâmetro de preferência por qualidade de cada consumidor. Observa-se também que quanto maior a heterogeneidade dos custos, maior é o poder de mercado da firma de menor custo.

Palavras-chave: assimetria de informação; diferenciação vertical; competição duopolista; firmas heterogêneas.

ABSTRACT

This paper presents a duopolist model with heterogeneous firms (different marginal costs) and assimetric information about the vertical preferences of the consumers. We find that the asymmetry of information on the vertical dimension and the difference in costs greatly influences the pricing and the structures for market equilibrium. An important result arising from these two aspects is the existence of a mass of consumers that can buy from both firms. It is also observed that the greater the heterogeneity of costs, the greater the market power of the most efficient firm.

Keywords: asymmetric information; vertical differentiation; duopolistic competition; heterogeneous firms.

1 Introdução

Discriminação de preços é um instrumento frequentemente usado por firmas que desejam segmentar seus consumidores, a fim de aumentarem seus lucros. Segundo Stigler (1987), uma firma discrimina preços quando dois produtos similares são vendidos a uma razão de preços diferente da razão de seus custos marginais. A partir do trabalho de Mussa e Rosen (1978), muito se tem estudado sobre tal assunto, especialmente em ambientes monopolistas. No entanto, observa-se um interesse crescente da literatura econômica em se analisar modelos de discriminação de preços em situações de competição imperfeita. Assim, pretende o presente trabalho auxiliar a um melhor entendimento desse segmento da economia.

Além do fenômeno da discriminação de preços poder ser abordado segundo uma variedade de estruturas de mercado, a diversidade das estruturas das preferências dos consumidores também constitui um fator relevante. Assim, seja em um ambiente no qual cada consumidor compra exclusivamente de uma única firma (*exclusive agency*), seja quando compra de múltiplas firmas (*common agency*), a heterogeneidade das preferências dos consumidores pode ser apresentada segundo sua dimensão vertical e/ou horizontal.

Nos modelos de diferenciação horizontal tem-se que, quanto maior a preferência pela marca de uma determinada firma, maior a utilidade marginal que o consumidor deriva de seu consumo, sendo modelos de preferência por marca. Entre os trabalhos que seguem essa abordagem pode-se citar Spulber (1989), que apresenta um modelo de preços não-lineares com competição espacial, havendo, portanto, assimetria informacional quanto à preferência por marca dos consumidores.

Já os modelos de diferenciação vertical são aqueles referentes à preferência por qualidade, não sendo de conhecimento das firmas a utilidade marginal por qualidade de cada consumidor. Ressalta-se que preferências horizontais são naturalmente antagônicas entre as firmas, pois uma grande preferência pela marca de uma determinada firma implica preferência menor por outra, enquanto que preferências verticais são harmoniosas entre elas, pois um consumidor com valoração marginal por qualidade alta para uma firma irá ter preferências similares para as demais[1].

Entre os trabalhos que abordam assimetria informacional quanto à diferenciação vertical e/ou horizontal, podem ser citados Champsaur e Rochet (1989), Stole (1995, 2003), Armstrong e Vickers (2001), Rochet e Stole (2002), Min *et all.* (2002), Armstrong (2006), Yang e Ye (2008). Em face dessa literatura, enfoque especial é dado ao trabalho de Stole (1995), âncora para o presente estudo. Stole apresenta um problema de preços não-lineares em um ambiente oligopolista, no qual as firmas são espacialmente diferenciadas e há assimetria de informação unidimensional quanto à preferência dos consumidores.

[1] Formalmente, tem-se que, dado ν o parâmetro da diferenciação vertical e θ da horizontal, se a preferência para os produtos da firma j são representadas por $U^j(q_j, \theta, \nu)$, então a heterogeneidade vertical existe se $U^j_\nu > 0$ e $U^j_{q\nu} > 0$ para todo j. Já a heterogeneidade horizontal existe entre as firmas i e k quando $U^i_{q\theta} > 0 > U^k_{q\theta}$ e $U^i_\theta > 0 > U^k_\theta$.

Já o modelo que será analisado no presente estudo é de competição duopolista (à luz de Hotelling) com assimetria informacional sobre a dimensão vertical dos consumidores, no qual as firmas, espacialmente separadas, são heterogêneas por apresentarem custos marginais diferentes. Vale mencionar também que, inspirados em Stole (1995), assumimos que existe interação na utilidade dos consumidores entre seus parâmetros de preferência por marca e qualidade. Assim, de maneira geral, busca-se desenvolver uma extensão do trabalho de Stole, incorporando a heterogeneidade de custos em um modelo com informação assimétrica sobre a preferência vertical dos consumidores.

Utilizar-se-á como metodologia na abordagem do modelo a *demand profile approach*, isto é, uma metodologia desenvolvida por Wilson (1993) para abordar apreçamento em situações monopolistas quando os consumidores têm informação privada sobre suas preferências. Essa abordagem é baseada no perfil de demanda dos consumidores de tal forma que, para cada tarifa de uma determinada firma, a demanda para um dado nível do produto é medida pelos tipos dos consumidores cuja utilidade marginal é pelo menos a tarifa marginal. Ressalta-se que não é necessária a consideração dessa abordagem no modelo que será apresentado, devido a sua simplicidade. No entanto, devido ao interesse em possíveis extensões futuras, adotaremos essa metodologia.

Assim, o presente trabalho, além de abordar um modelo em um ambiente de competição, com assimetria de informação sobre diferenciação vertical, introduz uma nova abordagem, e acrescenta custos heterogêneos às firmas. Em outras palavras, a proposta do presente estudo é o desenvolvimento, à luz de uma nova abordagem, de um modelo duopolista com custos heterogêneos e assimetria informacional quanto à preferência vertical dos consumidores, e a identificação do impacto causado pela existência dessa informação privada por parte dos consumidores sobre o equilíbrio.

Na seção 2, além de ser explicada a nova abordagem que será considerada, apresenta-se o modelo base que será analisado, envolvendo este discriminação de preços e firmas heterogêneas. As caracterizações dos equilíbrios obtidos nas duas especificações consideradas (competição e monopólio absoluto), serão apresentadas na seção 3, assim como a identificação do equilíbrio para o caso da distribuição normal do parâmetro de preferência vertical. Já a seção 4 apresenta uma avaliação sobre mudanças nos equilíbrios devido a alterações dos parâmetros do modelo. Na seção 5, a fim de identificarmos qual o impacto da informação sobre os preços de equilíbrio, caracterizam-se os preços de equilíbrio sem assimetria de informação, permitindo a realização de comparação entre os resultados. A seção 6 conclui o trabalho, apresentando as possíveis extensões do modelo.

2 Modelo de Hotelling com Assimetria de Informação e Firmas Heterogêneas

A fim de identificarmos qual o efeito sobre a discriminação de preços quando há algum grau de competição e assimetria de informação sobre a preferência

dos consumidores, considera-se um modelo duopolista linear de Hotelling no qual as firmas se localizam nos extremos de uma cidade linear de tamanho $\Delta = 1$, se diferenciando ao máximo. Existe um contínuo de consumidores uniformemente distribuidos entre as duas firmas, cujas preferências se diferem em duas dimensões.

A primeira das dimensões representa a diferenciação horizontal, que ilustra a preferência pela marca do produto e é parametrizada por θ. Este representa a distância entre o consumidor e a firma localizada no extremo esquerdo, de tal forma que $1 - \theta$ representa a distância do consumidor até a firma da direita. Para simplificar, vamos denotar $d_i(\theta)$ a distância do consumidor θ até a firma i, assim $d_l(\theta) = \theta$ e $d_r(\theta) = 1 - \theta$. A segunda dimensão corresponde a preferência vertical dos consumidores pela qualidade do produto, e é parametrizada por $\nu \in [\underline{\nu}, \bar{\nu}]$. Assim, nesse modelo, cada consumidor é caracterizado por um tipo bidimensional (θ, ν).

Os consumidores escolhem comprar de uma única firma i, uma única unidade do produto, de qualidade q, ao nível de preços P_i, sem haver possibilidade de arbitragem entre eles. Então, um consumidor de tipo (θ, ν) que compra uma unidade do produto de i, com qualidade q e preço P_i tem utilidade dada por:

$$U^i = u^i(d_i(\theta), \nu, q) - P_i$$

a qual assumimos ser côncava, crescente em q e em ν, e decrescente na distância até a firma i.

A fim de impormos estrutura adicional sobre o efeito de ν, assume-se que $u^i_{q\nu} > 0$ e $u^i_\nu > 0, \forall i$. Ou seja, associaremos consumidores com maior ν a uma maior utilidade marginal de consumo. Uma implicação importante dessa condição é que as curvas de demanda de dois tipos quaisquer de consumidores não se interceptam, sendo ordenadas como uma família de curvas dadas por $p_i = u^i_q(d_i(\theta), \nu, q)$. Observe que, como apresentado em Stole (2003), essa condição ilustra uma situação de assimetria de informação quanto à preferência vertical dos consumidores. Assim, tem-se que:

Hipótese 1 *A preferência por qualidade ν é informação privada de cada consumidor. As firmas têm conhecimento sobre a preferência por marca θ e sobre a distribuição acumulada do parâmetro ν dada por $F(\nu)$.*

Além dessa hipótese, tem-se também que a *hazard rate condition* dessa distribuição $F(\nu)$ é monôtona[2]. Ou seja:

Hipótese 2 *Assume-se que*

$$\frac{d}{d\nu}\frac{F(\nu)}{f(\nu)} > 0 \text{ ou } \frac{d}{d\nu}\frac{1 - F(\nu)}{f(\nu)} < 0.$$

[2]Essa hipótese será necessária para que o problema de melhor resposta de cada firma seja quase-côncavo.

Considerando-se o desejo em desenvolver uma extensão do modelo de diferenciação vertical apresentada por Stole (1995), por meio da inserção de custos marginais heterogêneos entre as firmas, vamos adotar uma forma funcional para a utilidade inspirada em Stole.

Hipótese 3 *A função utilidade do consumidor θ quando demanda da firma i é*

$$u^i\left(d_i\left(\theta\right),\nu\right)=\nu\left[1-d_i\left(\theta\right)\right]h\left(q\right).$$

Dessa forma, caso o consumidor compre da firma da esquerda, sua utilidade é $u^l\left(d_l\left(\theta\right),\nu\right)=\nu\left[1-\theta\right]h\left(q\right),$ enquanto que, caso compre da firma da direita, então sua utilidade é $u^r\left(d_r\left(\theta\right),\nu\right)=\nu\theta h\left(q\right).$ Essas funções utilidades evidenciam que, assim como em Stole (1995), o modelo, além de apresentar diferenciação vertical e horizontal, considera interação entre esses parâmetros, uma vez que estes são apresentados de maneira multiplicativa. Esse ponto o diferencia do considerado em Rochet e Stole (2002), uma vez que estes apresentam um modelo multidimensional aditivo, no qual a preferência por marca não depende da qualidade comprada[3].

Do ponto de vista das firmas, estas decidem estrategicamente seus preços ótimos por atuarem buscando maximizar seus lucros. Assim, tome que cada firma $i=r,l$ tem uma função lucro por consumidor dada por

$$\pi_i=P_i\left(q\right)-c_iq,$$

onde c_i é o seu custo marginal de produção. Inicialmente, iremos considerar um modelo duopolista com custos heterogêneos, $c_l\neq c_r$, havendo um cunho de custo Δc entre as firmas.

Hipótese 4 *Assuma que os custos das firmas são dados por:*

$$\begin{aligned} c_r &= c-\alpha \\ c_l &= c+\alpha \end{aligned} \tag{1}$$

onde $\alpha\in\left[-c,c\right]$. Então, a diferença de custo entre as firmas é $\Delta c=c_l-c_r=2\alpha$.

Observe que, quando $\alpha=0$, os custos marginais são iguais entre as firmas, caracterizando ambiente similar ao apresentado por Stole (1995); já quando $\alpha\neq 0$, existe vantagem de custo para alguma das firmas, de modo que, se $0<\alpha<c$, é a firma da direita quem detém vantagem de custo, enquanto que, se $-c<\alpha<0$, é a firma da esquerda que obterá a vantagem.

Considerando essa caracterização, cada firma faz sua oferta estratégica de preços e cada consumidor decide se realizará a compra. Em caso afirmativo, a próxima decisão do consumidor recai sobre a escolha da marca. Assim, os equilíbrios identificados são equilíbrios de Nash-Bertrand uma vez que as firmas competem via preços.

[3] De modo suscinto, Rochet e Stole (2002) apresentam uma metodologia para apreçamento não-linear cujas preferências dos consumidores são dadas por $u\left(q_i,\nu\right)-P_i\left(q_i\right)-\xi_i$, onde ξ_i é um choque representativo da preferência pela marca i do consumidor.

Nossa abordagem seguirá a *demand profile approach* desenvolvida por Wilson (1993), a qual, segundo Rochet e Stole (2003), é uma abordagem alternativa à usualmente utilizada (*parametric-utility approach*), na qual as curvas de demanda são ordenadas por tipos, para então serem agregadas. Além de sua simplicidade, temos como argumento favorável a essa abordagem o fato de não existir perda de informação ao adotá-la como instrumento, uma vez que as curvas de demanda capturam inteiramente as preferências dos consumidores.

Uma vez que um consumidor de tipo ν tem curva de demanda pelo produto da firma i dada por

$$p_i = u_q^i \left(d_i\left(\theta\right), \nu, q\right),$$

a etapa inicial dessa abordagem é agregar as demandas com que cada firma i se defronta. Como o problema de cada consumidor é quase-côncavo e que consideramos um ambiente no qual há competição entre duas firmas, o consumidor ν irá demandar q da firma i se $u_q^i \left(d_i\left(\theta\right), \nu, q\right)$ não for menor do que o preço marginal p_i, e se sua utilidade marginal de consumir o produto da firma i não for menor do que a utilidade marginal se consumir da outra firma $-i$. Em outros temos, com certo abuso de notação, irão demandar os produtos da firma i somente os consumidores que tiverem tanto sua "restrição de participação"quanto sua "compatibilidade de incentivo"satisfeitas concomitantemente pelo contrato oferecido por essa firma. Assim, a demanda agregada com que a firma i se defronta é dada por

$$D^i\left(p_i, p_{-i}, \theta\right) \equiv \Pr\left[\begin{array}{c} u_q^i\left(d_i\left(\theta\right), \nu, q\right) \geq p_i \text{ e} \\ u_q^i\left(d_i\left(\theta\right), \nu, q\right) - p_i \geq u_q^{-i}\left(d_{-i}\left(\theta\right), \nu, q\right) - p_{-i} \end{array}\right]$$

tendo presente que, com esse abuso de notação, a "restrição de participação" e "compatibilidade de incentivo" são, respectivamente,

$$u_q^i\left(d_i\left(\theta\right), \nu, q\right) - p_i \geq 0, \tag{IR}$$

e

$$u_q^i\left(d_i\left(\theta\right), \nu, q\right) - p_i \geq u_q^{-i}\left(d_{-i}\left(\theta\right), \nu, q\right) - p_{-i}. \tag{IC}$$

Portanto, identificada a demanda agregada da firma i, seu problema se transforma em simplesmente escolher o preço marginal ótimo p_i^* que maximiza seu lucro agregado:

$$\Pi^i = \left[p_i - c_i\right] D^i\left(p_i, p_{-i}, \theta\right).$$

Entre os principais resultados que se busca alcançar nesse trabalho, está a identificação do efeito da heterogeneidade de custo entre as firmas, sobre a caracterização de equilíbrio. Portanto, a fim de atingirmos tal objetivo, iremos considerar uma função utilidade bastante simples. Em particular:

Hipótese 5 *Assuma $h\left(q\right) = q$, assim, as funções utilidades são lineares e dadas por*

$$u^l\left(d_l\left(\theta\right), \nu\right) = \nu\left(1 - \theta\right) q \tag{2}$$

$$u^r\left(d_r\left(\theta\right), \nu, q\right) = \nu\theta q. \tag{3}$$

Devido à linearidade dessas funções, e como a tecnologia adotada pelas firmas apresenta uma qualidade máxima $\bar{q}$ de produção, normalizada por $\bar{q} = 1$, identifica-se que a qualidade consumida é $q = 1$.

Portanto, dadas todas as hipóteses consideradas e seguindo essa abordagem desenvolvida por Wilson, busca-se caracterizar os equilíbrios de Nash-Bertrand desse jogo cujo modelo, além de se apresentar em um ambiente competitivo com firmas de custos heterogêneos, envolve assimetria de informação quanto à preferência vertical dos consumidores. No entanto, vale mencionar que o modelo análogo (apresentando competição entre firmas e heterogeneidade de custos), mas com informação assimétrica quanto à diferenciação horizontal dos consumidores, não será foco desse trabalho por ser apresentado em Stole (1995), diferindo apenas pela metodologia adotada na caracterização do equilíbrio (*parametric-utility approach*).

3 Caracterização do Equilíbrio de Nash-Bertrand

Tendo presente a metodologia da *demand profile approach* e o modelo apresentado na seção anterior, no qual considera-se a existência de informação assimétrica quanto à dimensão de preferência vertical dos consumidores, toma-se que, enquanto $\nu \in [\underline{\nu}, \bar{\nu}]$ é informação privada de cada consumidor, o parâmetro θ é conhecido por ambas as firmas (esquerda e direita)[4], tornando-as capazes de discriminarem perfeitamente sobre essa dimensão.

Seguindo parte da literatura referenciada, como verificado em Stole (1995) e mencionado em Armstrong (2006), vamos nos restringir a uma classe de equilíbrios no qual as firmas são obrigadas a ofertar para todo o espectro de consumidores, não havendo possibilidade de exclusão. Assim, tem-se que:

Hipótese 6 *Todos os consumidores, em seu parâmetro de preferência vertical ν, têm tanto a restrição de participação quanto a compatibilidade de incentivo satisfeitas por alguma das duas firmas.*

Isto é, ignoramos a possibilidade dos consumidores não desejarem realizar compra, de tal forma que, para todo $\nu \in [\underline{\nu}, \bar{\nu}]$, os preços cobrados serão tais que, o consumidor, de fato, desejará demandar da firma da direita ou da esquerda.

Observe que *os equilíbrios de Nash-Bertrand desse modelo são, além da estratégia de cada consumidor na decisão de qual firma demandar, um par de preços (p_r, p_l) tal que estes maximizam o lucro de cada firma.* Assim, dado $\Delta = 1$, os resultados de equilíbrio para esse modelo serão divididos em torno do consumidor mediano $\theta^M = \frac{1}{2}$, localizado no meio da cidade linear e equidistante de ambas as firmas. Isso porque o consumidor mediano é um marco para a mudança de política de discriminação de preços, uma vez que para os consumidores mais próximos da firma da esquerda, por definição $\theta < \theta^M$, é necessária uma política competitiva mais agressiva por parte da firma da direita quando esta

[4] Toma-se θ fixo.

deseja realizar venda para esses consumidores, enquanto que para os localizados mais próximos da firma da direita, $\theta > \theta^M$, é a firma da esquerda que precisa de uma política mais agressiva a fim de capturá-los.

Vale ressaltar que, em cada um dos dois casos explicitados acima, teremos duas possíveis situações bem definidas que delimitarão a caracterização dos equilíbrios. Em um primeiro caso teremos a descrição de equilíbrios relativos a uma situação em que há competição entre as firmas, seja esta latente, caracterizando um monopólio, ou seja direta, caracterizando uma estrutura de mercado duopolista. Já no segundo caso teremos a descrição de equilibrios referentes a um monopólio local absoluto, decorrente de uma formação de cartel, isto é, situação na qual cada firma produz sem que haja ao menos competição latente por parte da outra firma.

Para ilustrarmos essas duas situações, fixe algum consumidor localizado em $\theta < \theta^M$. Caso esse consumidor demande da firma esquerda, sua utilidade é dada por (2), e suas restrições (IR) e (IC) são atendidas quando esse consumidor tiver parâmetro de preferência por qualidade que satisfaça

$$\nu \geqslant \frac{p_l}{d_r} = \nu_{IR}^l \tag{IR^l}$$

$$\nu \geqslant \frac{p_l - p_r}{d_r - d_l} = \nu_{IC}. \tag{IC^l}$$

Já, caso esse consumidor demande da firma da direita, terá utilidade dada por (3), e para que as restrições (IR) e (IC) sejam atendidas, é necessário que a preferência por qualidade desse consumidor satisfaça

$$\nu \geqslant \frac{p_r}{d_l} = \nu_{IR}^r \tag{IR^r}$$

$$\nu \leqslant \frac{p_l - p_r}{d_r - d_l} = \nu_{IC}. \tag{IC^r}$$

Assim, como essas restrições são endógenas, se os preços adotados em equilíbrio (p_r^*, p_l^*) forem tais que $d_r p_r^* > d_l p_l^*$, então a firma da direita não consegue participar desse mercado, uma vez que não existe ν que satisfaça tanto (IR^r) quanto (IC^r), caracterizando, portanto, a situação denominada de monopólio absoluto da esquerda. Já quando os preços em equilíbrio (p_r^*, p_l^*) são tais que $d_r p_r^* < d_l p_l^*$, então ambas as firmas participam do mercado, caracterizando a situação denominada de competição[5]. Nesse caso, a decisão de qual firma esse consumidor irá demandar, depende do efeito conjunto de aspectos como a sua preferência por marca (localização) θ, a sua preferência por qualidade ν, e o cunho de custo das firmas.

Ressalta-se que o caso $\theta > \theta^M$ é simétrico, bastando apenas inverter as firmas. Portanto, a caracterização do equilíbrio será apresentada de maneira genérica, referindo-nos às firmas como i e $-i$. Dessa forma, quando estivermos considerando os consumidores mais próximos da firma da esquerda, isto é, $\theta <$

[5] Nesse caso denominado competição, tem-se a seguinte ordenação: $\nu_{IR}^r < \nu_{IR}^l < \nu_{IC}$.

θ^M, então a firma i será a da esquerda, e a $-i$, a da direita. Reciprocamente, quando estivermos considerando $\theta > \theta^M$, então i será indicador da firma da direita.

3.1 Consumidores localizados próximos à firma i

3.1.1 Competição

Como apresentado anteriormente, o caso caracterizado pela existência de competição latente ou direta entre as firmas, é representado por[6]

$$\frac{p_{-i}}{p_i} < \frac{d_i}{d_{-i}}, \tag{cond. I}$$

onde d_i indica a distância do consumidor θ à firma i, uma vez que $d_l = \theta$ e $d_r = 1 - \theta$.

A interpretação dessa condição diz que, quando a taxa marginal de substituição da firma i pela $-i$ é estritamente maior do que o preço relativo, então o consumidor, mesmo localizado mais próximo da firma i, pode querer demandar de $-i$, o que implica que ambas as firmas participarão do mercado.

Essa condição reflete exatamente o argumento de que para esses consumidores, localizados mais próximos da firma i, faz-se necessária uma política mais agressiva por parte da firma $-i$, uma vez que p_{-i} deve ser menor do que p_i, pois $d_{-i} > d_i$.

Já a hipótese de que as duas firmas devem atender a todo o espectro de consumidores é representada por[7]:

$$p_{-i} \leqslant d_i \underline{\nu}, \tag{cond. II}$$

que, além de enfatizar a necessidade da firma $-i$ adotar uma política competitiva bastante agressiva, apresenta como interpretação que essa firma $-i$ deve oferecer um preço menor ou igual, dado θ fixo, ao que o pior tipo em ν estaria disposto a pagar.

Por conseguinte, considerando a estrutura apresentada, temos que o consumidor pivotal[8] será o que tiver parâmetro vertical igual a

$$\widetilde{\nu} = \frac{p_i - p_{-i}}{\Delta d},$$

onde $\Delta d = d_{-i} - d_i$.

Dessa forma, o consumidor que for caracterizado por $\nu > \widetilde{\nu}$, demanda da firma i, enquanto que o consumidor que tiver $\nu < \widetilde{\nu}$, irá demandar da firma $-i$. Portanto, a demanda pelo produto da firma $-i$ é $F(\widetilde{\nu})$ quando $\widetilde{\nu} \in [\underline{\nu}, \bar{\nu}]$, 1 quando $\widetilde{\nu} > \bar{\nu}$ e 0 quando $\widetilde{\nu} < \underline{\nu}$, enquanto que a demanda pela firma i é

[6] Verifica-se que no caso explicitado, a firma da esquerda é denominada agora de firma i.

[7] Essa condição vem do fato de que, os preços de equilíbrio devem ser tais que, pela hipótese de não exclusão, o consumidor de preferência por qualidade $\underline{\nu}$ ainda opte por demandar.

[8] Consumidor indiferente entre consumir das firmas i e $-i$.

$1-F(\widetilde{\nu})$ quando $\widetilde{\nu} \in [\underline{\nu}, \bar{\nu}]$, 0 quando $\widetilde{\nu} > \bar{\nu}$ e 1 quando $\widetilde{\nu} < \underline{\nu}$. Assim, as demandas são dadas por:

$$D^{-i}(p_i, p_{-i}) = \begin{cases} 0, & \text{se } \; p_{-i} > p_i - \underline{\nu}\Delta d \\ F(\widetilde{\nu}), & \text{se } \; p_{-i} \in \; [p_l - \bar{\nu}\Delta d, \; p_i - \underline{\nu}\Delta d] \\ 1, & \text{se } \; p_{-i} < \; p_i - \bar{\nu}\Delta d \end{cases}$$

$$D^{l}(p_l, p_r) = \begin{cases} 0, & \text{se } \; p_i > p_{-i} + \bar{\nu}\Delta d \\ 1 - F(\widetilde{\nu}), & \text{se } \; p_i \in \; [p_r + \underline{\nu}\Delta d, \; p_{-i} + \bar{\nu}\Delta d] \\ 1, & \text{se } \; p_i < \; p_{-i} + \underline{\nu}\Delta d \end{cases}$$

A análise dessa estrutura de demanda nos permite identificar algumas estratégias dominadas. Em particular, observe que[9]:

Lema 1 *(i) A firma $-i$, a fim de identificar sua melhor resposta para qualquer escolha de preços $\bar{p}_i$ da firma i, pode restringir seus preços ao intervalo $p_{-i} \in [p_l - \bar{\nu}\Delta d, \; p_i - \underline{\nu}\Delta d]$;*

(ii) Já a firma i, a fim de identificar sua melhor resposta para qualquer escolha de preços $\bar{p}_{-i}$ da firma $-i$, pode se restringir ao intervalo $p_i \in [p_{-i} + \underline{\nu}\Delta d, \; p_{-i} + \bar{\nu}\Delta d]$.

No entanto, observe que, $p_{-i} = \bar{p}_i - \bar{\nu}\Delta d$ implica que a firma $-i$ tem demanda unitária, e isto deve coincidir com a firma i ter demanda nula, o que ocorre quando $p_i = \bar{p}_{-i} + \bar{\nu}\Delta d$. Já o oposto, isto é, a firma i ter demanda unitária e a $-i$ ter nula, ocorre quando $p_{-i} = \bar{p}_i - \underline{\nu}\Delta d$ e $p_i = \bar{p}_{-i} + \underline{\nu}\Delta d$, caracterizando que todos demandam da firma i.

Portanto, como no jogo de escolha simultânea de preços, cada firma i toma o preço da rival $\bar{p}_{-i}$ fixo e escolhe seu preço p_i de modo a maximizar seu lucro. Assim, o problema de melhor resposta da firma i, é:

$$\max_{p_i} \; [p_i - c_i] \left[1 - F\left(\frac{p_i - \bar{p}_{-i}}{\Delta d} \right) \right] \tag{4}$$
$$\text{s.a.} \quad p_i \in [p_{-i} + \underline{\nu}\Delta d, \; p_{-i} + \bar{\nu}\Delta d].$$

Sua condição de primeira ordem, por Kuhn-Tucker, é:

$$G^i(p_{-i}, p_i, c_i) = \frac{1 - F\left(\frac{p_i - \bar{p}_{-i}}{\Delta d}\right)}{f\left(\frac{p_i - \bar{p}_{-i}}{\Delta d}\right)} - \frac{(p_i - c_i)}{\Delta d} \begin{cases} \geqslant 0, & \text{se } \; p_i = \bar{p}_{-i} + \bar{\nu}\Delta d \\ = 0, & \text{se } \; p_i \in (\bar{p}_{-i} + \underline{\nu}\Delta d, \bar{p}_{-i} + \bar{\nu}\Delta d) \\ \leqslant 0, & \text{se } \; p_i = \; \bar{p}_{-i} + \underline{\nu}\Delta d \end{cases}.$$

Analogamente, o problema de melhor resposta da firma $-i$, dado $\bar{p}_i$ fixo, pode ser apresentado como:

$$\max_{p_{-i}} \; [p_{-i} - c_{-i}] \, F\left(\frac{\bar{p}_i - p_{-i}}{\Delta d} \right) \tag{5}$$
$$\text{s.a.} \quad p_{-i} \in [p_l - \bar{\nu}\Delta d, \; p_i - \underline{\nu}\Delta d],$$

[9] Todas as demonstrações serão apresentadas no apêndice.

cuja condição de primeira ordem também pode ser dada por:

$$G^{-i}\left(p_{-i},p_i,c_i\right)=\frac{F\left(\frac{\bar{p}_i-p_{-i}}{\Delta d}\right)}{f\left(\frac{\bar{p}_i-p_{-i}}{\Delta d}\right)}-\frac{\left[p_{-i}-c_{-i}\right]}{\Delta d}\begin{cases}\geqslant 0, & \text{se}\quad p_{-i}=\overline{p}_i-\underline{\nu}\Delta d\\ =0, & \text{se}\quad p_{-i}\in\left(\bar{p}_i-\overline{\nu}\Delta d,\bar{p}_i-\underline{\nu}\Delta d\right)\\ \leqslant 0, & \text{se}\quad p_{-i}=\ \overline{p}_i-\overline{\nu}\Delta d\end{cases}.$$

Assim, dada a quase-concavidade dos problemas de melhor resposta das firmas, antes de ser enunciado o principal resultado dessa sub-seção, vamos apresentar uma definição de equilíbrio para esse caso específico.

Definição 1 *Considerando os consumidores mais próximos da firma* i*, um equilíbrio de Nash-Bertrand nesse ambiente é um par de preços* $\left(p_{-i}^*,\ p_i^*\right)$ *tal que estes maximizam os problemas de melhor resposta* (4) *e* (5)*, e satisfazem as condições* (I) *e* (II)*.*

Pela definição de equilíbrio acima, e considerando que quando $p_{-i}=\bar{p}_i-\bar{\nu}\Delta d$ e $p_i=\bar{p}_{-i}+\bar{\nu}\Delta d$ todos os consumidores demandam da firma $-i$, enquanto que ocorre o oposto quando $p_r=\bar{p}_l-\underline{\nu}\Delta d$ e $p_l=\bar{p}_r+\underline{\nu}\Delta d$, apresenta-se que:

Proposição 1 *O equilíbrio de Nash-Bertrand* $\left(p_{-i}^*,p_i^*\right)$*, descrito acima pode configurar três estruturas de mercado, onde cada uma delas caracteriza-se por:*

(i) Monopólio da firma i com competição latente: quando

$$\begin{array}{rcll} G^{-i}\left(p_{-i},c_{-i}\right) & \geqslant & 0, & se\quad p_{-i}=\overline{p}_i-\underline{\nu}\Delta d\\ e\quad G^{i}\left(p_i,c_i\right) & \leqslant & 0, & se\quad p_i=\ \overline{p}_{-i}+\underline{\nu}\Delta d; \end{array}$$

(ii) Duopólio: quando

$$\begin{array}{rcll} G^{-i}\left(p_{-i},c_{-i}\right) & = & 0, & se\quad p_{-i}\in\left(\overline{p}_i-\overline{\nu}\Delta d,\bar{p}_i-\underline{\nu}\Delta d\right)\\ e\quad G^{i}\left(p_i,c_i\right) & = & 0, & se\quad p_i\in\left(\bar{p}_{-i}+\underline{\nu}\Delta d,\bar{p}_{-i}+\overline{\nu}\Delta d\right); \end{array}$$

(iii) Monopólio da firma $-i$ *com competição latente: quando*

$$\begin{array}{rcll} G^{-i}\left(p_{-i},c_{-i}\right) & \leqslant & 0, & se\quad p_{-i}=\ \overline{p}_i-\overline{\nu}\Delta d\\ e\quad G^{i}\left(p_i,c_i\right) & \geqslant & 0, & se\quad p_i=\overline{p}_{-i}+\overline{\nu}\Delta d. \end{array}$$

Assim, em particular, considerando-se uma função distribuição uniforme, o resultado de equilíbrio é tal que:

Corolário 1 *Para o caso em que* ν *tem distribuição uniforme no intervalo* $\left[\underline{\nu},\bar{\nu}\right]$*, existe equilíbrio de Nash-Bertrand* $\left(p_{-i}^*,p_i^*\right)$ *para os consumidores mais próximos da firma i, sendo este, em cada uma das estruturas de mercado, caracterizado por:*

(i) Monopólio da firma i (competição latente da firma $-i$): o equilíbrio é

$$\begin{aligned} p_{-i} &= c_{-i} \\ p_i &= c_{-i} + \underline{\nu}\Delta d, \end{aligned}$$

quando as condições (I) e (II), dadas agora, respectivamente, por

$$\begin{aligned} \Delta d \left[c_{-i} - d_i \underline{\nu}\right] &< 0 \\ c_{-i} - d_i \underline{\nu} &\leqslant 0 \end{aligned}$$

são atendidas, e quando[10]

$$c_i - c_{-i} \leqslant \left(2\underline{\nu} - \bar{\nu}\right)\Delta d;$$

(ii) Duopólio: o equilíbrio é

$$\begin{aligned} p_{-i} &= \frac{c_i + 2c_{-i} + \left(\overline{\nu} - 2\underline{\nu}\right)\Delta d}{3} \\ p_i &= \frac{2c_i + c_{-i} + \left(2\overline{\nu} - \underline{\nu}\right)\Delta d}{3}, \end{aligned}$$

quando as condições (I) e (II), dadas respectivamente por

$$\left(d_{-i} - 2d_i\right)\left[c_i + \bar{\nu}\Delta d\right] + \left(2d_{-i} - d_i\right)\left[c_{-i} - \underline{\nu}\Delta d\right] < 0$$

$$c_i + 2c_{-i} + \left(\bar{\nu} - 2\underline{\nu}\right)\Delta d - 3d_i\underline{\nu} \leqslant 0$$

são atendidaes, e quando

$$\left(2\underline{\nu} - \bar{\nu}\right)\Delta d < c_i - c_{-i} < \left(2\overline{\nu} - \underline{\nu}\right)\Delta d;$$

(iii) Monopólio da firma $-i$ (competição latente da firma i): o equilíbrio é

$$\begin{aligned} p_{-i} &= c_i - \overline{\nu}\Delta d \\ p_i &= c_i. \end{aligned}$$

quando as condições (I) e (II), dadas respectivamente por

$$\Delta d \left[c_i - d_{-i}\bar{\nu}\right] < 0$$

$$c_i - \bar{\nu}\Delta d - d_i\underline{\nu} \leqslant 0$$

são atendidas, e quando[11]

$$c_i - c_{-i} \geqslant \left(2\overline{\nu} - \underline{\nu}\right)\Delta d.$$

[10] Essa condição é decorrente de $G^{-i}\left(p_{-i}, c_{-i}\right) \geqslant 0$ e $G^i\left(p_i, c_i\right) \leqslant 0$ para o caso da distribuição uniforme.

[11] Essa condição é decorrente de $G^{-i}\left(p_{-i}, c_{-i}\right) \leqslant 0$ e $G^i\left(p_i, c_i\right) \geqslant 0$ para o caso da distribuição uniforme.

Reportada a descrição dos equilíbrios apresentada acima, observa-se que, nos equilíbrios referentes à região de duopólio, os consumidores se auto-selecionam. Isso porque, nessa região, cada consumidor decide de qual firma comprar pela seguinte regra: se o parâmetro verdadeiro de preferência vertical for superior a $\widetilde{\nu}$, então a firma i é escolhida, enquanto que, no caso contrário, é a firma $-i$ a escolhida.

Já nas regiões em que há monopólio com competição latente, o equilíbrio é tal que somente uma única firma vende, mas a competição latente da outra firma é de fundamental relevância para exercer controle sobre o preço cobrado pela monopolista. Dados esses resultados, busca-se agora identificar os equilíbrios referentes à situação de monopólio absoluto para os consumidores localizados mais perto da firma i.

3.1.2 Monopólio Local Absoluto

Nesse segundo caso, cada firma produz sem que haja qualquer tipo de competição por parte da outra firma. Uma possível interpretação dessa situação seria a formação de cartel entre as duas firmas, mesmo existindo assimetria de informação. Em particular, para os consumidores localizados mais próximo da firma i, estamos na situação de monopólio absoluto dessa firma. Novamente, considerando as funções utilidades (2) e (3), além das restrições de participação e compatibilidade de incentivo (IR) e (IC), tem-se que esse caso é representado pela condição

$$\frac{p_{-i}}{p_i} \geqslant \frac{d_i}{d_{-i}}, \qquad \text{(cond. III)}$$

isto é, a taxa marginal de substituição da firma $-i$ pela i é menor ou igual ao preço relativo, o que sinaliza que os consumidores localizados mais distante do consumidore mediano com relação à firma i, não desejarão comprar da firma $-i$, caracterizando o monopólio local absoluto.

Já a hipótese de que todo o espectro de consumidores no parâmetro ν deve ser atendido, denominada hipótese de não exclusão, é representada nesse caso por:

$$p_i \leqslant d_{-i}\underline{\nu}. \qquad \text{(cond. IV)}$$

Assim, dada a análise das restrições de participação e compatibilidade de incentivo, nesse segundo caso, os consumidores com parâmentro de preferência por qualidade acima de

$$\widetilde{\nu}_l = \frac{p_i}{d_{-i}}$$

irão demandar o produto da firma i, enquanto que os consumidores com $\nu < \widetilde{\nu}_l$, optam por não demandar de nenhuma firma[12]. Dessa forma, identifica-se que

[12] Observe que essa situação $\nu < \widetilde{\nu}_i$ é exatamente a que deve ser inviabilizada devido à condição de que todo o espectro de consumidores deve ser atendido.

a demanda pelo produto da firma i é $1 - F(\widetilde{\nu}_i)$ quando $\widetilde{\nu}_i \in [\underline{\nu}, \bar{\nu}]$, 0 quando $\widetilde{\nu}_i > \bar{\nu}$ e 1 quando $\widetilde{\nu}_i < \underline{\nu}$, o que pode ser apresentado como:

$$D^i(p_i, p_{-i}) = \begin{cases} 0, & \text{se } p_i > d_{-i}\bar{\nu} \\ 1 - F(\widetilde{\nu}_i), & \text{se } p_i \in [d_{-i}\underline{\nu}, d_{-i}\overline{\nu}] \\ 1, & \text{se } p_i < d_{-i}\underline{\nu} \end{cases}.$$

Aqui também identificam-se estratégias dominadas, de modo a podermos nos restringir a um nível de preço $p_i \in [d_{-i}\underline{\nu}, d_{-i}\overline{\nu}]$. Assim sendo, o problema de melhor resposta da firma da esquerda é dado por:

$$\begin{aligned} & \max_{p_i} \; [p_i - c_i]\left[1 - F\left(\frac{p_i}{d_{-i}}\right)\right] \\ \text{s.a.} \quad & p_i \in [d_{-i}\underline{\nu}, d_{-i}\overline{\nu}] \end{aligned} \tag{6}$$

Ressalta-se que, assim como na situação anterior, esse problema é quase-côncavo.

Nessa situação, em que se tem a condição (III), a firma $-i$ tem demanda nula, pois não existe preço cobrado por ela que induza algum consumidor a comprar seu produto. Então, dado $\bar{p}_i$ fixo, a melhor resposta da firma $-i$ é qualquer p_i. Por conseguinte, a caracterização do equilíbrio é:

Proposição 2 *Considerando os consumidores localizados mais próximos da firma i, o problema de melhor resposta* (6) *e as condições* (III) *e* (IV), *existe equilíbrio de Nash-Bertrand nesse modelo, tal que, se $c_i \leqslant (2\underline{\nu} - \bar{\nu})\, d_{-i}$, então*

$$p_i = d_{-i}\underline{\nu},$$

e, $p_{-i} \geqslant d_i\underline{\nu}$.

A partir dessa caracterização geral dos preços de equilíbrio considerando as firmas i e $-i$, vamos agora apresentar os resultados particulares quando i indica a firma da esquerda, e posteriormente quando i indica a firma da direita. Em outras palavras, vamos caracterizar o equilíbrio (tanto para o caso de competição quando para o de monopólio) para os consumidores mais próximos da firma da esquerda ($\theta < \theta^M$), e posteriormente para os localizados mais próximos da firma da direita ($\theta > \theta^M$).

3.2 Consumidores localizados próximos à firma da esquerda $(\theta < \theta^M)$

Considerando a firma da esquerda como a firma i, pela aplicação imediata do corolário (1), referente à situação em que existe competição entre as firmas (seja esta latente ou direta), tem-se que:

Corolário 2 *Para o caso em que ν tem distribuição uniforme no intervalo $[\underline{\nu}, \bar{\nu}]$, existe equilíbrio de Nash-Bertrand (p_r, p_l) para $\theta < \theta^M$, sendo este, em cada uma das estruturas de mercado, caracterizado por:*

(i) Monopólio da esquerda (competição latente da firma da direita): o equilíbrio é

$$\begin{aligned} p_r &= c_r \\ p_l &= c_r + \underline{\nu}(1-2\theta), \end{aligned} \tag{7}$$

quando as condições (I) e (II), dadas agora, respectivamente, por

$$\begin{aligned} (1-2\theta)[c_r - \underline{\nu}\theta] &< 0 \\ c_r - \theta\underline{\nu} &\leqslant 0 \end{aligned}$$

são atendidas, e quando[13]

$$c_l - c_r \leqslant (2\underline{\nu} - \bar{\nu})(1-2\theta);$$

(ii) Duopólio: o equilíbrio é

$$\begin{aligned} p_r &= \frac{c_l + 2c_r + (\bar{\nu} - 2\underline{\nu})(1-2\theta)}{3} \\ p_l &= \frac{2c_l + c_r + (2\bar{\nu} - \underline{\nu})(1-2\theta)}{3}, \end{aligned} \tag{8}$$

quando as condições (I) e (II), dadas respectivamente por

$$(1-3\theta)[c_l + (1-2\theta)\bar{\nu}] + (2-3\theta)[c_r - (1-2\theta)\underline{\nu}] < 0$$

$$c_l + 2c_r + (\bar{\nu} - 2\underline{\nu})(1-2\theta) - 3\theta\underline{\nu} \leqslant 0$$

são atendidaes, e quando

$$(2\underline{\nu} - \bar{\nu})(1-2\theta) < c_l - c_r < (2\bar{\nu} - \underline{\nu})(1-2\theta);$$

(iii) Monopólio da direita (competição latente da firma da esquerda): o equilíbrio é

$$\begin{aligned} p_r &= c_l - \bar{\nu}(1-2\theta) \\ p_l &= c_l. \end{aligned} \tag{9}$$

quando as condições (I) e (II), dadas respectivamente por

$$(1-2\theta)[c_l - (1-\theta)\bar{\nu}] < 0$$

$$c_l - \bar{\nu}(1-2\theta) - \theta\underline{\nu} \leqslant 0$$

são atendidas, e quando[14]

$$c_l - c_r \geqslant (2\bar{\nu} - \underline{\nu})(1-2\theta).$$

---

[13] Essa condição é decorrente de $G^r(p_r, c_r) \geqslant 0$ e $G^l(p_l, c_l) \leqslant 0$ para o caso da distribuição uniforme.

[14] Essa condição é decorrente de $G^r(p_r, c_r) \leqslant 0$ e $G^l(p_l, c_l) \geqslant 0$ para o caso da distribuição uniforme.

Já, para o caso de monopólio absoluto da firma da esquerda, o equilíbrio é caracterizado por:

Corolário 3 *Dado $\theta < \theta^M$, existe equilíbrio de Nash-Bertrand nesse modelo, tal que, se $c_l \leqslant (2\underline{\nu} - \bar{\nu})(1-\theta)$, então*

$$p_l = \underline{\nu}(1-\theta), \tag{10}$$

e, $p_r \geqslant \theta\underline{\nu}$.

3.3 Consumidores localizados próximos à firma da direita $\left(\theta > \theta^M\right)$

Analogamente, quando a firma i é indicador da firma da direita, a aplicação imediata do corolário (1) implica que:

Corolário 4 *Para o caso em que ν tem distribuição uniforme no intervalo $[\underline{\nu}, \bar{\nu}]$ e $\theta > \theta^M$, existe equilíbrio de Nash-Bertrand (p_r, p_l), sendo este, em cada uma das estruturas de mercado, caracterizado por:*

(i) Monopólio da esquerda (competição latente da firma da direita): o equilíbrio é dado por

$$\begin{aligned} p_r &= c_r \\ p_l &= c_r + \bar{\nu}(1-2\theta), \end{aligned} \tag{11}$$

quando as condições (V) e (VI), dadas respectivamente por,

$$(1-2\theta)[c_r - \bar{\nu}\theta] > 0$$

$$c_r - (1-\theta)\underline{\nu} - (1-2\theta)\bar{\nu} \leqslant 0$$

são atendidas, e quando [15]

$$c_l - c_r \leqslant (2\bar{\nu} - \underline{\nu})(1-2\theta);$$

(ii) Duopólio: o equilíbrio é

$$\begin{aligned} p_r &= \frac{c_l + 2c_r - (2\overline{\nu} - \underline{\nu})(1-2\theta)}{3} \\ p_l &= \frac{2c_l + c_r - (\overline{\nu} - 2\underline{\nu})(1-2\theta)}{3}, \end{aligned} \tag{12}$$

quando as condições (V) e (VI), dadas respectivamente por,

$$(3\theta - 1)[c_l + (1-2\theta)\underline{\nu}] + (3\theta - 2)[c_r - (1-2\theta)\bar{\nu}] > 0$$

$$2c_l + c_r - (\bar{\nu} - 2\underline{\nu})(1-2\theta) - 3(1-\theta)\underline{\nu} \leqslant 0$$

[15] Condição decorrente de $G^r(p_r, p_l, c_r) \geqslant 0$ e $G^l(p_r, p_l, c_r) \leqslant 0$, e análogo para os demais casos.

são atendidaes, e quando

$$(2\bar{\nu}-\underline{\nu})(1-2\theta) < c_l - c_r < (2\underline{\nu}-\bar{\nu})(1-2\theta);$$

(ii) Monopólio da direita (competição latente da firma da esquerda): o equilíbrio é dado por

$$\begin{aligned} p_r &= c_l - \underline{\nu}(1-2\theta) \\ p_l &= c_l. \end{aligned} \tag{13}$$

quando as condições (V) *e* (VI), *dadas respectivamente por,*

$$(1-2\theta)\left[c_l - (1-\theta)\underline{\nu}\right] > 0$$

$$c_l - \underline{\nu}(1-\theta) \leqslant 0$$

são atendidas, e quando

$$c_l - c_r \geq (2\underline{\nu}-\bar{\nu})(1-2\theta).$$

Já o equilibrio referente para a situação de monopólio absoluto da firma da direita é dado por:

Corolário 5 *Considerando* $\theta > \theta^M$, *o equilíbrio de Nash-Bertrand nesse modelo é tal que, dado* $c_r \leqslant (2\underline{\nu}-\bar{\nu})\theta$, *então*

$$p_r = \underline{\nu}\theta, \tag{14}$$

e, $p_l \geqslant (1-\theta)\underline{\nu}$.

4 Impactos sobre as Estruturas de Mercado devido a Variações nos Parâmetros

Na seção anterior apresentamos, caso os equilíbrios de fato existam, suas caracterizações. Agora, nessa seção, nosso objetivo é apresentar análises de estáticas comparativas sobre tais equilíbrios, desejando-se avaliar como a estrutura de mercado de equilíbrio muda devido a alterações nos parâmetros do modelo. Destaca-se que a análise de como os preços são afetados por essas mudanças será apresentada na seção seguinte.

Assim, além de assumirmos que ν segue uma distribuição uniforme no intervalo $[\underline{\nu}, \bar{\nu}]$, também iremos considerar as formas funcionais de custo marginal das firmas c_r e c_l dadas em (1). Assuma também, por hipótese, que:

Hipótese 7 *A assimetria de informação é limitada uma vez que* $\bar{\nu}$ *e* $\underline{\nu}$ *devem satisfazer* $2\underline{\nu} \geqslant \bar{\nu} \geqslant \underline{\nu}$.

Dessa forma, a estrutura dessa seção será a seguinte. Na primeira etapa iremos considerar $\underline{\nu}$, $\bar{\nu}$ e c constantes, e assim avaliarmos mudanças estáticas em θ, dado α fixo, e também o contrário, isto é, mudanças em α, quando θ fixo. Enquanto que na segunda etapa, para cada economia (θ, α), desejamos identificar mudanças nas estruturas de mercado de equilíbrio devido a alterações nos parâmetros $\underline{\nu}$, $\bar{\nu}$ e c.

Em particular, *considere que* $\alpha \in [0, c]$, *ou seja, vamos tomar por simplicidade que a firma da direita tem vantagem de custo*[16]. Além disso, vamos nos concentrar no caso em que há competição direta ou latente entre as firmas, uma vez que esta é a situação mais interessante por haver possibilidade de mudança de estrutura de mercado tanto para θ fixo e α variando, quanto para o caso oposto.

4.1 Variações em θ e α

Seja $\underline{\nu}, \bar{\nu}$ e c constantes, desejamos apresentar uma estática comparativa das estruturas de mercado que caracterizam os resultados de equilíbrios considerando variações em α, quando θ fixo. Ou seja, deseja-se avaliar como a estrutura de mercado de equilíbrio, para cada consumidor, muda devido a alterações na vantagem de custo da firma da direita.

Verifica-se que, dado $\underline{\nu}$, $\bar{\nu}$ e c fixos, e considerando os custos das firmas apresentados em (1), as restrições do Corolário 2, para quando se considera os consumidores mais próximos da firma da esquerda ($\theta < \theta^M$), indicam que as estruturas de mercado em equilíbrio são tais que: haverá monopólio da esquerda (com competição latente) quando, para cada θ, α satisfizer

$$c - \theta\underline{\nu} \leqslant \alpha \leqslant \frac{(2\underline{\nu} - \bar{\nu})(1 - 2\theta)}{2},$$

ou haverá duopólio quando α for tal que

$$\frac{(2\underline{\nu} - \bar{\nu})(1 - 2\theta)}{2} < \alpha < \frac{(2\bar{\nu} - \underline{\nu})(1 - 2\theta)}{2},$$

$$(1 - 2\theta)\left[3c + (1 - 2\theta)\bar{\nu} - (2 - 3\theta)\underline{\nu}\right] < \alpha, \tag{15}$$

$$\text{e} \qquad 3c + \bar{\nu}(1 - 2\theta) - \underline{\nu}(2 - \theta) < \alpha \tag{16}$$

ou monopólio da direita (com competição latente), quando[17]

$$\alpha \geqslant \frac{(2\bar{\nu} - \underline{\nu})(1 - 2\theta)}{2}, \ \alpha \leqslant \bar{\nu}(1 - 2\theta) + \theta\underline{\nu} - c$$

$$\text{e} \qquad \alpha < (1 - \theta)\bar{\nu} - c. \tag{17}$$

Assim, observe que:

[16] Se $\alpha \in [-c, 0]$, os resultados seriam análogos devido à simetria do problema, mas haveria uma inversão das firmas nos resultados das estáticas comparativas, de tal forma que seria a firma da esquerda que iria desfrutar de maior mercado.

[17] Observe que, respectivamente, os preços de equilíbrio para cada uma dessas situações são dados por (7), (8) e (9).

Lema 2 *Se o custo marginal fixo c for baixo, tal que*

$$c < \underline{\nu}\,(1-\theta) + \bar{\nu}\left(\frac{1}{2} - \theta\right), \tag{18}$$

então as restrições para o caso de duopólio (15) *e* (16) *são redundantes, assim como a restrição* (17) *para monopólio da firma da direita.*

Logo, conclui-se que:

Proposição 3 *Considerando $\theta < \theta^M$ fixo, $\alpha \in [0, c]$, $\underline{\nu}$, $\bar{\nu}$ e c constantes, tais que o custo marginal c é baixo, satisfazendo* (18)*, podemos concluir que existirá:*
(i) Equilíbrio de monopólio da esquerda quando

$$\max\left[c - \theta\underline{\nu},\ 0\right] \leqslant \alpha \leqslant \frac{\left(2\underline{\nu} - \bar{\nu}\right)(1-2\theta)}{2}, \tag{19}$$

(ii) Equilíbrio de duopólio quando

$$\frac{\left(2\underline{\nu} - \bar{\nu}\right)(1-2\theta)}{2} < \alpha < \frac{\left(2\bar{\nu} - \underline{\nu}\right)(1-2\theta)}{2}, \tag{20}$$

(iii) Equilíbrio de monopólio da direita quando

$$\frac{\left(2\bar{\nu} - \underline{\nu}\right)(1-2\theta)}{2} \leqslant \alpha \leqslant \min\left[\bar{\nu}\,(1-2\theta) + \theta\underline{\nu} - c,\ c\right]. \tag{21}$$

Já, quando se considera o caso $\theta > \theta^M$ fixo, e $\underline{\nu}, \bar{\nu}$ e c constantes, pelas restrições do Corolário 4, haverá monopólio da esquerda (com competição latente) quando α for tal que

$$\alpha > c - \theta\bar{\nu}, \tag{22}$$

$$\alpha \geqslant c + (1-2\theta)\,\bar{\nu} - (1-\theta)\,\underline{\nu} \qquad \text{e} \qquad \alpha \leqslant \frac{\left(2\bar{\nu} - \underline{\nu}\right)(1-2\theta)}{2},$$

enquanto que haverá duopólio quando α satisfizer as seguintes condições

$$\frac{\left(2\bar{\nu} - \underline{\nu}\right)(1-2\theta)}{2} < \alpha < \frac{\left(2\underline{\nu} - \bar{\nu}\right)(1-2\theta)}{2},$$

$$\alpha < (1-2\theta)\left[3c + (1-3\theta)\,\underline{\nu} - (2-3\theta)\,\bar{\nu}\right] \tag{23}$$

$$\text{e} \qquad \alpha \leqslant \bar{\nu}\,(1-2\theta) + \underline{\nu}\,(1+\theta) - 3c, \tag{24}$$

e monopólio da direita (com competição latente), quando[18]

$$\frac{\left(2\underline{\nu} - \bar{\nu}\right)(1-2\theta)}{2} \leqslant \alpha \leqslant (1-\theta)\,\underline{\nu} - c.$$

Analogamente, verifica-se que:

[18] Observe que, respectivamente, os preços de equilíbrio para cada uma dessas situações são dados por (11), (12) e (13).

Lema 3 *Supondo $\theta > \theta^M$, se o custo marginal c for baixo tal que satisfaça*

$$c < \underline{\nu}\theta + \bar{\nu}\left(\frac{1}{2} - \theta\right), \tag{25}$$

então as restrições (23) *e* (24) *para o caso de duopólio são redundantes, assim como a restrição* (22) *para monopólio da esquerda.*

Portanto, tem-se que:

Proposição 4 *Quando consideramos $\theta > \theta^M$ fixo, $\alpha \in [0, c]$, $\underline{\nu}$, $\bar{\nu}$ e c constantes, tal que c é baixo e satisfaz a expressão* (25), *haverá equilíbrio de:*

(i) Monopólio da esquerda, se existir α tal que

$$c + (1 - 2\theta)\,\bar{\nu} - (1 - \theta)\,\underline{\nu} \leqslant \alpha \leqslant \frac{(2\bar{\nu} - \underline{\nu})\,(1 - 2\theta)}{2}, \tag{26}$$

(ii) Duopólio, se existir α que satisfaz

$$\frac{(2\bar{\nu} - \underline{\nu})\,(1 - 2\theta)}{2} < \alpha < \frac{(2\underline{\nu} - \bar{\nu})\,(1 - 2\theta)}{2}, \tag{27}$$

(iii) Monopólio da direita, quando

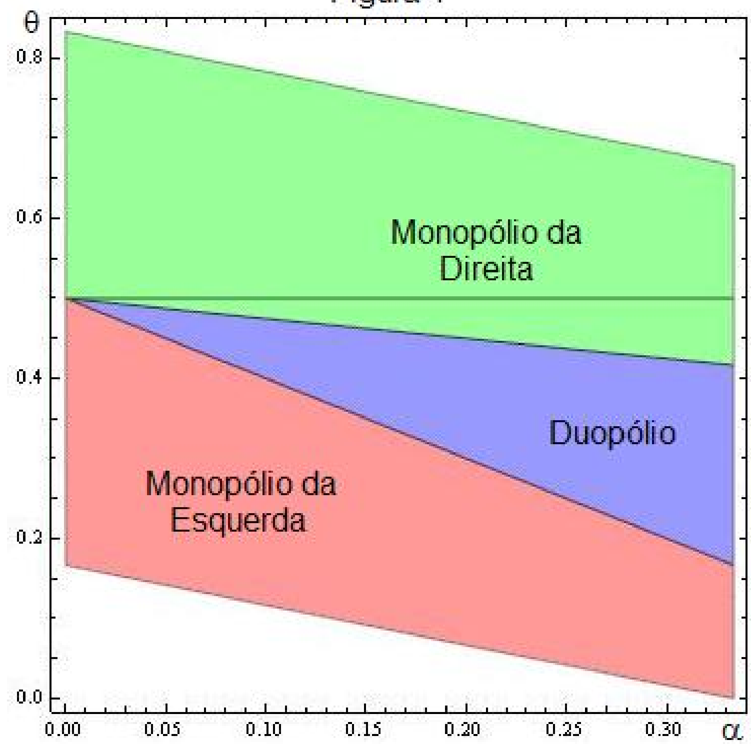
$$\max\left[\frac{(2\underline{\nu} - \bar{\nu})\,(1 - 2\theta)}{2}, 0\right] \leqslant \alpha \leqslant (1 - \theta)\,\underline{\nu} - c. \tag{28}$$

A fim de ilustrarmos esses resultados das Proposições 3 e 4, vamos apresentar um exemplo numérico. Considere $\underline{\nu} = 2$, $\bar{\nu} = 3$ e $c = 1/3$, assim[19], as estruturas

[19] Observe que esses valores satisfazem as condições (18), para todo $\theta < \theta^M$, e (25), para todo $\theta > \theta^M$.

de mercado que configuram os equilíbrios, quando tomamos $\alpha \in [0, c]$, são:

Figura 1



Observe que, para os valores numéricos adotados, não existe $\alpha \in [0, c]$ que satisfaça as condições (26) e (27)[20]. Isso porque, devido à Hipótese 7, apenas $\alpha < 0$ as satisfazem, uma vez que, considerando $\theta > \theta^M$, as expressões dadas por $\frac{(2\bar{\nu}-\underline{\nu})(1-2\theta)}{2}$ e $\frac{(2\underline{\nu}-\bar{\nu})(1-2\theta)}{2}$ assumem valores negativos.

Apresentada a conclusão sobre as estruturas de mercado em equilíbrio existentes quando se fixa o consumidor θ e altera-se a vantagem de custo α, tem-se que os resultados da estática comparativa oposta, isto é, quando se fixa a vantagem de custo α mas variam-se os consumidores θ, são os mesmos mas vistos por outro ângulo. Isso porque agora, ao invés de tomarmos $\underline{\nu}$, $\bar{\nu}$, c constantes e fixarmos θ, a fim de identificarmos regiões de α que caracterizam cada tipo de estrutura de mercado, como feito anteriormente, iremos tomar $\underline{\nu}, \bar{\nu}$, c e α fixos, e avaliarmos regiões de θ que satisfazem as condições impostas a cada estrutura de mercado. Ou seja, o resultado é equivalente, mas visto por outro ângulo[21].

[20] Vale destacar que, pela simetria, se estivéssemos considerando $\alpha \in [-c, 0]$, então as condições (20) e (21) não seriam satisfeitas.

[21] Observe que estamos adotando as mesmas hipóteses de custo marginal c baixo dadas por (18) e (25).

Assim sendo, como estamos considerando o caso em que há competição (latente ou direta), ao assumirmos $\alpha > 0$ fixo, mesmo no modelo com assimetria de informação, o resultado obtido corrobora a intuição decorrente da vantagem de custo.

Proposição 5 *Supondo custos heterogêneos, além da firma mais eficiente (custo marginal menor) atrair consumidores da firma menos eficiente, existe uma massa de consumidores que podem demandar de ambas as firmas.*

Isso porque, nesse ambiente de assimetria de informação quanto a dimensão vertical, existem consumidores próximos ao consumidor mediano θ^M, mas ainda fisicamente mais próximos da firma da esquerda que, devido aos preços cobrados em equilíbrios e às utilidades decorrentes deles, optam sempre por demandar o produto da firma da direita. Observe que, *quanto maior a vantagem de custo da firma eficiente, maior é essa massa de consumidores, uma vez que menor é o preço de equilíbrio cobrado pela eficiente.*

Existem também outros consumidores que, mesmo localizados mais próximos da firma de maior custo marginal, podem demandar de ambas as firmas, havendo um processo de auto-seleção na escolha de qual firma demandar. Essa massa de consumidores é denominada de duopólio. No caso apresentado, com $\alpha > 0$ fixo, identifica-se a existência desse contínuo de consumidores que, mesmo localizados mais próximos da firma da esquerda, podem comprar de ambas as firmas, dependendo essa decisão do parâmetro real de preferência vertical de cada um desses consumidores. Ou seja, dados os preços cobrados em equilíbrio, existem consumidores que irão demandar da firma da esquerda se a preferência por qualidade for superior a $\widetilde{\nu}$, ou então irão demandar da firma da direita se a preferência por qualidade for abaixo de $\widetilde{\nu}$[22]. Novamente tem-se que, *quanto maior a vantagem de custo da firma eficiente, maior é esse contínuo de consumidores que caracterizam o duopólio.*

Assim, apenas alguns consumidores, de fato localizados bem mais próximos da firma da esquerda do que da direita, é que sempre optam por demandar daquela. Isso porque para esses consumidores, a vantagem de custo da firma da direita não é suficiente para que esta cobre um preço que consiga capturá-los, isto é, para esses consumidores, dados os preços de equilíbrio e as utilidades decorrentes destes, é sempre melhor consumir da firma ineficiente.

4.2 Variações nos parâmetros $\underline{\nu}, \bar{\nu}$ e c

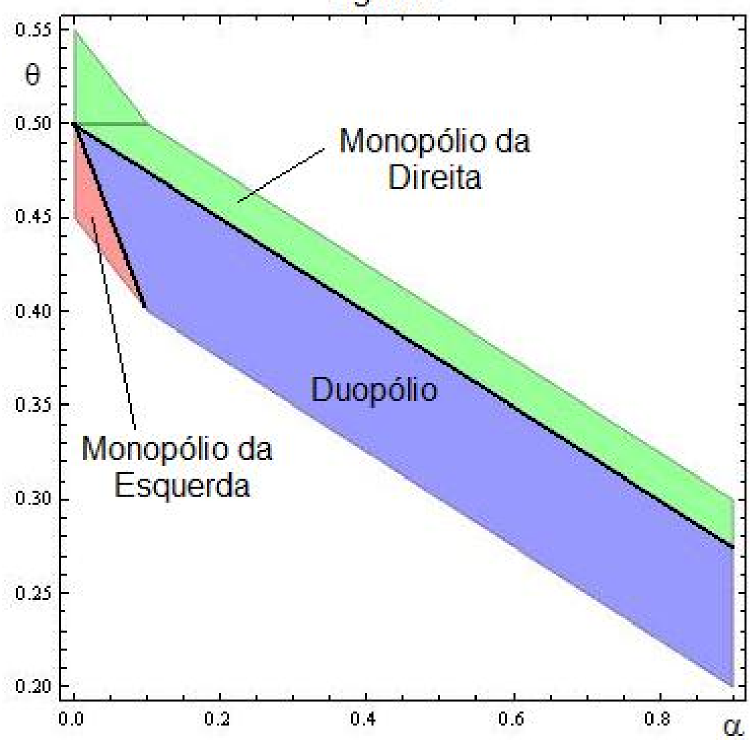
Agora, deseja-se identificar quais são as mudanças das estruturas de mercado de equilíbrio, para cada economia (θ, α), quando alteram-se separadamente cada um dos parâmetros $\Delta\nu$ ou c. Vamos começar por variações no custo c para as duas firmas. A intuição econômica nos diz que, quanto maior c, mais difícil é

[22]Portanto, se $\alpha < 0$, então essa região de consumidores que se auto-selecionam denominada região de duopólio ocorreria entre os consumidores mais próximos da firma da direita, sendo que nesse caso, eles optariam por demandar da firma da direita se a preferência por qualidade fosse superior a $\widetilde{\nu}$, e da esquerda, caso contrário.

a obtenção dos equilíbrios uma vez que maiores serão os preços de equilíbrio, e por conseguinte, maior será o número de consumidores que optarão por não participarem do contrato.

Essa intuição é de fato verificada dado que, quando c é muito alto, as condições (18), para $\theta < \theta^M$, e (25), para $\theta < \theta^M$, deixam de ser atendidas, e as restrições que antes eram redundantes para os casos de duopólio, deixam de sê-las, limitando ainda mais as possibilidades de equilíbrio para essa estrutura de mercado. Além disso, as condições (19), (21), (26) e (28) tornam-se ainda mais restritivas, enfatizando a redução das regiões de equilíbrio. A fim de ilustramos essa avaliação, vamos retomar ao mesmo exemplo numérico, mas agora considerando $c = 0,9$.

Figura 2



Comparando os resultados apresentados na figura 1 com os da figura 2, de fato verificamos uma redução dos equilíbrios.

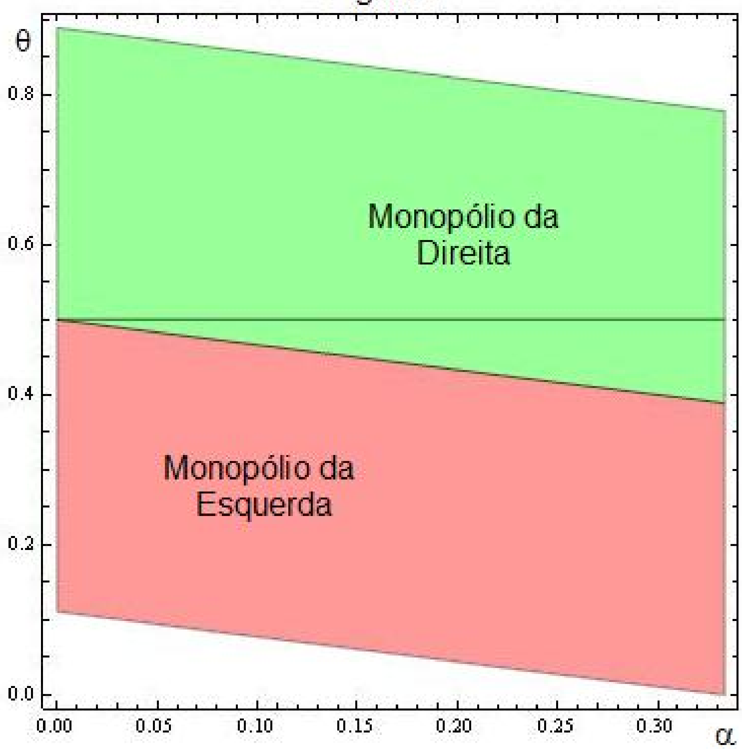
Uma segunda avaliação que será feita é relativa ao parâmetro $\Delta\nu$, mantendo c constante. Observe que, quanto maior $\Delta\nu = \bar{\nu} - \underline{\nu}$, maior é a variância e a assimetria de informação sobre a dimensão da preferência verticial, uma vez que o parâmetro ν pode assumir um número maior de valores.

Dadas as restrições que os equilíbrios das estruturas de mercado devem satisfazer, apresentadas nas Proposições 3 e 4, identifica-se que quanto menor $\Delta\nu$,

menor é a região que caracteriza duopólio, uma vez que os limites das restrições (20) e (27) se tornam mais próximos, e consequentemente, maiores se tornam as regiões de monopólio com competição. O inverso também vale, isto é, quanto maior a assimetria de informação $\Delta\nu$, maior a região de duopólio e menores as regiões de monopólios com competição latente.

O extremo ocorre quando $\underline{\nu} = \bar{\nu}$. Essa situação reflete o fim da assimetria de informação, dado que o parâmetro de preferência vertical de cada consumidor pode assumir um único valor. O maior efeito desse caso é a total ausência da região que caracteriza duopólio, uma vez que, para todo θ, as expressões $\frac{(2\bar{\nu}-\underline{\nu})(1-2\theta)}{2}$ e $\frac{(2\underline{\nu}-\bar{\nu})(1-2\theta)}{2}$ são iguais. Novamente, a fim de ilustramos esses resultados, vamos retomar ao exemplo numérico já apresentado, mas agora adotando $\underline{\nu} = \bar{\nu} = 3$.

Figura 3



Assim, conclui-se que a existência de uma região denominada duopólio, na qual há possibilidade dos consumidores demandarem de ambas as firmas, é o principal efeito devido à assimetria de informação presente no modelo base.

5 Efeitos da Informação e da Heterogeneidade do Custo

5.1 Informação

A decisão de apreçamento de uma firma depende, entre outros fatores, da informação disponível sobre cada consumidor e da estrutura de mercado vigente. Os consumidores são protegidos contra a extração de seus excedentes quando detêm alguma informação privada sobre suas preferências e/ou quando existe algum grau de competição entre os ofertantes. Observa-se que, em geral, mesmo se as firmas tiverem informação completa sobre todas as preferências dos consumidores, a competição garante ao consumidor excedente positivo.

Armstrong (2006) argumenta que o impacto de mais informação sobre o lucro e os preços, depende do tipo de informação que se torna disponível. Assim, a fim de se identificar qual o efeito causado pela assimetria de informação sobre os preços de equilíbrio do modelo base, isto é, com duas firmas heterogêneas e assimetria de informação sobre as preferências verticais, vamos comparar os resultados oriundos de um modelo com simetria informacional aos já apresentados com informação assimétrica.

Para tanto, tome que todos os consumidores têm preferência por qualidade, de conhecimento comum, dada por $\nu_0 \in [\underline{\nu}, \bar{\nu}]$. Levando em consideração também as "restrições de participação" dos consumidores, devido à necessidade de ser individualmente racional a decisão em se participar desse contrato, temos que o resultado de equilíbrio é:

Proposição 6 *Seja c_r o custo marginal da firma da direita, c_l o da esquerda, e ν_0 a preferência por qualidade dos consumidores de conhecimento comum, existe equilíbrio de Nash-Bertrand nesse jogo, caracterizado por:*

(i) Monopólio da firma da esquerda com competição latente da direita: se

$$c_l - c_r < (1 - 2\theta)\,\nu_0$$

então os preços de equilíbrio são dados por

$$\begin{aligned} p_r &= c_r \\ p_l &= c_r + (1 - 2\theta)\,\nu_0; \end{aligned} \tag{29}$$

(ii) Monopólio da firma da direita com competição latente da esquerda: se

$$c_l - c_r > (1 - 2\theta)\,\nu_0$$

então os preços de equilíbrio são dados por

$$\begin{aligned} p_r &= c_l - (1 - 2\theta)\,\nu_0 \\ p_l &= c_l. \end{aligned} \tag{30}$$

Considerando esses resultados apresentados sobre o modelo sem assimetria de informação, comparando-os com o do modelo com assimetria de informação, tem-se:

Proposição 7 *Quando não há assimetria de informação no modelo, não existe a região denominada duopólio e os preços de equilíbrio são maiores.*

Como não há mais incerteza, mesmo havendo vantagem de custo de alguma das firmas, a região de duopólio na qual os consumidores poderiam demandar de ambas as firmas, desaparece. No entanto, permenace o aspecto de que a firma mais eficiente consegue atrair alguns consumidores que apresentam viés de marca para a firma ineficiente.

Já a comparação entre esses novos preços de equilíbrio, sem informação privada, e os preços com assimetria de informação, corrobora o argumento de que a vantagem informacional dos consumidores reduz os níveis dos preços, contribuindo para que o excedente do consumidor não seja totalmente extraído pela firma, uma vez que esta não consegue discriminar perfeitamente.

Assim, pode-se afirmar que, de fato, a decisão de apreçamento por parte das firmas depende do tipo de informação disponível a elas, e que quanto maior é o nível de informação que uma firma obtém, maior é o seu poder para exercer discriminação de preços. Ou seja, quando não há assimetria de informação, os preços são maiores, pois as firmas podem discriminar também sobre esse parâmetro. Mas vale destacar que, o efeito da competição entre as firmas, faz com que esses preços não subam tanto.

Dada essa comparação entre os preços, observa-se que o modelo base apresentado com informação assimétrica engloba também o sem assimetria. Isso porque, quando se elimina totalmente a assimetria de informação pela adoção de $\bar{\nu} = \underline{\nu} = \nu_0$, verifica-se que, além dos preços dados por (7) e (11) se tornarem iguais, eles também se igualam a (29), preço de equilíbrio do modelo sem assimetria de informação. Observe que o análogo também é válido para os preços (9), (13) e (30).

Uma vez identificada que a vantagem informacional dos consumidores favorece-os, pois reduz os preços, deseja-se agora avaliar o efeito do tamanho da assimetria de informação $\Delta\nu$ sobre os preços de equilíbrio. Para simplificar essa análise, adote a seguinte normalização: fixe $\underline{\nu}$ e tome $\bar{\nu} = \underline{\nu} + \Delta\nu$. Assim, verifica-se que:

Proposição 8 *Considerando os preços de equilíbrio apresentados nos Corolários* 2 *e* 4, *um aumento da assimetria de informação* $\Delta\nu$ *implica aumento dos preços da região de duopólio dados por* (8) *e* (12), *e uma redução do preço de monopólio com competiçao latente da firma que os consumidores não têm preferência por marca, dado por* (9) *quando* $\theta < \theta^M$, *e* (11) *quando* $\theta > \theta^M$.

Observe, assim, que quanto maior a assimetria de informação, mais agressiva deve ser a política das firmas que desejam atrair consumidores que têm viés de preferência para a outra marca e por isso, menores são os preços (9) e (11). Já para a região de duopólio, ambos os preços se elevam devido o aumento de $\Delta\nu$. No entanto, para um dado consumidor θ, o aumento do preço da firma que ele têm preferência por marca é maior do que o aumento do preço da outra firma, nessa região de duopólio.

A avaliação sobre o impacto da assimetria de informação sobre os preços de equilíbrio, também pode ser feita considerando-se a situação na qual não existe competição. Relembrando apenas que, esse caso denominado de monopólio absoluto, pode ser interpretado como uma possível formação de cartel por parte das firmas. Assim, caso a firma pudesse observar o parâmetro ν_0 além do parâmetro da preferência por marca θ, então ela poderia realizar discriminação de preços sobre todos os parâmetros. Portanto, se não houvesse assimetria de informação, as firmas cobrariam os seguintes preços

$$p_l = \nu_0 (1 - \theta)$$

$$p_r = \nu_0 \theta,$$

a fim de extrair todo o excedente do consumidor.

Logo, a comparação entre esses preços sem assimetria, e os preços com assimetria dados por (10) e (14), evidencia que devido à falta de informação, as firmas se limitam a cobrar como preço, o que o consumidor θ estaria disposto a pagar caso fosse do pior tipo $\underline{\nu}$. Esse caso ilustra bem o argumento de que os consumidores são protegidos contra a extração total de seus excedentes quando detêm alguma informação privada sobre suas preferências.

- Distorção Alocativa:

Utilizando-se da caracterização do equilíbrio do modelo com simetria de informação apresentada na Proposição 6, outra análise que pode ser feita é a identificação de quais consumidores, no modelo base com assimetria de informação quanto ao parâmetro vertical, podem estar demandando da firma que não é ótimo demandar. Busca-se identificar qual a distorção alocativa decorrente da assimetria de informação. Assim, utilizar-se-á como *benchmark* de alocação eficiente, o modelo no qual não há assimetria de informação.

Considere ainda que todos os consumidores têm mesma preferência por qualidade $\nu_0 \in [\underline{\nu}, \bar{\nu}]$, e que os preços de equilíbrio são dados por (29) e (30). A partir desse modelo *benchmark*, identifica-se que o consumidor indiferente $\widehat{\theta}$ entre consumir da firma da direita ou da esquerda é[23]

$$\widehat{\theta} = \frac{\nu_0 - c_l + c_r}{2\nu_0} = \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{\nu_0},$$

tal que a alocação eficiente caracteriza-se por: os consumidores localizados acima de $\widehat{\theta}$ compram da firma da direita, e os abaixo, da esquerda[24].

[23] Resultado equivalente é identificado quando adota-se como *benchmark* o modelo com simetria de informação e com um regulador, que atribui maior peso aos consumidores, obrigando as firmas a cobrarem preços iguais a seus custos marginais. Ou seja, assumindo-se que todos os consumidores têm mesma preferência por qualidade $\nu_0 \in [\underline{\nu}, \bar{\nu}]$, e que $p_r = c_r$ e $p_l = c_l$.

[24] Observe que $\widehat{\theta}$ é definido a partir da seguinte expressão: $c_l - c_r = \left(1 - 2\widehat{\theta}\right) \nu_0$.

Voltando ao modelo com assimetria de informação, e considerando as formas funcionais dos custos dadas por (1), observa-se que a expressão (2), relativa à região de duopólio na qual existe auto-seleção por parte dos consumidores na escolha de qual firma demandar, pode ser apresentada alternativamente como

$$\frac{1}{2}-\frac{\alpha}{\underline{\nu}-\Delta\nu}<\theta<\frac{1}{2}-\frac{\alpha}{\overline{\nu}+\Delta\nu}. \tag{20'}$$

A partir dessa caracterização e como $\nu_0 \in [\underline{\nu}, \bar{\nu}]$, verifica-se que $\widehat{\theta}$ pertence a essa região de duopólio descrita por $(20')$.

Proposição 9 *Os consumidores localizados na região denominada de duopólio são os que sofrem distorção alocativa.*

Ou seja, considerando a interpretação dos resultados da Proposição 3, que indica que os consumidores localizados acima da região de duopólio demandam da firma da direita, e os abaixo, da esquerda, identificamos que os consumidores próximos a $\widehat{\theta}$ e dentro dessa região de duopólio, são exatamente os candidatos a caracterizarem alocação sub-ótima. Isso porque, no processo de auto-seleção, estes podem escolher demandar da firma quando essa escolha não é ótima segundo o *benchmark* apresentado.

Além dessa identificação de quais consumidores caracterizam a distorção alocativa, tem-se a ratificação dos resultados já apresentados na seção 4. Pela expressão $(20')$, verifica-se que, *quanto maior α, maior é a possibilidade de distorção alocativa dado que maior é a região de duopólio*[25]. Também verifica-se que, de maneira bastante semelhante, *quanto maior a assimetria de informação $\Delta\nu$, maior é a região de duopólio, e consequentemente, a de distorção alocativa.*

5.2 Heterogeneidade dos custos

Outro aspecto de interesse para ser analisado é o efeito da heterogeneidade dos custos sobre os preços de equilíbrio, e o seu efeito sobre a competição. Assumindo as formas funcionais para o custo das firmas, dadas por (1), apresentamos como exemplo, que os preços de equilíbrio do Corolário 2, podem ser dados, alternativamente, por:

$$\begin{aligned} p_r &= c-\alpha \\ p_l &= c-\alpha+\underline{\nu}\,(1-2\theta)\,, \end{aligned} \tag{7'}$$

$$\begin{aligned} p_r &= \frac{3c-\alpha+(\overline{\nu}-2\underline{\nu})\,(1-2\theta)}{3} \\ p_l &= \frac{3c+\alpha+(2\overline{\nu}-\underline{\nu})\,(1-2\theta)}{3}, \end{aligned} \tag{8'}$$

[25] Como $\underline{\nu}-\Delta\nu<\bar{\nu}+\Delta\nu$, então um aumento de α causa uma redução maior no limite inferior da expressão $(20')$ do que no limite superior, levando a um aumento da região de duopólio.

$$\begin{aligned} p_r &= c + \alpha - \overline{\nu}\,(1 - 2\theta) \\ p_l &= c + \alpha. \end{aligned} \tag{9'}$$

Identifica-se que, quando a vantagem de custo da firma eficiente aumenta[26], tem-se que a firma ineficiente reduz seu preço de monopólio com competição latente da eficiente, uma vez que essa competição latente se torna mais agressiva. Já, o preço cobrado pela firma eficiente, em seu monopólio com competição latente da firma ineficiente, aumenta, pois a margem de preço devido a competição latente aumenta, uma vez que o custo marginal da ineficiente aumentou.

Na região denominada de duopólio, identifica-se um efeito direito. A firma que tem vantagem de custo, ao se tornar ainda mais eficiente repassa parte desse ganho ao preço, reduzindo-o. Enquanto que a firma ineficiente, ao ter um aumento de seu custo marginal, também repassa parte desse aumento ao preço de equilíbrio dessa situação. Observe que esses resultados podem ser verificados tanto por meio do Corolário (2) quanto por meio do Corolário (4). Assim, conclui-se não apenas que um aumento da heterogeneidade dos custos leva a mudanças das estruturas de mercado, ampliando o mercado da firma eficiente, como também apresenta efeito sobre os preços de equilíbrio cobrados.

6 Conclusão

O modelo de competição duopolista analisado, com firmas heterogêneas, produtos espacialmente diferenciados quanto a dimensão vertical e horizontal, e informação privada por parte dos consumidores sobre suas preferências por qualidade, permitiu identificar que a assimetria de informação e a diferença de custo exercem grande relevância sobre a decisão de apreçamento das firmas. De fato, a vantagem informacional dos consumidores implica certo benefício a estes, traduzido por preços de equilíbrio mais baixos. No entanto, além dos consumidores serem protegidos contra a extração total de seus excedentes por deterem informação privada, outro aspecto favorável a eles, que também contribui contra a extração de seus excedentes, é a existência de competição entre as firmas.

O ponto incial desse trabalho era a extensão da análise apresentada por Stole (1995) quanto ao modelo de diferenciação vertical, inserindo heterogeneidade entre as firmas por seus custos marginais serem diferentes. Dessa forma, um efeito importante dessa hipótese de heterogeneidade de custos, é que a firma eficiente consegue atrair alguns consumidores que, mesmo tendo preferência horizontal pela outra firma, em equilíbrio, demandam da de menor custo. Assim, a firma mais eficiente acaba de fato se deparando com mercado maior do que a menos eficiente.

Considerando esses dois aspectos importantes do modelo, dados pela assimetria de informação e custos heterogêneos, identifica-se que um resultado importante é a existência de uma massa de consumidores que, em equilíbrio,

[26] Poderíamos considerar vantagem de custo da firma da direita, tal que essa situação seria traduzida por um aumento de α.

pode demandar de qualquer uma das firmas, sendo essa decisão pautada sobre o conhecimento do verdadeiro parâmetro de preferência por qualidade de cada consumidor.

No entanto, além desse modelo com assimétria informacional e custos heterogêneos apresentar essa região de duopólio, identificamos mudanças importantes nessa região devido a um aumento da informação assimetrica e/ou da vantagem de custo. Observe que, quando a assimetria de informação aumenta, essa massa de consumidores que pode demandar de ambas as firmas aumenta, assim como os preços de equilíbrio cobrados nessa região. Já quando ocorre uma redução do custo marginal da firma eficiente, traduzida por um aumento de α, além de se verificar uma redução da demanda da firma ineficiente, ocorre também um aumento da região de duopólio, mas os preços cobrados nessa região se comportam de maneira diferente. Enquanto o preço da firma com vantagem de custo diminui nessa região de duopólio devido a um ganho de eficiência, o preço de equilíbrio cobrado pela firma ineficiente aumenta.

Dados esses resultados do presente trabalho, algumas extensões pretendem ser desenvolvidas sobre esse modelo. Uma primeira extensão é a adoção de uma função utilidade dos consumidores estritamente côncava, tal que permitisse a obtenção de uma qualidade ofertada em equilíbrio $q^* \in [0, \infty)$ sem ser dada pela qualidade máxima que as firmas podem ofertar.

Outra extensão é decorrente de que, na seção 2, caracterizamos um equilíbrio para qualquer distribuição arbitrária $F(\nu)$. No entanto, apenas identificamos a existência de equilíbrio para uma distribuição uniforme de ν. Logo, a identificação da existência de equilíbrio para distribuições mais gerais do que apenas a uniforme também é uma extensão imediata desse trabalho.

Outro aspecto que ainda se busca estudar, é que, idealmente, um modelo geral de competição imperfeita com discriminação de preços deveria incorporar ambos os tipos de assimetria de informação, pois assim iria capturar as diferenças entre as valorações marginais por qualidade entre os consumidores e a variedade de preferência por marca. No entanto, modelos com assimetria multidimensionais envolvem maior complexidade técnica. Algumas alternativas já foram consideradas para se contornar tal dificuldade técnica, no entanto, ainda há espaço nessa busca. Dessa forma, apesar dessa dificuldade, uma extensão relevante desse trabalho é a análise de um modelo análogo, mas com assimetria de informação bidimensional e distribuição qualquer sobre esses parâmetros.

A Apêndice

Demonstração. (Lema 1) No caso da firma da direita, $p_{-i} > p_i - \underline{\nu}\Delta d$ e $p_{-i} < p_i - \overline{\nu}\Delta d$ são estratégias dominadas porque qualquer preço $p_{-i} > p_i - \underline{\nu}\Delta d$ faz com que a firma tenha mesmo lucro caso adotasse $p_{-i} = p_i - \underline{\nu}\Delta d$, e qualquer preço $p_{-i} < p_i - \overline{\nu}\Delta d$ faz com que a firma aufira lucro menor do que se adotasse $p_{-i} = p_i - \overline{\nu}\Delta d$.

O caso dos preços da firma i é análogo. ■

Lema 4 *Considerando a Hipótese 2, os problemas de melhor resposta das firmas são quase-côncavos.*

Demonstração. Por simplicidade, tome o problema de melhor resposta da firma $-i$ apresentado em (5). Sua condição de primeira ordem pode ser dada por:

$$g^{'}(p_{-i}) = \frac{F\left(\frac{\bar{p}_l - p_r}{\Delta d}\right)}{f\left(\frac{\bar{p}_l - p_r}{\Delta d}\right)} - \frac{[p_{-i} - c_{-i}]}{\Delta d},$$

tal que, no ótimo p^*_{-i}, tem-se que

$$g^{'}\left(p^*_{-i}\right) = 0.$$

Assim, pela *hazard rate condition* $\left(\frac{d}{dx}\frac{F(x)}{f(x)} > 0 \text{ ou } \frac{d}{dx}\frac{1-F(x)}{f(x)} < 0\right)$, verifica-se que

$$g^{'} \gtrless 0 \text{ se } p_{-i} \lesseqgtr p^*_{-i},$$

o que implica que a função objetivo do problema de melhor resposta para a firma $-i$ é quase-côncava.

Analogamente, verifica-se o mesmo para a firma i. ■

Demonstração. (Proposição 1) Considerando a quase-concavidade dos problemas de melhor resposta das firmas apresentados em (4) e (5), a caracterização do equilíbrio é obtida como ponto fixo a partir das seguintes condições de Kuhn-Tucker:

$$F\left(\frac{\bar{p}_i - p_{-i}}{\Delta d}\right) - \frac{[p_r - c_r]}{\Delta d} f\left(\frac{\bar{p}_l - p_r}{\Delta d}\right) \begin{cases} \geqslant 0, & \text{se } \; p_{-i} = \bar{p}_i - \underline{\boldsymbol{\nu}}\Delta d \\ = 0, & \text{se } \; p_{-i} \in (\bar{p}_i - \overline{\boldsymbol{\nu}}\Delta d, \bar{p}_i - \underline{\boldsymbol{\nu}}\Delta d) \\ \leqslant 0, & \text{se } \; p_{-i} = \bar{p}_i - \overline{\boldsymbol{\nu}}\Delta d \end{cases}$$

$$1 - F\left(\frac{p_i - \bar{p}_{-i}}{\Delta d}\right) - \frac{(p_i - c_{-i})}{\Delta d} f\left(\frac{p_i - \bar{p}_{-i}}{\Delta d}\right) \begin{cases} \geqslant 0, & \text{se } \; p_i = \overline{p}_{-i} + \overline{\boldsymbol{\nu}}\Delta d \\ = 0, & \text{se } \; p_i \in (\bar{p}_{-i} + \underline{\boldsymbol{\nu}}\Delta d, \bar{p}_{-i} + \overline{\boldsymbol{\nu}}\Delta d) \\ \leqslant 0, & \text{se } \; p_i = \overline{p}_{-i} + \underline{\boldsymbol{\nu}}\Delta d \end{cases}$$

Ressaltando-se que, o equilíbrio também deve satisfazer as condições (I) e (II).
■

Demonstração. (Corolário 1) Aplicação imediada da proposição 1 quando o parâmetro ν tem distribuição uniforme, considerando as restrições (I) e (II).
■

Demonstração. (Proposição 2) A condição de não exclusão conjuntamente com as restrições do problema de melhor resposta da firma da esquerda, implicam que o preço de equilíbrio é

$$p_i = \underline{\nu} d_{-i}.$$

■

Demonstração. (Lema 3) Dada a condição $c < \underline{\nu}(1-\theta) + \bar{\nu}\left(\frac{1}{2} - \theta\right)$, temos tanto que

$$\frac{(2\underline{\nu} - \bar{\nu})(1-2\theta)}{2} > (1-2\theta)\left[3c + (1-3\theta)\bar{\nu} - (2-3\theta)\underline{\nu}\right],$$

quanto que

$$\frac{(2\underline{\nu} - \bar{\nu})(1-2\theta)}{2} > 3c + \bar{\nu}(1-2\theta) - \underline{\nu}(2-\theta),$$

o que implica que a restrição $\frac{(2\underline{\nu}-\bar{\nu})(1-2\theta)}{2} < \alpha$ torna as restrições (15) e (16) redundantes. Já quanto a (17), como $\bar{\nu} \geqslant \underline{\nu}$, temos de imediato que

$$\bar{\nu}(1-2\theta) + \theta\underline{\nu} - c < (1-\theta)\bar{\nu} - c,$$

assim $\alpha \leqslant \bar{\nu}(1-2\theta) + \theta\underline{\nu} - c$ garante que $\alpha < (1-\theta)\bar{\nu} - c$, sendo esta redundante. ■

Demonstração. (**Proposição 3**) Decorrente do lema 3. ■

Demonstração. (Lema 4) Pela condição $c < \underline{\nu}\theta + \bar{\nu}\left(\frac{1}{2} - \theta\right)$, temos tanto que

$$\frac{(2\underline{\nu} - \bar{\nu})(1-2\theta)}{2} < (1-2\theta)\left[3c + (1-3\theta)\underline{\nu} - (2-3\theta)\bar{\nu}\right],$$

quanto que

$$\frac{(2\underline{\nu} - \bar{\nu})(1-2\theta)}{2} < \bar{\nu}(1-2\theta) + \underline{\nu}(1+\theta) - 3c.$$

Assim, $\alpha < \frac{(2\underline{\nu}-\bar{\nu})(1-2\theta)}{2}$ torna as restrições (23) e (24) redundantes. Já quanto a (22), se $\alpha \geqslant c + (1-2\theta)\bar{\nu} - (1-\theta)\underline{\nu}$, então $\alpha > c - \theta\bar{\nu}$, uma vez que $\bar{\nu} \geqslant \underline{\nu}$ garante $c + (1-2\theta)\bar{\nu} - (1-\theta)\underline{\nu} > c - \theta\bar{\nu}$. ■

Demonstração. (**Proposição 4**) Decorrente do lema 4. ■

Demonstração. (**Proposição 7**) Com efeito, verifica-se que o preço de monopólio da firma esquerda com simetria de informação, dado por (29), é maior do que os preços com assimetria, dados por (7) quando $\theta < \theta^M$, pois

$$c_r + (1-2\theta)\nu_0 > c_r + \underline{\nu}(1-2\theta)$$

e dados por (11) quando $\theta > \theta^M$, pois

$$c_r + (1-2\theta)\nu_0 > c_r + \bar{\nu}(1-2\theta).$$

Esse mesmo resultado também é observado nos preços de monopólio da firma da direita, pois o preço de equilíbrio sem informação assimétria dado por (30)

é maior do que os preços quando há assimetria, dados por (9) quando $\theta < \theta^M$, e (13) quando $\theta > \theta^M$. ■

Demonstração. (**Proposição 8**) Imediata, uma vez que a derivada dos preços de equilíbrio (8) , (9) , (11) e (12) com relação a $\Delta\nu$ indica, além da magnitude do efeito, seu sinal. ■

Demonstração. (**Proposição 11**) Devido a $\widehat{\theta}$ pertencer a região definida por $(20')$. ■

Referências

[1] ARAUJO, A.,H. MOREIRA e S. VIEIRA, "Nonlinear Pricing Beyond the Demand Profile Approach", *Working-Paper.*

[2] ARMSTRONG, M. (2006), "Recent Developments in the Economics of Price Discrimination", em *Advances in Economics and Econometrics: Theory and Applications: Nineth World Congress Volume 2,* ed. por R. Blundell, W. Newey, e T. Persson, pp. 97-141. Cambridge University Press, Cambridge, UK.

[3] ARMSTRONG, M. e D. E. M. SAPPINGTON (2006), "Regulation, Competition, and Liberalization."*Journal of Economic Literature,* pp. 325-366.

[4] ARMSTRONG, M. e J. VICKERS (1993), "Price Discrimination, Competition and Regulation."*Journal of Industrial Economics,* vol. 4, pp. 335-360.

[5] ARMSTRONG, M. e J. VICKERS (2001), "Competitive Price Discrimination."RAND*Journal of Economics,* vol. 32, pp. 579-605.

[6] CHAMPSAUR, P. e J.C. ROCHET (1989), "Multiproduct Duopolists."*Econometrica,* vol. 57, pp. 533-557.

[7] MIN, T. *et all* (2002), "Competitive Nonlinear Pricing with Product Differentiation", *Internacional Review of Economics and Finance,* pp.155-173.

[8] MUSSA e ROSEN (1978), "Monopoly and Product Quality", *Journal of Economic Theory*, pp. 301-317.

[9] ROCHET, J.C. e L.A. STOLE (2002), "Nonlinear Pricing with Random Participation", *Review of Economics Studies,* pp. 277-311.

[10] ROCHET, J.C. e L.A. STOLE (), "The Economics of Multidimensional Screening",

[11] SPULBER, D.F. (1989), "Product Varity and Competitive Discounts."*Journal of Economic Theory,* pp. 510-525.

[12] STIGLER, G. (1987), *Theory of Price.* Macmillan, New York.

[13] STOLE, L. A. (2007), "Price Discrimination and Imperfect Competition,"em *Handbook of Industrial Organization: Volume III,* ed. por M. Armstrong e R. Porter, pp. 2221-3000. North-Holland, Amsterdam.

[14] STOLE, L. A. (1995), "Nonlinear Pricing and Oligopoly."*Journal of Economics and Management Strategy,* vol. 4, pp. 529-562.

[15] WILSON, R. B. (1993), *Nonlinear Pricing.* Oxford University Press.

[16] YANG, H. e L. YE (2008), "Nonlinear Pricing, Market Coverage, and Competition."*Theoretical Economics,* vol. 3, pp. 123-153.