

FUNDAÇÃO GETULIO VARGAS
ESCOLA DE ECONOMIA DE SÃO PAULO

VICTOR HUGO DE SENA

**SIMULAÇÕES PROBABILÍSTICAS PARA
IDENTIFICAÇÃO DE OPORTUNIDADES DE
INVESTIMENTO NO MERCADO ACIONÁRIO**

SÃO PAULO

2021

VICTOR HUGO DE SENA

**SIMULAÇÕES PROBABILÍSTICAS PARA
IDENTIFICAÇÃO DE OPORTUNIDADES DE
INVESTIMENTO NO MERCADO ACIONÁRIO**

Dissertação apresentada à Escola de
Economia de São Paulo da Fundação Getúlio
Vargas, como requisito para a obtenção do
título de Mestre em Economia.

Área de concentração:
Engenharia Financeira.

Orientador:
Prof. Dr. André Cury Maialy

SÃO PAULO

2021

Sena, Victor Hugo de.

Simulações probabilísticas para identificação de oportunidades de investimento no mercado acionário / Victor Hugo de Sena. - 2021.

42 f.

Orientador: Prof. Dr. André Cury Maialy.

Dissertação (mestrado profissional MPFE) – Fundação Getulio Vargas, Escola de Economia de São Paulo.

1. Investimentos - Análise. 2. Ações (Finanças) - Preços. 3. Fluxo de caixa. 4. Probabilidades. 5. Modelos econométricos. I. Maialy, André Cury. II. Dissertação (mestrado profissional MPFE) – Escola de Economia de São Paulo. III. Fundação Getulio Vargas. IV. Título.

CDU 336.767

Ficha Catalográfica elaborada por: Isabele Oliveira dos Santos Garcia CRB SP-010191/O

Biblioteca Karl A. Boedecker da Fundação Getulio Vargas - SP

VICTOR HUGO DE SENA

SIMULAÇÕES PROBABILÍSTICAS PARA IDENTIFICAÇÃO DE OPORTUNIDADES DE INVESTIMENTO NO MERCADO ACIONÁRIO

Dissertação apresentada à Escola de Economia de São Paulo da Fundação Getúlio Vargas, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Economia.

Área de concentração:
Engenharia Financeira.

Data da Aprovação: 26/10/2021

Banca Examinadora:

Prof. Dr. André Cury Maialy
(Orientador)
EESP-FGV

Prof. Dr. Afonso de Campos Pinto
EESP-FGV

**Prof. Dr. Flavio Almeida de Magalhães
Cipparrone**
USP-Escola Politécnica

Aos meus queridos pais, Joana e Valdir; esta conquista também é de vocês.

AGRADECIMENTOS

A trajetória de um mestrando é permeada de inúmeros desafios, incertezas, tristezas, alegrias e alguns percalços até chegar na conclusão do trabalho final. Apesar destas dificuldades a que qualquer investigador está destinado, é um processo que reúne contributos de diversas pessoas que foram indispensáveis para o alcance do objetivo final.

Gostaria de agradecer primeiramente aos meus pais, responsáveis por me darem uma boa educação e por me apoiarem em todas as etapas até aqui. Os valores ensinados e o amor compartilhado foram meu alicerce desde o início. Todas as minhas conquistas foram graças a eles.

Um muito obrigado ao meu professor e orientador André Maialy, por todos os ensinamentos e toda a atenção dada ao longo do curso e, em especial, durante a realização deste trabalho. Sua visão prática e objetividade para resolução dos problemas é o que mais me admira.

Agradeço, também, ao demais professores da FGV e aos meus colegas de classe, com quem compartilhei aprendizados, alegrias e preocupações ao longo do curso.

RESUMO

Este trabalho estuda uma técnica que utiliza simulações probabilísticas em conjunto com um modelo autorregressivo de médias móveis (ARMA) para determinar se o investimento em uma determinada ação é atrativo ao investidor (supera o custo de oportunidade). Primeiramente, utilizamos o modelo ARMA para projetar os fluxos de caixa para o acionista. Na sequência, encontramos o valor mínimo aceitável da ação para que o investimento seja atrativo para o investidor e, através de simulações probabilísticas, determinamos a probabilidade do investimento superar o custo de oportunidade do investidor. Esta pesquisa utilizou, como insumo para sua aplicação em um caso real, dados fornecidos pela empresa *Quantum Axis*. A empresa escolhida foi a Companhia Siderúrgica Nacional (CSNA3).

Palavras-chave: Fluxos de caixa. $\text{ARMA}(p, q)$. Simulações Probabilísticas.

ABSTRACT

This work studies a technique that uses probabilistic simulations in conjunction with an autoregressive moving average model (ARMA) to determine whether investing in a given stock is attractive to the investor (surpasses the opportunity cost). First, we use the ARMA model to project free cash flows to equity. Next, we find the minimum acceptable share price for the investment to be attractive to the investor and, through probabilistic simulations, we determine the probability of the investment surpassing the investor's opportunity cost. This research used, as input for its application in a real case, data provided by the company *Quantum Axis*. The company chosen was Companhia Siderúrgica Nacional (CSNA3).

Keywords: Free cash flow. ARMA(p , q). Probabilistic Simulations.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Exemplificação com Imóvel - Parte I	20
Figura 2 – Exemplificação com Imóvel - Parte II	20
Figura 3 – Exemplificação com Imóvel - Parte III	21
Figura 4 – Janela Móvel utilizada para a Construção da Distribuição dos Retornos Históricos da Ação.	22
Figura 5 – Cálculo do Valor Estimado para a Ação em $t=4$	23
Figura 6 – Representação dos Fluxos de Caixa sem Ajuste pelo IPCA.	30
Figura 7 – Representação dos Fluxos de Caixa com Ajuste pelo IPCA.	31
Figura 8 – Representação da Primeira Diferença dos Fluxos de Caixa com Ajuste pelo IPCA.	31
Figura 9 – Teste do Modelo.	33
Figura 10 – Simulação de Monte Carlo para os Fluxos de Caixa.	33
Figura 11 – Distribuição dos Valores de F_A	34
Figura 12 – Distribuição dos Valores de V_M	34
Figura 13 – Curva DI Para o Período da Simulação de Monte Carlo.	35
Figura 14 – Distribuição dos Valores de V_P	35
Figura 15 – Distribuição dos Retornos Históricos da Ação (B_k).	35
Figura 16 – Histograma da Diferença entre V_4 e V_P	38

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	– Resultados do Teste <i>Dickey-Fuller</i>	32
Tabela 2	– AIC referente a cada $AR(p)$ e $MA(q)$	32
Tabela 3	– BIC referente a cada $AR(p)$ e $MA(q)$	32
Tabela 4	– Análise de sensibilidade entre o corte na probabilidade para realização do investimento e o custo de oportunidade.	37

SUMÁRIO

1	Introdução	11
1.1	Motivação	11
1.2	Objetivo do trabalho	11
2	Revisão bibliográfica	13
2.1	Conceitos básicos	13
2.2	Estado da arte no assunto	14
2.3	Contribuição deste trabalho na literatura existente	17
3	Desenvolvimento do modelo	18
3.1	Caracterização do objeto de estudo	18
3.2	Abordagem do objeto de estudo/problema	19
3.3	Modelagem	23
3.3.1	Construção dos fluxos de caixa para o acionista	23
3.3.2	Correção monetária dos fluxos de caixa para o acionista	24
3.3.3	Estacionariedade	25
3.3.4	Modelo ARMA(p, q)	26
3.4	Obtenção dos resultados	27
4	Aplicação do modelo e apresentação dos resultados	29
4.1	Descrição/caracterização do caso prático	29
4.2	Coleta de dados/informações	29
4.3	Aplicação do modelo ao caso em questão	32
4.4	Apresentação dos resultados	36
5	Conclusão	38
6	Pesquisas futuras	40
	Referências	41

1 Introdução

1.1 Motivação

No meio corporativo, em empresas, bancos de investimentos, ou fundos de investimentos e, também, no meio acadêmico, por diversas vezes é necessário avaliar se uma ação está bem ou mal precificada, de acordo com seus fundamentos. Ainda que existam diferentes maneiras de se chegar a um resultado, a metodologia mais amplamente utilizada para a avaliação do valor justo de uma ação é o fluxo de caixa descontado (*Discounted Cash Flow* - DCF). O fluxo de caixa é o que interessa ao investidor porque é usado para pagar dividendos, pagar dívidas ou recomprar ações da empresa. Os fluxos de caixa futuros indicam quanto caixa um investidor acredita que uma empresa irá gerar no futuro, depois de gastar o dinheiro necessário para manter a empresa operacional e em crescimento. Além disso, o investidor acredita que, com o tempo, o preço das ações refletirá o valor intrínseco de um negócio que é calculado com a ajuda do método DCF. Com isso, é possível o investidor identificar assimetrias de preços no mercado, de acordo com suas próprias projeções de fluxos de caixa.

Porém, a forma mais tradicional de projetar os fluxos de caixa possui alguns problemas. Normalmente, a média histórica de crescimento dos fluxos é utilizada como projeção futura de crescimento. No entanto, a taxa de crescimento dos fluxos de caixa passados não será, necessariamente, igual no futuro.

Uma segunda limitação é a taxa de desconto dos fluxos, representada pelo k_e (custo de capital próprio), que é a exigência de remuneração do acionista e, muitas vezes, é obtido através do *Capital Asset Pricing Model* (CAPM)¹. É consenso no mundo financeiro que o CAPM apresenta inúmeras limitações (ROSSI, 2016).

Por fim, após o período de geração dos fluxos de caixa, a empresa apresenta um valor terminal (residual) que é o valor presente líquido dos fluxos de caixa da perpetuidade (NETO, 2003). Usualmente, a taxa de desconto praticada no valor terminal é o próprio k_e .

1.2 Objetivo do trabalho

O objetivo deste trabalho é construir um modelo que identifique oportunidades de investimento no mercado acionário brasileiro. Mais especificamente, o objetivo é que

¹ O custo de capital próprio é o retorno mínimo exigido pelos investidores para adquirirem ações de uma empresa. Essa taxa de atratividade, usada para descontar os fluxos de caixa previstos de um investimento, é formada pela expressão básica de cálculo do modelo do CAPM, pela taxa livre de risco, prêmio de risco de mercado e o risco da empresa em relação ao de mercado (coeficiente beta).

o modelo retorne a probabilidade do investimento na ação para superar o custo de oportunidade do investidor. Serão utilizadas simulações probabilísticas em conjunto com o modelo *Autoregressive Moving Average Model* (ARMA), usado para projetar os fluxos de caixa para o acionista, com o intuito de determinar o valor mínimo aceitável da ação para que o investimento supere o custo de oportunidade do investidor. Assim, será possível realizar o cálculo da probabilidade informada. Mais detalhes sobre a implementação do modelo serão apresentados nos próximos capítulos.

A métrica para avaliação de desempenho do modelo que gostaríamos de utilizar é o *backtest* da estratégia de investimento. Através do *backtest*, é possível calcular a rentabilidade acumulada da estratégia de investimento e do retorno anualizado obtidos com a aplicação do modelo aqui proposto e compará-los com o custo de oportunidade do investidor no período. Porém, devido à limitação na quantidade de dados, não será possível avaliar o desempenho do modelo. Os dados utilizados nesta pesquisa foram disponibilizados pela plataforma *Quantum Axis*.

Além dessa introdução, o trabalho conta com seis capítulos. No capítulo 2, apresentamos os conceitos básicos envolvidos e uma breve exposição da teoria, além de fazer uma revisão da bibliografia sobre o assunto. No capítulo 3, descrevemos o modelo, mostrando a metodologia para solucionar o problema e como os resultados serão avaliados. No capítulo 4, aplicamos o modelo demonstrado na seção anterior, detalhando os parâmetros e as premissas assumidas. Além disso, temos a apresentação dos resultados e a análise desses resultados. No capítulo 5, trazemos a conclusão e suas implicações. Por fim, no capítulo 6, estão as sugestões de possíveis trabalhos futuros.

2 Revisão bibliográfica

Neste capítulo são apresentadas pesquisas na área de Finanças Corporativas, principalmente relacionadas ao *valuation* via fluxos de caixa. São apresentados, também, trabalhos e estudos que fazem uso de técnicas de modelagem de séries financeiras que foram utilizadas neste trabalho para a projeção de fluxos de caixa.

2.1 Conceitos básicos

O modelo de DCF é um dos métodos de avaliação mais amplamente utilizados para estimar o valor de um investimento. A formulação inicial do modelo de fluxo de caixa descontado foi introduzida na década de 1930 (FISHER, 1930; WILLIAMS, 1938). O DCF é baseado no pressuposto de que o dinheiro é rei (uma expressão usada algumas vezes na análise de negócios ou carteiras de investimentos) e é possível avaliar uma empresa através dele, descontando os fluxos de caixa futuros a seus valores presentes. Dois princípios fundamentais são incluídos no modelo DCF, a saber, o conceito de valor do dinheiro no tempo e a teoria do valor presente líquido (NPV).

O método considera, em sua essência, risco e retorno do investimento. Isso significa que a análise de fluxo de caixa descontado utiliza projeções de fluxo de caixa e taxas de desconto para chegar a uma estimativa de valor justo da empresa. Caso o valor obtido da análise do modelo DCF seja maior do que o custo atual do investimento, existe uma oportunidade para aquisição do ativo.

O valor de qualquer ação é o valor presente dos fluxos de caixa para o acionista (*Free Cash Flow to Equity* - FCFE), trimestre a trimestre, para o período de alto crescimento mais o valor presente do valor terminal da empresa no final do período (DAMODARAN, 1997).

$$Valor\ da\ Ação = \sum_{t=1}^{t=n} FCFE_t / (1 + k_{ac})^t + P_n / (1 + k_{ac})^n \quad (2.1)$$

onde:

- $FCFE_t$ é o fluxo de caixa para o acionista;
- k_{ac} é a taxa de desconto no período de alto crescimento (ac);
- P_n é o valor terminal da empresa;
- O subscrito n é o último trimestre do período de alto crescimento;

- O subscrito t denota o trimestre de avaliação das variáveis (varia de 1 a n).

O valor terminal, geralmente, é calculado usando o modelo de taxa de crescimento infinito:

$$P_n = FCFE_{n+1} / (k_{perp} - g) \quad (2.2)$$

onde:

- $FCFE_{n+1}$ é o valor do fluxo de caixa para o acionista na perpetuidade;
- k_{perp} é a taxa de desconto dos fluxos para a perpetuidade (perp);
- g é a taxa de crescimento perpétua depois do período de alto crescimento.

2.2 Estado da arte no assunto

A composição e projeção dos fluxos de caixa das empresas foram abordadas detalhadamente por alguns autores. O fluxo de caixa para o acionista é usado para determinar a quantidade de dinheiro disponível a ser pago aos acionistas de uma empresa, após deduzir as dívidas (antigas e novas) incluindo todas as despesas (FAROOQ; THYAGARAJAN, 2014). Essencialmente, o FCFE mede como uma empresa utiliza seu capital próprio. Damodaran (2016) discorre sobre como encontrar o valor justo de uma empresa através do DCF. A forma mais comum de estimar o FCFE é projetá-lo para um determinado período à frente (geralmente com crescimento acentuado) e um segundo período com valor terminal. A forma mais consistente de estimar este valor terminal, segundo o autor, é assumir que os fluxos de caixa crescerão a uma taxa estável que possa ser sustentada na perpetuidade. Sobre a taxa de desconto utilizada, o mais comum é o custo do acionista (patrimônio), tanto para os valores esperados de fluxo de caixa no período de crescimento como o valor terminal.

O DCF é popular em finanças corporativas porque incorpora elementos de risco na estimativa do custo de capital de uma empresa e leva em consideração os planos de investimento futuro da entidade (KRAMNA, 2014). Em sua observação sobre o uso do DCF, Farooq e Thyagarajan (2014) descreveram o modelo como o método de avaliação mais confiável para determinar o valor justo de um ativo, após levar em consideração a perspectiva de crescimento da organização.

Por outro lado, o DCF possui algumas fragilidades por conta da falta de informações necessárias para estabelecer o valor intrínseco de determinados tipos de empresas. Especificamente, Farooq e Thyagarajan (2014) apontaram que as fragilidades do DCF tornou-o inadequado para avaliar empresas de Pesquisa e Desenvolvimento (PD) e, por

extensão, empresas iniciantes de alta tecnologia. Festel, Wuermseher e Cattaneo (2013) observaram que as fraquezas do modelo DCF incluem sua incapacidade de prever fluxos de caixa, taxas de crescimento e o custo de capital para *startups*. Além disso, o DCF é incapaz de se adaptar às mudanças no mundo real, como a liquidação (falência) de empresas ou a mudança no escopo dos negócios (SCHOOTBRUGGE; WONG, 2013).

Já com relação a técnicas para modelagem de séries temporais financeiras, um dos trabalhos mais populares sobre modelos autorregressivos integrados de médias móveis (*Autoregressive Integrated Moving Average* - ARIMA) foi o de Box e Jenkins (1976). Uma das limitações dos modelos apresentados pelos autores é o fato de serem modelos lineares e, quando aplicados a situações onde as relações são não-lineares, podem gerar resultados não satisfatórios (HAMILTON; SUSMEL, 1994). Dessa forma, vários modelos estatísticos não-lineares foram propostos. Entre eles podemos citar os modelos de heterocedasticidade condicional autorregressivos (*Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* - ARCH), os modelos de heterocedasticidade condicional autorregressivos generalizados (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* - GARCH), dentre outros.

Faruk (2010) sugeriu a previsão de séries temporais de dados referentes à qualidade da água, através de uma abordagem híbrida entre o modelo ARIMA e Redes Neurais Artificiais (RNA) usando observações de 108 meses, incluindo dados como a temperatura da água, boro, oxigênio dissolvido, durante os anos de 1996 a 2004, no Rio Menderes Buyuk, na Turquia. O estudo teve como metodologia o ARIMA de Box e Jenkins e a estrutura da rede é a *feedforward* juntamente com o algoritmo retropropagação. As previsões do modelo híbrido foram comparadas com as obtidas das séries temporais tradicionais do ARIMA e da RNA separadamente. Como consequência da capacidade de reconhecer os padrões lineares através do ARIMA e as características não lineares pelas RNAs, ficou demonstrado que o modelo híbrido fornece melhor precisão que os métodos ARIMA e RNA para previsão da qualidade da água usados de forma isolada. A ideia dessas combinações é que o ponto forte de uma técnica compense o ponto fraco da outra, gerando como resultado da combinação modelos com melhores capacidades de previsão. O objetivo do artigo é comparar previsões sobre séries temporais, utilizando modelos econométricos do tipo ARMA e RNA's, para o caso dos log-retornos, comparando os desempenhos das diversas previsões, bem como construir um modelo combinado baseado na metodologia de Zou e Yang (2004) para o caso de previsões das séries. Segundo o autor, a escolha por este modelo se deu devido ao modelo desenvolvido por tais autores, para reduzir a instabilidade da previsão e, portanto, melhorar a precisão da predição, como apresentado por eles em algumas simulações e exemplos de dados reais que indicaram vantagem potencial sobre a seleção do modelo para tais casos.

A utilização de modelos ARIMA em Finanças é bastante difundida e há contribuições em diversas frentes. Alguns estudos foram realizados empregando modelos ARIMA

para prever os retornos do mercado de ações. Al-Shiab (2006) examina o modelo univariado de previsão ARIMA, utilizando o índice geral diário da Bolsa de Valores de Amã (ASE) dentro de um determinado período. Diferentes testes foram realizados para encontrar o melhor modelo que descrevesse os dados. O modelo selecionado não obteve um desempenho satisfatório na base de teste. Mondal, Shit e Goswami (2014) utilizou um modelo ARIMA selecionado com base no método *Akaike Information Criterion* (AIC). O autor escolheu 56 ações indianas de diferentes setores. Para todos os setores, a precisão do modelo ARIMA na previsão dos preços das ações está acima de 85%, o que indica que o ARIMA oferece boa precisão de previsão. De forma mais específica, as previsões no setor de bens de consumo foram os que tiveram melhor precisão. Por outro lado, a precisão das previsões para o setor bancário e automotivo é inferior em comparação com outros setores.

Vários estudos descobriram que os modelos ARIMA produziram previsões ineficazes para dados de séries temporais financeiras. Zhang (2003) propôs um modelo híbrido com ARIMA e redes neurais artificiais. O autor conclui que o modelo combinado pode ser uma maneira, de fato, eficaz de melhorar o desempenho da previsão. Os resultados empíricos com três conjuntos de dados reais mostraram que o modelo híbrido é capaz de superar cada modelo usado isoladamente. Khandelwal, Adhikari e Verma (2015) sugerem uma nova técnica de previsão pela segregação de um conjunto de dados de série temporal em componentes lineares e não lineares por meio do *Discrete Wavelet Transform* (DWT). A princípio, o DWT é usado para decompor o conjunto de dados de treinamento na amostra da série temporal em partes lineares e não lineares. Em seguida, os modelos ARIMA e de redes neurais são usados para reconhecer e prever separadamente os componentes lineares e não lineares. Desta forma, a abordagem proposta utiliza os pontos fortes exclusivos de DWT, ARIMA e RNA para melhorar a precisão da previsão. O método híbrido foi testado em quatro séries temporais e seus resultados mostram, claramente, que o método proposto é melhor do que cada um dos modelos individuais, incluindo o próprio modelo de Zhang.

No mercado brasileiro, Raposo e Cruz (2002) construíram uma rede neural *fuzzy* para alocação de uma carteira de ações. Foram utilizados indicadores técnicos e financeiros como *input* e, posteriormente, aplicada a técnica de Análise de Componentes Principais (*Principal Component Analysis* - PCA). A rede empregada foi uma *Multilayer Perceptron* (MLP) de cinco camadas que foi treinada a cada três meses por conta do período de divulgação dos balanços. A camada seguinte (segunda) mapeou os graus de fuzzificação da primeira camada. A terceira, as regras da fuzzificação e a quarta a defuzzificação. A última camada (quinta) é a de saída do modelo e gerou três sinais (compra, venda ou mantém), de acordo com o intervalo pré-determinado para a oscilação do preço das ações. A conclusão foi a de que a taxa de acerto alcançou 78% após a utilização do PCA.

2.3 Contribuição deste trabalho na literatura existente

O modelo proposto neste trabalho visa avaliar, de uma maneira diferente, se determinado investimento é atrativo. Será proposta uma técnica que utiliza simulações probabilísticas em conjunto com o modelo $\text{ARMA}(p, q)$, usado para projetar os fluxos de caixa para o acionista. Ao encontrar o valor mínimo aceitável da ação para que o investimento supere o custo de oportunidade do investidor, podemos determinar a probabilidade do investimento superar o custo de oportunidade. Essa técnica não foi observada em nenhum trabalho sobre o assunto.

A maioria dos trabalhos aborda formas diferentes de projetar os fluxos de caixa ou a taxa de desconto, mantendo a metodologia tradicional do método DCF de calcular o valor justo da ação. A grande diferença deste trabalho é que ele não busca determinar o valor justo da ação, mas o valor mínimo aceitável, para que o investimento supere o custo de oportunidade do investidor.

3 Desenvolvimento do modelo

Este capítulo é dedicado à definição e caracterização do problema a ser abordado neste trabalho. Retomaremos, de uma maneira mais profunda, os objetos de estudo mencionados nos capítulos anteriores e detalharemos como os modelos são construídos. Além disso, descreveremos quais as ferramentas utilizadas para implementar tais modelos, assim como de que forma os resultados serão apresentados.

3.1 Caracterização do objeto de estudo

Um dos maiores desafios dos bancos de investimento, fundos de investimento e investidores, no geral, é gerar altos retornos no mercado de investimentos. Para isso, é necessário observar o mercado e identificar ativos com discrepância entre preço e valor. Preço é o valor financeiro em que duas partes entram em uma transação e concordam entre si; valor é o montante financeiro que o investidor espera receber ao longo do tempo, descontando o custo de oportunidade do investimento.

O modelo mais utilizado pelas instituições para determinar o valor justo de uma empresa é o fluxo de caixa descontado. É utilizado para determinar o valor presente de uma empresa, ativo, projeto ou investimento com base no dinheiro que pode gerar no futuro. Seu objetivo é trazer a valor presente, mediante uma taxa de desconto, o fluxo de caixa futuro da empresa. O método parte do princípio de que um investimento gera fluxo de caixa durante determinado período. Ele se aplica em qualquer situação em que o investidor aplica o dinheiro em um ponto e recebe, em outro, no futuro. Ao final do período de geração de fluxos de caixa, haverá um valor terminal para o ativo que também é trazido ao valor presente mediante uma taxa de desconto.

Porém, o método tradicional apresenta algumas limitações. A avaliação só será precisa se as projeções também forem. Caso elas não representem a realidade, o valor justo estará incorreto, abrindo possibilidades para erros e subjetividades. Pequenas alterações poderão significar grandes mudanças nos valores, dado que o modelo é altamente sensível à taxa de desconto e aos próprios fluxos projetados. Além disso, a taxa de desconto comumente praticada pelo mercado é o k_e , muitas vezes obtido através da fórmula do CAPM. É consenso, no mundo financeiro, que o modelo do CAPM apresenta algumas limitações. Dentre as principais, destacam-se: (1) todos os investidores possuem utilidades de maximização de riqueza em um período, são avessos ao risco e podem escolher diferentes portfólios somente em função de suas médias e variâncias; (2) não existem impostos e custos de transação; (3) todos os investidores têm visões homogêneas sobre os parâmetros da distribuição conjunta de probabilidade dos retornos dos ativos/portfólios e (4) os

investidores podem emprestar e tomar emprestado a uma taxa livre de risco. Dessa maneira, podemos perceber que existe certa rigidez nas premissas e na formatação do modelo ao considerar, por exemplo, que o retorno adicional de um ativo é explicado somente pelo retorno do mercado ou que todos os investidores possuem visões homogêneas sobre o comportamento da distribuição de retorno de um ativo. Além disso, o método do Fluxo de Caixa Descontado produz um número apenas, ou seja, apenas uma realidade possível para os fluxos projetados, o que torna o modelo menos robusto.

Como mencionado nos capítulos anteriores, esta pesquisa pode ser resumida em um modelo que utiliza simulações de probabilidade conjuntamente com um modelo ARMA(p, q).

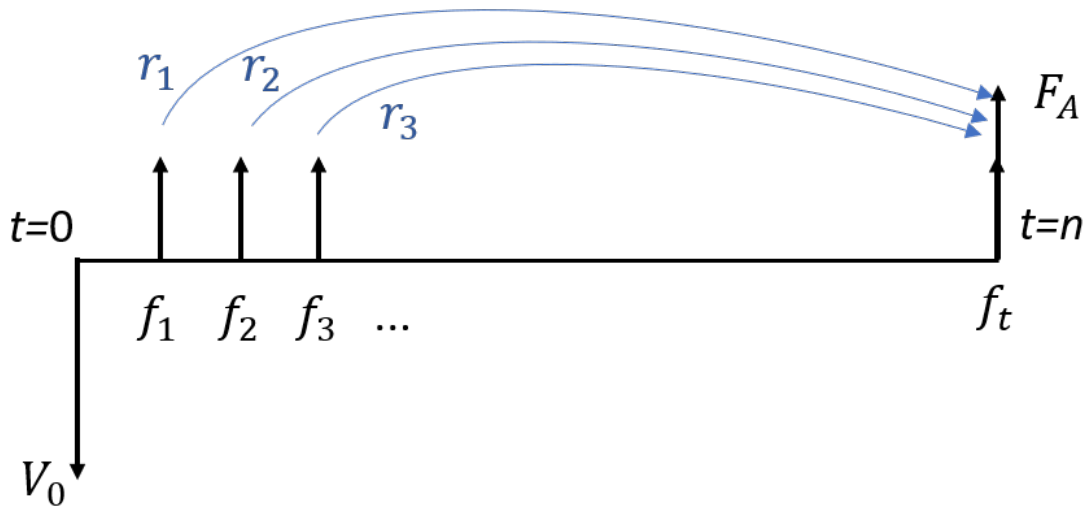
Inicialmente, faremos o uso do modelo ARMA(p, q) para a projeção dos fluxos de caixa para o acionista. Na sequência, considerando esses fluxos de caixa projetados, calculamos o valor mínimo aceitável da ação para que o investimento supere o custo de oportunidade do investidor, ou seja, calculamos o quanto a ação necessita valer, no mínimo, para que a rentabilidade acumulada do investimento seja atrativa ao investidor.

Por fim, ao calcularmos o valor presente do valor mínimo aceitável e utilizando-se da Simulação de Monte Carlo, conseguimos determinar a probabilidade do retorno do investimento superar o custo de oportunidade. Escolhemos a ação da CSNA3 como objeto de estudo da pesquisa.

3.2 Abordagem do objeto de estudo/problema

Uma das maneiras de explicar o modelo proposto é através da exemplificação, e vamos utilizar um imóvel para isso. Quando o investidor compra um imóvel à vista, como forma de investimento, ele espera que os aluguéis recebidos ao longo do tempo, em conjunto com o valor do imóvel no futuro, superem o seu custo de oportunidade. A primeira parte do modelo é voltada para os aluguéis recebidos, retratada pela Figura 1. Vamos considerar que os aluguéis sejam recebidos trimestralmente. Portanto, n é o último trimestre de aluguel recebido e t denota o trimestre de avaliação das variáveis (varia de 0 a n). V_0 é o valor pago no imóvel no instante $t=0$, f_t são os aluguéis recebidos pelo investidor entre $t=1$ e $t=n$. Cada um destes aluguéis será investido à taxa r_t , que é a taxa livre de risco acumulada entre o trimestre t e o n . A escolha pela taxa livre de risco se deu por conservadorismo, já que, na prática, todo investidor tem acesso à esta remuneração de capital. O objetivo da primeira parte do modelo é calcular F_A , no trimestre n , que é a soma de todos os aluguéis corrigidos por suas respectivas taxas de retorno. A equação 3.1 demonstra o cálculo de F_A .

Figura 1 – Exemplificação com Imóvel - Parte I

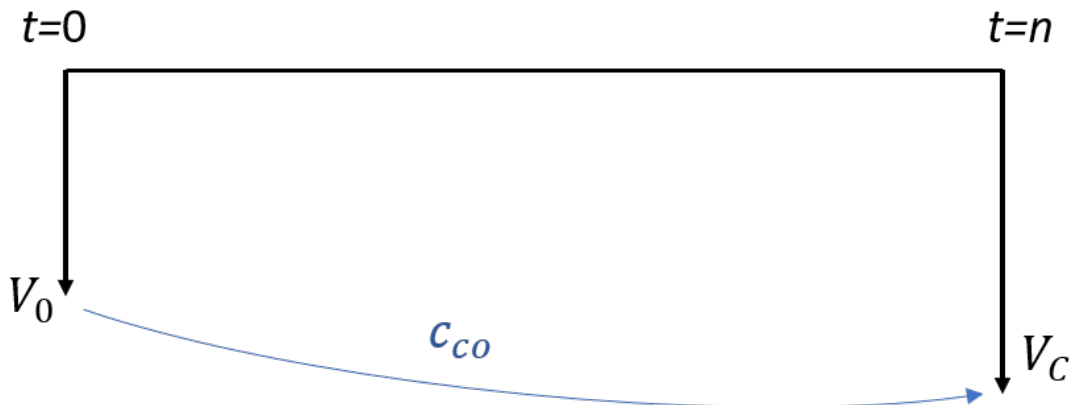


Fonte: Elaborado pelo autor.

$$F_A = \sum_{t=1}^{t=n} f_t \times (1 + r_t) \quad (3.1)$$

O investidor deseja que a taxa de retorno do investimento no imóvel supere seu custo de oportunidade. Por isso, vamos calcular V_C , que é o valor pago pelo imóvel, V_0 , corrigido pelo custo de oportunidade acumulado, c_{co} , entre o trimestre $t=0$ e $t=n$ (equação 3.2). V_C representa o valor a ser superado, no trimestre n , para que o investimento no imóvel valha a pena. A Figura 2 mostra, graficamente, a explicação.

Figura 2 – Exemplificação com Imóvel - Parte II



Fonte: Elaborado pelo autor.

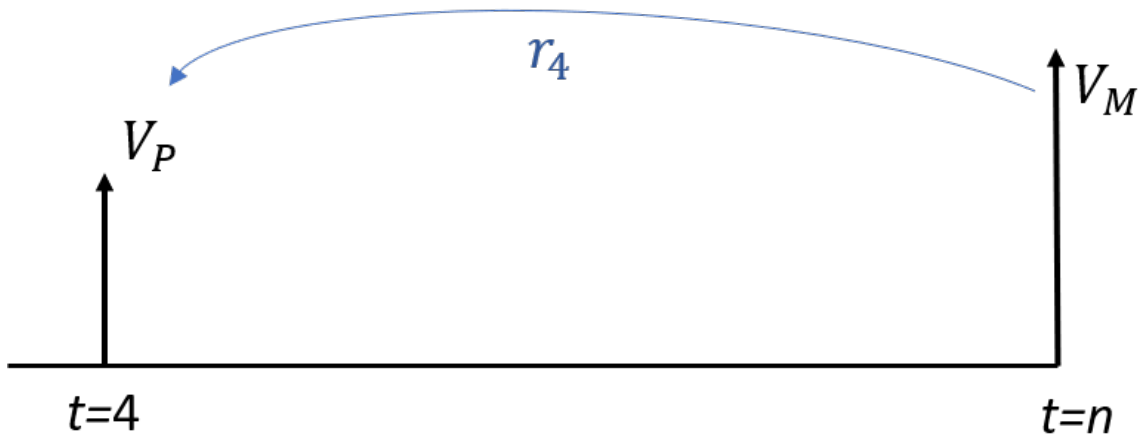
$$V_C = V_0 \times (1 + c_{co}) \quad (3.2)$$

Com isso, V_C e F_A encontram-se no mesmo trimestre (n). Pela diferença entre ambos, conseguimos determinar V_M (equação 3.3), que é o valor mínimo aceitável do

imóvel, no trimestre n , para que o investimento valha a pena. Contudo, não é prático aguardar diversos anos para avaliar se um investimento valeu a pena ou não. A alternativa é calcular o valor presente, V_P , de V_M para uma data próxima a $t=0$ (equação 3.4). Por exemplo, $t=4$, ou seja, um ano à frente da data de compra do imóvel. Neste caso, seria possível avaliar o resultado da estratégia de investimento após um ano. A taxa de desconto utilizada, r_4 , é a taxa livre de risco acumulada entre $t=4$ e $t=n$. Optamos por utilizar a taxa livre de risco como taxa de desconto também por conservadorismo, já que quanto menor a taxa de desconto, maior será o valor de V_P e mais difícil será o retorno do investimento superar o custo de oportunidade. A Figura 3 mostra, graficamente, o cálculo do valor presente.

$$V_M = V_C - F_A \quad (3.3)$$

Figura 3 – Exemplificação com Imóvel - Parte III



Fonte: Elaborado pelo autor.

$$V_P = V_M / (1 + r_4) \quad (3.4)$$

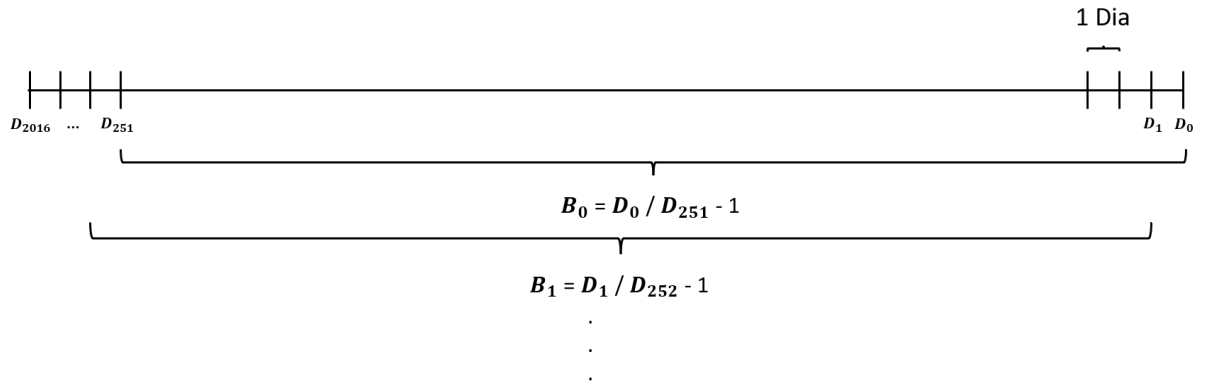
Desta forma, basta aguardarmos um ano para saber se o investimento valeu a pena ou não. Se o valor do imóvel, após um ano, for superior a V_P , quer dizer que o investimento superou o custo de oportunidade do investidor. Toda essa analogia com o imóvel foi construída para facilitar a compreensão do modelo desenvolvido.

Neste trabalho, o imóvel será substituído por uma empresa (ação) e os aluguéis pelos fluxos de caixa para o acionista. Portanto, V_0 é o valor pago na ação, f_t será o fluxo de caixa para o acionista recebido no trimestre t , F_A é a soma de todos os fluxos de caixa corrigidos por suas respectivas taxas de retorno, V_c representa o valor a ser superado para que o investimento na ação valha a pena e V_M é o valor mínimo aceitável da ação para que o investimento valha a pena.

Para dar maior robustez ao modelo, vamos utilizar a Simulação de Monte Carlo para projetar 1.000 realizações de fluxos de caixa possíveis. Os valores projetados pelo modelo $\text{ARMA}(p, q)$ são gerados um a um, recursivamente, em cada uma das 1.000 realizações. Isso nos permitirá trabalhar com distribuições, ou seja, F_A , V_M e V_P são variáveis aleatórias. V_0 é um valor, assim como V_C .

O último passo do modelo consiste no cálculo da probabilidade do investimento superar o custo de oportunidade. Será construída uma distribuição com os retornos históricos da ação, considerando-se janelas de tempo de um ano. Será utilizada uma base com os preços de fechamento diários para o cálculo dos retornos. A Figura 4 mostra como cada valor da distribuição será construído, em que D_k é o preço da ação, B_k é o retorno da ação e o subscrito k denota o dia de referência.

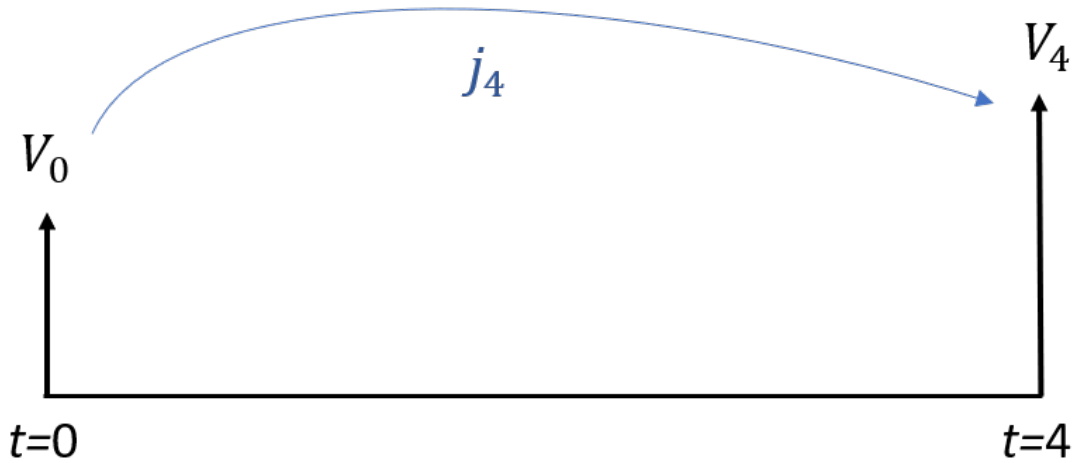
Figura 4 – Janela Móvel utilizada para a Construção da Distribuição dos Retornos Históricos da Ação.



Fonte: Elaborado pelo autor.

$$B_k = D_k / D_{k+251} - 1 \quad (3.5)$$

Na sequência, sorteamos um valor, aleatoriamente, desta distribuição e utilizamos como taxa de retorno para o valor pago na ação (equação 3.6). O valor encontrado é V_4 , que é o valor estimado da ação em $t=4$, ou seja, para um ano à frente. A Figura 5 mostra, graficamente, o cálculo de V_4 , em que j_4 é a taxa de retorno sorteada da distribuição.

Figura 5 – Cálculo do Valor Estimado para a Ação em $t=4$ 

Fonte: Elaborado pelo autor.

$$V_4 = V_0 \times (1 + j_4) \quad (3.6)$$

Sorteamos, também, um valor da distribuição de valores presentes, V_P . Se V_4 for maior do que V_P , significa que o investimento é vantajoso nesta realização sorteada. Ao realizar os dois sorteios repetidas vezes e comparando-se V_4 e V_P , é possível determinar a probabilidade do investimento superar o custo de oportunidade. Essa probabilidade é encontrada através da divisão entre a quantidade total de realizações vantajosas em relação ao total de realizações geradas.

É válido ressaltar que, para as projeções dos fluxos de caixa, foram realizadas tentativas com modelos de redes neurais, além de modelos $\text{ARMA}(p, q)$ com GARCH (para modelar a volatilidade dos fluxos de caixa). Mas a opção foi por utilizar um modelo $\text{ARMA}(p, q)$ puro, que será aprofundado nos próximos tópicos, pois foi o que obteve os melhores resultados nos testes preliminares.

3.3 Modelagem

Este subcapítulo irá detalhar os modelos que foram utilizados ao longo do trabalho.

3.3.1 Construção dos fluxos de caixa para o acionista

Vamos utilizar os dados históricos de fluxos de caixa para o acionista como *input* do modelo $\text{ARMA}(p, q)$ para projetar os fluxos de caixa futuros. Para isso, o primeiro passo é construir os fluxos de caixa históricos, conforme será mostrado a seguir.

Para o cálculo do FCFE, um investidor deve primeiro analisar outro tipo de fluxo de caixa: o Fluxo de Caixa da Empresa (*Free Cash Flow to the Firm* - FCFF), uma métrica utilizada para entender a sobra de caixa de uma companhia para pagar, além dos seus acionistas, também bancos e outras instituições financeiras.

Para encontrar o FCFF, existem duas ferramentas. Uma delas utiliza o *Net Operating Profit After Taxes* (NOPAT), que é o lucro líquido operacional e outra baseada no lucro da empresa antes dos descontos de juros e impostos (*Earnings Before Interest and Taxes* - EBIT). Para este trabalho, vamos considerar a segunda metodologia. A fórmula do FCFF é dada por:

$$FCFF_t = [EBIT_t \times (1 - I_t)] + DA_t - AL_t - (CG_t - CG_{t-1}) \quad (3.7)$$

onde:

- $FCFF_t$ é o fluxo de caixa da empresa;
- $EBIT_t$ é o lucro da empresa antes dos descontos de juros e impostos;
- I_t é a taxa dos impostos pagos pela empresa;
- DA_t é a depreciação e amortização;
- AL_t são os investimentos realizados em ativos de longo prazo;
- CG_t é o valor do capital de giro da empresa;
- O subscrito t denota o trimestre de avaliação das variáveis.

A partir da equação do $FCFF_t$ é possível obter o $FCFE_t$:

$$FCFE_t = FCFF_t - [J_t \times (1 - I_t)] + N_t \quad (3.8)$$

onde:

- J_t são os pagamentos de juros;
- N_t são as captações de recursos líquidas.

3.3.2 Correção monetária dos fluxos de caixa para o acionista

Quando examinamos as estatísticas econômicas, é crucial distinguir entre medições nominais e reais para que possamos saber se a inflação distorceu ou não uma dada estatística.

Olhar para as estatísticas econômicas sem considerar a inflação é como olhar por um par de binóculos e tentar adivinhar o quão próximo algo está. A menos que se saiba o quão fortes as lentes são, não será possível adivinhar a distância com muita precisão. Da mesma forma, se a taxa de inflação não é utilizada para reajustar o fluxos, é difícil saber se um aumento nos fluxos de caixa da empresa é devido a um aumento no índice geral de preços ou nas receitas, por exemplo.

O valor nominal de qualquer estatística econômica significa que a estatística é medida em termos de valores correntes do tempo referido. O valor real refere-se à mesma estatística depois de ter sido ajustada à inflação. Geralmente, o valor real é o mais importante e, por isso, toda a modelagem deste trabalho é realizada em cima dos valores reais dos fluxos de caixa. O cálculo do valor real é realizado da seguinte forma:

$$FCFEA_t = FCFE_t \times (1 + IPCA_t) \quad (3.9)$$

onde:

- $FCFEA_t$ é o fluxo de caixa para o acionista ajustado pela inflação.
- $IPCA_t$ é o valor do Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA).

3.3.3 Estacionariedade

Antes de iniciar qualquer modelagem preditiva, é necessário verificar a estacionariedade dos dados (SANTOS et al., 2007). Para a realização do teste de estacionariedade, o primeiro passo é tirar a primeira diferença da série dos fluxos de caixa históricos através da fórmula abaixo. Cada ponto da série pode ser definido de acordo com a equação abaixo:

$$\Delta FCFEA_t = FCFEA_t - FCFEA_{t-1} \quad (3.10)$$

onde:

- $\Delta FCFEA_t$ é a primeira diferença dos fluxos de caixa para o acionista ajustados pela inflação.

O segundo passo é a realização do Teste *Dickey-Fuller* (DICKEY, 1976)(DICKEY; FULLER, 1979). Caso o resultado do teste não mostre estacionariedade, será necessário tirar a segunda diferença da série e refazer o teste.

3.3.4 Modelo ARMA(p, q)

O processo autorregressivo e de médias móveis consiste na “junção” dos processos autorregressivos de ordem p , representado por $AR(p)$, e médias móveis de ordem q , $MA(q)$. Esta classe de modelo é recorrente em áreas como economia e ciências físicas e geofísicas. A inclusão de termos autorregressivos e de médias móveis surgiu como uma alternativa para simplificar um modelo com grande número de parâmetros (MORETTIN; TOLOI, 2006).

De forma geral, podemos escrever um modelo autorregressivo de médias móveis da seguinte forma:

$$X_t = c + \varepsilon_t + \sum_{i=1}^p \phi_i X_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} \quad (3.11)$$

onde:

- X_t é a primeira diferença do fluxo de caixa projetado pelo modelo;
- c é uma constante;
- $\varepsilon_t, \varepsilon_{t-i}, \dots$ são os termos de erro;
- ϕ_i e θ_i são parâmetros;
- O subscrito t denota o trimestre de avaliação das variáveis.

Em um processo ARMA(p, q), o erro do modelo é uma coleção de variáveis aleatórias não correlacionadas que possui média 0, variância σ^2 e é independente e identicamente distribuído (i.i.d.). Os termos de erro ε_t são geralmente assumidos, a partir de uma distribuição normal.

Os critérios de informação de Akaike (AIC) (AKAIKE, 1986) e o critério de informação Bayesiano (BIC) (SCHWARZ, 1978), são medidas para escolha de modelos bastante utilizados na literatura. O primeiro é baseado na Divergência de Kullback-Leibler (KULLBACK; LEIBLER, 1951) e oferece uma medida relativa da informação perdida quando um modelo é usado para descrever a realidade.

Já o BIC tem como pressuposto a existência de um “modelo verdadeiro” que descreve a relação entre a variável dependente e as diversas variáveis explanatórias entre os diversos modelos sob seleção. Assim, o critério é definido como a estatística que maximiza a probabilidade de se identificar o verdadeiro modelo dentre os avaliados.

O modelo ARMA(p, q) selecionado será aquele que fornece o menor critério de informação AIC ou BIC. Como AIC e BIC indicam modelos diferentes, escolheremos o modelo com o AIC mais baixo, que é o método que apresenta melhor desempenho em

amostras pequenas (BREWER; BUTLER; COOKSLEY, 2016). É importante ressaltar que o modelo $ARMA(p, q)$ irá projetar a primeira diferença dos fluxos de caixa, sendo necessário converter os valores de volta à variável original (ou em nível). O horizonte de projeção dos fluxos será de 40 trimestres.

Conforme já descrito no subcapítulo 3.2 pelas equações 3.1 a 3.6, com todos os fluxos projetados, podemos calcular os valores das distribuições de F_A , V_M e V_P para determinar o valor mínimo aceitável da ação, em $t=4$, de cada realização. Na sequência, utilizando-se novamente da Simulação de Monte Carlo, vamos comparar os valores sorteados de V_4 e V_P e determinar a probabilidade do investimento superar o custo de oportunidade do investidor.

3.4 Obtenção dos resultados

A abordagem escolhida para avaliar o desempenho da metodologia de *valuation* proposta por este trabalho é voltada para o *backtest* da estratégia de investimento. A variável resposta do modelo é a probabilidade do investimento ter uma taxa de retorno superior ao custo de oportunidade do investidor. Determinamos a probabilidade acima de 80%, arbitrariamente, para a realização do investimento na empresa.

Na sequência, caso a probabilidade seja maior do que 80%, é possível verificar qual seria o retorno realizado do ativo no ano seguinte e compará-lo com o custo de oportunidade. Caso seja maior que o custo de oportunidade, o modelo acertou naquela realização específica.

Porém, apenas uma realização de acerto não garante a eficiência do modelo. A métrica que utilizaremos é o *backtest* do modelo, ou seja, realizar o mesmo teste diversas vezes para janelas de tempo anteriores. O resultado acumulado será feito utilizando a fórmula de capitalização composta da seguinte maneira:

$$\prod_{j=1}^t (R_j + 1) - 1 \quad (3.12)$$

sendo R_j a taxa de retorno da estratégia entre o instante t e $t - 1$. O subscrito j denota o período de avaliação das variáveis.

O retorno médio anual será feito da seguinte maneira:

$$\left(\prod_{j=n}^T (R_j + 1) \right)^{\frac{1}{T}} - 1 \quad (3.13)$$

Esta anualização será feita do ano $n=1$ até o ano $n=T$. A verificação do desempenho da estratégia de investimento será feita analisando o resultado anualizado da estratégia em comparação com o custo de oportunidade do investidor.

Contudo, não será possível realizar o *backtest* da estratégia de investimento por conta da limitação na quantidade de dados. Cada ponto observado dos fluxos de caixa reflete um trimestre. Mesmo as empresas mais antigas da B3 não possuem histórico suficiente de dados para a realização de um *backtest* robusto. Portanto, será necessário aguardar mais tempo para termos uma conclusão concreta do desempenho do modelo desenvolvido.

4 Aplicação do modelo e apresentação dos resultados

Este capítulo tem por objetivo apresentar todos os passos aplicados para implementação do modelo proposto no capítulo anterior. O capítulo apresenta, também, a metodologia utilizada para a coleta de dados, seu tratamento e o modo como foi aplicado ao modelo proposto.

4.1 Descrição/caracterização do caso prático

Neste trabalho foi avaliado um único caso prático, onde foi aplicada a modelagem das seções 3.2 e 3.3.

O conjunto de dados utilizado se refere às variáveis necessárias para o cálculo do fluxo de caixa para o acionista (FCFE) da Companhia Siderúrgica Nacional (CSNA3) e o valor das ações da empresa. Além disso, dados da curva DI e do IPCA foram utilizados. Todos os dados foram extraídos da plataforma *Quantum Axis*.

Todo problema foi tratado com bibliotecas de *software* voltadas para análise de dados e modelagem. Foram utilizadas a linguagem de programação *Python 3* e as bibliotecas *Pandas*, *Numpy*, *Random*, *Statsmodels* e *Matplotlib*. O editor *Jupyter Notebook* foi utilizado, pois possibilita editar documentos e adicionar a execução de programas de forma interativa. O computador utilizado é uma máquina Intel Core I7-6700HQ com 16GB de memória ram. O consumo máximo de memória atingido foi de 16GB.

Para obter os dados dos arquivos, foram utilizadas as bibliotecas *Pandas* e *Numpy*, que facilitam a leitura e criação de *dataframes*.

Para analisar e interpretar os dados, foram utilizadas as bibliotecas juntamente com o editor. Com elas é possível avaliar os conjuntos de dados, criar estatísticas descritivas e verificar os valores das variáveis.

Para a criação e otimização do modelo $\text{ARMA}(p, q)$, foi utilizada a biblioteca *Statsmodels*.

4.2 Coleta de dados/informações

O conjunto de dados de entrada consiste em:

- Todas as variáveis utilizadas no cálculo dos fluxos de caixa para o acionista da

Companhia Siderúrgica Nacional (CSNA3) de 31/03/2006 até 31/12/2019 (último ponto da base de teste);

- Histórico do IPCA, indicador de inflação utilizado para atualizar o valor dos fluxos de caixa no tempo;
- Curva DI, utilizada como taxa de retorno dos fluxos de caixa e como taxa de desconto do valor mínimo aceitável da ação.

A escolha pelos fluxos de caixa da Companhia Siderúrgica Nacional se deu por ser uma das poucas empresas listadas na Bolsa de Valores com um histórico maior de informações financeiras disponíveis, sendo que cada ponto observado de um fluxo de caixa representa um trimestre. Com isso, a amostra total de dados possui 56 observações/trimestres.

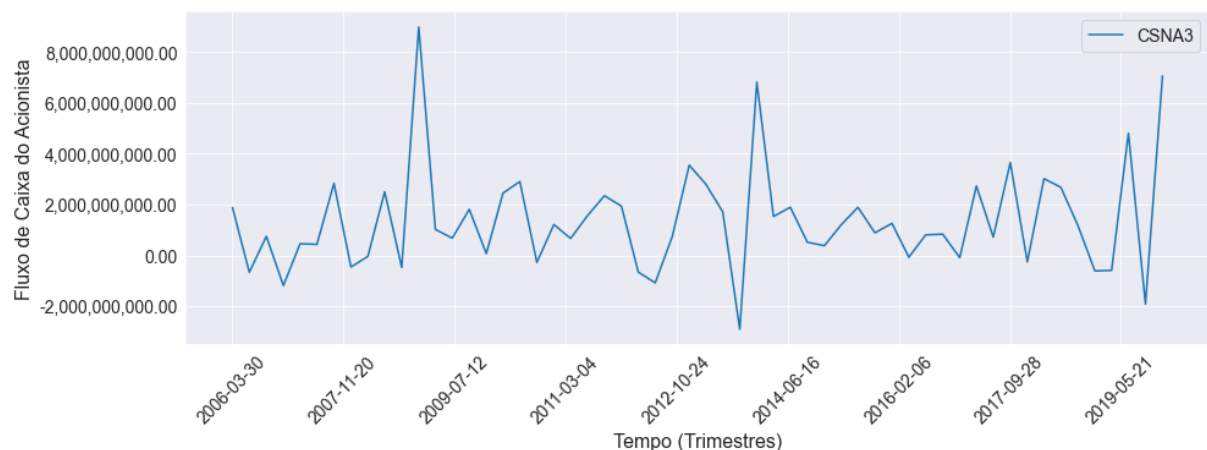
Como as proporções comuns de particionamento da base entre treino e teste variam entre 80-20% e 60-40%, utilizamos 48 observações para a estimação dos parâmetros do modelo (base de treino) e as 8 (oito) observações subsequentes para avaliar o desempenho de predição do modelo (base de teste).

Antes de realizar a implementação do modelo $ARMA(p, q)$, é necessário que se faça um tratamento prévio dos dados de entrada. O objetivo desta etapa é realizar os seguintes ajustes:

- Corrigir os valores dos fluxos de caixa pelo IPCA, com o objetivo de colocar todos os fluxos na mesma base monetária;
- Calcular a primeira diferença dos fluxos e verificar a condição de estacionariedade.

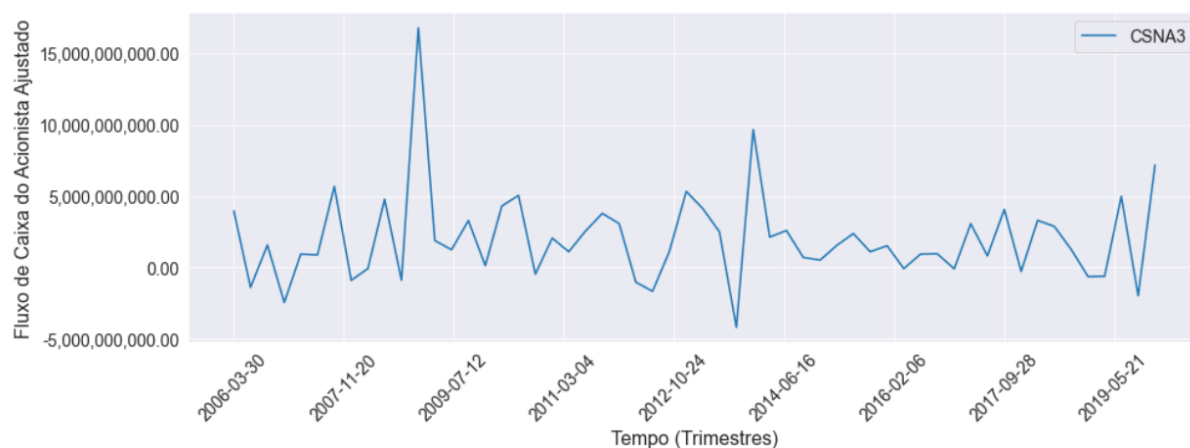
As Figuras 6 e 7 representam os fluxos de caixa para o acionista sem e com ajuste pelo IPCA, respectivamente.

Figura 6 – Representação dos Fluxos de Caixa sem Ajuste pelo IPCA.



Fonte: Elaborado pelo autor.

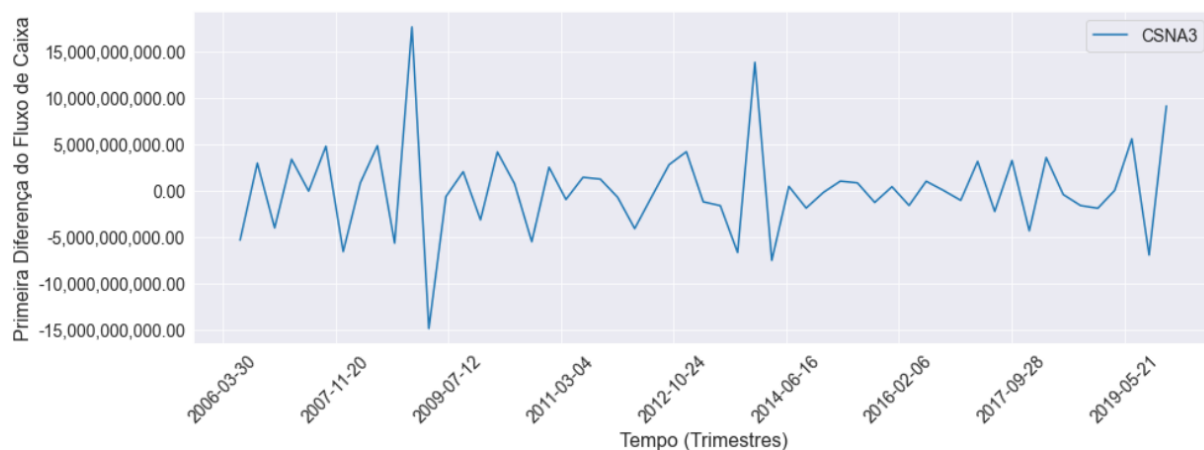
Figura 7 – Representação dos Fluxos de Caixa com Ajuste pelo IPCA.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 8 traz a representação gráfica da primeira diferença dos fluxos.

Figura 8 – Representação da Primeira Diferença dos Fluxos de Caixa com Ajuste pelo IPCA.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Os resultados do Teste de *Dickey-Fuller* para verificação da estacionariedade da série são mostrados na Tabela 1. Como pode ser observado, a Estatística-Teste é menor do que os valores críticos em 1%, 5% e 10%, garantindo a estacionariedade da série.

Tabela 1 – Resultados do Teste *Dickey-Fuller*

	Valores
Estatística-Teste	-9.295915e+00
P-Valor	1.146311e-15
Valor Crítico (1%)	-3.555273e+00
Valor Crítico (5%)	-2.915731e+00
Valor Crítico (10%)	-2.595670e+00

4.3 Aplicação do modelo ao caso em questão

Primeiramente, vamos definir o melhor modelo $\text{ARMA}(p, q)$. Por questões computacionais, limitou-se p em até 5 e q em até 5. A função `arma_order_select_ic` da biblioteca *Statsmodels* do *python* realiza o trabalho.

As Tabelas 2 e 3 mostram os valores do AIC e BIC. Optamos pelo modelo que minimize o AIC, que é o método que apresenta melhor desempenho em amostras pequenas (BREWER; BUTLER; COOKSLEY, 2016). Portanto, o modelo escolhido é um $\text{ARMA}(4,5)$.

Tabela 2 – AIC referente a cada $\text{AR}(p)$ e $\text{MA}(q)$.

	MA(0)	MA(1)	MA(2)	MA(3)	MA(4)	MA(5)
AR(0)	2189.65	2156.70	2157.32	2159.29	2160.17	2160.51
AR(1)	2171.44	2157.54	2159.41	2161.34	2162.10	2161.94
AR(2)	2168.38	2159.21	2161.15	2157.40	2159.38	2160.82
AR(3)	2168.48	2161.35	2162.88	2161.17	2161.29	2164.48
AR(4)	2158.78	2158.00	2157.16	2159.16	2160.59	2155.35
AR(5)	2156.21	2158.06	2159.40	2161.69	2163.52	2165.18

Tabela 3 – BIC referente a cada $\text{AR}(p)$ e $\text{MA}(q)$.

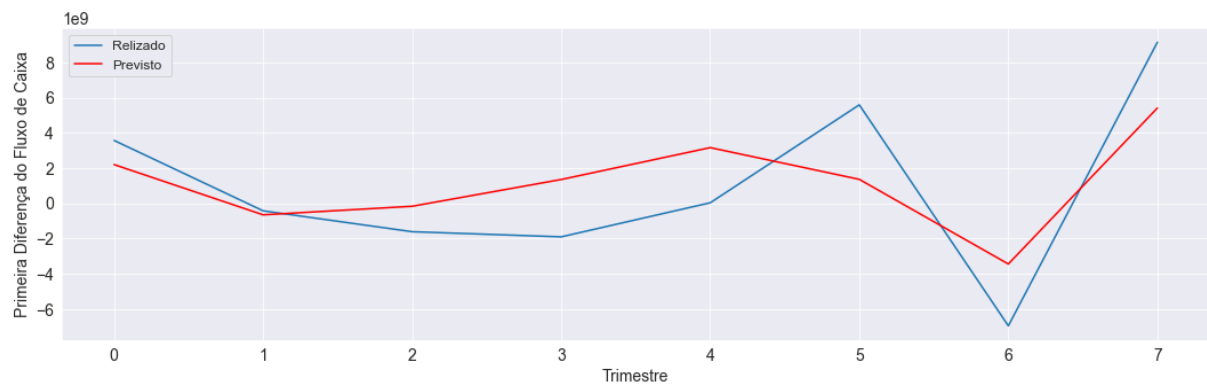
	MA(0)	MA(1)	MA(2)	MA(3)	MA(4)	MA(5)
AR(0)	2193.31	2162.18	2164.63	2168.43	2171.14	2173.31
AR(1)	2176.93	2164.86	2168.55	2172.31	2174.90	2176.57
AR(2)	2175.70	2168.35	2172.12	2170.20	2174.01	2177.28
AR(3)	2177.63	2172.32	2175.68	2175.80	2177.75	2182.77
AR(4)	2169.76	2170.80	2171.79	2175.62	2178.88	2175.47
AR(5)	2169.01	2172.69	2175.85	2179.98	2183.64	2187.13

Na sequência, vamos analisar os resultados obtidos com o modelo $\text{ARMA}(4,5)$. O desempenho do modelo será medido pelo R^2 ajustado. Dado que a interpretação do nível do R^2 ajustado pode variar entre diferentes áreas de estudo. Neste trabalho considera-se

que um R^2 ajustado inferior a 0 não é aceitável, de 0 a 0,4 é fraco, entre 0,4 e 0,7 é moderados e acima de 0,7 forte ¹.

A base de teste do modelo contém 8 (oito) observações e os valores previstos podem ser comparados aos realizados na Figura 9 a seguir:

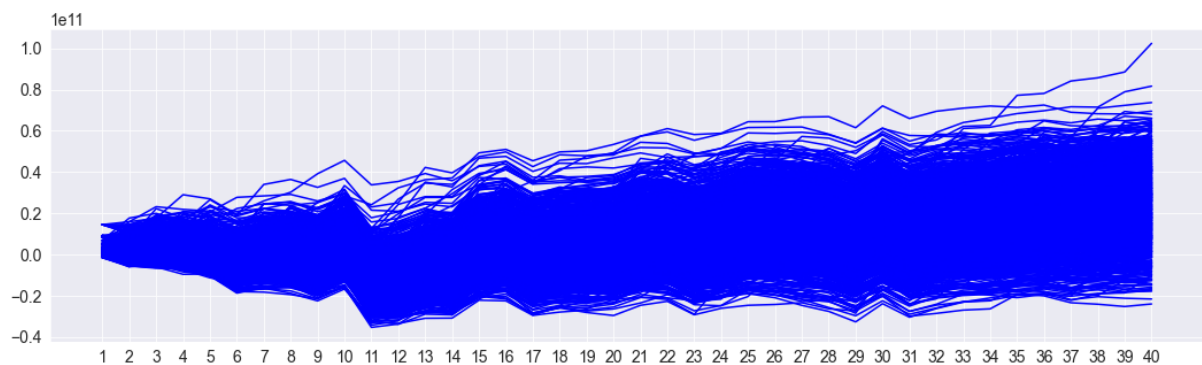
Figura 9 – Teste do Modelo.



O R^2 ajustado é de 0.659, ou seja, é considerado um modelo de desempenho moderado.

Através da geração dos fluxos de caixa de forma recursiva pelo modelo ARMA definido, é possível realizar a Simulação de Monte Carlo e gerar 1.000 realizações, conforme descrito no item 3.2 e mostrado, graficamente, na Figura 10.

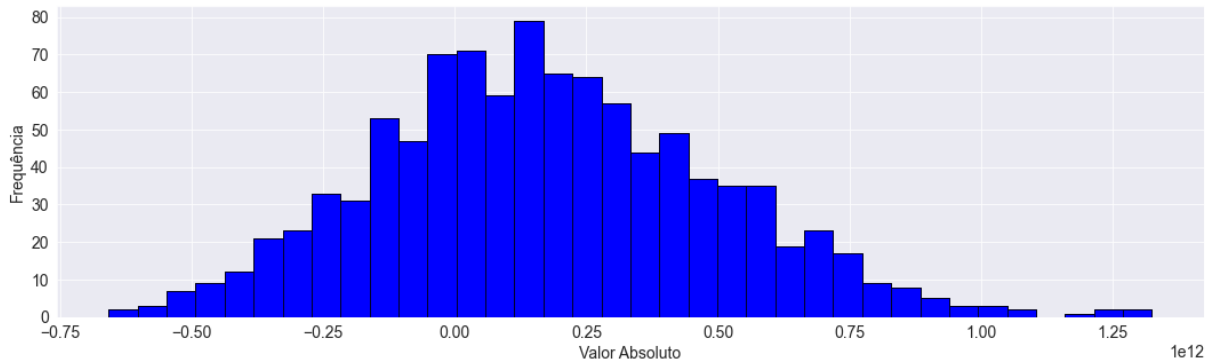
Figura 10 – Simulação de Monte Carlo para os Fluxos de Caixa.



Para cada um dos 1.000 fluxos gerados, há 40 observações. Como cada observação é um trimestre, a projeção realizada é de 10 (dez) anos (ou 40 trimestres).

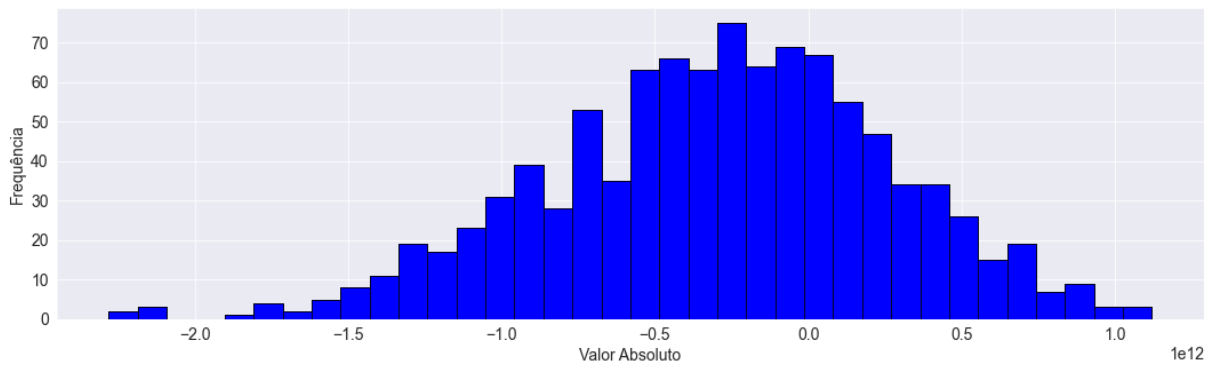
Em seguida, através da equação 3.1, calculamos os valores de F_A , na data $t=40$ (último trimestre da projeção). A taxa de retorno de cada fluxo é representada pela taxa livre de risco do período. A Figura 11, a seguir, mostra a distribuição dos valores de F_A .

¹ https://www.morningstar.com/InvGlossary/r_squared_definition_what_is.aspx

Figura 11 – Distribuição dos Valores de F_A .

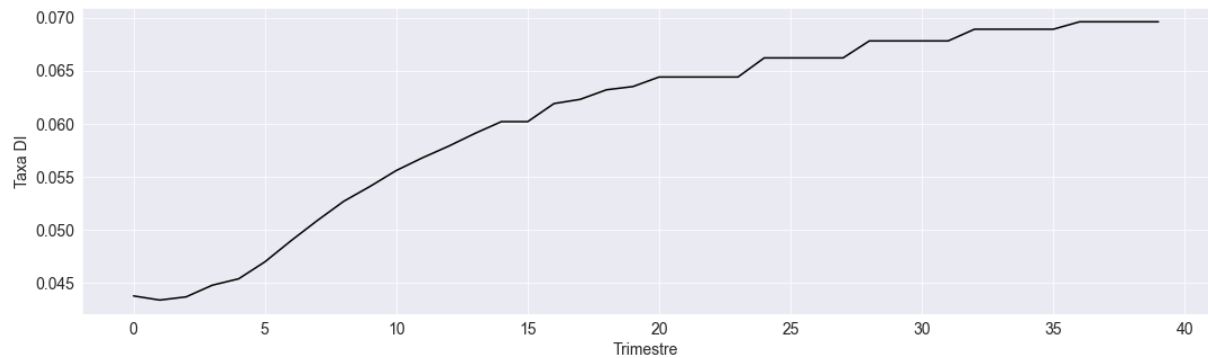
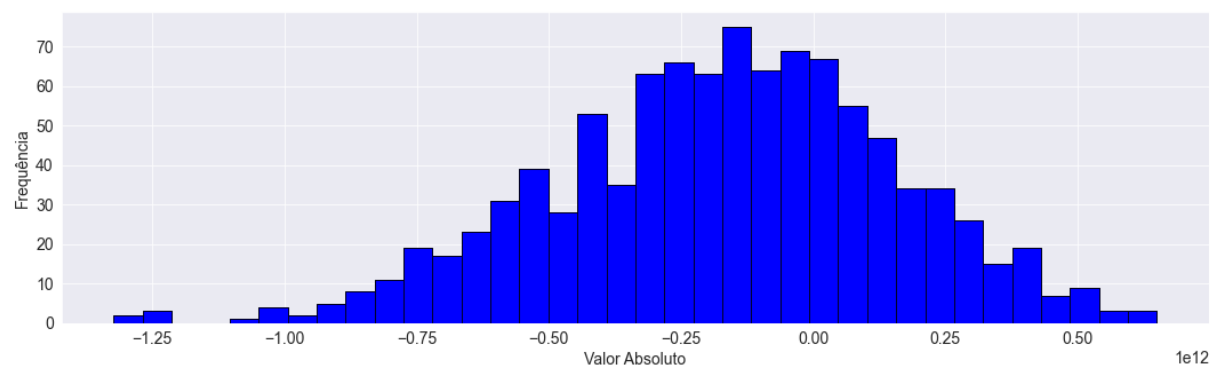
O segundo passo é calcular o valor de V_C , em $t=40$, através da equação 3.2. O custo de oportunidade atribuído ao investidor, c_{co} , foi arbitrariamente definido em 10% a.a.

O terceiro passo é o cálculo do valor mínimo aceitável da ação, V_M , para que o investimento valha a pena, também calculado em $t=40$, e pode ser representado pela equação 3.3. A Figura 12, a seguir, mostra a distribuição destes valores. Valores negativos indicam que, mesmo que a ação tenha um valor de mercado igual a zero em $t=40$, a taxa de retorno do investimento superará o custo de oportunidade. Isso porque os fluxos de caixa recebidos já garantem que o custo de oportunidade seja superado.

Figura 12 – Distribuição dos Valores de V_M .

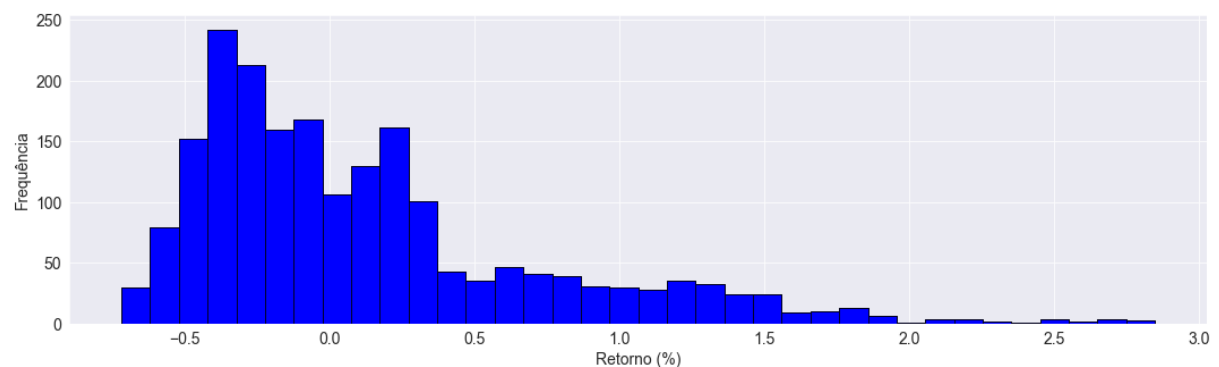
No quarto passo, é calculado o valor presente, V_P , do valor mínimo aceitável da ação obtido no passo anterior, através da equação 3.4. A Figura 14, a seguir, mostra a distribuição destes valores. A taxa de desconto utilizada é calculada considerando a curva DI do período, representada na Figura 13.

Figura 13 – Curva DI Para o Período da Simulação de Monte Carlo.

Figura 14 – Distribuição dos Valores de V_P .

No último passo, construiremos uma distribuição com os retornos históricos da ação em análise, a partir de uma base de preços de fechamento diário. Cada valor da distribuição pode ser obtido, calculando-se o retorno da ação em janelas móveis de um ano, conforme já detalhado na Figura 4. A base de preços das ações contém 2.016 observações (ou 8 (oito) anos de dados) e a data do preço mais atual é 30/12/2019.

A Figura 15 mostra a distribuição dos valores de B_k . O objetivo é construir uma distribuição com as potenciais taxas de retorno da ação um ano à frente (de $t=0$ até $t=4$).

Figura 15 – Distribuição dos Retornos Históricos da Ação (B_k).

Por fim, sorteamos um valor, aleatoriamente, desta distribuição e utilizamos como taxa de retorno para o valor pago na ação. O valor resultante do cálculo é V_4 , conforme descrito na equação 3.6. Sorteamos, também, um valor da distribuição de valores presentes, V_P . Se V_4 for maior do que V_P , significa que o investimento é vantajoso nesta realização sorteada. Realizamos os 2 (dois) sorteios 10.000 vezes e, comparando V_4 e V_P , determinamos a probabilidade do investimento superar o custo de oportunidade. A probabilidade foi encontrada através da divisão entre a quantidade total de realizações vantajosas em relação ao total de realizações geradas (10.000 realizações geradas).

4.4 Apresentação dos resultados

Após rodar todos os passos descritos nos itens anteriores, determinamos a probabilidade de a taxa de retorno do investimento superar o custo de oportunidade do investidor. A probabilidade encontrada foi de 67,2%, o que não indica oportunidade de compra da ação, pois o corte pré-determinado é de 80%. Ainda, observamos o comportamento da ação, no ano seguinte, para saber se o modelo acertou ao não recomendar a compra da ação. No dia 03/01/2020, a ação era negociada a 14,58 reais e no dia 04/01/2021, um ano depois, a mesma ação negociava a 34,17 reais, ou seja, uma valorização de 134%. Isso indica que o investimento na ação teria gerado um retorno superior ao custo de oportunidade e o modelo errou nesta realização. Contudo, o resultado observado é de apenas uma realização. Através da métrica do *backtest*, conseguimos avaliar o desempenho do modelo de maneira robusta, para uma quantidade maior de realizações.

Porém, conforme comentado no item 3.4, devido à falta de dados, não será possível determinar os resultados do modelo através da métrica do *backtest*. Para a realização de um *backtest* robusto, necessitamos de uma quantidade de dados maior, considerando o modelo aqui proposto.

O *backtest* seria da seguinte forma: inicialmente, rodaríamos o modelo conforme descrito neste capítulo considerando janelas de tempo. Ou seja, a cada janela de tempo, seria possível determinar a probabilidade da taxa de retorno do investimento superar o custo de oportunidade do investidor. Idealmente, janelas de tempo que não se sobreponham para que não haja autocorrelação. Além disso, determinamos a probabilidade acima de 80% para a realização do investimento. Na sequência, seria observado o retorno real da ação, no ano seguinte, e calculada a rentabilidade acumulada da estratégia de investimento. Com isso, é possível comparar o retorno médio anual do modelo *versus* o custo de oportunidade do investidor, após diversas realizações observadas.

Por fim, realizamos uma análise de sensibilidade comparando diferentes valores mínimos aceitáveis para a probabilidade de realização do investimento com 4 (quatro) valores para o custo de oportunidade do investidor. A Tabela 4, a seguir, mostra se o

modelo recomenda ou não o investimento para determinado cenário. Podemos perceber que o valor mínimo aceitável para a probabilidade de 80% é muito conservador, dado que o investimento não foi realizado em nenhum cenário de variação do custo de oportunidade. Do lado oposto, o valor de 65% também não parece ser o ideal, já que o investimento seria realizado em todos os cenários de custo de oportunidade. Sendo assim, o valor mínimo aceitável ideal deve estar entre esses valores. Para determinar qual seria, especificamente, esse valor, há duas formas pelo menos. Uma delas seria realizar um *backtest*, o que permitiria analisar, sob as condições de mercado já realizadas (históricas), qual valor mínimo aceitável teria levado a um melhor resultado, caso tivesse sido adotado.

Contudo, como já sabemos, o *backtest* encontra a restrição de falta de dados históricos suficientes para a sua realização. Uma outra forma de determinar o valor mínimo aceitável para a probabilidade de realização do investimento seria por aplicações sucessivas do modelo, começando com um valor mais alto para esse limite, testando os resultados do modelo por um determinado intervalo de tempo e, obviamente, coletando e registrando esses resultados. Em seguida, esse limite poderia ser reduzido, e o modelo novamente seria aplicado por um determinado intervalo de tempo, coletando e registrando, novamente, os resultados e comparando com os anteriores. Dessa forma, empiricamente, poderia ser obtido o valor mínimo aceitável para a probabilidade de realização do investimento. Esse procedimento poderia ser, simultaneamente, aplicado a diferentes ativos, aumentando a robustez da conclusão. É fato que esse parâmetro, para a tomada de decisão, pode sofrer alterações ao longo do tempo, dada a não estacionariedade dos fenômenos econômicos envolvidos e, portanto, precisaria sofrer ajustes continuamente, em um processo de otimização adaptativo (i.e., sempre incorporando as observações passadas e revisitando a definição do parâmetro).

Tabela 4 – Análise de sensibilidade entre o corte na probabilidade para realização do investimento e o custo de oportunidade.

	Custo de Oportunidade (%a.a.)			
Corte Pré-Determinado (Prob.)	10%	9%	8%	7%
80%	Não	Não	Não	Não
75%	Não	Não	Não	Sim
70%	Não	Sim	Sim	Sim
65%	Sim	Sim	Sim	Sim

Apesar da Companhia Siderúrgica Nacional ser uma das empresas mais antigas da B3, somente a cada 3 (três) meses é possível obter um dado de fluxo de caixa, sendo que os balanços das empresas são divulgados trimestralmente. Portanto, a melhor alternativa é aguardar para que mais dados sejam divulgados, ao longo dos trimestres subsequentes, para obtermos uma análise mais apropriada dos resultados do modelo proposto.

5 Conclusão

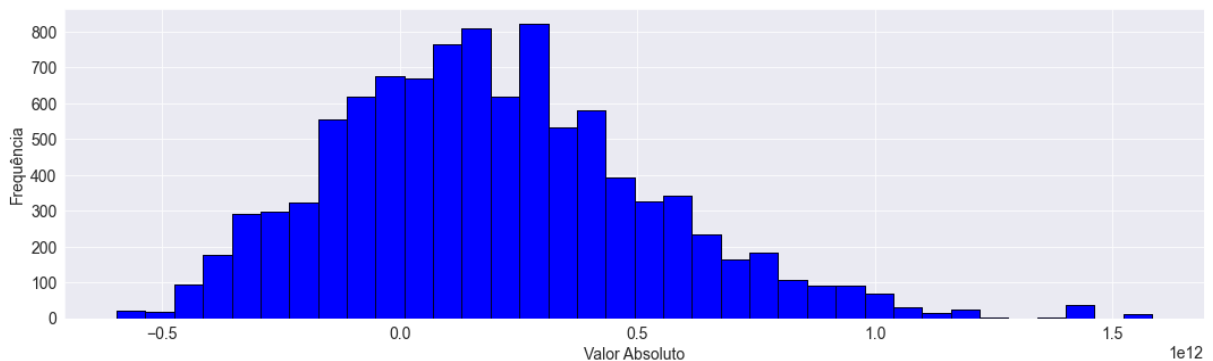
Nesta pesquisa, cumprimos com o objetivo de implementar uma técnica que utiliza simulações probabilísticas em conjunto com o modelo $ARMA(p, q)$, com o intuito de avaliar a probabilidade de um investimento em uma ação específica superar o custo de oportunidade do investidor.

Na primeira parte, os fluxos de caixa foram projetados utilizando-se um modelo $ARMA(p, q)$. Para dar maior robustez a ele, utilizamos a Simulação de Monte Carlo para projetar 1.000 realizações de fluxos de caixa possíveis. Os valores projetados pelo modelo $ARMA(p, q)$ foram gerados um a um, recursivamente, em cada uma das 1.000 realizações. Além disso, a taxa de retorno utilizada para estes fluxos foi a taxa livre de risco.

Na segunda parte, realizamos o cálculo do valor mínimo aceitável da ação, em $t=40$, para que o investimento superasse o custo de oportunidade do investidor. Na sequência, utilizamos a taxa livre de risco como taxa de desconto do valor mínimo aceitável. O valor presente foi calculado em $t=4$, pois o objetivo é avaliar o desempenho do modelo depois de um ano (de $t=0$ a $t=4$).

Com a ajuda da Simulação de Monte Carlo, foi possível trabalhar com distribuições e não apenas uma realização. Assim, calculamos a probabilidade da taxa de retorno do investimento superar o custo de oportunidade do investidor. A probabilidade encontrada foi de 67,2% para a realização descrita no capítulo 4, o que não indica oportunidade de compra da ação, pois o corte pré-determinado é de 80%. A Figura 16 representa, graficamente, a probabilidade encontrada pelo modelo. Os valores positivos indicam as realizações vantajosas ($V_4 > V_P$) no investimento na ação. Em seguida, observamos que, um ano depois, a ação valorizou 134%, indicando que o investimento na ação teria gerado um retorno superior ao custo de oportunidade (arbitrariamente definido em 10% a.a.). O modelo errou nesta realização específica.

Figura 16 – Histograma da Diferença entre V_4 e V_P .



Não foi possível obter uma conclusão sobre o desempenho do modelo, por conta da baixa quantidade de dados disponíveis para a realização de um *backtest* robusto da estratégia de investimento.

O caso real estudado utilizou como insumos os dados de fluxo de caixa para o acionista da CSNA3 de 31/03/2006 até 31/12/2019, bem como o preço das ações entre 04/01/2010 e 30/12/2019. Além disso, foram utilizados dados de inflação para transformar os fluxos de caixa de termos nominais para reais e dados da curva de juros como taxa de retorno dos fluxos de caixa projetados e taxa de desconto para o valor mínimo aceito da ação.

6 Pesquisas futuras

Uma possível extensão deste trabalho é o estudo do modelo aqui proposto para mais ações do mercado brasileiro. Outra possibilidade é aplicar o modelo para ações nos Estados Unidos, que possuem um histórico de dados financeiros maior. Com isso, seria possível realizar o *backtest* para verificação da robustez do modelo, além de haver um número significativamente maior de empresas para análise.

Além disso, a taxa de retorno utilizada para os fluxos de caixa foi o CDI, assim como a taxa de desconto do valor mínimo aceitável. A taxa de livre de risco pode ser substituída por outras a depender do nível de conservadorismo do autor, o que poderia alterar sensivelmente o resultado do modelo. Por fim, utilizamos um modelo $\text{ARMA}(p, q)$ simples para projetar os fluxos de caixa e modelos mais sofisticados poderiam ser testados, como modelos de redes neurais, por exemplo.

Não foram considerados custos de transação, pois não alterariam a rentabilidade da estratégia de forma relevante. Isso porque a estratégia envolve apenas duas operações no período de um ano: a entrada e a saída no investimento.

Referências

- AKAIKE, H. Information theory and an extension of the maximum likelihood principle, 2nd int. In: *Symp. on information Theory*. [S.l.: s.n.], 1986. p. 267–81.
- AL-SHIAB, M. The predictability of the amman stock exchange using the univariate autoregressive integrated moving average (arima) model. *Journal of Economic and Administrative Sciences*, Emerald Group Publishing Limited, 2006.
- BOX, G.; JENKINS, G. Time series analysis forecasting and control-rev. San Francisco, Calif.(USA) Holden-Day, 1976.
- BREWER, M. J.; BUTLER, A.; COOKSLEY, S. L. The relative performance of aic, aicc and bic in the presence of unobserved heterogeneity. *Methods in Ecology and Evolution*, Wiley Online Library, v. 7, n. 6, p. 679–692, 2016.
- DAMODARAN, A. *Avaliação de investimentos: ferramentas e técnicas para a determinação do valor de qualquer ativo*. [S.l.]: Qualitymark, 1997.
- DAMODARAN, A. *Damodaran on valuation: security analysis for investment and corporate finance*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2016. v. 324.
- DICKEY, D. A. *Estimation and Hypothesis Testing in Nonstationary Time Series*. [S.l.]: Iowa State University, 1976.
- DICKEY, D. A.; FULLER, W. A. Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. *Journal of the American statistical association*, Taylor & Francis, v. 74, n. 366a, p. 427–431, 1979.
- FAROOQ, M. S.; THYAGARAJAN, V. Valuation of firm: Methods & practices-an evaluation. *International Journal of Research in Business Management*, Citeseer, v. 2, n. 10, p. 7–14, 2014.
- FARUK, D. Ö. A hybrid neural network and arima model for water quality time series prediction. *Engineering applications of artificial intelligence*, Elsevier, v. 23, n. 4, p. 586–594, 2010.
- FESTEL, G.; WUERMSEHER, M.; CATTANEO, G. Valuation of early stage high-tech start-up companies. *International Journal of Business*, Premier Publishing, Inc., v. 18, n. 3, p. 216, 2013.
- FISHER, I. *Theory of interest: as determined by impatience to spend income and opportunity to invest it*. [S.l.]: Augustusm Kelly Publishers, Clifton, 1930.
- HAMILTON, J. D.; SUSMEL, R. Autoregressive conditional heteroskedasticity and changes in regime. *Journal of econometrics*, Elsevier, v. 64, n. 1-2, p. 307–333, 1994.
- KHANDELWAL, I.; ADHIKARI, R.; VERMA, G. Time series forecasting using hybrid arima and ann models based on dwt decomposition. *Procedia Computer Science*, Elsevier, v. 48, p. 173–179, 2015.

- KRAMNA, E. Key input factors for discounted cash flow valuations. *WSEAS Transactions on Business and Economics*, World Scientific and Engineering Academy and Society (WSEAS), 2014.
- KULLBACK, S.; LEIBLER, R. A. On information and sufficiency. *The annals of mathematical statistics*, JSTOR, v. 22, n. 1, p. 79–86, 1951.
- MONDAL, P.; SHIT, L.; GOSWAMI, S. Study of effectiveness of time series modeling (arima) in forecasting stock prices. *International Journal of Computer Science, Engineering and Applications*, Academy & Industry Research Collaboration Center (AIRCC), v. 4, n. 2, p. 13, 2014.
- MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. Análise de séries temporais. In: *Análise de séries temporais*. [S.l.: s.n.], 2006. p. 538–538.
- NETO, A. A. *Finanças corporativas e valor*. [S.l.]: Atlas, 2003.
- RAPOSO, R.; CRUZ, A. D. O. Stock market prediction based on fundamentalist analysis with fuzzy-neural networks. In: *Proceedings of 3rd WSES International Conference on Fuzzy Sets*. [S.l.: s.n.], 2002.
- ROSSI, M. The capital asset pricing model: a critical literature review. *Global Business and Economics Review*, Inderscience Publishers (IEL), v. 18, n. 5, p. 604–617, 2016.
- SANTOS, J. E. S. D. et al. Controle preditivo não-linear para sistemas de hammerstein. Florianópolis, SC, 2007.
- SCHOOTBRUGGE, E. van de; WONG, K. M. Multi-stage valuation for start-up high tech projects and companies. *Journal of Accounting and Finance*, v. 13, n. 2, p. 45–56, 2013.
- SCHWARZ, G. The annals of statistics. *Estimating the dimension of a model*, v. 6, p. 461–464, 1978.
- WILLIAMS, J. B. *The theory of investment value*. [S.l.], 1938.
- ZHANG, G. P. Time series forecasting using a hybrid arima and neural network model. *Neurocomputing*, Elsevier, v. 50, p. 159–175, 2003.
- ZOU, H.; YANG, Y. Combining time series models for forecasting. *International journal of Forecasting*, Elsevier, v. 20, n. 1, p. 69–84, 2004.