

**FUNDAÇÃO GETULIO VARGAS  
ESCOLA DE ECONOMIA DE SÃO PAULO**

**ALFREDO MENEZES FILHO**

**PRECIFICAÇÃO DE OPÇÕES VANILLA NO MERCADO DE ENERGIA  
BRASILEIRO**

**SÃO PAULO**

**2020**

**ALFREDO MENEZES FILHO**

**PRECIFICAÇÃO DE OPÇÕES VANILLA NO MERCADO DE ENERGIA  
BRASILEIRO**

Dissertação apresentada à Escola de Economia de São Paulo da Fundação Getulio Vargas, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Economia.

Área de concentração: Engenharia Financeira

Orientador: Prof. Dr. André Maialy

**SÃO PAULO**

**2020**

Menezes Filho, Alfredo Antonio Lima de.

Precificação de opções vanilla no mercado de energia brasileiro / Alfredo Antonio Lima de Menezes Filho. - 2020.

49 f.

Orientador: André Cury Maialy.

Dissertação (mestrado profissional MPFE) – Fundação Getulio Vargas, Escola de Economia de São Paulo.

1. Modelo de precificação de ativos. 2. Energia. 3. Bolsa de mercadorias. I. Maialy, André Cury. II. Dissertação (mestrado profissional MPFE) – Escola de Economia de São Paulo. III. Fundação Getulio Vargas. IV. Título.

CDU 620.9

**ALFREDO MENEZES FILHO**

**PRECIFICAÇÃO DE OPÇÕES VANILLA NO MERCADO DE ENERGIA  
BRASILEIRO**

Dissertação apresentada à Escola de Economia de São Paulo da Fundação Getúlio Vargas, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Economia.

Área de concentração: Engenharia Financeira

**DATA DA APROVAÇÃO:**

**30/11/2020**

**Banca Examinadora:**

---

Prof. Dr. André Maialy (Orientador)  
EESP-FGV

---

Prof. Dr. Afonso de Campos Pinto  
EESP-FGV

---

Prof. Dr. Flávio Cipparrone  
POLI-USP

Dedico este trabalho a Deus, que me honra com a oportunidade de melhorar como profissional e ser humano, a minha esposa que é o sentido do meu esforço e aos meus pais, quem tornaram tudo possível.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço aos meus ex-colegas da área de ETS do Bradesco, além de se tornarem bons amigos, me inspiraram a fazer esse curso e nunca me negaram acesso ao conhecimento.

Minha sincera admiração ao Prof. Dr. André Cury Maialy, pelo suporte em um ano atípico, bem como pela paciência para ouvir e dedicar o seu tempo em todo esse processo.

## RESUMO

A presente dissertação se propõe a oferecer uma possível solução na precificação de opções Europeias *vanilla* de contratos a termo de energia, negociados no mercado livre brasileiro. Para isso, utilizaremos o modelo Black-76, adaptado para opções de juros, e, com alguns ajustes, será replicado no referido setor. Os dados para a análise foram coletados de uma série histórica diária de preços negociados no Balcão Brasileiro de Comercialização de Energia (BBCE) entre os anos 2018 e 2019. Os resultados encontrados apontam que o modelo sugerido pode ser utilizado para a precificação desses produtos, apesar das suas limitações. Encontramos evidências de que o modelo é consistente e que sua praticidade pode compensar suas imperfeições.

**Palavras-chave:** Mercado livre de energia. Opções de energia. Modelo Black-76.

## **ABSTRACT**

The goal of this project is to propose one possible solution for pricing European vanilla options of energy forward contracts at the Brazilian free market. To accomplish it, we shall use the Black-76 model adapted for forwards rate agreements and do some adjustments to replicate it for energy forwards. The analysis data was collected from a historical daily series of prices negotiated at OTC Brazilian energy market (BBCE) between years 2018 and 2019. The findings show the suggested model as efficient for pricing energy options despite its limitations. We observe the model consistency and believe its practicality might compensate its imperfections.

**Keywords:** Energy Free Market. Energy Options. Black-76 model.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Mercado livre de energia .....	18
Figura 2 – Mercado cativo de energia .....	19
Figura 3 – Volatilidade diária FRA em BPS .....	27
Figura 4 – Volatilidade diária energia em P.P .....	27
Figura 5 – Volatilidade no tempo M+1 .....	34
Figura 6 – Payoff opções de compra e replicação com diferentes prazos Mercado cativo de energia .....	38
Figura 7 – Payoff opções de venda e replicação com diferentes prazos .....	40
Figura 8 – Payoff opções de compra M+3 e replicação com diferentes strikes .....	41
Figura 9 – Payoff opções de venda M+3 e replicação com diferentes strikes .....	42
Figura 10 – Payoff opções de compra M+3 e replicação com diferentes futuros .....	43
Figura 11 – Payoff opções de venda M+3 e replicação com diferentes futuros .....	44

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - História do mercado de energia brasileiro .....	20
Tabela 2 - Testes De Normalidade.....	32
Tabela 3 - Média Dos Retornos.....	33
Tabela 4 – Análise Das Opções De Compra.....	39
Tabela 5 - Análise Das Opções De Venda .....	40
Tabela 6 – Análise Das Opções De Compra.....	42
Tabela 7 – Análise Das Opções De Venda .....	43
Tabela 8 - Análise Das Opções De Compra .....	44
Tabela 9 - Análise Das Opções De Venda .....	44

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>12</b>
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>14</b>
<b>3 ORIGEM DO MERCADO LIVRE DE ENERGIA .....</b>	<b>17</b>
3.1 A história do mercado de energia brasileiro .....	19
3.2 A negociação de energia no mercado livre .....	22
3.3 Comparação entre futuros de energia e <i>forwards rate agreements</i> .....	25
3.4 Precificação de opções de fra e energia por meio do modelo <i>Black</i> .....	28
<b>4 AS PREMISSAS DO MODELO BLACK E O MERCADO DE ENERGIA .....</b>	<b>31</b>
4.1 Delta <i>hedging</i> opções de energia .....	35
<b>5 SIMULAÇÕES E RESULTADOS .....</b>	<b>38</b>
<b>6 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>46</b>
<b>7 PESQUISAS FUTURAS .....</b>	<b>47</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>48</b>

## 1 INTRODUÇÃO

As opções *vanilla* são derivativos não lineares amplamente negociados no mercado financeiro, consideradas instrumentos para *hedge*, especulação e financiamento. Elas podem ser divididas entre opções de compra (*call*) e opções de venda (*put*), assim como ser diferenciadas entre as que podem ser exercidas apenas no vencimento (europeia) ou em qualquer momento até o seu vencimento (americana). A solução para a precificação de opções europeias foi desenvolvida na publicação Black, F.; Scholes, M. (1973), que trouxe ao mercado financeiro uma metodologia teoricamente embasada para a precificação e gestão dos riscos desses derivativos.

Apesar dessa publicação ser específica para opções europeias, também serviu como inspiração para outros modelos, por exemplo, a adaptação por Black, F. (1976) para precificação de opções de contratos futuros, modelo que inspirou esta dissertação. Outros autores também utilizaram desses resultados para as aperfeiçoarem em diferentes mercados. Pode-se citar o caso de Mark e Kohlhagen. (1983), que criaram um método próprio para o mercado de câmbio. A possibilidade dessas contínuas melhorias e adequações ocorre graças à existência de um mercado globalizado, com investidores competindo pela maximização de ganhos que usufruem dessas melhorias (GU, 2016). Dessa forma, existem incentivos e patrocínios para novas pesquisas no setor. Além disso, a alta interação entre os agentes e os mercados globais permite aos pesquisadores compartilharem e desenvolverem conhecimento com ganhos de sinergia.

Por essa razão, os principais ativos financeiros possuem uma vasta literatura e é possível encontrar diferentes soluções para a precificação de derivativos, dos mais simples aos mais complexos. Todavia, a comercialização livre de energia é uma prática recente e ainda não regulada na maior parte do mundo. Embora existam exemplos de nações amplamente desenvolvidas nesse segmento, como o caso do Reino Unido, algumas ainda estão se desenvolvendo, como o Brasil, e outras restritas ao mercado regulado, sendo a China um exemplo a citar (CASTRO *et al.*, 2017).

Não obstante a singularidade de cada região, os países mais globalizados são os responsáveis por inspirar o mercado elétrico nacional. Apesar das diferenças regulatórias, todos os países interessados nesse segmento, já inseridos no mercado ou não, caminham juntos no objetivo de maximizar a eficiência das carteiras

heterogêneas do setor. Entretanto, os países mais desenvolvidos já possuem considerável literatura e uma ampla prateleira de produtos, enquanto o Brasil ainda engatinha nas possibilidades oferecidas ao mercado de energia, sendo negociado, principalmente e quase exclusivamente, contratos a termo com entrega física.

Em vistas ao rápido desenvolvimento do setor no país, a necessidade de produtos mais complexos que aperfeiçoem as singularidades dos indivíduos inseridos nesse segmento é inevitável. No entanto, a ausência de pesquisa nacional para derivativos de energia ainda é um impeditivo. Sem uma metodologia adequada, formadores de mercado não conseguem prover liquidez para novos produtos. Com isso em mente, neste trabalho, busca-se oferecer uma possível solução utilizando o modelo conhecido como Black-76 ou *Black*, de modo a provar que é possível precificar opções europeias de contratos a termo de energia.

Para isso, no Capítulo 2 será realizada uma revisão bibliográfica a fim de explicitar o que já foi discutido sobre o assunto no Brasil e em literatura estrangeira. No terceiro capítulo será apresentada uma breve introdução ao histórico do mercado livre de energia no mundo e uma explicação superficial sobre as diferenças conceituais entre o mercado livre e cativo. Em seguida, será realizada a análise da história do setor elétrico nacional até a atualidade. Na sequência, tem-se a introdução de conceitos essenciais para compreender o cotidiano da comercialização de energia, e para defender o modelo escolhido, compara-se principais semelhanças entre os derivativos de energia e *forwards rate agreements* (FRA). Para finalizar esse tópico, aproveita-se dessa comparação para introduzir o modelo Black-76, adaptado ao FRA e são sugeridas as modificações necessárias para os contratos a termo de energia.

O Capítulo 4 tem como objetivo discutir as premissas utilizadas no Black-76, revisando quais dessas são satisfeitas ou rejeitadas. A partir disso, levanta-se as imperfeições esperadas e, por fim, encerra-se esse debate introduzindo o conceito de arbitragem por meio da estratégia de replicação. No Capítulo 5, apresenta-se e comenta-se os resultados encontrados a partir de simulações de opções de compra e venda com diferentes características, realizadas com dados históricos entre os anos de 2018 e 2019. Após essa análise, no Capítulo 6, as impressões sobre os pontos fortes e fracos do modelo, e sua aplicabilidade são apresentadas, a fim de concluir este estudo. Finalmente, terminamos o trabalho no sétimo tópico, sugerindo pesquisas futuras e comentários sobre os novos desafios que ainda precisarão de solução.

## REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Inicia-se esta pesquisa literária tentando compreender a verdadeira necessidade de opções *vanilla* para os agentes do mercado livre de energia. Como demonstrado no trabalho de Correia *et al.* (2003), as empresas poderiam mitigar o risco de sua demanda por meio da compra de uma *call*, que seria exercida em momentos que o preço *spot* da energia estivesse acima do valor de seu exercício. Essa estratégia permitiria às empresas trabalharem com menores margens de erro para a previsão do seu consumo futuro e diversificar sua estratégia de contratação de energia em contratos a termo e opções.

Contudo, o autor não apresenta um método para que o consumidor possa precificar o valor justo dessas opções. Apesar de reconhecer que existia ganhos na gestão da projeção de consumo com opções, o autor baseia sua análise em preços históricos de exercício dos contratos a termo com opções embutidas, mas não comprova a viabilidade dessa estratégia pelo custo dessas opções na carteira do consumidor.

Na perspectiva do gerador, o trabalho de Fernandes (2018) aborda casos de opções para a gestão de risco hidrológico. A análise baseia-se em opções que são exercidas mediante a capacidade do gerador em produzir energia na data de exercício. No seu trabalho, o autor demonstra os possíveis ganhos na mitigação de risco para geradores que possuam opções que lhes permitam comprar energia abaixo do mercado *spot* nos cenários hidrológicos adversos, em troca de vender sua energia mais barata em cenários hidrológicos benéficos. Porém, mais uma vez, a análise apresentada se baseia em dados históricos e não há menção de algum método para precificar ou gerir a carteira com essas opções.

Ambas as pesquisas anteriores concordam que existem estratégias das quais as opções poderiam ser eficientes em mitigar riscos, mas nenhuma delas se propõe a precificar os custos dessas estratégias, o foco está direcionado em explicitar maneiras de mitigar os riscos de demanda futura.

Na dissertação de Benabou (2018), o autor utiliza o modelo HJM que poderia ser adaptado para precificação de opções, contudo, seu estudo limitou-se em modelar a curva de preços dos contratos *forwards* de energia, e apesar de ser possível aproveitar de seu embasamento teórico e adaptar seu modelo para opções, ainda

existira uma lacuna na literatura nacional quanto aos modelos mais conhecidos pelos agentes do mercado.

Dentro da literatura nacional, encontra-se, na dissertação de Takahashi (2008), uma possível abordagem para a precificação de opções *vanilla* em energia. Seu trabalho consiste em demonstrar uma possível solução para a precificação de contratos a termo com cláusula de flexibilidade (porcentual do volume pode ser alterado de acordo com o consumo do cliente). Para isso, a autora introduz ao leitor conceitos de opções *vanilla* e sugere sua precificação pelo modelo binomial. Todavia, ela utiliza o preço da energia *spot* como ativo subjacente das opções, o que é inadequado, porque não pode ser replicável.

Da maneira que o modelo é apresentado, a energia *spot* não poderia ser utilizada como ativo subjacente, por não haver atualmente tecnologia para estocá-la. Dessa forma, não seria possível replicar os *payoffs* das opções com vencimentos futuros com algum tipo de *hedge* no mercado *spot* pelo modelo binomial tradicional. Por isso o modelo sugerido não permitiria uma gestão ativa da carteira de opções, seria necessário utilizar, como ativo subjacente, a energia na data de vencimento das opções, negociada no mercado por meio de contratos a termo. Além disso, o modelo binomial é um método exaustivo e, portanto, conseguir encontrar uma fórmula fechada para o problema seria algo mais apropriado.

Apesar da ausência de um modelo funcional para a precificação de opções *vanilla* nos estudos supracitados, é necessário ressaltar que essa nunca foi a proposta desses autores. Em todos os casos já citados neste estudo, as opções apenas tangenciavam alguma questão do verdadeiro objetivo desses trabalhos.

Enquanto na academia brasileira as opções de energia ainda não são alvo de amplo debate, na literatura estrangeira já se encontra materiais que se propõem a resolver a questão. No artigo de Prabakaran (2018), o autor utiliza de uma adaptação do modelo Black & Scholes para precificar as opções de energia por meio de uma projeção por mínimos quadrados dos preços futuros pelo valor *spot*. O seu resultado culmina em uma integral que poderia ser resolvida para encontrar o preço dessas opções conhecendo apenas o valor *spot*.

Embora o autor consiga demonstrar uma possível solução para a questão, a proposta apresentada é complexa e necessitaria de investimentos na criação de um algoritmo capaz de solucionar a equação. O próprio autor descreve sua solução como uma alternativa computacional eficiente para a precificação dessas opções, mas não

demonstra os ganhos práticos de sua descoberta em comparação com métodos mais simples.

Já no trabalho de Benth e Schmeck (2014), os autores apresentam uma solução própria que assume uma distribuição normal inversa gaussiana (NIG) para os preços dos contratos futuros. Os autores comparam seus resultados com o Black-76 e demonstram que seu modelo é mais eficiente para a precificação dessas opções. No entanto, sua metodologia adiciona o prêmio de risco do mercado para precificar o valor justo das opções e, apesar de demonstrar o método para estimar essa variável, seu cálculo é complexo, sendo necessário atualizá-lo constantemente.

Adicionalmente, no artigo de Hjalmarsson (2003), o autor compara diversas possibilidades para precificar opções com os dados históricos do mercado norueguês. Embora se reconheça, em sua análise, que soluções não paramétricas sejam as mais eficientes, o modelo Black-76 se mostrou o método paramétrico mais aderente e a metodologia mais prática dentre todas as outras.

Como no Brasil a discussão para a precificação dessas opções ainda está nascendo, não se encontrou, na literatura nacional, alguém que tenha testado o modelo Black-76 para o mercado local. Entende-se que esse modelo é a base para que no futuro possam existir outros mais complexos. Adicionalmente, acredita-se que, apesar da simplicidade do Black-76, seus resultados podem ser consistentes e replicáveis para os agentes que desejarem gerir uma carteira com opções, por isso essa dissertação utilizará esse modelo para precificar opções de energia no mercado brasileiro.



### 3 ORIGEM DO MERCADO LIVRE DE ENERGIA

Devido à sua importância estratégica e aos seus altos custos de entrada, o mercado de energia é tradicionalmente visto, por órgãos reguladores ao redor do mundo, como um monopólio natural que deve ser administrado pelo estado. A consequência dessa perspectiva é a verticalização do setor em monopólios estatais responsáveis por todo o processo de geração, transmissão e distribuição de energia para o consumidor final (CASTRO *et al.*, 2017).

No modelo verticalizado, os geradores vendem sua energia para um único agente responsável por distribuir para todos os consumidores finais. Nesse modelo, o consumidor não consegue aperfeiçoar sua demanda energética, porque não lhe é atribuído a liberdade para escolher os fornecedores mais eficientes e minimizar seus custos.

A livre comercialização de energia é um conceito recente introduzido primeiramente no Reino Unido a partir da proclamação do Electricity Act, em 1989. Nesse estatuto, foram criadas as primeiras diretrizes para o mercado livre, que objetivam diminuir os custos para o consumidor e ampliar a oferta a partir dos seguintes elementos centrais:

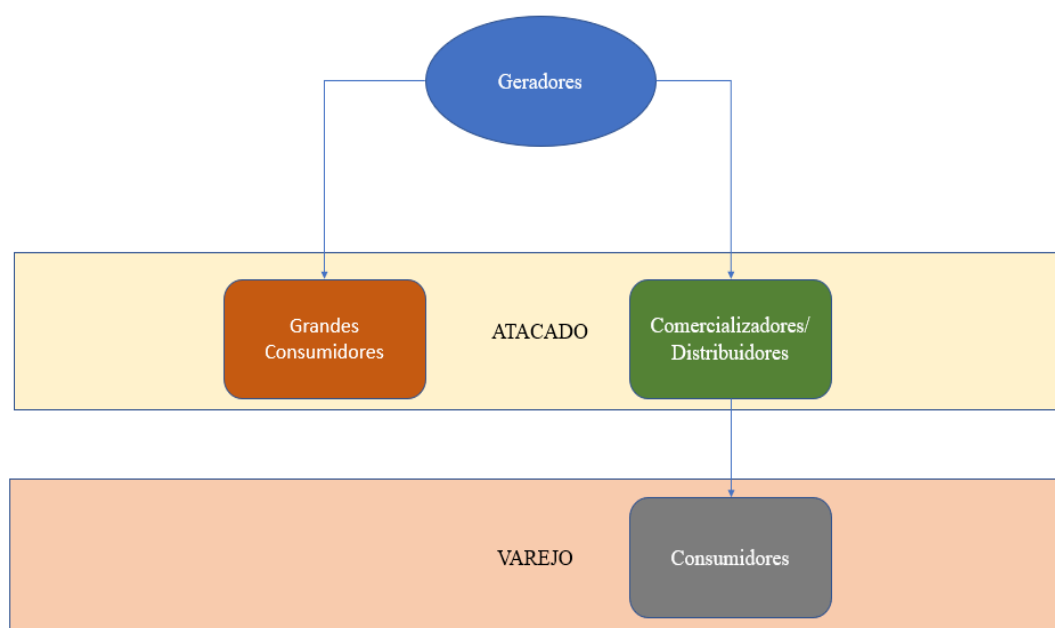
1. O fim dos monopólios verticalizados nas diferentes atividades do setor elétrico (geração, distribuição, transmissão e comercialização).
2. A privatização de empresas estatais.
3. Incentivar a competição e a desburocratização para a criação de empresas geradoras de energia, de modo a ampliar a capacidade de oferta do setor.
4. Manter monopólios naturais estratégicos, como a transmissão e a distribuição, com tarifas reguladas pelo governo, por meio de um órgão regulador independente.
5. A criação de um operador independente, responsável pela operação do sistema elétrico.
6. O desenvolvimento do mercado de atacado de energia, com o qual geradores vendem grandes quantidades de energia;
7. A construção de um mercado de varejo no qual os consumidores se tornam livre para poder escolher qualquer comercializador de energia.

A reforma realizada no Reino Unido serviu de inspiração para outras nações. Apesar de muitos países optarem por continuar com um mercado de energia cativo, as diretrizes da reforma inglesa serviram de inspiração para todos os outros países que optaram por abrir seu mercado (JOSKOW, 2008).

Enquanto o mercado cativo de energia é caracterizado pela sua estrutura verticalizada, no mercado livre, tanto o gerador quanto o consumidor podem escolher sua contraparte e otimizar seus interesses. Para facilitar a comunicação entre os agentes, surge a figura de intermediadores responsáveis por buscar liquidez dentro do setor para a necessidade de cada contraparte.

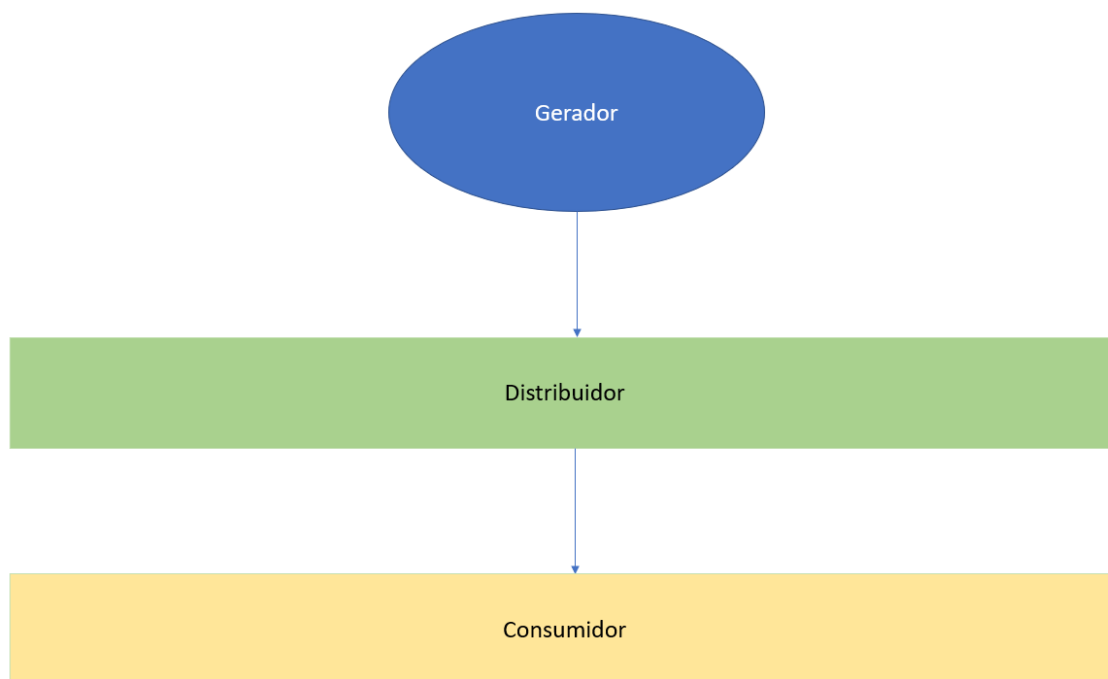
Embora geradores possam vender a energia diretamente para um determinado grupo de consumidores, seria muito custoso negociar com todos os demandantes de sua energia (desde a demanda do pequeno comércio até a grande indústria). Nesse contexto, encontram-se as comercializadoras e os distribuidores. Os primeiros são os responsáveis pela comunicação entre geradores e consumidores no mercado livre, enquanto os distribuidores são responsáveis pela entrega da energia no mercado livre e cativo. Para melhor compreensão, as Figuras 1 e 2 representam uma simplificação da estrutura dos mercados de energia livre e cativo.

Figura 1 - Mercado livre de energia



Fonte: Adaptado de Castro *et al* (2017)

Figura 2 - Mercado cativo de energia



Fonte: Adaptado de Castro *et al.* (2017)

### 3.1 A história do mercado de energia brasileiro

O Brasil estabelece as suas primeiras diretrizes para o mercado de energia durante o governo Getúlio Vargas, nos anos de 1934, pelo decreto nº 24.643 conhecido como Código das Águas (OLIVEIRA, 2017). No decreto, o poder público declara o patrimônio hidrológico do país como propriedade da União e concede poder para investir, ceder concessões e fiscalizar empreendimentos de infraestrutura que utilizassem esses recursos.

A partir disso, inicia-se a primeira era no setor elétrico brasileiro, com o governo como protagonista nos empreendimentos responsáveis para atender o consumo da indústria e da população. Durante esse período, entre a segunda metade da década 30 até o final da década de 70, o estado foi o responsável pelas principais obras de infraestrutura no setor. Também foram criados órgãos reguladores para a administração da matriz energética e empresas, que até hoje atendem a maior parte da população.

Esses anos coincidiram com um grande crescimento do PIB, sendo que, na década de 70, o Brasil foi o país que mais cresceu no mundo. Isso permitiu uma

flexibilização fiscal e um ritmo acelerado de investimentos. A Tabela 1 apresenta o resumo dos principais acontecimentos dessa época.

Tabela 1 - História do mercado de energia brasileiro

<b>Ano</b>	<b>Fato Relevante</b>
1939	Criação do Conselho Nacional das Águas (CNAE) para solucionar problemas de suprimento, regulamentação e tarifa na indústria de energia elétrica do Brasil.
1941	DECRETO-LEI Nº 3.128, DE 19 DE MARÇO DE 1941, estabelece o cálculo das tarifas de energia elétrica e fixa a taxa de remuneração dos investidores em 10%.
1945	Criação da primeira empresa de eletricidade em âmbito federal, a Companhia Hidroelétrica de São Francisco (CHESF).
1952	Criação da Companhia Energética de Minas Gerais (CEMIG).
1956	Para administrar o programa energético do Espírito Santo cria-se a ESCELSA.
1957	Criação da Central de Energia Furnas S.A para o suprimento de carga na região Sudeste.
1960	Criação do Ministério de Minas e Energia.
1961	Criação da Eletrobras.
1979	Nacionalização do grupo LIGHT Serviços de Energia S.A.

Fonte: Adaptado de Camargo (2005)

Embora esse período tenha sido essencial no desenvolvimento do setor, seu declínio começa no final da década de 70. Nessa época, os Estados Unidos iniciaram um novo ciclo de aumento da taxa básica de juros, que reduziu a liquidez proveniente de capital estrangeiro para países emergentes. Além disso, em 1982, foi declarada a moratória no México e, no mesmo ano, a Guerra das Malvinas entre Argentina e Reino

Unido. Todos esses fatores culminaram em uma escassez de recursos para países da América Latina, que vivenciaram um período de alta inflação, desemprego e baixo crescimento econômico (BERNAL; CRISTINA, 1991).

No Brasil, o cenário não era diferente, a dívida externa e interna da união crescia junto com a inflação, enquanto o PIB diminuía de uma média de crescimento de 6% a.a., na década de 70, para 2% a.a. na década de 80. Dessa forma, a União viu seus recursos esgotados para investimentos em infraestrutura (SALLUM; KUGELMAS, 1991). Nessa época, as companhias de energia tiveram suas tarifas controladas pelo Estado como parte de medidas adotadas para o controle da inflação, ainda, havia mecanismos de compensação intrasetorial entre organizações que geravam excedentes financeiros para as empresas deficitárias (PIRES; GOLDSTEIN, 2001). Essas medidas diminuía o caixa das empresas e desestimulavam a busca por eficiência. Por isso as empresas do segmento não possuíam condições ou interesses em financiar investimentos, o que acarretou uma queda de produtividade no setor.

Apenas no governo de Itamar Franco, no ano de 1993, com a aprovação da Lei 8.631, que essas medidas foram revogadas e, junto a isso, foram realizadas diversas medidas que buscavam recuperar a credibilidade e a estabilidade econômica do país. Essas medidas abriram espaço para uma nova era no setor da energia, que não estava mais condicionada a políticas de controle de inflação e começava a modernizar seu direcionamento ideológico. Finalmente, em 1995, foi aprovada a Lei 8.987, que ficou conhecida como o marco da energia no Brasil. Esse marco foi responsável por definir diretrizes para privatizar os empreendimentos existentes no setor e regulamentar as concessões para potenciais investidores.

O governo admitia que as privatizações necessitavam de um ambiente regulatório adequado. Por isso, pela Lei 9.427, estabeleceu-se, em 1996, a criação da Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL), que agiria como um órgão regulador independente do setor. Contudo, a agência possuía uma autoridade fragilizada e a falta de interesse governamental em reforçar uma atmosfera regulatória, com regras bem definidas, desestimulava os investimentos privados no setor.

Por essa razão, em 1998, com o decreto MME 2.655, foi definida a função do Operador Nacional do Sistema Elétrico Brasileiro (ONS), responsável por coordenar o sistema interligado nacional (SIN) sobre a supervisão e regulação da ANEEL. O decreto também previa a criação de um mercado atacadista de energia, mas apenas

em 2004, com a criação da Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE), pela Lei 10.848, que o mercado de atacado no Brasil começa a se desenvolver. Nesse momento, definiu-se a diferença entre consumidores cativos (aqueles que, pela legislação, não podem escolher seus fornecedores de energia) e livres. Atualmente, esse é o momento em que o mercado Brasileiro se encontra, com aproximadamente 70% do mercado consumidor ainda cativo (O ESTADO DE S. PAULO, 2019).

### **3.2 A negociação de energia no mercado livre**

Para compreender o cotidiano dos agentes no mercado livre de energia, é necessário explicitar algumas nomenclaturas que podem gerar confusões para quem desconhece a rotina do setor. Por exemplo, os contratos a termo de energia, comumente são chamados de contratos futuros. Embora seja notório as diferenças entre termos e futuros, para aproximar o leitor aos profissionais inseridos na comercialização de energia, neste trabalho se manteve o padrão praticado pelo setor. Por isso, a partir desse momento, esses derivativos de energia serão referenciados como futuros, apesar de compreender o erro conceitual dessa nomenclatura.

A negociação da energia no ambiente livre ocorre principalmente por meio desses contratos, que possuem entrega física do ativo nos vencimentos negociados em balcão. Esses ativos são padronizados com periodicidade mensal, ou seja, o contrato padronizado de energia concede ao adquirente a obrigação de compra do montante de energia negociado no mês especificado, enquanto o ofertante tem a obrigação de entregar o montante de energia negociado no mesmo mês. As liquidações financeiras desses produtos ocorrem por convenção no sexto dia útil do mês subsequente ao fornecimento físico da energia. Nesse dia, o comprador paga ao vendedor o preço da energia negociada e consumida ao longo do mês. Atente-se que a energia é gerada e consumida antes da liquidação financeira, uma característica singular do mercado de energia brasileiro.

O PLD é o preço da energia *spot* calculado semanalmente pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS). O seu valor é determinado principalmente por meio da estimativa do custo marginal de operação (CMO), que é estimado utilizando dois modelos, conhecidos como NEWAVE e DECOMP. O primeiro modelo é utilizado para estimativas em longo prazo (horizonte de até cinco anos), enquanto o segundo, em curto prazo (horizonte de até 12 meses). Ambos são mecanismos para otimizar o

valor mínimo do CMO sem comprometer a segurança da oferta de energia no país. Para isso são utilizadas variáveis como a energia natural afluyente (ENA) nos rios brasileiros, a projeção de consumo de energia, o nível dos reservatórios do sistema interligado nacional (SIN), entre outras.

A fim de evitar possíveis impactos econômicos adversos, todo ano a ANEEL estipula um nível máximo e mínimo para o PLD. O motivo pode ser explicado pela interpretação de que o PLD demasiadamente alto pode agir de maneira recessiva e inflacionária para a economia. Um preço de energia alto aumenta os custos de produção e, conseqüentemente, os preços dos produtos nacionais que, por fim, desestimulam o consumo. Por isso, a ANEEL estipula um teto anual para o preço de energia.

Por outro lado, se o preço da energia for muito baixo, o faturamento do gerador pode se tornar insuficiente para cumprir com seus custos operacionais. Aqueles com menor capacidade de caixa iriam à falência e, como os recursos hidrológicos do país são cíclicos, assim que voltasse um período de estiagem no país, a menor oferta de geração seria prejudicial para o SIN. Por isso, para sustentar a oferta de energia em longo prazo, a ANEEL determina um piso anual para o preço de energia.

Dessa forma, encontra-se uma regra para o valor do PLD. Ele será igual ao CMO, se este for menor que o teto e maior que o piso. Caso o CMO seja maior que o teto, o PLD será igual ao teto. Se o CMO for menor que o piso, o PLD será igual ao piso. Se considerar que  $L_t$  representa o preço teto estipulado pela ANEEL e  $L_p$  representa o preço piso, obtém-se a fórmula:

$$\begin{cases} PLD = L_t, & \text{se } CMO > L_t \\ PLD = CMO, & \text{se } L_p \leq CMO \leq L_t \\ PLD = L_p, & \text{se } CMO < L_p \end{cases} \quad (1)$$

Como dito anteriormente, o PLD é um valor calculado semanalmente e representa o preço de energia *spot* pela semana vigente. Os contratos futuros de energia liquidam usando como referência o preço do PLD no período, porém, a convenção do mercado é negociar o preço médio mensal por meio de uma ponderação de todos os PLDs, em todas as semanas que compõem o mês negociado. Para simplificar o raciocínio, a análise será trabalhada com o padrão do mercado.

Todas as variáveis serão consideradas como esses valores médios, a menos que especificado o contrário.

Ainda, devido à grande extensão do território nacional, o SIN é subdividido em quatro submercados, são eles: o Sudeste e Centro-Oeste (SE/CO), Sul (S), Norte (N) e Nordeste (NE). Cada submercado possui seu próprio PLD, que geralmente são valores iguais entre si, mas as limitações da capacidade de transmissão das linhas podem gerar situações em que cada submercado possua um preço diferente. Como exemplo, considera-se um caso em que haja muita oferta de energia no Sudeste e escassez no Sul. O Sudeste, mesmo exportando o máximo da capacidade de suas linhas de transmissão para seu submercado, continua com sobra e o Sul, com escassez. Para cobrir essa escassez, o Sul precisaria utilizar geração térmica (geração mais custosa) e o seu PLD seria maior do que o PLD no Sudeste.

Todos os submercados são negociados no mercado livre de energia. No entanto, a liquidez do submercado Sudeste é consideravelmente a mais elevada. Mais uma vez, para simplificar a análise, considera-se apenas o submercado Sudeste, a menos que previamente explicitado.

Um contrato de energia convencional negocia em unidades de  $MWm$ . Um consumidor detentor de um contrato de 1  $MWm$  de energia tem o direito de consumir em média 1  $MWh$  em todas as horas do mês vigente do contrato. Em caso de meses com 31 dias, isso corresponde ao total de 744  $MWh$ , já quando o mês tem 30 dias, seriam 720  $MWh$ .

Assumindo que  $Horas(x)$  representa o número de horas no mês  $x$  vigente, encontra-se a seguinte relação entre  $MWh$  e  $MWm$ .

$$MWh(x) = Horas(x) \times MWm \quad (2)$$

Os preços dos contratos são convencionalmente cotados em  $MWh$ , porém o volume é representado em  $MWm$ , dessa maneira, para saber o valor financeiro de uma operação com esses futuros, é necessário utilizar a seguinte fórmula:

$$Valor\ financeiro = Preço \times MWm \times Horas(x) \quad (3)$$



Como exemplo, suponha que um consumidor compre cinco contratos para o mês de março por R\$ 50,00 reais, utilizando a fórmula (2) e lembrando que março possui 31 dias, pode-se calcular que o cliente negociou um total de 3.720 *MWh*:

$$3.720 = 744 \times 5$$

Utilizando a fórmula (3), conclui-se que, na liquidação, o cliente deverá pagar o total de R\$ 180.000,00 pelo seu consumo de energia:

$$R\$180.000,00 = R\$ 50,00 \times 5 \times 744$$

### **3.3 Comparação entre futuros de energia e *forwards rate agreements***

Reconhece-se que os derivativos de energia possam parecer exóticos à primeira vista. Contudo, é possível fazer um paralelo entre os contratos futuros de energia e um FRA negociado no mercado financeiro.

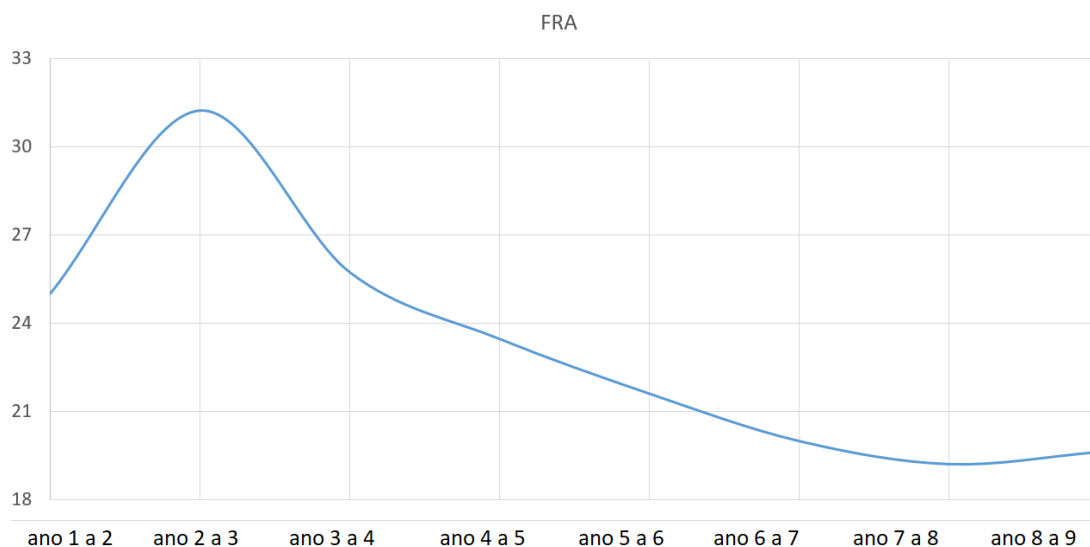
Os contratos FRA são derivativos de juros comumente negociados nos mercados globais, esses contratos preveem a troca de juros pré-fixado por pós-fixado em uma janela de tempo no futuro. Por exemplo, um contrato FRA poderia oferecer ao seu detentor o retorno de 2% ao ano, entre outubro e dezembro de um ano a frente, em troca da Libor acumulada no mesmo período.

Dessa maneira, para facilitar o entendimento do modelo que será utilizado nos próximos capítulos, mencionam-se algumas das principais semelhanças entre os dois produtos:

- a) Os valores de liquidação dos ativos são definidos por um órgão regulador técnico e independente: Ainda que os preços desses derivativos variem de acordo com o equilíbrio de oferta e demanda dos agentes de mercado. No vencimento, tanto o valor da taxa de juros como o preço da energia são definidos por um órgão regulador técnico e independente, a fim de otimizar o sistema em que opera. No caso da energia, o órgão regulador responsável por estipular seu valor é o ONS e, no mercado de juros, é a função do Banco Central;

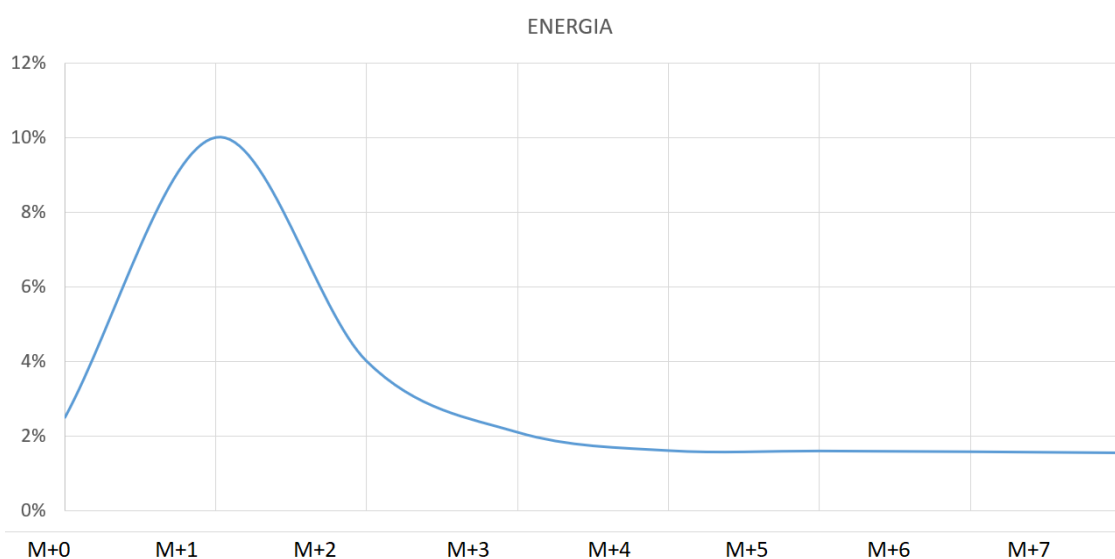
- b) Ambos os contratos preveem a troca de risco do preço pós-fixado pelo pré-fixado: Em ambos os contratos, o objetivo do investidor é fixar uma variável pós-fixada e neutralizar o risco de variações do ativo objeto. No caso de juros, ao investir em taxa pré-fixada, o agente garante o retorno dos seus ativos e as variações positivas ou negativas nos juros deixam de impactar o retorno esperado de sua carteira. Semelhantemente no mercado de energia, ao comprar um contrato, o consumidor fixa seu custo de consumo elétrico e as oscilações no preço da energia não comprometem suas projeções;
- c) Os dois derivativos possuem liquidação financeira futura baseada em uma variável com *fixing date* também futura: Assim como o futuro de energia é um contrato em que o comprador é obrigado a pagar o preço fixo negociado da energia e receber o preço variável do primeiro dia do mês negociado até seu último, os contratos de FRA também estipulam uma data futura em que o comprador receberá a rentabilidade fixa acordada em troca da taxa pós-fixada no período;
- d) Semelhanças no comportamento da volatilidade dos contratos: Os contratos de ambos os ativos tendem a ter uma curva de volatilidade crescente nos vencimentos iniciais que atingem um pico e, então, tendem a diminuir e estabilizar nos vencimentos mais longos. Esse comportamento pode ser explicado pelas menores incertezas no curtíssimo prazo em relação às variáveis determinísticas de preço. Porém, ao passo que o tempo avança, as incertezas aumentam conforme a volatilidade das variáveis no horizonte observável. Mas quando se entende o horizonte além do observável, os ativos possuem um comportamento de reversão à média e, por isso, em longo prazo, existe relativa estabilidade em uma condição de equilíbrio. As figuras 3 e 4 permitem comparar o comportamento da volatilidade dos contratos anuais de FRA e dos contratos mensais de energia.

Figura 3 - Volatilidade diária FRA em BPS



Fonte: Plataforma Bloomberg. Criação própria (2020).

Figura 4 - Volatilidade diária energia em P.P



Fonte: Negociações BBCE. Criação própria (2020)

As semelhanças aqui apresentadas também servem de argumento do porquê se utilizar neste estudo o modelo Black-76 na precificação de opções de energia. Conforme apresentado por Willmot (2007, p. 225-245), o modelo é utilizável para a precificação de opções de FRA com pequenas alterações. Por isso, utiliza-se esse modelo adaptado e o corrige para as singularidades do mercado de energia.

### 3.4 Precificação de opções de FRA e energia por meio do modelo *Black*

Contratos de opções em FRA são comumente denominados como *caplet*, no caso de opções de compra e *floorlet* nas opções de venda. Assumindo que  $Vf$  representa o valor de face do contrato FRA,  $K$  os *strikes* do *caplet* e do *floorlet*,  $Libor_{t_1, t_2}$  a taxa *libor* realizada com início no período  $t_1$  e fim em  $t_2$ , e por fim,  $\Delta t$  representa os dias entre as datas  $t_1$  e  $t_2$ .

Seus respectivos *payoffs* no vencimento podem ser representados da seguinte forma:

$$Payoff\ caplet = Vf \times \text{Max}\{0, Libor_{t_1, t_2} - K\} \times \frac{\Delta t}{360} \quad (4)$$

$$Payoff\ flooret = Vf \times \text{Max}\{0, K - Libor_{t_1, t_2}\} \times \frac{\Delta t}{360} \quad (5)$$

Com os *payoffs* acima, se considerarmos  $F_{(t_1, t_2)}$  como um contrato FRA com início em  $t_1$  e fim em  $t_2$ , através do modelo Black,  $N(\cdot)$  como a função cumulativa da distribuição normal e  $DF$  como o fator de desconto que traz a valor presente os *payoffs* das opções pela taxa livre de risco, é possível precificá-las utilizando as seguintes fórmulas:

$$preço\ caplet = \frac{\Delta t}{360} \times DF \times Vf \times [F_{(t_1, t_2)} \times N(d_1) - K \times N(d_2)] \quad (6)$$

$$preço\ flooret = \frac{\Delta t}{360} \times DF_i \times Q \times [K \times N(-d_2) - F_{(t_1, t_2)} \times N(-d_1)] \quad (7)$$

Adicionalmente:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{F_{(t_1, t_2)}}{K}\right) + \frac{\sigma^2 \times i}{2}}{\sigma \times \sqrt{t_2}} \quad (8)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \times \sqrt{t_2} \quad (9)$$

Supondo que seja possível utilizar o modelo *Black* para precificação de opções em energia, seria preciso precificar as opções de compra e venda com os seguintes *payoffs* no seu vencimento:

$$Payoff\ call = Horas(x) \times \text{Max}\{0, PLD_{j,i} - K\} \quad (10)$$

$$Payoff\ put = Horas(x) \times \text{Max}\{0, K - PLD_{j,i}\} \quad (11)$$

Como dito anteriormente, os contratos futuros de energia são padronizados em contratos mensais. Dessa forma, recordando a demonstração apresentada na equação (2), pode-se observar que o *payoff* total das opções de energia em seu vencimento será equivalente ao total de horas do mês contratado, multiplicado pelo *payoff* de uma opção *vanilla*, cujo ativo objeto é o PLD médio entre os períodos  $t_1$  e  $t_2$ , nesse caso, o começo e o fim do mês  $x$ . Aproveitando as equações anteriores, considerando  $E_{(t_1,t_2)}$  como o contrato futuro de energia negociado no mercado, tem-se as seguintes fórmulas para as opções:

$$call = Horas(x) \times [E_{(t_1,t_2)} \times N(d_1) - K \times N(d_2)] \quad (12)$$

$$put = Horas(x) \times [K \times N(-d_2) - E_{(t_1,t_2)} \times N(-d_1)] \quad (13)$$

Ainda:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{E_{(t_1,t_2)}}{K}\right) + \frac{\sigma^2 \times i}{2}}{\sigma \times \sqrt{i}} \quad (14)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma \times \sqrt{i} \quad (15)$$

Repare que as opções de energia não necessitam utilizar taxa de juros ou fator de desconto. Isso ocorre porque ao contrário de *caplets* e *floorlets*, em que usualmente a compra e venda requer uma troca de caixa entre os agentes na data de negociação, para as opções de energia aqui apresentadas, o prêmio das opções assim como o *payoff* serão apenas pagos no vencimento do ativo. Dessa forma, todo

o caixa previsto na operação será pago no mesmo dia, em uma data futura, por isso não há necessidade de trazer o fluxo de caixa em valor presente. Por fim, para simplificar a metodologia, como os contratos de energia são padronizados em MWm, pode-se ignorar a variável  $Horas(x)$  e assumir o preço das opções em MWm.

$$call \text{ em MWm} = [E_{(j,i)} \times N(d_1) - K \times N(d_2)] \quad (16)$$

$$put \text{ em MWm} = [K \times N(-d_2) - E_{(j,i)} \times N(-d_1)] \quad (17)$$

Com as fórmulas aqui apresentadas, é possível replicar o modelo *Black* para precificar as opções no mercado brasileiro de energia.

## 4 AS PREMISSAS DO MODELO BLACK E O MERCADO DE ENERGIA

O modelo *Black* é amplamente utilizado no mercado financeiro para precificação de opções devido à sua praticidade. Contudo, baseia-se em premissas muitas vezes contestáveis dentro desse universo. Para o mercado de energia, esse problema não é diferente, antes de tentar replicar o modelo, é necessário discorrer sobre suas principais premissas:

1. O ativo subjacente segue um passeio aleatório com retornos log-normais.
2. O ativo subjacente não possui *drift*.
3. A taxa de juros livre de risco é uma função conhecida dependente do tempo.
4. A volatilidade é uma função conhecida dependente do tempo.
5. Não há pagamentos de dividendos.
6. As opções só podem ser exercidas no vencimento.
7. Não existem custos de transação ou impostos.
8. Podemos negociar o ativo a qualquer instante e em qualquer volume.
9. Não existem oportunidades de arbitragem no mercado.

Começando com a análise da primeira premissa, sabe-se que esta tem sido amplamente contestada na literatura em diversas áreas do mercado financeiro. O motivo para isso é que as distribuições dos log-retornos de ativos financeiros geralmente têm excesso de curtose e presença de assimetria (LAU, 2014). A fim de evidenciar se esse fenômeno se repete no mercado de energia,

É importante lembrar que o preço da energia possui um valor máximo e mínimo durante o ano, o que é uma regra que por si só acabaria com a hipótese de normalidade dos log-retornos. Porém, assumindo que o mercado de energia seja composto por agentes racionais, os contratos futuros não devem negociar nos valores extremos do PLD máximo e mínimo. O motivo para essa conclusão é que não haveria interesse de nenhum agente vender um contrato futuro abaixo do preço mínimo, assim como não haveria demanda para os contratos acima do PLD máximo. Nesses casos, seria preferível ao agente liquidar a energia na CCEE ao preço do PLD.

Desse modo, a fim de averiguar se essa premissa também seria contestável para o mercado de energia, observa-se a distribuição dos log-retornos dos contratos futuros com diferentes vencimentos durante o início de 2018 até metade de 2019, além disso, utiliza-se o teste Jarque-Bera, que consiste em comparar o terceiro e quarto momento da distribuição (assimetria e curtose respectivamente) com o de uma normal.

. É importante destacar que, para realizar essa análise, deve-se segmentar os produtos em relação à distância de seu vencimento. O motivo para isso é que, como demonstrado na figura 4, a volatilidade dos contratos muda de acordo com o tempo restante para seu vencimento.

Por isso, para observar distribuições semelhantes, devemos observar amostras de retornos com vida útil parecidas. Simplificaremos a análise utilizando os retornos dos contratos com o mesmo número de meses para o seu vencimento e ignoraremos possíveis sazonalidades mensais de volatilidade. Os resultados encontrados podem ser observados na Tabela 2

Tabela 2 - Testes de normalidade

	VENCIMENTOS						
	M+0	M+1	M+2	M+3	M+4	M+5	M+6
<b>Assimetria</b>	3,39	-0,47	0,00	-0,19	0,44	0,25	0,49
<b>Curtose</b>	37,41	9,39	4,97	6,46	4,67	5,39	4,92
<b>JB P-Value</b>	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Fonte: CRIAÇÃO PRÓPRIA (2020)

Para interpretar a Tabela 2, é necessário considerar o vencimento sempre em referência ao mês observado. Por exemplo, na data 01/01/2018, o vencimento M+0 se refere ao contrato futuro que vence no mesmo mês no dia 31/01/2018, enquanto M+1 se refere ao vencimento no fim do mês seguinte, nesse caso, 28/02/2018.



Pode-se observar que todos os vencimentos possuem uma distribuição de log-retornos com curtose acima da distribuição normal, porém destaca-se o contrato com vencimento em M+0. Ainda, pode-se observar que, com exceção de M+0, os log-retornos apresentam pouca assimetria. Finalmente, a última linha da tabela refere-se ao p-valor do teste Jarque-Bera que rejeitou a hipótese nula de normalidade para todos os vencimentos.

Agora, para conferir se os preços dos contratos futuros de energia possuem algum *drift*, é necessário analisar a média dos log-retornos e conferir se a hipótese nula de que os retornos possuem média igual a zero pode ser rejeitada. Pode-se conferir os resultados na Tabela 3.

Tabela 3 - Média dos retornos

	VENCIMENTOS						
	M+0	M+1	M+2	M+3	M+4	M+5	M+6
<b>Média Ret.</b>	0,2%	-0,4%	-0,1%	0,0%	0,2%	0,0%	0,1%
<b>Vol.</b>	2,9%	7,1%	5,6%	4,5%	3,6%	3,0%	2,7%
<b>P- Value</b>	0,48	0,48	0,49	0,50	0,48	0,50	0,49

Fonte: Criação própria (2020)

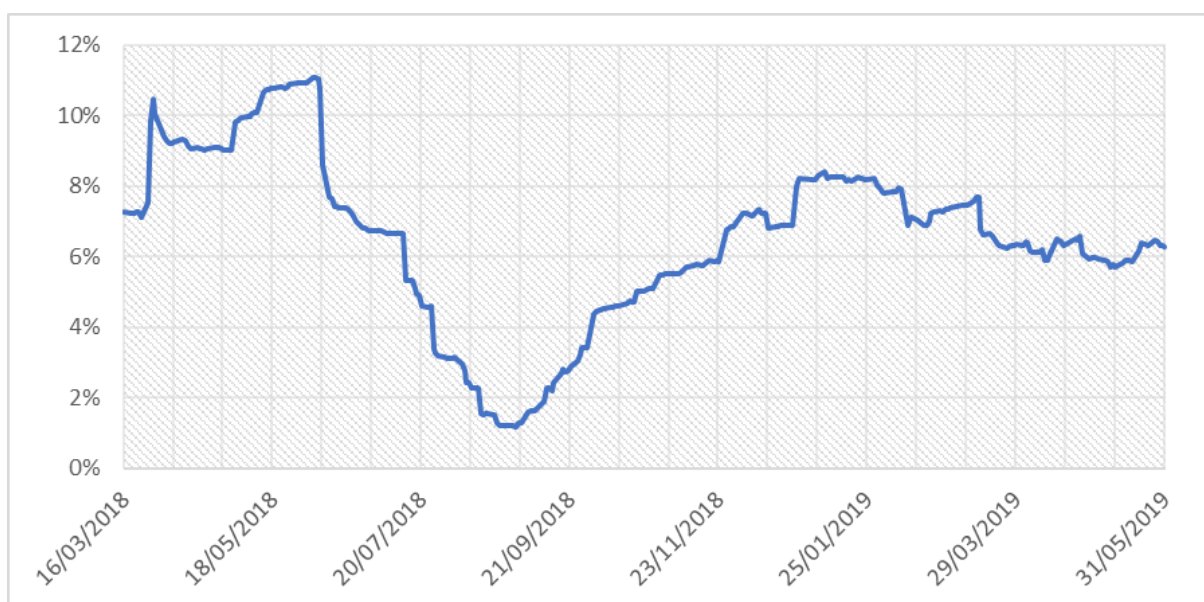
De acordo com os resultados obtidos, adotando um nível de significância de 5%, não podemos rejeitar a hipótese nula de que a média dos retornos seja igual a zero. Concluimos que a segunda premissa do modelo *Black* é satisfeita no período observado.

Ao contrário da maioria dos produtos do mercado financeiro, a terceira premissa é satisfeita no mercado de energia. Isso ocorre porque, como mencionado anteriormente, as liquidações financeiras dos contratos só acontecem no seu vencimento e não existem liquidações diárias. Com isso, não existe custo de oportunidade de caixa para comprar um contrato futuro ou opção de energia. A energia

não pode ser estocada de maneira viável e o investidor poderia comprar um contrato futuro e aplicar o valor de face em qualquer investimento até a sua liquidação. Por isso, para o modelo é como se a curva de juros fosse constante igual a zero.

Agora a quarta premissa possui a mesma limitação que outros produtos do mercado financeiro. Para a energia, a volatilidade também é uma função dependente do tempo, contudo a função não é conhecida devido à heterocedasticidade dos log-retornos. A figura 5 permite observar a média móvel de 50 dias da volatilidade diária dos contratos com vencimento em M+1.

Figura 5 - Volatilidade no tempo M+1



Fonte: Criação própria (2020)

Para as opções aqui analisadas, a quinta e sexta premissas são satisfeitas por se tratar da precificação de opções europeias e porque energia é uma *commodity* que não paga nenhum tipo de dividendos. Em contraste, a sétima premissa não é válida para o mercado de energia, porque para negociar os contratos futuros de energia existem custos de negociação, como a taxa de emolumentos, entre outros. Somado a isso, a oitava premissa não é completamente satisfeita, pois o mercado possui uma capacidade limitada de liquidez. Não é possível negociar energia fora dos horários comerciais, nos finais de semana, e quanto mais distante o vencimento do contrato, menor será sua liquidez. Por outro lado, os contratos mais curtos são suficientemente líquidos para replicar uma estratégia de opções com alguns riscos, sendo esses os contratos que este trabalho se propõe estudar.

Para finalizar, a nona premissa é a mais importante para a discussão. Sabe-se que, apesar de oportunidades de arbitragem poderem existir, quando descobertas, pelo fundamento econômico, desaparecem à medida que os agentes as exploram. Dessa forma, se conseguir replicar o *payoff* das opções utilizando o modelo *Black*, pela premissa de que não deve existir arbitragem, pode-se aceitar o modelo para a precificação dessas opções, levando em consideração as limitações discutidas anteriormente.

#### 4.1 Delta *hedging* opções de energia

Quando se refere à estratégia de replicação dos *payoffs* de uma opção, refere-se à estratégia de *delta hedging*, que consiste em comprar ou vender um determinado número de contratos que lhe garantam os mesmos ganhos que o detentor das opções. Isso é possível porque, conforme os preços dos futuros variem, os preços das opções também variam e a estratégia de *delta hedging* busca capturar o resultado dessas variações de preços das opções apenas negociando os contratos futuros.

Para saber qual a variação de preço esperado das opções em virtude de uma variação dos preços do ativo subjacente, deve-se calcular a derivada do modelo *Black* em relação à  $E_{(t_1, t_2)}$ . Essa derivada é conhecida como delta e, como demonstrado por Black e Scholes (1973), pode-se encontrar seus valores pelas seguintes funções:

$$\text{Delta call em Mwm} = N(d_1) \quad (18)$$

$$\text{Delta put em Mwm} = [N(d_1) - 1] \quad (19)$$

Relembrando a fórmula (16), é possível concluir que o delta de uma *call* e de uma *put* também variará quando o preço do ativo objeto mudar. Em outras palavras, para realizar a estratégia de *delta hedging*, deve-se constantemente atualizar a posição em contratos de energia. Essa característica é denominada *dynamic hedging*.

Para entender melhor esse conceito, suponha que exista uma opção de compra com delta 50%, isso significa que para replicar a variação de preço dessa opção, seria necessário comprar 0,5 contratos do futuro de energia. Agora, supondo que o preço do ativo suba, o delta da opção irá aumentar uma vez que agora a opção está mais

dentro do dinheiro, se o novo delta for 60%, será necessário mais 0,10 contratos para atualizar o delta, e supondo que o preço do futuro caia logo em seguida, e o novo delta vire 40%, será necessário vender 0,20 contratos para atualizar novamente o delta.

Supondo que fosse possível atualizar o delta em todos os instantes sem custos de transação, realizar o delta hedging ou comprar a opção seriam estratégias indiferentes, contudo, como a sétima e a oitava premissas não foram satisfeitas, na aplicação prática da estratégia, isso gerará falhas ao modelo.

Além disso, o delta também assume normalidade dos log-retornos. De acordo com o que já argumentado, essa premissa também não é verdadeira e gerará erros. Como a estratégia consiste em frequentemente atualizar a exposição nos contratos futuros, os erros por não satisfazer a quarta premissa podem ser minimizados se, ao atualizar a exposição delta, também considerar a função atualizada da volatilidade média esperada no período.

Lembrando que a volatilidade dos contratos varia conforme o tempo restante para o vencimento, pode-se perceber que, ao contrário do comumente utilizado, a volatilidade que deve ser utilizada no modelo *Black* não é a volatilidade estimada no momento observado do contrato, e sim a volatilidade média estimada em toda sua vida.

Esse valor pode ser calculado pela Isometria de Itô, onde prova-se que a soma das variâncias para o período é igual uma integral entre tempo variância (Goodman, 2012). Ao transformar essas conclusões para simplificações do universo discreto, pode-se defender que a variância média no período seria a média ponderada das variâncias diárias pelo tempo. Como aqui assume-se que volatilidade é igual ao desvio padrão, o valor que deve ser encontrado é a raiz quadrada da variância média, assumindo que  $i$  represente todos os dias ao longo da vida da opção, pode-se simplificar a discussão com a seguinte fórmula:

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{\sum t_i \sigma_i^2}{\sum t_i}} \quad (20)$$

Para entender esse conceito, supõe-se um contrato de energia que vence em dois meses e possui a uma volatilidade de 5% ao dia. Depois de trinta dias, esse

contrato possuirá a característica de um futuro que vence em um mês e uma volatilidade aproximada de 10% ao dia. Se utilizar a volatilidade de 5% ao dia para precificar a opção desse contrato, ou tentar realizar o *delta hedge*, ignora-se o fato de que a volatilidade dobrará em pouco tempo.

Para chegar ao valor correto da volatilidade média, é preciso calcular a média ponderada pelo tempo da variância desse contrato para depois calcular seu desvio padrão médio. No caso do exemplo apresentado anteriormente, supondo que todos os meses possuem 30 dias, a solução seria:

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{30 \times 5\%^2 + 30 \times 10\%^2}{60}} = 7,9\%$$

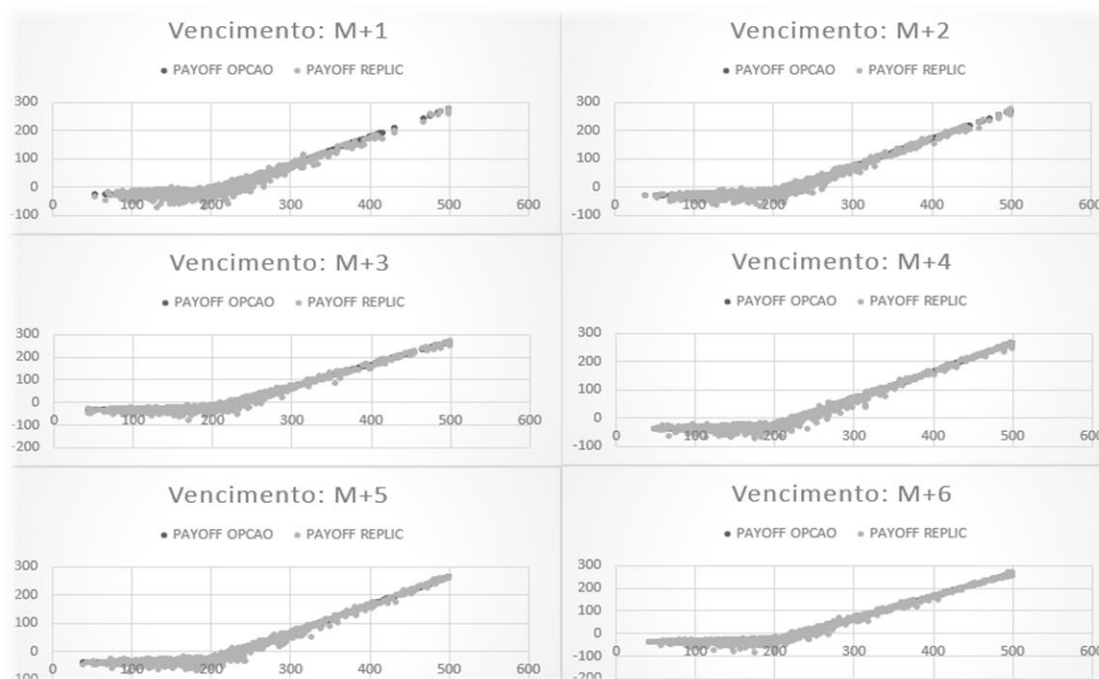
Pode-se perceber, no exemplo dado, que se calcular a volatilidade média diretamente pelo desvio padrão, o valor encontrado seria de 7,5%, o que não refletiria a realidade.

## 5 SIMULAÇÕES E RESULTADOS

Para realizar as simulações das estratégias *delta-hedging*, utiliza-se os log-retornos dos preços de fechamento dos contratos futuros, negociados entre 01/01/2018 até 01/06/2019. Com essa base de dados, podem ser simuladas mil possíveis trajetórias para os preços dos contratos até o seu vencimento e, em cada variação, atualiza-se a posição da estratégia que busca replicar o *payoff* das opções utilizando a fórmula *Black*, como mencionado anteriormente. Ainda, os preços dos contratos futuros foram limitados ao preço máximo de quinhentos reais e preço mínimo de quarenta reais em toda sua trajetória, a fim de assegurar um cenário mais representativo da realidade.

Inicia-se as simulações mantendo os valores do ativo objeto inicial estável em 200 reais ( $E_{(j,i)} = 200$ ). Os *strikes* das opções também permaneceram estáveis em 200 reais ( $K = 200$ ), contudo, variam-se os vencimentos, iniciando por opções com vencimento no mês subsequente à data observada até seis meses de prazo para o vencimento. Os resultados encontrados para as opções de compra podem ser conferidos na Figura 6.

Figura 6 - *Payoff* opções de compra e replicação com diferentes prazos



Fonte: Criação própria (2020)

Nos gráficos apresentados pela Figura 6, sabe-se que o eixo x representa os valores do ativo objeto no vencimento e o eixo y, os retornos das opções e das estratégias de replicação. Pode-se perceber que, apesar dos desvios, os pontos mais claros que representam as estratégias de replicação seguem os resultados das opções de compra com consistência. Os erros das estratégias de replicação podem ser analisados pela Tabela 4.

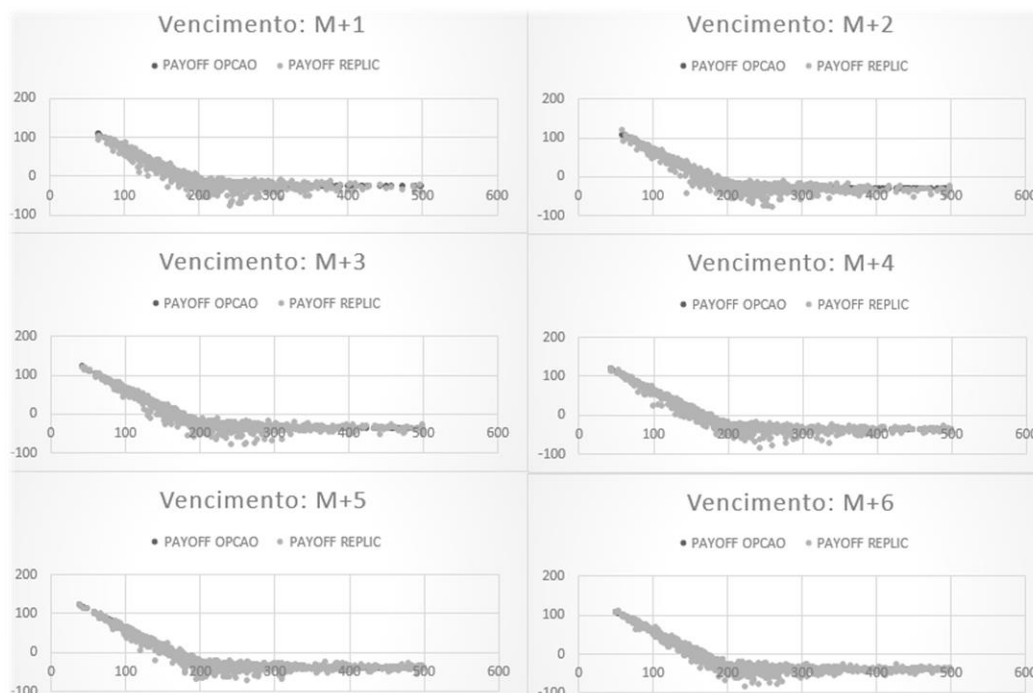
Tabela 4 – Análise das opções de compra

Vencimento:	M+1	M+2	M+3	M+4	M+5	M+6
Preço	27,3	33,8	37,3	39,4	40,8	41,8
Média Erros	-1,1	0,3	0,2	0,1	-0,1	0,0
Desvio Padrão	11,6	9,5	9,0	8,8	8,1	8,5
P- Valor	0,46	0,49	0,49	0,50	0,49	0,50

Fonte: Criação própria (2020)

Pela Tabela 4, pode-se observar os preços das opções para cada um dos vencimentos mencionados. Também se nota que a média dos erros das estratégias de replicação, em relação ao resultado das opções, é estatisticamente igual a zero para todos os vencimentos, utilizando um grau de confiança de 5%. Além disso, destaca-se o fato de que o desvio padrão dos erros diminui conforme aumenta o tempo para o vencimento do contrato futuro, com um ponto de inflexão nas opções dos futuros com vencimentos maiores de cinco meses. Continuando com a mesma análise, realizamos novas simulações com as mesmas condições para opções de venda. Os resultados encontrados estão expostos na Figura 7.

Figura 7 – Payoff opções de venda e replicação com diferentes prazos



Fonte: Criação própria (2020)

Assim como as opções de compra, nota-se uma clara aderência das estratégias *delta-hedging* ao *payoff* de uma opção de venda. Os preços das opções analisadas, assim como o erro esperado, podem ser observados na Tabela 5.

Tabela 5 - Análise das opções de venda

Vencimento	M+1	M+2	M+3	M+4	M+5	M+6
Preço	27,3	33,8	37,3	39,4	40,8	41,8
Média Erros	-0,56	0,23	0,29	0,02	0,15	-0,39
Desvio Padrão	10,17	9,62	8,87	8,28	7,85	7,96
P- Valor	0,48	0,49	0,49	0,50	0,49	0,48

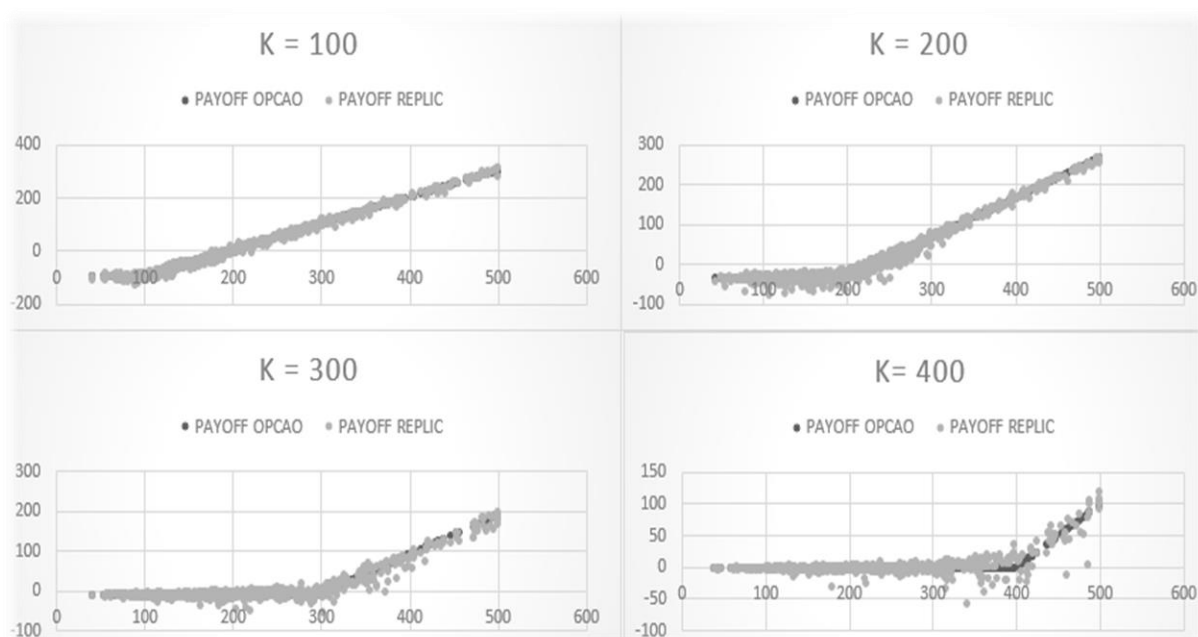
Fonte: Criação própria (2020)



Semelhante ao observado anteriormente, nota-se que as estratégias para opções de venda também possuem erros estatisticamente igual a zero e volatilidades decrescente aos períodos com um ponto de inflexão em M+6, possivelmente essa inflexão ocorra pela perda de liquidez nos contratos mais longos, que fragilizam a qualidade do modelo.

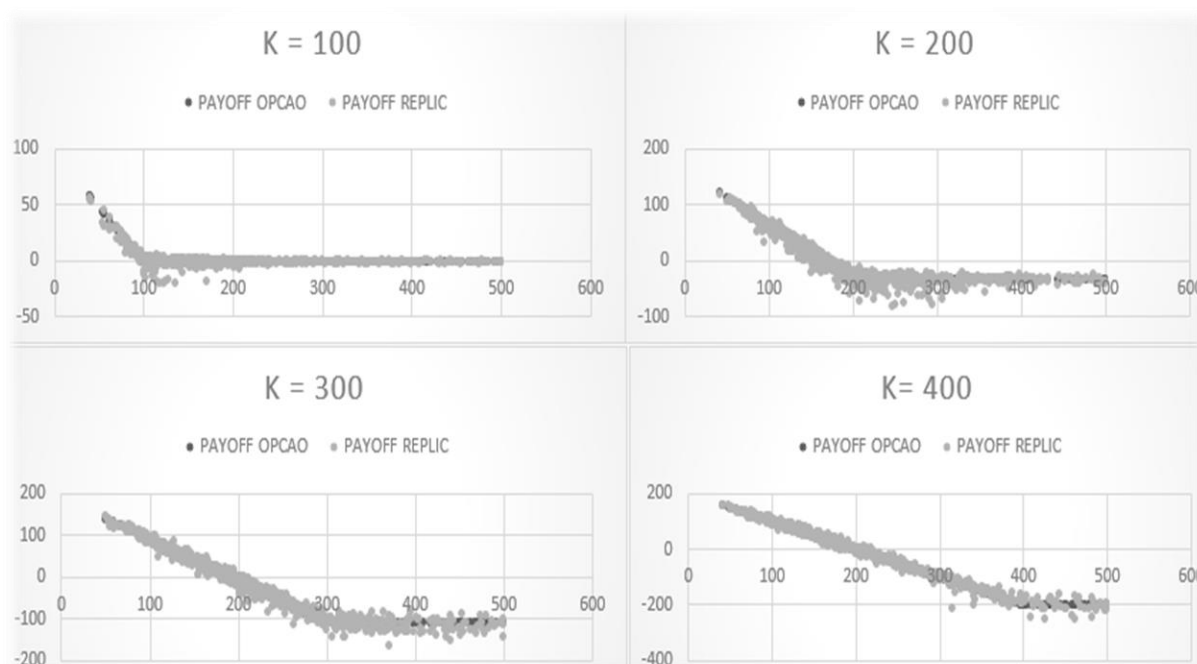
Para continuar a análise, realizaremos a mesma simulação, estressando agora o valor do *strike* das opções e mantendo o vencimento fixo M+3, e o preço do contrato futuro inicial em R\$ 200,00. Os resultados obtidos das opções de compra podem ser observados na Figura 8 e das opções de venda na Figura 9.

Figura 8 – Payoff opções de compra M+3 e replicação com diferentes strikes



Fonte: Criação própria (2020)

Figura 9 – Payoff opções de venda M+3 e replicação com diferentes strikes



Fonte: Criação própria (2020)

Pela análise das Figuras 8 e 9, percebe-se que as opções de compra e venda parecem ser replicáveis pela estratégia de *delta hedging*. Para complementar essa análise, pelas Tabelas 6 e 7, pode-se concluir os erros da estratégia de possuem média estatisticamente igual a zero para todos os *strikes* simulados.

Tabela 6 – Análise das opções de compra M+3

K=	100	200	300	400
Preços	102,1	37,3	12,3	4,1
Média Erros	-0,3	-0,1	0,0	0,5
Desvio Padrão	9,7	9,4	8,4	6,8
P- Valor	0,48	0,49	0,50	0,47

Fonte: Criação própria (2020)

Tabela 7 – Análise das opções de venda M+3

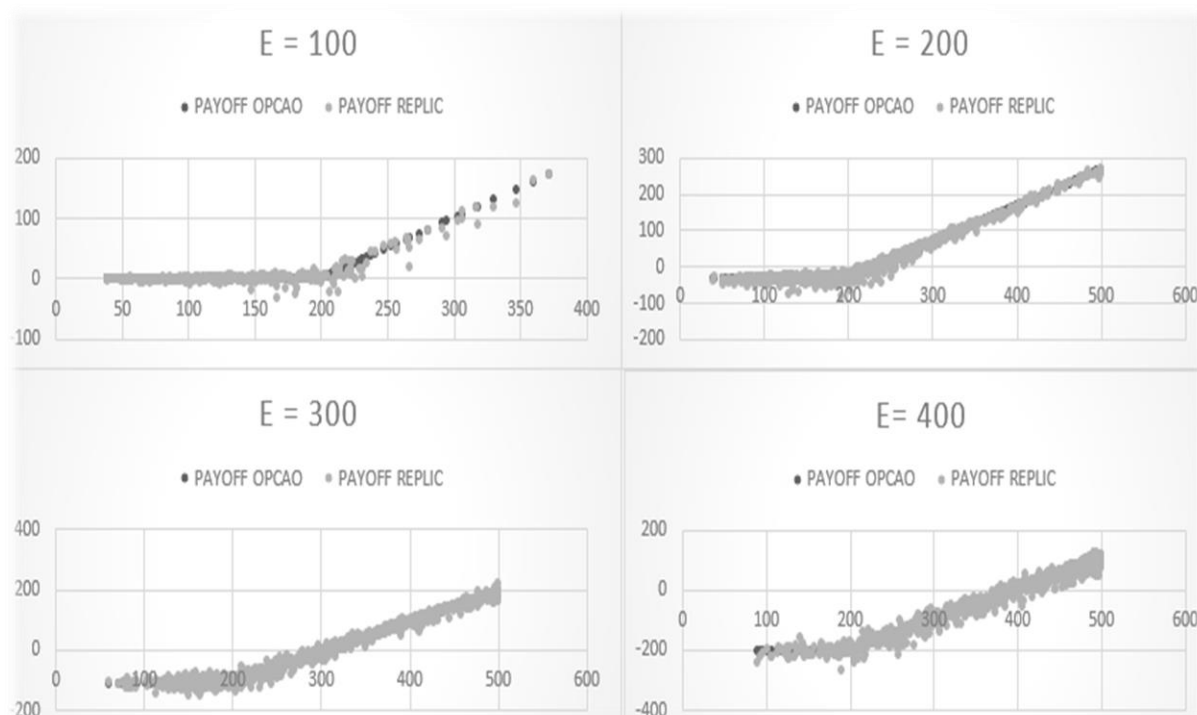
K=	100	200	300	400
Preços	2,1	37,3	112,3	204,1
Média Erros	0,0	0,5	0,5	0,8
Desvio Padrão	2,5	8,7	9,8	9,9
P- Valor	0,50	0,48	0,48	0,47

Fonte: Criação própria (2020)

Como comentado anteriormente, as tabelas demonstram que os erros da estratégia são estatisticamente iguais a zero. Ainda é válido observar que, quanto maior o *strike* das opções de compra, menor os desvios dos erros. Já para as opções de venda o contrário acontece, os desvios dos erros aumentam de acordo com o aumento dos *strikes*.

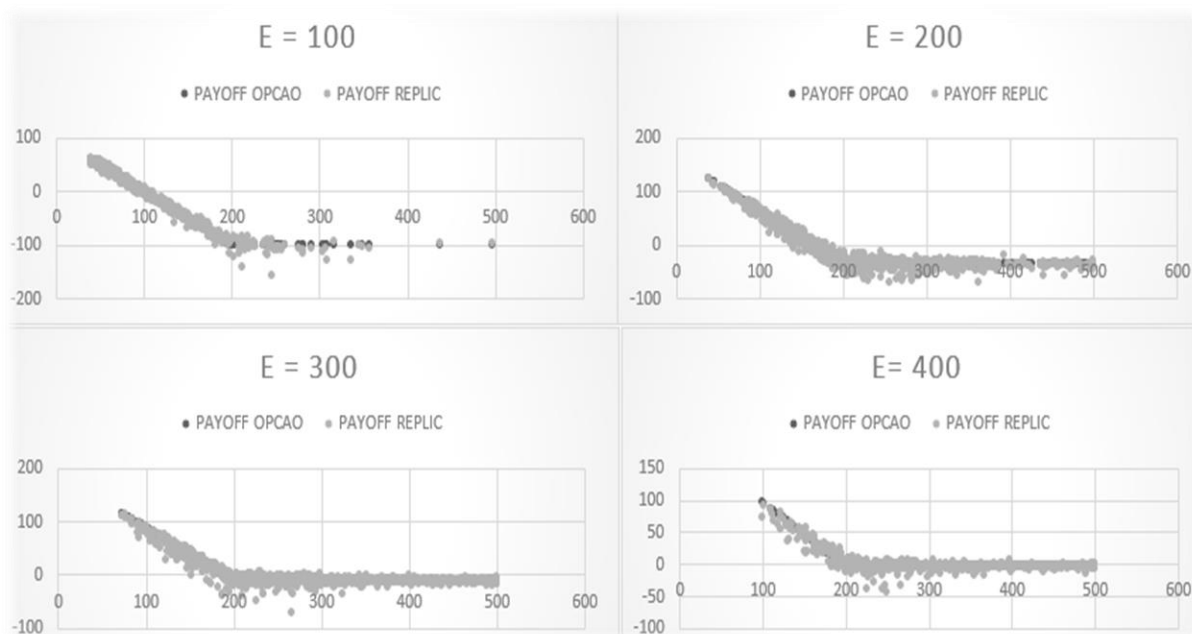
Novamente, realiza-se a mesma análise fixando o *strike* em 200 reais e o vencimento em M+3, porém variando o preço do contrato futuro na data inicial. Assim como observado nas simulações anteriores, as Figuras 10 e 11 demonstram a aderência das estratégias com o *payoff* das opções.

Figura 10 – Payoff opções de compra M+3 e replicação com diferentes futuros



Fonte: Criação própria (2020)

Figura 11 – Payoff opções de venda M+3 e replicação com diferentes futuros



Fonte: Criação própria (2020)

Por fim, para avaliar se a estratégia é válida nos exemplos dados, deve-se analisar os erros apresentados nas Tabelas 8 e 9.

Tabela 8 - Análise das opções de compra M+3

E=	100	200	300	400
Preços	2,1	37,3	112,3	204,1
Média Erros	-0,2	-0,1	-0,7	-1,3
Desvio Padrão	3,8	9,0	12,0	15,9
P- Valor	0,48	0,50	0,48	0,47

Fonte: Criação própria (2020)

Tabela 9 - Análise das opções de venda M+3

E=	100	200	300	400
Preços	102,1	37,3	12,3	4,1
Média Erros	0,3	0,0	-0,2	0,1
Desvio Padrão	8,9	8,5	7,4	5,2
P- Valor	0,5	0,5	0,5	0,5

Fonte: Criação própria (2020)

Mais uma vez, pode-se observar que os erros são estatisticamente iguais a zero. Entretanto, ao contrário do exemplo anterior, quando se aumenta o valor do contrato futuro, percebe-se que os desvios dos erros das opções de venda diminuem, enquanto os desvios das opções de compra aumentam. Essa análise confirma que os erros aumentam quanto mais dentro do dinheiro está a opção.

Essa característica ocorre por causa da barreira que existe no PLD, que limita os ganhos máximos das opções. Ao mudar o *strike* ou os preços dos futuros, foi possível observar o que ocorre com os erros das opções de venda e compra conforme se variam seus deltas. À medida que o delta aumenta em módulo, os desvios aumentam, pois o modelo ignora que a opção não possui mais valoração nos casos que o contrato futuro se aproxima da barreira do PLD.

No entanto, nos casos em que a opção está fora do dinheiro, a barreira perde sua significância. Por mais que exista PLD piso e teto, para as opções de compra, apenas o teto interfere seu *payoff*. Afinal, no piso, o valor da opção seria igual a zero, assim como em qualquer outro valor abaixo do *strike*, para as opções de venda, o teto não lhe impacta pelo mesmo motivo. Desse modo, percebe-se que o modelo perde qualidade à medida que os deltas das opções aumentam.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Conforme observado nos resultados apresentados no capítulo anterior, pode-se concluir que o modelo Black-76 se mostrou aderente na precificação de opções de energia e uma possível solução simples para a comercialização desse produto.

Contudo, a eficácia do modelo se mostrou variável em diferentes prazos e deltas, o que poderia dificultar a previsibilidade do risco desse método para os agentes que pretendem se tornar formadores de mercado nesses derivativos.

Os erros apresentados nas simulações podem ser explicados pelas premissas não satisfeitas, discutidas anteriormente. Entre elas, cita-se a premissa de liquidez contínua. Trata-se de uma premissa parcialmente satisfeita e se torna mais frágil para contratos com vencimentos mais longos. Outro caso seria a não normalidade dos retornos. No caso das opções, percebe-se que o modelo perde aderência à medida que os preços dos contratos se aproximam de valores extremos, perto da barreira do PLD.

Além disso, utiliza-se de algumas simplificações para realizar a análise. Entre elas, ignora-se possíveis riscos de crédito entre as contrapartes. O estudo também supôs uma volatilidade previamente conhecida e fixa, o que não é uma realidade. Apesar da volatilidade ser modelável e potencialmente previsível com algum grau de segurança, sua incerteza e variabilidade adicionam risco na utilização desse modelo.

Por esses motivos, deve-se ressaltar que, apesar do Black-76 possuir aderência e ser um possível candidato na gestão de carteiras com opções de energia, o formador de mercado deve considerar seu risco de distorções. Todavia, devido à facilidade de replicação e à simplicidade de seu cálculo, acredita-se que o modelo não só se mostrou eficaz, como também uma boa alternativa para a precificação dessas opções.

Desse modo, conclui-se que o objetivo desse trabalho foi atingido, ao ser possível expor uma metodologia replicável e com embasamento teórico tanto para precificar quanto para gerir os riscos das opções de energia. Finaliza-se este estudo com a confiança de ter somado elementos pertinentes às discussões futuras.

## 7 PESQUISAS FUTURAS

O mercado de energia brasileiro está em constante evolução e algumas mudanças estruturais já surgem em um horizonte próximo, trazendo novos desafios para a precificação de opções que não foram previstos nesse trabalho. Entre essas mudanças está a migração do cálculo do PLD médio semanal para o cálculo do PLD horário a partir de 2021.

Ainda não é possível saber ao certo o real impacto dessa mudança para a comercialização de energia, contudo já é observado que a volatilidade dos preços horários da energia é maior do que a volatilidade semanal. Além disso, com o novo padrão de cálculo do PLD, pode ser que o mercado de energia migre para a padronização de contratos futuros com durações menores do que o mensal.

Outro ponto de discussão são as novas fontes de energia que vêm surgindo com o avanço da tecnologia. Já é possível observar no país grandes investimentos em fontes de geração renováveis, como as eólicas e as fotovoltaicas, que estão se tornando cada vez mais baratas e eficientes. Isso pode, futuramente, mudar a característica proeminente hidrológica da matriz energética brasileira. Somado a isso, o rápido desenvolvimento de tecnologias no ramo de baterias pode criar a possibilidade de estocar energia e arbitrar diferenças de preços entre o *spot* e derivativos por um custo razoável. Essas transformações devem suavizar a volatilidade e diminuir as sazonalidades no mercado futuro de energia.

Além disso, o modelo proposto nessa dissertação deve ser visto como uma solução simples e prática para um tema ainda pouco discutido no Brasil. Com a evolução do mercado, outros modelos mais sofisticados devem surgir para minimizar riscos de precificação desses ativos. Como sugestão, modelos com reversão a média e saltos podem trazer resultados mais consistentes, principalmente para os derivativos de longo prazo.

Por fim, o modelo proposto simplifica algumas ineficiências do mercado, como os preços do PLD máximo e mínimo, modelagem de volatilidade e outros assuntos discutidos em capítulos anteriores. Tendo em vistas que o objetivo desse estudo foi introduzir a literatura uma maneira simples e prática de precificar opções de energia, ignora-se algumas questões para cumprir com aquilo que se acreditou ser de maior importância. Por isso, recomenda-se que estudos futuros possam sugerir métodos para contornar os problemas que esse trabalho não se propôs a solucionar.

## REFERÊNCIAS

- BENABOU, Daniel. **Modelagem de curva futura de energia elétrica utilizando o modelo HJM multifactorial aplicada ao mercado brasileiro de energia elétrica**. Orientador: PINTO; Afonso. 67f. Dissertação (Mestrado em Economia) – Escola de Economia de São Paulo - FGV, São Paulo, 2018.
- BENTH, Fred E.; SCHMEK, Maren D. Pricing futures and options in electricity markets. The Interrelationship Between Financial and Energy Markets. **Lecture Notes in Energy**. Springer, Berlin, Heidelberg, v. 54, n.1, p. 233-260, mar - 2014.
- BERNAL, García; CRISTINA, Manuela. Iberoamérica: Evolución de una Economía Dependiente. **História de las Americas**, Alhambra, v. 1, n.1, p. 565-619, abr - 1991.
- BLACK, Fischer. The pricing of commodity contracts. **Journal of financial economics**, Chicago, v. 3, n. 1-2, p. 167-179, mar- 1976.
- BLACK, Fischer; SCHOLES, Myron. The pricing of option and corporate liabilities. **The Journal of political economy**, Chicago, v. 81, n. 3, p. 637-654, jun -1973.
- CAMARGO, Luiz G. **O setor elétrico brasileiro e sua normatização contemporânea**. Orientador: PACHECO; Paulo. 358 f. Dissertação (Mestrado em Direito) – Universidade Católica de Santos, Santos, 2005.
- CASTRO, Nivalde et al. **Análise comparativa internacional e desenhos de mercados atacadistas de energia**. Texto e discussões do setor elétrico nº 75. GESEL – UFRJ, agosto de 2017.
- CORREIA, Tiago B. *et al.* Trajetória das reformas institucionais da indústria elétrica brasileira e novas perspectivas de mercado. **EconomiA**, Brasília, v.7, n. 3, p. 607-627, set./dez., 2006.
- CORREIA, Tiago B. *et al.* **Contratos de opções no mercado brasileiro de energia elétrica**. Universidade Estadual de Campinas, 2003.
- FERNANDES, Gláucia. **Risk control models for Brazilian hydropower investments: A proposal**. Orientador: BRANDÃO, Luiz. 119 f. Tese (Doutorado em Administração) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2018.
- GARMAN, Mark B.; KOHLHAGEN, Steven W. Foreign currency option values. **Journal of international money and finance**, Berkley, v. 2, n. 3, p. 231-237, dez - 1983.
- GOODMAN, Jonathan. **Integrals with respect to Brownian motion**. Math department lectures, NYU, out - 2012.
- GU, Lifeng. Product market competition, R&D investment, and stock returns. **Journal of financial economics**, Champaing, v. 119, n. 2, p. 441-455, fev - 2016.



HJALMARSSON, Erick. **Does the Black-Scholes formula work for electricity markets? A nonparametric approach**. Göteborg, Göteborg University and Yale University, 2003.

LAU, Christian. **Non-normality in financial markets and the measurement of risk**. Orientador: LAITENBERGER, Jorg. 74 f. Tese (Doutorado em Economia) - Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg, Halle, 2014.

LOIOLA, Umberto. **Os instrumentos de derivativos nos mercados futuros de energia elétrica**. Orientador: SANTANA, Edvaldo. 143 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia da Produção) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2002.

OLIVEIRA, Yasmin Martins. **O mercado livre de energia no Brasil: Aprimoramentos para sua expansão**. Orientador: CABELLO, Andrea. 2017. 38 f. Dissertação (Bacharelado em Economia) – Universidade de Brasília, Brasília, 2017.

PIRES, José; GOLDSTEIN, Andrea. Agências reguladoras Brasileiras: Avaliação e desafios. **Revista do BNDES**, Rio de Janeiro, v. 8, n. 15, p. 3-42, mar - 2001.

PRABAKARAN, Sellamuthu. Modeling and pricing of energy derivative market. **International Journal of Engineering & Technology**, Medellín, v. 7, n. 4, p. 148-156, ago - 2018.

SADR, Amir. **Interest rate swaps and their derivatives: a practitioner's guide**. Nova Iorque: John Wiley & Sons Inc, 2009. p. 123-147

SALLUM JUNIOR, B; KUGELMAS, E. **Failing leviathan** - the Brazilian crisis in the eighties. São Paulo: Universidade de São Paulo, 1991.

TAKAHASHI, Leticia. **Precificação de contratos flexíveis de energia elétrica: contrato-atermo e opção**. Orientador: CORREIA, Paulo. 173 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2008.

WARTH, Anne. 'Energia livre' já representa 30% da carga do setor elétrico. **O Estado de S. Paulo**, Brasília, 11 de fevereiro de 2019. Disponível em: <https://economia.estadao.com.br/noticias/geral,energia-livre-ja-representa-30-da-carga-do-setor-eletrico,70002716039>. Acesso em: 30 jun.2020.

WILMOTT, Paul. **Paul Wilmott introduces quantitative finance**. 2. ed. Londres: John Wiley & Sons Inc, 2007. p. 225-245