

FUNDAÇÃO GETULIO VARGAS
ESCOLA DE ECONOMIA DE SÃO PAULO

FELIPE ARMELIN SALVATORE

**COMPARANDO ESTRATÉGIAS DE SELEÇÃO DE PARES: COINTEGRAÇÃO,
DISTÂNCIA, EXPOENTE DE HURST E MEIA VIDA.**

SÃO PAULO

2020

FELIPE ARMELIN SALVATORE

**COMPARANDO ESTRATÉGIAS DE SELEÇÃO DE PARES: COINTEGRAÇÃO,
DISTÂNCIA, EXPOENTE DE HURST E MEIA VIDA.**

Dissertação apresentada à Escola de Economia de São Paulo da Fundação Getulio Vargas, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Economia.

Área de concentração: Finanças

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Fernandes

SÃO PAULO

2020

Salvatore, Felipe Armelin.

Comparando estratégias de seleção de pares : Cointegração, Distância, Expoente de Hurst e Meia Vida / Felipe Armelin Salvatore. - 2020.

27 f.

Orientador: Marcelo Fernandes.

Dissertação (mestrado profissional MPFE) – Fundação Getulio Vargas, Escola de Economia de São Paulo.

1. Ações (Finanças). 2. Operações com pares (Finanças). 3. Cointegração. I. Fernandes, Marcelo. II. Dissertação (mestrado profissional MPFE) – Escola de Economia de São Paulo. III. Fundação Getulio Vargas. IV. Título.

CDU 336.74

FELIPE ARMELIN SALVATORE

**COMPARANDO ESTRATÉGIAS DE SELEÇÃO DE PARES: COINTEGRAÇÃO,
DISTÂNCIA, EXPOENTE DE HURST E MEIA VIDA.**

Dissertação apresentada à Escola de Economia de São Paulo da Fundação Getulio Vargas, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Economia.

Data de aprovação: 25/11/2020

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Marcelo Fernandes (orientador)
FGV - EESP

Prof. Dr. Fernando Daniel Chague
FGV - EESP

Prof. Dr. Alan de Genaro Dario
FGV - EAESP

RESUMO

A negociação de pares é uma forma de arbitragem estatística que consiste em negociar simultaneamente duas ações que apresentam fatores de risco e padrões de precificação semelhantes. Um par de ações pode ser negociado sempre que a diferença entre o preço desses ativos se afastar da média histórica. Existem muitos métodos para identificar um par de ativo para esse tipo de estratégia e a literatura sobre o assunto é vasta e criativa. No entanto poucas publicações se concentram em comparar e avaliar os métodos que já foram documentados. Nesse artigo, usamos uma estratégia simples de negociação de pares para comparar quatro metodologias de seleção de pares: a cointegração, o método da distância, o expoente de Hurst e a meia vida.

Palavras-chave: Pairs trading. Negociação de pares. Cointegração. Método da distância. Expoente de Hurst. Meia Vida. Arbitragem estatística.

ABSTRACT

Pair trading is a statistical arbitrage method that consists of simultaneously trading two stocks that have similar risk factors and pricing patterns. A pair of shares can be traded whenever the difference between the price of these assets deviates from the historical average. There are many alternatives to identify a pair trade, and the literature on the subject is vast and creative. However, few publications focus on comparing and evaluating methods that have already been documented. In this article, we use a simple pair negotiation strategy to compare four pair selection methodologies: cointegration, the distance method, Hurst's exponent, and half-life.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	6
2	METODOLOGIA	9
2.1	BASE DE DADOS	9
2.2	SELEÇÃO DE PARES.....	10
2.2.1	Cointegração	10
2.2.2	Método da distância	11
2.2.3	Expoente de <i>Hurst</i>	12
2.2.2	Meia Vida	12
2.3	DESCRIÇÃO DA ESTRATÉGIA DE <i>TRADING</i>	13
3	RESULTADOS	15
4	CONCLUSÃO	19
	REFERÊNCIAS	20
	APÊNDICE A: RESULTADOS POR PERÍODO	22
A.1	PORTFÓLIOS COM 5 PARES	22
A.2	PORTFÓLIOS COM 15 PARES	24
A.1	PORTFÓLIOS COM 30 PARES	26

1 Introdução

A estratégia de negociação em pares utiliza métodos estatísticos para encontrar e explorar ineficiências de curto prazo entre dois ou mais ativos. Sobre a origem da estratégia, Patterson (2010) afirma que foi inicialmente desenvolvida por Gerry Bamberger quase que por acidente. Em 1980, iniciando sua carreira no Morgan Stanley, auxiliava a mesa de renda variável conduzindo análises técnicas. A mesa usava práticas de negociação em pares para proteger suas posições. Por exemplo, se a mesa comprasse um bloco de ações da General Motors, venderia um pouco de ações da Ford. Bamberger era responsável por acompanhar esses pares e percebeu que a diferença entre os preços dessas ações, em alguns momentos, ficava fora de equilíbrio e que era possível lucrar apostando na retomada do padrão histórico.

A filosofia de investimento por trás da estratégia é bastante intuitiva. A estratégia assume essencialmente que a diferença de preços entre um certo par de ativos tende sempre a convergir à sua média histórica. O principal desafio é encontrar dois ativos com exposições similares aos diferentes fatores de risco que influenciam em sua precificação. Assume-se então que qualquer divergência de curto prazo nos preços desses ativos deve ser revertida e, portanto, aposta-se na reversão desse movimento. Por exemplo, após identificar uma correlação estável entre os preços das ações X e Y, um investidor identifica uma quebra dessa relação no curto-prazo com a ação X se valorizando desproporcionalmente em relação à ação Y. Assumindo que, no longo-prazo, o equilíbrio de preço entre as duas ações deve ser restaurado, o investidor vende a ação X e compra a ação Y. A operação tem retorno positivo caso a divergência de curto prazo desapareça, com a diferença entre os preços retornando ao seu padrão histórico. Caso não haja reversão dessa divergência, o investidor sofrerá prejuízo em sua posição.

A estratégia divide-se, portanto, em duas etapas: seleção de pares, e definição dos parâmetros para abertura e fechamento da operação. A sua aplicação não é trivial, entretanto. Inclusive, não há um consenso na literatura acadêmica sobre como endereçar ambas as etapas.

Gatev (2006), Faff & Do (2010) e Jacobs & Weber (2014), entre outros, utilizam o método da distância, selecionando pares que minimizam a soma dos desvios quadráticos entre as séries de preços normalizadas. Wang et al. (2018) empregam o conceito de cointegração para a seleção dos pares a serem analisados. Duas séries de tempo com tendências estocásticas apresentam uma relação de cointegração caso seja possível eliminar essas tendências através de uma combinação linear entre as séries originais. Requena et al. (2017) discutem as vantagens e desvantagens dos métodos de distância e de cointegração para a seleção de pares. No mais,

também propõem um método próprio calcado no expoente de *Hurst*, que mede quão longa é a memória na dinâmica dos preços. Por representar uma análise intuitiva sobre o grau de reversão a média de uma série de tempo, o expoente também passou a ser utilizado para a seleção de pares. Outra abordagem de seleção considera a noção de meia vida, isto é, o tempo necessário para uma série perder metade de sua persistência. Apesar de pouco documentada na literatura acadêmica, o conceito de meia vida é bastante utilizado por investidores quantitativos para estimar o tempo de reversão a média de uma série temporal. Chan (2013) explica que a meia vida pode servir para calcular o tempo ótimo de investimento em estratégias de negociação de pares. Por sua vez, Meucci (2009) utiliza essa métrica para construir estratégia de reversão à média.

No que concerne a seleção dos parâmetros, Gatev, Goetzmann & Rouwenhorst (1999) implementam uma carteira *long-short* quando a diferença entre os preços ultrapassa um certo patamar, fechando-a quando essa diferença é revertida. Vidyamurthy (2004) considera diferentes níveis de entrada e saída para os pares analisados, de acordo a distribuição histórica de cada um deles. Rinne & Suominen (2016) monitoram o retorno esperado a partir de uma análise fundamentalista nos próximos cinco dias de uma posição *long-short* em um par de ativos.

Os trabalhos mais recentes sobre o tema se valem de técnicas econométricas sofisticadas e de dados de alta frequência para sugerir novas abordagens para a seleção de pares, utilizando Big Data e processos de *Machine Learning*. No entanto, poucos autores se propõem a comparar e avaliar os métodos que já foram documentados. Nesse artigo, usamos uma estratégia simples de negociação de pares e uma amostra de 10 anos do mercado acionário dos Estados Unidos para comparar a performance de quatro métodos de seleção de pares: cointegração, método da distância, expoente de *Hurst* e meia vida.

Os resultados sugerem que as estratégias menos tradicionais de seleção, como o expoente de *Hurst* e a meia vida, são boas alternativas para criar um portfólio de pares. Os portfólios criados com essas estratégias apresentaram retornos anormais significativos ao longo do período da amostra, e desempenho melhor do que estratégias mais tradicionais, como o método da Cointegração.

O artigo está organizado da seguinte forma. Na seção 2, descrevemos a base de dados utilizada, os métodos de seleção de pares e a estratégia de negociação utilizada para realizar a

comparação. A seção 3 apresenta os principais resultados de cada uma das estratégias e a seção 4 resume as principais descobertas da análise.

2 Metodologia

O objetivo do artigo é construir uma estratégia quantitativa simples de negociação em pares para testar a rentabilidade de quatro formas diferentes de seleção de pares: cointegração, método da distância, expoente de *Hurst* e meia vida.

A análise é praticada com retornos diários de títulos de renda variável dos Estados Unidos. Com essa amostra de ações, criamos pares de ativos que satisfaçam as particularidades de cada uma das metodologias de seleção (cointegração, distância, *hurst* e meia) e ordenamos os pares criados de acordo com a estatística em questão. Um portfólio com os N pares mais relevantes é construído para cada uma das metodologias e a sua performance é testada em um período fora da amostra de seleção. Por exemplo, se tratando de um portfólio de pares selecionados pelo Expoente de *Hurst*, os N pares de ativos negociados serão os que apresentaram o menor expoente (estatística) durante o período de seleção.

A estratégia de negociação consiste na observação do *spread* atual do par e suas métricas de dispersão históricas. Caso o *spread* observado se distancie da média histórica e alcance um patamar predeterminado de 2 desvios padrão, o par será negociado e a posição ficará aberta até que ocorra a reversão à média ou o período de negociação termine. Após o encerramento de cada período, agregamos a performance dos N pares e estudamos as métricas de retorno e risco dos portfólios para os diferentes métodos de seleção.

2.1 Base de dados

Para comparar a performance de cada um dos métodos de seleção, coletamos uma base de dados diários com 769 ações negociadas nos Estados Unidos entre julho de 2010 e julho de 2020. Selecionamos apenas ações com volume diário médio de negociação acima de \$1 milhão e sem lacunas na série de tempo.

Com o objetivo de testar a estratégia fora da amostra usada para a seleção de pares, a base de dados foi dividida em 18 períodos de seleção de 252 dias e 18 períodos de execução de 126 dias. Os períodos de seleção antecedem os períodos de execução e servem para definir os pares e os parâmetros que serão usados no período de execução da estratégia. No período de seleção, empregamos os quatro métodos de seleção de pares, resultando em uma lista com todos os pares que devem ser observados no período seguinte. No período de execução, monitoramos diariamente a diferença de preços em cada par de ações, tomando posições long-short de acordo

com determinados patamares da série temporal. Os resultados indicam a performance média da estratégia nos 18 períodos de execução.

2.2 Seleção de pares

A seleção de pares é praticada com os preços históricos das 769 ações da base de dados durante um período de 126 dias. O objetivo é encontrar pares de ações que atendam aos requisitos de cada uma das metodologias e usá-los como base para a implementação da estratégia de negociação.

A primeira etapa consiste em pré-selecionar pares potenciais. Calcular as quatro métricas de seleção para as inúmeras possibilidades de pares da amostra demandaria um tempo de processamento muito longo. Portanto, seguindo Wen et al. (2018), restringimos a amostra com pares que apresentam elevado índice de correlação entre si e que aparentam, portanto, ser bons candidatos para a estratégia de negociação. O coeficiente de correlação representa o comportamento entre duas variáveis quantitativas e mensura essa relação com valores situados entre -1 e 1. Quando essa métrica se aproxima de 1, dizemos que as séries apresentam correlação positiva, ou seja, um aumento no valor de uma variável é, provavelmente, acompanhado pelo aumento da outra. Para os fins da nossa estratégia de seleção, buscamos ações que se comportem de forma semelhante ao longo do tempo, e que, consequentemente tenham um coeficiente de correlação próximo de 1. Dessa forma, pré-selecionamos pares de ações que apresentam correlação maior que 0,8. Com essa nova amostra de pares, calculamos as estatísticas referentes aos métodos de Cointegração, Distância, Expoente de *Hurst* e Meia Vida.

2.2.1 Cointegração

Descrita em Engle & Granger (1987), a cointegração é a forma de implementação mais comum da estratégia de negociação de pares, e consiste em encontrar uma combinação linear entre dois ativos não estacionários, que seja, por sua vez, estacionária. Ou seja, se a ação A e a ação B são cointegradas, o resíduo da regressão linear entre suas séries de preço não possui raiz unitária e, portanto, apresenta as qualidades que buscamos em uma estratégia de negociação de pares: a média e a variância constantes ao longo do tempo.

Na prática, o teste de cointegração é bastante direto e está dividido em duas etapas: (1) calcular o resíduo da regressão linear entre os dois ativos e (2) realizar um teste de raiz unitária nessa série. O resíduo da regressão é calculado seguindo a equação 1 abaixo:

$$\widehat{u}_t = A_t - \widehat{\alpha} - \widehat{\beta}B_t \quad (1)$$

Sendo u_t o resíduo da regressão em t , $\widehat{\alpha}$ e $\widehat{\beta}$ o intercepto e o coeficiente angular da regressão linear, respectivamente, e A_t e B_t , os preços da ação A e B em t .

O próximo passo para construir os portfólios de pares com o método de Cointegração é conduzir um teste *Augmented Dickey–Fuller* (ADF) de raiz unitária no resíduo da regressão com a hipótese nula de que o resíduo possui raiz unitária, ou, $\widehat{u}_t \sim I(1)$.

Quanto menor for a estatística ADF e menor o p-valor, maior a confiança para rejeitarmos a hipótese nula de raiz unitária nos resíduos. Um par com spread estacionário (sem raiz unitária) é um par cointegrado e um bom candidato para a estratégia de negociação em pares.

Para a composição dos portfólios, ordenamos os pares pela estatística ADF (menores estatísticas primeiro) e selecionamos o N primeiros pares para serem negociados, sendo que N assume valor de 5, 15 e 30.

2.2.2 Método da Distância

O método da distância, como o nome sugere, analisa a soma quadrática das diferenças (distância) entre duas séries normalizadas de preços de ações. Introduzida por Gatev (2006), a estratégia está dividida em duas etapas: (1) a normalização das séries de tempo e (2) o cálculo da métrica de distância.

O primeiro passo é calcular o Z-Score das séries de tempo com a base de dados de 252 dias do período de seleção. Com as séries normalizadas, a métrica de distância para cada um dos pares é calculada a partir da soma quadrática das diferenças entre as séries de tempo, seguindo a equação 2:

$$Distância = \sum_{t=1}^{252} (A_t^n - B_t^n)^2 \quad (2)$$

Sendo A_t^n e B_t^n o valor das séries de preço normalizadas da ação A e da ação B no dia de negociação t . A estatística calculada é utilizada para ranquear os pares e construir os portfólios com diferentes N .

2.2.3 Expoente de *Hurst*

A terceira amostra de pares é criada a partir do expoente de *Hurst* – uma métrica de reversão à média utilizada para estudar processos de memória longa. A análise foi introduzida no campo da hidrologia por Hurst (1951) e tinha como objetivo inicial prever o nível de água na bacia do rio Nilo. O hidrólogo estudou centenas de registros das enchentes do rio e identificou uma certa persistência nas séries anuais, ou seja, um ano de alagamento expressivo é acompanhado por um ano sucessivo de bastante alagamento. Da mesma forma, um ano com baixo volume na bacia indicava que um ano novo com baixo fluxo de água. O sentido econômico do expoente é simples e permite uma análise trivial: se o expoente é maior que 0,5, a série é persistente, caso contrário, anti-persistente.

A identificação do expoente de Hurst auxilia na modelagem econométrica de séries com memória de longo prazo, como é o caso do modelo ARFIMA, apresentado por Ganger e Joyeux (1980). Outras metodologias podem ser utilizadas para o cálculo dos parâmetros da memória nos preços. Além do expoente proposto por Hurst, a análise R/S modificada, de Lo (1991), o parâmetro de integração fracionária de Geweke e Porter-Hudak (1983) são exemplos de metodologias que calculam parâmetros de persistência em séries de tempo.

Requena et al. (2017) discute as recentes aplicações do expoente no mercado financeiro e utiliza a metodologia, pela primeira vez, para negociar pares de ativos. Para calcular o expoente, os autores recorrem ao Expoente de Hurst Generalizado (GHE), definido por Barabasi et al. (1991). Em particular, buscamos pares que apresentem características de reversão à média e, portanto, escolhemos os pares que apresentam o menor GHE e que sejam menores que 0,5.

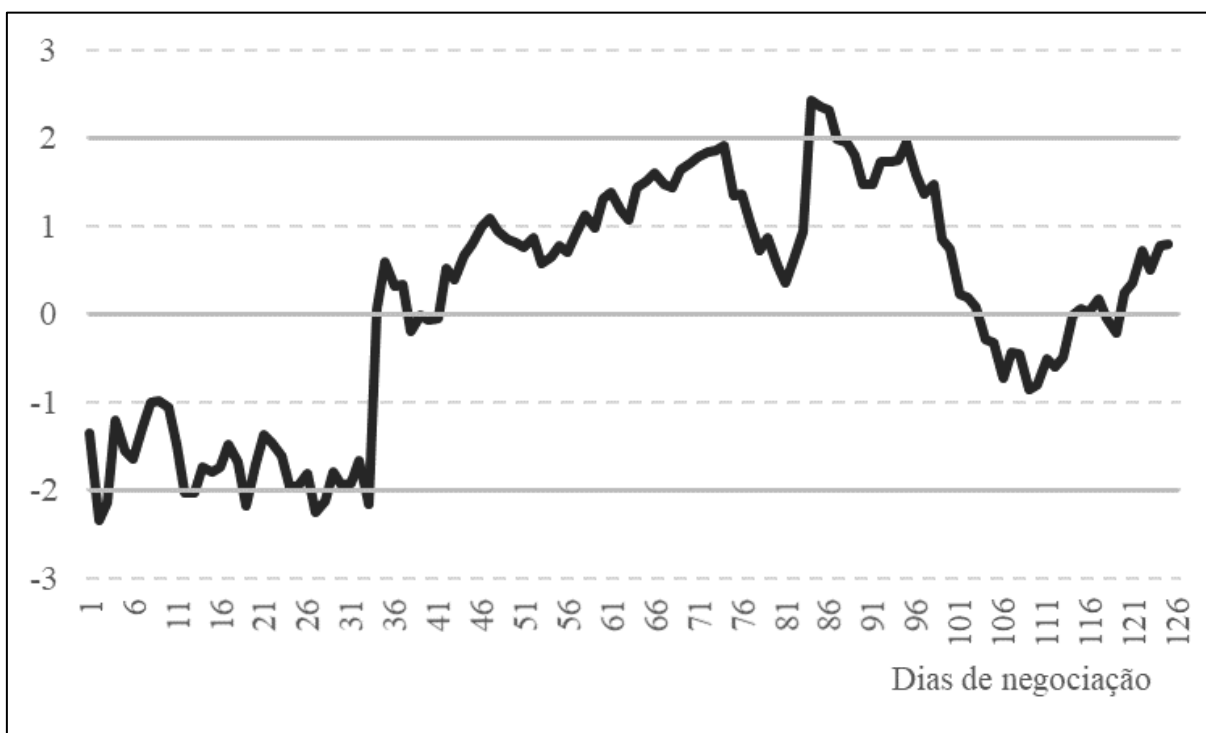
2.2.4 Meia Vida

A última seleção de pares é realizada a partir da métrica meia vida – o tempo médio que um processo demora para alcançar a metade do caminho até a média. Portanto, um menor tempo de meia vida significa uma maior velocidade de retomada a média. O cálculo dessa medida é feito dividindo o log de 2 pelo coeficiente angular da regressão linear entre o spread dos pares e o ‘lag’ do spread. Dessa forma, ordenamos novos pares e finalizamos o processo de seleção.

2.3 Descrição da Estratégia de Trading

A estratégia empregada para testar a performance dos diferentes métodos de seleção é bastante simples. O Z-Score do spread de cada um dos pares analisados é calculado com a sua média móvel e o seu desvio padrão móvel de 60 dias. Iniciamos uma negociação em pares sempre que o Z-Score atinge um valor maior que dois em absoluto. Se o Z-Score está abaixo da média, o par será comprado, se estiver acima da média, vendido. Com a posição montada existem 2 formas de fechar essa operação: (1) o Z-Score converge para a média conforme o esperado, e (2) caso o período de negociação se encerre. Empregamos essa estratégia para o todos os N pares presentes no portfólio com o mesmo investimento inicial de $1/N$ do valor total do portfólio. Z-Score da diferença entre dois ativos (FITB/USB)

Gráfico 1 - Z-Score da diferença entre dois ativos (FITB/USB)



Fonte: Elaborado pelo autor (2020)

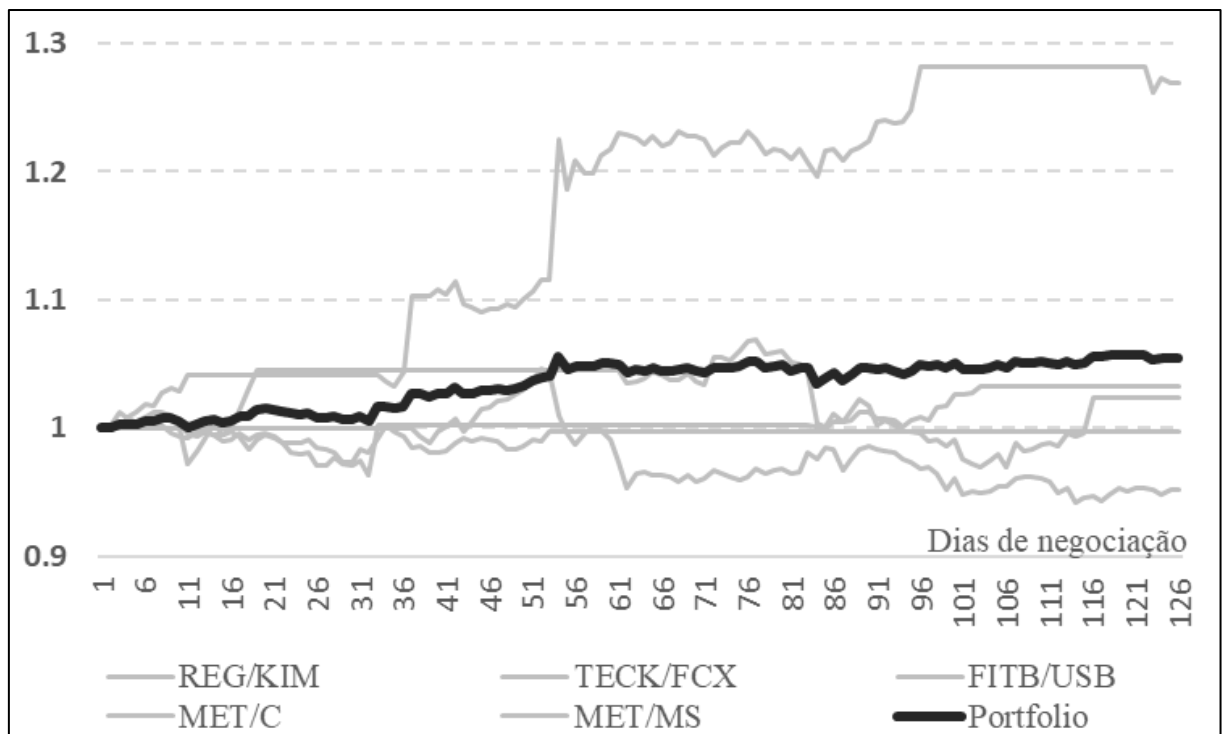
O gráfico 1 demonstra a estratégia de negociação empregada no par FITB/USB. O Z-Score atinge um valor menor que -2 logo no início do período da negociação e uma operação de compra do par é efetuada. Após pouco mais de 30 dias, o Z-Score converge para a média e a operação é encerrada. Uma nova posição é aberta quando o par alcance um valor maior que 2

com 85 dias de negociação. Essa nova posição é, por sua vez, encerrada quando a diferença converge para média no centésimo segundo dia de negociação.

3 Resultados

Para cada período de execução, armazenamos o desempenho acumulado de cada um dos N pares, e com eles calculamos a performance agregada do portfólio, usando peso uniforme de $1/N$ para cada ativo.

Gráfico 2 - Retorno acumulado de portfólio com 5 pares



Fonte: Elaborado pelo autor (2020)

O gráfico 2 retrata bem a dinâmica descrita acima. Os retornos acumulados de 5 pares de ativos, durante o período de execução, foram computados a partir da implementação da estratégia de negociação. Em seguida, o retorno acumulado do portfólio é calculado, considerando o mesmo peso para cada um dos pares.

Se tratando de 3 portfólios com tamanho $N = 5, 15$ e 30 , no final de cada período, temos 3 vetores com a performance acumulada dos portfólios para cada estratégia. Com esses vetores, foram calculadas algumas métricas com o fim de comparar as metodologias estudadas: (1) o retorno total do portfólio no período de 126 dias, (2) o desvio padrão diário, (3) o retorno diário

médio da estratégia, (4) o índice Sharpe, (5) o índice Beta, (6) o Alpha, (7) o número total de negociações no período e (8) o número médio de negociações por par.

A tabela 1 descreve o valor médio das métricas para cada uma das estratégias e para os diferentes tamanhos de portfólios. Ao decorrer da sessão, discutimos os resultados da estratégia para cada metodologia de seleção e verificamos se são robustos a portfólios de diferentes N.

Tabela 1 – Resumo dos resultados (Média dos períodos)

Resumo dos resultados (Média dos períodos)					
Índices	Número de pares no portfólio (N)	Cointegração	Distância	Hurst	Meia Vida
Retorno no período de 6 meses	5	-0.378%	0.918%	1.523%	1.334%
	15	0.360%	0.712%	1.800%	0.632%
	30	0.507%	0.737%	0.784%	0.374%
Desvio Padrão Diário	5	0.408%	0.323%	0.375%	0.614%
	15	0.264%	0.226%	0.284%	0.328%
	30	0.211%	0.204%	0.221%	0.270%
Retorno Diário Médio	5	-0.004%	0.008%	0.014%	0.012%
	15	0.003%	0.006%	0.015%	0.005%
	30	0.003%	0.005%	0.007%	0.003%
Índice de Sharpe	5	-0.001	0.023	0.030	0.011
	15	-0.007	0.017	0.053	-0.002
	30	-0.014	0.009	0.019	0.018
Índice Beta	5	0.000	0.000	0.000	0.000
	15	0.000	0.000	0.000	0.000
	30	0.000	0.000	0.000	0.000
Alpha	5	-0.004%	0.007%	0.013%	0.010%
	15	0.003%	0.006%	0.013%	0.003%
	30	0.003%	0.004%	0.006%	0.001%
Número total de negociações	5	8.556	9.278	9.667	9.333
	15	25.611	26.333	29.000	26.444
	30	49.833	51.500	54.778	53.111
Número médio de negociações por par	5	1.711	1.856	1.933	1.867
	15	1.707	1.756	1.933	1.763
	30	1.661	1.717	1.826	1.770

Fonte: Elaboração pelo autor (2020)

Em relação à rentabilidade das estratégias, o retorno no período de 6 meses e o retorno diário médio sugerem que a metodologia de seleção mais rentável é o Expoente de *Hurst*, que demonstra um retorno superior às demais estratégias para todos os tamanhos de portfólio. A

demais posições não são consistentes para os diferentes valores de N , mas é possível afirmar que a estratégia com o pior retorno médio e retorno no período é a Cointegração.

A mesma interpretação é verdadeira quando consideramos os riscos das estratégias e o retorno de um ativo livre de risco. O índice Sharpe dos portfólios formados pelo Expoente de Hurst é superior aos demais para todos os valores de N , enquanto, os portfólios formados por Cointegração apresentam a pior eficiência entre as 4 metodologias.

Com a intenção de analisar os retornos anormais das estratégias e sua exposição aos riscos de mercado, conduzimos uma regressão dos excessos dos retornos diários de cada um dos portfólios com os excessos dos retornos diários do índice Standard & Poor's 500 (S&P 500), índice de ações dos Estados Unidos. Como já era de se esperar de uma estratégia de retorno absoluto sem risco direcional, o coeficiente angular da regressão, o Beta, ficou bem próximo de 0 para todas estratégias e tamanhos de portfólio, mostrando que, de fato, a estratégia não incorre em riscos de mercado. O Alpha das estratégias, intercepto da regressão linear, é consistente com os resultados anteriores. O método Expoente de *Hurst* apresenta o maior retorno anormal entre todas as formas de seleção, com um Alpha anual de 0,013%. Novamente, as demais posições não são robustas para os diferentes tamanhos de portfólio, mas a estratégia de Cointegração é a única a apresentar um Alpha negativo e fica em último lugar para $N = 5$ e 15.

Ainda a respeito do Alpha dos portfólios de cada uma das estratégias, ressalta-se que os valores encontrados são muito próximos de 0. Ainda que a informação seja relevante para uma avaliação relativa entre as quatro metodologias, a tabela 1 evidencia que as estratégias de negociação não oferecem retorno em excesso relevante para o investidor, considerando, ainda, que o cálculo exclui quaisquer custos de negociação.

Em relação ao volume de negociação, as estratégias apresentam uma frequência bastante similar entre elas, com exceção do método de Cointegração, no qual os pares são negociados aproximadamente 0,2 vezes menos que as demais estratégias. Por exemplo, no portfólio de 5 pares, o método de Expoente de *Hurst* negocia seus pares em média 1.9 vezes para cada período de execução, e o método de cointegração, 1,7 vezes.

4 Conclusão

Nesse artigo, examinamos a implementação de uma técnica de arbitragem estatística, a negociação de pares. Na prática, essa estratégia está dividida em duas fases: a seleção de pares e a negociação em si. Criamos uma estratégia simples de negociação de para comparar quatro métodos de seleção: a cointegração, o método da distância, o expoente de Hurst e a meia vida. Usamos uma amostra de ações americanas num período de 10 anos para implementar as estratégias de seleção e negociação para examinar qual é o método mais eficiente para formar pares de ativos.

No que se refere a performance absoluta da modalidade de arbitragem estatística – negociação de pares – as apurações indicam um excesso de retorno bastante próximo de zero para todas as metodologias de seleção estudadas. Na amostra, com os parâmetros de negociação utilizados, a estratégia de negociação de pares resulta em um índice Sharpe e um Alpha pouco atrativos. Se tratando de um estudo que desconsidera o custo de negociação dos ativos transacionados, conclui-se que a implementação do método de negociação detalhado no artigo não é lucrativa.

Em relação à análise relativa entre as diversas forma de seleção de pares, os resultados sugerem a escolha de um método menos tradicional de seleção: o expoente de Hurst - uma medida de reversão à média utilizada para estudar a persistência de séries de tempo. A estratégia apresentou a melhor relação de risco e retorno entre os métodos estudados e sua rentabilidade é robusta para todos os tamanhos N de portfólios. Para a amostra selecionada, o desempenho da estratégia de cointegração não foi satisfatório com os portfólios apresentaram a pior relação de risco e retorno entre as demais formas de seleção.

Referências

- BARABASI, Albert; VICSEK, Tamás. Multifractality of self-affine fractals. *Physical review*, v. 44, n. 4, 1991. Disponível em: <<https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/9906256/>>. Acesso em: 20 jun. 2020.
- CHAN, Ernie. P. *Algorithmic trading: Winning Strategies and Their Rationale*. Hoboken, N.J: John Wiley & Sons, 2013.
- DO, Binh Huu; FAFF, Robert W. Does Simple Pairs Trading Still Work?. *Financial Analysts Journal*, v. 66, n. 4, p. 83-95, 2010. Disponível em: <<https://ssrn.com/abstract=1656954>>. Acesso em: 20 jun. 2020.
- ENGLE, Robert; GRANGER, C. W. J. Co-Integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing. *Econometrica*, v. 55, n. 2, p. 251-276, 1987. Disponível em: <www.jstor.org/stable/1913236>. Acesso em: 25 out. 2020.
- GATEV, Evan; GOETZMANN, William N; ROUWENHORST, K. Geert. Pairs Trading: Performance of a Relative-Value Arbitrage Rule. *The Review of Financial Studies*, v. 19, Issue 3, p. 797-827, 2006. Disponível em: <<https://ssrn.com/abstract=1095996> or <http://dx.doi.org/10.1093/rfs/hhj020>>. Acesso em: 20 jun. 2020.
- GEWEKE, John; PORTER, Susan. The Estimation and Application of Long Memory Time Series Models. *Journal of Time Series Analysis*, v. 4, issue 4, p 221-238, 1983. Disponível em: < <https://doi.org/10.1111/j.1467-9892.1983.tb00371.x>>. Acesso em: 15 dez. 2020.
- GRANGER, C. W. J; JOYEUX, Roselyne. An Introduction To Long-Memory Time Series Models And Fractional Differencing. *Journal of Time Series Analysis*, v.1, Issue 1, p 15-29, 1980. Disponível em: < <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1467-9892.1980.tb00297.x>>. Acesso em: 15 dez. 2020.
- HURST, H.E. The Long-Term Storage Capacity of Reservoir. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, v. 116, issue 1, p. 770-799, 1951. Disponível em: < <https://cedb.asce.org/CEDBsearch/record.jsp?dockey=0292165>>. Acesso em: 25 out. 2020.
- JACOBS, Heiko; WEBER, Martin. On the Determinants of Pairs Trading Profitability. *Journal of Financial Markets*, v. 23, p. 75-97, 2015. Disponível em: <<https://ssrn.com/abstract=2545440>>. Acesso em: 20 jun. 2020.

LO, Andrew. Long-Term Memory in Stock Market Prices. *Econometrica*, v. 59, issue 5, 1279-313, 1991. Disponível em: <<https://EconPapers.repec.org/RePEc:ecm:emetrp:v:59:y:1991:i:5:p:1279-313>>. Acesso em: 15 dez. 2020

MEUCCI, Attilio. Review of Statistical Arbitrage, Cointegration, and Multivariate Ornstein-Uhlenbeck. 2009. Disponível em: <<https://ssrn.com/abstract=1404905>>. Acesso em: 11 abr. 2020.

PATTERSON, Scott. The quants: How a new breed of math whizzes conquered Wall Street and nearly destroyed it. New York: Crown Business, 2010.

REQUENA, José; SEGOVIA, Juan; GRANERO, Miguel. Introducing Hurst exponent in pair trading”. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 488, p. 39-45, 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.physa.2017.06.032>>. Acesso em: 11 abr. 2020.

RINNE, Kalle; SUOMINEN, Matti. How Some Bankers Made a Million by Trading Just Two Securities? 2016. Disponível em: <<https://ssrn.com/abstract=1796064>>. Acesso em: 20 jun. 2020.

VIDYAMURTHY, Ganapathy. Pairs Trading, Quantitative Methods and Analysis. Hoboken: John Wiley & Sons, 2004.

WEN, Danyan; MA, Chaoqun; WANG, Gang-Jin, WANG, Senzhang. Investigating the features of pairs trading strategy: A network perspective on the Chinese stock market. *Physica A, Statistical Mechanics and its Applications*, v. 505(C), p. 903-918, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.physa.2018.04.021>> . Acesso em: 11 abr. 2020.

APÊNDICE A: RESULTADOS POR PERÍODO

A.1 Portfólios com 5 pares

Retorno no período de 6 meses (n = 5)				
Períodos de execução (data final)	Cointegração	Distância	Hurst	Meia Vida
dez/11	1.64%	1.11%	5.48%	1.06%
jun/12	3.08%	0.43%	1.30%	-0.53%
dez/12	-5.11%	2.94%	0.52%	-8.44%
jun/13	1.42%	0.54%	1.96%	0.39%
dez/13	-3.48%	2.80%	2.22%	-4.28%
jun/14	3.99%	2.53%	1.12%	4.35%
dez/14	-1.36%	1.28%	2.09%	-1.54%
jun/15	-3.35%	0.00%	-1.44%	-5.11%
dez/15	-3.19%	-3.78%	-1.70%	-2.34%
jun/16	1.48%	1.65%	2.91%	5.04%
dez/16	-0.87%	0.68%	0.86%	1.57%
jun/17	8.28%	6.57%	-0.94%	8.58%
dez/17	-5.05%	1.15%	8.77%	22.65%
jun/18	-4.23%	0.78%	4.48%	1.45%
dez/18	2.40%	-6.64%	3.13%	7.25%
jun/19	-8.17%	-3.85%	-5.68%	-24.97%
dez/19	-7.52%	1.15%	-0.79%	10.17%
jun/20	13.24%	7.18%	3.13%	8.71%
Média	-0.38%	0.92%	1.52%	1.33%
Mediana	-1.12%	1.13%	1.63%	1.26%

Desvio Padrão Diário (n = 5)				
Períodos de execução (data final)	Cointegração	Distância	Hurst	Meia Vida
dez/11	0.20%	0.33%	0.32%	0.20%
jun/12	0.29%	0.20%	0.17%	0.22%
dez/12	0.51%	0.19%	0.16%	0.45%
jun/13	0.11%	0.09%	0.15%	0.08%
dez/13	0.35%	0.15%	0.19%	0.27%
jun/14	0.24%	0.41%	0.16%	0.24%
dez/14	0.68%	0.38%	0.22%	0.25%
jun/15	0.31%	0.16%	0.12%	0.26%
dez/15	0.32%	0.19%	0.25%	0.21%
jun/16	0.13%	0.19%	0.18%	0.16%
dez/16	0.13%	0.14%	0.13%	0.22%
jun/17	0.61%	0.50%	0.53%	0.58%
dez/17	1.07%	1.09%	1.92%	3.76%
jun/18	0.40%	0.34%	0.47%	0.40%
dez/18	0.49%	0.51%	0.43%	0.59%
jun/19	0.45%	0.41%	0.34%	1.42%
dez/19	0.58%	0.16%	0.46%	1.14%
jun/20	0.47%	0.37%	0.55%	0.61%
Média	0.41%	0.32%	0.38%	0.61%
Mediana	0.38%	0.27%	0.24%	0.27%

Retorno Diário Médio (n = 5)				
Períodos de execução (data final)	Cointegração	Distância	Hurst	Meia Vida
dez/11	0.01%	0.01%	0.04%	0.01%
jun/12	0.02%	0.00%	0.01%	0.00%
dez/12	-0.04%	0.02%	0.00%	-0.07%
jun/13	0.01%	0.00%	0.02%	0.00%
dez/13	-0.03%	0.02%	0.02%	-0.03%
jun/14	0.03%	0.02%	0.01%	0.03%
dez/14	-0.01%	0.01%	0.02%	-0.01%
jun/15	-0.03%	0.00%	-0.01%	-0.04%
dez/15	-0.03%	-0.03%	-0.01%	-0.02%
jun/16	0.01%	0.01%	0.02%	0.04%
dez/16	-0.01%	0.01%	0.01%	0.01%
jun/17	0.07%	0.05%	-0.01%	0.07%
dez/17	-0.04%	0.02%	0.09%	0.23%
jun/18	-0.03%	0.01%	0.04%	0.01%
dez/18	0.02%	-0.05%	0.03%	0.06%
jun/19	-0.07%	-0.03%	-0.05%	-0.22%
dez/19	-0.06%	0.01%	-0.01%	0.08%
jun/20	0.10%	0.06%	0.03%	0.07%
Média	-0.004%	0.008%	0.014%	0.012%
Mediana	-0.010%	0.010%	0.015%	0.010%

Índice de Sharpe (n = 5)				
Períodos de execução (data final)	Cointegração	Distância	Hurst	Meia Vida
dez/11	0.07	0.03	0.13	0.04
jun/12	0.08	0.02	0.06	-0.02
dez/12	-0.08	0.12	0.02	-0.16
jun/13	0.10	0.04	0.10	0.04
dez/13	-0.08	0.15	0.09	-0.13
jun/14	0.13	0.05	0.06	0.14
dez/14	-0.01	0.03	0.07	-0.05
jun/15	-0.09	0.00	-0.10	-0.16
dez/15	-0.08	-0.16	-0.05	-0.09
jun/16	0.09	0.06	0.13	0.24
dez/16	-0.06	0.03	0.04	0.05
jun/17	0.10	0.10	-0.02	0.11
dez/17	-0.04	0.01	0.04	0.06
jun/18	-0.10	0.00	0.06	0.01
dez/18	0.02	-0.12	0.04	0.08
jun/19	-0.17	-0.10	-0.16	-0.16
dez/19	-0.12	0.01	-0.03	0.07
jun/20	0.21	0.15	0.05	0.11
Média	0.00	0.02	0.03	0.01
Mediana	-0.03	0.03	0.04	0.04

APÊNDICE A: RESULTADOS POR PERÍODO

Índice Beta (n = 5)				
Períodos de execução (data final)	Cointegração	Distância	Hurst	Meia Vida
dez/11	0.000	-0.004	0.000	0.005
jun/12	-0.022	0.007	-0.005	-0.002
dez/12	-0.022	0.016	0.018	0.012
jun/13	-0.029	0.010	-0.007	-0.013
dez/13	-0.016	-0.015	-0.018	-0.010
jun/14	-0.020	0.021	0.029	0.028
dez/14	-0.022	-0.019	-0.003	-0.022
jun/15	-0.012	-0.011	0.004	-0.004
dez/15	0.022	0.013	0.005	0.004
jun/16	0.001	0.009	0.013	-0.001
dez/16	-0.011	-0.002	-0.009	-0.005
jun/17	0.097	0.049	0.000	0.100
dez/17	0.008	-0.071	0.179	0.202
jun/18	-0.014	-0.015	0.008	-0.010
dez/18	-0.031	-0.003	-0.013	-0.024
jun/19	-0.088	0.009	-0.032	-0.062
dez/19	0.068	-0.012	-0.042	0.132
jun/20	0.009	0.004	0.003	0.004
Média	-0.005	-0.001	0.007	0.019
Mediana	-0.013	0.001	0.000	-0.002

Alpha (n = 5)				
Períodos de execução (data final)	Cointegração	Distância	Hurst	Meia Vida
Dec-11	0.00010	0.00010	0.00040	0.00010
Jun-12	0.00020	0.00000	0.00010	0.00000
Dec-12	-0.00040	0.00020	0.00000	-0.00070
Jun-13	0.00010	0.00000	0.00020	0.00000
Dec-13	-0.00030	0.00020	0.00020	-0.00030
Jun-14	0.00030	0.00020	0.00010	0.00030
Dec-14	-0.00010	0.00010	0.00020	-0.00010
Jun-15	-0.00030	0.00000	-0.00010	-0.00040
Dec-15	-0.00020	-0.00030	-0.00010	-0.00020
Jun-16	0.00010	0.00010	0.00020	0.00040
Dec-16	-0.00010	0.00010	0.00010	0.00010
Jun-17	0.00040	0.00050	0.00000	0.00060
Dec-17	-0.00020	0.00000	0.00060	0.00200
Jun-18	-0.00030	0.00010	0.00040	0.00010
Dec-18	0.00020	-0.00050	0.00030	0.00060
Jun-19	-0.00060	-0.00030	-0.00050	-0.00210
Dec-19	-0.00060	0.00010	-0.00010	0.00070
Jun-20	0.00100	0.00060	0.00030	0.00070
Média	-0.00004	0.00007	0.00013	0.00010
Mediana	-0.00010	0.00010	0.00015	0.00010

Número total de negociações (n = 5)				
Períodos de execução (data final)	Cointegração	Distância	Hurst	Meia Vida
dez/11	7	5	7	7
jun/12	10	10	11	8
dez/12	6	15	10	5
jun/13	9	7	9	8
dez/13	9	13	10	9
jun/14	10	13	10	13
dez/14	8	9	13	7
jun/15	6	8	9	6
dez/15	9	6	10	8
jun/16	8	8	8	12
dez/16	7	10	12	11
jun/17	12	10	7	12
dez/17	4	9	9	10
jun/18	8	8	10	9
dez/18	10	9	13	11
jun/19	11	7	7	5
dez/19	6	9	7	13
jun/20	14	11	12	14
Média	8.6	9.3	9.7	9.3
Mediana	8.5	9.0	10.0	9.0

Número médio de negociações por par (n = 5)				
Períodos de execução (data final)	Cointegração	Distância	Hurst	Meia Vida
dez/11	1.4	1	1.4	1.4
jun/12	2	2	2.2	1.6
dez/12	1.2	3	2	1
jun/13	1.8	1.4	1.8	1.6
dez/13	1.8	2.6	2	1.8
jun/14	2	2.6	2	2.6
dez/14	1.6	1.8	2.6	1.4
jun/15	1.2	1.6	1.8	1.2
dez/15	1.8	1.2	2	1.6
jun/16	1.6	1.6	1.6	2.4
dez/16	1.4	2	2.4	2.2
jun/17	2.4	2	1.4	2.4
dez/17	0.8	1.8	1.8	2
jun/18	1.6	1.6	2	1.8
dez/18	2	1.8	2.6	2.2
jun/19	2.2	1.4	1.4	1
dez/19	1.2	1.8	1.4	2.6
jun/20	3	2	2	3
Média	1.7	1.9	1.9	1.9
Mediana	1.7	1.8	2.0	1.8

APÊNDICE A: RESULTADOS POR PERÍODO

A.2 Portfólios com 15 pares

Retorno no período de 6 meses (n = 15)				
Períodos de execução (data final)	Cointegração	Distância	Hurst	Meia Vida
dez/11	1.51%	0.16%	4.94%	2.69%
jun/12	1.41%	0.76%	3.00%	0.54%
dez/12	-4.06%	-1.86%	1.02%	-6.06%
jun/13	-0.81%	1.29%	0.85%	-0.68%
dez/13	-1.07%	0.59%	0.35%	-1.00%
jun/14	0.78%	1.82%	2.56%	1.76%
dez/14	-3.38%	2.39%	0.35%	-3.42%
jun/15	-1.05%	0.52%	-0.74%	-1.84%
dez/15	-3.02%	-2.70%	-0.47%	-2.88%
jun/16	1.99%	2.35%	2.08%	1.92%
dez/16	0.55%	-0.77%	-0.52%	-0.19%
jun/17	2.71%	4.44%	7.11%	7.46%
dez/17	0.53%	-4.68%	12.48%	8.69%
jun/18	-1.59%	3.56%	1.52%	3.04%
dez/18	1.07%	-5.49%	-2.37%	2.57%
jun/19	-1.26%	1.49%	-1.74%	-11.58%
dez/19	0.04%	-2.75%	-2.19%	0.84%
jun/20	12.13%	11.70%	4.17%	9.51%
Média	0.36%	0.71%	1.80%	0.63%
Mediana	0.29%	0.68%	0.94%	0.69%

Desvio Padrão Diário (n = 15)				
Períodos de execução (data final)	Cointegração	Distância	Hurst	Meia Vida
dez/11	0.17%	0.19%	0.18%	0.15%
jun/12	0.14%	0.12%	0.09%	0.13%
dez/12	0.28%	0.14%	0.10%	0.29%
jun/13	0.17%	0.06%	0.09%	0.11%
dez/13	0.13%	0.10%	0.10%	0.12%
jun/14	0.26%	0.19%	0.11%	0.12%
dez/14	0.30%	0.23%	0.13%	0.20%
jun/15	0.13%	0.10%	0.09%	0.12%
dez/15	0.16%	0.12%	0.26%	0.14%
jun/16	0.12%	0.10%	0.10%	0.13%
dez/16	0.08%	0.14%	0.10%	0.11%
jun/17	0.39%	0.50%	0.43%	0.37%
dez/17	0.39%	0.52%	1.63%	1.41%
jun/18	0.22%	0.26%	0.25%	0.28%
dez/18	0.38%	0.28%	0.47%	0.35%
jun/19	0.40%	0.27%	0.29%	0.82%
dez/19	0.48%	0.29%	0.32%	0.54%
jun/20	0.55%	0.46%	0.38%	0.52%
Média	0.26%	0.23%	0.28%	0.33%
Mediana	0.24%	0.19%	0.16%	0.18%

Retorno Diário Médio (n = 15)				
Períodos de execução (data final)	Cointegração	Distância	Hurst	Meia Vida
dez/11	0.01%	0.00%	0.04%	0.02%
jun/12	0.01%	0.01%	0.02%	0.00%
dez/12	-0.03%	-0.01%	0.01%	-0.05%
jun/13	-0.01%	0.01%	0.01%	-0.01%
dez/13	-0.01%	0.00%	0.00%	-0.01%
jun/14	0.01%	0.01%	0.02%	0.01%
dez/14	-0.03%	0.02%	0.00%	-0.03%
jun/15	-0.01%	0.00%	-0.01%	-0.01%
dez/15	-0.02%	-0.02%	0.00%	-0.02%
jun/16	0.02%	0.02%	0.02%	0.02%
dez/16	0.00%	-0.01%	0.00%	0.00%
jun/17	0.02%	0.04%	0.06%	0.06%
dez/17	0.01%	-0.04%	0.11%	0.08%
jun/18	-0.01%	0.03%	0.01%	0.02%
dez/18	0.01%	-0.04%	-0.02%	0.02%
jun/19	-0.01%	0.01%	-0.01%	-0.10%
dez/19	0.00%	-0.02%	-0.02%	0.01%
jun/20	0.09%	0.09%	0.03%	0.08%
Média	0.003%	0.006%	0.015%	0.005%
Mediana	0.000%	0.005%	0.010%	0.005%

Índice de Sharpe (n = 15)				
Períodos de execução (data final)	Cointegração	Distância	Hurst	Meia Vida
dez/11	0.07	0.01	0.22	0.14
jun/12	0.08	0.05	0.25	0.03
dez/12	-0.12	-0.11	0.08	-0.17
jun/13	-0.04	0.18	0.07	-0.05
dez/13	-0.06	0.05	0.03	-0.07
jun/14	0.02	0.08	0.18	0.11
dez/14	-0.09	0.08	0.02	-0.14
jun/15	-0.07	0.04	-0.07	-0.13
dez/15	-0.15	-0.18	-0.01	-0.17
jun/16	0.12	0.18	0.15	0.11
dez/16	0.04	-0.05	-0.05	-0.02
jun/17	0.05	0.07	0.12	0.15
dez/17	0.00	-0.08	0.06	0.05
jun/18	-0.09	0.08	0.02	0.06
dez/18	0.00	-0.19	-0.06	0.04
jun/19	-0.05	0.01	-0.08	-0.13
dez/19	-0.01	-0.10	-0.08	0.00
jun/20	0.17	0.19	0.08	0.14
Média	-0.01	0.02	0.05	0.00
Mediana	0.00	0.04	0.04	0.02

APÊNDICE A: RESULTADOS POR PERÍODO

Índice Beta (n = 15)				
Períodos de execução (data final)	Cointegração	Distância	Hurst	Meia Vida
dez/11	0.0000	-0.0040	0.0002	0.0049
jun/12	-0.0220	0.0074	-0.0050	-0.0022
dez/12	-0.0218	0.0158	0.0177	0.0120
jun/13	-0.0294	0.0097	-0.0072	-0.0126
dez/13	-0.0155	-0.0154	-0.0176	-0.0097
jun/14	-0.0199	0.0208	0.0286	0.0282
dez/14	-0.0223	-0.0189	-0.0027	-0.0221
jun/15	-0.0123	-0.0106	0.0040	-0.0044
dez/15	0.0220	0.0133	0.0047	0.0039
jun/16	0.0006	0.0093	0.0126	-0.0013
dez/16	-0.0106	-0.0019	-0.0090	-0.0047
jun/17	0.0968	0.0491	-0.0002	0.0999
dez/17	0.0076	-0.0709	0.1787	0.2021
jun/18	-0.0140	-0.0154	0.0078	-0.0102
dez/18	-0.0308	-0.0025	-0.0127	-0.0240
jun/19	-0.0879	0.0087	-0.0316	-0.0617
dez/19	0.0680	-0.0117	-0.0422	0.1315
jun/20	0.0091	0.0043	0.0029	0.0038
Média	-0.0046	-0.0007	0.0072	0.0185
Mediana	-0.0132	0.0012	0.0000	-0.0018

Alpha (n = 15)				
Períodos de execução (data final)	Cointegração	Distância	Hurst	Meia Vida
Dec-11	0.00010	0.00000	0.00040	0.00020
Jun-12	0.00010	0.00010	0.00020	0.00000
Dec-12	-0.00030	-0.00020	0.00010	-0.00050
Jun-13	0.00000	0.00010	0.00010	0.00000
Dec-13	-0.00010	0.00010	0.00000	-0.00010
Jun-14	0.00010	0.00010	0.00020	0.00010
Dec-14	-0.00030	0.00020	0.00000	-0.00030
Jun-15	-0.00010	0.00000	-0.00010	-0.00010
Dec-15	-0.00020	-0.00020	0.00000	-0.00020
Jun-16	0.00020	0.00020	0.00020	0.00020
Dec-16	0.00000	-0.00010	0.00000	0.00000
Jun-17	0.00020	0.00030	0.00060	0.00050
Dec-17	0.00000	-0.00030	0.00090	0.00050
Jun-18	-0.00010	0.00030	0.00010	0.00020
Dec-18	0.00010	-0.00040	-0.00020	0.00020
Jun-19	0.00000	0.00010	-0.00010	-0.00090
Dec-19	0.00000	-0.00020	-0.00010	0.00000
Jun-20	0.00090	0.00090	0.00030	0.00080
Média	0.00003	0.00006	0.00014	0.00003
Mediana	0.00000	0.00010	0.00010	0.00000

Número total de negociações (n = 15)				
Períodos de execução (data final)	Cointegração	Distância	Hurst	Meia Vida
dez/11	22	20	27	24
jun/12	29	29	34	27
dez/12	17	28	33	26
jun/13	22	25	28	21
dez/13	28	31	31	28
jun/14	29	37	32	30
dez/14	21	25	29	22
jun/15	23	28	26	24
dez/15	23	19	31	24
jun/16	28	28	28	27
dez/16	30	23	27	27
jun/17	35	30	34	33
dez/17	15	19	22	28
jun/18	25	24	24	25
dez/18	28	21	30	30
jun/19	26	29	31	23
dez/19	27	24	26	26
jun/20	33	34	29	31
Média	25.6	26.3	29.0	26.4
Mediana	26.5	26.5	29.0	26.5

Número médio de negociações por par (n = 15)				
Períodos de execução (data final)	Cointegração	Distância	Hurst	Meia Vida
dez/11	1.5	1.3	1.8	1.6
jun/12	1.9	1.9	2.3	1.8
dez/12	1.1	1.9	2.2	1.7
jun/13	1.5	1.7	1.9	1.4
dez/13	1.9	2.1	2.1	1.9
jun/14	1.9	2.5	2.1	2.0
dez/14	1.4	1.7	1.9	1.5
jun/15	1.5	1.9	1.7	1.6
dez/15	1.5	1.3	2.1	1.6
jun/16	1.9	1.9	1.9	1.8
dez/16	2.0	1.5	1.8	1.8
jun/17	2.3	2.0	2.3	2.2
dez/17	1.0	1.3	1.5	1.9
jun/18	1.7	1.6	1.6	1.7
dez/18	1.9	1.4	2.0	2.0
jun/19	1.7	1.9	2.1	1.5
dez/19	1.8	1.6	1.7	1.7
jun/20	2.2	2.3	1.9	2.1
Média	1.7	1.8	1.9	1.8
Mediana	1.8	1.8	1.9	1.8

APÊNDICE A: RESULTADOS POR PERÍODO

A.3 Portfólios com 30 pares

Retorno no período de 6 meses (n = 30)				
Períodos de execução (data final)	Cointegração	Distância	Hurst	Meia Vida
dez/11	-0.39%	-1.75%	3.14%	3.27%
jun/12	-0.16%	1.06%	2.09%	1.28%
dez/12	-2.38%	-1.97%	0.92%	-2.78%
jun/13	-0.65%	1.13%	0.36%	1.42%
dez/13	-0.61%	0.43%	-0.42%	-0.75%
jun/14	0.08%	1.47%	1.78%	2.95%
dez/14	-1.69%	1.16%	-1.30%	-1.00%
jun/15	-0.65%	0.14%	-0.45%	-1.26%
dez/15	-2.31%	-2.84%	0.02%	-2.21%
jun/16	1.20%	1.60%	2.42%	1.81%
dez/16	-0.86%	0.11%	-0.37%	-0.49%
jun/17	5.65%	12.01%	9.79%	7.27%
dez/17	4.70%	-3.73%	5.20%	2.68%
jun/18	-1.12%	1.83%	-2.33%	1.02%
dez/18	0.13%	-4.40%	-3.27%	-1.31%
jun/19	-0.93%	1.89%	-5.85%	-10.87%
dez/19	-1.54%	-5.09%	-4.27%	-3.87%
jun/20	10.65%	10.21%	6.65%	9.57%
Média	0.51%	0.74%	0.78%	0.37%
Mediana	-0.63%	0.75%	0.19%	0.27%

Desvio Padrão Diário (n = 30)				
Períodos de execução (data final)	Cointegração	Distância	Hurst	Meia Vida
dez/11	0.15%	0.21%	0.13%	0.13%
jun/12	0.11%	0.09%	0.09%	0.10%
dez/12	0.18%	0.14%	0.08%	0.21%
jun/13	0.15%	0.08%	0.10%	0.10%
dez/13	0.10%	0.08%	0.10%	0.09%
jun/14	0.19%	0.14%	0.09%	0.11%
dez/14	0.20%	0.18%	0.13%	0.19%
jun/15	0.08%	0.08%	0.06%	0.09%
dez/15	0.15%	0.13%	0.20%	0.14%
jun/16	0.10%	0.09%	0.09%	0.10%
dez/16	0.09%	0.08%	0.10%	0.09%
jun/17	0.24%	0.74%	0.45%	0.32%
dez/17	0.34%	0.32%	1.05%	0.90%
jun/18	0.20%	0.20%	0.18%	0.24%
dez/18	0.37%	0.28%	0.29%	0.29%
jun/19	0.29%	0.24%	0.25%	0.86%
dez/19	0.35%	0.29%	0.25%	0.45%
jun/20	0.51%	0.31%	0.33%	0.45%
Média	0.21%	0.20%	0.22%	0.27%
Mediana	0.19%	0.16%	0.13%	0.17%

Retorno Diário Médio (n = 30)				
Períodos de execução (data final)	Cointegração	Distância	Hurst	Meia Vida
dez/11	0.00%	-0.01%	0.02%	0.03%
jun/12	0.00%	0.01%	0.02%	0.01%
dez/12	-0.02%	-0.02%	0.01%	-0.02%
jun/13	-0.01%	0.01%	0.00%	0.01%
dez/13	0.00%	0.00%	0.00%	-0.01%
jun/14	0.00%	0.01%	0.01%	0.02%
dez/14	-0.01%	0.01%	-0.01%	-0.01%
jun/15	-0.01%	0.00%	0.00%	-0.01%
dez/15	-0.02%	-0.02%	0.00%	-0.02%
jun/16	0.01%	0.01%	0.02%	0.01%
dez/16	-0.01%	0.00%	0.00%	0.00%
jun/17	0.04%	0.09%	0.08%	0.06%
dez/17	0.04%	-0.03%	0.05%	0.03%
jun/18	-0.01%	0.01%	-0.02%	0.01%
dez/18	0.00%	-0.04%	-0.03%	-0.01%
jun/19	-0.01%	0.02%	-0.05%	-0.09%
dez/19	-0.01%	-0.04%	-0.03%	-0.03%
jun/20	0.08%	0.08%	0.05%	0.08%
Média	0.003%	0.005%	0.007%	0.003%
Mediana	-0.005%	0.005%	0.000%	0.005%

Índice de Sharpe (n = 30)				
Períodos de execução (data final)	Cointegração	Distância	Hurst	Meia Vida
dez/11	-0.02	-0.07	0.20	0.20
jun/12	-0.01	0.09	0.19	0.10
dez/12	-0.11	-0.12	0.09	-0.11
jun/13	-0.03	0.10	0.03	0.11
dez/13	-0.05	0.04	-0.04	-0.07
jun/14	0.00	0.08	0.15	0.21
dez/14	-0.07	0.05	-0.08	-0.04
jun/15	-0.06	0.01	-0.06	-0.12
dez/15	-0.13	-0.18	0.00	-0.13
jun/16	0.09	0.13	0.19	0.13
dez/16	-0.09	0.00	-0.04	-0.05
jun/17	0.17	0.12	0.16	0.17
dez/17	0.10	-0.11	0.04	0.02
jun/18	-0.08	0.04	-0.14	0.01
dez/18	-0.02	-0.16	-0.12	-0.06
jun/19	-0.06	0.02	-0.23	-0.11
dez/19	-0.05	-0.17	-0.17	-0.08
jun/20	0.16	0.25	0.15	0.16
Média	-0.01	0.01	0.02	0.02
Mediana	-0.04	0.03	0.01	-0.02

APÊNDICE A: RESULTADOS POR PERÍODO

Índice Beta (n = 30)				
Períodos de execução (data final)	Cointegração	Distância	Hurst	Meia Vida
dez/11	0.0004	-0.0079	0.0035	0.0007
jun/12	-0.0091	0.0019	-0.0052	-0.0041
dez/12	0.0075	0.0078	0.0190	0.0058
jun/13	-0.0127	-0.0104	-0.0233	-0.0128
dez/13	-0.0119	-0.0077	-0.0195	-0.0165
jun/14	-0.0087	0.0099	0.0323	0.0100
dez/14	-0.0227	-0.0084	-0.0050	0.0004
jun/15	-0.0119	-0.0174	-0.0021	-0.0055
dez/15	0.0134	0.0118	0.0003	0.0028
jun/16	0.0053	0.0016	0.0013	-0.0007
dez/16	-0.0169	-0.0135	0.0020	-0.0088
jun/17	0.0599	-0.0118	-0.0330	0.0958
dez/17	0.0232	0.0412	0.1317	0.1987
jun/18	-0.0088	-0.0044	-0.0093	-0.0089
dez/18	-0.0523	0.0004	-0.0242	-0.0514
jun/19	-0.0128	0.0049	-0.0253	-0.0221
dez/19	0.0425	0.0145	-0.0455	0.0473
jun/20	0.0078	-0.0019	0.0005	0.0059
Média	-0.0004	0.0006	-0.0001	0.0131
Mediana	-0.0088	-0.0008	-0.0036	-0.0002

Alpha (n = 30)				
Períodos de execução (data final)	Cointegração	Distância	Hurst	Meia Vida
Dec-11	0.00000	-0.00010	0.00020	0.00030
Jun-12	0.00000	0.00010	0.00020	0.00010
Dec-12	-0.00020	-0.00020	0.00010	-0.00020
Jun-13	0.00000	0.00010	0.00010	0.00010
Dec-13	0.00000	0.00000	0.00000	-0.00010
Jun-14	0.00000	0.00010	0.00010	0.00020
Dec-14	-0.00010	0.00010	-0.00010	-0.00010
Jun-15	0.00000	0.00000	0.00000	-0.00010
Dec-15	-0.00020	-0.00020	0.00000	-0.00020
Jun-16	0.00010	0.00010	0.00020	0.00010
Dec-16	-0.00010	0.00000	0.00000	0.00000
Jun-17	0.00040	0.00090	0.00080	0.00050
Dec-17	0.00030	-0.00030	0.00030	0.00000
Jun-18	-0.00010	0.00010	-0.00020	0.00010
Dec-18	0.00000	-0.00040	-0.00030	-0.00010
Jun-19	-0.00010	0.00010	-0.00050	-0.00090
Dec-19	-0.00020	-0.00040	-0.00030	-0.00030
Jun-20	0.00080	0.00080	0.00050	0.00080
Média	0.00003	0.00004	0.00006	0.00001
Mediana	0.00000	0.00005	0.00005	0.00000

Número total de negociações (n = 30)				
Períodos de execução (data final)	Cointegração	Distância	Hurst	Meia Vida
dez/11	43	42	48	51
jun/12	46	53	66	57
dez/12	43	51	62	49
jun/13	45	49	51	54
dez/13	56	55	56	53
jun/14	60	69	65	69
dez/14	47	51	52	51
jun/15	45	53	54	45
dez/15	45	40	61	50
jun/16	49	51	56	47
dez/16	53	54	53	52
jun/17	71	59	62	61
dez/17	36	37	44	48
jun/18	43	46	43	48
dez/18	55	50	55	56
jun/19	52	56	53	52
dez/19	48	46	46	54
jun/20	60	65	59	59
Média	49.8	51.5	54.8	53.1
Mediana	47.5	51.0	54.5	52.0

Número médio de negociações por par (n = 30)				
Períodos de execução (data final)	Cointegração	Distância	Hurst	Meia Vida
dez/11	1.4	1.4	1.6	1.7
jun/12	1.5	1.8	2.2	1.9
dez/12	1.4	1.7	2.1	1.6
jun/13	1.5	1.6	1.7	1.8
dez/13	1.9	1.8	1.9	1.8
jun/14	2.0	2.3	2.2	2.3
dez/14	1.6	1.7	1.7	1.7
jun/15	1.5	1.8	1.8	1.5
dez/15	1.5	1.3	2.0	1.7
jun/16	1.6	1.7	1.9	1.6
dez/16	1.8	1.8	1.8	1.7
jun/17	2.4	2.0	2.1	2.0
dez/17	1.2	1.2	1.5	1.6
jun/18	1.4	1.5	1.4	1.6
dez/18	1.8	1.7	1.8	1.9
jun/19	1.7	1.9	1.8	1.7
dez/19	1.6	1.5	1.5	1.8
jun/20	2.0	2.2	2.0	2.0
Média	1.7	1.7	1.8	1.8
Mediana	1.6	1.7	1.8	1.7