

FUNDAÇÃO GETULIO VARGAS  
ESCOLA DE ECONOMIA DE SÃO PAULO

ARTHUR GERONAZZO

**TÉCNICAS DE ESTRESSE TESTE DE MERCADO  
USANDO MAXIMUM DRAWDOWN**

**SÃO PAULO**

**2019**

ARTHUR GERONAZZO

# **TÉCNICAS DE ESTRESSE TESTE DE MERCADO USANDO MAXIMUM DRAWDOWN**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional da Escola de Economia de São Paulo da Fundação Getulio Vargas, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Economia.

Área de concentração:  
Engenharia Financeira.

Orientador:  
Prof. Dr. João Luiz Chela

SÃO PAULO

2019

Geronazzo, Arthur.

Técnicas de estresse teste de mercado usando *maximum drawdown* / Arthur Geronazzo. - 2019.

137 f.

Orientador: João Luiz Chela.

Dissertação (mestrado profissional MPFE) – Fundação Getulio Vargas, Escola de Economia de São Paulo.

1. Administração de risco financeiro. 2. Risco (Economia). 3. Investimentos - Análise. 4. Teoria dos valores extremos. I. Chela, João Luiz. II. Dissertação (mestrado profissional MPFE) – Escola de Economia de São Paulo. III. Fundação Getulio Vargas. IV. Título.

CDU 336.767

ARTHUR GERONAZZO

## **TÉCNICAS DE ESTRESSE TESTE DE MERCADO USANDO MAXIMUM DRAWDOWN**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional da Escola de Economia de São Paulo da Fundação Getulio Vargas, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Economia.

Área de concentração:  
Engenharia Financeira.

Data da Aprovação: 21 / 08 / 2019

Banca Examinadora:

---

**Prof. Dr. João Luiz Chela**  
(Orientador)  
FGV - EESP

---

**Prof. Dr. Afonso de Campos Pinto (2)**  
FGV - EESP

---

**Prof. Dr. Daniel Reed Bergmann (3)**  
FEA - USP

*Para todos meus familiares*

# Agradecimentos

Agradeço, inicialmente, aos meus pais por sempre me apoiarem, me incentivarem e fornecerem as melhores condições para que eu sempre pudesse estudar.

Agradeço à minha namorada Giovanna por toda a compreensão e apoio durante a confecção desse trabalho.

Ao Prof. Dr. João Luiz Chela, agradeço por todo o suporte e orientação durante a elaboração desse trabalho, aproveito também para agradecer aos demais professores do mestrado por todo conhecimento passado durante as diversas disciplinas.

Agradeço ao *Bank of America Merrill Lynch*, pelo suporte financeiro, sem o qual não seria possível a conclusão desse programa de mestrado e à equipe de risco de mercado George e Alessandro pelas conversas inspiradoras e por confiarem e investirem em meu potencial.

*“Viver é como andar de bicicleta: é preciso estar em constante movimento para manter o equilíbrio”*  
*(Albert Einstein)*

# RESUMO

O principal objetivo dos investidores é obter o maior retorno e lucro possíveis, correndo o menor risco. Por outro lado, os gestores de risco têm como responsabilidade o monitoramento dos riscos a fim de impedir que se corram riscos acima dos limites determinados pelas companhias. Este trabalho busca apresentar uma série de métricas de risco, baseadas em *Maximum Drawdown*, utilizando simulação histórica ao invés das tradicionais métricas baseadas em retorno. O *Maximum Drawdown* fornece a informação da maior queda de valor de ativo que um investidor pode sofrer em determinado intervalo de tempo. Essas métricas podem ser utilizadas como teste de estresse em complemento a outras métricas mais tradicionais. Os cálculos das métricas de risco são feitos tanto para ativos individuais, como para portfólios diversificados. As métricas utilizaram simulação histórica com diferentes intervalos de tempo, intervalo de *Holding Period* e intervalos de confiança. A seguir, foi feito o *backtest* destas métricas a fim de verificar a aderência das mesmas, mostrando que a métrica de *Maximum Drawdown at Risk* utilizando *GEV* foi a métrica que apresentou maiores taxas de aprovação nos diferentes cenários. A principal contribuição desse trabalho está na apresentação de diferentes métricas de risco baseadas em *Maximum Drawdown*, análise da melhor métrica para cada situação e aplicações das métricas na gestão de risco e em cenários de estresse.

**Palavras-chave:** *Maximum Drawdown*. Métricas de Risco. Testes de Estresse. Teoria de Valores Extremos. Risco de Mercado. *Maximum Drawdown at Risk*. *Conditional Expected Drawdown*.



# ABSTRACT

The main objective of investors is to obtain the highest possible return profit, by running the lowest risk. On the other hand, risk managers are responsible for monitoring the risks in order to prevent risks to be above the limits determined by the companies. This paper attempts to present a series of risk metrics based on *Maximum Drawdown* historical distributions instead of traditional return-based metrics. *Maximum Drawdown* provides the information of the largest drop in the asset value that an investor can have in a given time interval, since these metrics can be used as stress test metrics in addition to other more traditional metrics. The calculations of the risk metrics are done for both individual assets and for diversified portfolios. The metrics use historical simulation with different time intervals, Holding Period and confidence intervals. The *backtest* of these metrics is done to verify their adherence, so it shows that the *Maximum Drawdown at Risk using GEV* metric is the metric that presents the highest approval rates in the different scenarios. The main contribution of this paper is the presentation of different risk metrics based on *Maximum Drawdown*, analyse of the best metric for each situation and applications of the metrics to risk management and to stress scenarios.

**Keywords:** *Maximum Drawdown*. Risk Metrics. Stress Test. Extreme Value Theory Market Risk. *Maximum Drawdown at Risk*. *Conditional Expected Drawdown*.

# Lista de ilustrações

Figura 1 – Figura ilustrativa de como funciona o Gerenciamento de Riscos de uma instituição financeira . . . . .	27
Figura 2 – Gráfico do VaR para uma distribuição normal . . . . .	30
Figura 3 – Gráfico comparativo de uma distribuição normal com uma distribuição <i>t-student</i> com dois graus de liberdade . . . . .	31
Figura 4 – Simulação hipotética para o preço de uma ação para o intervalo de 10 dias úteis . . . . .	37
Figura 5 – Gráfico do VaR x ES para uma distribuição normal . . . . .	40
Figura 6 – Simulação hipotética de um ativo em um intervalo de tempo finito. Um grande drawdown pode forçar a liquidação da posição no menor preço do ativo fazendo com que a recuperação não seja capturada . . . . .	43
Figura 7 – Distribuição Empírica do Maximum Drawdown do IBOVESPA para o período de 15 dias entre jan2010 e ago2018 . . . . .	45
Figura 8 – Distribuições obtidas a partir da GEV, para <i>Fréchet</i> e <i>Weibull</i> foi utilizado $\xi = 1$ . . . . .	49
Figura 9 – Gráfico comparativo da evolução do <i>Conditional Expected Drawdown</i> para diferentes intervalos de confiança . . . . .	57
Figura 10 – Gráfico comparativo da evolução do <i>Maximum Drawdown at Risk</i> para diferentes <i>Holding Period</i> . . . . .	59
Figura 11 – Gráfico exemplificando como obtem-se as distribuições de valores extremos GEV e GPD e comparando as funções de densidade acumulada e funções de probabilidade com os dados empíricos . . . . .	61
Figura 12 – Gráfico mostrando a evolução do VaR obtido pela GEV e GPD com 3 anos de janela histórica, 15 dias de <i>Holding period</i> e intervalo de confiança $\alpha = 99\%$ . . . . .	63
Figura 13 – Figura exemplificando como funciona o <i>Backtest</i> em que a janela para cálculo das métricas termina e em seguida inicia a janela menor para o cálculo da métrica empírica desde o início até o último dia. . . . .	64
Figura 14 – Gráfico mostrando o ajuste feito nos dados empíricos obtidos para o <i>Backtest</i> a fim de eliminar os valores repetidos que representam na verdade o mesmo <i>Maximum Drawdown</i> . A figura superior possui 4017 pontos ao passo que a figura inferior possui 822 pontos para um <i>Maximum Drawdown</i> com 90 dias de <i>Holding Period</i> para o USDBRL . . . . .	65
Figura 15 – Gráfico do <i>Conditional Expected Drawdown</i> para três intervalos de confiança com $\alpha$ diferentes, com janela histórica de 3 anos e 15 dias de <i>Holding Period</i> . . . . .	66

Figura 16 – Gráfico do <i>Conditional Expected Drawdown</i> com intervalos de confiança $\alpha = 0.95$ , janela histórica de 3 anos e diferentes <i>Holding Period</i> . . . .	67
Figura 17 – Gráfico do <i>Conditional Expected Drawdown</i> para três ativos diferentes com intervalo de confiança $\alpha = 0.95$ , janela histórica de 3 anos e 15 dias de <i>Holding Period</i> . . . . .	68
Figura 18 – Gráfico do <i>Conditional Expected Drawdown</i> para portfólio de USDBRL e IBOV com diferentes pesos dos ativos, utilizando toda a série histórica, intervalo de confiança $\alpha = 0.95$ e 15 dias de <i>Holding Period</i> . . . . .	69
Figura 19 – Gráfico do <i>Conditional Expected Drawdown</i> para portfólio de DI1 de 1 ano e IBOV com diferentes pesos dos ativos, utilizando toda a série histórica, intervalo de confiança $\alpha = 0.95$ e 15 dias de <i>Holding Period</i> .	70
Figura 20 – Gráfico do <i>Conditional Expected Drawdown</i> para portfólio de DI1 de 1 ano e USDBRL com diferentes pesos dos ativos, utilizando toda a série histórica, intervalo de confiança $\alpha = 0.95$ e 15 dias de <i>Holding Period</i> .	71
Figura 21 – Gráfico mostrando a evolução dos portfólios construídos ao longo do tempo . . . . .	81
Figura 22 – Gráfico da evolução das métricas para o USDBRL e para o Portfólio B, utilizando 5 anos de dados históricos, 30 dias de holding period e 99% de intervalo de confiança . . . . .	88
Figura 23 – Gráfico da evolução das métricas para o USDBRL utilizando 5 anos de dados históricos, 60 dias de holding period e 99% de intervalo de confiança	91

# Lista de tabelas

Tabela 1	– Tabela comparativa dos valores de VaR das distribuições Paramétricas e <i>t-student</i> . . . . .	33
Tabela 2	– Resultados de VaR das 3 metodologias para diferentes intervalos de confiança . . . . .	38
Tabela 3	– Intervalos esperados pelo teste de <i>Kupiec</i> para diferentes intervalos de confiança e tamanhos de amostra . . . . .	52
Tabela 4	– Exemplo de resultado para o teste de <i>Kupiec</i> para dados de USDBRL com 95% de intervalo de confiança, 15 dias de <i>Holding Period</i> e 3 anos de dados histórico . . . . .	65
Tabela 5	– Tabela com os resultados de Backtest para o ativo USDBRL utilizando janela histórica de 3 anos . . . . .	68
Tabela 6	– Tabela com os resultados de Backtest para o ativo IBOVESPA utilizando janela histórica de 3 anos . . . . .	70
Tabela 7	– Tabela com os resultados de Backtest para o ativo DI1 utilizando janela histórica de 3 anos . . . . .	72
Tabela 8	– Tabela com os resultados de Backtest para o ativo USDBRL utilizando janela histórica de 5 anos . . . . .	73
Tabela 9	– Tabela com os resultados de Backtest para o ativo IBOVESPA utilizando janela histórica de 5 anos . . . . .	73
Tabela 10	– Tabela com os resultados de Backtest para o ativo DI1 utilizando janela histórica de 5 anos . . . . .	74
Tabela 11	– Tabela com os resultados de Backtest para o ativo USDBRL utilizando janela histórica de 10 anos . . . . .	75
Tabela 12	– Tabela com os resultados de Backtest para o ativo IBOVESPA utilizando janela histórica de 10 anos . . . . .	76
Tabela 13	– Tabela com os resultados de Backtest para o ativo DI1 utilizando janela histórica de 10 anos . . . . .	77
Tabela 14	– Índice de aprovação das métricas para USDBRL para os parâmetros variáveis . . . . .	77
Tabela 15	– Índice de aprovação das métricas para IBOVESPA para os parâmetros variáveis . . . . .	78
Tabela 16	– Índice de aprovação das métricas para DI1 para os parâmetros variáveis . . . . .	79
Tabela 17	– Índice de aprovação das métricas consolidando todos os ativos para os parâmetros variáveis . . . . .	80
Tabela 18	– Composição dos portfólios criados . . . . .	81

Tabela 19 – Tabela com os resultados de Backtest para o portfólio A utilizando janela histórica de 3 anos . . . . .	82
Tabela 20 – Tabela com os resultados de Backtest para o portfólio A utilizando janela histórica de 5 anos . . . . .	83
Tabela 21 – Tabela com os resultados de Backtest para o portfólio A utilizando janela histórica de 10 anos . . . . .	83
Tabela 22 – Tabela com os resultados de Backtest para o portfólio B utilizando janela histórica de 3 anos . . . . .	84
Tabela 23 – Tabela com os resultados de Backtest para o portfólio B utilizando janela histórica de 5 anos . . . . .	85
Tabela 24 – Tabela com os resultados de Backtest para o portfólio B utilizando janela histórica de 10 anos . . . . .	86
Tabela 25 – Aproveitamento das métricas para os diferentes cenários para o portfólio A	86
Tabela 26 – Aproveitamento das métricas para os diferentes cenários para o portfólio B	87
Tabela 27 – 10 maiores quedas do IBOVESPA entre Jan2000 e Ago2018 com os respectivos movimentos no USDBRL e no DI futuro de 1 ano . . . . .	88
Tabela 28 – 10 maiores descidas da taxa do DI futuro de 1 ano entre Jan2000 e Ago2018 com os respectivos movimentos no USDBRL e no Ibovespa de 1 ano . . . . .	89
Tabela 29 – Resultado detalhado do <i>Backtest</i> com 3 anos de série histórica e com intervalo de confiança 95% . . . . .	107
Tabela 30 – Resultado detalhado do <i>Backtest</i> com 3 anos de série histórica e com intervalo de confiança 97.5% . . . . .	108
Tabela 31 – Resultado detalhado do <i>Backtest</i> com 3 anos de série histórica e com intervalo de confiança 99% . . . . .	108
Tabela 32 – Resultado detalhado do <i>Backtest</i> com 5 anos de série histórica e com intervalo de confiança 95% . . . . .	109
Tabela 33 – Resultado detalhado do <i>Backtest</i> com 5 anos de série histórica e intervalo de confiança 97.5% . . . . .	109
Tabela 34 – Resultado detalhado do <i>Backtest</i> com 5 anos de série histórica e intervalo de confiança 99% . . . . .	110
Tabela 35 – Resultado detalhado do <i>Backtest</i> com 10 anos de série histórica e com intervalo de confiança 95% . . . . .	110
Tabela 36 – Resultado detalhado do <i>Backtest</i> com 10 anos de série histórica e com intervalo de confiança 97.5% . . . . .	111
Tabela 37 – Resultado detalhado do <i>Backtest</i> com 10 anos de série histórica e com intervalo de confiança 99% . . . . .	111
Tabela 38 – Resultado detalhado do <i>Backtest</i> com 3 anos de série histórica . . . . .	112
Tabela 39 – Resultado detalhado do <i>Backtest</i> com 5 anos de série histórica . . . . .	113

Tabela 40 – Resultado detalhado do <i>Backtest</i> com 10 anos de série histórica . . . .	115
Tabela 41 – Resultado detalhado do <i>Backtest</i> com 5 anos de série histórica . . . .	118
Tabela 42 – Resultado detalhado do <i>Backtest</i> com 5 anos de série histórica . . . .	119
Tabela 43 – Resultado detalhado do <i>Backtest</i> com 10 anos de série histórica . . . .	121
Tabela 44 – Resultado detalhado do <i>Backtest</i> com 3 anos de série histórica . . . .	124
Tabela 45 – Resultado detalhado do <i>Backtest</i> com 5 anos de série histórica . . . .	125
Tabela 46 – Resultado detalhado do <i>Backtest</i> com 10 anos de série histórica . . . .	127
Tabela 47 – Resultado detalhado do <i>Backtest</i> com 3 anos de série histórica . . . .	130
Tabela 48 – Resultado detalhado do <i>Backtest</i> com 5 anos de série histórica . . . .	131
Tabela 49 – Resultado detalhado do <i>Backtest</i> com 10 anos de série histórica . . . .	133
Tabela 50 – 10 maiores desvalorizações do dólar frente ao real entre Jan2000 e Ago2018 com os respectivos movimentos no IBOVESPA e no DI futuro de 1 ano . . . . .	136
Tabela 51 – 10 maiores valorizações do dólar frente ao real entre Jan2000 e Ago2018 com os respectivos movimentos no IBOVESPA e no DI futuro de 1 ano	136
Tabela 52 – 10 maiores subidas do IBOVESPA entre Jan2000 e Ago2018 com os respectivos movimentos no USDBRL e no DI futuro de 1 ano . . . . .	137
Tabela 53 – 10 maiores subidas da taxa do DI futuro de 1 ano entre Jan2000 e Ago2018 com os respectivos movimentos no USDBRL e no Ibovespa de 1 ano . . . . .	137

# Lista de abreviaturas e siglas

Bps	<i>Basis Points</i>
CAPM	<i>Capital Asset Pricing Model</i>
CDaR	<i>Conditional Drawdown at Risk</i>
CED	<i>Conditional Expected Drawdown</i>
CVaR	<i>Conditional Value at Risk</i>
ES	<i>Expected Shortfall</i>
GEV	<i>Distribuição Generalizada de Valores Extremos</i>
GPD	<i>Distribuição Generalizada de Pareto</i>
IC	<i>Intervalo de confiança</i>
MBG	<i>Movimento Browniano Geométrico</i>
MDaR	<i>Maximum Drawdown at Risk</i>
PnL	<i>Profit and Losses</i>
PoT	<i>Peaks over Threshold</i>
SMC	<i>Simulação de Monte Carlo</i>
TVE	<i>Teoria dos Valores Extremos</i>
VaR	<i>Value at Risk</i>

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>18</b>
<b>2</b>	<b>Revisão da Literatura</b>	<b>20</b>
<b>3</b>	<b>Revisão Teórica</b>	<b>23</b>
3.1	Riscos Financeiros	23
3.1.1	Risco de Crédito	23
3.1.2	Risco de Liquidez	24
3.1.3	Risco Operacional	24
3.1.4	Risco de Mercado	24
3.2	Gerenciamento de Risco de Mercado	25
3.2.1	Limites de Risco de Mercado	27
3.2.2	Stop Loss	27
3.3	Métricas de Risco de Mercado	28
3.3.1	Value at Risk - VaR	28
3.3.1.1	Paramétrico:	30
3.3.1.2	VaR Histórico:	34
3.3.1.3	VaR por Simulação de Monte Carlo:	35
3.3.1.4	Propriedades matemáticas do VaR:	38
3.3.2	Expected Shortfall	39
3.3.3	Testes de Estresse	40
3.3.4	Drawdown	42
3.3.4.1	Maximum Drawdown	42
3.3.4.2	Maximum Drawdown at risk	44
3.3.4.3	Conditional Expected Drawdown	44
3.3.4.3.1	Propriedades matemáticas do Conditional Expected Drawdown:	45
3.3.4.3.2	Decomposição <i>Conditional Expected Drawdown</i> por fator de risco	46
3.3.5	Teoria de Valores Extremos	46
3.4	Backtest	50
3.4.1	Teste de Kupiec	51
3.4.2	Teste de Christoffersen	52
<b>4</b>	<b>Metodologia</b>	<b>54</b>
4.1	Dados	54
4.2	Cálculo das Métricas de risco	56



4.2.1	Conditional Expected Drawdown utilizando simulação histórica . . .	56
4.2.2	Maximum Drawdown at Risk utilizando simulação histórica . . . .	58
4.2.3	Maximum Drawdown at Risk utilizando GEV . . . . .	58
4.2.4	Maximum Drawdown at Risk utilizando GPD . . . . .	60
4.2.5	Value at Risk utilizando GEV . . . . .	60
4.2.6	Value at Risk utilizando GPD . . . . .	62
4.3	Backtest . . . . .	63
<b>5</b>	<b>Resultados . . . . .</b>	<b>66</b>
5.1	Backtest das métricas com 3 anos de dados históricos . . . . .	66
5.1.1	USDBRL . . . . .	66
5.1.2	IBOVESPA . . . . .	67
5.1.3	DI1 . . . . .	69
5.2	Backtest das métricas com 5 anos de dados históricos . . . . .	71
5.2.1	USDBRL . . . . .	71
5.2.2	IBOVESPA . . . . .	72
5.2.3	DI1 . . . . .	74
5.3	Backtest das métricas com 10 anos de dados históricos . . . . .	74
5.3.1	USDBRL . . . . .	74
5.3.2	IBOVESPA . . . . .	75
5.3.3	DI1 . . . . .	76
5.4	Índice de aproveitamento das métricas por ativo . . . . .	76
5.4.1	USDBRL . . . . .	77
5.4.2	IBOVESPA . . . . .	78
5.4.3	DI1 . . . . .	78
5.5	Índice de aproveitamento das métricas consolidado . . . . .	79
5.6	Backtest sobre portfólios . . . . .	80
5.6.1	Resultados para o porfolio A . . . . .	81
5.6.1.1	Backtest das métricas com 3 anos de dados históricos . . .	81
5.6.1.2	Backtest das métricas com 5 anos de dados históricos . . .	82
5.6.1.3	Backtest das métricas com 10 anos de dados históricos . .	82
5.6.2	Resultados para o portfólio B . . . . .	84
5.6.2.1	Backtest das métricas com 3 anos de dados históricos . . .	84
5.6.2.2	Backtest das métricas com 5 anos de dados históricos . . .	84
5.6.2.3	Backtest das métricas com 10 anos de dados históricos . .	84
5.6.3	Índice de aproveitamento das métricas para os portfólios . . . . .	85
5.7	Aplicações . . . . .	86
5.7.1	Criação de cenários de estresse . . . . .	87
5.7.2	Gestão de risco de mercado . . . . .	89

<b>6 Conclusão . . . . .</b>	<b>92</b>
<b>Referências . . . . .</b>	<b>95</b>
<b>Apêndices</b>	<b>97</b>
<b>APÊNDICE A Códigos utilizados para obtenção das métricas de risco . . . .</b>	<b>98</b>
A.1 Cálculo do MDaR Histórico . . . . .	98
A.2 Cálculo do MDaR pela teoria de valores extremos GEV e GPD . . . . .	99
A.3 Cálculo do VaR pela teoria de valores extremos GEV e GPD . . . . .	101
A.4 Cálculo do CED Histórico . . . . .	104
<b>APÊNDICE B Códigos utilizados para o backtest . . . . .</b>	<b>106</b>
<b>APÊNDICE C Resultados detalhados do teste de <i>Kupiec</i> para USDBRL . . .</b>	<b>107</b>
<b>APÊNDICE D Resultados detalhados do teste de <i>Kupiec</i> para IBOVESPA .</b>	<b>112</b>
<b>APÊNDICE E Resultados detalhados do teste de <i>Kupiec</i> para DI1 . . . . .</b>	<b>118</b>
<b>APÊNDICE F Resultados detalhados do teste de <i>Kupiec</i> para Portfolio A . .</b>	<b>124</b>
<b>APÊNDICE G Resultados detalhados do teste de <i>Kupiec</i> para Portfolio B . .</b>	<b>130</b>
<b>APÊNDICE H Criação de cenários de estresse . . . . .</b>	<b>136</b>

# 1 Introdução

O principal objetivo dos investidores é obter o maior retorno e lucro possível correndo o menor risco, por outro lado, os gestores de risco tem como responsabilidade o monitoramento dos riscos com o propósito de impedir que se corram riscos acima dos limites determinados pelas companhias. Nesse contexto foram criadas diversas métricas de risco com a finalidade de mensurar o risco de mercado dos ativos e portfólios dentre as quais se destacam a volatilidade, o *Value at Risk* e o *Expected Shortfall*. Essas métricas se fundamentam em técnicas estatísticas baseadas nos retornos para mensurar as perdas máximas que um investimento ou portfólio pode ter.

Grandes crises financeiras, como a do *subprime* de 2008, mostraram que em situações de estresse essas métricas falham em fazer uma previsão acurada dos riscos causando grandes perdas inesperadas aos investidores. Um dos grandes temores dos investidores é cair numa situação em que uma queda acentuada no mercado obrigue o investidor a liquidar uma posição em uma condição desfavorável de mercado, gerando dessa forma uma perda, já que o investidor não consegue capturar a volta do mercado. Esse tipo de situação é bastante preocupante na indústria dos fundos de investimento, pois uma queda acentuada no valor de um fundo pode gerar saques desesperados dos cotistas, forçando o gestor do fundo a liquidar as posições num no momento desfavorável.

Uma perda relevante no valor de um ativo ou portfólio pode ser definida como um processo de *drawdown*. O *drawdown* nada mais é do que o retorno negativo observado entre um máximo local (pico) e o próximo mínimo local (vale); além disso muitos investidores podem estar interessados no *Maximum Drawdown* que é o valor máximo de um *drawdown* em um intervalo de tempo definido, basicamente, a perda máxima em determinado intervalo de tempo. Métricas de risco baseadas em *Maximum Drawdown* não são tão utilizadas e difundidas na indústria financeira como as métricas baseadas em retorno e também falham por despertar a atenção no ambiente acadêmico, principalmente para o mercado financeiro brasileiro em que poucos trabalhos são encontrados. Apesar dessa pouca difusão e utilização, esse trabalho busca apresentar vantagens dessas métricas e como utilizá-las para o mercado e ativos brasileiros.

Este trabalho busca apresentar e introduzir ao leitor algumas métricas de risco baseadas na distribuição de *Maximum Drawdown*, *Maximum Drawdown at risk* com simulação histórica, *Maximum Drawdown at risk* utilizando a teoria de valores extremos e *Conditional Expected Drawdown*, aplicar essas métricas a ativos do mercado brasileiro, verificar a acurácia dessas métricas através de procedimento de *backtest* e propor possíveis aplicações dessa métrica.

O presente trabalho está dividido em seis capítulos, incluindo esta introdução. O segundo capítulo apresenta uma revisão bibliográfica com os principais trabalhos e artigos que abordam as métricas baseadas em *Drawdown*. A seguir, no terceiro capítulo, é apresentada uma revisão teórica que contempla riscos financeiros, gerenciamento de risco de mercado, métricas de risco de mercado e *backtest*. O quarto capítulo apresenta a metodologia e os dados utilizados, como estimar as diferentes métricas de risco e como foi feito o *backtest* das métricas. No quinto capítulo estão os resultados obtidos, bem como uma discussão sobre os principais pontos observados. Por fim, o sexto capítulo apresenta uma conclusão sobre os principais resultados observados nesse trabalho e sugestões para futuros trabalhos.

## 2 Revisão da Literatura

Muitos estudos, trabalhos e pesquisas já abordaram medidas de risco e testes de estresse, bem como suas propriedades, aplicações e utilizações nos mais diferentes mercados e produtos financeiros. As métricas de risco mais utilizadas e difundidas no mercado financeiro são as métricas clássicas, baseadas em *Value At Risk* e *Expected Shortfall*.

Existem também alguns trabalhos que estudam outras métricas sobre *Drawdowns*, *Drawups*, *Maximum Drawdowns* e *Conditional Expected Drawdown*. Essas métricas são usualmente utilizadas na indústria de fundos de investimento e em *trading* de commodities. Porém, há poucos estudos para o mercado brasileiro. É este ponto que se pretende examinar neste trabalho.

O conceito de *Drawdown* vem sendo extensivamente estudado na literatura de teoria de probabilidade. O primeiro trabalho que se tem referência relacionada a *Drawdowns* remete a Taylor (1975) em que se estudou o problema de *Drawdowns* relacionados ao Movimento Browniano. Nesse trabalho foi estudado a probabilidade de ocorrer uma queda  $a$ , depois de um máximo, no preço de um ativo que segue o Movimento Browniano e foi feita uma extensa demonstração matemática referente a esse problema. A seguir, em 1977, foi feita uma generalização desse trabalho para processos de difusão homogêneos no tempo e em outros processos estocásticos por parte de Lehoczky (1977). Ambos os trabalhos foram pioneiros e possuíam um viés bastante matemático e probabilístico. Nessa época ainda não se viam possíveis aplicações no mercado financeiro.

Douady, Shiryaev e Yor (1998) estudaram em seu trabalho o conceito de *Drawfalls* no movimento Browniano Padrão, analisando suas distribuições de probabilidades e utilizando expansões em séries infinitas para obter as distribuições de probabilidade. Magdon-Ismail et al. (2004) estudaram o problema de *Drawdown* especificamente para o Movimento Browniano com drift e desenvolveram também uma representação por meio de séries infinitas da distribuição de probabilidades.

Esses trabalhos anteriores estavam interessados na probabilidade de *Drawdowns* para dadas magnitudes. Além disso Landriault, Li e Zhang (2014) decidiram estudar a frequência de *Drawdowns* após um primeiro *Drawdown*, aplicando o movimento browniano e também do ponto de vista de teoria da probabilidade.

O conceito de *Drawups*, que mede o maior ganho acumulado relativo a um mínimo, também vem sendo estudado em termos de probabilidade, inclusive sua relação com *Drawdowns*. O trabalho de Hadjiliadis e Vecer (2006) estudou a probabilidade de um *Drawdown* de  $a$  unidades preceder um *Drawups* de  $b$  unidades para o movimento browniano

padrão. Esse trabalho utilizou os resultados obtidos anteriormente por Taylor (1975) e Lehoczky (1977) e por fim faz uma discussão para situações em que  $a > b$ ,  $a = b$  e  $a < b$ .

Vecer, Hadjiliadis e Pospisil (2009) estudou *Drawdowns* e *Drawups* em um modelo geral de difusão, obteve-se uma fórmula para a probabilidade de um *Drawdown* de tamanho  $a$  preceder um *Drawup* de tamanho  $b$ . Os resultados obtidos foram aplicados a uma série de processos de difusão como Movimento Browniano com *drift*, processo de Ornstein–Uhlenbeck e processo de Cox–Ingersoll–Ross. Zhang e Hadjiliadis (2010) estudaram também a relação entre *Drawdowns* and *Drawups* para movimentos brownianos com *drift* e passeios aleatórios para intervalos de tempo finitos pré-determinados, apresentando, inclusive aplicações para finanças e gerenciamento de riscos.

A aplicação de *Drawdowns* para uma gestão ativa de portfólio recebeu bastante atenção em trabalhos de finanças e matemática financeira durante os anos. Zhou e Grossman (1993) estudaram um problema de alocação em ativos utilizando estratégias a fim de minimizar os possíveis *Drawdowns*, os autores conseguiram obter uma solução analítica exata que levou em conta o caso unidimensional. A seguir, Cvitanic e Karatzas (1995) analisaram o mesmo problema de alocação e obtiveram os resultados de forma simplificada além de estender os resultados para a alocação de um portfólio a fim de minimizar o risco de *Drawdown*.

Checkhlov, Uryasev e Zabarankin (2003) introduziram uma nova medida de risco chamada *Conditional Drawdown-at-risk* (CDaR) que considera para um dado intervalo de confiança a média da cauda da distribuição de *Drawdowns*, não apenas de *Maximum Drawdown*. A métrica de CDaR criada tem o *Maximum Drawdown* e o *Average Drawdown* como casos limites. A partir dessa métrica os autores solucionam um problema real de alocação de portfólio a fim de minimizar o risco medido por essas métricas, o caso estudado foi solucionado utilizando um problema de programação linear.

Carr, Hadjiliadis e Zhang (2011) desenvolveram toda a teoria para um contrato de seguro baseado em *Drawdown* que paga um valor fixo caso um ativo ultrapasse um valor de *Drawdown* fixo e previamente definido, além disso desenvolveram estratégias de *hedging* baseadas em derivativos, como opções com duas barreiras, para esse contrato. Além disso, considerando que opções com barreiras não são muito líquidas em todos os mercados, eles também analisaram possíveis *hedges* com opções com uma barreira e opções *vanilla* e verificaram sua eficiência.

Zabarankin, Uryasev e Pavlikov (2014) estudou as condições ótimas necessárias para um modelo CAPM baseado em *Drawdown* e CDaR, a partir disso foi possível obter *Drawdown Beta* e *Drawdown Alpha* análogos aos *alpha* e *beta* do modelo CAPM clássico que podem ser utilizados para comparar instrumentos financeiros e verificar a eficiência do *hedge* contra *Drawdowns*. Vecer e Pospisil (2010) definiram uma série de gregas e novos tipos de sensibilidades referentes ao *Maximum Drawdown*.

Do ponto de vista da formalização de medidas de risco, vale destacar o trabalho de Artzner et al. (1998) em que se define quatro propriedades necessárias para uma medida de risco ser considerada coerente. Os autores analisaram algumas medidas clássicas como VaR e *Expected Shortfall* para verificar se atendiam as propriedades desejadas ou não. Eles mostraram que o VaR falhava na propriedade de sub-aditividade, enquanto o *Expected Shortfall* atendia a todas as propriedades estipuladas. Acerbi e Tasche (2003) e Tasche (2002) fizeram uma extensa revisão sobre o *Expected Shortfall* e apresentaram essa métrica como uma alternativa ao VaR para gestão de riscos.

No contexto de medidas de risco, além da medida de CDaR apresentada anteriormente, Goldberg e Mahmoud (2016) e Goldberg e Mahmoud (2014) introduziram a medida de *Conditional Expected Drawdown* como uma medida de risco análoga ao *Expected Shortfall* que utiliza a média da cauda da distribuição de *Maximum Drawdown* ao invés da distribuição de retornos. Os autores também demonstraram que o *Conditional Expected Drawdown* é uma medida homogênea positiva de grau 1, o que permite a decomposição por fatores, e uma medida convexa e coerente, o que permite ser utilizada em otimização. Além disso os autores demonstraram aplicações práticas de métrica utilizando ativos do mercado americano como *US Bonds* e *US Equity*.

Localmente existem alguns trabalhos de Mendes e Leal (2004) que estudaram resultados empíricos e que mostraram que existe uma relação da volatilidade de um investimento e flutuações na severidade do *Maximum Drawdown*, valores extremos de *Maximum Drawdown* ocorrem em períodos de volatilidade estressada, além disso sugeriram aplicações para *Maximum Drawdown* e *Maximum Drawdown at Risk*. Mendes e Brandi (2004) em que utilizando a teoria de valores extremos, buscou-se estimar a severidade de *Maximum Drawdowns* e *Maximum Drawups* para pares de moedas internacionais contra o Real Brasileiro e comparando com a Teoria de Valores Extremos. Também vale destacar uma dissertação de mestrado de Coelho (2015) que buscou mensurar o *Maximum Drawdown at Risk* utilizando simulação de Monte Carlo.

Porém, tanto na indústria quanto no meio acadêmico as métricas baseadas em *Drawdown* ainda não são tão exploradas quanto as métricas mais tradicionais.

Este trabalho enseja aproveitar essa lacuna existente em trabalhos sobre *Drawdown* no ambiente brasileiro, apresentando diferentes métricas de risco baseadas em *Maximum Drawdown*. As métricas serão calculadas utilizando simulação histórica e uma aplicação de teoria de valores extremos. As métricas aqui calculadas serão aplicadas a ativos do mercado brasileiro a fim de servir como um *proxy* para os principais riscos do mercado local. Além disso, as métricas serão apresentadas como uma alternativa para criação de cenários de estresse e gestão de risco de mercado.

## 3 Revisão Teórica

Nesse capítulo será feita uma breve revisão teórica sobre as principais medidas e métricas de risco. Essas métricas de risco podem ser compreendidas como uma função que resulta em um nível de risco para um ativo ou portfólio através apenas de um número real. Dessa forma é possível avaliar comparações entre diferentes ativos ou portfólios a fim de determinar qual é mais ou o menos arriscado. Também será feita uma revisão dos principais tipos de riscos existentes nas operações financeiras.

### 3.1 Riscos Financeiros

No mercado financeiro o principal objetivo dos investidores é obter lucro através das suas operações financeiras. Ao fazer uma operação financeira as instituições financeiras buscam obter o maior retorno possível e por conseguinte o maior lucro, porém ao fazer uma operação no mercado financeiro não se sabe ao certo exatamente como o retorno esperado se comportará, em outras palavras, existe um risco em toda operação. Dessa forma os investidores precisam saber mensurar e limitar esse risco e na prática o que se busca é obter maiores retornos correndo menos riscos. Basicamente um risco financeiro pode ser entendido como uma probabilidade de perda financeira dentro de uma determinada operação. Os principais tipos de risco considerados pelo mercado financeiro são:

- Risco de Crédito
- Risco de Liquidez
- Risco Operacional
- Risco de mercado

#### 3.1.1 Risco de Crédito

Risco de crédito pode ser entendido como a possibilidade de ocorrências de perdas associadas à inabilidade ou descumprimento pelo tomador ou contraparte de suas respectivas obrigações financeiras nos termos pactuados, à desvalorização de contrato de crédito decorrente da deterioração na classificação de risco do tomador, à redução de ganhos ou remunerações, às vantagens concedidas na renegociação e aos custos de recuperação. Quanto maior o risco de crédito de uma operação, maior se espera que seja o retorno atrelado a essa mesma operação. Estão compreendidos na definição de Risco de Crédito: o risco de crédito da contraparte, o risco país, o risco de transferência, a possibilidade



de ocorrência de desembolsos para honrar avais, fianças, coobrigações, compromissos de crédito ou outras operações de natureza semelhante e também a possibilidade de perdas associadas ao não cumprimento de obrigações financeiras nos termos pactuados por parte intermediária ou conveniente de operações de crédito.

Um exemplo de operação em que se incorre risco de crédito seria uma instituição financeira oferecendo um empréstimo a uma empresa com uma taxa de juros fixa para um período pré-estabelecido, o risco nessa operação para o banco é ao término da operação a empresa não ter condição financeira para honrar o pagamento do empréstimo.

### 3.1.2 Risco de Liquidez

Risco de liquidez é a possibilidade de uma instituição financeira não ser capaz de honrar seus compromissos esperados e inesperados, sejam eles de curto, médio e longo prazo e os efeitos de insuficiência das fontes de recursos para cumprir suas obrigações imediatas. Também contempla a possibilidade de uma instituição não conseguir negociar um ativo ao preço justo de mercado devido ao tamanho do ativo comparado com o volume médio do mercado, falta de liquidez do mercado ou iliquidez do próprio ativo.

Um exemplo de risco de liquidez que um banco incorre é ter uma base de depósitos com liquidez diária e utilizar essa fonte de recursos para dar empréstimos de longo prazo, se ocorrer uma série de saques sucessivos da base de depósitos, o banco pode não ter liquidez suficiente para honrar todos os seus compromissos, já que seus empréstimos são de longo prazo. Esse tipo de situação é conhecida como descasamento de prazos.

### 3.1.3 Risco Operacional

Risco Operacional é a possibilidade de ocorrência de perdas resultantes de eventos externos ou de falhas, deficiência ou inadequação de processos internos, pessoas ou sistemas, incluindo o Risco Legal decorrente de perdas originadas da inadequação ou deficiência em contratos firmados pela empresa ou sanções decorrentes da desconformidade com leis, regulamentos, padrões éticos e obrigações contratuais em qualquer área de negócios.

Um exemplo de risco operacional seria uma tragédia, como um incêndio, atingir os escritórios de uma instituição financeira impossibilitando o ambiente de ser acessado, se a instituição não tiver um plano de contingência preparado, as operações estarão comprometidas e a instituição não conseguiria cumprir com todas suas obrigações.

### 3.1.4 Risco de Mercado

Risco de Mercado é o risco de que as mudanças nas condições de mercado possam afetar negativamente o valor de ativos ou passivos de uma empresa. O Risco de Mercado é composto de risco de preço e risco de taxa de juros:

- **Risco de Preço:** Risco para a condição financeira atual ou projetada, decorrentes de alterações no valor de carteiras de negociação ou de outras obrigações que são inseridas como parte da distribuição de risco. Essas carteiras normalmente estão sujeitas à movimentações diárias de preços e são analisadas principalmente em uma base de mark-to-market (marcação à mercado). Este risco ocorre mais significativamente frente às atividades de precificação de mercado e negociações, em taxas de juros, câmbio, ações e commodities.
- **Risco de Taxa de Juros:** Risco para a condição financeira atual ou projetada, decorrentes de movimentações nas taxas de juros. Resultados de risco de taxa de juros das diferenças entre o momento de alteração da taxa e o sincronismo dos fluxos de caixa (risco de repactuação). Alterações nas taxas de juros podem gerar rendimentos diferentes dentro de um espectro de vencimentos, ocasionando uma alteração nas projeções de receitas estimadas.

Um exemplo de risco de mercado seria um banco que capta dinheiro a uma taxa fixa e empresta a uma taxa flutuante, dessa forma se as taxas de juros subirem, o valor dos empréstimos acaba subindo e o banco tende a ter um resultado positivo, porém se o oposto ocorrer, o banco pode ter um resultado negativo devido a variação das taxas de juros. Outro exemplo seria um fundo de investimento fazendo um investimento em ações, se os preços das ações caírem, o valor do patrimônio do fundo deve cair também.

O risco de mercado é o principal tipo de risco que será estudado e discutido a seguir nesse trabalho.

## 3.2 Gerenciamento de Risco de Mercado

Como definido na seção 3.1.4 o risco de mercado pode ser entendido como o o risco de perdas decorrentes de movimentos adversos nos preços dos componentes de risco subjacentes às posições em carteira. Todo Risco de Mercado, seja ele oriundo de atividades de trading ou de qualquer outra área de negócios do banco, deve ser identificado, devidamente mensurado, monitorado e controlado com intuito de proteger a instituição de exposições indesejáveis. Para tal é necessária uma governança robusta sobre os processos de gerenciamento de risco de mercado, o gerenciamento de risco se refere à concepção e à implementação de procedimentos para o controles desses riscos inerentes.

Segundo a resolução 4557, do Banco Central do Brasil, as instituições financeiras autorizadas a operar devem ter uma estrutura de gerenciamento de riscos que deve ser capaz de monitorar, reportar, controlar e mitigar todos os riscos apresentados e discutidos anteriormente. Esse gerenciamento de riscos deve ser feito de forma integrada possibilitando

a identificação, a mensuração, a avaliação, o monitoramento, o reporte, o controle e a mitigação dos efeitos adversos resultantes das interações entre os riscos.

A estrutura de gerenciamento de riscos, incluindo risco de mercado deve conter:

- Políticas e estratégias para o gerenciamento de riscos, claramente documentadas, que estabeleçam limites e procedimentos destinados a manter a exposição aos riscos em conformidade com os níveis fixados na declaração de apetite de riscos
- Processos efetivos de rastreamento e reporte tempestivo de exceções às políticas de gerenciamento de riscos, aos limites e aos níveis de apetite por riscos fixados na declaração de apetite de riscos
- Sistemas, rotinas e procedimentos para o gerenciamento de riscos, além de avaliações periódicas desses itens
- Papéis e responsabilidades para fins do gerenciamento de riscos, claramente documentados, que estabeleçam atribuições ao pessoal da instituição em seus diversos níveis, incluindo os prestadores de serviços terceirizados
- Programa de teste de estresse
- Avaliação contínua da efetividade das estratégias de mitigação de riscos utilizadas, considerando, entre outros aspectos, os resultados dos testes de estresse
- Relatórios gerenciais tempestivos para a diretoria da instituição, o comitê de riscos, e o conselho de administração, quando existente.

O *front office* de uma instituição financeira é a primeira linha de defesa do banco no gerenciamento de risco de mercado, como tomadores de posições cabe a eles o gerenciamento primário do risco de mercado gerado pelos negócios da instituição. A área de Risco de mercado é a segunda linha de defesa da instituição, cabe a área de risco de mercado monitorar e controlar o risco de mercado tomado pelas áreas de negócio, algumas das principais atividades dessa área são definir limites, produzir relatórios com as métricas de risco como *Value at Risk* e testes de estresse e apresentar riscos a sensibilidades como as gregas.

As áreas de auditoria externa ou interna são conhecidas como a terceira linha de defesa da instituição e cabe a ela fazer o monitoramento independente das outras áreas a fim de verificar se todos os procedimentos estão sendo feitos em conformidade com as regulamentações vigentes e as políticas internas adotadas pela instituição. Cabe destacar que todas essas áreas devem ser independentes dentro da empresa. A figura 1 mostra como pode ser entendida essa divisão.

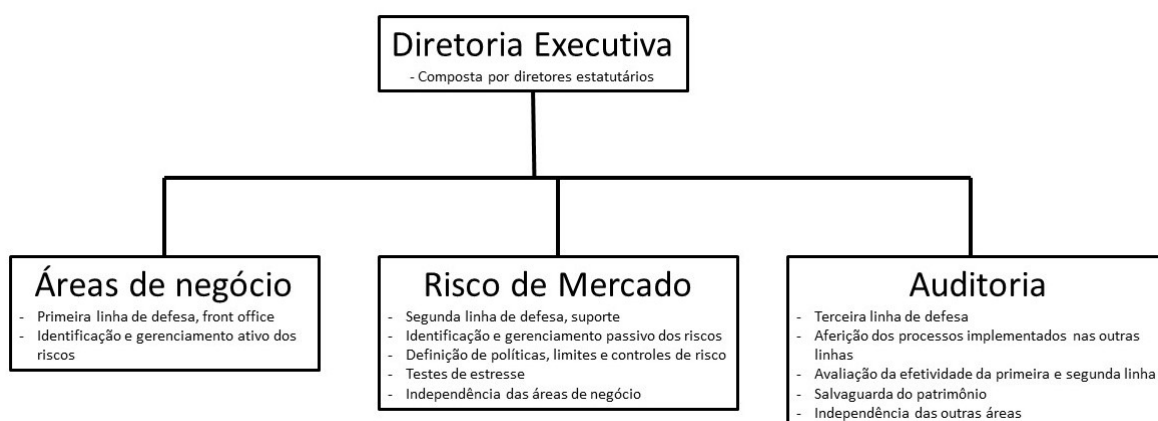


Figura 1 – Figura ilustrativa de como funciona o Gerenciamento de Riscos de uma instituição financeira

### 3.2.1 Limites de Risco de Mercado

Com o intuito de proteger o balanço das instituições financeiras e garantir que o banco não corra riscos não-aderentes a sua declaração de apetite de riscos, a área de risco de mercado define os limites destes riscos para as linhas de negócio.

Usualmente definem-se limites sobre *Value at Risk*, *Testes de Estresse* e métricas de sensibilidade como *Dv01*. Esses limites devem ser revisados periodicamente de acordo com as políticas da instituição e devem ser aprovados pelos comitês e fóruns competentes, seguindo a governança interna, dentro de cada instituição. As revisões devem levar em conta utilizações históricas, previsões da linha de negócio e outros fatores que possam causar uma variação relevante na utilização de limites, por exemplo fatores externos como eleições ou algum produto ou negócio novo a ser lançado pelas linhas de *front office*.

É importante ressaltar que as linhas de negócio devem conhecer e atentar-se aos limites e trabalhar para ficar abaixo dos limites, enquanto a área de risco de mercado deve monitorar e reportar as utilizações independentemente. Um excesso de limite normalmente deve ser reportado a alta diretoria com a respectiva justificativa, cada instituição financeira tem o seu procedimento em relação aos limites sendo que podem ocorrer até impactos na remuneração variável de operadores que excedam os limites com frequência.

### 3.2.2 Stop Loss

Muitos investidores tem interesse em limitar suas perdas em seus investimentos, para tal utilizam de estratégias de *Stop Loss*. A mais comum dessas estratégias é uma ordem de *Stop Loss*, nessa estratégia o investidor deixa uma ordem pronta para liquidar a posição de seu investimento quando o preço de seu ativo ultrapassar um valor pré-estabelecido. Fechando a posição, o investidor espera evitar futuras perdas maiores (LO; REMOROV, 2017).

Existem diferentes maneiras para o investidor determinar o seu *Stop Loss*, as regras podem ser feitas determinando uma perda percentual máxima no valor do portfólio, utilizando dados históricos para determinar perdas máximas e a partir de então delimitar um *Threshold*, comparar com o retorno de um investimento livre de risco e se o resultado for pior que um  $\alpha$  ordenar o *Stop Loss*, entre outras regras.

No ambiente de bancos podem existir limites de *Stop Loss*, estes podem ser aplicados sobre o PnL de determinada linha de negócio ou operador, ou seja, determina-se um valor máximo ao qual o PnL acumulado pode chegar e caso atinja esse PnL o operador é obrigado a encerrar as posições.

### 3.3 Métricas de Risco de Mercado

A seguir será feita uma descrição teórica das principais métricas de risco de mercado utilizadas e analisadas nesse trabalho.

#### 3.3.1 Value at Risk - VaR

O *Value at Risk*, VaR, é uma das métricas de risco mais famosas e amplamente difundida tanto no mercado financeiro quanto no ambiente acadêmico. Divulgado em 1994, o documento elaborado pelo banco J.P Morgan chamado *RiskMetrics* foi a primeira formulação teórica que surgiu sobre o VaR, nesse contexto que esse modelo se destacou e acabou sendo amplamente difundido e abraçado pelo mercado financeiro. Basicamente essa métrica se baseia no fato de que o retorno de um ativo em determinado intervalo de tempo não pode ser conhecido com antecedência, dessa forma se espera medir uma perda máxima a qual um ativo ou portfólio está exposto, o VaR surge como essa medida.

Uma das grandes vantagens apresentadas pelo VaR é que ele é capaz de agregar em apenas um número o risco de mercado total de uma carteira incluindo em seu cálculo todos os riscos da sua carteira, dessa forma é possível a integração e comparação de diversos ativos em diferentes mercados, proporcionando um controle global e passível ao estabelecimento de limites.

O VaR pressupõe que a carteira é "congelada" durante o horizonte de tempo especificado, ou de forma geral, que o perfil de risco permanece constante. Além disso o VaR pressupõe que a carteira será marcada a mercado ao final desse mesmo período (JORION, 2012). O VaR tem dois parâmetros básicos a serem escolhidos: (1) o nível de significância  $\alpha$  (ou nível de confiança  $1 - \alpha$ ); e (2) o horizonte de tempo  $h$  que normalmente é medido em dias úteis.

Muitas vezes o nível de significância do VaR pode ser determinado por agentes externos como os órgãos reguladores, por exemplo no acordo de Basiléia II determinou-se

que para bancos que utilizam o VaR a fim de calcular requerimentos de capital de risco de mercado devem ter nível de significância  $\alpha = 1\%$ . Na ausência de agentes externos para definir cabe a instituição financeira definir o valor dado o seu apetite por risco ou não.

O horizonte de tempo é o período em que se quer determinar a potencial perda. Esse horizonte pode depender muito da natureza dos ativos gerenciados pela instituição financeira bem como seu apetite de segurar ou não posições, podemos ter horizontes de 1 dia ou 10 dias por exemplo (ALEXANDER, 2008).

Segundo Jorion (2012) o VaR pode ser definido da seguinte forma: "*O VaR sintetiza a maior perda esperada dentro de determinado período de tempo e intervalo de confiança*", mais formalmente o VaR descreve o percentil da distribuição de retornos sobre um horizonte de tempo estipulado. Podemos dividir o cálculo de VaR em 5 etapas:

1. Marcar a posição a mercado, por exemplo 100 milhões de dólares
2. Medir os impactos nos fatores de risco, por exemplo 12% ao ano
3. Determinar o horizonte de tempo ou período de manutenção da carteira, por exemplo 10 dias
4. Determinar o nível de confiança desejado, por exemplo 99%
5. Calcular e reportar a pior perda esperada, por exemplo 7.2 milhões de dólares.

Matematicamente podemos definir o VaR da seguinte forma: sendo  $X$  uma variável aleatória, como por exemplo, o retorno de uma ação ou investimento, para um dado intervalo de confiança  $\alpha \in [0, 1]$  podemos definir (TASCHE, 2002):

$$Q_{\alpha}(X) = \inf \{x \in \mathbb{R} : \mathbb{P}[X \leq x] \geq \alpha\} \quad (3.1)$$

como sendo o  $\alpha$ -percentil da variável  $X$ , assim temos:

$$VaR_{\alpha}(X) = Q_{\alpha}(-X) \quad (3.2)$$

o *Value at Risk* (VaR) no nível de confiança  $\alpha$  da variável  $X$ .

Um exemplo de cálculo de VaR para uma instituição financeira seria um valor de 15 milhões de reais para 1 dia com grau de confiança de 99%, com esse exemplo poderíamos entender que essa instituição poderia perder no máximo 15 milhões de reais em um dia para 99% dos dias e apenas 1% dos dias se espera uma perda maior. A figura abaixo demonstra como é possível entender o VaR graficamente.

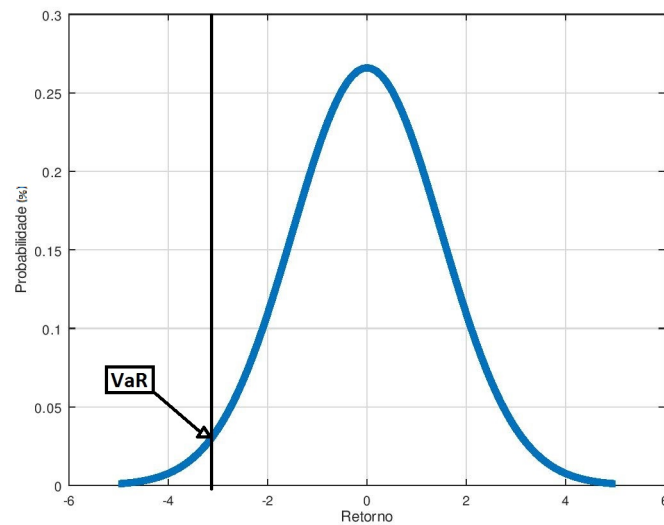


Figura 2 – Gráfico do VaR para uma distribuição normal

### 3.3.1.1 Paramétrico:

Um modelo de VaR paramétrico busca ajustar uma distribuição conhecida nos retornos passados dos ativos ou portfólios. Esse modelo leva em conta que a distribuição de resultados do portfólio analisado é uma função linear de seus fatores de risco ou ativos, então é importante considerar que não existam opcionalidades. A hipótese mais simples é que os retornos dos fatores de risco ou ativos são independentes e identicamente distribuídos com uma distribuição normal, a partir de então pode-se determinar que a sua distribuição conjunta é uma normal multivariada, dessa forma a matriz de covariância constante dos retornos é tudo que é requerido para capturar a dependência dos retornos entre os fatores de risco. A partir disso o VaR pode ser obtido por de uma simples multiplicação de matrizes (ALEXANDER, 2008).

A distribuição normal é a mais usual de ser utilizada, porém observa-se que ela subestima os efeitos das caudas pesadas, onde se analisa o VaR, assim podem-se utilizar outras distribuições e a alternativa mais comum é a distribuição *t-student* que tem mais pesos nas caudas. Além disso a análise pode ser feita combinando distribuições normais e *t-student*. Distribuições mais complicadas também podem ser utilizadas, mas normalmente elas não possuem solução analítica para o VaR então acabam sendo aplicadas no modelo de simulação de Monte Carlo que será apresentado mais a frente nesse trabalho. A figura 3 mostra a diferença no peso das caudas, mencionado anteriormente, entre a distribuição *t-student* e a distribuição normal.

No modelo paramétrico todas as dependências entre os fatores de risco estão representadas pela matriz de correlação que pode ser obtida utilizando dados históricos, além disso é necessário estimar a média e o desvio padrão dos retornos, para tal pode-se utilizar também os dados históricos de retornos dos respectivos ativos e fatores de risco.

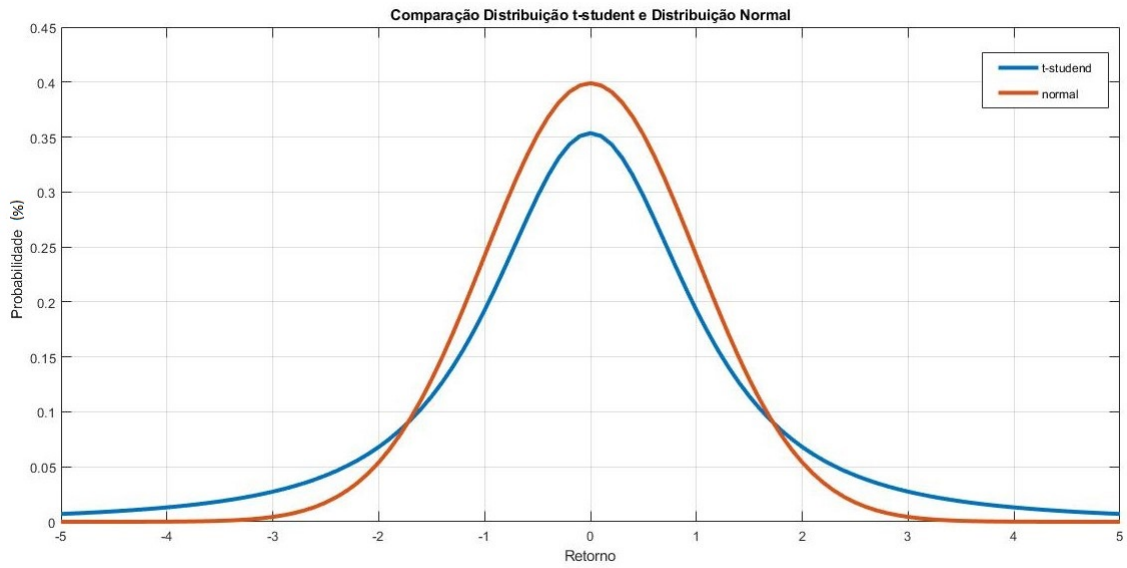


Figura 3 – Gráfico comparativo de uma distribuição normal com uma distribuição *t-student* com dois graus de liberdade

Como citado anteriormente é necessário estimar apenas os parâmetros da distribuição desejada, por exemplo a normal, a média  $\mu$  e a volatilidade  $\sigma$ . Estimados esses dois parâmetros o VaR para um dia pode ser calculado como:

$$VaR_{\alpha}(X) = \mu + Z_{\alpha}\sigma \quad (3.3)$$

Em que  $Z$  representa uma variável normal aleatória  $N(0,1)$  e  $Z_{\alpha}$  é tal que  $\mathbb{P}(Z \leq Z_{\alpha}) = \alpha$ , em que  $\alpha$  é o nível de confiança desejado. Utilizando dados históricos de retorno diário de 1 dia (desde 04/01/2000 até 08/22/2018) da taxa de câmbio USDBRL e assumindo uma distribuição normal de retornos é possível fazer uma estimativa do VaR paramétrico. Os parâmetros obtidos estão abaixo:

$$\mu = 0.02\%$$

$$\sigma = 1.05\%$$

A seguir é possível fazer o cálculo de VaR para três diferentes intervalos de confiança:  $\alpha = 1\%$ ,  $\alpha = 5\%$  e  $\alpha = 10\%$ . Os resultados obtidos estão abaixo:

$$Z(1\%) = -2.33 \rightarrow VaR_{1\%} = -2.42\%$$

$$Z(5\%) = -1.64 \rightarrow VaR_{5\%} = -1.70\%$$

$$Z(10\%) = -1.28 \rightarrow VaR_{10\%} = -1.32\%$$

Acima a discussão foi feita considerando o VaR para apenas um dia, porém pode ser do interesse calcular o VaR para 10 dias por exemplo, dessa forma uma pequena alteração



na equação (3.3). Sabe-se que a distribuição normal assume que os retornos diários são independentes e identicamente distribuídos, então:

- a média dos retornos de  $h$  dias é:  $\mu_h = h\mu_1$
- a variância dos retornos de  $h$  dias é:  $\sigma_h^2 = h\sigma_1^2$

Substituindo isso na equação (3.3).

$$VaR_\alpha^h(X) = h\mu + Z_\alpha\sigma\sqrt{h}$$

E assim conclui-se que quando os retornos são independentes e identicamente distribuídos e o retorno médio esperado é  $\mu_1 = 0$ .

$$VaR_\alpha^h(X) \approx \sqrt{h}VaR_\alpha^1(X)$$

Essa aproximação pode ser útil para calcular o VaR de alguns dias utilizando a informação do VaR de 1 dia, deve ser utilizada com cautela já que para períodos muito longos de tempo devem ocorrer alterações no perfil da carteira por exemplo.

Acima as equações apresentadas assumem a hipótese de que os retornos seguem distribuições normais, porém como discutido pode-se assumir que eles seguem uma distribuição *t-student*, dessa maneira assumindo que  $\tau(0, 1)$  é a distribuição *t-student* padrão temos que o VaR de 1 dia pode ser calculado por:

$$VaR_{alpha,v}^\tau = \sqrt{v^{-1}(v-2)}\tau_{alpha}\sigma + \mu \quad (3.4)$$

Em que  $\tau$  representa uma variável *t-student* aleatória  $\tau(0, 1)$ ,  $\alpha$  é o nível de confiança desejado e  $v$  é o número de graus de liberdade da distribuição. Analogamente pode-se estender esse resultado para  $h$  dias a partir da equação (3.4).

$$VaR_{h,alpha,v}^\tau = \sqrt{hv^{-1}(v-2)}\tau_{alpha}\sigma + h\mu$$

As duas distribuições apresentadas anteriormente são as mais utilizadas para o método de VaR paramétrico, a tabela 1 mostra a comparação entre um VaR da distribuição Normal e distribuição *t-student*, percebe-se que o VaR *t-student* é significativamente maior para o percentil de 0.1%, relativamente maior para o percentil de 1% e relativamente menor para o percentil de 10%. Como mostrado graficamente a distribuição *t-student* apresenta caudas mais pesadas que a distribuição normal, porém a medida que se afasta da cauda a distribuição normal passa a ter uma densidade maior. Assim pode-se concluir

Nível de Confiança	0.1%	1%	10%
<i>VaR T-student</i>	5.64%	2.94%	1.20%
<i>VaR Normal</i>	3.39%	2.55%	1.41%

Tabela 1 – Tabela comparativa dos valores de VaR das distribuições Paramétricas e *t-student*

que para níveis de significância mais alto a distribuição *t-student* apresenta uma métrica mais conservadora.

A discussão acima representa uma simples carteira com apenas um ativo, mas podemos ter uma carteira por exemplo com dois ativos: IBOVSPA e taxa de câmbio USDBRL, dessa forma o VaR da carteira poderia ser estendido e seria expresso da seguinte forma sendo que o VaR de cada componente foi calculado individualmente como apresentado anteriormente:

$$VaR = \sqrt{VaR_{Ibov}^2 + VaR_{BRL}^2 + 2 \times \rho_{ibov,brl} \times VaR_{Ibov} \times VaR_{BRL}} \quad (3.5)$$

em que  $\rho_{ibov,brl}$  é a correlação entre os ativos.

Utilizando a equação (3.5), é possível fazer uma extensão para uma carteira ou portfólio com N ativos e dessa forma obter o risco através do VaR para essa carteira. A seguinte equação pode ser utilizada para o cálculo de uma carteira com N ativos:

$$VaR = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N VaR_i \times VaR_j \times \rho_{i,j}} \quad (3.6)$$

Uma das grandes vantagens do modelo paramétrico é a simplicidade da implementação computacional já que envolve apenas multiplicações matriciais, além disso dados históricos estão disponíveis com facilidade para as instituições financeiras para se obterem os parâmetros de média, volatilidade e correlação históricas. Porém uma das críticas feitas a esse modelo é justamente a presença das caudas pesadas, o VaR está interessado em mensurar potenciais perdas e uma análise incorreta dos eventos extremos pode acabar causando perdas inesperadas, a distribuição *t-student* consegue mensurar melhor as caudas pesadas, se comparada com a distribuição normal, porém, mesmo assim, ela não é completamente perfeita.

Outro ponto a ser notado é que um portfólio de opções pode não ter seu risco capturado exatamente pela abordagem paramétrica, isso se deve ao fato de as opções não possuírem um *payoff* completamente linear.

Uma curiosidade interessante é que o VaR paramétrico é utilizado pelo Banco Central do Brasil em seu modelo padronizado de cálculo de capital de risco de mercado

para a parcela de juros préfixados em reais, a PJUR1. O próprio Banco Central divulga as volatilidades do fator de risco e os parâmetros para cálculo da matriz de correlação.

### 3.3.1.2 VaR Histórico:

O modelo de simulação histórica é um modelo bastante popular de cálculo de VaR pois esse não precisa nenhuma hipótese paramétrica sobre o comportamento dos fatores de risco, a única hipótese feita é que o comportamento futuro dos fatores de risco será similar ao seu próprio comportamento histórico. Além disso não são feitas hipóteses sobre correlações ou dependências entre os fatores de risco. As correlações e dependências entre os fatores de risco são obtidas diretamente das distribuições empíricas dos ativos. A distribuição empírica dos retornos pode ser construída mantendo o portfólio atual constante e simulando o que aconteceria com o portfólio se ocorressem os mesmos eventos presenciados no passado.

Para construir a distribuição de retornos é necessário utilizar uma série histórica de dados, quanto maior a série histórica, mais conservador será o cálculo. Quanto maior o horizonte de tempo considerado, maior será o VaR gerado da mesma forma. A partir da distribuição é possível calcular o VaR utilizando a equação (3.1) e a equação (3.2). O cálculo de VaR histórico pode ser dividido nas seguintes etapas:

- Obter um período de dados históricos suficientemente longo
- Simular os resultados empíricos utilizando o portfólio atual e os movimentos históricos
- Construir a distribuição empírica dos retornos
- Derivar o VaR para o nível de significância e horizonte de risco desejado.

Esse é um modelo bastante simples de ser compreendido e fácil de ser implementado do ponto de vista computacional. Utilizando dados históricos de retorno diário de 1 dia (desde 04/01/2000 até 08/22/2018) da taxa de câmbio USDBRL, é possível calcular o VaR histórico para diferentes intervalos de confiança:  $\alpha = 1\%$ ,  $\alpha = 5\%$  e  $\alpha = 10\%$ . Os resultados obtidos estão abaixo:

$$\alpha = 1\% \rightarrow VaR_{1\%} = -2.83\%$$

$$\alpha = 5\% \rightarrow VaR_{5\%} = -1.53\%$$

$$\alpha = 10\% \rightarrow VaR_{10\%} = -1.32\%$$

É também um método bastante simples de ser implementado do ponto de vista computacional caso os dados históricos já estejam coletados internamente, quanto maior

a carteira no número de ativos e fatores de risco mais completa a série histórica terá de ser. A simulação histórica anula a necessidade de estimar uma matriz de covariância, isso simplifica, e muito, o cálculo para carteiras com muitos ativos já que é necessário apenas uma série temporal do retorno agregado da carteira. O método também trata diretamente a escolha do horizonte temporal, os retornos podem ser diretamente calculados em intervalos que correspondem à extensão do horizonte. Para obtenção de um VaR mensal seria necessário calcular os retornos históricos mensais. Baseando-se em preços reais do mercado, esse método incorpora não-linearidades e distribuições não-normais de retornos, também é capaz de capturar risco de gama, vega e correlações sem depender de suposições prévias ou hipóteses específicas sobre estruturas estocásticas de Simulação de Monte Carlo. Por fim, esse método não está sujeito ao risco de modelo, é um método robusto, intuitivo e é o modelo mais utilizado para cálculo de VaR.

As principais desvantagens desse método são que ele assume que há um histórico suficiente na mudança de preços dos ativos, não contemplando novas mudanças. Necessidade de um grande histórico de dados para ter diferentes cenários, por exemplo 1000 simulações diárias necessitam 4 anos de histórico de dados e só dessa forma é possível obter percentis satisfatórios. Alguns ativos podem não ter série histórica relevante, por exemplo ações recém lançadas, dessa forma é necessário fazer um *proxy*. A hipótese que o passado representa o futuro, pode contar com janelas que omitem eventos relevantes ou pode conter eventos que são muito extremos para acontecer novamente. A janela pondera de forma igual os retornos, ou seja, um retorno de 3 anos atrás tem a mesma probabilidade de ocorrer que um retorno da semana passada, dessa forma o risco pode mudar sensivelmente se uma observação antiga sair da janela de estudo.

### 3.3.1.3 VaR por Simulação de Monte Carlo:

Métodos de simulação buscam aproximar o comportamento dos preços de ativos financeiros por meio de simulações de computador que geram um grande número de trajetórias aleatórias. O modelo de simulação de Monte Carlo busca fazer um número grande de simulações sobre os possíveis retornos dos ativos para um determinado horizonte de tempo. As simulações de Monte Carlo (SMC) cobrem grande quantidade de possíveis valores das variáveis financeiras e dão conta, por completo, das correlações. Em resumo o método é desenvolvido em duas fases. Na primeira, o gestor de risco determina um processo estocástico para as variáveis financeiras, bem como os parâmetros desse processo (parâmetros como volatilidade e correlação podem ser obtidos através de dados históricos). Na segunda parte são feitas simulações computacionais para as trajetórias fictícias de todas as variáveis de interesse. A partir dessas simulações a carteira é marcada a mercado e cada uma dessas "pseudo-realizações" é utilizada na geração da distribuição de retornos a fim de obter o VaR(JORION, 2012).

Esse método é semelhante ao de simulação histórica apresentado na seção 3.3.1.2, porém ao invés das mudanças hipotéticas nos preços serem obtidas pelos dados históricos, elas são obtidas por simulações aleatórias de um processo estocástico. O método de simulação de Monte Carlo é capaz de capturar diferentes riscos como risco de preço, risco de volatilidade e o risco oriundo de exposições não lineares. Além disso as simulações podem ser facilmente estendidas para horizontes de tempo mais longos, se necessário. Porém vale ressaltar que esse tipo de abordagem necessita um custo computacional muito maior que as abordagens anteriores.

A parte mais importante da simulação consiste em escolher um modelo estocástico específico para o comportamento dos preços. Um modelo bastante difundido e utilizado é o *Movimento Browniano Geométrico*. Esse modelo pressupõe que as inovações no preço de um ativo não são autocorrelacionadas e que pequenas oscilações nos preços podem ser descritas por:

$$dS_t = \mu_t S_t dt + \sigma_t S_t dz \quad (3.7)$$

em que  $dz$  é uma variável aleatória normalmente distribuída com média zero e variância  $dt$ . Essa variável é quem condiciona os choques aleatórios no preço e não depende de informações passadas. A variável é browniana, no sentido de que sua variância diminui continuamente com o intervalo de tempo, o que exclui saltos repentinos. O processo também é geométrico pois todos os parâmetros são multiplicados pelo preço atual  $S_t$ .

Os parâmetros  $\mu_t$  e  $\sigma_t$  representam o desvio e a volatilidade instantânea no momento  $t$ , porém usualmente para efeitos de simplificação se trabalha com esses parâmetros constantes [Jorion \(2012\)](#), se necessário é possível simular um modelo cuja variância se altera ao longo do tempo utilizando, por exemplo, um processo GARCH.

A partir da equação (3.7) pode-se obter a seguinte solução para simular as trajetórias de preço de uma variável de estudo.

$$S_t = S_0 e^{\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)dt + \sigma \epsilon_t \sqrt{dt}} \quad (3.8)$$

em que  $S_0$  é o preço inicial,  $r$  é a taxa de juros livre de risco,  $\sigma$  é a volatilidade do ativo e  $\epsilon_t$  é variável aleatório normal padrão.

Uma simulação hipotética foi feita considerando uma ação e simulando possíveis trajetórias para 10 dias úteis, o gráfico 4 contém 10.000 simulações utilizando o modelo proposto na equação (3.8), utilizando valores constantes para a volatilidade, o desvio padrão e a taxa de juros livre de risco. Também destacou-se os limites de percentil de 1% e 99% que poderiam ser utilizados para um cálculo de VaR.

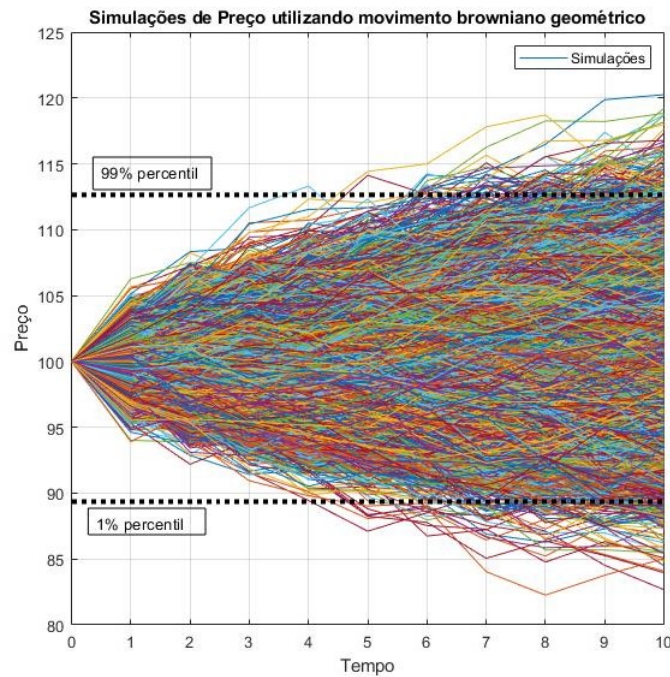


Figura 4 – Simulação hipotética para o preço de uma ação para o intervalo de 10 dias úteis

Além da simulação hipotética acima, utilizando o Movimento Browniano Geométrico foram feitas 15,000 simulações de possíveis trajetórias de preços da taxa de câmbio para 1 dia útil, após essas simulações os retornos obtidos pela simulação foram ordenados e então foi possível obter os percentis correspondentes ao VaR:

$$\alpha = 1\% \rightarrow VaR_{1\%} = -2.40\%$$

$$\alpha = 1\% \rightarrow VaR_{5\%} = -1.70\%$$

$$\alpha = 10\% \rightarrow VaR_{10\%} = -1.33\%$$

Toda a discussão apresentada anteriormente levou em conta apenas um ativo objeto isoladamente, porém nos mercados financeiros o principal interesse é calcular o risco de uma carteira que é composta por  $N$  ativos e fatores de risco, dessa forma a simulação de Monte Carlo pode ser feita independentemente para cada ativo e aplicada então na carteira, porém ao fazer isso pode-se estar superestimando o risco já que efeitos de hedge podem não ser considerados.

Para a simulação funcionar adequadamente para carteiras com vários ativos é necessário incluir a correlação entre os ativos, dessa forma a maneira mais usual de fazer isso é utilizando o método da fatoração de *Cholesky* que constrói uma matriz de correlações a serem usadas nas simulações.

A simulação de Monte Carlo é um método bastante poderoso para o cálculo de VaR, é um método que não se limita apenas a efeitos passados e pode considerar uma grande variedade de cenários possíveis para os retornos das carteiras analisadas. O método é capaz de capturar os riscos não-lineares, os riscos de volatilidade, riscos de modelo e até eventos extremos.

A grande desvantagem desse método é o elevado custo computacional, quanto maior a carteira a ser estudada mais complicado computacionalmente fica para fazer a análise. Por exemplo se fossem feitas mil simulações para uma carteira de mil ativos, o número total de cenários chegaria a um milhão. Além disso um grande investimento na infraestrutura de sistemas de profissionais é necessário. Outro fator de risco existente nessa abordagem é o risco de modelo, ao selecionar um modelo estocástico específico para os ativos e fatores de risco, podem ocorrer casos em que esses modelos não sejam completamente adequados podendo gerar uma medida de risco sub-estimada.

Na prática todos os modelos apresentados anteriormente são utilizados de alguma forma no mercado financeiro. Cabe ao gestor de risco conhecer a carteira em questão e a situação específica da empresa para analisar qual metodologia é a melhor para aplicar em cada caso.

Comparando os três exemplos que foram feitos e as metodologias apresentadas nas seções anteriores, percebe-se que eles não são exatamente iguais, mas apresentam valores próximos, conforme mostrado na tabela 2, isso era esperado já que considerou-se apenas um ativo isoladamente. A medida que portfólios maiores são analisados as vantagens e desvantagens de cada abordagem pode ser melhor estudadas.

Tabela 2 – Resultados de VaR das 3 metodologias para diferentes intervalos de confiança

<i>VaR vs IC</i>	Paramétrico	Histórico	Monte Carlo
1%	−2.42%	−2.83%	−2.40%
5%	−1.70%	−1.53%	−1.70%
10%	−1.32%	−1.32%	−1.33%

#### 3.3.1.4 Propriedades matemáticas do VaR:

Sendo uma métrica de risco bastante estudada e utilizada o VaR possui algumas propriedades matemáticas bastante interessantes as quais serão destacadas a seguir. Seja  $\alpha \in [0, 1]$  fixo o nível de confiança e  $(\Omega, \mathbb{F}, P)$  um espaço de probabilidade, de acordo com Tasche (2002). Considerando uma medida de risco  $\rho$  no conjunto  $V$  temos que:

$$\rho(X) = VaR_{\alpha}(X), X \in V \quad (3.9)$$

Então a medida de risco  $\rho(X)$  possui as seguintes propriedades:



- Monotonicidade:  $X, Y \in V \mid X \leq Y \rightarrow \rho(X) \leq \rho(Y)$
- Homogeneidade Positiva:  $X \in V, h > 0, h, X \in V \rightarrow \rho(hX) = h\rho(X)$
- Invariância de Translação:  $X \in V, a \in \mathbb{R}, X + a \in V \rightarrow \rho(X + a) = \rho(X) - a$
- Invariância:  $X, Y \in V, \mathbb{P}[X \leq t] = \mathbb{P}[Y \leq t] \quad \forall t \in \mathbb{R} \rightarrow \rho(X) = \rho(Y)$

Uma outra propriedade muito importante das métricas de risco é a subaditividade, Artzner et al. (1998) definiram um conjunto de medidas coerentes de risco que obedecem quatro propriedades: Monotonicidade, invariância de translação, homogeneidade e subaditividade. Como é possível ver o VaR obedece três dessas quatro propriedades porém falha na propriedade da subaditividade. A propriedade da subaditividade é a seguinte:

- Subaditividade:  $X, Y \in V \mid \rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$

Essa propriedade na prática mostra que a diversificação reduz os riscos, ou seja o risco de um portfólio é numericamente menor que a soma dos riscos de seus componentes individualmente. Sabe-se que em geral o VaR não é subaditivo e contra-exemplos podem ser fornecidos utilizando um portfólio de opções digitais, porém também já foi mostrado que o VaR é subaditivo em um mundo gaussiano e em alguns outros casos especiais.

### 3.3.2 Expected Shortfall

O *Expected Shortfall* é uma métrica coerente de risco baseada no valor esperado da cauda da distribuição de retornos acima de um dado intervalo de confiança. Com essa métrica se pretende avaliar os casos extremos da cauda de distribuição, essa métrica também é conhecida como *Conditional Value at Risk* (CVaR). O *Expected Shortfall* é uma métrica mais informativa que o VaR, já que o VaR não mede a magnitude das perdas excepcionais. O VaR fornece um valor razoável de perda que não será excedida, mas não informa nada como será a perda caso esse valor seja ultrapassado. Dessa forma, o *Expected Shortfall* mostra o quanto se espera perder uma vez que o valor do VaR seja ultrapassado, claramente o *Expected Shortfall* é uma métrica de risco mais conservadora e mais completa que o VaR (ALEXANDER, 2008).

Conforme definido e apresentado em Tasche (2002) o *Expected Shortfall* pode ser definido formalmente da seguinte maneira, seja  $X$  uma variável aleatória, os retornos de uma ação, em dado intervalo de tempo ( $T$ ), e seja  $\alpha \in [0, 1]$  fixo o nível de confiança, utilizando a definição de VaR da seção 3.3.1, então o *Expected Shortfall* é descrito por:

$$ES_{\alpha}(X) = -E(X \mid X < VaR_{\alpha}(X)) \quad (3.10)$$



A partir da equação (3.10) podemos estender o resultado para uma abordagem contínua que pode ser aplicada se existe uma função densidade de probabilidade para o VaR.

$$ES_{\alpha}(X) = \frac{1}{1-\alpha} \int_{\alpha}^1 VaR_u(X) du \quad (3.11)$$

Analogamente ao que foi feito com o VaR na seção 3.3.1, podemos analisar o *Expected Shortfall* graficamente, a diferença entre eles pode ser vista na figura 5 a seguir.

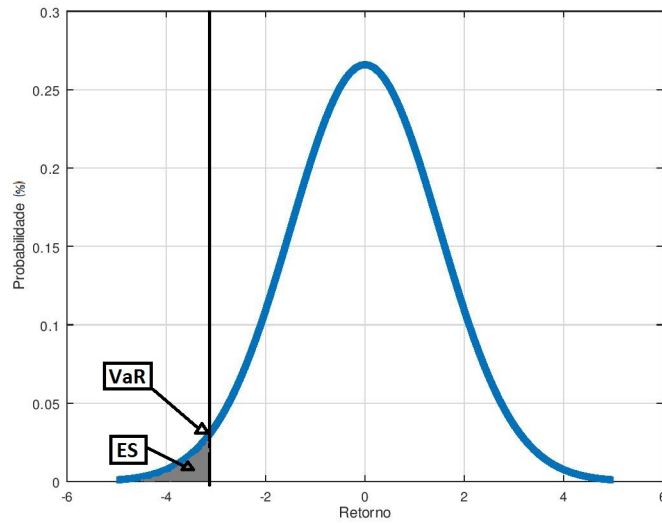


Figura 5 – Gráfico do VaR x ES para uma distribuição normal

Vale também destacar que o *Expected Shortfall* atende todas as propriedades apresentadas em Artzner et al. (1998) para ser uma medida de risco coerente, inclusive a propriedade da subaditividade onde falha o *Value at risk*. Sendo uma medida coerente de risco ela se mostra melhor para alocação de capital econômico e regulatório. Outra vantagem do *Expected Shortfall* é que ele contém informação sobre a cauda da distribuição, considerando dessa forma os eventos extremos que podem estar acima do intervalo de confiança, ao passo que o VaR simplesmente ignora esses valores acima do nível determinado.

### 3.3.3 Testes de Estresse

Segundo Jorion (2012) o objetivo de medidas de risco como o VaR é quantificar perdas potenciais em condições normais de mercado. Em princípio um aumento no nível de confiança  $\alpha$  selecionado deve levar a valores de perdas progressivamente maiores, porém improváveis. Os modelos de VaR podem falhar na identificação de situações extremas e incomuns que podem causar perdas severas. É por isso que esses métodos devem ser

complementados com testes de estresse periódicos. A exigência de testes de estresse é feita pelos órgãos reguladores ao redor do mundo.

Os testes de estresse podem ser descritos como um processo que visa identificar, analisar, mensurar e gerenciar situações que podem causar perdas extraordinárias. Isso pode ser efetuado com um conjunto de ferramentas que incluem (1) análise de cenários; (2) simulações de condições anormais para modelos, volatilidades e correlações; e (3) políticas de contingência.

A análise de cenários consiste na avaliação da carteira atual sobre diferentes estados da natureza. Geralmente os testes envolvem amplos movimentos de variáveis-chave, o que gera a necessidade de usar métodos de avaliação plena. As primeiras aplicações de testes de estresse consistiam em alterar significativamente algumas variáveis-chave em sequência, porém nesse caso se ignoravam correlações. Existem dois tipos principais de cenários de estresse aplicados pelo mercado:

- **Cenários Históricos:** Esse tipo de cenário consiste em repetir movimentos observados em eventos passados significativos como por exemplo *Crash* das bolsas em 1987, crise de crédito da Rússia em 1998, ou crise bancária de 2008. Essa abordagem consiste em aplicar os choques observados nos eventos históricos a carteira atual. Um ponto importante é que essa abordagem considera as correlações do mercado durante o evento, porém está limitada apenas a eventos que ocorreram no passado.
- **Cenários Hipotéticos:** Esse cenário pode conter qualquer movimentação nos fatores de risco sem que tenha necessariamente um precedente histórico. Podem ser indicados por órgãos reguladores ou definidos internamente pelas áreas de risco, também podem ser feitos tempestivamente a fim de prever eventos incomuns como eleições. Um exemplo de cenário hipotético foi fornecido pelo *Derivatives Policy Group* em 1995:
  1. Choque paralelo na curva base de juros de +100 bps ou -100 bps
  2. Choque na inclinação na curva base de juros +25 bps ou -25 bps
  3. Combinar as mudanças acima, gerando 4 cenários possíveis
  4. Choque nas volatilidades implícitas de +20% ou -20%
  5. Choque nos índices de ações de +10% ou -10%
  6. Choque nas moedas fortes de +6% ou -6%
  7. Choque nas moedas emergentes de +20% ou -20%

Cenários hipotéticos como o apresentado acima podem ser aplicados individualmente ou simultaneamente dependendo da característica da carteira em questão; se aplicado simultaneamente o estresse pode ou não considerar correlação entre os ativos. Além disso

o gestor de risco pode considerar que um movimento simultâneo de 20% no câmbio e 10% no índice de ações é tão improvável que pode ser descartado ou substituído para um movimento mais aderente ao mercado ou tipo de ativo e portfólio considerado. Vale ressaltar que a realização de testes de estresse periódicos é um requisito do Banco Central do Brasil às instituições autorizadas a operar no país

### 3.3.4 Drawdown

O conceito de drawdown pode ser utilizado para expressar uma perda relevante no valor de um ativo, investimento ou portfólio. Consideramos o drawdown como sendo o retorno negativo observado entre um máximo local (pico) e o próximo mínimo local (vale), os investidores podem estar muito interessados nessa métrica a fim de minimizar o risco de variações negativas significativas. Matematicamente podemos definir da seguinte forma:

Para um horizonte de tempo fixo  $T \in [0, \infty]$ , o processo de drawdown  $D^X := \{D_t^{(X)}\}_{t \in [0, T]}$  correspondente a um processo estocástico  $X \in R^\infty$  é definido por:

$$D_t^{(X)} = M_t^{(X)} - X_t \quad (3.12)$$

Onde

$$M_t^{(X)} = \sup_{u \rightarrow u \in [0, t]} X_u \quad (3.13)$$

é o maximo local de  $X$  até o tempo  $t$ .

#### 3.3.4.1 Maximum Drawdown

Para um horizonte de tempo fixo  $T \in [0, \infty]$ , o máximo drawdown para um processo estocástico  $X \in R^\infty$  é definido como a máxima queda de um pico a um vale de  $X$  no intervalo  $[0, T]$ , e portanto o maior de todos os drawdowns  $D_t^{(X)}$ :

$$\mu(X) = \sup \{D_t^{(X)}\} \rightarrow t \in [0, T] \quad (3.14)$$

Analogamente, é possível definir o *Maximum Drawdown* como sendo a variável aleatória sobre o processo estocástico  $X$ :

$$\mu(X) = \sup_{t \in [0, T]} \sup_{s \in [t, T]} \{X_s - X_t\} \quad (3.15)$$

Na prática ocorre apenas um Maximum Drawdown em um determinado caminho; porém o objeto de estudo mais interessante é a distribuição de Maximum Drawdown. A

partir da distribuição se podem tirar conclusões interessantes e relevantes sobre o tamanho e sensibilidade dessa métrica sobre determinado portfólio, investimento ou ativo financeiro.

Uma característica muito importante do Drawdown é que ele é uma medida dependente do caminho, dessa forma, ao contrário do VaR, ela não está interessada apenas no ponto inicial e final, mas sim no que acontece durante toda a trajetória do ativo objeto, ou seja em um intervalo de 10 dias o retorno observado pode ser muito baixo mas ter um drawdown bastante relevante. A figura 6 permite visualizar graficamente o que é o *Maximum Drawdown*.



Figura 6 – Simulação hipotética de um ativo em um intervalo de tempo finito. Um grande drawdown pode forçar a liquidação da posição no menor preço do ativo fazendo com que a recuperação não seja capturada

Utilizando simulações de Monte Carlo, Burghardt, Duncan e Liu (2003) mostraram que a distribuição de *Maximum Drawdown* é sensível à alguns fatores:

- tamanho da amostra utilizada, ou seja, amostras maiores geram distribuições deslocadas para a direita.
- retorno médio, ou seja, amostras com maiores retornos médios tendem a ter distribuições com menores valores de *Maximum Drawdown*
- volatilidade dos retornos, ou seja, volatilidades maiores aumentam a probabilidade de maiores drawdowns
- frequência dos dados, ou seja, dados com pouca frequência como semanal ou mensal tendem a ignorar a informação contida internamente.

### 3.3.4.2 Maximum Drawdown at risk

Pode-se definir uma métrica chamada *Maximum Drawdown at Risk* (MDaR), análoga ao *Value at Risk* (VaR) (seção 3.3.1), que utiliza a distribuição de Maximum Drawdown ao invés da distribuição de retornos. Analogamente ao VaR (seção 3.3.1), define-se o MDaR para um dado intervalo de confiança  $\alpha \in [0, 1]$  como sendo um percentil da distribuição de *Maximum Drawdown*:

$$MDaR_\alpha(\mu(X)) = \inf \{m \mid \mathbb{P}(\mu(X)) > m\} \leq 1 - \alpha \} \quad (3.16)$$

Assim, o MDaR representa o menor valor de *Maximum Drawdown*, tal que a probabilidade de que um *Maximum Drawdown*  $\mu(X)$  seja maior que  $m$  seja no máximo  $(1 - \alpha)$ . Por exemplo, o MDaR com 99% de intervalo de confiança é o o menor valor  $m$  tal que 1% dos valores da distribuição de *Maximum Drawdown* seja maior que  $m$ . Pode-se comparar essa métrica com a métrica de VaR apresentada na seção 3.3.1, enquanto o VaR representa o retorno comparando o início ao fim do período; o MDaR representa a perda máxima considerando o caminho. A figura 7 representa a distribuição empírica de *Maximum Drawdown* para o IBOVESPA com *holding period* de 15 dias e dados desde Jan200 até Ago2018, destacando o *Maximum Drawdown at Risk*.

Para um intervalo de 15 dias o Var considera o retorno do ativo comparando o último ao primeiro dia, ao passo que a maior perda poderia estar entre o quinto e o décimo dia; essa perda seria mostrada no MDaR. Dessa forma o MDaR é uma medida mais conservadora de risco e se assemelha a um teste de estresse, vale ressaltar que para períodos curtos de tempo o MDaR tende a se aproximar do VaR.

### 3.3.4.3 Conditional Expected Drawdown

A métrica *Conditional Expected Drawdown* (CED) proposta por Goldberg e Mahmoud (2014) representa a média da cauda de distribuição de *Maximum Drawdown* excedendo um determinado nível de confiança  $\alpha$ . Dessa forma conclui-se que o CED é uma métrica análoga ao Expected Shortfall, ambas são baseadas na média da cauda da distribuição, dos retornos e dos *Maximum Drawdowns* respectivamente. Na equação (3.16) foi definido o MDaR (subseção 3.3.4.2) e agora será definido matematicamente o CED. A figura 7 representa a distribuição empírica de *Maximum Drawdown* para o IBOVESPA com *holding period* de 15 dias e dados desde Jan200 até Ago2018, destacando o *Conditional Expected Drawdown*.

Dado um intervalo de confiança  $\alpha \in [0, 1]$  o *Conditional Expected Drawdown* definido por  $CED_\alpha : \mathbb{R}^\infty \rightarrow \mathbb{R}$  é a função que calcula a esperança condicional da cauda da

distribuição de *Maximum Drawdown*, formalmente podemos definir da seguinte forma:

$$CED_{\alpha}(X) = \frac{1}{1-\alpha} \int_{\alpha}^1 MDaR_k(\mu(X)) dk \quad (3.17)$$

Além disso se a distribuição de  $\mu(X)$  é contínua podemos escrever o CED como:

$$CED_{\alpha}(X) = \mathbb{E}(\mu(X) \mid \mu(X) > MDaR_{\alpha}(\mu(X))) \quad (3.18)$$

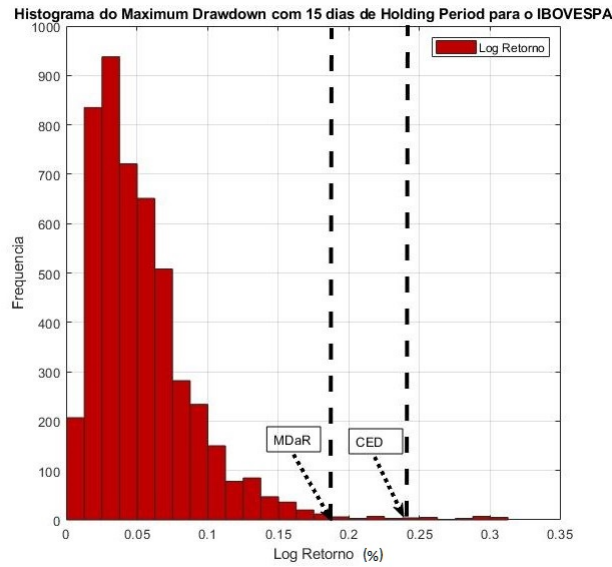


Figura 7 – Distribuição Empírica do Maximum Drawdown do IBOVESPA para o período de 15 dias entre jan2010 e ago2018

#### 3.3.4.3.1 Propriedades matemáticas do Conditional Expected Drawdown:

Artzner et al. (1998) definiram uma série de propriedades que as medidas de risco deveriam atender para serem coerentes e consideradas boas medidas de risco. Goldberg e Mahmoud (2016) fizeram uma série de demonstrações matemáticas para mostrar que o *Conditional Expected Drawdown* atende as propriedades abaixo, além disso os autores definem o CED como uma *medida de desvio generalizada* de acordo com Rockafellar, Zabarankin e Uryasev (2002). Algumas das propriedades mais importantes do CED que podem ser destacadas são:

- Monotonicidade:  $X, Y \in V \mid X \leq Y \rightarrow \rho(X) \leq \rho(Y)$
- Invariância de Translação:  $X \in V, a \in \mathbb{R}, X + a \in V \rightarrow \rho(X + a) = \rho(X) - a$
- Homogeneidade Positiva:  $X \in V, h > 0, hX \in V \rightarrow \rho(hX) = h\rho(X)$
- Convexidade:  $\forall X, Y \in V, \lambda \in [0, 1] \rightarrow \rho(\lambda X + (1 - \lambda)Y) \leq \lambda\rho(X) + (1 - \lambda)\rho(Y)$

### 3.3.4.3.2 Decomposição *Conditional Expected Drawdown* por fator de risco

Após todo o formalismo matemático apresentado anteriormente, é possível analisar como o *Conditional Expected Drawdown* pode ser aplicado no mundo de investimentos de gestão de portfólios. Imaginando um portfólio com vários ativos, investidores podem querer saber qual parte do seu portfólio traz mais risco ou não. É muito importante conseguir atribuir o risco individualmente para os ativos e posições que estão dentro de um portfólio.

A propriedade da convexidade acima mostra que o risco de um portfólio é menor que a soma dos seus riscos individuais e que a diversificação é capturada pela métrica. Então podemos calcular a contribuição marginal ao risco que pode ser entendida como a contribuição percentual ao risco de uma posição referente ao risco do portfólio. Matematicamente podemos definir essa contribuição da seguinte forma:

$$P = \sum_{i=1}^N w_i F_i \quad (3.19)$$

em que  $w_i$  é a exposição do portfólio ao fator de risco  $i$ .

Para uma métrica de risco  $\rho$  a contribuição marginal de um fator de risco  $k$ , é aproximadamente, a variação causada no risco total do portfólio, aumentando a participação nesse fator de risco  $k$  por um valor pequeno e mantendo todas as outras exposições constante. Matematicamente podemos definir da seguinte forma.

Sendo  $F_i$  um fator de risco de um portfólio  $P = \sum_{i=1}^N w_i F_i$ , então sua contribuição marginal ao risco  $MRC_i$  pode ser definida como:

$$MRC_i^\rho(P) = \frac{\partial \rho(P)}{\partial w_i} \quad (3.20)$$

Se  $\rho$  é uma medida homogênea de grau um o risco do portfólio pode ser decomposto utilizando o teorema de Euler da seguinte forma:

$$\sum_i^N w_i MRC_i^\rho(P) = \sum_i^N RC_i^\rho(P) = \rho(P) \quad (3.21)$$

Finalmente podemos calcular a contribuição fracional ao risco que é dada por:

$$FRC_i^\rho(P) = \frac{RC_i^\rho(P)}{\rho(P)} \quad (3.22)$$

## 3.3.5 Teoria de Valores Extremos

A teoria dos valores extremos (TVE) é um ramo da probabilidade que já vem sendo estudado por um tempo relativamente longo com diferentes áreas e aplicações, inclusive

finanças. Para o caso univariado, os primeiros resultados importantes foram obtidos em 1929 por Fisher e Tippert. A grande aceitação das técnicas denominadas sob a teoria de valores extremos se deve à habilidade de quantificar as probabilidades de ocorrência de eventos raros, ou mesmo nunca antes observados, de um processo.

A TVE é um ramo da probabilidade que estuda o comportamento estocástico de eventos extremos associados a um conjunto de variáveis aleatórias com uma distribuição comum  $F$ . Esses extremos podem incluir o máximo e o mínimo de uma distribuição, estatísticas de ordem extremas e excessos acima de *thresholds* altos. A TVE restringe a atenção as caudas da distribuição e para tal utiliza diversos modelos estatísticos.

As primeiras aplicações de TVE foram feitas para eventos meteorológicos, envolvendo precipitações máximas e índices de inundações nos Estados Unidos. A partir de então várias outras aplicações foram desenvolvidas nos mais diversos ramos como meteorologia, poluição atmosférica, correntes oceânicas, finanças, engenharia e problemas atuariais.

A gestão de riscos no mercado financeiro envolve modelagens que contam com distribuições de caudas pesadas, com mudanças de regime, com correlações complexas, entre outros efeitos que trazem complexidade a análise. Dessa forma, o uso de simplificações, tais como de que o retorno de uma ação seguem uma distribuição normal, não é mais aceitável. Uma análise bem criteriosa deve ser feita na modelagem das caudas de distribuição, já que em situações de crise se espera a ocorrência desses eventos extremos.

Os gestores de risco tem como principal preocupação eventos que possam ocorrer com baixa probabilidade mas com impactos financeiros significativos para suas instituições e seus clientes. Os modelos tradicionais e mais simples de medidas de risco se baseiam geralmente na distribuição normal, esses modelos acabam por ignorar os eventos extremos uma vez que como discutimos anteriormente a distribuição normal subestima as perdas. Outro fato interessante é que dada a baixa ocorrência de eventos extremos, a estimação de sua probabilidade é bastante complicada já que não existem muitos dados históricos com o que se basear. A TVE surge como um conjunto de técnicas bem fundamentadas e destinadas a resolver esses problemas (MENDES, 2004).

Quando olhamos para o risco de mercado normalmente estamos interessados na distribuição dos retornos de determinado ativo, portfólio ou carteira de investimentos e uma das métricas mais utilizadas é o VaR com intervalo de confiança *alpha* que mede um valor ao risco tal que  $\alpha\%$  das vezes se espera um valor de retorno menor que o obtido pelo VaR, mas a pergunta que fica é: e para os valores maiores de *alpha* o que acontece?

Por exemplo: se tivermos um VaR (*alpha* = 95%) de 5%, esperamos que em 95% dos casos o retorno seja menor que 5%, porém não temos nenhuma informação para os maiores 5% e a cauda da distribuição onde podemos ter retornos de 10%, 15% ou 20%. Esse tipo de lacuna que a teoria de valores extremos tenta cobrir utilizando modelos



matemáticos para obter informações de eventos extremos. A grande vantagem da teoria de valores extremos para mensuração de risco consiste no fato de que a TVE admite a existência de características encontradas nos extremos amostrais que nem sempre estão totalmente relacionadas com o centro da distribuição (GENARIO, 2004).

Os modelos de valores extremos mais modernos são os modelos do tipo *peaks-over-threshold* (POT) que estão interessados nos eventos acima de um determinado intervalo de confiança. Existem duas divisões desses modelos: i) modelos semi-paramétricos baseados no estimador de Hill e ii) modelos paramétricos baseados na distribuição de pareto generalizada (GPD).

Na gestão de riscos os modelos mais utilizados são os modelos paramétricos já que muitas vezes as hipóteses da distribuição Normal são muito estreitas para considerar eventos extremos. Uma vez que a Teoria dos Valores Extremos não postula simetria na distribuição, a modelagem de cada cauda deve ser feita independentemente.

O teorema central de TVE é o teorema de *Fisher-Tippet*, que fornece o resultado de convergência fraca para o máximo centrado e normalizado. É sabido que para um  $n$  grande a distribuição dos máximos  $M_n$  de uma variável aleatória converge, esse fato não traz muita informação isoladamente, porém ajuda a obter a magnitude do máximo pelo teorema a seguir.

**Teorema:** Seja  $(X_n)$  uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídos. Se existirem sequências de constantes normalizadoras  $c_n > 0$  e  $d_n \in \mathbb{R}$  e uma distribuição não degenerada  $H$  tal que:

$$\frac{M_n - d_n}{c_n} \xrightarrow{d} H \quad (3.23)$$

onde  $\xrightarrow{d}$  representa uma convergência em distribuição, então  $H$  é de um dos tipos *Gumbel*, *Fréchet* e *Weibull*.

As funções  $H$  são uma família de funções que vêm da Distribuição Generalizada de Eventos Extremos (GEV) que é muito utilizada para a modelagem das caudas de distribuição. Essa família de funções pode ser utilizada quando se usa uma abordagem que utiliza os resultados das distribuições-limite das estatísticas de ordem. A GEV pode ser representada da seguinte forma:

$$H_\xi(x) = \begin{cases} \exp\{-(1 + \xi x)^{1/\xi}\} & , \xi \neq 0 \\ \exp\{-\exp\{x\}\} & , \xi = 0 \end{cases} \quad (3.24)$$

Dessa forma existem três casos específicos que podem ser obtidos apenas determinando-se o parâmetro  $\xi$ .

- se  $\xi > 0$  a GEV corresponde a distribuição de *Fréchet*  $\phi$
- se  $\xi = 0$  a GEV corresponde a distribuição de *Gumbel*  $\Lambda$
- se  $\xi < 0$  a GEV corresponde a distribuição de *Weibull*  $\psi$

A figura 8 representa graficamente as três distribuições que podem ser obtidas a partir da GEV.

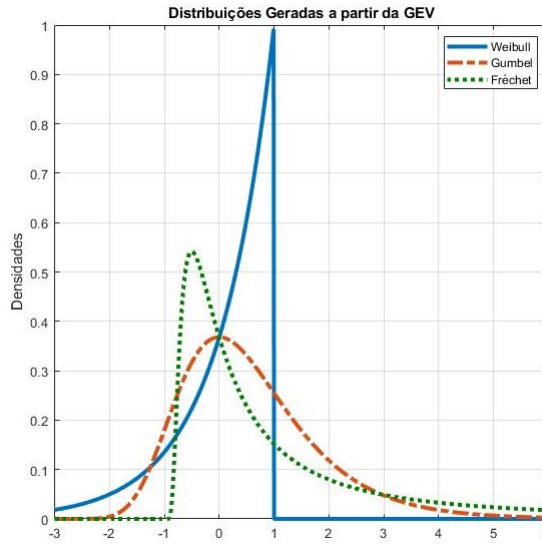


Figura 8 – Distribuições obtidas a partir da GEV, para *Fréchet* e *Weibull* foi utilizado  $\xi = 1$

Ao utilizar a abordagem de *Peak Over Threshold*, surge a necessidade de adotar uma nova distribuição de probabilidade a fim de modelar os eventos acima de determinado limiar. A distribuição de Pareto generalizada (GPD) é a família de distribuição utilizada nesses casos, esse tipo de distribuição depende apenas de dois parâmetros e pode ser escrita como:

$$G_{\xi,\beta} = \begin{cases} 1 - (1 + \xi x/\beta)^{-1/\xi} & , \xi \neq 0 \\ 1 - \exp(-x/\beta) & , \xi = 0 \end{cases} \quad (3.25)$$

em que  $\beta > 0$ ,  $x > 0$  quando  $\xi \geq 0$  e  $0 \leq x \leq -\beta/\xi$  quando  $\xi < 0$

O parâmetro  $\xi$  é quem dá o *shape* da distribuição, se  $\xi > 0$  então  $G_{\xi,\beta}$  é uma versão reparametrizada da distribuição de Pareto, se  $\xi = 0$  então é uma distribuição exponencial e se  $\xi < 0$  então é uma distribuição de Pareto do tipo 2. O caso mais relevante para gerenciamento de risco de mercado é o primeiro caso, pois quando  $\xi > 0$  temos caudas pesadas, enquanto uma distribuição normal tem os momentos de todas as ordens uma distribuição de caudas pesadas podem não existir todos os momentos.

Existem varias maneiras de estimar os parâmetros  $\beta$  e  $\xi$ , como por exemplo máxima verossimilhança, após estimar os parâmetros é necessário construir a distribuição e então calcular as métricas de risco como VaR considerando essas novas distribuições. Dessa forma a distribuição incorpora eventos extremos e possui uma visão de risco mais conservadora.

### 3.4 Backtest

A avaliação das métricas de risco é necessária para testar e validar as métricas a fim de ter-se a confiança que o modelo utilizado é adequado. O *backtest* (teste de aderência) consiste em comparar as previsões feitas pelas métricas comparando com o que de fato ocorreu empiricamente. Esse tipo de avaliação é utilizada pelos gestores de risco de mercado a fim de assegurar, calibrar e avaliar os modelos utilizados, esse tipo de teste também é um requisito do Banco Central do Brasil para as instituições financeiras autorizadas a operar no Brasil.

As instituições financeiras devem revisar e testar sistematicamente por meio de *Backtest* suas métricas de risco comparando as previsões estimadas com o realizado.

O *backtest* analisa a quantidade de quebras e excessos que ocorreram no modelo, ou seja na quantidade de vezes que o retorno ou *Drawdown* observado foi maior que o previsto. Analisando de forma simplesmente se tivermos uma amostra de 100 medidas e nossa métrica tenha um intervalo de confiança de 95%, espera que ocorram aproximadamente 5 excessos na métrica.

Existem algumas metodologias para fazer o *backtest*, dessas podem-se destacar as três principais:

- Testes de cobertura: verifica se a frequência de excessos é consistente com o nível de confiança que a métrica de risco pretende refletir.
- Testes de distribuição: são testes de adequação aplicados a distribuição global de perdas previstas pela métrica de risco.
- Testes de independências: verifica se os excessos se apresentam independentes entre si.

Os principais testes que serão aplicados nesse trabalhos serão os testes de *Kupiec* [Kupiec \(1995\)](#) que serve como um teste de cobertura e *Christoffersen* [Christoffersen \(1998\)](#) que é um teste de independência .

### 3.4.1 Teste de Kupiec

O teste de Kupiec é um teste de cobertura. Esse teste estatístico consiste em verificar se o número de excessos é estatisticamente aceito com o número de falhas previsto, dessa forma pode-se então decidir entre aceitar ou não o modelo.

Seja  $\rho_t$  uma métrica de risco que preve uma perda máxima de retornos ou *Drawdowns* e  $x_t$  o retorno ou *Drawdown* observado empiricamente no tempo  $t$ . Então podemos definir uma função:

$$f(x_t) = \begin{cases} 1, & \text{se } x_t > \rho_t \\ 0, & \text{se } x_t < \rho_t \end{cases} \quad (3.26)$$

Observa-se que  $f(x)$  é igual a 1 quando ocorre um excesso do valor observado empiricamente contra o valor estimado pela métrica de risco, dessa forma a série  $N = \sum_{x=1}^T f(x)$  é uma série de violações de modelo.

Sob a hipótese nula, o modelo é considerado adequado se o número de falhas segue uma distribuição binomial. Assim, com  $\alpha$  o intervalo de confiança da métrica, a hipótese nula é dada por:

$$\begin{aligned} H_0 : p &= \alpha \\ H_1 : p &\neq \alpha \end{aligned}$$

Dessa forma sendo  $T$  o número total de amostras,  $N$  o número de violações e  $\alpha$  o intervalo de confiança, por definição  $N$  tem uma distribuição binomial. Kupiec (1995) mostra que a estatística do teste é dada por:

$$\Lambda = P(N | T, p) = \binom{N}{T} p^T (1 - p)^{T-N} \quad (3.27)$$

É complicado de inferir as probabilidades a partir dessa equação, dessa forma a técnica é considerar  $-2\ln(\Lambda)$ :

$$-2\ln(\Lambda) = -2\ln \left( \frac{(1-p)^{T-N} p^N}{\left[1 - \left(\frac{N}{T}\right)\right]^{T-N} \left(\frac{N}{T}\right)^N} \right) \quad (3.28)$$

Sabe-se que  $-2\ln(\Lambda)$  segue uma distribuição de  $\chi^2$  com um grau de liberdade, dessa forma se o valor de  $-2\ln(\Lambda)$  exceder o valor crítico da distribuição de  $\chi^2$  a hipótese nula será rejeitada e o modelo considerado inadequado.

A tabela 3 apresenta exemplos de intervalos de excessos esperados pelo teste de Kupiec para diferentes tamanhos de amostra e intervalos de confiança, caso o número de

Número de eventos	Intervalo de Confiança		
	90%	95%	99%
125	[6, 20]	[2, 12]	[0, 4]
250	[16, 35]	[6, 20]	[0, 7]
500	[37, 64]	[16, 36]	[1, 10]
700	[52, 92]	[26, 50]	[2, 14]
1000	[81, 120]	[37, 65]	[4, 17]
1250	[104, 147]	[47, 79]	[6, 20]

Tabela 3 – Intervalos esperados pelo teste de *Kupiec* para diferentes intervalos de confiança e tamanhos de amostra

excessos observados esteja contido dentro desses intervalos o teste não rejeita a hipótese nula.

### 3.4.2 Teste de Christoffersen

O teste apresentado anteriormente contempla a cobertura incondicional, ignorando o condicionamento temporal dos dados. Porém, os excessos podem ser agrupados no tempo, o que também deve invalidar o modelo [Jorion \(2012\)](#).

Dado um *Maximum Drawdown at Risk* de 95% de nível de confiança, espera-se aproximadamente 13 excessos por ano que devem ser distribuídos de maneira uniforme ao longo do tempo; porém caso ocorram 10 ocorrências nas últimas duas semanas o gestor de risco deve se atentar já que o modelo testado provavelmente não está reagindo rapidamente a mudanças de regime, por exemplo.

O teste de Christoffersen é um teste de independência, esse teste busca analisar a frequência de excessos consecutivos, isso é  $f(x_t) = 1$  e  $f(x_{t-1}) = 1$  para algum instante de tempo  $t$ . Esse teste é bastante conhecido já que foi o primeiro a testar e analisar a independência dos excessos.

Seja  $p$  o valor esperado dos excessos da métrica em questão. Podemos definir:

$$\begin{aligned} p_0 &= \mathbb{P}(x_t = 0 \mid x_{t-1} = 0) \\ p_1 &= \mathbb{P}(x_t = 0 \mid x_{t-1} = 1) \end{aligned} \quad (3.29)$$

Essas são as propriedades condicionais, ou seja a propriedade de não ocorrer um excesso no tempo  $t$  dado que ocorreu ou não um excesso no tempo  $t-1$ , como se espera a independência entre os eventos a hipótese nula  $H_0$  é de que  $p_0 = p_1 = p$ .

Se a métrica de risco é observada por  $N + 1$  períodos, existem  $N$  pares de observações subsequentes a serem testadas. Pode-se escrever:

$$N_{0,0} + N_{1,0} + N_{0,1} + N_{1,1} = N$$

Em que  $N_{0,0}$  representa o conjunto de pares em que não houve excesso em nenhum dos dias e  $N_{1,1}$  o conjunto de pares em que ocorreram excessos nos dois dias, dessa forma o que pretende-se testar, é:

$$\frac{N_{0,0}}{N_{0,0} + N_{0,1}} \approx \frac{N_{1,0}}{N_{1,0} + N_{1,1}}$$

Isso suportaria a hipótese nula, assim dessa forma pode-se estimar  $p_0$  e  $p_1$  da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} p_0 &= \frac{N_{0,0}}{N_{0,0} + N_{0,1}} \\ p_1 &= \frac{N_{1,0}}{N_{1,0} + N_{1,1}} \end{aligned} \tag{3.30}$$

Por fim, pode-se estimar finalmente  $p$  da seguinte maneira:

$$p = \frac{N_{0,0} + N_{1,0}}{N_{0,0} + N_{0,1} + N_{1,0} + N_{1,1}} \tag{3.31}$$

Dessa forma, obtem-se a estatística do teste da seguinte maneira:

$$\Lambda = \frac{(1-p)^{N_{0,1}+N_{1,01}} p^{N_{0,0}+N_{1,0}}}{(1-p_0)^{N_{0,1}} p_0^{N_{0,1}} (1-p_1)^{N_{1,1}} p_1^{N_{1,0}}} \tag{3.32}$$

Christoffersen (1998) mostrou que a distribuição de  $-2\ln(\Lambda)$  é aproximada por uma distribuição de  $\chi^2$  com um grau de liberdade, dessa forma se o valor de  $-2\ln(\Lambda)$  exceder o valor crítico da distribuição de  $\chi^2$  a hipótese nula será rejeitada e o modelo considerado inadequado. O valor do percentil 0.95 na distribuição de  $\chi^2$  é 3.841, logo rejeita-se a hipótese nula caso  $-2\ln(\Lambda) > 3.841$ .

## 4 Metodologia

Nesta seção será apresentada a metodologia aplicada nesse estudo, será feita uma descrição dos ativos e os períodos de análise utilizados.

### 4.1 Dados

Os dados utilizados nesse trabalho foram obtidos através do sistema *Bloomberg* e esses dados foram utilizados na aplicação dos cálculos de *Maximum Drawdown* e outras medidas de risco. Foi utilizada uma série histórica contendo dados desde Jan/2000 a Ago/2018, essa série contém períodos de grande estresse ocasionados tanto por eventos internos quanto por eventos externos, mas também conta com períodos de calma sem estresses significativos e com baixa volatilidade.

Os ativos utilizados foram selecionados para representar os ativos mais negociados no mercado brasileiro e por contemplarem os principais fatores de risco: câmbio, ações e renda fixa.

- Dólar *Spot*: Cotação de fechamento diário dólar vs real;
- Índice IBOVESPA: Principal Índice da Bolsa de Valores B3, que representa uma carteira teórica composta pelas principais e mais líquidas ações do mercado;
- Taxa de juros prefixado para o prazo de um ano: Taxa de juros interbancária prefixada para o prazo de um ano, para os cálculos de *Drawdown* e retornos a taxa foi transformada em preço;

O intervalo de dados utilizado, Jan/2000 a Ago/2018, contempla vários períodos de estresse nos mercados financeiros globais, dessa forma é interessante analisar como se comportaram os principais ativos do mercado brasileiro nessa janela de tempo, as principais crises que podem ser destacadas estão abaixo juntamente com o ano em que ocorreram:

- 2000 → **Bolha "ponto com"**: A bolha da internet, que alcançou seu auge em março de 2000, foi causada pela rápida valorização das ações de empresas ligadas à internet. Com o tempo, muitos investidores perceberam que o retorno não viria e começaram a vender suas ações, em um efeito manada que derrubou a bolsa de valores *Nasdaq*;
- 2001 - 2003 → **Crise governo Lula**: Tal período contempla a crise de confiança no mercado doméstico observada entre meados de 2002 e 2003, motivada pelas

expectativas a respeito da entrada do presidente Lula no poder, com disparada do dólar, aumento do risco Brasil e alta da inflação e da taxa *Selic*;

- 2001 - 2002 → **Crise econômica da Argentina**: Quebra do sistema bancário, dando origem a uma carestia de proporções imensas, que evolui para o caos nas ruas das principais cidades. O presidente na época, Fernando De La Rúa, é forçado a renunciar, e o país entra em virtual falência, da qual só recentemente se recupera;
- 2008 → **Crise do *Subprime***: Agora, o alvo de quebras e especulações é a economia mais forte do mundo, a norte-americana. Iniciada no setor imobiliário, ela acaba por se estender a todos os setores da economia. Obviamente, como impactou o país mais importante dentro do atual sistema capitalista, não demora a estender seus problemas a todos os outros países, desenvolvidos ou não. É desse modo que vamos encontrar, um certo desdobramento desta crise nas economias consideradas mais fracas da Europa, como Portugal, Espanha, Grécia, Irlanda e Itália;
- 2014 → **Crise econômica no Brasil**: Teve início em meados de 2014. Uma de suas consequências foi a forte recessão econômica, levando a um recuo no produto interno bruto (PIB) por dois anos consecutivos. A economia contraiu-se em cerca de 3,8% em 2015 e 3,6% em 2016. A crise também gerou desemprego, que atingiu seu auge em março de 2017 com uma taxa de 13,7%, o que representava mais de 14 milhões de brasileiros desempregados. A crise foi acompanhada e intensificada por uma crise política, que resultou em protestos contra o governo por todo o país. Dilma Rousseff, presidente na época, que tinha sido reeleita para seu segundo mandato, foi afastada do cargo definitivamente em agosto de 2016, com a conclusão de um processo de *impeachment*, assumindo seu vice Michel Temer, que também foi alvo de protestos.
- 2017 → **Crise audio JBS**: Crise política deflagrada pela revelação do áudio da conversa entre o presidente Michel Temer e o dono do frigorífico JBS, Joesley Batista. Na conversa Temer supostamente dá o aval para a compra do silêncio do ex-deputado preso Eduardo Cunha, a revelação manchou a imagem do presidente e implodiu a chance de aprovação de medidas econômicas, como a reforma da previdência, no congresso;

É interessante notar o comportamento dos ativos estudados especialmente nessas épocas de crise. Crises trazem volatilidades elevadas ao mercado e dessa forma grandes *Drawdowns* são registrados. Determinadas crises podem ter impactos mais significativos no mercado brasileiro enquanto outras crises internacionais acabam por ter efeitos apenas secundários para os ativos locais. Dessa forma é de extrema utilidade analisar a magnitude dos movimentos observados nos períodos de estresse que podem ser empregados por exemplo como cenários para testes de estresse.



## 4.2 Cálculo das Métricas de risco

Foi feita uma série de cálculos de diferentes métricas de risco que buscam avaliar potenciais cenários de risco estressado a fim de analisar qual se comporta melhor para prever possíveis *Drawdowns*. As seguintes métricas foram calculadas:

- *Conditional Expected Drawdown* - Utilizando simulação histórica
- *Maximum Drawdown at Risk* - Utilizando a simulação histórica
- *Maximum Drawdown at Risk* - Utilizando a distribuição generalizada de valores extremos (GEV)
- *Maximum Drawdown at Risk* - Utilizando a distribuição generalizada de *Pareto* (GPD)
- *Value at Risk* - Utilizando a distribuição generalizada de valores extremos (GEV)
- *Value at Risk* - Utilizando a distribuição generalizada de *Pareto* (GPD)

Além disso as métricas foram calculadas para diferentes intervalos de confiança ( $\alpha$ ), diferentes *Holding Period* (15 dias, 30 dias, 60 dias e 90 dias), diferentes janelas históricas (três, cinco e dez anos) e para os diferentes ativos apresentados anteriormente na seção 4.1. Os intervalos de confiança escolhidos para os cálculos foram:

- $\alpha = 95\%$
- $\alpha = 97.5\%$
- $\alpha = 99\%$

Uma breve descrição de como foi calculada cada métrica está apresentada a seguir com o passo a passo de como foram feitos os cálculos.

### 4.2.1 Conditional Expected Drawdown utilizando simulação histórica

A métrica de *Conditional Expected Drawdown* descrita na seção 3.3.4.3 foi calculada aplicando dados históricos para os diferentes ativos utilizados nesse trabalho e enumerados na seção 4.1. O passo a passo de como calcular essa métrica está disposto abaixo:

1. Primeiramente determinou-se os parâmetros da métrica como o intervalo de confiança desejado ( $\alpha$ ), *Holding Period* e janela histórica de dados. O intervalo de confiança utilizado no *Conditional Expected Drawdown* foi o intervalo tal que o valor esperado da média da cauda da distribuição a partir do percentil  $\mu$  desse o intervalo  $\alpha$ , para tal foi utilizada a seguinte relação:

- $\mu = 97.5\% \rightarrow \alpha = 99\%$
  - $\mu = 93.58\% \rightarrow \alpha = 97.5\%$
  - $\mu = 87.44\% \rightarrow \alpha = 95\%$
2. Determinados os parâmetros, foi feito o cálculo da distribuição de *Maximum Drawdown* para a primeira janela histórica, deslocando dia a dia a janela de holding period até completar a janela histórica selecionada. Por exemplo, para uma janela histórica de 3 anos (756 dias úteis) e 15 dias de holding period tem-se uma distribuição de *Maximum Drawdown* com 741 eventos.
  3. A partir da distribuição de *Maximum Drawdown* calculou-se o *Conditional Expected Drawdown* fazendo a média da cauda da distribuição como mostrado na equação (3.18), obtendo então a métrica para o primeiro dia.
  4. A seguir deslocou-se a janela histórica em um dia e o processo acima foi repetido dia a dia até completar todo o espectro de dados disponível.
  5. Ocorreram alterações nos parâmetros da métrica e repetiu-se o processo para diferentes combinações de parâmetros.

A figura 9 mostra um exemplo de evolução do *Conditional Expected Drawdown* variando o intervalo de confiança e mantendo todos os demais parâmetros constantes.

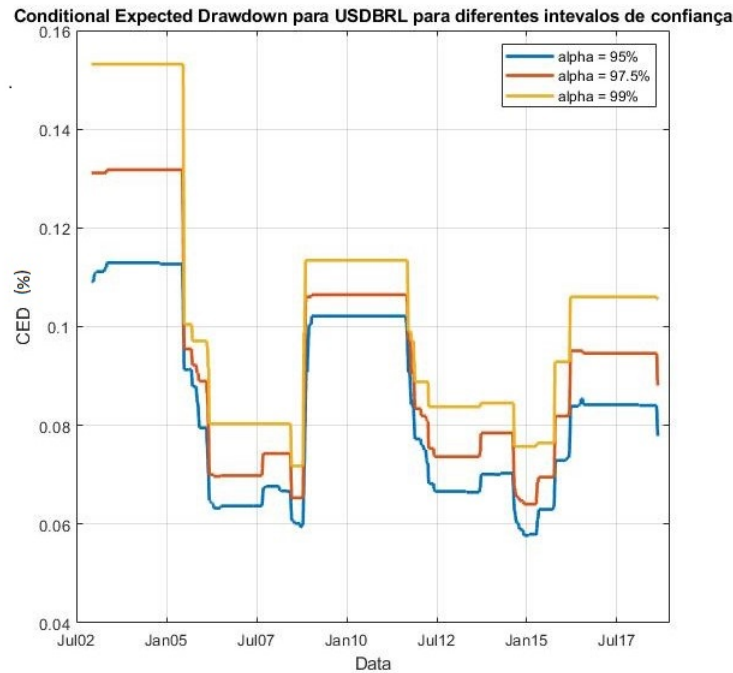


Figura 9 – Gráfico comparativo da evolução do *Conditional Expected Drawdown* para diferentes intervalos de confiança

### 4.2.2 Maximum Drawdown at Risk utilizando simulação histórica

A métrica de *Maximum Drawdown at Risk* descrita na seção 3.3.4.2 foi calculada utilizando dados históricos para os diferentes ativos utilizados nesse trabalho e enumerados na seção 4.1. Como explicado anteriormente, essa métrica se assemelha muito ao *Value at Risk*, dessa forma sua metodologia de cálculo é também parecida. O passo a passo de como foi calculada essa métrica está disposto abaixo:

1. Primeiramente determinaram-se os parâmetros da métrica como o intervalo de confiança desejado ( $\alpha$ ), *Holding Period* e janela histórica de dados.
2. Determinados os parâmetros, foi feito o cálculo da distribuição de *Maximum Drawdown* para a primeira janela histórica, deslocando dia a dia a janela de holding period até completar a janela histórica selecionada. Por exemplo, para uma janela histórica de 3 anos (756 dias úteis) e 15 dias de holding period tem-se uma distribuição de *Maximum Drawdown* com 741 eventos.
3. A partir da distribuição de *Maximum Drawdown* calculou-se o *Maximum Drawdown at Risk* selecionando o valor ( $\Delta$ ) da distribuição que representa o menor valor de *Maximum Drawdown*, tal que a probabilidade de que um *Maximum Drawdown*  $\Delta$  seja maior que  $m$  seja no máximo  $(1 - \alpha)$ .
4. A seguir deslocou-se a janela histórica em um dia e o processo acima foi repetido dia a dia até completar todo o espectro de dados disponível.
5. Ocorreram alterações nos parâmetros da métrica e repetiu-se o processo para diferentes combinações de parâmetros.

A figura 10 mostra um exemplo de evolução do *Maximum Drawdown at Risk* variando o *Holding Period* e mantendo todos os demais parâmetros constantes.

### 4.2.3 Maximum Drawdown at Risk utilizando GEV

A métrica de *Maximum Drawdown at Risk* descrita na seção 3.3.4.2 foi calculada também aplicando a teoria dos valores extremos, explicada na seção 3.3.5, utilizando a distribuição generalizada de valores extremos (GEV) para os diferentes ativos utilizados nesse trabalho e enumerados na seção 4.1. Como explicado anteriormente, essa métrica se assemelha muito ao *Value at Risk*, assim sendo sua metodologia de cálculo é também parecida. O passo a passo de como foi calculada essa métrica está disposto abaixo:

1. Primeiramente determinaram-se os parâmetros da métrica como o intervalo de confiança desejado ( $\alpha$ ), *Holding Period* e janela histórica de dados.

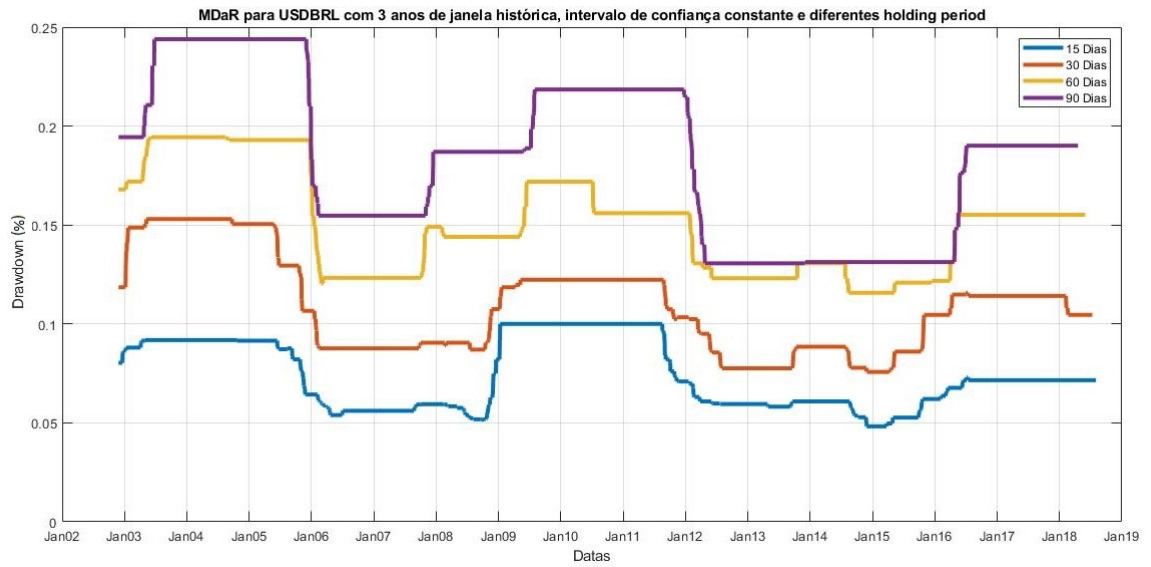


Figura 10 – Gráfico comparativo da evolução do *Maximum Drawdown at Risk* para diferentes *Holding Period*

2. Determinados os parâmetros, foi feito o cálculo da distribuição de *Maximum Drawdown* para a primeira janela histórica, deslocando dia a dia a janela de holding period até completar a janela histórica selecionada. Por exemplo, para uma janela histórica de 3 anos (756 dias úteis) e 15 dias de holding period tem-se uma distribuição de *Maximum Drawdown* com 741 eventos.
3. A partir da distribuição de *Maximum Drawdown*, utilizando o pacote de funções do software *Matlab*, obteve-se a distribuição GEV que melhor se ajusta a distribuição empírica e conseguindo assim os parâmetros da distribuição.
4. Utilizando a distribuição GEV obtida, calculou-se o *Maximum Drawdown at Risk* pelo  $\alpha$ -quantil da distribuição.
5. A seguir deslocou-se a janela histórica em um dia e o processo acima foi repetido dia a dia, até completar todo o espectro de dados disponível.
6. Ocorreram alterações nos parâmetros da métrica e repetiu-se o processo para diferentes combinações de parâmetros.

A figura 11 mostra um exemplo de distribuição cumulativa e distribuição de probabilidade obtidos pelo método acima e comparados com os valores de distribuição empíricos.

#### 4.2.4 Maximum Drawdown at Risk utilizando GPD

A métrica de *Maximum Drawdown at Risk* descrita na seção 3.3.4.2 foi calculada também empregando a teoria dos valores extremos, explicada na seção 3.3.5, utilizando a distribuição generalizada de Pareto (GPD) para os diferentes ativos apresentados nesse trabalho e enumerados na seção 4.1. Como explicado anteriormente, essa métrica se assemelha muito ao *Value at Risk*, dessa forma sua metodologia de cálculo é também parecida. O passo a passo de como foi calculada essa métrica está disposto abaixo:

1. Primeiramente determinaram-se os parâmetros da métrica como o intervalo de confiança desejado ( $\alpha$ ), *Holding Period* e janela histórica de dados.
2. Determinados os parâmetros, foi feito o cálculo da distribuição de *Maximum Drawdown* para a primeira janela histórica, deslocando dia a dia a janela de holding period até completar a janela histórica selecionada. Por exemplo, para uma janela histórica de 3 anos (756 dias úteis) e 15 dias de holding period tem-se uma distribuição de *Maximum Drawdown* com 741 eventos.
3. A partir da distribuição de *Maximum Drawdown*, utilizando o pacote de funções do software *Matlab*, obteve-se a distribuição GPD que melhor se ajusta a distribuição empírica. Ajustou-se a distribuição apenas a cauda da distribuição empírica que foi considerada como sendo os 20% maiores valores, e conseguindo assim os parâmetros da distribuição.
4. Utilizando a distribuição GPD obtida, calculou-se o *Maximum Drawdown at Risk* pelo  $\alpha$ -quantil da distribuição.
5. A seguir deslocou-se a janela histórica em um dia e o processo acima foi repetido dia a dia até completar todo o espectro de dados disponível.
6. Ocorreram alterações nos parâmetros da métrica e repetiu-se o processo para diferentes combinações de parâmetros.

A figura 11 mostra um exemplo de distribuição cumulativa e distribuição de probabilidade obtidos pelo método acima e comparados com os valores de distribuição empíricos.

#### 4.2.5 Value at Risk utilizando GEV

Analogamente ao que foi feito anteriormente para o *Maximum Drawdown at Risk*, também calculou-se o *Value at Risk* utilizando a teoria de valores extremos. Como explicado na seção 3.3.1, ao contrário das métricas anteriores, que utilizavam a distribuição de *Maximum Drawdown*, para o *Value at Risk* foi necessário utilizar a distribuição tradicional

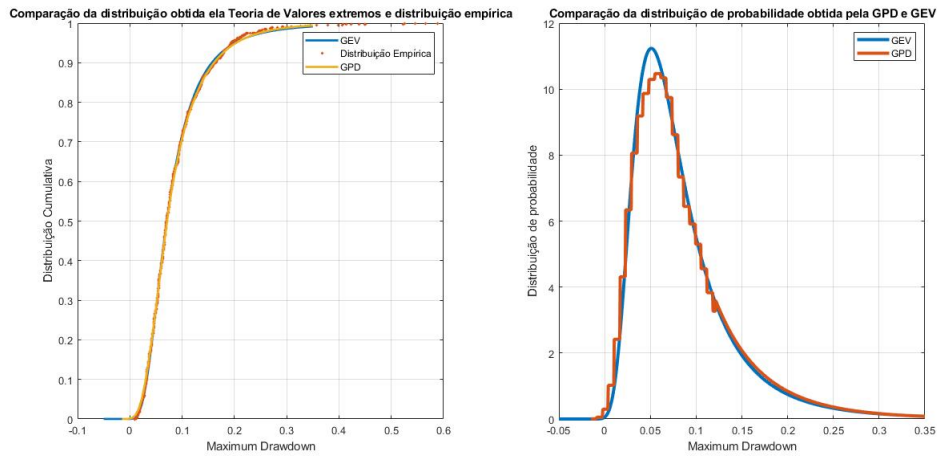


Figura 11 – Gráfico exemplificando como obtem-se as distribuições de valores extremos GEV e GPD e comparando as funções de densidade acumulada e funções de probabilidade com os dados empíricos

de retornos. Primeiramente calculou-se o VaR utilizando a distribuição generalizada de valores extremos (GEV). O passo a passo de como foi calculada essa métrica está disposto abaixo:

1. Primeiramente determinaram-se os parâmetros da métrica como o intervalo de confiança desejado ( $\alpha$ ), *Holding Period* e janela histórica de dados.
2. Determinados os parâmetros, foi feito o cálculo da distribuição de retornos para a primeira janela histórica, deslocando dia a dia a janela de holding period até completar a janela histórica selecionada. Por exemplo: para uma janela histórica de 3 anos (756 dias úteis) e 15 dias de holding period tem-se uma distribuição de *Maximum Drawdown* com 741 eventos.
3. A partir da distribuição de retornos, utilizando o pacote de funções do software *Matlab*, obteve-se a distribuição GEV que melhor se ajusta a distribuição empírica e conseguindo assim os parâmetros da distribuição.
4. Utilizando a distribuição GEV obtida, calculou-se o *Value at Risk* pelo  $\alpha$ -quantil da distribuição.
5. A seguir deslocou-se a janela histórica em um dia e o processo acima foi repetido dia a dia até completar todo o espectro de dados disponível.
6. Ocorreram alterações nos parâmetros da métrica e repetiu-se o processo para diferentes combinações de parâmetros.

A figura 12 mostra um exemplo de evolução de *Value at Risk* calculado utilizando a GEV e a GPD para o ativo USDBRL.

### 4.2.6 Value at Risk utilizando GPD

Como feito anteriormente no *Maximum Drawdown at Risk* também calculou-se o *Value at Risk* utilizando a distribuição generalizada de Pareto (GPD) além da GEV. Como explicado na seção 3.3.1, ao contrário das métricas anteriores, que utilizavam a distribuição de *Maximum Drawdown*, para o *Value at Risk* foi necessário utilizar a distribuição de retornos. O passo a passo de como foi calculada essa métrica está disposto abaixo:

1. Primeiramente determinaram-se os parâmetros da métrica como o intervalo de confiança desejado ( $\alpha$ ), *Holding Period* e janela histórica de dados.
2. Determinados os parâmetros, foi feito o cálculo da distribuição de retornos para a primeira janela histórica, deslocando dia a dia a janela de holding period até completar a janela histórica selecionada. Por exemplo: para uma janela histórica de 3 anos (756 dias úteis) e 15 dias de holding period tem-se uma distribuição de *Maximum Drawdown* com 741 eventos.
3. A partir da distribuição de retornos, utilizando o pacote de funções do software *Matlab*, obteve-se a distribuição GPD que melhor se ajusta a distribuição empírica, ajustou-se a distribuição apenas a cauda da distribuição empírica que foi considerada como sendo os 20% maiores valores, e conseguindo assim os parâmetros da distribuição.
4. Utilizando a distribuição GPD obtida, calculou-se o *Value at Risk* pelo  $\alpha$ -quantil da distribuição.
5. A seguir deslocou-se a janela histórica em um dia e o processo acima foi repetido dia a dia até completar todo o espectro de dados disponível.
6. Ocorreram alterações nos parâmetros da métrica e repetiu-se o processo para diferentes combinações de parâmetros.

A figura 12 mostra um exemplo de evolução de *Value at Risk* calculado utilizando a GEV e a GPD para o ativo USDBRL.

Os códigos computacionais utilizados para a obtenção das métricas de risco apresentadas acima estão dispostos no apêndice A. Vale ressaltar que esses códigos são de confecção própria e todos foram escritos no software *Matlab* e utilizam algumas funções próprias já existente na biblioteca de funções do software. Realizados os cálculos os resultados foram exportados e armazenados no sistema excel para posterior tratamento e análise.

A seguir será apresentada a metodologia utilizada no procedimento de *Backtest*.



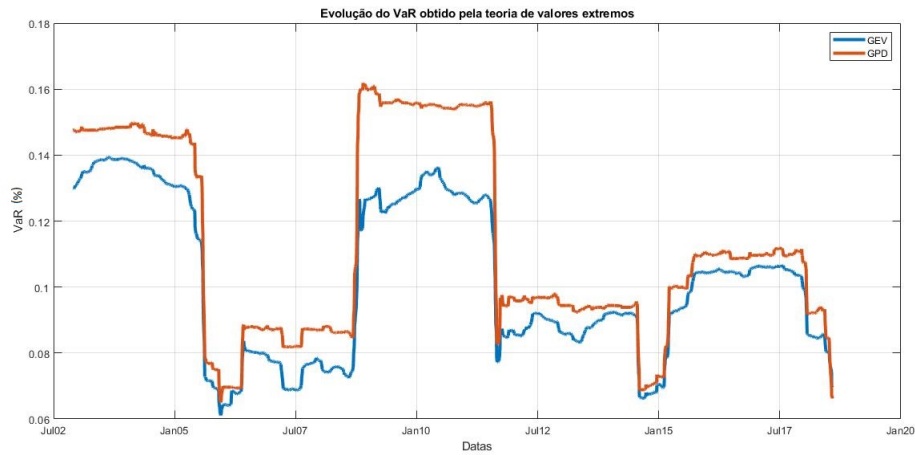


Figura 12 – Gráfico mostrando a evolução do VaR obtido pela GEV e GPD com 3 anos de janela histórica, 15 dias de *Holding period* e intervalo de confiança  $\alpha = 99\%$

### 4.3 Backtest

Como explicado anteriormente na seção 3.4, é necessária uma avaliação das métricas de risco calculadas a fim de testar e validar as métricas para ter-se a confiança que o modelo utilizado é adequado. O *backtest* (teste de aderência) consiste em comparar as previsões feitas pelas métricas com o que de fato ocorreu empiricamente. Nesse trabalho o *Backtest* foi realizado sobre as seis métricas de risco apresentadas na seção 4.2 comparando com o que foi observado empiricamente pelos movimentos de mercado.

Os testes aplicados foram os testes apresentados na introdução, teste de *Kupiec* e *Christoffersen* que foram apresentados respectivamente nas seções 3.4.1 e 3.4.2. A metodologia aplicada está apresentada a seguir. O teste de *Kupiec* é também conhecido como teste de proporção de falhas, enquanto o teste de *Christoffersen* analisa a independência entre as falhas. Juntos, ambos os testes fornecem uma informação valiosa sobre a aderência e eficácia das métricas de risco nas quais se tem interesse. Ambos os testes foram feitos utilizando o software *Matlab* e seus pacotes estatísticos já existentes que contém ambos os testes já prontos não sendo necessário, dessa forma, nenhuma implementação.

1. Inicialmente temos de pegar a série histórica das métricas obtidas diariamente durante todo o período observado como explicado na seção anterior.
2. A seguir é necessário obter a série de *Maximum Drawdown* empírico, ou seja, o *Maximum Drawdown* observado dentro do *holding period* determinado logo a seguir da data de cálculo. A figura 13 mostra graficamente como a janela de cálculo das métricas históricas se relaciona com a janela do resultado empírico. É necessário fazer isso dia a dia até completar toda a série histórica de dados a fim de ter um grande número de observações para melhorar a capacidade estatística do teste, um



teste realizado com poucas observações poderia acabar gerando resultados que não são conclusivos já que não tiveram um grande número de dados utilizados.

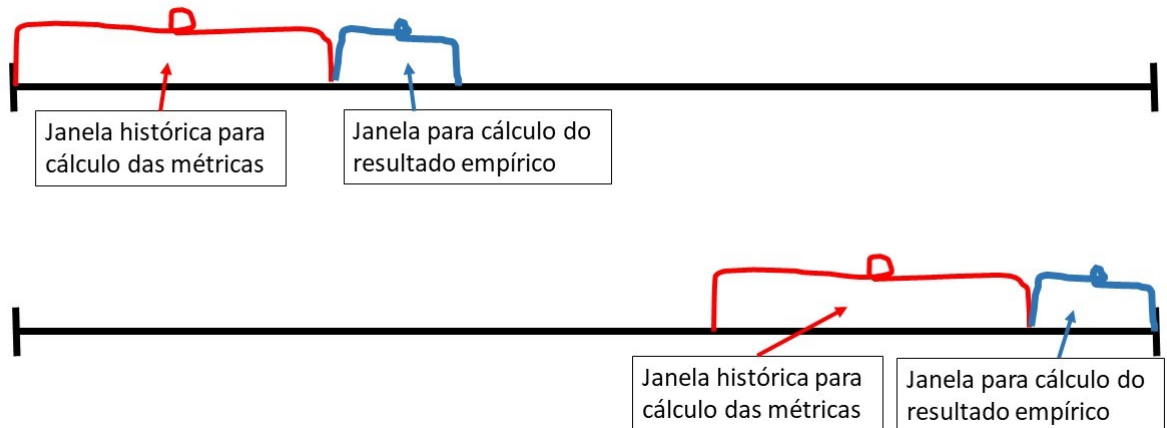


Figura 13 – Figura exemplificando como funciona o *Backtest* em que a janela para cálculo das métricas termina e em seguida inicia a janela menor para o cálculo da métrica empírica desde o início até o último dia.

- Um ajuste importante precisou ser feito na série histórica de valores empíricos, como o *Maximum Drawdown* é uma medida que não depende do caminho, muitas vezes os valores de *Maximum Drawdown* se repetiam, por exemplo: em uma janela de 30 dias o *Maximum Drawdown* empírico observado era de aproximadamente 8% que ocorria entre os dias 15 e 28, dessa forma esse valor empírico ia se repetindo muitas vezes na série e a informação sobre ele ainda não poderia ter sido capturada pelas métricas de risco causando muitos excessos nos testes.

Assim, para evitar esse efeito foi considerado apenas um evento de *Maximum Drawdown* e o próximo evento foi apenas considerado quando ocorresse um *Maximum Drawdown* empírico diferente. A figura 14 mostra esse ajuste na prática comparando os dados obtidos diretos e os dados obtidos depois de realizado esse pequeno filtro.

- Aplicar os testes de *Kupiec* e *Christoffersen* utilizando o software *Matlab* e as bibliotecas já existentes. Para tal foram aplicadas as próprias funções existentes no ambiente de *Backtest* do software *Matlab*, todas as funções utilizadas para rodar os testes já estão prontas dentro das bibliotecas do sistema não sendo necessárias, dessa forma, nenhuma implementação sofisticada.
- Analisar e armazenar os resultados obtidos no sistema *Matlab* e que foram extraídos e armazenados no sistema *Excel* para posterior análise e comparação.

Utilizando a metodologia apresentada acima foi possível obter os resultados do *Backtest* para a coletânea de métricas calculadas em todas as suas variações, novamente os

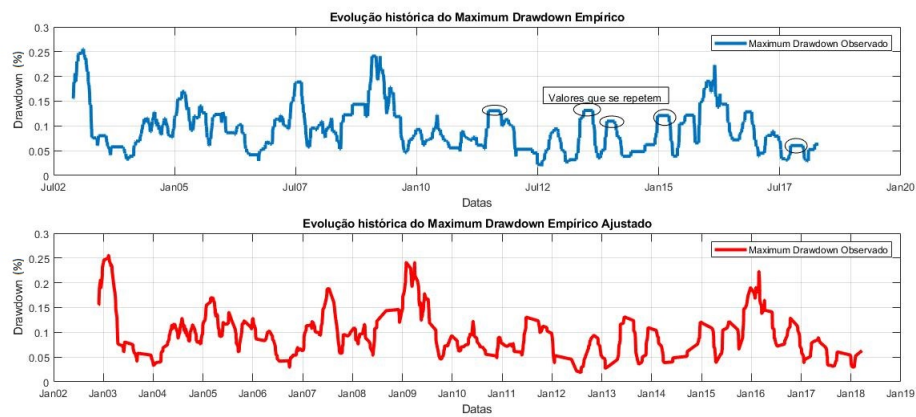


Figura 14 – Gráfico mostrando o ajuste feito nos dados empíricos obtidos para o *Backtest* a fim de eliminar os valores repetidos que representam na verdade o mesmo *Maximum Drawdown*. A figura superior possui 4017 pontos ao passo que a figura inferior possui 822 pontos para um *Maximum Drawdown* com 90 dias de *Holding Period* para o USDBRL

códigos utilizados no software *Matlab* estão dispostos no apêndice B. Um exemplo de como o resultado do teste sai do software *Matlab* está disposto a seguir na tabela 4, mostrando um resultado para o teste de *Kupiec*. Além do *backtest* feito individualizado para cada ativo, também foram construídos dois portfólios hipotéticos combinando os três ativos estudados e feito o *backtest* sobre esses portfólios.

Ativo Objeto	Métrica	VaRLevel	Resultado	Observations	Failures	TestLevel
USDBRL	CED	0,95	'accept'	1728	77	0,9
USDBRL	MDaR	0,95	'accept'	1728	84	0,9
USDBRL	MDaR GEV	0,95	'accept'	1728	73	0,9
USDBRL	MDaR GPD	0,95	'accept'	1728	73	0,9
USDBRL	VaR GEV	0,95	'reject'	1728	145	0,9
USDBRL	VaR GPD	0,95	'reject'	1728	147	0,9

Tabela 4 – Exemplo de resultado para o teste de *Kupiec* para dados de USDBRL com 95% de intervalo de confiança, 15 dias de *Holding Period* e 3 anos de dados histórico

## 5 Resultados

Nesse capítulo serão discutidos os principais resultados observados.

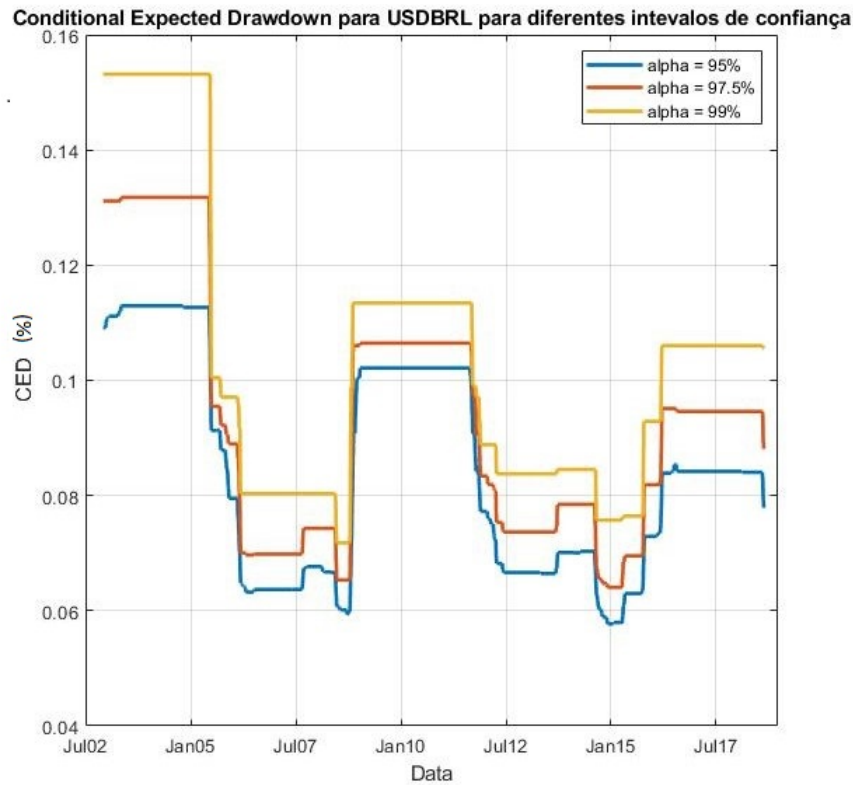


Figura 15 – Gráfico do *Conditional Expected Drawdown* para três intervalos de confiança com  $\alpha$  diferentes, com janela histórica de 3 anos e 15 dias de *Holding Period*

### 5.1 Backtest das métricas com 3 anos de dados históricos

Nessa seção serão discutidos os resultados obtidos no *Backtest* realizado para as métricas de risco utilizando 3 anos de dados histórico.

#### 5.1.1 USDBRL

Como pode ser observado na tabela 5, as métricas de risco se mostraram mais capazes de prever *Maximum Drawdowns* para pequenos *Holding Period*, no caso 15 dias, todas as métricas baseadas em *Drawdown* conseguiram resultados aceitáveis para os três intervalos de confiança. Ao passo que as métricas baseadas em retorno não obtiveram o mesmo desempenho, o que já era esperado uma vez que, como discutido anteriormente, os retornos tendem a se afastar dos *Maximum Drawdowns* a medida que o número de dias de *Holding Period* aumenta.

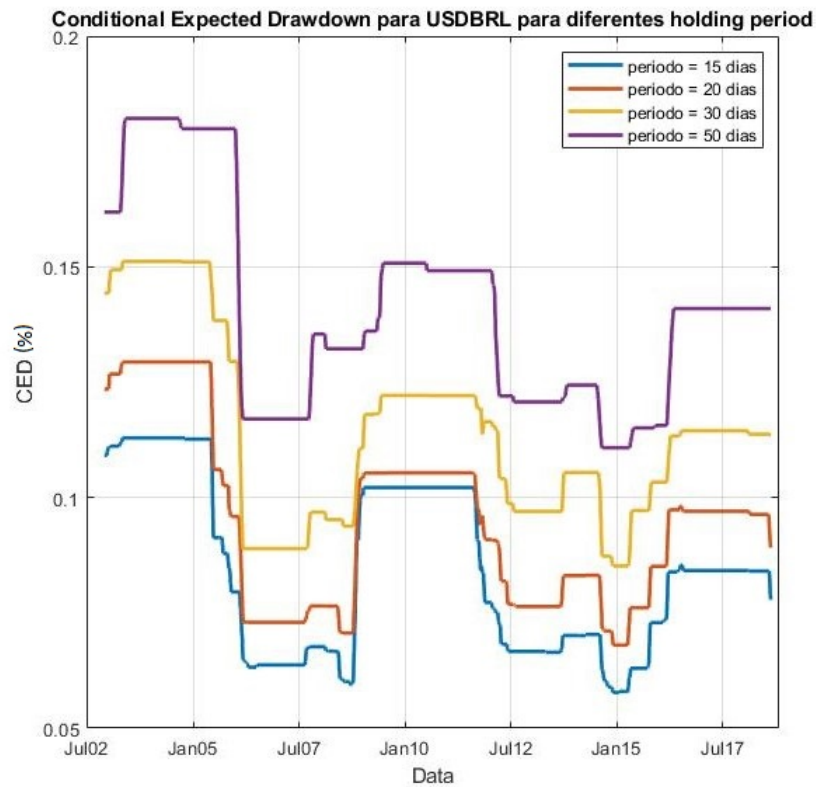


Figura 16 – Gráfico do *Conditional Expected Drawdown* com intervalos de confiança  $\alpha = 0.95$ , janela histórica de 3 anos e diferentes *Holding Period*

A métrica de *Maximum Drawdown at Risk* utilizando *GEV* foi a métrica que obteve o melhor desempenho para esse ativo inclusive tendo o teste de *Kupiec* aceito para 60 dias úteis *Holding Period* em todos os intervalos de confiança e 30 dias úteis *Holding Period* para o intervalo de confiança de 99%.

Vale ressaltar também, que nenhuma métrica teve o teste aprovado para a maior janela de *Holding Period*. Isso pode ser explicado já que para janelas maiores a incerteza é maior e a probabilidade de maiores *Maximum Drawdown* acontecerem também é maior. Dessa forma também um *Maximum Drawdown* relevante demora a impactar a métrica e dentro dele contém *Maximum Drawdowns* menores que também causam excesso, esse pode ser um dos motivos a se destacar pelo baixo aproveitamento dos testes para esse *Holding Period*, esse efeito pode ser analisado no gráfico 14 em que se percebe que um grande *Maximum Drawdown* empírico é seguido de *Maximum Drawdowns* menores. Os resultados detalhados dos testes podem ser analisados no apêndice C.

### 5.1.2 IBOVESPA

Como pode ser observado na tabela 6, as métricas de risco tiveram mais dificuldade de prever *Maximum Drawdowns* para o IBOVESPA se comparado à taxa de câmbio USDBRL, a única métrica que teve um teste aceito foi a métrica de *Maximum Drawdown*

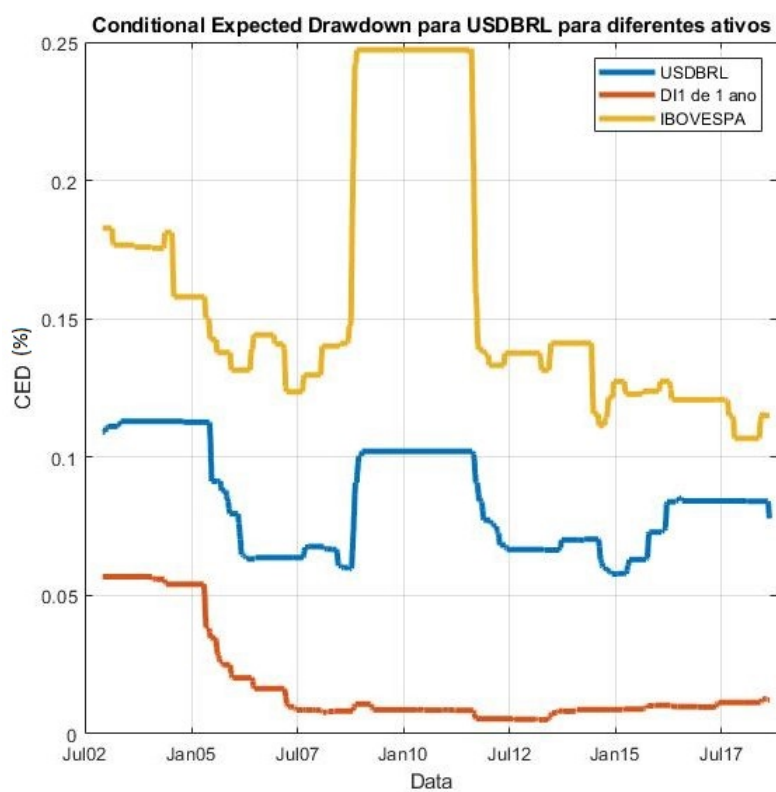


Figura 17 – Gráfico do *Conditional Expected Drawdown* para três ativos diferentes com intervalo de confiança  $\alpha = 0.95$ , janela histórica de 3 anos e 15 dias de *Holding Period*

$\alpha$	Dias Uteis	Métrica de Risco					
		CED	MDaR	MDaR GEV	MDaR GPD	VaR GEV	VaR GPD
95%	15	Ok	Ok	Ok	Ok	False	False
	30	False	False	False	False	False	False
	60	False	False	Ok	False	False	False
	90	False	False	False	False	False	False
97.5%	15	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok	False
	30	False	False	False	False	False	Ok
	60	False	False	Ok	False	False	False
	90	False	False	False	False	False	False
99%	15	Ok	Ok	Ok	Ok	False	False
	30	False	False	Ok	False	False	False
	60	False	False	Ok	False	False	False
	90	False	False	False	False	False	False

Tabela 5 – Tabela com os resultados de Backtest para o ativo USDBRL utilizando janela histórica de 3 anos

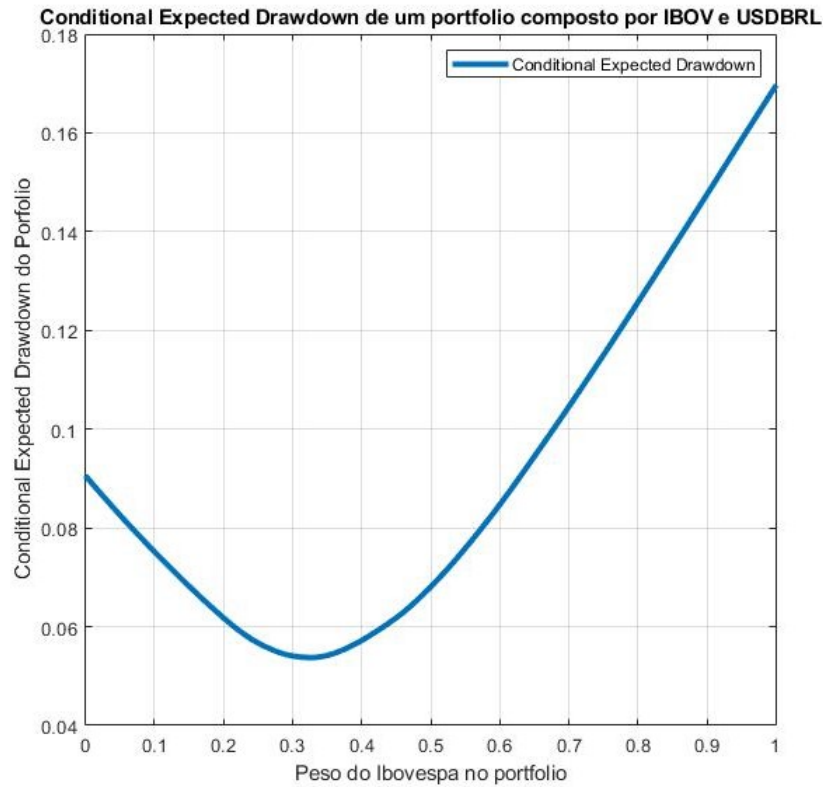


Figura 18 – Gráfico do *Conditional Expected Drawdown* para portfólio de USDBRL e IBOV com diferentes pesos dos ativos, utilizando toda a série histórica, intervalo de confiança  $\alpha = 0.95$  e 15 dias de *Holding Period*

*at Risk* utilizando *GEV* para o menor *Holding Period*, no caso 15 dias, e o maior intervalo de confiança, 99%.

Um fator importante que pode ser a explicação pelo baixo aproveitamento desses testes é o fato de que o desvio padrão dos retornos do IBOVESPA é maior que o desvio padrão dos retornos da taxa de câmbio USDBRL. Retornos maiores acabam por gerar *Maximum Drawdowns* maiores e que podem não ser previstos se as métricas não utilizarem uma série histórica longa, como no caso usou-se apenas 3 anos. Os resultados detalhados dos testes podem ser analisados no apêndice D.

### 5.1.3 DI1

Novamente, assim como para o ativo IBOVESPA, as métricas não apresentaram um resultado muito satisfatório na previsão de *Maximum Drawdowns* para o DI1, como pode ser verificado na tabela 7. Mais uma vez a métrica que apresentou o melhor desempenho foi *Maximum Drawdown at Risk* utilizando *GEV* que além de ter sido aprovado para diferentes *Holding Periods* e diferentes intervalos de confiança, em alguns casos, quando não foi aprovada no teste, apresentou uma métrica mais conservadora, ou seja, com menos excessos que o teste previa.

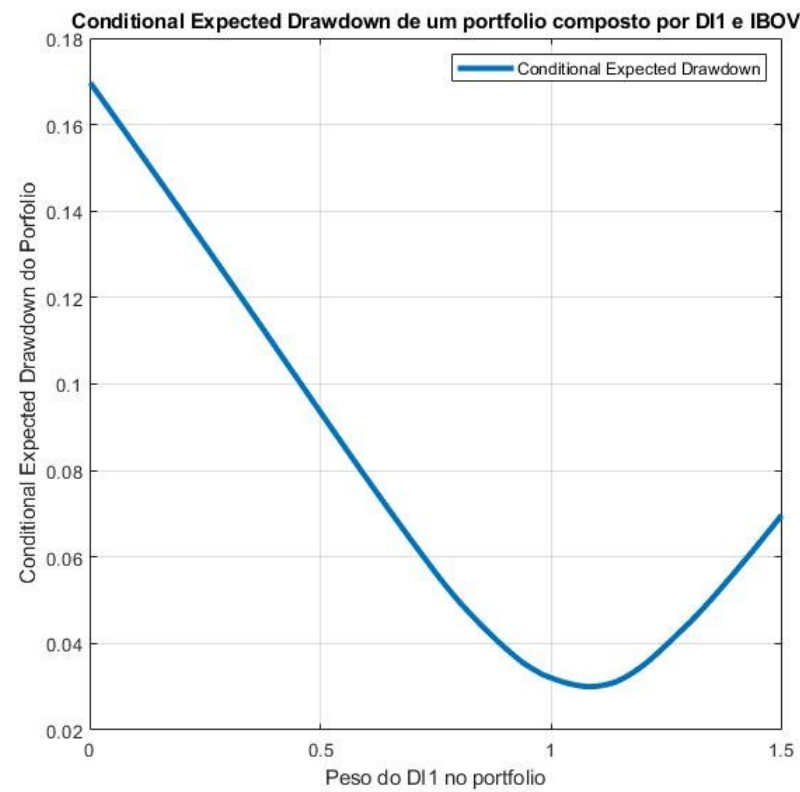


Figura 19 – Gráfico do *Conditional Expected Drawdown* para portfólio de DI1 de 1 ano e IBOV com diferentes pesos dos ativos, utilizando toda a série histórica, intervalo de confiança  $\alpha = 0.95$  e 15 dias de *Holding Period*

$\alpha$	Dias Uteis	Métrica de Risco					
		CED	MDaR	MDaR GEV	MDaR GPD	VaR GEV	VaR GPD
95%	15	False	False	False	False	False	False
	30	False	False	False	False	False	False
	60	False	False	False	False	False	False
	90	False	False	False	False	False	False
97.5%	15	False	False	False	False	False	False
	30	False	False	False	False	False	False
	60	False	False	False	False	False	False
	90	False	False	False	False	False	False
99%	15	False	False	Ok	False	False	False
	30	False	False	False	False	False	False
	60	False	False	False	False	False	False
	90	False	False	False	False	False	False

Tabela 6 – Tabela com os resultados de Backtest para o ativo IBOVESPA utilizando janela histórica de 3 anos

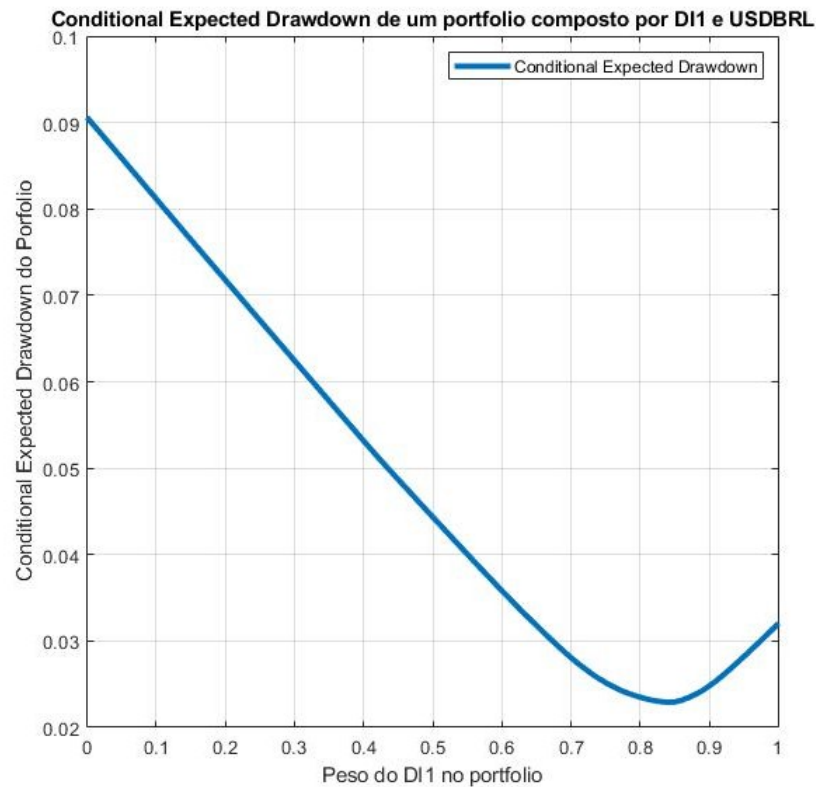


Figura 20 – Gráfico do *Conditional Expected Drawdown* para portfólio de DI1 de 1 ano e USDBRL com diferentes pesos dos ativos, utilizando toda a série histórica, intervalo de confiança  $\alpha = 0.95$  e 15 dias de *Holding Period*

A dificuldade em se prever *Maximum Drawdowns* pode ser explicada pelo baixo retorno médio e baixa volatilidade de retornos desse ativo. O vencimento de um ano pode não ser o mais líquido e talvez não haja grande movimentação do mercado nesse ativo de tal forma que quando uma grande movimentação ocorre a série histórica não contém informação suficiente capaz de prever causando, assim, quebras nos testes de proporção de falhas. Métricas calculadas com uma série histórica maior poderiam evitar esse tipo de comportamento e isso será investigado a seguir. Os resultados detalhados dos testes podem ser analisados no apêndice E.

## 5.2 Backtest das métricas com 5 anos de dados históricos

Nessa seção serão discutidos os resultados obtidos no *Backtest* realizado para as métricas de risco utilizando 5 anos de dados histórico.

### 5.2.1 USDBRL

Utilizando os dados da tabela 8 e comparando contra os resultados obtidos com série histórica de 3 anos a quantidade de métricas com backtest aceito, melhorou. Dessa



$\alpha$	Dias Uteis	Métrica de Risco					
		CED	MDaR	MDaR GEV	MDaR GPD	VaR GEV	VaR GPD
95%	15	False	False	False	False	False	False
	30	False	False	False	False	False	False
	60	False	False	False	False	False	False
	90	False	False	Ok	False	False	False
97.5%	15	False	False	False	False	False	False
	30	False	False	Ok	False	False	False
	60	False	False	Ok	False	False	False
	90	False	False	False	False	False	False
99%	15	False	False	False	False	False	False
	30	False	False	Ok	False	False	False
	60	False	False	Ok	False	False	False
	90	False	False	Ok	False	False	False

Tabela 7 – Tabela com os resultados de Backtest para o ativo DI1 utilizando janela histórica de 3 anos

forma percebe-se que com uma janela histórica, maior a qualidade das previsões melhora. Novamente a métrica de *Maximum Drawdown at risk utilizando GEV* teve o maior índice de aproveitamento em todos os intervalos de confiança e para diferentes valores de *Holding Period*.

Vale destacar que as métricas de *Conditional Expected Drawdown*, *Maximum Drawdown at risk* e *Maximum Drawdown at risk utilizando GPD*, também apresentaram resultados melhores que os apresentados anteriormente; enquanto para 3 anos os testes haviam sido aprovados apenas para 15 dias de *holding period*, dessa vez observou-se a aprovação para 30 dias também e até 60 dias em um caso para o *Maximum Drawdown at risk utilizando GPD*. Além disso as métricas baseadas em retorno *Value At risk utilizando GEV* e *Value At risk utilizando GPD* também tiveram uma aprovação cada, porém ainda tiveram o pior aproveitamento mostrando que métricas baseadas em retorno, mesmo utilizando a teoria dos valores extremos não são recomendadas para previsão de *Drawdowns*.

Analisando o quadro como um todo percebe-se que utilizando uma série histórica com maior quantidade de dados, melhora a capacidade de previsão; enquanto com 3 anos de série histórica obteve-se um percentual de aproveitamento de aproximadamente 25%, com 5 anos de série histórica o índice de aproveitamento aumenta para aproximadamente 38%

### 5.2.2 IBOVESPA

Analogamente ao que aconteceu com o ativo anterior, percebe-se uma melhora nos resultados de *backtest* para o índice Ibovespa quando utilizou-se uma série histórica de 5 anos se comparado ao resultado anterior em que utilizou-se uma série histórica de 3 anos. Esses resultados podem ser observados detalhadamente na tabela 9. Isso, novamente, se deve ao fato de que uma série histórica maior contém uma maior quantidade de cenários e

$\alpha$	Dias Úteis	Métrica de Risco					
		CED	MDaR	MDaR GEV	MDaR GPD	VaR GEV	VaR GPD
95%	15	Ok	Ok	Ok	Ok	False	False
	30	Ok	Ok	False	Ok	False	False
	60	False	False	Ok	Ok	False	False
	90	False	False	False	False	False	False
97.5%	15	Ok	Ok	False	Ok	Ok	False
	30	Ok	Ok	Ok	Ok	False	Ok
	60	False	False	Ok	False	False	False
	90	False	False	False	False	False	False
99%	15	Ok	Ok	Ok	Ok	False	False
	30	Ok	Ok	Ok	Ok	False	False
	60	False	False	Ok	False	False	False
	90	False	False	False	False	False	False

Tabela 8 – Tabela com os resultados de Backtest para o ativo USDBRL utilizando janela histórica de 5 anos

eventos para serem considerados nas distribuições e métricas construídas.

Mais uma vez a métrica que apresentou melhor desempenho foi a métrica de *Maximum Drawdown at risk utilizando GEV*, que conseguiu ser aprovada em todos intervalos de confiança para *Holding Period* de 15 dias úteis e além de ter um teste aprovado para *Holding Period* de 30 dias úteis. Vale ressaltar também que as métricas de *Conditional Expected Drawdown* e *Maximum Drawdown at risk* também obtiveram resultados positivos em alguns cenários mostrando uma melhora nos resultados se comparados ao que haviam sido observados anteriormente.

Para os cenários de maior *Holding Period* como 60 e 90 dias úteis todos os testes foram rejeitados demonstrando, dessa forma, a dificuldade em realizar previsões para grandes *Drawdowns* pelos motivos já explicados e discutidos anteriormente. Os resultados detalhados dos testes podem ser analisados no apêndice D.

$\alpha$	Dias Úteis	Métrica de Risco					
		CED	MDaR	MDaR GEV	MDaR GPD	VaR GEV	VaR GPD
95%	15	Ok	Ok	Ok	False	False	False
	30	False	False	False	False	False	False
	60	False	False	False	False	False	False
	90	False	False	False	False	False	False
97.5%	15	Ok	False	Ok	False	False	False
	30	False	False	Ok	False	False	False
	60	False	False	False	False	False	False
	90	False	False	False	False	False	False
99%	15	False	False	Ok	False	False	False
	30	False	False	False	False	False	False
	60	False	False	False	False	False	False
	90	False	False	False	False	False	False

Tabela 9 – Tabela com os resultados de Backtest para o ativo IBOVESPA utilizando janela histórica de 5 anos

### 5.2.3 DI1

Os resultados obtidos para o ativo de DI1, quando comparados com os resultados obtidos anteriormente para série histórica de 5 anos, mostram uma mudança relevante. Enquanto para uma série com 3 anos, os resultados estavam concentrados mais nos maiores intervalos de confiança e até mesmo em *Holding Periods* mais longos como 60 e 90 dias, utilizando uma série histórica mais longa, no caso 5 anos, obteve-se resultados positivos nos testes para *Holding Periods* como 30 dias e intervalos de confiança como 95% que não haviam sido observados anteriormente. Além disso vale ressaltar que os testes que antes haviam sido aprovados e agora foram rejeitados, foram rejeitados pois as métricas se apresentaram muito conservadoras, ou seja, o número de excessos foi menor que o previsto pelo teste de proporção de falhas.

Mais uma vez a métrica que apresentou maior aprovação foi a métrica de *Maximum Drawdown at risk utilizando GEV*, porém ocorreram também aprovações nas métricas de *Maximum Drawdown at risk* e até mesmo as métricas baseadas em retorno como *Value At risk utilizando GEV* e *Value At risk utilizando GPD*, os resultados dos testes podem ser observados na tabela 10

$\alpha$	Dias Uteis	Métrica de Risco					
		CED	MDaR	MDaR GEV	MDaR GPD	VaR GEV	VaR GPD
95%	15	False	False	False	False	False	False
	30	False	False	Ok	False	False	False
	60	False	False	Ok	False	Ok	Ok
	90	False	False	Ok	False	False	False
97.5%	15	False	False	False	False	False	False
	30	False	False	Ok	False	False	False
	60	False	False	False	False	False	False
	90	False	False	False	False	False	False
99%	15	False	Ok	False	False	False	False
	30	False	False	Ok	False	False	False
	60	False	False	False	False	False	False
	90	False	False	False	False	False	False

Tabela 10 – Tabela com os resultados de Backtest para o ativo DI1 utilizando janela histórica de 5 anos

## 5.3 Backtest das métricas com 10 anos de dados históricos

Nessa seção serão discutidos os resultados obtidos no *Backtest* realizado para as métricas de risco utilizando 10 anos de dados histórico.

### 5.3.1 USDBRL

Analisando na tabela 11 os resultados obtidos utilizando uma série histórica de 10 anos percebe-se uma piora nos resultados dos testes se comparado com o que foi

apresentado na seção anterior. Isso pode parecer até certo ponto contraditório, porém a rejeição dos testes, dessa vez, se explica muitas vezes pelo fato de que as métricas ficaram muito conservadoras. Ou seja, uma série histórica de 10 anos é de certa forma bastante completa a ponto de que em alguns casos, como por exemplo 99% de intervalo de confiança e 90 dias de *Holding Period* nenhuma métrica apresentou nenhum excesso de *Backtest*

Outro ponto interessante a se notar é que quando utilizou-se uma série histórica maior até as métricas baseadas em retorno conseguiram um índice de aprovação semelhante comparadas com as métricas baseadas em *Drawdown*, isso pode dar uma indicação que para séries históricas muito longas a utilização das métricas baseadas em retorno talvez não seja tão prejudicial para as previsões. Para se obter uma maior aprovação nos testes uma solução seria aumentar o nível de confiança do teste, porém como este não era o escopo do trabalho isso não foi feito. Os resultados detalhados dos testes podem ser analisados no apêndice C.

$\alpha$	Dias Uteis	Métrica de Risco					
		CED	MDaR	MDaR GEV	MDaR GPD	VaR GEV	VaR GPD
95%	15	False	False	False	False	Ok	Ok
	30	Ok	Ok	Ok	False	Ok	Ok
	60	False	False	False	False	False	False
	90	Ok	False	Ok	False	False	False
97.5%	15	False	False	False	False	False	False
	30	False	False	False	False	False	False
	60	Ok	Ok	False	False	False	False
	90	False	False	False	False	False	False
99%	15	False	False	False	False	False	False
	30	False	False	False	False	False	False
	60	False	False	False	Ok	False	False
	90	False	False	False	False	False	False

Tabela 11 – Tabela com os resultados de Backtest para o ativo USDBRL utilizando janela histórica de 10 anos

### 5.3.2 IBOVESPA

Como discutido para o ativo USDBRL, o mesmo efeito observou-se no ativo Ibovespa e está evidenciado na tabela 12. Utilizando uma série histórica muito longa as métricas de risco ficaram muito conservadoras e tiveram o teste de *Kupiec* rejeitados, uma série histórica longa contém tanta informação e tantos eventos e cenários que acaba gerando métricas de risco bastante conservadoras quando feita a previsão.

Vale destacar novamente o fato de que as métricas baseadas em retorno dessa vez apresentaram resultados que foram aprovados, dando uma indicação que para séries históricas muito longas a utilização das métricas baseadas em retorno talvez não seja tão prejudicial para as previsões.

$\alpha$	Dias Uteis	Métrica de Risco					
		CED	MDaR	MDaR GEV	MDaR GPD	VaR GEV	VaR GPD
95%	15	False	False	False	False	Ok	Ok
	30	False	False	False	False	False	False
	60	False	False	False	False	False	False
	90	False	False	False	False	False	Ok
97.5%	15	False	False	False	False	Ok	False
	30	False	False	False	False	False	False
	60	False	False	False	False	False	Ok
	90	False	False	False	False	False	Ok
99%	15	False	False	False	False	Ok	False
	30	False	False	False	False	False	False
	60	False	False	False	False	False	False
	90	False	False	False	False	False	False

Tabela 12 – Tabela com os resultados de Backtest para o ativo IBOVESPA utilizando janela histórica de 10 anos

### 5.3.3 DI1

Ao contrário dos ativos anteriores, para o DI1 a série histórica de 10 anos ainda apresentou melhores resultados para as métricas baseadas em *Drawdown* como pode ser observado na tabela 13. Novamente a métrica que apresentou melhor desempenho foi *Maximum Drawdown at risk utilizando GEV*, porém dessa vez apresentando aprovações para intervalos de confiança de 95% e 97.5% e *Holding Period* curtos, vale ressaltar que nos pontos em que a métrica foi rejeitada ela apresentou uma métrica muito conservadora, sendo rejeitada por poucos excessos e não o contrário, sendo assim mais um exemplo do que foi discutido anteriormente.

As métricas baseadas apenas na distribuição histórica textitConditional Expected Drawdown e *Maximum Drawdown at risk* também mostraram alguns testes com resultado positivo porém apenas para *Holding Periods* mais longos. Pela primeira vez para esse ativo a métrica *Maximum Drawdown at risk utilizando GPD* apresentou resultados positivos no teste e curiosamente também para o *Holding Period* mais longo. Por fim as métricas baseadas em retorno apresentaram resultados similares aos obtidos anteriormente para a janela histórica de 5 anos, com a diferença que ocorreram mais casos em que as métricas foram mais conservadoras e tiveram o teste rejeitado por poucos excessos. Os resultados detalhados dos testes podem ser analisados no apêndice E.

## 5.4 Índice de aproveitamento das métricas por ativo

Nessa seção serão discutidos os resultados obtidos para o índice de aproveitamento das métricas no *Backtest* para cada um dos diferentes ativos variando *Holding Period*, intervalo de confiança e janela histórica.

$\alpha$	Dias Uteis	Métrica de Risco					
		CED	MDaR	MDaR GEV	MDaR GPD	VaR GEV	VaR GPD
95%	15	False	False	Ok	False	False	False
	30	False	False	Ok	False	False	False
	60	False	False	Ok	False	Ok	Ok
	90	Ok	Ok	False	False	False	False
97.5%	15	Ok	Ok	Ok	False	False	False
	30	False	False	Ok	False	False	False
	60	False	False	False	False	False	False
	90	Ok	Ok	False	Ok	False	False
99%	15	False	False	False	False	False	False
	30	False	False	False	False	False	False
	60	False	False	False	False	False	False
	90	Ok	Ok	False	Ok	False	False

Tabela 13 – Tabela com os resultados de Backtest para o ativo DI1 utilizando janela histórica de 10 anos

#### 5.4.1 USDBRL

Analisando os dados dispostos na tabela 14 é possível perceber claramente que as métricas baseadas em *Drawdown* apresentam desempenho superior as métricas baseadas em retorno, dessas vale destacar a métrica que teve o melhor desempenho geral, que foi a métrica de *Maximum Drawdown at risk utilizando GEV*.

Na tabela 14 fica claro também que a medida que aumenta o *Holding Period* analisado, o aproveitamento das métricas cai, demonstrando a dificuldade em se prever *Drawdowns* presentes em *Holding Periods* longos. Novamente percebe-se que utilizando uma série histórica de 10 anos a aprovação nos testes cai para níveis inferiores a 3 anos em alguns casos, isso se deve ao fato, já explicado, que utilizando uma métrica com série histórica mais longa, a métrica acaba ficando muito conservadora, o que causa uma rejeição no teste não pelo alto número de excessos; mas sim pelo baixo número de excessos de *Backtest*. Os resultados detalhados dos testes podem ser analisados no apêndice C.

	CED	MDaR	MDaR GEV	MDaR GPD	VaR GEV	VaR GPD
<b>3 Anos</b>	25%	25%	58%	25%	8%	8%
<b>5 Anos</b>	50%	50%	58%	58%	8%	8%
<b>10 Anos</b>	25%	17%	17%	8%	17%	17%
<b>15 Dias</b>	67%	67%	56%	67%	33%	11%
<b>30 Dias</b>	44%	44%	44%	33%	11%	33%
<b>60 Dias</b>	11%	11%	67%	22%	0%	0%
<b>90 Dias</b>	11%	0%	11%	0%	0%	0%
<b>95%</b>	42%	33%	50%	33%	17%	17%
<b>97,5%</b>	33%	33%	33%	25%	17%	17%
<b>99%</b>	25%	25%	50%	33%	0%	0%
<b>Média</b>	33%	31%	44%	31%	11%	11%

Tabela 14 – Índice de aprovação das métricas para USDBRL para os parâmetros variáveis

### 5.4.2 IBOVESPA

Os dados dispostos na tabela 15 mostram a dificuldade em prever *Drawdowns* para o IBOVESPA se comparado ao USDBRL dado o baixo aproveitamento das métricas em geral nos testes de *Kupiec*, isso pode ser explicado pelo fato de o IBOVESPA ter uma volatilidade maior, o que acaba causando *Drawdowns* maiores. Novamente vale destacar a métrica que teve o melhor desempenho geral que foi a métrica de *Maximum Drawdown at risk utilizando GEV*, mas mesmo assim apresentando resultados inferiores se comparado com o USDBRL.

Na tabela 14 fica claro também que a medida que aumenta o *Holding Period* analisado, o aproveitamento das métricas cai, demonstrando a dificuldade em se prever *Drawdowns* presentes em *Holding Periods* longos. Novamente percebe-se que utilizando uma série histórica de 10 anos a aprovação nos testes cai. Isso se deve ao fato, já explicado, que utilizando uma métrica com série histórica mais longa, a métrica acaba ficando muito conservadora, o que causa uma rejeição no teste, não pelo alto número de excessos, mas sim pelo baixo número de excessos de *Backtest*. Exceção a esses fatos foram as métricas baseadas em retornos que para esses casos apresentaram resultados até superiores as métricas baseadas em *Drawdowns*, isso pode ser explicado, pois uma distribuição grande de retornos deve possuir eventos extremos que se assemelham a *Drawdowns* e ajudam nos cálculos das métricas. Os resultados detalhados dos testes podem ser analisados no apêndice D.

	CED	MDaR	MDaR GEV	MDaR GPD	VaR GEV	VaR GPD
<b>3 Anos</b>	0%	0%	8%	0%	0%	0%
<b>5 Anos</b>	17%	8%	33%	0%	0%	0%
<b>10 Anos</b>	0%	0%	0%	0%	25%	25%
<b>15 Dias</b>	22%	11%	44%	0%	33%	0%
<b>30 Dias</b>	0%	0%	11%	0%	0%	0%
<b>60 Dias</b>	0%	0%	0%	0%	0%	11%
<b>90 Dias</b>	0%	0%	0%	0%	0%	22%
<b>95%</b>	8%	8%	8%	0%	8%	8%
<b>97,5%</b>	8%	0%	17%	0%	8%	17%
<b>99%</b>	0%	0%	17%	0%	8%	0%
<b>Média</b>	6%	3%	14%	0%	8%	8%

Tabela 15 – Índice de aprovação das métricas para IBOVESPA para os parâmetros variáveis

### 5.4.3 DI1

Para o ativo de DI1 os resultados podem ser observados na tabela 16, mais uma vez a métrica que apresentou melhor desempenho foi o *Maximum Drawdown at risk utilizando GEV* com resultados semelhantes aos obtidos para USDBRL. Para esse ativo essa métrica

apresentou um comportamento até certo ponto uniforme para as diferentes combinações de parâmetros.

Percebe-se mais uma vez a dificuldade das métricas de retorno evidenciada pelo fato de terem tido os piores aproveitamentos entre as métricas sem nenhum destaque relevante em alguma combinação específica.

Por fim, nota-se que a métrica de *Maximum Drawdown at risk utilizando GEV* se destacou amplamente para esse ativo sendo a melhor métrica para todas as combinações de parâmetros destacadas. Os resultados detalhados dos testes podem ser analisados no apêndice E.

	CED	MDaR	MDaR GEV	MDaR GPD	VaR GEV	VaR GPD
<b>3 Anos</b>	0%	0%	50%	0%	0%	0%
<b>5 Anos</b>	0%	8%	42%	0%	8%	8%
<b>10 Anos</b>	33%	33%	42%	17%	8%	8%
<b>15 Dias</b>	11%	22%	22%	0%	0%	0%
<b>30 Dias</b>	0%	0%	78%	0%	0%	0%
<b>60 Dias</b>	0%	0%	44%	0%	22%	22%
<b>90 Dias</b>	33%	33%	33%	22%	0%	0%
<b>95%</b>	8%	8%	58%	0%	17%	17%
<b>97,5%</b>	8%	8%	42%	8%	0%	0%
<b>99%</b>	17%	25%	33%	8%	0%	0%
<b>Média</b>	11%	14%	44%	6%	6%	6%

Tabela 16 – Índice de aprovação das métricas para DI1 para os parâmetros variáveis

## 5.5 Índice de aproveitamento das métricas consolidado

Nessa seção serão discutidos os resultados obtidos para o índice de aproveitamento das métricas no *Backtest*, consolidando os resultados de todos os ativos e variando *Holding Period*, intervalo de confiança de e janela histórica.

Pela tabela 17 percebe-se novamente que a métrica que apresentou melhores resultados foi a métrica de *Maximum Drawdown at risk utilizando GEV* independentemente do ativo escolhido, se comparado com as outras métricas, ela apresenta um índice de aproveitamento que é o dobro da segunda melhor métrica estudada, *Conditional Expected Drawdown*, é possível perceber também que as métricas de retorno realmente não são adequadas para previsão de *Drawdowns* pois essas métricas apresentaram os índices de aproveitamento mais baixos.

Mais uma vez percebe-se que a previsão das métricas funciona melhor para *Holding Periods* menores, no caso 15 e 30 dias úteis, sendo que o maior *Holding Period*, 90 dias, apresentou índices de aproveitamento baixíssimos evidenciando, dessa forma, a dificuldade em se prever *Drawdowns* contidos em longos períodos de tempo.



Os dados da tabela 17 também permitem ver que a janela histórica de 5 anos apresentou os melhores resultados, fato esse já discutido anteriormente que uma janela histórica muito longa acaba gerando métricas de risco muito conservadoras e que por conseguinte, são rejeitadas no *Backtest* por terem poucos excessos. Quando observa-se os resultados obtidos para os diferentes intervalos de confiança, percebe-se que não houve uma variação significativa causada por esse parâmetro com os resultados oscilando em torno de uma média para as métricas, exceção feita as métricas baseadas em retornos que apresentaram um comportamento de decaimento, ou seja, quanto maior o intervalo de confiança, menor o índice de aprovação da métrica.

Também vale salientar o fato de que ao utilizar uma série histórica muito longa, 10 anos, o teste muitas vezes é rejeitado, pois poucos excessos de *backtest* são registrados; ao contrário dos outros casos em que o teste de *Kupiec* é rejeitado por muitos excessos, dessa forma percebe-se que as métricas acabam gerando resultados muito conservadores, por exemplo: em alguns casos nenhum excesso foi registrado para a métrica de *Maximum Drawdown at Risk* utilizando a teoria de valores extremos.

	CED	MDaR	MDaR GEV	MDaR GPD	VaR GEV	VaR GPD
<b>3 Anos</b>	8%	8%	39%	8%	3%	3%
<b>5 Anos</b>	22%	22%	44%	19%	6%	6%
<b>10 Anos</b>	19%	17%	19%	8%	17%	17%
<b>15 Dias</b>	33%	33%	41%	22%	22%	4%
<b>30 Dias</b>	15%	15%	44%	11%	4%	11%
<b>60 Dias</b>	4%	4%	37%	7%	7%	11%
<b>90 Dias</b>	15%	11%	15%	7%	0%	7%
<b>95%</b>	19%	17%	39%	11%	14%	14%
<b>97,5%</b>	17%	14%	31%	11%	8%	11%
<b>99%</b>	14%	17%	33%	14%	3%	0%
<b>Média</b>	17%	16%	34%	12%	8%	8%

Tabela 17 – Índice de aprovação das métricas consolidando todos os ativos para os parâmetros variáveis

## 5.6 Backtest sobre portfólios

Além dos resultados apresentados anteriormente foram construídos dois portfólios combinando os três ativos estudados e também foi feita a análise de *backtest*, os portfólios construídos e utilizados estão apresentados na tabela 18. O primeiro portfólio contém todos os ativos ponderados igualmente ao passo que o segundo portfólio apresenta maior exposição à taxa de cambio e ao índice IBOVESPA (ativos de maior risco, retornos, volatilidade e maiores *Drawdowns* individuais) e uma menor exposição a taxa de DI1.

	USDBRL	IBOVESPA	DI1
<b>Portfólio A</b>	33%	33%	34%
<b>Portfólio B</b>	45%	45%	10%

Tabela 18 – Composição dos portfólios criados

Considerou-se um valor inicial desse portfólio de um milhão de reais e registrou-se a variação no valor desse portfólio considerando os pesos de cada ativo e os retornos registrados sobre os preços de cada um diariamente, ou seja diariamente o valor do portfólio foi corrigido pelos retornos ponderados dos ativos, a partir disso foi possível então analisar e calcular os *Drawdowns* presentes no portfólio, a figura 21 apresenta a evolução no valor dos portfólios ao longo do tempo.

Percebe-se que o portfólio B ao final do período apresentou um valor maior, o que era esperado, pois possui maior alocação em ativos de maior risco; porém ao longo do tempo ambos portfólios apresentaram *Drawdowns* diferentes e de diferentes magnitudes e são esses *Drawdowns* que serão o objeto de estudo.

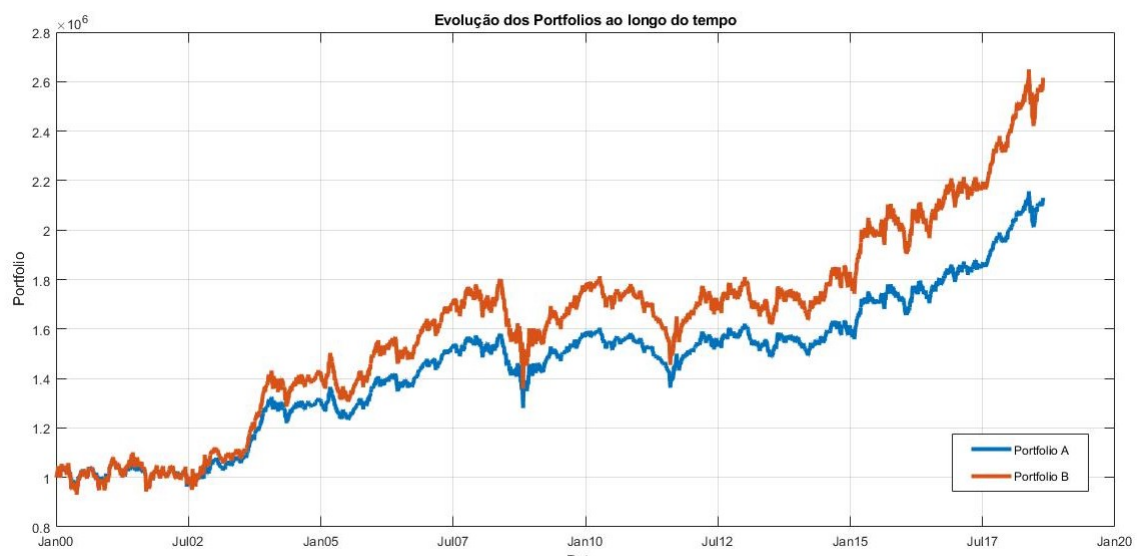


Figura 21 – Gráfico mostrando a evolução dos portfólios construídos ao longo do tempo

### 5.6.1 Resultados para o portfólio A

Nessa seção serão discutidos os resultados obtidos no *Backtest* realizado para o portfólio A.

#### 5.6.1.1 Backtest das métricas com 3 anos de dados históricos

A tabela 19 apresenta os resultados do *backtest* para as diferentes métricas, percebe-se através dos mesmos a dificuldade em prever os *Drawdowns* para esse portfólio utilizando poucos dados históricos. Nenhuma das métricas de risco se sobressaiu, já que todas as

$\alpha$	Dias Uteis	Métrica de Risco					
		CED	MDaR	MDaR GEV	MDaR GPD	VaR GEV	VaR GPD
95%	15	False	False	False	False	False	False
	30	Ok	Ok	False	Ok	False	False
	60	False	False	False	False	False	False
	90	False	False	False	False	False	False
97.5%	15	False	False	False	False	False	False
	30	False	False	False	False	False	False
	60	False	False	False	False	False	False
	90	False	False	False	False	False	False
99%	15	False	False	Ok	False	False	False
	30	False	False	False	False	False	False
	60	False	False	False	False	False	False
	90	False	False	False	False	False	False

Tabela 19 – Tabela com os resultados de Backtest para o portfólio A utilizando janela histórica de 3 anos

métricas baseadas em *Drawdowns* tiveram apenas um teste aceito enquanto as métricas baseadas em retorno foram rejeitadas sempre.

Novamente é possível notar a dificuldade em se prever *Drawdowns* de duração mais longa já que testes aprovados ocorreram apenas para *Holding Periods* de 15 e 30 dias, se comparado aos ativos individualmente os resultados do portfólio foram melhores que o pior ativo individualmente; porém piores que o melhor ativo ficando no meio do caminho. Os resultados detalhados destes testes estão disponíveis no apêndice F.

#### 5.6.1.2 Backtest das métricas com 5 anos de dados históricos

A tabela 20 apresenta os resultados do *backtest* para as diferentes métricas com 5 anos de dados históricos. Com 5 anos de dados históricos a métrica que apresentou melhor desempenho, claramente, foi a métrica de *Maximum Drawdown at risk utilizando GEV*, inclusive com o maior intervalo de confiança e maior *Holding Period*. Essa métrica já havia apresentado os melhores resultados também quando analisou-se individualmente cada um dos ativos.

Comparando com os resultados obtidos individualmente, percebe-se que foi mais difícil ter testes aprovados para o portfólio do que para os ativos individualmente, isso mostra que a diversificação dos portfólios em alguns casos pode dificultar a previsão de *Maximum Drawdowns*. Os resultados detalhados destes testes estão disponíveis no apêndice F.

#### 5.6.1.3 Backtest das métricas com 10 anos de dados históricos

A tabela 21 apresenta os resultados do *backtest* para as diferentes métricas com 10 anos de dados históricos. Ao contrário de todos os outros resultados apresentados anteriormente, quando utilizou-se dados de 10 anos, as métricas que apresentaram os melhores resultados foram as métricas baseadas em retorno, particularmente a métrica

$\alpha$	Dias Uteis	Métrica de Risco					
		CED	MDaR	MDaR GEV	MDaR GPD	VaR GEV	VaR GPD
95%	15	False	False	False	False	False	False
	30	False	False	False	False	False	False
	60	False	False	False	False	False	False
	90	False	False	False	False	False	False
97.5%	15	False	False	Ok	False	False	False
	30	False	False	False	False	False	False
	60	False	False	False	False	False	False
	90	False	False	False	False	False	False
99%	15	False	False	Ok	False	False	False
	30	False	False	False	False	False	False
	60	False	False	False	False	False	False
	90	False	False	Ok	False	False	False

Tabela 20 – Tabela com os resultados de Backtest para o portfólio A utilizando janela histórica de 5 anos

de *Value at Risk* utilizando *GEV* foi disparada a que obteve melhores resultados para os diferentes intervalos de confiança e *Holding Periods*. Um ponto interessante de notar é novamente a dificuldade de previsão para os maiores *Holding Periods* no caso 60 e 90 dias em que até mesmo a melhor métrica falhou para os maiores intervalos de confiança.

Outro ponto interessante a destacar é que na maioria dos casos as métricas baseadas em *Drawdown* não foram rejeitadas por terem um grande número de excessos de *Backtest*, mas sim por terem poucos excessos, inclusive em alguns casos nenhum excesso foi registrado. Dessa forma, pode-se concluir que uma série histórica de 10 anos apresenta métricas muito conservadoras em algumas situações. Esse mesmo efeito já havia sido observado para os ativos individuais. Os resultados detalhados destes testes estão disponíveis no apêndice F.

$\alpha$	Dias Uteis	Métrica de Risco					
		CED	MDaR	MDaR GEV	MDaR GPD	VaR GEV	VaR GPD
95%	15	False	Ok	False	Ok	Ok	False
	30	False	False	False	False	Ok	False
	60	False	False	False	False	Ok	Ok
	90	False	False	False	False	Ok	False
97.5%	15	False	False	False	False	Ok	False
	30	False	Ok	False	False	Ok	Ok
	60	False	False	False	False	False	False
	90	False	False	False	False	False	False
99%	15	False	False	False	False	Ok	Ok
	30	False	False	False	False	Ok	False
	60	False	False	False	False	False	False
	90	False	False	False	False	False	False

Tabela 21 – Tabela com os resultados de Backtest para o portfólio A utilizando janela histórica de 10 anos

### 5.6.2 Resultados para o portfólio B

Nessa seção serão discutidos os resultados obtidos no *Backtest* realizado para o portfólio B.

#### 5.6.2.1 Backtest das métricas com 3 anos de dados históricos

A tabela 22 apresenta os resultados do *backtest* para as diferentes métricas com 3 anos de dados históricos, para esse portfólio notou-se que todas as métricas foram rejeitadas nas diferentes combinações de intervalo de confiança e *Holding Period*, vale lembrar que esse portfólio tem maior alocação nos ativos de maior risco, mostrando que com uma série histórica pequena, não há informação suficiente para prever os *Maximum Drawdowns*. Os resultados detalhados destes testes estão disponíveis no apêndice G.

$\alpha$	Dias Uteis	Métrica de Risco					
		CED	MDaR	MDaR GEV	MDaR GPD	VaR GEV	VaR GPD
95%	15	False	False	False	False	False	False
	30	False	False	False	False	False	False
	60	False	False	False	False	False	False
	90	False	False	False	False	False	False
97.5%	15	False	False	False	False	False	False
	30	False	False	False	False	False	False
	60	False	False	False	False	False	False
	90	False	False	False	False	False	False
99%	15	False	False	False	False	False	False
	30	False	False	False	False	False	False
	60	False	False	False	False	False	False
	90	False	False	False	False	False	False

Tabela 22 – Tabela com os resultados de Backtest para o portfólio B utilizando janela histórica de 3 anos

#### 5.6.2.2 Backtest das métricas com 5 anos de dados históricos

A tabela 23 apresenta os resultados obtidos ao utilizar-se uma série histórica de 5 anos. Novamente percebe-se a dificuldade na previsão de *Maximum Drawdowns* para esse portfólio, comparando ao *backtest* anterior, dessa vez apenas um evento foi aprovado no teste que foi a métrica *Maximum Drawdown at risk utilizando GEV* para o maior intervalo de confiança e holding period de 15 dias. Mais uma vez vale lembrar que esse portfólio tem maior alocação nos ativos de maior risco mostrando a necessidade de uma série histórica mais longa para melhorar os resultados. Os resultados detalhados destes testes estão disponíveis no apêndice G.

#### 5.6.2.3 Backtest das métricas com 10 anos de dados históricos

A tabela 24 apresenta os resultados obtidos ao utilizar-se uma série histórica de 10 anos, assim como no portfólio anterior com a série histórica mais longa, a métrica que

$\alpha$	Dias Uteis	Métrica de Risco					
		CED	MDaR	MDaR GEV	MDaR GPD	VaR GEV	VaR GPD
95%	15	False	False	False	False	False	False
	30	False	False	False	False	False	False
	60	False	False	False	False	False	False
	90	False	False	False	False	False	False
97.5%	15	False	False	False	False	False	False
	30	False	False	False	False	False	False
	60	False	False	False	False	False	False
	90	False	False	False	False	False	False
99%	15	False	False	Ok	False	False	False
	30	False	False	False	False	False	False
	60	False	False	False	False	False	False
	90	False	False	False	False	False	False

Tabela 23 – Tabela com os resultados de Backtest para o portfólio B utilizando janela histórica de 5 anos

apresentou o melhor desempenho, disparadamente, foi *Value at Risk utilizando GEV*. Essa métrica mostrou um excelente desempenho para ambos os portfólios quando utilizou-se uma série histórica mais longa. Para o portfólio B a métrica conseguiu ser aprovada para todas as combinações de intervalo de confiança e *Holding Period*, mostrando sem sombra de dúvidas, que ela é muito superior as outras para esse tipo de portfólio. Vale ressaltar, novamente, que as métricas baseadas em retorno apresentaram um desempenho melhor que as métricas baseadas em *Maximum Drawdown* quando utilizou-se uma série histórica mais longa.

Outro ponto a se destacar é que novamente na maioria dos casos as métricas baseadas em *Drawdown* não foram rejeitadas por terem um grande número de excessos de *backtest*, mas sim por terem poucos excessos, inclusive em alguns casos nenhum excesso foi registrado. Dessa forma pode-se concluir que uma série histórica de 10 anos apresenta métricas muito conservadoras em algumas situações, esse mesmo efeito já havia sido observado para os ativos individuais e para o portfólio anterior. Os resultados detalhados destes testes estão disponíveis no apêndice G.

### 5.6.3 Índice de aproveitamento das métricas para os portfólios

As tabelas 25 e 26 mostram o percentual de aproveitamento para cada métrica em cada um dos cenários estudados para cada um dos portfólios estudados. Ao contrário do que aconteceu quando analisou-se os ativos isoladamente, para os portfólios a melhor métrica foi a de *Value at risk utilizando GEV* que teve o desempenho muito favorecido quando utilizou-se a série histórica mais longa, 10 anos. Vale ressaltar, novamente, que para a série histórica de 10 anos as métricas baseadas em *drawdown* tiveram o teste rejeitado por poucos excessos evidenciando que as métricas de risco se mostraram muito conservadoras, esse efeito já havia sido observado nos ativos individualmente.

$\alpha$	Dias Uteis	Métrica de Risco					
		CED	MDaR	MDaR GEV	MDaR GPD	VaR GEV	VaR GPD
95%	15	False	Ok	False	Ok	Ok	False
	30	False	False	False	False	Ok	False
	60	False	False	False	False	Ok	False
	90	False	False	False	False	Ok	False
97.5%	15	False	False	False	False	Ok	False
	30	False	Ok	False	Ok	Ok	False
	60	False	False	False	False	Ok	Ok
	90	False	False	False	False	Ok	Ok
99%	15	False	False	False	False	Ok	Ok
	30	False	False	False	False	Ok	False
	60	False	False	False	False	Ok	False
	90	False	False	False	False	Ok	False

Tabela 24 – Tabela com os resultados de Backtest para o portfólio B utilizando janela histórica de 10 anos

Ao comparar com os ativos individualmente, percebe-se que em geral as métricas baseadas em *drawdown* tiveram desempenho inferior para previsão de *drawdowns* em portfólios, isso evidencia a dificuldade que um portfólio traz quando se está interessado em *drawdowns*, a diversificação do portfólio reduz o *drawdown* geral do portfólio porém também faz que o *drawdown* possa ser motivado por diferentes razões isso faz com que em muitos casos não haja informação suficiente na série histórica que permita fazer uma previsão acurada.

	CED	MDaR	MDaR GEV	MDaR GPD	VaR GEV	VaR GPD
<b>3 Anos</b>	8%	8%	8%	8%	0%	0%
<b>5 Anos</b>	0%	0%	25%	0%	0%	0%
<b>10 Anos</b>	0%	17%	0%	8%	67%	25%
<b>15 Dias</b>	0%	11%	33%	11%	33%	11%
<b>30 Dias</b>	11%	22%	0%	11%	33%	11%
<b>60 Dias</b>	0%	0%	0%	0%	11%	11%
<b>90 Dias</b>	0%	0%	11%	0%	11%	0%
<b>95%</b>	8%	17%	0%	17%	33%	8%
<b>97,5%</b>	0%	8%	8%	0%	17%	8%
<b>99%</b>	0%	0%	25%	0%	17%	8%
<b>Média</b>	3%	8%	11%	6%	22%	8%

Tabela 25 – Aproveitamento das métricas para os diferentes cenários para o portfólio A

## 5.7 Aplicações

Nesta seção serão apresentadas algumas aplicações das métricas de *Drawdown* analisadas anteriormente.

	CED	MDaR	MDaR GEV	MDaR GPD	VaR GEV	VaR GPD
<b>3 Anos</b>	0%	0%	0%	0%	0%	0%
<b>5 Anos</b>	0%	0%	8%	0%	0%	0%
<b>10 Anos</b>	0%	17%	0%	17%	100%	25%
<b>15 Dias</b>	0%	11%	11%	11%	33%	11%
<b>30 Dias</b>	0%	11%	0%	11%	33%	0%
<b>60 Dias</b>	0%	0%	0%	0%	33%	11%
<b>90 Dias</b>	0%	0%	0%	0%	33%	11%
<b>95%</b>	0%	8%	0%	8%	33%	0%
<b>97,5%</b>	0%	8%	0%	8%	33%	17%
<b>99%</b>	0%	0%	8%	0%	33%	8%
<b>Média</b>	3%	8%	11%	6%	22%	8%

Tabela 26 – Aproveitamento das métricas para os diferentes cenários para o portfólio B

### 5.7.1 Criação de cenários de estresse

Como apresentado na seção 3.3.3 existem dois tipos principais de testes de estresse: testes de cenário hipotético e testes de cenários históricos. O primeiro conta com cenários teóricos para impactar o portfólio, por exemplo, um choque de  $\pm 200\text{bp}$  em uma curva de juros ou  $\pm 20\%$  em um par de moedas, o segundo busca dados históricos de grande relevância histórica, como crises, para impactar o portfólio, a idéia é ver qual seria o resultado de um portfólio atual caso uma situação análoga ao cenário histórico se repetisse. Cenários possíveis são a crise de crédito de 2008 ou crise da "bolha.com".

*Drawdowns* são perdas severas dentro de um determinado *Holding Period*, a partir das análises feitas percebe-se que as métricas de *Drawdown* podem ser utilizadas para criação de cenários de estresse. Por exemplo se um investidor tem uma posição principal comprada em IBOVESPA e pretende fazer um teste de estresse para determinar qual a perda máxima que ele estaria exposto em um intervalo de 15 dias utilizando toda a série histórica de ativos, o investidor poderia utilizar os dados da tabela 27 para construir um cenário de estresse para o portfólio, essa tabela contém as maiores perdas do IBOVESPA no período bem como os movimentos correspondentes da taxa de câmbio e do DI1 no período de estresse.

Outra opção para os investidores é fazer um cenário de estresse dinâmico, ao invés de utilizar dados de uma série histórica muito longa ele pode definir uma janela histórica menor, por exemplo 5 anos, e calcular os cenários de estresse diariamente para impactar o portfólio, além disso, ao invés de usar as piores perdas, o investidor pode determinar um intervalo de confiança e utilizar as métricas estudadas anteriormente. A figura 22 mostra um exemplo de evolução das métricas de *Drawdown* para a taxa de câmbio e para o portfólio B estudado anteriormente, a partir dos gráficos é possível perceber que nos momentos de estresse as métricas tem resultados maiores e assim que os cenários de estresse saem da série histórica as métricas retomam níveis mais baixos.



#	Retorno USDBRL	Retorno Ibov	DI em Bps	Data Inicial	Data Final
1	27,05%	-31,29%	-2	25/set/08	10/out/08
2	24,75%	-30,11%	-18	19/set/08	09/out/08
3	25,40%	-29,88%	3	26/set/08	10/out/08
4	7,36%	-29,19%	153	14/out/08	27/out/08
5	20,62%	-28,49%	33	01/out/08	10/out/08
6	27,57%	-27,26%	-13	19/set/08	08/out/08
7	6,25%	-25,37%	154	20/out/08	27/out/08
8	5,90%	-25,22%	138	06/out/08	24/out/08
9	0,54%	-24,61%	155	21/out/08	27/out/08
10	26,30%	-24,34%	-11	19/set/08	07/out/08

Tabela 27 – 10 maiores quedas do IBOVESPA entre Jan2000 e Ago2018 com os respectivos movimentos no USDBRL e no DI futuro de 1 ano

Esse tipo de análise pode ser útil ao investidor a fim de determinar o risco que ele está correndo utilizando dados históricos recentes, já que dados históricos muito longos podem não ter mais relevância para o momento atual. Nesse caso é importante para o investidor determinar uma série histórica de tamanho adequado a fim de não subestimar os riscos.

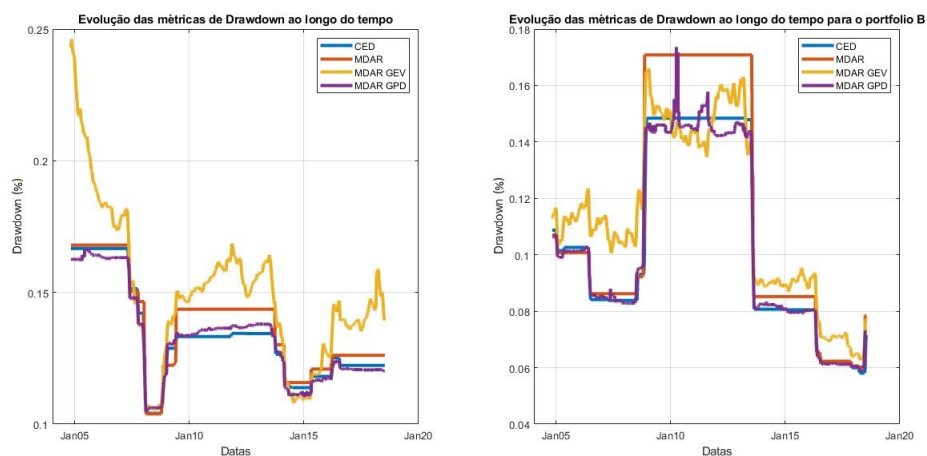


Figura 22 – Gráfico da evolução das métricas para o USDBRL e para o Portfólio B, utilizando 5 anos de dados históricos, 30 dias de holding period e 99% de intervalo de confiança

Como mencionado anteriormente é importante o investidor ou gestor de risco saber como utilizar esses dados de *Drawdown*, uma análise utilizando os dados desde o ano 2000 para o DI1 pode gerar cenários históricos semelhantes aos que foram gerados anteriormente para o IBOVESPA; porém no caso do DI1 uma queda observado no passado de mais de 500bps parece praticamente impossível de ocorrer atualmente pois isso implicaria em taxas de juros muito baixas no Brasil. Um choque dessa magnitude levaria a taxas nunca vistas anteriormente cuja possibilidade de ocorrer atualmente são extremamente remotas dado todo o cenário macroeconômico do país.

Dessa forma, cabe ao investidor determinar a melhor forma de combinar o cenário de estresse levando em conta tanto as particularidades do cenário atual quando as especificidades do cenário histórico utilizado que podem não fazer mais sentido para os dias atuais. A tabela 28 apresenta as maiores quedas de taxa DI1 desde janeiro de 2000 em um intervalo de 15 dias, os cenários mais adversos aconteceram num momento histórico bastante particular, processo eleitoral de Lula à presidência do Brasil, que não fazem muito sentido se repetir novamente. Mais uma vez cabe ao investidor analisar o contexto do cenário histórico para verificar a viabilidade de utilizar ele ou não a fim de não ter uma métrica muito fora da possível realidade.

#	Retorno USDBRL	Retorno Ibov	DI em Bps	Data Inicial	Data Final
1	-0,46%	7,13%	-520	21/jun/02	28/jun/02
2	-9,76%	6,89%	-478	30/jul/02	09/ago/02
3	-7,38%	13,55%	-423	29/out/01	13/nov/01
4	-6,32%	10,46%	-413	29/out/01	12/nov/01
5	9,43%	-4,25%	-419	04/out/02	10/out/02
6	-7,27%	17,81%	-396	30/out/01	19/nov/01
7	-7,43%	6,32%	-413	10/dez/02	18/dez/02
8	-4,95%	9,93%	-393	13/ago/02	30/ago/02
9	-1,49%	-0,73%	-395	01/jul/02	18/jul/02
10	-6,96%	10,34%	-383	29/out/01	08/nov/01

Tabela 28 – 10 maiores descidas da taxa do DI futuro de 1 ano entre Jan2000 e Ago2018 com os respectivos movimentos no USDBRL e no Ibovespa de 1 ano

Além dos cenários de estresse apresentados nas tabelas 28 e na tabela 27, também foram criados cenários de estresse para o ativo USDBRL, considerando apreciação do dólar contra o real e o cenário oposto considerando uma depreciação do dólar. Além disso também foram determinados cenários considerando subidas nas taxas de juros e valorizações do índice Ibovespa, esses outros cenários estão dispostos no apêndice H.

### 5.7.2 Gestão de risco de mercado

Como abordado anteriormente, gestores de risco e investidores tem interesse em minimizar perdas severas de suas carteiras. Para tal, é feito normalmente, um monitoramento diário do risco que as carteiras estão correndo, utilizando as mais diferentes formas apresentadas na introdução, cálculos paramétricos, cálculos com simulação histórica e cálculos utilizando simulação de Monte Carlo. O monitoramento de risco é feito usualmente utilizando a métrica de *Value at Risk* nas suas mais diferentes formas combinadas com testes de estresse, o interesse em monitorar essas métricas é analisar se o risco que está se correndo está de acordo com o apetite de risco da companhia e se está dentro de limites pré estabelecidos.

As métricas apresentadas anteriormente podem ser utilizadas pelo gestor de risco a fim de determinar se o risco de sua carteira está de acordo com o que se espera, digamos que a empresa tenha apetite para aguentar apenas um *drawdown* de 20% sobre o valor da sua carteira ou investimento para um intervalo de 60 dias úteis. Dessa forma ela pode calcular diariamente sua métrica de risco, comparar contra o limite e reduzir ou reenquadrar suas posições para reduzir a exposição aos fatores de risco mais sensíveis caso ela esteja gerando perdas acima do decidido internamente.

Como abordado anteriormente, as métricas apresentadas geram resultados diferentes, dessa maneira cabe ao gestor ou investidor determinar qual a melhor métrica para utilizar em sua situação específica, algumas métricas se mostram mais conservadoras e outras mais agressivas. Cabe ao investidor, também, determinar qual intervalo de confiança e tamanho de janela histórica ele pretende utilizar de acordo com os dados disponíveis ou apetite de risco em questão.

O gráfico 23 mostra um exemplo de evolução das métricas comparando contra um limite pré estabelecido para o ativo USDBRL utilizando 5 anos de dados, 60 dias de *Holding Period* e 99% de intervalo de confiança. O gestor de risco poderia requerer uma redução nas posições em taxa de câmbio nos momentos em que as métricas estava acima do limite a fim de proteger a companhia ou investimento.

Esse tipo de monitoramento pode ser usado em complemento as métricas mais tradicionais como o *Value at risk* e os testes de estresse baseados em cenários históricos, como explicado anteriormente, a métrica de *Drawdown* contém informação contida dentro do caminho fechado de *holding period* e contém informações que as métricas baseadas em retorno muitas vezes não conseguem capturar perfeitamente, dessa forma ela pode trazer ao gestor de risco ou investidor uma informação adicional no momento de tomar as decisões. O gestor de risco ou investidor pode não ter ideia do tamanho do *drawdown* que está correndo utilizando apenas as métricas baseadas em retorno e caso atingisse um *drawdown* dessa magnitude seria obrigado a liquidar as posições e sem conseguir capturar uma possível volta nos preços para amenizar as perdas.

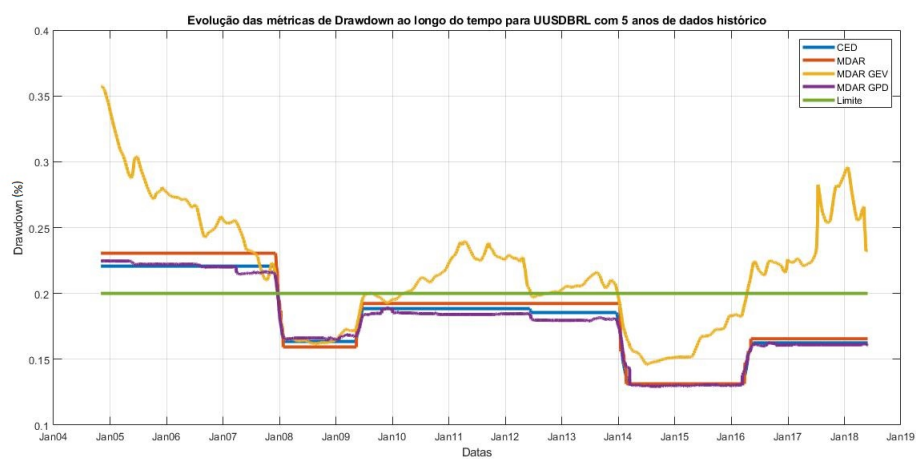


Figura 23 – Gráfico da evolução das métricas para o USDBRL utilizando 5 anos de dados históricos, 60 dias de holding period e 99% de intervalo de confiança

## 6 Conclusão

Investidores buscam sempre maiores lucros, correndo o menor risco possível e utilizam diferentes métricas de risco para comparar diferentes ativos ou portfólios e tomar decisões acerca de movimentos futuros a serem tomados ou não. Nesse contexto as métricas de risco baseadas em *drawdown* não atraem tanta atenção como as mais clássicas baseadas em retorno: *Value at Risk* e *Expected Shortfall*.

Esse trabalho buscou apresentar inicialmente de forma teórica diferentes métricas de risco baseadas na distribuição de *Maximum Drawdown*, duas métricas baseadas exclusivamente na distribuição histórica de *Maximum Drawdown*, *Conditional Expected Drawdown* e *Maximum Drawdown at Risk*, duas métricas que utilizaram a teoria de valores extremos sobre a distribuição de *Maximum Drawdown*: *Maximum Drawdown at Risk GEV* e *Maximum Drawdown at Risk GPD* e por fim duas métricas utilizando também a teoria de valores extremos, porém, sobre a distribuição de retornos *Value at Risk GEV* e *Value at Risk GPD*.

A seguir apresentou uma metodologia prática de como calcular essas métricas. Todas as métricas foram baseadas em simulações históricas, porém outros trabalhos poderiam abordar e comparar outras formas de previsão como simulação de *Monte Carlo*. Esse trabalho também apresentou uma série de aplicações da métrica para diferentes ativos brasileiros, casos univariados, e alguns portfólios, caso multi-variado que foi tratado também como um caso univariado.

Através dos resultados obtidos foi possível obter algumas conclusões bastante interessantes que podem servir de suporte na hora de tomar uma decisão de qual a melhor métrica a se utilizar e como utilizá-la. Analisando o caso univariado para os ativos isoladamente a métrica que apresentou o melhor desempenho foi a métrica de *Maximum Drawdown at risk utilizando GEV* que foi aprovada em 34% dos casos entre todas as combinações possíveis, além do fato que em muitos casos a métrica foi rejeitada no *backtest* por ter poucos excessos e não muitos excessos, ou seja a métrica era muito conservadora. A segunda métrica que obteve o melhor desempenho com aprovação em apenas 17% dos casos foi a métrica de *Conditional Expected Drawdown*, porém vale ressaltar que cabe ao investidor analisar o perfil de seu portfólio para decidir a melhor métrica. Como apresentado nos resultados para algumas combinações de *Holding Period*, Intervalo de Confiança e Série Histórica nenhuma métrica foi aprovada enquanto para outras combinações todas as métricas foram aprovadas, assim primeiro o investidor deve determinar que tipo de informação ele pretende mensurar, para então decidir a melhor métrica a se usar.

Inicialmente foi possível concluir que para se utilizar uma simulação histórica é

necessário uma base com dados históricos relevantes, ao utilizar série histórica de 3 anos as métricas apresentaram resultados bastante insatisfatórios ao passo que ao utilizar séries históricas de 10 anos os resultados acabaram sendo muito conservadores, dessa forma, utilizando uma série de 5 anos, foi onde obteve-se os melhores resultados em geral. Dessa forma, cabe ao investidor calibrar o tamanho de sua série histórica de acordo com o tipo de portfólio que se está analisando. A seguir, foi possível perceber também que ao aumentar o *Holding Period* do investimento, o índice de aprovação dos testes diminuiu. Em geral todas as métricas apresentaram um decaimento a medida que o *Holding Period* aumentava. Porém, em alguns casos e ativos até para os períodos mais longos, 60 e 90 dias, algumas métricas foram aprovadas pelo teste de *Kupiec*, mostrando que dependendo da situação é possível fazer uma previsão de longo prazo.

Comparando os ativos USDBRL e IBOVESPA foi possível perceber que os *Maximum Drawdowns* observados no IBOVESPA são em geral maiores que os *Maximum Drawdowns* observados no USDBRL, mostrando que o IBOVESPA é um ativo mais sensível sob a ótica dessa métrica. Entre os três ativos estudados notou-se que o DI1 é o ativo que apresentou menores valores de *Maximum Drawdowns*, isso talvez possa ser explicado pois o prazo escolhido foi um prazo mais curto, apenas 1 ano, enquanto que as grandes movimentações da curva de juros acontecem normalmente em prazos mais longos como 3, 5 ou 10 anos.

Ao analisar os dados de um portfólio, para verificar possíveis efeitos de correlação, percebeu-se uma grande dificuldade para fazer as previsões, surpreendentemente as métricas baseadas em retorno: *Value at Risk usando GEV* e *Value at Risk usando GEV* foram as métricas que tiveram melhor desempenho; porém, ao olhar isoladamente as métricas baseadas na distribuição de *Maximum Drawdown* a métrica de *Maximum Drawdown at risk utilizando GEV* foi novamente a melhor. Vale ainda ressaltar que quando utilizou-se a série histórica de 10 anos na grande maioria dos casos, tanto no estudo do portfólio quanto no estudo individualizado dos ativos, o *backtest* não foi rejeitado pelo grande número de excessos; mas sim pelo pequeno número, mostrando, dessa forma, que as métricas ficaram muito conservadoras, algo que não é todo ruim do ponto de vista do gestor de risco.

Por ser uma métrica dependente do caminho o teste de *Christoffersen* não se mostrou adequado a esse tipo de métrica, pois foi rejeitado em todos os casos, isso provavelmente se deve ao fato que um grande *Maximum Drawdown* empírico contém alguns *Maximum Drawdowns* de menor magnitude, dessa forma as violações de *backtest* acabam por ficar em sequência, causando rejeições do teste de *Christoffersen*. Os únicos testes que não foram rejeitados, foram os casos em que o teste de *Kupiec* não apresentou nenhum excesso.

Vale ressaltar também a grande utilidade de métricas baseadas em *Drawdown* para criação de cenários de estresse; ao invés de utilizar cenários hipotéticos ou cenários históricos fixos, pode-se criar cenários dinâmicos que vão evoluindo ao longo do tempo e

que permitem analisar o portfólio sempre buscando a maior perda possível, ao contrário de cenários históricos fixos que, dependendo o posicionamento do investidor, podem acabar gerando ganhos naquele cenário. Também vale ressaltar que o uso de métricas de risco de mercado pode servir de complemento na gestão de risco, ao ser utilizada junto com o tradicional *Value at Risk* o investidor pode ter uma visão completa do seu portfólio a fim de determinar se o risco que se incorre é adequado ou não com o *Value at Risk* trazendo o risco de 1 dia e uma métrica de *Drawdown* trazendo a informação para um horizonte de tempo maior.

Em relação a novos trabalhos ainda existe muito espaço para serem discutidos temas relacionados a *Drawdowns*, *Maximum Drawdowns* e métricas de riscos baseadas na distribuição de *Maximum Drawdowns*. Esse trabalho poderia ser expandido para outros ativos como por exemplo outros vencimentos de taxa de juros DI1 para verificar se algum vencimento específico corre risco maior de *Drawdown* ou se existe algum tipo de relação entre os prazos e o *Maximum Drawdown* observados. Também pode ser feita uma análise mais a fundo da área de renda variável, ao invés de analisar o índice IBOVESPA, poderia ser analisado uma série de ações a fim de verificar quais ações são as maiores responsáveis pelos *Drawdowns* da bolsa como um todo ou se existe algum tipo de influência setorial sobre os *Drawdowns*, ações do setor bancário sofrem *Maximum Drawdowns* maiores que ações do setor de consumo, por exemplo.

Além disso pode-se estudar, para ativos brasileiros, alguma estratégia de otimização de portfólio e alocação de ativos que minimize o *Maximum Drawdown* e comparar o desempenho dessa estratégia com outras estratégias mais tradicionais em termos de retorno, existem trabalhos acadêmicos sobre esse tema mas nada ainda apresentado para ativos brasileiros.

# Referências

- ACERBI, C.; TASCHE, D. Expected shortfall: a natural coherent alternative to value at risk. *Economic Notes*, 2003.
- ALEXANDER, C. *Market Risk Analysis, Volume IV, Value at Risk Models*. [S.l.]: Wiley, 2008.
- ARTZNER, P. et al. Coherent measures of risk. *Mathematical Finance*, 1998.
- BURGHARDT, G.; DUNCAN, R.; LIU, L. Deciphering drawdown. *Risk Magazine*, 2003.
- CARR, P. P.; HADJILIADIS, O.; ZHANG, H. Maximum drawdown insurance. *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, 2011.
- CHECKHLOV, A.; URYASEV, S.; ZABARANKIN, M. Portfolio optimization with drawdown constraints. *Asset and Liability Management Tools*, 2003.
- CHRISTOFFERSEN, P. F. Evaluating interval forecasts. *International Economic Review*, 1998.
- COELHO, R. *Medindo o risco através da perda: Maximum Drawdown at Risk*. [S.l.]: IMPA, 2015.
- CVITANIC, J.; KARATZAS, I. On portfolio optimization under "drawdown" constraints. *IMA Lecture Notes in Mathematics and Applications*, 1995.
- DOUADY, R.; SHIRYAEV, A.; YOR, M. On probability characteristics of "downfalls" in a standard brownian motion. *Theory Probability Applications*, 1998.
- GENARIO, A. d. A utilização da teoria dos valores extremos para estabelecimento de cenários de estresse: o caso da bmf. *Resenha BMF n161*, 2004.
- GOLDBERG, L. R.; MAHMOUD, O. On a convex measure of drawdown risk. *Center for Risk Management Research*, 2014.
- GOLDBERG, L. R.; MAHMOUD, O. Drawdown: From practice to theory and back again. *Mathematics and Financial Economics*, 2016.
- HADJILIADIS, O.; VECER, J. Drawdowns preceding rallies in the brownian motion model. *Quantitative Finance*, 2006.
- JORION, P. *Value At Risk - a Nova Fonte de Referência Para a Gestão do Risco Financeiro*. [S.l.]: BmF, 2012.
- KUPIEC, P. Techniques for verifying the accuracy of risk management models. *Journal of Derivatives*, 1995.
- LANDRIAULT, D.; LI, B.; ZHANG, H. On the frequency of drawdowns for brownian motion processes. *Journal of Applied Probability*, 2014.



- LEHOCZKY, J. P. Formulas for stopped diffusion processes with stopping times based on the maximum. *The Annals of Probability*, 1977.
- LO, A.; REMOROV, A. Stop-loss strategies with serial correlation, regime switching, and transaction costs. *Journal of Financial Markets*, 2017.
- MAGDON-ISMAIL, M. et al. On the maximum drawdown of a brownian motion. *Journal of Applied Probability*, 2004.
- MENDES, B. V. d. M. *Introdução a Análise de Eventos Extremos*. [S.l.]: e-papers, 2004.
- MENDES, B. V. d. M.; BRANDI, V. R. Assessing drawdown-at-risk in brazilian real foreign exchange rates. *Revista Brasileira de Finanças*, 2004.
- MENDES, B. V. d. M.; LEAL, R. Maximum drawdown: Models and applications. *Coppead Working Paper Series No. 359*, 2004.
- ROCKAFELLAR, R. T.; ZABARANKIN, M.; URYASEV, S. Deviation measures in risk analysis and optimization. *Technical report, University of Florida, Department of Industrial and Systems Engineering*, 2002.
- TASCHE, D. Expected shortfall and beyond. *Journal of Banking and Finance*, 2002.
- TAYLOR, H. M. A stopped brownian motion formula. *The Annals of Probability*, 1975.
- VECER, J.; HADJILIADIS, O.; POSPISIL, L. Formulas for stopped diffusion processes with stopping times based on drawdowns and drawups. *Stochastic Processes and their Applications*, 2009.
- VECER, J.; POSPISIL, L. Portfolio sensitivity to the changes in the maximum and the maximum drawdown. *Quantitative Finance*, 2010.
- ZABARANKIN, M.; URYASEV, S.; PAVLIKOV, K. Capital asset pricing model (capm) with drawdown measure. *European Journal of Operational Research*, 2014.
- ZHANG, H.; HADJILIADIS, O. Drawdowns and rallies in a finite time-horizon. *Methodology and Computing in Applied Probability*, 2010.
- ZHOU, Z.; GROSSMAN, S. Optimal investment strategies for controlling drawdowns. *Mathematical Finance*, 1993.

## Apêndices

# APÊNDICE A – Códigos utilizados para obtenção das métricas de risco

## A.1 Cálculo do MDaR Histórico

```

datas = dados(:,1); %aqui colocamos as datas dos pre os do ativo objeto
%que est o no vetor dados
usdbrl = dados(:,2); %aqui colocamos as os pre os do ativo
%objeto que est o no vetor dados

p = 90; %holding period

n=length(usdbrl);
alpha = 0.95; %intervalo de confian a
alpha_1 = 0.99; %intervalo de confian a
alpha_2 = 0.975;%intervalo de confian a

DD=[];
MDAR =[];
MDAR_975 =[];
MDAR_99 =[];
CED = [];
BT = [];
aux_datas = [];
hist = 756; %tamanho da janela hist rica
for k = hist:n-p
    vetor_periodo = usdbrl(k-hist+1:k);
    vetor_backtest = usdbrl(k + 1: k + p);
    DD = [];
for i=p:hist
    aux=vetor_periodo(i-p+1:i);
    dd=maxdrawdown(aux,'geometric'); %calculo utilizando fun o
%do matlab para maximum drawdown
    DD=[DD;dd];

```

```

end

bt = maxdrawdown(vetor_backtest,'geometric');
BT = [BT;bt]; %obtendo Vetor utilizado para o backtest

n_crit = (1-alpha)*length(DD);
n_crit = round(n_crit,0);

n_crit_1 = (1-alpha_1)*length(DD);
n_crit_1 = round(n_crit_1,0);

n_crit_2 = (1-alpha_2)*length(DD);
n_crit_2 = round(n_crit_2,0);

DD = sort(DD,'descend');

mdar = DD(n_crit);
mdar_975 = DD(n_crit_2);
mdar_99 = DD(n_crit_1);

MDAR = [MDAR;mdar]; %obtendo MDaR Hist rico
MDAR_975 = [MDAR_975;mdar_975]; %obtendo MDaR Hist rico
MDAR_99 = [MDAR_99;mdar_99]; %obtendo MDaR Hist rico

aux1 = datas(k);
aux_datas = [aux_datas,aux1];
end

aux_datas = aux_datas';

```

## A.2 Cálculo do MDaR pela teoria de valores extremos GEV e GPD

```

%Dados hist ricos pela TVE, fitando as distribui es da TVE na distri
%de maximum drawdown

datas = dados(:,1); %aqui colocamos as datas dos pre os do ativo objeto

```

---

```

%que est o no vetor dados
usdbrl = dados (:,2); %aqui colocamos as os pre os do ativo
%objeto que est o no vetor dados

%loop para fazer os dados hist ricos dia a dia

p = 90; %holding period
n=length(usdbrl);
alpha = 0.95; %intervalo de confian a
alpha_1 = 0.99; %intervalo de confian a
alpha_2 = 0.975; %intervalo de confian a

GEV=[];
GPD =[];
GEV_PARM = [];
GPD_PARM = [];

GEV_MDAR_975=[];
GEV_MDAR_99 =[];

GPD_MDAR_975=[];
GPD_MDAR_99 =[];

DD = [];
hist = 756; %tamanho da janela hist rica
for k = hist:n-p
    vetor_perodo = usdbrl(k-hist+1:k);
    DD = [];
    for i=p:hist
        aux=vetor_perodo(i-p+1:i);
        dd=maxdrawdown(aux, 'geometric ');
        DD=[DD;dd];
    end

x = 1;
pd_1 = fitdist(DD, 'GeneralizedExtremeValue ');
gev_parm =pd_1.ParameterValues;
pd_2 = paretotails(DD,0,0.8, 'kernel ');
gpd_parm =pd_2.UpperParameters;

```

```

q = icdf(pd_1,alpha);
q_2 = icdf(pd_2,alpha);

q_99 = icdf(pd_1,alpha_1);
q_975 = icdf(pd_1,alpha_2);

q_2_99 = icdf(pd_2,alpha_1);
q_2_975 = icdf(pd_2,alpha_2);

GEV = [GEV,q]; %obtendo MDaR GEV
GPD = [GPD,q_2]; %obtendo MDaR GPD

GEV_MDAR_975 = [GEV_MDAR_975,q_975]; %obtendo MDaR GEV
GEV_MDAR_99 = [GEV_MDAR_99,q_99]; %obtendo MDaR GEV

GPD_MDAR_975 = [GPD_MDAR_975,q_2_975]; %obtendo MDaR GPD
GPD_MDAR_99 = [GPD_MDAR_99,q_2_99]; %obtendo MDaR GPD

GEV_PARM = [GEV_PARM;gev_parm];
GPD_PARM = [GPD_PARM;gpd_parm];
end

GEV = GEV'; %obtendo MDaR GEV
GPD = GPD'; %obtendo MDaR GPD

GEV_MDAR_975=GEV_MDAR_975'; %obtendo MDaR GEV
GEV_MDAR_99 =GEV_MDAR_99'; %obtendo MDaR GEV

GPD_MDAR_975=GPD_MDAR_975';%obtendo MDaR GPD
GPD_MDAR_99 =GPD_MDAR_99';%obtendo MDaR GPD

```

### A.3 Cálculo do VaR pela teoria de valores extremos GEV e GPD

```

datas = dados(:,1); %aqui colocamos as datas dos pre os do ativo objeto
%que est o no vetor dados
usdbrl = dados(:,2); %aqui colocamos as os pre os do ativo

```

```

%objeto que est o no vetor dados

p = 90; %holding period
n=length(usdbrl);
alpha = 0.95; %intervalo de confian a
alpha_1 = 0.99; %intervalo de confian a
alpha_2 = 0.975; %intervalo de confian a

aux_datas = [];
RET = [];
GEV_VAR=[];
GPD_VAR =[];

GEV_VAR_975=[];
GEV_VAR_99 =[];

GPD_VAR_975=[];
GPD_VAR_99 =[];

GEV_PARM = [];
GPD_PARM = [];

hist = 756; %tamanho da janela hist rica

for k = hist:n-p
    vetor_perodo = usdbrl(k-hist+1:k);
    RET = [];
    for i=p:hist
        aux=vetor_perodo(i-p+1:i);
        ret=log(aux(p)/aux(1));
        RET=[RET;ret ];
    end

n_crit = (1-alpha)*length(RET);
n_crit = round(n_crit,0);
RET = sort(RET,'ascend ');
aux1 = datas(k);
aux_datas = [aux_datas,aux1];

```

---

```

pd_1 = fitdist (RET, 'GeneralizedExtremeValue ');
gev_parm =pd_1.ParameterValues;
pd_2 = paretotails (RET,0,0.8, 'kernel ');
gpd_parm =pd_2.UpperParameters;

q = icdf(pd_1,alpha);
q_2 = icdf(pd_2,alpha);

q_99 = icdf(pd_1,alpha_1);
q_975 = icdf(pd_1,alpha_2);

q_2_99 = icdf(pd_2,alpha_1);
q_2_975 = icdf(pd_2,alpha_2);

GEV_VAR = [GEV_VAR,q]; %obtendo VaR GEV
GEV_VAR_975 = [GEV_VAR_975,q_975]; %obtendo VaR GEV
GEV_VAR_99 = [GEV_VAR_99,q_99]; %obtendo VaR GEV

GPD_VAR = [GPD_VAR,q_2]; %obtendo VaR GPD
GPD_VAR_975 = [GPD_VAR_975,q_2_975]; %obtendo VaR GPD
GPD_VAR_99 = [GPD_VAR_99,q_2_99]; %obtendo VaR GPD

GEV_PARM = [GEV_PARM;gev_parm];
GPD_PARM = [GPD_PARM;gpd_parm];

end

aux_datas = aux_datas';

GEV_VAR = GEV_VAR'; %obtendo VaR GEV
GPD_VAR = GPD_VAR'; %obtendo VaR GPD

GEV_VAR_975=GEV_VAR_975'; %obtendo VaR GEV
GEV_VAR_99 =GEV_VAR_99'; %obtendo VaR GEV

GPD_VAR_975=GPD_VAR_975'; %obtendo VaR GPD
GPD_VAR_99 =GPD_VAR_99'; %obtendo VaR GPD

```



```
clearvars -except dados
```

## A.4 Cálculo do CED Histórico

```
datas = dados(:,1); %aqui colocamos as datas dos pre os do ativo objeto
%que est o no vetor dados
usdbrl = dados(:,2); %aqui colocamos as os pre os do ativo
%objeto que est o no vetor dados
```

```
p = 90; %holding period
n=length(usdbrl);
alpha = 0.8744; %intervalo de confian a ajustado
alpha_1 = 0.9358; %intervalo de confian a ajustado
alpha_2 = 0.975; %intervalo de confian a ajustado
```

```
DD=[];
CED = [];
CED_975 = [];
CED_99 = [];
```

```
aux_datas = [];
hist = 756; %tamanho da janela hist rica
for k = hist:n-p
    vetor_periodo = usdbrl(k-hist+1:k);
    DD = [];
    for i=p:hist
        aux=vetor_periodo(i-p+1:i);
        dd=maxdrawdown(aux,'geometric');% calculo utilizando fun o
        %do matlab para maximum drawdown
        DD=[DD;dd];
    end
end
```

```
n_crit = (1-alpha)*length(DD);
n_crit = round(n_crit,0);
```

```
n_crit_1 = (1-alpha_1)*length(DD);
```

---

```
n_crit_1 = round(n_crit_1,0);

n_crit_2 = (1-alpha_2)*length(DD);
n_crit_2 = round(n_crit_2,0);

DD = sort(DD, 'descend ');
ced = mean(DD(1:n_crit)); %obtendo CED
ced_975 = mean(DD(1:n_crit_1)); %obtendo CED
ced_99 = mean(DD(1:n_crit_2)); %obtendo CED

CED = [CED;ced]; %obtendo CED
CED_975 = [CED_975;ced_975]; %obtendo CED
CED_99 = [CED_99;ced_99]; %obtendo CED

aux1 = datas(k);
aux_datas = [aux_datas,aux1];
end

aux_datas = aux_datas';
```

## APÊNDICE B – Códigos utilizados para o backtest

```
%as series historicas das metricas e dos dados empiricos est o no vetor

alpha = 0.99; %determinando o intervalo de confian a

vbt = varbacktest(-data(:,5),[data(:,1) data(:,2) data(:,3) data(:,4)...
    data(:,6) data(:,7)], 'PortfolioID', 'USDBRL', 'VaRID', ...
    {'CED' 'MDaR' 'MDaR GEV' 'MDaR GPD' 'VaR GEV' 'VaR GPD'}, ...
    'VaRLevel',[alpha alpha alpha alpha alpha alpha])
%criando objeto backtest

TestResults = pof(vbt, 'TestLevel', 0.9) %teste de kupiec
TestResults2 = cci(vbt, 'TestLevel', 0.9) %teste de christoffersen
```

## APÊNDICE C – Resultados detalhados do teste de *Kupiec* para USDBRL

Ativo	Métrica	$\alpha$	Resultado	Observations	Failures	TestLevel	Holding Period
USDBRL	CED	0,95	'accept'	1728	77	0,9	15 Dias
USDBRL	MDaR	0,95	'accept'	1728	84	0,9	15 Dias
USDBRL	MDaR GEV	0,95	'accept'	1728	73	0,9	15 Dias
USDBRL	MDaR GPD	0,95	'accept'	1728	73	0,9	15 Dias
USDBRL	VaR GEV	0,95	'reject'	1728	145	0,9	15 Dias
USDBRL	VaR GPD	0,95	'reject'	1728	147	0,9	15 Dias
USDBRL	CED	0,95	'reject'	1288	90	0,9	30 Dias
USDBRL	MDaR	0,95	'reject'	1288	79	0,9	30 Dias
USDBRL	MDaR GEV	0,95	'reject'	1288	87	0,9	30 Dias
USDBRL	MDaR GPD	0,95	'reject'	1288	78	0,9	30 Dias
USDBRL	VaR GEV	0,95	'reject'	1288	183	0,9	30 Dias
USDBRL	VaR GPD	0,95	'reject'	1288	167	0,9	30 Dias
USDBRL	CED	0,95	'reject'	991	80	0,9	60 Dias
USDBRL	MDaR	0,95	'reject'	991	80	0,9	60 Dias
USDBRL	MDaR GEV	0,95	'accept'	991	61	0,9	60 Dias
USDBRL	MDaR GPD	0,95	'reject'	991	69	0,9	60 Dias
USDBRL	VaR GEV	0,95	'reject'	991	230	0,9	60 Dias
USDBRL	VaR GPD	0,95	'reject'	991	208	0,9	60 Dias
USDBRL	CED	0,95	'reject'	822	86	0,9	90 Dias
USDBRL	MDaR	0,95	'reject'	822	81	0,9	90 Dias
USDBRL	MDaR GEV	0,95	'reject'	822	63	0,9	90 Dias
USDBRL	MDaR GPD	0,95	'reject'	822	85	0,9	90 Dias
USDBRL	VaR GEV	0,95	'reject'	822	197	0,9	90 Dias
USDBRL	VaR GPD	0,95	'reject'	822	190	0,9	90 Dias

Tabela 29 – Resultado detalhado do *Backtest* com 3 anos de série histórica e com intervalo de confiança 95%

Ativo	Métrica	$\alpha$	Resultado	Observations	Failures	TestLevel	Holding Period
USDBRL	CED	0,975	'accept'	1728	36	0,9	15 Dias
USDBRL	MDaR	0,975	'accept'	1728	37	0,9	15 Dias
USDBRL	MDaR GEV	0,975	'accept'	1728	34	0,9	15 Dias
USDBRL	MDaR GPD	0,975	'accept'	1728	37	0,9	15 Dias
USDBRL	VaR GEV	0,975	'accept'	1728	34	0,9	15 Dias
USDBRL	VaR GPD	0,975	'reject'	1728	19	0,9	15 Dias
USDBRL	CED	0,975	'reject'	1288	53	0,9	30 Dias
USDBRL	MDaR	0,975	'reject'	1288	46	0,9	30 Dias
USDBRL	MDaR GEV	0,975	'reject'	1288	43	0,9	30 Dias
USDBRL	MDaR GPD	0,975	'reject'	1288	52	0,9	30 Dias
USDBRL	VaR GEV	0,975	'reject'	1288	84	0,9	30 Dias
USDBRL	VaR GPD	0,975	'accept'	1288	27	0,9	30 Dias
USDBRL	CED	0,975	'reject'	991	58	0,9	60 Dias
USDBRL	MDaR	0,975	'reject'	991	57	0,9	60 Dias
USDBRL	MDaR GEV	0,975	'accept'	991	26	0,9	60 Dias
USDBRL	MDaR GPD	0,975	'reject'	991	57	0,9	60 Dias
USDBRL	VaR GEV	0,975	'reject'	991	164	0,9	60 Dias
USDBRL	VaR GPD	0,975	'reject'	991	108	0,9	60 Dias
USDBRL	CED	0,975	'reject'	822	79	0,9	90 Dias
USDBRL	MDaR	0,975	'reject'	822	72	0,9	90 Dias
USDBRL	MDaR GEV	0,975	'reject'	822	55	0,9	90 Dias
USDBRL	MDaR GPD	0,975	'reject'	822	75	0,9	90 Dias
USDBRL	VaR GEV	0,975	'reject'	822	172	0,9	90 Dias
USDBRL	VaR GPD	0,975	'reject'	822	174	0,9	90 Dias

Tabela 30 – Resultado detalhado do *Backtest* com 3 anos de série histórica e com intervalo de confiança 97.5%

Ativo	Métrica	$\alpha$	Resultado	Observations	Failures	TestLevel	Holding Period
USDBRL	CED	0,99	'accept'	1728	24	0,9	15 Dias
USDBRL	MDaR	0,99	'accept'	1728	16	0,9	15 Dias
USDBRL	MDaR GEV	0,99	'accept'	1728	17	0,9	15 Dias
USDBRL	MDaR GPD	0,99	'accept'	1728	22	0,9	15 Dias
USDBRL	VaR GEV	0,99	'reject'	1728	7	0,9	15 Dias
USDBRL	VaR GPD	0,99	'reject'	1728	2	0,9	15 Dias
USDBRL	CED	0,99	'reject'	1288	30	0,9	30 Dias
USDBRL	MDaR	0,99	'reject'	1288	21	0,9	30 Dias
USDBRL	MDaR GEV	0,99	'accept'	1288	18	0,9	30 Dias
USDBRL	MDaR GPD	0,99	'reject'	1288	24	0,9	30 Dias
USDBRL	VaR GEV	0,99	'reject'	1288	36	0,9	30 Dias
USDBRL	VaR GPD	0,99	'reject'	1288	27	0,9	30 Dias
USDBRL	CED	0,99	'reject'	991	49	0,9	60 Dias
USDBRL	MDaR	0,99	'reject'	991	45	0,9	60 Dias
USDBRL	MDaR GEV	0,99	'accept'	991	10	0,9	60 Dias
USDBRL	MDaR GPD	0,99	'reject'	991	52	0,9	60 Dias
USDBRL	VaR GEV	0,99	'reject'	991	117	0,9	60 Dias
USDBRL	VaR GPD	0,99	'reject'	991	108	0,9	60 Dias
USDBRL	CED	0,99	'reject'	822	71	0,9	90 Dias
USDBRL	MDaR	0,99	'reject'	822	70	0,9	90 Dias
USDBRL	MDaR GEV	0,99	'reject'	822	42	0,9	90 Dias
USDBRL	MDaR GPD	0,99	'reject'	822	69	0,9	90 Dias
USDBRL	VaR GEV	0,99	'reject'	822	142	0,9	90 Dias
USDBRL	VaR GPD	0,99	'reject'	822	141	0,9	90 Dias

Tabela 31 – Resultado detalhado do *Backtest* com 3 anos de série histórica e com intervalo de confiança 99%

Ativo	Métrica	$\alpha$	Resultado	Observations	Failures	TestLevel	Holding Period
USDBRL	CED	0,95	'accept'	1477	61	0,9	15 Dias
USDBRL	MDaR	0,95	'accept'	1477	64	0,9	15 Dias
USDBRL	MDaR GEV	0,95	'accept'	1477	67	0,9	15 Dias
USDBRL	MDaR GPD	0,95	'accept'	1477	70	0,9	15 Dias
USDBRL	VaR GEV	0,95	'reject'	1477	108	0,9	15 Dias
USDBRL	VaR GPD	0,95	'reject'	1477	103	0,9	15 Dias
USDBRL	CED	0,95	'accept'	1087	58	0,9	30 Dias
USDBRL	MDaR	0,95	'accept'	1087	63	0,9	30 Dias
USDBRL	MDaR GEV	0,95	'reject'	1087	68	0,9	30 Dias
USDBRL	MDaR GPD	0,95	'accept'	1087	56	0,9	30 Dias
USDBRL	VaR GEV	0,95	'reject'	1087	119	0,9	30 Dias
USDBRL	VaR GPD	0,95	'reject'	1087	105	0,9	30 Dias
USDBRL	CED	0,95	'reject'	816	52	0,9	60 Dias
USDBRL	MDaR	0,95	'reject'	816	52	0,9	60 Dias
USDBRL	MDaR GEV	0,95	'accept'	816	50	0,9	60 Dias
USDBRL	MDaR GPD	0,95	'accept'	816	47	0,9	60 Dias
USDBRL	VaR GEV	0,95	'reject'	816	117	0,9	60 Dias
USDBRL	VaR GPD	0,95	'reject'	816	112	0,9	60 Dias
USDBRL	CED	0,95	'reject'	672	60	0,9	90 Dias
USDBRL	MDaR	0,95	'reject'	672	61	0,9	90 Dias
USDBRL	MDaR GEV	0,95	'reject'	672	60	0,9	90 Dias
USDBRL	MDaR GPD	0,95	'reject'	672	60	0,9	90 Dias
USDBRL	VaR GEV	0,95	'reject'	672	128	0,9	90 Dias
USDBRL	VaR GPD	0,95	'reject'	672	108	0,9	90 Dias

Tabela 32 – Resultado detalhado do *Backtest* com 5 anos de série histórica e com intervalo de confiança 95%

Ativo	Métrica	$\alpha$	Resultado	Observations	Failures	TestLevel	Holding Period
USDBRL	CED	0,975	'accept'	1477	33	0,9	15 Dias
USDBRL	MDaR	0,975	'accept'	1477	34	0,9	15 Dias
USDBRL	MDaR GEV	0,975	'reject'	1477	27	0,9	15 Dias
USDBRL	MDaR GPD	0,975	'accept'	1477	33	0,9	15 Dias
USDBRL	VaR GEV	0,975	'accept'	1477	30	0,9	15 Dias
USDBRL	VaR GPD	0,975	'reject'	1477	20	0,9	15 Dias
USDBRL	CED	0,975	'accept'	1087	35	0,9	30 Dias
USDBRL	MDaR	0,975	'accept'	1087	30	0,9	30 Dias
USDBRL	MDaR GEV	0,975	'accept'	1087	35	0,9	30 Dias
USDBRL	MDaR GPD	0,975	'accept'	1087	34	0,9	30 Dias
USDBRL	VaR GEV	0,975	'reject'	1087	51	0,9	30 Dias
USDBRL	VaR GPD	0,975	'accept'	1087	33	0,9	30 Dias
USDBRL	CED	0,975	'reject'	816	30	0,9	60 Dias
USDBRL	MDaR	0,975	'reject'	816	32	0,9	60 Dias
USDBRL	MDaR GEV	0,975	'accept'	816	27	0,9	60 Dias
USDBRL	MDaR GPD	0,975	'reject'	816	29	0,9	60 Dias
USDBRL	VaR GEV	0,975	'reject'	816	77	0,9	60 Dias
USDBRL	VaR GPD	0,975	'reject'	816	67	0,9	60 Dias
USDBRL	CED	0,975	'reject'	672	57	0,9	90 Dias
USDBRL	MDaR	0,975	'reject'	672	53	0,9	90 Dias
USDBRL	MDaR GEV	0,975	'reject'	672	51	0,9	90 Dias
USDBRL	MDaR GPD	0,975	'reject'	672	55	0,9	90 Dias
USDBRL	VaR GEV	0,975	'reject'	672	76	0,9	90 Dias
USDBRL	VaR GPD	0,975	'reject'	672	75	0,9	90 Dias

Tabela 33 – Resultado detalhado do *Backtest* com 5 anos de série histórica e intervalo de confiança 97.5%

Ativo	Métrica	$\alpha$	Resultado	Observations	Failures	TestLevel	Holding Period
USDBRL	CED	0,99	'accept'	1477	15	0,9	15 Dias
USDBRL	MDaR	0,99	'accept'	1477	14	0,9	15 Dias
USDBRL	MDaR GEV	0,99	'accept'	1477	12	0,9	15 Dias
USDBRL	MDaR GPD	0,99	'accept'	1477	17	0,9	15 Dias
USDBRL	VaR GEV	0,99	'reject'	1477	8	0,9	15 Dias
USDBRL	VaR GPD	0,99	'reject'	1477	3	0,9	15 Dias
USDBRL	CED	0,99	'accept'	1087	16	0,9	30 Dias
USDBRL	MDaR	0,99	'accept'	1087	16	0,9	30 Dias
USDBRL	MDaR GEV	0,99	'accept'	1087	9	0,9	30 Dias
USDBRL	MDaR GPD	0,99	'accept'	1087	14	0,9	30 Dias
USDBRL	VaR GEV	0,99	'reject'	1087	26	0,9	30 Dias
USDBRL	VaR GPD	0,99	'reject'	1087	21	0,9	30 Dias
USDBRL	CED	0,99	'reject'	816	28	0,9	60 Dias
USDBRL	MDaR	0,99	'reject'	816	28	0,9	60 Dias
USDBRL	MDaR GEV	0,99	'accept'	816	13	0,9	60 Dias
USDBRL	MDaR GPD	0,99	'reject'	816	27	0,9	60 Dias
USDBRL	VaR GEV	0,99	'reject'	816	35	0,9	60 Dias
USDBRL	VaR GPD	0,99	'reject'	816	34	0,9	60 Dias
USDBRL	CED	0,99	'reject'	672	51	0,9	90 Dias
USDBRL	MDaR	0,99	'reject'	672	49	0,9	90 Dias
USDBRL	MDaR GEV	0,99	'reject'	672	44	0,9	90 Dias
USDBRL	MDaR GPD	0,99	'reject'	672	51	0,9	90 Dias
USDBRL	VaR GEV	0,99	'reject'	672	49	0,9	90 Dias
USDBRL	VaR GPD	0,99	'reject'	672	50	0,9	90 Dias

Tabela 34 – Resultado detalhado do *Backtest* com 5 anos de série histórica e intervalo de confiança 99%

Ativo	Métrica	$\alpha$	Resultado	Observations	Failures	TestLevel	Holding Period
USDBRL	CED	0,95	'reject'	869	25	0,9	15 Dias
USDBRL	MDaR	0,95	'reject'	869	30	0,9	15 Dias
USDBRL	MDaR GEV	0,95	'reject'	869	27	0,9	15 Dias
USDBRL	MDaR GPD	0,95	'reject'	869	31	0,9	15 Dias
USDBRL	VaR GEV	0,95	'accept'	869	36	0,9	15 Dias
USDBRL	VaR GPD	0,95	'accept'	869	44	0,9	15 Dias
USDBRL	CED	0,95	'accept'	572	22	0,9	30 Dias
USDBRL	MDaR	0,95	'accept'	572	21	0,9	30 Dias
USDBRL	MDaR GEV	0,95	'accept'	572	23	0,9	30 Dias
USDBRL	MDaR GPD	0,95	'reject'	572	19	0,9	30 Dias
USDBRL	VaR GEV	0,95	'accept'	572	23	0,9	30 Dias
USDBRL	VaR GPD	0,95	'accept'	572	23	0,9	30 Dias
USDBRL	CED	0,95	'reject'	447	12	0,9	60 Dias
USDBRL	MDaR	0,95	'reject'	447	12	0,9	60 Dias
USDBRL	MDaR GEV	0,95	'reject'	447	12	0,9	60 Dias
USDBRL	MDaR GPD	0,95	'reject'	447	12	0,9	60 Dias
USDBRL	VaR GEV	0,95	'reject'	447	3	0,9	60 Dias
USDBRL	VaR GPD	0,95	'reject'	447	2	0,9	60 Dias
USDBRL	CED	0,95	'accept'	354	14	0,9	90 Dias
USDBRL	MDaR	0,95	'reject'	354	11	0,9	90 Dias
USDBRL	MDaR GEV	0,95	'accept'	354	14	0,9	90 Dias
USDBRL	MDaR GPD	0,95	'reject'	354	11	0,9	90 Dias
USDBRL	VaR GEV	0,95	'reject'	354	1	0,9	90 Dias
USDBRL	VaR GPD	0,95	'reject'	354	2	0,9	90 Dias

Tabela 35 – Resultado detalhado do *Backtest* com 10 anos de série histórica e com intervalo de confiança 95%

Ativo	Métrica	$\alpha$	Resultado	Observations	Failures	TestLevel	Holding Period
USDBRL	CED	0,975	'reject'	869	9	0,9	15 Dias
USDBRL	MDaR	0,975	'reject'	869	9	0,9	15 Dias
USDBRL	MDaR GEV	0,975	'reject'	869	9	0,9	15 Dias
USDBRL	MDaR GPD	0,975	'reject'	869	11	0,9	15 Dias
USDBRL	VaR GEV	0,975	'reject'	869	9	0,9	15 Dias
USDBRL	VaR GPD	0,975	'reject'	869	7	0,9	15 Dias
USDBRL	CED	0,975	'reject'	572	8	0,9	30 Dias
USDBRL	MDaR	0,975	'reject'	572	4	0,9	30 Dias
USDBRL	MDaR GEV	0,975	'reject'	572	7	0,9	30 Dias
USDBRL	MDaR GPD	0,975	'reject'	572	5	0,9	30 Dias
USDBRL	VaR GEV	0,975	'reject'	572	2	0,9	30 Dias
USDBRL	VaR GPD	0,975	'reject'	572	0	0,9	30 Dias
USDBRL	CED	0,975	'accept'	447	9	0,9	60 Dias
USDBRL	MDaR	0,975	'accept'	447	8	0,9	60 Dias
USDBRL	MDaR GEV	0,975	'reject'	447	2	0,9	60 Dias
USDBRL	MDaR GPD	0,975	'reject'	447	5	0,9	60 Dias
USDBRL	VaR GEV	0,975	'reject'	447	0	0,9	60 Dias
USDBRL	VaR GPD	0,975	'reject'	447	0	0,9	60 Dias
USDBRL	CED	0,975	'reject'	354	3	0,9	90 Dias
USDBRL	MDaR	0,975	'reject'	354	2	0,9	90 Dias
USDBRL	MDaR GEV	0,975	'reject'	354	3	0,9	90 Dias
USDBRL	MDaR GPD	0,975	'reject'	354	3	0,9	90 Dias
USDBRL	VaR GEV	0,975	'reject'	354	0	0,9	90 Dias
USDBRL	VaR GPD	0,975	'reject'	354	0	0,9	90 Dias

Tabela 36 – Resultado detalhado do *Backtest* com 10 anos de série histórica e com intervalo de confiança 97.5%

Ativo	Métrica	$\alpha$	Resultado	Observations	Failures	TestLevel	Holding Period
USDBRL	CED	0,99	'reject'	869	3	0,9	15 Dias
USDBRL	MDaR	0,99	'reject'	869	2	0,9	15 Dias
USDBRL	MDaR GEV	0,99	'reject'	869	2	0,9	15 Dias
USDBRL	MDaR GPD	0,99	'reject'	869	4	0,9	15 Dias
USDBRL	VaR GEV	0,99	'reject'	869	1	0,9	15 Dias
USDBRL	VaR GPD	0,99	'reject'	869	0	0,9	15 Dias
USDBRL	CED	0,99	'reject'	572	0	0,9	30 Dias
USDBRL	MDaR	0,99	'reject'	572	2	0,9	30 Dias
USDBRL	MDaR GEV	0,99	'reject'	572	0	0,9	30 Dias
USDBRL	MDaR GPD	0,99	'reject'	572	0	0,9	30 Dias
USDBRL	VaR GEV	0,99	'reject'	572	0	0,9	30 Dias
USDBRL	VaR GPD	0,99	'reject'	572	0	0,9	30 Dias
USDBRL	CED	0,99	'reject'	447	0	0,9	60 Dias
USDBRL	MDaR	0,99	'reject'	447	0	0,9	60 Dias
USDBRL	MDaR GEV	0,99	'reject'	447	0	0,9	60 Dias
USDBRL	MDaR GPD	0,99	'accept'	447	2	0,9	60 Dias
USDBRL	VaR GEV	0,99	'reject'	447	0	0,9	60 Dias
USDBRL	VaR GPD	0,99	'reject'	447	0	0,9	60 Dias
USDBRL	CED	0,99	'reject'	354	0	0,9	90 Dias
USDBRL	MDaR	0,99	'reject'	354	0	0,9	90 Dias
USDBRL	MDaR GEV	0,99	'reject'	354	0	0,9	90 Dias
USDBRL	MDaR GPD	0,99	'reject'	354	0	0,9	90 Dias
USDBRL	VaR GEV	0,99	'reject'	354	0	0,9	90 Dias
USDBRL	VaR GPD	0,99	'reject'	354	0	0,9	90 Dias

Tabela 37 – Resultado detalhado do *Backtest* com 10 anos de série histórica e com intervalo de confiança 99%



# APÊNDICE D – Resultados detalhados do teste de *Kupiec* para IBOVESPA

Tabela 38 – Resultado detalhado do *Backtest* com 3 anos de série histórica

Ativo	Métrica	$\alpha$	Resultado	Observations	Failures	TestLevel	Holding Period
IBOV	CED	0,95	'reject'	1540	108	0,9	15 Dias
IBOV	MDaR	0,95	'reject'	1540	117	0,9	15 Dias
IBOV	MDaR GEV	0,95	'reject'	1540	108	0,9	15 Dias
IBOV	MDaR GPD	0,95	'reject'	1540	119	0,9	15 Dias
IBOV	VaR GEV	0,95	'reject'	1540	210	0,9	15 Dias
IBOV	VaR GPD	0,95	'reject'	1540	249	0,9	15 Dias
IBOV	CED	0,95	'reject'	1084	103	0,9	30 Dias
IBOV	MDaR	0,95	'reject'	1084	100	0,9	30 Dias
IBOV	MDaR GEV	0,95	'reject'	1084	105	0,9	30 Dias
IBOV	MDaR GPD	0,95	'reject'	1084	103	0,9	30 Dias
IBOV	VaR GEV	0,95	'reject'	1084	218	0,9	30 Dias
IBOV	VaR GPD	0,95	'reject'	1084	227	0,9	30 Dias
IBOV	CED	0,95	'reject'	772	68	0,9	60 Dias
IBOV	MDaR	0,95	'reject'	772	55	0,9	60 Dias
IBOV	MDaR GEV	0,95	'reject'	772	69	0,9	60 Dias
IBOV	MDaR GPD	0,95	'reject'	772	56	0,9	60 Dias
IBOV	VaR GEV	0,95	'reject'	772	166	0,9	60 Dias
IBOV	VaR GPD	0,95	'reject'	772	164	0,9	60 Dias
IBOV	CED	0,95	'reject'	613	62	0,9	90 Dias
IBOV	MDaR	0,95	'reject'	613	57	0,9	90 Dias
IBOV	MDaR GEV	0,95	'reject'	613	58	0,9	90 Dias
IBOV	MDaR GPD	0,95	'reject'	613	59	0,9	90 Dias
IBOV	VaR GEV	0,95	'reject'	613	180	0,9	90 Dias
IBOV	VaR GPD	0,95	'reject'	613	171	0,9	90 Dias
IBOV	CED	0,975	'reject'	1540	67	0,9	15 Dias
IBOV	MDaR	0,975	'reject'	1540	61	0,9	15 Dias
IBOV	MDaR GEV	0,975	'reject'	1540	53	0,9	15 Dias
IBOV	MDaR GPD	0,975	'reject'	1540	68	0,9	15 Dias
IBOV	VaR GEV	0,975	'reject'	1540	140	0,9	15 Dias
IBOV	VaR GPD	0,975	'reject'	1540	163	0,9	15 Dias
IBOV	CED	0,975	'reject'	1084	63	0,9	30 Dias
IBOV	MDaR	0,975	'reject'	1084	63	0,9	30 Dias
IBOV	MDaR GEV	0,975	'reject'	1084	42	0,9	30 Dias
IBOV	MDaR GPD	0,975	'reject'	1084	57	0,9	30 Dias
IBOV	VaR GEV	0,975	'reject'	1084	156	0,9	30 Dias
IBOV	VaR GPD	0,975	'reject'	1084	163	0,9	30 Dias
IBOV	CED	0,975	'reject'	772	54	0,9	60 Dias

IBOV	MDaR	0,975	'reject'	772	53	0,9	60 Dias
IBOV	MDaR GEV	0,975	'reject'	772	47	0,9	60 Dias
IBOV	MDaR GPD	0,975	'reject'	772	54	0,9	60 Dias
IBOV	VaR GEV	0,975	'reject'	772	120	0,9	60 Dias
IBOV	VaR GPD	0,975	'reject'	772	125	0,9	60 Dias
IBOV	CED	0,975	'reject'	613	54	0,9	90 Dias
IBOV	MDaR	0,975	'reject'	613	51	0,9	90 Dias
IBOV	MDaR GEV	0,975	'reject'	613	45	0,9	90 Dias
IBOV	MDaR GPD	0,975	'reject'	613	54	0,9	90 Dias
IBOV	VaR GEV	0,975	'reject'	613	129	0,9	90 Dias
IBOV	VaR GPD	0,975	'reject'	613	131	0,9	90 Dias
IBOV	CED	0,99	'reject'	1540	28	0,9	15 Dias
IBOV	MDaR	0,99	'reject'	1540	31	0,9	15 Dias
IBOV	MDaR GEV	0,99	'accept'	1540	16	0,9	15 Dias
IBOV	MDaR GPD	0,99	'reject'	1540	29	0,9	15 Dias
IBOV	VaR GEV	0,99	'reject'	1540	105	0,9	15 Dias
IBOV	VaR GPD	0,99	'reject'	1540	108	0,9	15 Dias
IBOV	CED	0,99	'reject'	1084	29	0,9	30 Dias
IBOV	MDaR	0,99	'reject'	1084	24	0,9	30 Dias
IBOV	MDaR GEV	0,99	'reject'	1084	20	0,9	30 Dias
IBOV	MDaR GPD	0,99	'reject'	1084	29	0,9	30 Dias
IBOV	VaR GEV	0,99	'reject'	1084	116	0,9	30 Dias
IBOV	VaR GPD	0,99	'reject'	1084	119	0,9	30 Dias
IBOV	CED	0,99	'reject'	772	53	0,9	60 Dias
IBOV	MDaR	0,99	'reject'	772	53	0,9	60 Dias
IBOV	MDaR GEV	0,99	'reject'	772	35	0,9	60 Dias
IBOV	MDaR GPD	0,99	'reject'	772	54	0,9	60 Dias
IBOV	VaR GEV	0,99	'reject'	772	93	0,9	60 Dias
IBOV	VaR GPD	0,99	'reject'	772	106	0,9	60 Dias
IBOV	CED	0,99	'reject'	613	50	0,9	90 Dias
IBOV	MDaR	0,99	'reject'	613	49	0,9	90 Dias
IBOV	MDaR GEV	0,99	'reject'	613	38	0,9	90 Dias
IBOV	MDaR GPD	0,99	'reject'	613	51	0,9	90 Dias
IBOV	VaR GEV	0,99	'reject'	613	97	0,9	90 Dias
IBOV	VaR GPD	0,99	'reject'	613	101	0,9	90 Dias

Tabela 39 – Resultado detalhado do *Backtest* com 5 anos de série histórica

Ativo	Métrica	$\alpha$	Resultado	Observations	Failures	TestLevel	Holding Period
IBOV	CED	0,95	'accept'	1372	79	0,9	15 Dias
IBOV	MDaR	0,95	'accept'	1372	81	0,9	15 Dias
IBOV	MDaR GEV	0,95	'accept'	1372	81	0,9	15 Dias
IBOV	MDaR GPD	0,95	'reject'	1372	88	0,9	15 Dias
IBOV	VaR GEV	0,95	'reject'	1372	159	0,9	15 Dias
IBOV	VaR GPD	0,95	'reject'	1372	213	0,9	15 Dias

IBOV	CED	0,95	'reject'	969	69	0,9	30 Dias
IBOV	MDaR	0,95	'reject'	969	79	0,9	30 Dias
IBOV	MDaR GEV	0,95	'reject'	969	77	0,9	30 Dias
IBOV	MDaR GPD	0,95	'reject'	969	71	0,9	30 Dias
IBOV	VaR GEV	0,95	'reject'	969	169	0,9	30 Dias
IBOV	VaR GPD	0,95	'reject'	969	193	0,9	30 Dias
IBOV	CED	0,95	'reject'	698	54	0,9	60 Dias
IBOV	MDaR	0,95	'reject'	698	55	0,9	60 Dias
IBOV	MDaR GEV	0,95	'reject'	698	54	0,9	60 Dias
IBOV	MDaR GPD	0,95	'reject'	698	52	0,9	60 Dias
IBOV	VaR GEV	0,95	'reject'	698	124	0,9	60 Dias
IBOV	VaR GPD	0,95	'reject'	698	141	0,9	60 Dias
IBOV	CED	0,95	'reject'	553	50	0,9	90 Dias
IBOV	MDaR	0,95	'reject'	553	50	0,9	90 Dias
IBOV	MDaR GEV	0,95	'reject'	553	46	0,9	90 Dias
IBOV	MDaR GPD	0,95	'reject'	553	47	0,9	90 Dias
IBOV	VaR GEV	0,95	'reject'	553	123	0,9	90 Dias
IBOV	VaR GPD	0,95	'reject'	553	125	0,9	90 Dias
IBOV	CED	0,975	'accept'	1372	40	0,9	15 Dias
IBOV	MDaR	0,975	'reject'	1372	46	0,9	15 Dias
IBOV	MDaR GEV	0,975	'accept'	1372	34	0,9	15 Dias
IBOV	MDaR GPD	0,975	'reject'	1372	48	0,9	15 Dias
IBOV	VaR GEV	0,975	'reject'	1372	104	0,9	15 Dias
IBOV	VaR GPD	0,975	'reject'	1372	143	0,9	15 Dias
IBOV	CED	0,975	'reject'	969	39	0,9	30 Dias
IBOV	MDaR	0,975	'reject'	969	41	0,9	30 Dias
IBOV	MDaR GEV	0,975	'accept'	969	30	0,9	30 Dias
IBOV	MDaR GPD	0,975	'reject'	969	37	0,9	30 Dias
IBOV	VaR GEV	0,975	'reject'	969	127	0,9	30 Dias
IBOV	VaR GPD	0,975	'reject'	969	142	0,9	30 Dias
IBOV	CED	0,975	'reject'	698	45	0,9	60 Dias
IBOV	MDaR	0,975	'reject'	698	44	0,9	60 Dias
IBOV	MDaR GEV	0,975	'reject'	698	42	0,9	60 Dias
IBOV	MDaR GPD	0,975	'reject'	698	44	0,9	60 Dias
IBOV	VaR GEV	0,975	'reject'	698	96	0,9	60 Dias
IBOV	VaR GPD	0,975	'reject'	698	108	0,9	60 Dias
IBOV	CED	0,975	'reject'	553	45	0,9	90 Dias
IBOV	MDaR	0,975	'reject'	553	47	0,9	90 Dias
IBOV	MDaR GEV	0,975	'reject'	553	40	0,9	90 Dias
IBOV	MDaR GPD	0,975	'reject'	553	45	0,9	90 Dias
IBOV	VaR GEV	0,975	'reject'	553	96	0,9	90 Dias
IBOV	VaR GPD	0,975	'reject'	553	101	0,9	90 Dias
IBOV	CED	0,99	'reject'	1372	23	0,9	15 Dias
IBOV	MDaR	0,99	'reject'	1372	21	0,9	15 Dias
IBOV	MDaR GEV	0,99	'accept'	1372	13	0,9	15 Dias
IBOV	MDaR GPD	0,99	'reject'	1372	23	0,9	15 Dias
IBOV	VaR GEV	0,99	'reject'	1372	75	0,9	15 Dias

IBOV	VaR GPD	0,99	'reject'	1372	92	0,9	15 Dias
IBOV	CED	0,99	'reject'	969	26	0,9	30 Dias
IBOV	MDaR	0,99	'reject'	969	27	0,9	30 Dias
IBOV	MDaR GEV	0,99	'reject'	969	20	0,9	30 Dias
IBOV	MDaR GPD	0,99	'reject'	969	26	0,9	30 Dias
IBOV	VaR GEV	0,99	'reject'	969	92	0,9	30 Dias
IBOV	VaR GPD	0,99	'reject'	969	95	0,9	30 Dias
IBOV	CED	0,99	'reject'	698	43	0,9	60 Dias
IBOV	MDaR	0,99	'reject'	698	43	0,9	60 Dias
IBOV	MDaR GEV	0,99	'reject'	698	24	0,9	60 Dias
IBOV	MDaR GPD	0,99	'reject'	698	43	0,9	60 Dias
IBOV	VaR GEV	0,99	'reject'	698	74	0,9	60 Dias
IBOV	VaR GPD	0,99	'reject'	698	74	0,9	60 Dias
IBOV	CED	0,99	'reject'	553	42	0,9	90 Dias
IBOV	MDaR	0,99	'reject'	553	39	0,9	90 Dias
IBOV	MDaR GEV	0,99	'reject'	553	34	0,9	90 Dias
IBOV	MDaR GPD	0,99	'reject'	553	41	0,9	90 Dias
IBOV	VaR GEV	0,99	'reject'	553	72	0,9	90 Dias
IBOV	VaR GPD	0,99	'reject'	553	72	0,9	90 Dias

Tabela 40 – Resultado detalhado do *Backtest* com 10 anos de série histórica

Ativo	Métrica	$\alpha$	Resultado	Observations	Failures	TestLevel	Holding Period
IBOV	CED	0,95	'reject'	943	13	0,9	15 Dias
IBOV	MDaR	0,95	'reject'	943	20	0,9	15 Dias
IBOV	MDaR GEV	0,95	'reject'	943	18	0,9	15 Dias
IBOV	MDaR GPD	0,95	'reject'	943	22	0,9	15 Dias
IBOV	VaR GEV	0,95	'accept'	943	47	0,9	15 Dias
IBOV	VaR GPD	0,95	'reject'	943	102	0,9	15 Dias
IBOV	CED	0,95	'reject'	676	10	0,9	30 Dias
IBOV	MDaR	0,95	'reject'	676	22	0,9	30 Dias
IBOV	MDaR GEV	0,95	'reject'	676	15	0,9	30 Dias
IBOV	MDaR GPD	0,95	'reject'	676	18	0,9	30 Dias
IBOV	VaR GEV	0,95	'reject'	676	72	0,9	30 Dias
IBOV	VaR GPD	0,95	'reject'	676	91	0,9	30 Dias
IBOV	CED	0,95	'reject'	486	0	0,9	60 Dias
IBOV	MDaR	0,95	'reject'	486	0	0,9	60 Dias
IBOV	MDaR GEV	0,95	'reject'	486	0	0,9	60 Dias
IBOV	MDaR GPD	0,95	'reject'	486	0	0,9	60 Dias
IBOV	VaR GEV	0,95	'reject'	486	10	0,9	60 Dias
IBOV	VaR GPD	0,95	'reject'	486	44	0,9	60 Dias
IBOV	CED	0,95	'reject'	395	0	0,9	90 Dias
IBOV	MDaR	0,95	'reject'	395	0	0,9	90 Dias
IBOV	MDaR GEV	0,95	'reject'	395	0	0,9	90 Dias
IBOV	MDaR GPD	0,95	'reject'	395	0	0,9	90 Dias

IBOV	VaR GEV	0,95	'reject'	395	12	0,9	90 Dias
IBOV	VaR GPD	0,95	'accept'	395	23	0,9	90 Dias
IBOV	CED	0,975	'reject'	943	4	0,9	15 Dias
IBOV	MDaR	0,975	'reject'	943	6	0,9	15 Dias
IBOV	MDaR GEV	0,975	'reject'	943	2	0,9	15 Dias
IBOV	MDaR GPD	0,975	'reject'	943	5	0,9	15 Dias
IBOV	VaR GEV	0,975	'accept'	943	29	0,9	15 Dias
IBOV	VaR GPD	0,975	'reject'	943	61	0,9	15 Dias
IBOV	CED	0,975	'reject'	676	1	0,9	30 Dias
IBOV	MDaR	0,975	'reject'	676	3	0,9	30 Dias
IBOV	MDaR GEV	0,975	'reject'	676	0	0,9	30 Dias
IBOV	MDaR GPD	0,975	'reject'	676	1	0,9	30 Dias
IBOV	VaR GEV	0,975	'reject'	676	43	0,9	30 Dias
IBOV	VaR GPD	0,975	'reject'	676	58	0,9	30 Dias
IBOV	CED	0,975	'reject'	486	0	0,9	60 Dias
IBOV	MDaR	0,975	'reject'	486	0	0,9	60 Dias
IBOV	MDaR GEV	0,975	'reject'	486	0	0,9	60 Dias
IBOV	MDaR GPD	0,975	'reject'	486	0	0,9	60 Dias
IBOV	VaR GEV	0,975	'reject'	486	1	0,9	60 Dias
IBOV	VaR GPD	0,975	'accept'	486	8	0,9	60 Dias
IBOV	CED	0,975	'reject'	395	0	0,9	90 Dias
IBOV	MDaR	0,975	'reject'	395	0	0,9	90 Dias
IBOV	MDaR GEV	0,975	'reject'	395	0	0,9	90 Dias
IBOV	MDaR GPD	0,975	'reject'	395	0	0,9	90 Dias
IBOV	VaR GEV	0,975	'reject'	395	1	0,9	90 Dias
IBOV	VaR GPD	0,975	'accept'	395	11	0,9	90 Dias
IBOV	CED	0,99	'reject'	943	0	0,9	15 Dias
IBOV	MDaR	0,99	'reject'	943	0	0,9	15 Dias
IBOV	MDaR GEV	0,99	'reject'	943	2	0,9	15 Dias
IBOV	MDaR GPD	0,99	'reject'	943	0	0,9	15 Dias
IBOV	VaR GEV	0,99	'accept'	943	10	0,9	15 Dias
IBOV	VaR GPD	0,99	'reject'	943	31	0,9	15 Dias
IBOV	CED	0,99	'reject'	676	0	0,9	30 Dias
IBOV	MDaR	0,99	'reject'	676	0	0,9	30 Dias
IBOV	MDaR GEV	0,99	'reject'	676	0	0,9	30 Dias
IBOV	MDaR GPD	0,99	'reject'	676	0	0,9	30 Dias
IBOV	VaR GEV	0,99	'reject'	676	19	0,9	30 Dias
IBOV	VaR GPD	0,99	'reject'	676	26	0,9	30 Dias
IBOV	CED	0,99	'reject'	486	0	0,9	60 Dias
IBOV	MDaR	0,99	'reject'	486	0	0,9	60 Dias
IBOV	MDaR GEV	0,99	'reject'	486	0	0,9	60 Dias
IBOV	MDaR GPD	0,99	'reject'	486	0	0,9	60 Dias
IBOV	VaR GEV	0,99	'reject'	486	0	0,9	60 Dias
IBOV	VaR GPD	0,99	'reject'	486	0	0,9	60 Dias
IBOV	CED	0,99	'reject'	395	0	0,9	90 Dias
IBOV	MDaR	0,99	'reject'	395	0	0,9	90 Dias
IBOV	MDaR GEV	0,99	'reject'	395	0	0,9	90 Dias

---

IBOV	MDaR GPD	0,99	'reject'	395	0	0,9	90 Dias
IBOV	VaR GEV	0,99	'reject'	395	0	0,9	90 Dias
IBOV	VaR GPD	0,99	'reject'	395	0	0,9	90 Dias

# APÊNDICE E – Resultados detalhados do teste de *Kupiec* para DI1

Tabela 41 – Resultado detalhado do *Backtest* com 5 anos de série histórica

Ativo	Métrica	$\alpha$	Resultado	Observations	Failures	TestLevel	Holding Period
DI1	CED	0,95	'reject'	1541	103	0,9	15 Dias
DI1	MDaR	0,95	'reject'	1541	122	0,9	15 Dias
DI1	MDaR GEV	0,95	'reject'	1541	105	0,9	15 Dias
DI1	MDaR GPD	0,95	'reject'	1541	123	0,9	15 Dias
DI1	VaR GEV	0,95	'reject'	1541	171	0,9	15 Dias
DI1	VaR GPD	0,95	'reject'	1541	224	0,9	15 Dias
DI1	CED	0,95	'reject'	1184	96	0,9	30 Dias
DI1	MDaR	0,95	'reject'	1184	87	0,9	30 Dias
DI1	MDaR GEV	0,95	'reject'	1184	92	0,9	30 Dias
DI1	MDaR GPD	0,95	'reject'	1184	99	0,9	30 Dias
DI1	VaR GEV	0,95	'reject'	1184	172	0,9	30 Dias
DI1	VaR GPD	0,95	'reject'	1184	196	0,9	30 Dias
DI1	CED	0,99	'reject'	880	71	0,9	60 Dias
DI1	MDaR	0,99	'reject'	880	70	0,9	60 Dias
DI1	MDaR GEV	0,99	'accept'	880	14	0,9	60 Dias
DI1	MDaR GPD	0,99	'reject'	880	71	0,9	60 Dias
DI1	VaR GEV	0,99	'reject'	880	99	0,9	60 Dias
DI1	VaR GPD	0,99	'reject'	880	100	0,9	60 Dias
DI1	CED	0,95	'reject'	772	111	0,9	90 Dias
DI1	MDaR	0,95	'reject'	772	103	0,9	90 Dias
DI1	MDaR GEV	0,95	'accept'	772	39	0,9	90 Dias
DI1	MDaR GPD	0,95	'reject'	772	112	0,9	90 Dias
DI1	VaR GEV	0,95	'reject'	772	96	0,9	90 Dias
DI1	VaR GPD	0,95	'reject'	772	87	0,9	90 Dias
DI1	CED	0,975	'reject'	1541	62	0,9	15 Dias
DI1	MDaR	0,975	'reject'	1541	64	0,9	15 Dias
DI1	MDaR GEV	0,975	'reject'	1541	27	0,9	15 Dias
DI1	MDaR GPD	0,975	'reject'	1541	61	0,9	15 Dias
DI1	VaR GEV	0,975	'reject'	1541	125	0,9	15 Dias
DI1	VaR GPD	0,975	'reject'	1541	145	0,9	15 Dias
DI1	CED	0,975	'reject'	1184	46	0,9	30 Dias
DI1	MDaR	0,975	'reject'	1184	45	0,9	30 Dias
DI1	MDaR GEV	0,975	'accept'	1184	28	0,9	30 Dias
DI1	MDaR GPD	0,975	'reject'	1184	46	0,9	30 Dias
DI1	VaR GEV	0,975	'reject'	1184	120	0,9	30 Dias
DI1	VaR GPD	0,975	'reject'	1184	140	0,9	30 Dias
DI1	CED	0,975	'reject'	880	87	0,9	60 Dias

DI1	MDaR	0,975	'reject'	880	88	0,9	60 Dias
DI1	MDaR GEV	0,975	'accept'	880	30	0,9	60 Dias
DI1	MDaR GPD	0,975	'reject'	880	93	0,9	60 Dias
DI1	VaR GEV	0,975	'reject'	880	120	0,9	60 Dias
DI1	VaR GPD	0,975	'reject'	880	122	0,9	60 Dias
DI1	CED	0,975	'reject'	772	95	0,9	90 Dias
DI1	MDaR	0,975	'reject'	772	92	0,9	90 Dias
DI1	MDaR GEV	0,975	'reject'	772	27	0,9	90 Dias
DI1	MDaR GPD	0,975	'reject'	772	96	0,9	90 Dias
DI1	VaR GEV	0,975	'reject'	772	62	0,9	90 Dias
DI1	VaR GPD	0,975	'reject'	772	70	0,9	90 Dias
DI1	CED	0,99	'reject'	1541	33	0,9	15 Dias
DI1	MDaR	0,99	'reject'	1541	29	0,9	15 Dias
DI1	MDaR GEV	0,99	'reject'	1541	7	0,9	15 Dias
DI1	MDaR GPD	0,99	'reject'	1541	38	0,9	15 Dias
DI1	VaR GEV	0,99	'reject'	1541	92	0,9	15 Dias
DI1	VaR GPD	0,99	'reject'	1541	101	0,9	15 Dias
DI1	CED	0,99	'reject'	1184	37	0,9	30 Dias
DI1	MDaR	0,99	'reject'	1184	27	0,9	30 Dias
DI1	MDaR GEV	0,99	'accept'	1184	17	0,9	30 Dias
DI1	MDaR GPD	0,99	'reject'	1184	37	0,9	30 Dias
DI1	VaR GEV	0,99	'reject'	1184	92	0,9	30 Dias
DI1	VaR GPD	0,99	'reject'	1184	108	0,9	30 Dias
DI1	CED	0,99	'reject'	880	71	0,9	60 Dias
DI1	MDaR	0,99	'reject'	880	70	0,9	60 Dias
DI1	MDaR GEV	0,99	'accept'	880	14	0,9	60 Dias
DI1	MDaR GPD	0,99	'reject'	880	71	0,9	60 Dias
DI1	VaR GEV	0,99	'reject'	880	99	0,9	60 Dias
DI1	VaR GPD	0,99	'reject'	880	100	0,9	60 Dias
DI1	CED	0,99	'reject'	772	91	0,9	90 Dias
DI1	MDaR	0,99	'reject'	772	91	0,9	90 Dias
DI1	MDaR GEV	0,99	'accept'	772	6	0,9	90 Dias
DI1	MDaR GPD	0,99	'reject'	772	91	0,9	90 Dias
DI1	VaR GEV	0,99	'reject'	772	51	0,9	90 Dias
DI1	VaR GPD	0,99	'reject'	772	56	0,9	90 Dias

Tabela 42 – Resultado detalhado do *Backtest* com 5 anos de série histórica

Ativo	Métrica	$\alpha$	Resultado	Observations	Failures	TestLevel	Holding Period
DI1	CED	0,95	'reject'	1358	96	0,9	15 Dias
DI1	MDaR	0,95	'reject'	1358	108	0,9	15 Dias
DI1	MDaR GEV	0,95	'reject'	1358	82	0,9	15 Dias
DI1	MDaR GPD	0,95	'reject'	1358	103	0,9	15 Dias
DI1	VaR GEV	0,95	'reject'	1358	102	0,9	15 Dias
DI1	VaR GPD	0,95	'reject'	1358	138	0,9	15 Dias



DI1	CED	0,95	'reject'	1053	78	0,9	30 Dias
DI1	MDaR	0,95	'reject'	1053	81	0,9	30 Dias
DI1	MDaR GEV	0,95	'accept'	1053	60	0,9	30 Dias
DI1	MDaR GPD	0,95	'reject'	1053	79	0,9	30 Dias
DI1	VaR GEV	0,95	'reject'	1053	78	0,9	30 Dias
DI1	VaR GPD	0,95	'reject'	1053	80	0,9	30 Dias
DI1	CED	0,95	'reject'	800	55	0,9	60 Dias
DI1	MDaR	0,95	'reject'	800	60	0,9	60 Dias
DI1	MDaR GEV	0,95	'accept'	800	40	0,9	60 Dias
DI1	MDaR GPD	0,95	'reject'	800	55	0,9	60 Dias
DI1	VaR GEV	0,95	'accept'	800	41	0,9	60 Dias
DI1	VaR GPD	0,95	'accept'	800	36	0,9	60 Dias
DI1	CED	0,95	'reject'	704	60	0,9	90 Dias
DI1	MDaR	0,95	'reject'	704	60	0,9	90 Dias
DI1	MDaR GEV	0,95	'reject'	704	13	0,9	90 Dias
DI1	MDaR GPD	0,95	'reject'	704	57	0,9	90 Dias
DI1	VaR GEV	0,95	'reject'	704	17	0,9	90 Dias
DI1	VaR GPD	0,95	'reject'	704	11	0,9	90 Dias
DI1	CED	0,975	'reject'	1358	56	0,9	15 Dias
DI1	MDaR	0,975	'reject'	1358	63	0,9	15 Dias
DI1	MDaR GEV	0,975	'reject'	1358	21	0,9	15 Dias
DI1	MDaR GPD	0,975	'reject'	1358	60	0,9	15 Dias
DI1	VaR GEV	0,975	'reject'	1358	68	0,9	15 Dias
DI1	VaR GPD	0,975	'reject'	1358	85	0,9	15 Dias
DI1	CED	0,975	'reject'	1053	38	0,9	30 Dias
DI1	MDaR	0,975	'reject'	1053	41	0,9	30 Dias
DI1	MDaR GEV	0,975	'accept'	1053	22	0,9	30 Dias
DI1	MDaR GPD	0,975	'reject'	1053	40	0,9	30 Dias
DI1	VaR GEV	0,975	'reject'	1053	60	0,9	30 Dias
DI1	VaR GPD	0,975	'reject'	1053	54	0,9	30 Dias
DI1	CED	0,975	'reject'	800	47	0,9	60 Dias
DI1	MDaR	0,975	'reject'	800	36	0,9	60 Dias
DI1	MDaR GEV	0,975	'reject'	800	11	0,9	60 Dias
DI1	MDaR GPD	0,975	'reject'	800	47	0,9	60 Dias
DI1	VaR GEV	0,975	'reject'	800	30	0,9	60 Dias
DI1	VaR GPD	0,975	'reject'	800	28	0,9	60 Dias
DI1	CED	0,975	'reject'	704	45	0,9	90 Dias
DI1	MDaR	0,975	'reject'	704	38	0,9	90 Dias
DI1	MDaR GEV	0,975	'reject'	704	2	0,9	90 Dias
DI1	MDaR GPD	0,975	'reject'	704	39	0,9	90 Dias
DI1	VaR GEV	0,975	'reject'	704	0	0,9	90 Dias
DI1	VaR GPD	0,975	'reject'	704	1	0,9	90 Dias
DI1	CED	0,99	'reject'	1358	27	0,9	15 Dias
DI1	MDaR	0,99	'accept'	1358	20	0,9	15 Dias
DI1	MDaR GEV	0,99	'reject'	1358	5	0,9	15 Dias
DI1	MDaR GPD	0,99	'reject'	1358	30	0,9	15 Dias
DI1	VaR GEV	0,99	'reject'	1358	41	0,9	15 Dias

DI1	VaR GPD	0,99	'reject'	1358	42	0,9	15 Dias
DI1	CED	0,99	'reject'	1053	26	0,9	30 Dias
DI1	MDaR	0,99	'reject'	1053	18	0,9	30 Dias
DI1	MDaR GEV	0,99	'accept'	1053	8	0,9	30 Dias
DI1	MDaR GPD	0,99	'reject'	1053	27	0,9	30 Dias
DI1	VaR GEV	0,99	'reject'	1053	30	0,9	30 Dias
DI1	VaR GPD	0,99	'reject'	1053	31	0,9	30 Dias
DI1	CED	0,99	'reject'	2743	79	0,9	60 Dias
DI1	MDaR	0,99	'reject'	2743	61	0,9	60 Dias
DI1	MDaR GEV	0,99	'reject'	2743	0	0,9	60 Dias
DI1	MDaR GPD	0,99	'reject'	2743	79	0,9	60 Dias
DI1	VaR GEV	0,99	'reject'	2743	38	0,9	60 Dias
DI1	VaR GPD	0,99	'reject'	2743	59	0,9	60 Dias
DI1	CED	0,99	'reject'	704	32	0,9	90 Dias
DI1	MDaR	0,99	'reject'	704	32	0,9	90 Dias
DI1	MDaR GEV	0,99	'reject'	704	0	0,9	90 Dias
DI1	MDaR GPD	0,99	'reject'	704	30	0,9	90 Dias
DI1	VaR GEV	0,99	'reject'	704	0	0,9	90 Dias
DI1	VaR GPD	0,99	'reject'	704	0	0,9	90 Dias

Tabela 43 – Resultado detalhado do *Backtest* com 10 anos de série histórica

Ativo	Métrica	$\alpha$	Resultado	Observations	Failures	TestLevel	Holding Period
DI1	CED	0,95	'reject'	942	66	0,9	15 Dias
DI1	MDaR	0,95	'reject'	942	81	0,9	15 Dias
DI1	MDaR GEV	0,95	'accept'	942	58	0,9	15 Dias
DI1	MDaR GPD	0,95	'reject'	942	78	0,9	15 Dias
DI1	VaR GEV	0,95	'reject'	942	61	0,9	15 Dias
DI1	VaR GPD	0,95	'reject'	942	97	0,9	15 Dias
DI1	CED	0,95	'reject'	729	55	0,9	30 Dias
DI1	MDaR	0,95	'reject'	729	63	0,9	30 Dias
DI1	MDaR GEV	0,95	'accept'	729	39	0,9	30 Dias
DI1	MDaR GPD	0,95	'reject'	729	58	0,9	30 Dias
DI1	VaR GEV	0,95	'reject'	729	50	0,9	30 Dias
DI1	VaR GPD	0,95	'reject'	729	74	0,9	30 Dias
DI1	CED	0,95	'reject'	551	39	0,9	60 Dias
DI1	MDaR	0,95	'reject'	551	47	0,9	60 Dias
DI1	MDaR GEV	0,95	'accept'	551	27	0,9	60 Dias
DI1	MDaR GPD	0,95	'reject'	551	40	0,9	60 Dias
DI1	VaR GEV	0,95	'accept'	551	25	0,9	60 Dias
DI1	VaR GPD	0,95	'accept'	551	31	0,9	60 Dias
DI1	CED	0,95	'accept'	476	21	0,9	90 Dias
DI1	MDaR	0,95	'accept'	476	24	0,9	90 Dias
DI1	MDaR GEV	0,95	'reject'	476	11	0,9	90 Dias
DI1	MDaR GPD	0,95	'reject'	476	36	0,9	90 Dias

DI1	VaR GEV	0,95	'reject'	476	0	0,9	90 Dias
DI1	VaR GPD	0,95	'reject'	476	0	0,9	90 Dias
DI1	CED	0,975	'reject'	942	39	0,9	15 Dias
DI1	MDaR	0,975	'reject'	942	46	0,9	15 Dias
DI1	MDaR GEV	0,975	'accept'	942	19	0,9	15 Dias
DI1	MDaR GPD	0,975	'reject'	942	44	0,9	15 Dias
DI1	VaR GEV	0,975	'reject'	942	38	0,9	15 Dias
DI1	VaR GPD	0,975	'reject'	942	52	0,9	15 Dias
DI1	CED	0,975	'reject'	729	32	0,9	30 Dias
DI1	MDaR	0,975	'reject'	729	29	0,9	30 Dias
DI1	MDaR GEV	0,975	'accept'	729	15	0,9	30 Dias
DI1	MDaR GPD	0,975	'reject'	729	34	0,9	30 Dias
DI1	VaR GEV	0,975	'reject'	729	30	0,9	30 Dias
DI1	VaR GPD	0,975	'reject'	729	31	0,9	30 Dias
DI1	CED	0,975	'reject'	551	30	0,9	60 Dias
DI1	MDaR	0,975	'reject'	551	31	0,9	60 Dias
DI1	MDaR GEV	0,975	'reject'	551	0	0,9	60 Dias
DI1	MDaR GPD	0,975	'reject'	551	28	0,9	60 Dias
DI1	VaR GEV	0,975	'reject'	551	0	0,9	60 Dias
DI1	VaR GPD	0,975	'reject'	551	3	0,9	60 Dias
DI1	CED	0,975	'accept'	476	14	0,9	90 Dias
DI1	MDaR	0,975	'accept'	476	8	0,9	90 Dias
DI1	MDaR GEV	0,975	'reject'	476	0	0,9	90 Dias
DI1	MDaR GPD	0,975	'accept'	476	15	0,9	90 Dias
DI1	VaR GEV	0,975	'reject'	476	0	0,9	90 Dias
DI1	VaR GPD	0,975	'reject'	476	0	0,9	90 Dias
DI1	CED	0,99	'accept'	942	12	0,9	15 Dias
DI1	MDaR	0,99	'accept'	942	10	0,9	15 Dias
DI1	MDaR GEV	0,99	'reject'	942	0	0,9	15 Dias
DI1	MDaR GPD	0,99	'reject'	942	15	0,9	15 Dias
DI1	VaR GEV	0,99	'reject'	942	22	0,9	15 Dias
DI1	VaR GPD	0,99	'reject'	942	24	0,9	15 Dias
DI1	CED	0,99	'reject'	729	17	0,9	30 Dias
DI1	MDaR	0,99	'reject'	729	16	0,9	30 Dias
DI1	MDaR GEV	0,99	'reject'	729	0	0,9	30 Dias
DI1	MDaR GPD	0,99	'reject'	729	18	0,9	30 Dias
DI1	VaR GEV	0,99	'reject'	729	15	0,9	30 Dias
DI1	VaR GPD	0,99	'reject'	729	14	0,9	30 Dias
DI1	CED	0,99	'reject'	551	22	0,9	60 Dias
DI1	MDaR	0,99	'reject'	551	23	0,9	60 Dias
DI1	MDaR GEV	0,99	'reject'	551	0	0,9	60 Dias
DI1	MDaR GPD	0,99	'reject'	551	24	0,9	60 Dias
DI1	VaR GEV	0,99	'reject'	551	0	0,9	60 Dias
DI1	VaR GPD	0,99	'reject'	551	0	0,9	60 Dias
DI1	CED	0,99	'accept'	476	4	0,9	90 Dias
DI1	MDaR	0,99	'accept'	476	4	0,9	90 Dias
DI1	MDaR GEV	0,99	'reject'	476	0	0,9	90 Dias

---

DI1	MDaR GPD	0,99	'accept'	476	4	0,9	90 Dias
DI1	VaR GEV	0,99	'reject'	476	0	0,9	90 Dias
DI1	VaR GPD	0,99	'reject'	476	0	0,9	90 Dias

# APÊNDICE F – Resultados detalhados do teste de *Kupiec* para Portfolio A

Tabela 44 – Resultado detalhado do *Backtest* com 3 anos de série histórica

Ativo	Métrica	$\alpha$	Resultado	Observations	Failures	TestLevel	Holding Period
Portfolio A	CED	0,95	'reject'	1459	101	0,9	15 Dias
Portfolio A	MDaR	0,95	'reject'	1459	117	0,9	15 Dias
Portfolio A	MDaR GEV	0,95	'reject'	1459	100	0,9	15 Dias
Portfolio A	MDaR GPD	0,95	'reject'	1459	116	0,9	15 Dias
Portfolio A	VaR GEV	0,95	'reject'	1459	157	0,9	15 Dias
Portfolio A	VaR GPD	0,95	'reject'	1459	182	0,9	15 Dias
Portfolio A	CED	0,95	'accept'	1087	58	0,9	30 Dias
Portfolio A	MDaR	0,95	'accept'	1087	63	0,9	30 Dias
Portfolio A	MDaR GEV	0,95	'reject'	1087	68	0,9	30 Dias
Portfolio A	MDaR GPD	0,95	'accept'	1087	56	0,9	30 Dias
Portfolio A	VaR GEV	0,95	'reject'	1087	119	0,9	30 Dias
Portfolio A	VaR GPD	0,95	'reject'	1087	105	0,9	30 Dias
Portfolio A	CED	0,95	'reject'	698	75	0,9	60 Dias
Portfolio A	MDaR	0,95	'reject'	698	79	0,9	60 Dias
Portfolio A	MDaR GEV	0,95	'reject'	698	80	0,9	60 Dias
Portfolio A	MDaR GPD	0,95	'reject'	698	74	0,9	60 Dias
Portfolio A	VaR GEV	0,95	'reject'	698	90	0,9	60 Dias
Portfolio A	VaR GPD	0,95	'reject'	698	107	0,9	60 Dias
Portfolio A	CED	0,95	'reject'	556	70	0,9	90 Dias
Portfolio A	MDaR	0,95	'reject'	556	68	0,9	90 Dias
Portfolio A	MDaR GEV	0,95	'reject'	556	61	0,9	90 Dias
Portfolio A	MDaR GPD	0,95	'reject'	556	62	0,9	90 Dias
Portfolio A	VaR GEV	0,95	'reject'	556	86	0,9	90 Dias
Portfolio A	VaR GPD	0,95	'reject'	556	96	0,9	90 Dias
Portfolio A	CED	0,975	'reject'	1459	64	0,9	15 Dias
Portfolio A	MDaR	0,975	'reject'	1459	60	0,9	15 Dias
Portfolio A	MDaR GEV	0,975	'reject'	1459	55	0,9	15 Dias
Portfolio A	MDaR GPD	0,975	'reject'	1459	72	0,9	15 Dias
Portfolio A	VaR GEV	0,975	'reject'	1459	102	0,9	15 Dias
Portfolio A	VaR GPD	0,975	'reject'	1459	117	0,9	15 Dias
Portfolio A	CED	0,975	'reject'	1028	57	0,9	30 Dias
Portfolio A	MDaR	0,975	'reject'	1028	51	0,9	30 Dias
Portfolio A	MDaR GEV	0,975	'reject'	1028	48	0,9	30 Dias
Portfolio A	MDaR GPD	0,975	'reject'	1028	61	0,9	30 Dias
Portfolio A	VaR GEV	0,975	'reject'	1028	85	0,9	30 Dias
Portfolio A	VaR GPD	0,975	'reject'	1028	107	0,9	30 Dias
Portfolio A	CED	0,975	'reject'	698	68	0,9	60 Dias

Portfolio A	MDaR	0,975	'reject'	698	58	0,9	60 Dias
Portfolio A	MDaR GEV	0,975	'reject'	698	55	0,9	60 Dias
Portfolio A	MDaR GPD	0,975	'reject'	698	65	0,9	60 Dias
Portfolio A	VaR GEV	0,975	'reject'	698	60	0,9	60 Dias
Portfolio A	VaR GPD	0,975	'reject'	698	59	0,9	60 Dias
Portfolio A	CED	0,975	'reject'	556	59	0,9	90 Dias
Portfolio A	MDaR	0,975	'reject'	556	52	0,9	90 Dias
Portfolio A	MDaR GEV	0,975	'reject'	556	43	0,9	90 Dias
Portfolio A	MDaR GPD	0,975	'reject'	556	53	0,9	90 Dias
Portfolio A	VaR GEV	0,975	'reject'	556	66	0,9	90 Dias
Portfolio A	VaR GPD	0,975	'reject'	556	75	0,9	90 Dias
Portfolio A	CED	0,99	'reject'	1459	35	0,9	15 Dias
Portfolio A	MDaR	0,99	'reject'	1459	34	0,9	15 Dias
Portfolio A	MDaR GEV	0,99	'accept'	1459	19	0,9	15 Dias
Portfolio A	MDaR GPD	0,99	'reject'	1459	38	0,9	15 Dias
Portfolio A	VaR GEV	0,99	'reject'	1459	64	0,9	15 Dias
Portfolio A	VaR GPD	0,99	'reject'	1459	65	0,9	15 Dias
Portfolio A	CED	0,99	'reject'	1028	45	0,9	30 Dias
Portfolio A	MDaR	0,99	'reject'	1028	45	0,9	30 Dias
Portfolio A	MDaR GEV	0,99	'reject'	1028	28	0,9	30 Dias
Portfolio A	MDaR GPD	0,99	'reject'	1028	39	0,9	30 Dias
Portfolio A	VaR GEV	0,99	'reject'	1028	60	0,9	30 Dias
Portfolio A	VaR GPD	0,99	'reject'	1028	62	0,9	30 Dias
Portfolio A	CED	0,99	'reject'	698	54	0,9	60 Dias
Portfolio A	MDaR	0,99	'reject'	698	55	0,9	60 Dias
Portfolio A	MDaR GEV	0,99	'reject'	698	29	0,9	60 Dias
Portfolio A	MDaR GPD	0,99	'reject'	698	53	0,9	60 Dias
Portfolio A	VaR GEV	0,99	'reject'	698	39	0,9	60 Dias
Portfolio A	VaR GPD	0,99	'reject'	698	40	0,9	60 Dias
Portfolio A	CED	0,99	'reject'	556	51	0,9	90 Dias
Portfolio A	MDaR	0,99	'reject'	556	51	0,9	90 Dias
Portfolio A	MDaR GEV	0,99	'reject'	556	32	0,9	90 Dias
Portfolio A	MDaR GPD	0,99	'reject'	556	51	0,9	90 Dias
Portfolio A	VaR GEV	0,99	'reject'	556	57	0,9	90 Dias
Portfolio A	VaR GPD	0,99	'reject'	556	61	0,9	90 Dias

Tabela 45 – Resultado detalhado do *Backtest* com 5 anos de série histórica

Ativo	Métrica	$\alpha$	Resultado	Observations	Failures	TestLevel	Holding Period
Portfolio A	CED	0,95	'reject'	1299	79	0,9	15 Dias
Portfolio A	MDaR	0,95	'reject'	1299	89	0,9	15 Dias
Portfolio A	MDaR GEV	0,95	'reject'	1299	79	0,9	15 Dias
Portfolio A	MDaR GPD	0,95	'reject'	1299	89	0,9	15 Dias
Portfolio A	VaR GEV	0,95	'reject'	1299	114	0,9	15 Dias
Portfolio A	VaR GPD	0,95	'reject'	1299	156	0,9	15 Dias

Portfolio A	CED	0,95	'reject'	922	68	0,9	30 Dias
Portfolio A	MDaR	0,95	'reject'	922	68	0,9	30 Dias
Portfolio A	MDaR GEV	0,95	'reject'	922	69	0,9	30 Dias
Portfolio A	MDaR GPD	0,95	'reject'	922	78	0,9	30 Dias
Portfolio A	VaR GEV	0,95	'reject'	922	104	0,9	30 Dias
Portfolio A	VaR GPD	0,95	'reject'	922	141	0,9	30 Dias
Portfolio A	CED	0,95	'reject'	627	58	0,9	60 Dias
Portfolio A	MDaR	0,95	'reject'	627	59	0,9	60 Dias
Portfolio A	MDaR GEV	0,95	'reject'	627	62	0,9	60 Dias
Portfolio A	MDaR GPD	0,95	'reject'	627	55	0,9	60 Dias
Portfolio A	VaR GEV	0,95	'reject'	627	79	0,9	60 Dias
Portfolio A	VaR GPD	0,95	'reject'	627	94	0,9	60 Dias
Portfolio A	CED	0,95	'reject'	499	48	0,9	90 Dias
Portfolio A	MDaR	0,95	'reject'	499	48	0,9	90 Dias
Portfolio A	MDaR GEV	0,95	'reject'	499	52	0,9	90 Dias
Portfolio A	MDaR GPD	0,95	'reject'	499	42	0,9	90 Dias
Portfolio A	VaR GEV	0,95	'reject'	499	61	0,9	90 Dias
Portfolio A	VaR GPD	0,95	'reject'	499	84	0,9	90 Dias
Portfolio A	CED	0,975	'reject'	1299	50	0,9	15 Dias
Portfolio A	MDaR	0,975	'reject'	1299	54	0,9	15 Dias
Portfolio A	MDaR GEV	0,975	'accept'	1299	42	0,9	15 Dias
Portfolio A	MDaR GPD	0,975	'reject'	1299	57	0,9	15 Dias
Portfolio A	VaR GEV	0,975	'reject'	1299	73	0,9	15 Dias
Portfolio A	VaR GPD	0,975	'reject'	1299	90	0,9	15 Dias
Portfolio A	CED	0,975	'reject'	922	44	0,9	30 Dias
Portfolio A	MDaR	0,975	'reject'	922	41	0,9	30 Dias
Portfolio A	MDaR GEV	0,975	'reject'	922	36	0,9	30 Dias
Portfolio A	MDaR GPD	0,975	'reject'	922	47	0,9	30 Dias
Portfolio A	VaR GEV	0,975	'reject'	922	68	0,9	30 Dias
Portfolio A	VaR GPD	0,975	'reject'	922	83	0,9	30 Dias
Portfolio A	CED	0,975	'reject'	627	43	0,9	60 Dias
Portfolio A	MDaR	0,975	'reject'	627	34	0,9	60 Dias
Portfolio A	MDaR GEV	0,975	'reject'	627	40	0,9	60 Dias
Portfolio A	MDaR GPD	0,975	'reject'	627	41	0,9	60 Dias
Portfolio A	VaR GEV	0,975	'reject'	627	40	0,9	60 Dias
Portfolio A	VaR GPD	0,975	'reject'	627	41	0,9	60 Dias
Portfolio A	CED	0,975	'reject'	499	30	0,9	90 Dias
Portfolio A	MDaR	0,975	'reject'	499	28	0,9	90 Dias
Portfolio A	MDaR GEV	0,975	'reject'	499	30	0,9	90 Dias
Portfolio A	MDaR GPD	0,975	'reject'	499	30	0,9	90 Dias
Portfolio A	VaR GEV	0,975	'reject'	499	43	0,9	90 Dias
Portfolio A	VaR GPD	0,975	'reject'	499	59	0,9	90 Dias
Portfolio A	CED	0,99	'reject'	1299	22	0,9	15 Dias
Portfolio A	MDaR	0,99	'reject'	1299	21	0,9	15 Dias
Portfolio A	MDaR GEV	0,99	'accept'	1299	16	0,9	15 Dias
Portfolio A	MDaR GPD	0,99	'reject'	1299	25	0,9	15 Dias
Portfolio A	VaR GEV	0,99	'reject'	1299	47	0,9	15 Dias

Portfolio A	VaR GPD	0,99	'reject'	1299	44	0,9	15 Dias
Portfolio A	CED	0,99	'reject'	922	32	0,9	30 Dias
Portfolio A	MDaR	0,99	'reject'	922	28	0,9	30 Dias
Portfolio A	MDaR GEV	0,99	'reject'	922	18	0,9	30 Dias
Portfolio A	MDaR GPD	0,99	'reject'	922	31	0,9	30 Dias
Portfolio A	VaR GEV	0,99	'reject'	922	43	0,9	30 Dias
Portfolio A	VaR GPD	0,99	'reject'	922	47	0,9	30 Dias
Portfolio A	CED	0,99	'reject'	627	25	0,9	60 Dias
Portfolio A	MDaR	0,99	'reject'	627	22	0,9	60 Dias
Portfolio A	MDaR GEV	0,99	'reject'	627	16	0,9	60 Dias
Portfolio A	MDaR GPD	0,99	'reject'	627	25	0,9	60 Dias
Portfolio A	VaR GEV	0,99	'reject'	627	22	0,9	60 Dias
Portfolio A	VaR GPD	0,99	'reject'	627	27	0,9	60 Dias
Portfolio A	CED	0,99	'reject'	499	26	0,9	90 Dias
Portfolio A	MDaR	0,99	'reject'	499	26	0,9	90 Dias
Portfolio A	MDaR GEV	0,99	'accept'	499	9	0,9	90 Dias
Portfolio A	MDaR GPD	0,99	'reject'	499	28	0,9	90 Dias
Portfolio A	VaR GEV	0,99	'reject'	499	28	0,9	90 Dias
Portfolio A	VaR GPD	0,99	'reject'	499	37	0,9	90 Dias

Tabela 46 – Resultado detalhado do *Backtest* com 10 anos de série histórica

Ativo	Métrica	$\alpha$	Resultado	Observations	Failures	TestLevel	Holding Period
Portfolio A	CED	0,95	'reject'	861	21	0,9	15 Dias
Portfolio A	MDaR	0,95	'accept'	861	34	0,9	15 Dias
Portfolio A	MDaR GEV	0,95	'reject'	861	25	0,9	15 Dias
Portfolio A	MDaR GPD	0,95	'accept'	861	33	0,9	15 Dias
Portfolio A	VaR GEV	0,95	'accept'	861	42	0,9	15 Dias
Portfolio A	VaR GPD	0,95	'reject'	861	78	0,9	15 Dias
Portfolio A	CED	0,95	'reject'	594	13	0,9	30 Dias
Portfolio A	MDaR	0,95	'reject'	594	17	0,9	30 Dias
Portfolio A	MDaR GEV	0,95	'reject'	594	13	0,9	30 Dias
Portfolio A	MDaR GPD	0,95	'reject'	594	15	0,9	30 Dias
Portfolio A	VaR GEV	0,95	'accept'	594	23	0,9	30 Dias
Portfolio A	VaR GPD	0,95	'reject'	594	48	0,9	30 Dias
Portfolio A	CED	0,95	'reject'	417	3	0,9	60 Dias
Portfolio A	MDaR	0,95	'reject'	417	7	0,9	60 Dias
Portfolio A	MDaR GEV	0,95	'reject'	417	7	0,9	60 Dias
Portfolio A	MDaR GPD	0,95	'reject'	417	5	0,9	60 Dias
Portfolio A	VaR GEV	0,95	'accept'	417	19	0,9	60 Dias
Portfolio A	VaR GPD	0,95	'accept'	417	25	0,9	60 Dias
Portfolio A	CED	0,95	'reject'	345	3	0,9	90 Dias
Portfolio A	MDaR	0,95	'reject'	345	1	0,9	90 Dias
Portfolio A	MDaR GEV	0,95	'reject'	345	4	0,9	90 Dias
Portfolio A	MDaR GPD	0,95	'reject'	345	1	0,9	90 Dias



Portfolio A	VaR GEV	0,95	'accept'	345	13	0,9	90 Dias
Portfolio A	VaR GPD	0,95	'reject'	345	25	0,9	90 Dias
Portfolio A	CED	0,975	'reject'	861	9	0,9	15 Dias
Portfolio A	MDaR	0,975	'reject'	861	13	0,9	15 Dias
Portfolio A	MDaR GEV	0,975	'reject'	861	8	0,9	15 Dias
Portfolio A	MDaR GPD	0,975	'reject'	861	12	0,9	15 Dias
Portfolio A	VaR GEV	0,975	'accept'	861	16	0,9	15 Dias
Portfolio A	VaR GPD	0,975	'reject'	861	45	0,9	15 Dias
Portfolio A	CED	0,975	'reject'	594	6	0,9	30 Dias
Portfolio A	MDaR	0,975	'accept'	594	10	0,9	30 Dias
Portfolio A	MDaR GEV	0,975	'reject'	594	7	0,9	30 Dias
Portfolio A	MDaR GPD	0,975	'reject'	594	9	0,9	30 Dias
Portfolio A	VaR GEV	0,975	'accept'	594	13	0,9	30 Dias
Portfolio A	VaR GPD	0,975	'accept'	594	19	0,9	30 Dias
Portfolio A	CED	0,975	'reject'	417	0	0,9	60 Dias
Portfolio A	MDaR	0,975	'reject'	417	0	0,9	60 Dias
Portfolio A	MDaR GEV	0,975	'reject'	417	0	0,9	60 Dias
Portfolio A	MDaR GPD	0,975	'reject'	417	0	0,9	60 Dias
Portfolio A	VaR GEV	0,975	'reject'	417	5	0,9	60 Dias
Portfolio A	VaR GPD	0,975	'reject'	417	5	0,9	60 Dias
Portfolio A	CED	0,975	'reject'	345	0	0,9	90 Dias
Portfolio A	MDaR	0,975	'reject'	345	0	0,9	90 Dias
Portfolio A	MDaR GEV	0,975	'reject'	345	0	0,9	90 Dias
Portfolio A	MDaR GPD	0,975	'reject'	345	0	0,9	90 Dias
Portfolio A	VaR GEV	0,975	'reject'	345	3	0,9	90 Dias
Portfolio A	VaR GPD	0,975	'reject'	345	4	0,9	90 Dias
Portfolio A	CED	0,99	'reject'	861	0	0,9	15 Dias
Portfolio A	MDaR	0,99	'reject'	861	0	0,9	15 Dias
Portfolio A	MDaR GEV	0,99	'reject'	861	0	0,9	15 Dias
Portfolio A	MDaR GPD	0,99	'reject'	861	0	0,9	15 Dias
Portfolio A	VaR GEV	0,99	'accept'	861	6	0,9	15 Dias
Portfolio A	VaR GPD	0,99	'accept'	861	13	0,9	15 Dias
Portfolio A	CED	0,99	'reject'	594	0	0,9	30 Dias
Portfolio A	MDaR	0,99	'reject'	594	0	0,9	30 Dias
Portfolio A	MDaR GEV	0,99	'reject'	594	0	0,9	30 Dias
Portfolio A	MDaR GPD	0,99	'reject'	594	0	0,9	30 Dias
Portfolio A	VaR GEV	0,99	'accept'	594	8	0,9	30 Dias
Portfolio A	VaR GPD	0,99	'reject'	594	11	0,9	30 Dias
Portfolio A	CED	0,99	'reject'	417	0	0,9	60 Dias
Portfolio A	MDaR	0,99	'reject'	417	0	0,9	60 Dias
Portfolio A	MDaR GEV	0,99	'reject'	417	0	0,9	60 Dias
Portfolio A	MDaR GPD	0,99	'reject'	417	0	0,9	60 Dias
Portfolio A	VaR GEV	0,99	'reject'	417	0	0,9	60 Dias
Portfolio A	VaR GPD	0,99	'reject'	417	0	0,9	60 Dias
Portfolio A	CED	0,99	'reject'	345	0	0,9	90 Dias
Portfolio A	MDaR	0,99	'reject'	345	0	0,9	90 Dias
Portfolio A	MDaR GEV	0,99	'reject'	345	0	0,9	90 Dias

---

Portfolio A	MDaR GPD	0,99	'reject'	345	0	0,9	90 Dias
Portfolio A	VaR GEV	0,99	'reject'	345	0	0,9	90 Dias
Portfolio A	VaR GPD	0,99	'reject'	345	0	0,9	90 Dias

# APÊNDICE G – Resultados detalhados do teste de *Kupiec* para Portfolio B

Tabela 47 – Resultado detalhado do *Backtest* com 3 anos de série histórica

Ativo	Métrica	$\alpha$	Resultado	Observations	Failures	TestLevel	Holding Period
Portfolio B	CED	0,95	'reject'	1462	109	0,9	15 Dias
Portfolio B	MDaR	0,95	'reject'	1462	119	0,9	15 Dias
Portfolio B	MDaR GEV	0,95	'reject'	1462	110	0,9	15 Dias
Portfolio B	MDaR GPD	0,95	'reject'	1462	113	0,9	15 Dias
Portfolio B	VaR GEV	0,95	'reject'	1462	173	0,9	15 Dias
Portfolio B	VaR GPD	0,95	'reject'	1462	201	0,9	15 Dias
Portfolio B	CED	0,95	'reject'	1030	93	0,9	30 Dias
Portfolio B	MDaR	0,95	'reject'	1030	95	0,9	30 Dias
Portfolio B	MDaR GEV	0,95	'reject'	1030	93	0,9	30 Dias
Portfolio B	MDaR GPD	0,95	'reject'	1030	96	0,9	30 Dias
Portfolio B	VaR GEV	0,95	'reject'	1030	138	0,9	30 Dias
Portfolio B	VaR GPD	0,95	'reject'	1030	173	0,9	30 Dias
Portfolio B	CED	0,95	'reject'	702	87	0,9	60 Dias
Portfolio B	MDaR	0,95	'reject'	702	87	0,9	60 Dias
Portfolio B	MDaR GEV	0,95	'reject'	702	93	0,9	60 Dias
Portfolio B	MDaR GPD	0,95	'reject'	702	83	0,9	60 Dias
Portfolio B	VaR GEV	0,95	'reject'	702	98	0,9	60 Dias
Portfolio B	VaR GPD	0,95	'reject'	702	120	0,9	60 Dias
Portfolio B	CED	0,95	'reject'	550	75	0,9	90 Dias
Portfolio B	MDaR	0,95	'reject'	550	74	0,9	90 Dias
Portfolio B	MDaR GEV	0,95	'reject'	550	76	0,9	90 Dias
Portfolio B	MDaR GPD	0,95	'reject'	550	70	0,9	90 Dias
Portfolio B	VaR GEV	0,95	'reject'	550	89	0,9	90 Dias
Portfolio B	VaR GPD	0,95	'reject'	550	104	0,9	90 Dias
Portfolio B	CED	0,975	'reject'	1462	67	0,9	15 Dias
Portfolio B	MDaR	0,975	'reject'	1462	66	0,9	15 Dias
Portfolio B	MDaR GEV	0,975	'reject'	1462	58	0,9	15 Dias
Portfolio B	MDaR GPD	0,975	'reject'	1462	75	0,9	15 Dias
Portfolio B	VaR GEV	0,975	'reject'	1462	112	0,9	15 Dias
Portfolio B	VaR GPD	0,975	'reject'	1462	124	0,9	15 Dias
Portfolio B	CED	0,975	'reject'	1030	68	0,9	30 Dias
Portfolio B	MDaR	0,975	'reject'	1030	69	0,9	30 Dias
Portfolio B	MDaR GEV	0,975	'reject'	1030	53	0,9	30 Dias
Portfolio B	MDaR GPD	0,975	'reject'	1030	64	0,9	30 Dias
Portfolio B	VaR GEV	0,975	'reject'	1030	97	0,9	30 Dias
Portfolio B	VaR GPD	0,975	'reject'	1030	114	0,9	30 Dias
Portfolio B	CED	0,975	'reject'	702	74	0,9	60 Dias

Portfolio B	MDaR	0,975	'reject'	702	66	0,9	60 Dias
Portfolio B	MDaR GEV	0,975	'reject'	702	65	0,9	60 Dias
Portfolio B	MDaR GPD	0,975	'reject'	702	72	0,9	60 Dias
Portfolio B	VaR GEV	0,975	'reject'	702	61	0,9	60 Dias
Portfolio B	VaR GPD	0,975	'reject'	702	71	0,9	60 Dias
Portfolio B	CED	0,975	'reject'	550	62	0,9	90 Dias
Portfolio B	MDaR	0,975	'reject'	550	56	0,9	90 Dias
Portfolio B	MDaR GEV	0,975	'reject'	550	55	0,9	90 Dias
Portfolio B	MDaR GPD	0,975	'reject'	550	61	0,9	90 Dias
Portfolio B	VaR GEV	0,975	'reject'	550	69	0,9	90 Dias
Portfolio B	VaR GPD	0,975	'reject'	550	81	0,9	90 Dias
Portfolio B	CED	0,99	'reject'	1462	39	0,9	15 Dias
Portfolio B	MDaR	0,99	'reject'	1462	33	0,9	15 Dias
Portfolio B	MDaR GEV	0,99	'reject'	1462	22	0,9	15 Dias
Portfolio B	MDaR GPD	0,99	'reject'	1462	38	0,9	15 Dias
Portfolio B	VaR GEV	0,99	'reject'	1462	63	0,9	15 Dias
Portfolio B	VaR GPD	0,99	'reject'	1462	71	0,9	15 Dias
Portfolio B	CED	0,99	'reject'	1030	57	0,9	30 Dias
Portfolio B	MDaR	0,99	'reject'	1030	55	0,9	30 Dias
Portfolio B	MDaR GEV	0,99	'reject'	1030	28	0,9	30 Dias
Portfolio B	MDaR GPD	0,99	'reject'	1030	56	0,9	30 Dias
Portfolio B	VaR GEV	0,99	'reject'	1030	65	0,9	30 Dias
Portfolio B	VaR GPD	0,99	'reject'	1030	74	0,9	30 Dias
Portfolio B	CED	0,99	'reject'	702	61	0,9	60 Dias
Portfolio B	MDaR	0,99	'reject'	702	61	0,9	60 Dias
Portfolio B	MDaR GEV	0,99	'reject'	702	34	0,9	60 Dias
Portfolio B	MDaR GPD	0,99	'reject'	702	59	0,9	60 Dias
Portfolio B	VaR GEV	0,99	'reject'	702	46	0,9	60 Dias
Portfolio B	VaR GPD	0,99	'reject'	702	50	0,9	60 Dias
Portfolio B	CED	0,99	'reject'	550	56	0,9	90 Dias
Portfolio B	MDaR	0,99	'reject'	550	55	0,9	90 Dias
Portfolio B	MDaR GEV	0,99	'reject'	550	34	0,9	90 Dias
Portfolio B	MDaR GPD	0,99	'reject'	550	55	0,9	90 Dias
Portfolio B	VaR GEV	0,99	'reject'	550	60	0,9	90 Dias
Portfolio B	VaR GPD	0,99	'reject'	550	67	0,9	90 Dias

Tabela 48 – Resultado detalhado do *Backtest* com 5 anos de série histórica

Ativo	Métrica	$\alpha$	Resultado	Observations	Failures	TestLevel	Holding Period
Portfolio B	CED	0,95	'reject'	1298	86	0,9	15 Dias
Portfolio B	MDaR	0,95	'reject'	1298	91	0,9	15 Dias
Portfolio B	MDaR GEV	0,95	'reject'	1298	84	0,9	15 Dias
Portfolio B	MDaR GPD	0,95	'reject'	1298	94	0,9	15 Dias
Portfolio B	VaR GEV	0,95	'reject'	1298	132	0,9	15 Dias
Portfolio B	VaR GPD	0,95	'reject'	1298	179	0,9	15 Dias

Portfolio B	CED	0,95	'reject'	924	83	0,9	30 Dias
Portfolio B	MDaR	0,95	'reject'	924	82	0,9	30 Dias
Portfolio B	MDaR GEV	0,95	'reject'	924	83	0,9	30 Dias
Portfolio B	MDaR GPD	0,95	'reject'	924	88	0,9	30 Dias
Portfolio B	VaR GEV	0,95	'reject'	924	110	0,9	30 Dias
Portfolio B	VaR GPD	0,95	'reject'	924	152	0,9	30 Dias
Portfolio B	CED	0,95	'reject'	628	60	0,9	60 Dias
Portfolio B	MDaR	0,95	'reject'	628	69	0,9	60 Dias
Portfolio B	MDaR GEV	0,95	'reject'	628	64	0,9	60 Dias
Portfolio B	MDaR GPD	0,95	'reject'	628	63	0,9	60 Dias
Portfolio B	VaR GEV	0,95	'reject'	628	81	0,9	60 Dias
Portfolio B	VaR GPD	0,95	'reject'	628	113	0,9	60 Dias
Portfolio B	CED	0,95	'reject'	490	49	0,9	90 Dias
Portfolio B	MDaR	0,95	'reject'	490	46	0,9	90 Dias
Portfolio B	MDaR GEV	0,95	'reject'	490	55	0,9	90 Dias
Portfolio B	MDaR GPD	0,95	'reject'	490	47	0,9	90 Dias
Portfolio B	VaR GEV	0,95	'reject'	490	74	0,9	90 Dias
Portfolio B	VaR GPD	0,95	'reject'	490	93	0,9	90 Dias
Portfolio B	CED	0,975	'reject'	1298	54	0,9	15 Dias
Portfolio B	MDaR	0,975	'reject'	1298	57	0,9	15 Dias
Portfolio B	MDaR GEV	0,975	'reject'	1298	47	0,9	15 Dias
Portfolio B	MDaR GPD	0,975	'reject'	1298	60	0,9	15 Dias
Portfolio B	VaR GEV	0,975	'reject'	1298	82	0,9	15 Dias
Portfolio B	VaR GPD	0,975	'reject'	1298	99	0,9	15 Dias
Portfolio B	CED	0,975	'reject'	924	50	0,9	30 Dias
Portfolio B	MDaR	0,975	'reject'	924	47	0,9	30 Dias
Portfolio B	MDaR GEV	0,975	'reject'	924	42	0,9	30 Dias
Portfolio B	MDaR GPD	0,975	'reject'	924	54	0,9	30 Dias
Portfolio B	VaR GEV	0,975	'reject'	924	76	0,9	30 Dias
Portfolio B	VaR GPD	0,975	'reject'	924	91	0,9	30 Dias
Portfolio B	CED	0,975	'reject'	628	45	0,9	60 Dias
Portfolio B	MDaR	0,975	'reject'	628	34	0,9	60 Dias
Portfolio B	MDaR GEV	0,975	'reject'	628	44	0,9	60 Dias
Portfolio B	MDaR GPD	0,975	'reject'	628	45	0,9	60 Dias
Portfolio B	VaR GEV	0,975	'reject'	628	52	0,9	60 Dias
Portfolio B	VaR GPD	0,975	'reject'	628	58	0,9	60 Dias
Portfolio B	CED	0,975	'reject'	490	34	0,9	90 Dias
Portfolio B	MDaR	0,975	'reject'	490	30	0,9	90 Dias
Portfolio B	MDaR GEV	0,975	'reject'	490	31	0,9	90 Dias
Portfolio B	MDaR GPD	0,975	'reject'	490	37	0,9	90 Dias
Portfolio B	VaR GEV	0,975	'reject'	490	52	0,9	90 Dias
Portfolio B	VaR GPD	0,975	'reject'	490	66	0,9	90 Dias
Portfolio B	CED	0,99	'reject'	1298	26	0,9	15 Dias
Portfolio B	MDaR	0,99	'reject'	1298	25	0,9	15 Dias
Portfolio B	MDaR GEV	0,99	'accept'	1298	18	0,9	15 Dias
Portfolio B	MDaR GPD	0,99	'reject'	1298	25	0,9	15 Dias
Portfolio B	VaR GEV	0,99	'reject'	1298	48	0,9	15 Dias

Portfolio B	VaR GPD	0,99	'reject'	1298	47	0,9	15 Dias
Portfolio B	CED	0,99	'reject'	924	33	0,9	30 Dias
Portfolio B	MDaR	0,99	'reject'	924	30	0,9	30 Dias
Portfolio B	MDaR GEV	0,99	'reject'	924	19	0,9	30 Dias
Portfolio B	MDaR GPD	0,99	'reject'	924	33	0,9	30 Dias
Portfolio B	VaR GEV	0,99	'reject'	924	49	0,9	30 Dias
Portfolio B	VaR GPD	0,99	'reject'	924	54	0,9	30 Dias
Portfolio B	CED	0,99	'reject'	628	23	0,9	60 Dias
Portfolio B	MDaR	0,99	'reject'	628	18	0,9	60 Dias
Portfolio B	MDaR GEV	0,99	'reject'	628	14	0,9	60 Dias
Portfolio B	MDaR GPD	0,99	'reject'	628	24	0,9	60 Dias
Portfolio B	VaR GEV	0,99	'reject'	628	28	0,9	60 Dias
Portfolio B	VaR GPD	0,99	'reject'	628	37	0,9	60 Dias
Portfolio B	CED	0,99	'reject'	490	26	0,9	90 Dias
Portfolio B	MDaR	0,99	'reject'	490	27	0,9	90 Dias
Portfolio B	MDaR GEV	0,99	'reject'	490	9	0,9	90 Dias
Portfolio B	MDaR GPD	0,99	'reject'	490	27	0,9	90 Dias
Portfolio B	VaR GEV	0,99	'reject'	490	38	0,9	90 Dias
Portfolio B	VaR GPD	0,99	'reject'	490	47	0,9	90 Dias

Tabela 49 – Resultado detalhado do *Backtest* com 10 anos de série histórica

Ativo	Métrica	$\alpha$	Resultado	Observations	Failures	TestLevel	Holding Period
Portfolio B	CED	0,95	'reject'	859	21	0,9	15 Dias
Portfolio B	MDaR	0,95	'accept'	859	38	0,9	15 Dias
Portfolio B	MDaR GEV	0,95	'reject'	859	26	0,9	15 Dias
Portfolio B	MDaR GPD	0,95	'accept'	859	38	0,9	15 Dias
Portfolio B	VaR GEV	0,95	'accept'	859	48	0,9	15 Dias
Portfolio B	VaR GPD	0,95	'reject'	859	84	0,9	15 Dias
Portfolio B	CED	0,95	'reject'	594	15	0,9	30 Dias
Portfolio B	MDaR	0,95	'reject'	594	19	0,9	30 Dias
Portfolio B	MDaR GEV	0,95	'reject'	594	19	0,9	30 Dias
Portfolio B	MDaR GPD	0,95	'reject'	594	19	0,9	30 Dias
Portfolio B	VaR GEV	0,95	'accept'	594	29	0,9	30 Dias
Portfolio B	VaR GPD	0,95	'reject'	594	55	0,9	30 Dias
Portfolio B	CED	0,95	'reject'	410	4	0,9	60 Dias
Portfolio B	MDaR	0,95	'reject'	410	8	0,9	60 Dias
Portfolio B	MDaR GEV	0,95	'reject'	410	7	0,9	60 Dias
Portfolio B	MDaR GPD	0,95	'reject'	410	7	0,9	60 Dias
Portfolio B	VaR GEV	0,95	'accept'	410	23	0,9	60 Dias
Portfolio B	VaR GPD	0,95	'reject'	410	30	0,9	60 Dias
Portfolio B	CED	0,95	'reject'	332	4	0,9	90 Dias
Portfolio B	MDaR	0,95	'reject'	332	2	0,9	90 Dias
Portfolio B	MDaR GEV	0,95	'reject'	332	7	0,9	90 Dias
Portfolio B	MDaR GPD	0,95	'reject'	332	3	0,9	90 Dias

Portfolio B	VaR GEV	0,95	'accept'	332	20	0,9	90 Dias
Portfolio B	VaR GPD	0,95	'reject'	332	30	0,9	90 Dias
Portfolio B	CED	0,975	'reject'	859	9	0,9	15 Dias
Portfolio B	MDaR	0,975	'reject'	859	12	0,9	15 Dias
Portfolio B	MDaR GEV	0,975	'reject'	859	9	0,9	15 Dias
Portfolio B	MDaR GPD	0,975	'reject'	859	12	0,9	15 Dias
Portfolio B	VaR GEV	0,975	'accept'	859	19	0,9	15 Dias
Portfolio B	VaR GPD	0,975	'reject'	859	48	0,9	15 Dias
Portfolio B	CED	0,975	'reject'	594	6	0,9	30 Dias
Portfolio B	MDaR	0,975	'accept'	594	12	0,9	30 Dias
Portfolio B	MDaR GEV	0,975	'reject'	594	8	0,9	30 Dias
Portfolio B	MDaR GPD	0,975	'accept'	594	10	0,9	30 Dias
Portfolio B	VaR GEV	0,975	'accept'	594	19	0,9	30 Dias
Portfolio B	VaR GPD	0,975	'reject'	594	25	0,9	30 Dias
Portfolio B	CED	0,975	'reject'	410	0	0,9	60 Dias
Portfolio B	MDaR	0,975	'reject'	410	0	0,9	60 Dias
Portfolio B	MDaR GEV	0,975	'reject'	410	0	0,9	60 Dias
Portfolio B	MDaR GPD	0,975	'reject'	410	0	0,9	60 Dias
Portfolio B	VaR GEV	0,975	'accept'	410	8	0,9	60 Dias
Portfolio B	VaR GPD	0,975	'accept'	410	9	0,9	60 Dias
Portfolio B	CED	0,975	'reject'	332	0	0,9	90 Dias
Portfolio B	MDaR	0,975	'reject'	332	0	0,9	90 Dias
Portfolio B	MDaR GEV	0,975	'reject'	332	0	0,9	90 Dias
Portfolio B	MDaR GPD	0,975	'reject'	332	0	0,9	90 Dias
Portfolio B	VaR GEV	0,975	'accept'	332	5	0,9	90 Dias
Portfolio B	VaR GPD	0,975	'accept'	332	8	0,9	90 Dias
Portfolio B	CED	0,99	'reject'	859	0	0,9	15 Dias
Portfolio B	MDaR	0,99	'reject'	859	2	0,9	15 Dias
Portfolio B	MDaR GEV	0,99	'reject'	859	0	0,9	15 Dias
Portfolio B	MDaR GPD	0,99	'reject'	859	0	0,9	15 Dias
Portfolio B	VaR GEV	0,99	'accept'	859	6	0,9	15 Dias
Portfolio B	VaR GPD	0,99	'accept'	859	11	0,9	15 Dias
Portfolio B	CED	0,99	'reject'	594	0	0,9	30 Dias
Portfolio B	MDaR	0,99	'reject'	594	0	0,9	30 Dias
Portfolio B	MDaR GEV	0,99	'reject'	594	0	0,9	30 Dias
Portfolio B	MDaR GPD	0,99	'reject'	594	0	0,9	30 Dias
Portfolio B	VaR GEV	0,99	'accept'	594	9	0,9	30 Dias
Portfolio B	VaR GPD	0,99	'reject'	594	11	0,9	30 Dias
Portfolio B	CED	0,99	'reject'	410	0	0,9	60 Dias
Portfolio B	MDaR	0,99	'reject'	410	0	0,9	60 Dias
Portfolio B	MDaR GEV	0,99	'reject'	410	0	0,9	60 Dias
Portfolio B	MDaR GPD	0,99	'reject'	410	0	0,9	60 Dias
Portfolio B	VaR GEV	0,99	'accept'	410	3	0,9	60 Dias
Portfolio B	VaR GPD	0,99	'reject'	410	1	0,9	60 Dias
Portfolio B	CED	0,99	'reject'	332	0	0,9	90 Dias
Portfolio B	MDaR	0,99	'reject'	332	0	0,9	90 Dias
Portfolio B	MDaR GEV	0,99	'reject'	332	0	0,9	90 Dias

---

Portfolio B	MDaR GPD	0,99	'reject'	332	0	0,9	90 Dias
Portfolio B	VaR GEV	0,99	'accept'	332	1	0,9	90 Dias
Portfolio B	VaR GPD	0,99	'reject'	332	0	0,9	90 Dias



## APÊNDICE H – Criação de cenários de estresse

#	Retorno USDBRL	Retorno Ibovespa	DI em Bps	Data Inicial	Data Final
1	-15,46%	5,67%	-132	31/jul/02	08/ago/02
2	-13,15%	0,92%	-20	31/jul/02	02/ago/02
3	-11,52%	6,78%	23	22/out/08	30/out/08
4	-10,71%	15,99%	-53	29/fev/16	11/mar/16
5	-10,38%	9,37%	-223	10/abr/03	29/abr/03
6	-10,34%	7,02%	-37	18/dez/08	06/jan/09
7	-10,32%	-0,64%	16	22/out/08	29/out/08
8	-10,19%	7,71%	-9	08/out/08	14/out/08
9	-9,98%	8,02%	275	21/out/02	08/nov/02
10	-9,93%	8,82%	-77	23/set/15	09/out/15

Tabela 50 – 10 maiores desvalorizações do dólar frente ao real entre Jan2000 e Ago2018 com os respectivos movimentos no IBOVESPA e no DI futuro de 1 ano

#	Retorno USDBRL	Retorno Ibov	DI em Bps	Data Inicial	Data Final
1	29,45%	-25,12%	-13	22/set/08	08/out/08
2	28,21%	-25,54%	-6	25/set/08	08/out/08
3	28,16%	-22,12%	-11	22/set/08	07/out/08
4	26,55%	-24,00%	-1	26/set/08	08/out/08
5	24,90%	-12,44%	512	09/set/02	27/set/02
6	24,52%	-14,40%	544	11/set/02	27/set/02
7	23,94%	-14,32%	539	12/set/02	27/set/02
8	23,51%	-9,66%	261	11/jul/02	31/jul/02
9	23,13%	-10,98%	270	12/jul/02	31/jul/02
10	22,57%	-14,39%	524	13/set/02	27/set/02

Tabela 51 – 10 maiores valorizações do dólar frente ao real entre Jan2000 e Ago2018 com os respectivos movimentos no IBOVESPA e no DI futuro de 1 ano

#	Retorno USDBRL	Retorno Ibov	DI em Bps	Data Inicial	Data Final
1	-6,15%	36,76%	-97	27/out/08	04/nov/08
2	-3,16%	29,94%	-77	27/out/08	03/nov/08
3	-6,47%	27,22%	-67	27/out/08	30/out/08
4	-0,60%	24,81%	-169	21/nov/08	10/dez/08
5	2,08%	22,51%	-149	21/nov/08	08/dez/08
6	-9,30%	22,41%	-66	26/fev/16	17/mar/16
7	-6,13%	22,43%	-42	15/fev/16	04/mar/16
8	-7,81%	21,47%	-107	16/out/02	31/out/02
9	-2,25%	20,57%	-73	28/out/08	04/nov/08
10	-2,80%	20,69%	-245	23/mai/00	08/jun/00

Tabela 52 – 10 maiores subidas do IBOVESPA entre Jan2000 e Ago2018 com os respectivos movimentos no USDBRL e no DI futuro de 1 ano

#	Retorno USDBRL	Retorno Ibov	DI em Bps	Data Inicial	Data Final
1	11,68%	-17,87%	1229	03/jun/02	21/jun/02
2	7,44%	-15,35%	1074	07/jun/02	21/jun/02
3	10,53%	-13,83%	1018	03/jun/02	20/jun/02
4	7,40%	-17,48%	1014	10/jun/02	21/jun/02
5	4,50%	-14,85%	1003	11/jun/02	21/jun/02
6	7,22%	-6,62%	826	03/jun/02	18/jun/02
7	1,42%	-14,30%	842	12/jun/02	21/jun/02
8	4,60%	-5,71%	730	03/jun/02	17/jun/02
9	7,12%	-7,59%	692	03/jun/02	14/jun/02
10	16,95%	-10,23%	670	13/set/02	03/out/02

Tabela 53 – 10 maiores subidas da taxa do DI futuro de 1 ano entre Jan2000 e Ago2018 com os respectivos movimentos no USDBRL e no Ibovespa de 1 ano