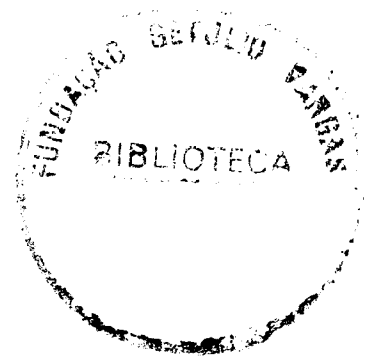

ALOCÇÃO DE CAPITAL PARA
COBERTURA DO RISCO DE MERCADO
DE TAXAS DE JUROS DE NATUREZA
PREFIXADA

GUILHERME LINS ARCOVERDE

TESE SUBMETIDA À EPGE/FGV COMO PARTE
DOS REQUISITOS PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE
MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc)



BANCA EXAMINADORA

PROF. ALOISIO PESSOA DE ARAÚJO
PROF. GETULIO BORGES SILVEIRA FILHO
PROF. GYORGY VARGA
PROF. SÉRGIO RIBEIRO DA COSTA WERLANG

EPGE/FGV (ORIENTADOR)
IEI / UFRJ
EPGE / FGV
EPGE / FGV



Para
o Velho Quincas
e Dona Mita,
meus pais,
por tudo

Para
Helena, minha filha,
por ter me ensinado,
com seus lindos olhos negros,
o sentido do olhar

Para
Christiane, minha mulher,
por me ensinar o sentido
do companheirismo

Agradecimentos

Esse trabalho foi desenvolvido no bojo das minhas atividades no Departamento de Pesquisas do Banco Central do Brasil. Agradeço ao Diretor Sérgio Ribeiro da Costa Werlang por sua ousadia na criação do DEPEP e pelo convite para integrá-lo em sua primeira hora.

Com meus colegas da consultoria de finanças do DEPEP, especialmente, André Amante e Manoel Fajardo Villela tenho uma dívida que não posso pagar. Eles participaram de todos os acertos do presente trabalho. Os equívocos que permaneceram são de minha inteira responsabilidade.

Aos amigos Edmundo Maia, Adauto Madalena, Marcelo Datz, Nakao e Renato Fragelli agradeço o apoio no momento exato em que ele foi necessário.

Ao Professor Aloisio Araújo, meu orientador, agradeço pelo apoio, mesmo acreditando que *“old dogs don’t learn new tricks”* e, principalmente, por sua condução, com maestria, do final desse processo.

Eduarda De La Rocque, mesmo que não o saiba, também é, de certa forma, cúmplice das idéias aqui expostas (novamente, apenas dos acertos).

1 - INTRODUÇÃO.....	2
2 – O CONTEXTO REGULATÓRIO.....	5
2.1 – LEGISLAÇÃO INTERNACIONAL	5
2.2– LEGISLAÇÃO BRASILEIRA.....	7
3- COMENTÁRIOS SOBRE AS DIVERSAS ABORDAGENS	9
3.1- A ABORDAGEM PADRONIZADA (THE STANDARD APPROACH).....	9
3.2 – A ABORDAGEM BASEADA NOS MODELOS INTERNOS.....	11
3.2.1 - Risco de Mercado, o VaR (Value at Risk) ou Valor em Risco	11
3.2.2 - Uma nota sobre a abordagem do Modelo Interno.....	13
3.3 – A ABORDAGEM DO PRÉ-COMPROMISSO.....	18
4 –A CONSTRUÇÃO DO MODELO PADRÃO PARA CÁLCULO DO RISCO DE TAXA DE JUROS DE NATUREZA PREFIXADA	22
4.1 – O MODELO DO B.I.S.....	22
4.2 – O MODELO DA CA ² R.....	26
4.3 – O MODELO DA CA ² R MODIFICADO	28
5 – EXERCÍCIO DE SIMULAÇÃO DOS MODELOS.....	34
5.1 – DESCRIÇÃO GERAL DO EXERCÍCIO.....	34
5.2 – A GERAÇÃO DE CARTEIRAS ALEATÓRIAS.....	35
5.3 – A CONSTRUÇÃO DO MODELO INTERNO.....	35
5.3.1– Construção da Estrutura a Termo da Taxa de Juros	35
5.3.2– Volatilidades, Correlações e Mapeamento	40
5.3.2.1 - O método do alisamento exponencial ou EWMA.....	41
5.3.2.2 – A escolha do mecanismo de mapeamento	46
5.4– ANÁLISE DOS PARÂMETROS ρ e κ	56
5.5 – RESULTADOS.....	60
6 – EXIGÊNCIA DE CAPITAL	66
7 – ANÁLISE DE STRESS	75
CONCLUSÃO	81
BIBLIOGRAFIA.....	83

1 - INTRODUÇÃO

No chamado Acordo de Basiléia, em 1988, as agências reguladoras do sistema bancário dos países do G-10¹, sob a rubrica do Comitê de Supervisão Bancária de Basiléia (*Basle Supervisory Committee*), aprovaram um sistema definindo padrões mínimos de capital para fazer frente à exposição dos bancos ao risco de crédito. Tratava-se de um passo inicial num processo visando uniformizar as normas internacionais quanto a exigências relativas à adequação do capital. Após a entrada em vigor dessas regras (1992), um segundo passo era a definição de critérios objetivando incorporar exigências de capital para fazer frente ao risco de mercado, dando continuidade ao processo de harmonização internacional da regulação bancária. Um primeiro estudo, publicado pelo comitê em 1993 (abordagem padronizada), suscitou intenso debate sobre o assunto levando à publicação pelo Comitê de uma revisão em 1995 onde também se oferecia uma abordagem alternativa para exigências de capital baseada nos modelos internos dos bancos, incorporando definitivamente o conceito de *VaR* (*Value at Risk*) ao contexto regulatório (*Internal Model Approach*). Trata-se de uma medida de risco extremamente simples porém de grande força prática na quantificação do risco de mercado. As recentes diretrizes do comitê para requerimento de capital são oriundas desse processo.

Os bancos centrais e demais supervisores do sistema bancário nos países da Comunidade Européia vêm, paralelamente, implementando regras semelhantes sob a égide do CAD (*Capital Adequacy Directives*)².

A abordagem baseada nos modelos internos é hoje a preferencial no contexto regulatório internacional mas o assunto está longe de um consenso, havendo intenso debate sobre os critérios ali adotados bem como a proposição de enfoques alternativos como o esquema de “pre commitment”.

¹ Participam do G-10: Bélgica, Canadá, França, Alemanha, Itália, Japão, Holanda, Suécia, Reino Unido, Estados Unidos, Luxemburgo e Suíça.

² Seguiram a regulamentação dos Estados Membros da União Européia: Alemanha, Áustria, Bélgica, Dinamarca, Espanha, França, Finlândia, Grécia, Itália, Irlanda, Luxemburgo, Holanda, Portugal, Suécia e Reino Unido.

Em 1995 o FED submeteu à comunidade financeira um questionário sobre a proposta de “pre commitment”³, mas as autoridades reguladoras internacionais optaram pelo IMA (*Internal Model Approach*) nas suas mais recentes recomendações.

O objetivo deste trabalho é a proposição de critérios para cobertura do risco de mercado de taxa de juros de natureza prefixada com vistas à elaboração de uma norma tratando da matéria.

As seções 2 e 3 tratam da questão mais geral da alocação de capital de forma a contextualizar o problema à luz da experiência internacional e permitir o entendimento do mesmo sob um enfoque mais abrangente.

A seção 4 trata da construção de um modelo padrão para cobertura do risco de mercado de taxa de juros de natureza prefixada. Inicialmente, o modelo do B.I.S. é brevemente descrito e uma proposta, oriunda do setor privado, formulada por um dos grupos de trabalho da CA²R, Câmara para Assuntos de Administração de Risco⁴, baseada no conceito de *VaR* paramétrico, é analisada e modificada, constituindo-se na base do modelo proposto, também descrito nessa seção.

A seção 5 contém o exercício central do trabalho que se propõe a testar a adequação do modelo proposto vis a vis os objetivos estabelecidos. Na seção 6 é formulada a regra para alocação de capital, a partir do *VaR* padrão construído e da fórmula sugerida pelo B.I.S para exigência de capital, com base nos modelos internos, aonde também são efetuadas modificações, objetivando seu aperfeiçoamento.

A seção 7 encerra o trabalho com um enfoque complementar ao adotado na seção 6, onde a exigência é calculada a partir da exposição ao risco de determinada posição de forma a compor, com as demais exigências oriundas da exposição a outros tipos de risco, o patrimônio líquido exigível de uma determinada instituição. Nessa seção, toma-se o Patrimônio Líquido (PLA) da instituição como dado e impõe-se limites à exposição a determinado tipo de

³ Request for comments on the Pre-Commitment Approach for Market Risks FED 1995

⁴ A CA2R é uma entidade formada por um conjunto de instituições do setor privado para tratar de assuntos de administração de risco a saber ABBC, ABBI, ANBID, ANDIMA, BM&F, BOVESPA, CETIP e FEBRABAN

risco, no nosso caso, o risco de “taxa pré” de forma a limitar a perda potencial daquela exposição a um certo percentual do PLA dado.

2 – O CONTEXTO REGULATÓRIO

2.1 – LEGISLAÇÃO INTERNACIONAL

Como já mencionamos, os Estados Membros da Comunidade Européia, por meio do CAD (*Capital Adequacy Directives*), e o Grupo dos 10 (G-10), por intermédio do Comitê da Basiléia, elaboraram duas regulamentações que procuram fornecer, para as autoridades de supervisão bancária nacionais, as diretrizes básicas para a normatização da exigência de capital para cobertura do risco de mercado. As duas regulamentações são semelhantes em muitos aspectos e sugerem, para efeito de alocação de capital, duas alternativas básicas de cálculo, sujeitas à aprovação da autoridade reguladora local: o Modelo Padronizado e o Modelo Interno.

As propostas de modelo padronizado foram apresentadas em 1993, mais precisamente em março foi publicada a Diretiva 93/6/EEC (CAD) e em abril foi divulgada a proposta do Comitê da Basiléia. A alternativa de utilização de modelos proprietários surgiu inicialmente em abril de 1995 através da proposta do Comitê da Basiléia (formalizada oficialmente em janeiro de 1996) e foi posteriormente incorporada ao CAD em junho de 1998.

O Modelo Padronizado se baseia em uma abordagem de “construção em blocos”, na qual é definido um conjunto de procedimentos para a avaliação da exposição de uma carteira de investimentos aos riscos de taxa de juro, mercado de ações, moeda estrangeira, commodities, bem como alternativas de tratamento para opções. As posições em carteiras são classificadas segundo um grau de risco estabelecido e, para cada categoria de risco, é definida uma alocação de capital, resultante da aplicação de um percentual fixo sobre o valor de mercado da posição. Apesar das restrições técnicas da metodologia, representa uma alternativa de menor custo de implementação e complexidade para as instituições financeiras.

A segunda alternativa de cálculo, conhecida como Modelo Interno, tem a característica de incentivar os bancos ao uso de modelos próprios de risco para efeito de determinação de capital, representando um avanço na regulação do sistema financeiro com a criação de mecanismos de incentivo ao controle de riscos. Segundo a proposta, o capital mínimo exigido é definido pela

multiplicação de um coeficiente de capital pela estimativa do potencial de perda esperada (metodologia *VaR*) para um horizonte fixo de investimento de 10 dias úteis. Algumas restrições qualitativas e quantitativas são impostas com o objetivo de assegurar um grau mínimo de padronização, transparência e consistência dos resultados obtidos para os diferentes sistemas de risco em uso. A exigência de capital para as instituições que optam pelo uso de modelos próprios de risco é definida pela relação descrita a seguir.

$$K_t = \max \left\{ \left(\frac{M_t}{60} \sum_{i=1}^{60} VaR_{t-i} \right), VaR_{t-1} \right\}$$

Onde: M_t é o multiplicador definido pelo órgão supervisor, cujo valor é no mínimo de 3, podendo ser aumentado para até 4, em função da avaliação do modelo efetuada pela autoridade supervisora, o VaR_t é o valor da estimativa de risco de mercado diário na data t (projetada para 10 dias isto é: multiplicada por $\sqrt{10}$).

Além das propostas do CAD e da Basiléia, outras iniciativas surgiram em torno do debate da escolha de um sistema de adequação de capital para cobertura do risco de mercado. Dentre as propostas em estudo está a abordagem “*pre commitment*”, a qual sugere que a própria instituição financeira defina um nível de capital apropriado para a garantia de padrões mínimos de liquidez e solvência de suas atividades. A alternativa vem sendo estudada pelo FED e ganhou destaque após ser incluída nas legislações da Austrália e da Nova Zelândia.

A análise das regulamentações já adotadas nos países para alocação de capital demonstra que as abordagens empregadas não foram homogêneas: há exemplos de países que adotaram regulamentações baseadas em modelos padrões, em modelos internos e em combinações desses dois modelos. Os EUA por exemplo adotou uma regulamentação quase toda baseada nos modelos internos e o México e a Argentina apenas modelos padrão, com diferentes abordagens na implementação⁵.

⁵ As regulamentações da maioria dos Bancos Centrais, dos diversos países, pode ser acessada pela internet, por meio do endereço www.bis.org

2.2– LEGISLAÇÃO BRASILEIRA

O Brasil aderiu aos termos do Acordo de Basiléia⁶, quanto ao tratamento do risco de crédito por meio da Resolução 2.099, de 17.08.1994. Posteriormente, outros normativos agregaram a essa norma básica o tratamento de risco de crédito para instrumentos de swaps e risco de mercado para instrumentos de câmbio e ouro.

A atual regulamentação exige das instituições financeiras um Patrimônio Líquido Ajustado (PLA) que seja igual ou superior ao Patrimônio Líquido Exigido (PLE), definido como a soma do ativo ponderado pelo risco com o risco de crédito de swap e risco de mercado em operações com ouro e moedas. Cada um desses termos é multiplicado por um fator de ponderação que encontra-se em 11%, 20% e 50%, respectivamente, com a Resolução 2.606, de 27.05.99.

Os fatores para ponderação de risco de crédito dos ativos são função do tipo de título e de seu emissor e objetivam estabelecer um valor de capital suficiente para cobrir riscos da contraparte. A atual regulamentação que aborda riscos de mercado o faz somente para instrumentos referenciados em ouro e em moedas⁷ e estabelece limites para posições compradas e vendidas em câmbio das instituições financeiras.

Não é permitido que as instituições financeiras mantenham uma exposição total em ouro e em câmbio que seja superior a 60% de seu PLA. A exposição é definida como a soma, em valor absoluto, das diferenças entre exposições compradas e vendidas, em cada moeda, convertida para o real. Englobam a base de cálculo os derivativos (contratos a termo, futuros, swaps e opções) cujos ativos-objeto sejam instrumentos referenciados em ouro e em moedas. Os contratos de futuros, a termo e de swaps devem ser marcados a mercado e trazidos a valor presente tomando-se por base a taxa de juros referente à moeda objeto de negociação. Quanto aos contratos de opções,

⁶ A 1ª versão desse acordo data de julho de 1988.

⁷ A regulamentação consiste na Resolução 2.606 e na Circular 2.894, ambas de 27.05.1999.

estes devem ser considerados a partir de seu delta multiplicado pela quantidade de contratos e por seu tamanho.

A partir da Resolução 2.543, de 26.08.98, o PLA deixou de ser calculado como a soma do patrimônio líquido e contas de resultado credoras subtraídas as contas de resultado devedoras e passou a ser calculado a partir do somatório de 2 níveis (*tiers*) de capital. O montante do nível 2 está limitado a 50% do nível 1; o montante das reservas de reavaliação está limitado a 25% do PLA; o montante das dívidas subordinadas está limitado a 50% do valor do nível 1.

3- COMENTÁRIOS SOBRE AS DIVERSAS ABORDAGENS

3.1- A ABORDAGEM PADRONIZADA (*THE STANDARD APPROACH*)

Os instrumentos financeiros foram divididos em grandes blocos (Ações, Títulos de Renda Fixa, Commodities, Câmbio) e foram especificados critérios para requerimento de capital para cada tipo de instrumento bem como seus derivativos. Por trás dos critérios está o pré dimensionamento de volatilidades e a definição de regras de agregação. Trata-se portanto da definição de um conjunto de padrões para exigência de capital para cada tipo de instrumento financeiro.

A abordagem padronizada, tal como adotada nas regulamentações do BIS e do CAD, tem, como principal limitação, sua natureza estática, inadequada para capturar as mudanças nos padrões de volatilidades e correlações nos fatores de risco determinantes das variações nos preços e taxas relevantes na determinação do valor dos diversos instrumentos financeiros sujeitos ao risco de mercado. Dessa forma, a exigência de capital baseada em tal modelo pode, em determinados momentos, ser excessivamente conservadora e, em outros, insuficiente. Mais ainda, essas limitações não garantem a criação de mecanismos adequados de incentivo ao investimento no desenvolvimento de sistemas eficazes de gerenciamento de risco. Este enfoque, como forma exclusiva para determinação dos requerimentos de capital, possui, hoje, ao menos a nível teórico, poucos defensores, tendo sido, inclusive, abandonado na implantação das regras para risco de mercado nos E.U.A. que optou pela adoção integral do IMA do qual falaremos em seguida. Contudo, considerações de ordem prática, relativas à maturidade do sistema financeiro a ser regulado, podem justificar a adoção da abordagem padronizada, ao menos num período de transição, ficando em seguida limitado às instituições que não possuam ou cujos modelos de gerenciamento de riscos não preenchem os critérios de qualidade exigidos para a abordagem do modelo interno, funcionando, dessa forma, como parte

de uma estrutura de incentivos ao desenvolvimento, por parte das instituições financeiras reguladas, de sistemas adequados de gerenciamento de risco⁸.

No contexto internacional, do ponto de vista regulatório, primeiro se pensou na abordagem padronizada, depois na abordagem baseada nos modelos internos. Hoje, ao pensar em regras para regulamentação do risco de mercado no Brasil, podemos, beneficiados pelo conhecimento da experiência internacional, inverter o enfoque, pensando nas regras para o tratamento das exigências de capital sob o enfoque hoje preferencial dos modelos proprietários e definir a exigência de capital do modelo padrão como uma regra dinâmica que procuraria ser uma cota superior da exigência que seria adotada sob a égide da abordagem baseada nos modelos internos .

O objetivo central deste trabalho será a construção de uma regra para exigência de capital padrão, $K_{\text{padrão}}$, que procure obedecer aos objetivos acima explicitados, isto é, ser suficientemente dinâmica para capturar as mudanças nos regimes de volatilidade e ainda, sendo K_{MI} a exigência de capital associada a um dado modelo interno, teríamos ao menos probabilisticamente, $K_{\text{padrão}} > K_{\text{MI}}$, quando relativas a um mesmo portfólio. Dessa forma, poder-se-ia calibrar o grau de conservadorismo pensando na regra K_{MI} e, pela definição de $K_{\text{padrão}}$, criaríamos uma estrutura de incentivos para o desenvolvimento, pelas instituições financeiras, de modelos proprietários eficazes de gerenciamento de risco.

A definição de uma tal regra, para cobertura do risco de mercado em toda sua abrangência, é tarefa por demais extensa, e, este trabalho, cuida apenas da construção de uma tal regra para cobertura do risco de taxa de juros, de natureza prefixada. A filosofia básica aqui sugerida pode, contudo, ser estendida no tratamento da cobertura de capital para outros tipos de risco.

⁸ sob esse enfoque, evidentemente, essa abordagem é dispensável, pois, no limite, a punição para uma instituição que não possui sistema adequado de gerenciamento de riscos pode ser o cancelamento da permissão para que a mesma opere, no todo ou em parte.

3.2 – A ABORDAGEM BASEADA NOS MODELOS INTERNOS

A adoção do IMA trouxe, definitivamente, para dentro do contexto regulatório o conceito de *VaR*. Falemos um pouco sobre este conceito.

3.2.1 - Risco de Mercado, o *VaR* (*Value at Risk*) ou Valor em Risco

Nessa abordagem, utiliza-se, como medida para mensuração do risco de mercado, o *VaR* cuja definição formal é dada por:

$$Probabilidade\{X_t \leq VaR\} = \alpha$$

Onde X_t é uma variável aleatória que representa a perda ou lucro associada à carteira de uma instituição, se mantida por um prazo t (*holding period*) e α é um nível de significância escolhido no intervalo $(0, 1/2)$ de forma que a probabilidade da referida carteira realizar uma perda superior ao *VaR*, se mantida por um prazo t , é igual a α . Os parâmetros t e α devem ser usados de acordo com o objetivo da análise.

Há em regra três métodos para calcular o risco de mercado pela metodologia do *VaR*, a saber, Analítico, Simulação Histórica e Simulação de Monte Carlo.

Não é objetivo deste trabalho discorrer sobre essas diferentes metodologias⁹. Como será visto mais adiante, em função dos objetivos do exercício central deste trabalho precisamos desenvolver um pequeno “modelo interno” para cálculo do *VaR* de Instrumentos sujeitos ao risco “taxa de juros”, de natureza prefixada e nossa opção foi pelo Método Analítico, popularizado no documento técnico do banco *JP Morgan, RiskMetrics*.

Normalmente, na construção do arcabouço básico para cálculo do *VaR*, assume-se que as variações no valor de uma determinada posição podem ser modeladas em função das variações de alguns preços fundamentais, os chamados fatores de risco.

⁹ Veja A. M. Duarte Jr, “Model Risk and Risk Management”, in Relatório Técnico, Departamento de Métodos Estatísticos, Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro. (1996)

Podemos então definir $F_t = [f_{1t}, f_{2t}, f_{3t}, \dots, f_{Nt}]$ como o vetor N-dimensional representativo dos preços dos fatores no dia t. Na abordagem do RiskMetrics, à qual retornaremos mais adiante, os fatores que compõem as fontes básicas de incerteza das posições sob risco de taxa de juros são os chamados “vértices” da estrutura a termo da taxa de juros e que são usados nos procedimentos de mapeamento de fluxos de caixa popularizados no RiskMetrics. Na prática os fatores relevantes são as diversas taxas de câmbio, os vértices das curvas de juros nas diversas moedas ou referenciais, os principais índices de ações ou mesmo as próprias ações bem como alguns papéis específicos como os diversos *bradies*.

Definidos os fatores de risco deve-se proceder o “mapeamento” dos diversos instrumentos financeiros que compõem a carteira do Banco em posições nos mesmos, obtendo-se então $X_t = [x_{1t}, x_{2t}, x_{3t}, \dots, x_{Nt}]$ onde x_{it} representa a posição líquida no fator f_{it} resultante do mapeamento dos fluxos de caixa relativos a todas as posições da carteira sujeitas ao fator de risco f_{it} . Sob as hipóteses tradicionais no cálculo do VaR, supõe-se que as taxas de variação diárias nos preços dos fatores individuais $r_{it} = \ln(f_{it+1}) - \ln(f_{it})$ são variáveis aleatórias com distribuição normal (condicional ao conjunto de informações disponível em t, Ω_t) isto é, sendo $R_t = [r_{1t}, r_{2t}, r_{3t}, \dots, r_{Nt}]$ o vetor de retornos diários dos preços dos fatores supõe-se que $R_t | \Omega_t \sim N(0_N, \Sigma_t)$ ou seja, R_t possui distribuição condicional normal multivariada com média zero e matriz de covariância Σ_t . O cálculo do VaR é feito assumindo que a variação diária do portfólio em t pode ser expressa em função dos retornos dos fatores (vértices). Isto é: $\Delta V_t = X_t R_t$. Sob essas hipóteses a variação diária no valor de mercado do portfólio é aproximadamente equivalente a uma variável aleatória com distribuição condicional normal com média zero e variância $X_t \Sigma_t X_t'$ o que permite calcular por exemplo:

$$VaR_{t|\Omega_t}(99\%) = -2.33 \sqrt{X_t \Sigma_t X_t'}$$

Uma formulação mais conveniente é:

O VaR diário de um instrumento simples ao nível de significância α é calculado como

$VaR_i = \Phi^{-1}(1-\alpha) V_{MTM_i} FS_i \sigma_i$ onde $\Phi^{-1}(\cdot)$ é a função inversa da distribuição normal, V_{MTM} é o valor da posição marcado a mercado, mapeada no fator correspondente, FS é o fator de sensibilidade do instrumento relativo ao fator onde o instrumento foi mapeado e σ_i é a volatilidade do retorno do fator em questão. Uma carteira é normalmente decomposta em diversos instrumentos simples e seu valor em risco é dado pela fórmula abaixo

$$VaR_{Carteira} = \sqrt{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \rho_{ij} VaR_i VaR_j}, \text{ onde } \rho_{ij} \text{ é o coeficiente de correlação}$$

entre o retorno do fator i e o retorno do fator j. Evidentemente, a equivalência entre as duas abordagens está na definição $x_{it} = V_{MTM_i} FS_i$.

3.2.2 - Uma nota sobre a abordagem do Modelo Interno

Para serem submetidos à exigência de capital relativa à sua exposição ao risco de mercado pela abordagem baseada nos seus próprios modelos, os bancos devem satisfazer vários padrões qualitativos: Os modelos de mensuração de risco devem estar plenamente integrados ao dia a dia do processo de gerenciamento de risco além de estarem sujeitos a avaliações e revisões nos diversos níveis da estrutura decisória do banco. O modelo deve também ser aprovado pela autoridade supervisora. O banco deve manter registro de suas estimativas diárias de exposição ao risco e registrar seus ganhos e perdas em livro apropriado de forma que a acurácia do modelo possa ser avaliada.

Exige-se também o cumprimento dos chamados padrões quantitativos. Embora não seja especificada nenhuma tecnologia de modelagem, um conjunto de prescrições devem ser atendidas:

- VaR estimado diariamente usando o 99º percentil para um intervalo de confiança monocaudal e projetado por 10 dias úteis.

. Período de observação de pelo menos 1 ano (para cálculo da matriz de covariâncias)¹⁰.

. Possibilidade de usar correlações dentro de uma mesma categoria para efeito de agregação, entre as diferentes categorias de risco, a utilização fica sujeita à aprovação da autoridade reguladora.

. Os modelos devem estimar os riscos de posições em opções (usando a técnica delta/gama/vega no caso de utilizar o método analítico). Deve-se simular perturbações equivalentes ao nível de significância de 99% e um período de 10 dias úteis para manter compatibilidade com o *VaR* das posições lineares.

Exige-se ainda um mínimo de seis fatores de risco (prazos de vencimento) ao medir o risco de taxa de juros dos instrumentos de renda fixa na própria moeda e naquelas em que o banco possuir posições relevantes.

Resumindo, embora não definindo uma metodologia específica para efeito de cálculo do *VaR*, o Comitê de Supervisão Bancária de Basiléia especifica um conjunto de restrições a serem observadas na solução do problema.

Define-se então a exigência de capital na data t como:

$$K_t = \max \left\{ \left(\frac{M_t}{60} \sum_{i=1}^{60} VaR_{t-i} \right), VaR_{t-1} \right\}$$

Onde: M_t é o multiplicador definido pelo órgão supervisor, cujo valor é no mínimo igual a 3 podendo ser aumentado em função da avaliação do modelo efetuada pela autoridade supervisora, o VaR_t é o valor da estimativa de risco de mercado diário na data t (projetada para 10 dias isto é: multiplicada por $\sqrt{10}$).

O valor mínimo do multiplicador é 3 quando a acurácia do modelo é considerada satisfatória pela autoridade reguladora. Para determinação do multiplicador a ser imputado ao banco pelo juízo efetuado da qualidade do seu

¹⁰ este item é delicado no nosso contexto.

sistema de gerenciamento de risco foi especificada uma metodologia de “backtesting” que descrevemos abaixo :

Trata-se da comparação das perdas e lucros diárias com as medidas de risco estimadas pelo modelo. Deve-se comparar o percentual observado de resultados que ultrapassam as estimativas diárias de *VaR* com o intuito de testar sua consistência com o nível de confiança de 99% estabelecido pelo comitê para a abordagem dos modelos internos. Trata-se de uma preocupação fundamental também no sentido de equacionar o incentivo ao fornecimento de uma medida subestimada de *VaR*. Aqui, a comparação é com o *VaR* de um dia. O esquema proposto pelo comitê baseia-se no cálculo do número de vezes que os resultados ocorrem fora dos limites de *VaR*, isto é, “falhas” contabilizadas em uma base trimestral usando os dados dos últimos 12 meses. Foram definidas 3 faixas:

. Zona Verde – Número de “falhas” menor ou igual a quatro. O resultado do “backtesting” é considerado satisfatório e o multiplicador acima referido é 3.

. Zona Amarela - Número de “falhas” entre 5 e 9 . O modelo fica sob suspeita e a autoridade supervisora pode aumentar o multiplicador ou não ($3 < Mt < 4$), cabendo ao banco a defesa do modelo e à autoridade reguladora decidir sobre a realização ou não do acréscimo corretivo. O acréscimo é feito de acordo com o quadro abaixo.

Falhas	Acréscimo
5	0.4
6	0.5
7	0.65
8	0.75
9	0.85
10 ou mais	1

O acréscimo é feito supondo que α = número de falhas observado sobre 250 (período de 1 ano) é o verdadeiro valor do nível de significância (ao invés do valor regulatório de 1%). O acréscimo foi especificado de forma que

multiplicando-se 3 por $\frac{\Phi^{-1}(99\%)}{\Phi^{-1}(1-\alpha)}$ e supondo-se que Φ tem distribuição normal obtêm-se o novo multiplicador.

. Zona Vermelha – Número de “falhas” maior ou igual a 10. Modelo é considerado com problemas, o multiplicador passa para 4 e a autoridade supervisora inicia auditoria do modelo. Uma penalidade imediata pode ser a passagem para definição de exigências pelo modelo padrão.

O grande mérito desta metodologia é a sua simplicidade. Sua principal fraqueza é o fato de apenas contar o número de “falhas” não diferenciando a intensidade da perda que superou o limite do intervalo de confiança. Vários estudos vêm sendo realizados no intuito de definir funções de perda adequadas a objetivos regulatórios¹¹.

Vamos analisar algumas características da fórmula proposta pelo comitê para exigência de capital¹².

$$K_t = \max \left\{ \left(\frac{M_t}{60} \sum_{i=1}^{60} VaR_{t-i} \right), VaR_{t-1} \right\}$$

Muitos criticam o multiplicador 3 definido pelo BIS argumentando que a instituição que possui um sistema totalmente calibrado ao nível de 99% não deveria sofrer tal ajuste no seu *VaR*. Hendricks e Hirtle (1997) justificam o referido multiplicador argumentando que nenhuma autoridade supervisora ao estipular o nível de 99% está disposta a permitir uma tal frequência na ocorrência de situações de PL a descoberto. Especificar um nível de 99,999% para não ter um multiplicador sobre o *VaR* calculado seria contudo uma opção não necessariamente mais rigorosa, uma vez que, é sabida a inadequação dos modelos tradicionais de cálculo de *VaR* a eventos excessivamente de calda. Trata-se portanto de uma solução de natureza prática, que evita a necessidade de modelagens por demais sofisticadas e complexas, não necessariamente mais eficazes, de eventos extremos.

Embora concordando com o espírito dessa argumentação, reconhecemos que, ao menos no nosso ambiente, de grandes oscilações nos padrões de volatilidade, torna-se, não apenas justificável, como também

¹¹ Ver Lopez, J. A. (1998) para uma resenha dos principais trabalhos no assunto e uma proposição de metodologia para função de perda com objetivos regulatórios.

¹² Na fórmula do BIS há um termo adicional prevendo uma carga extra, a critério da Autoridade Supervisora para eventuais riscos específicos que esta ache por bem imputar

necessário um tratamento mais elaborado do multiplicador e trataremos dessa questão.

Note-se que, na fórmula acima, K_t será dado por VaR_{t-1} quando este for superior à média dos últimos 60 dias do VaR diário multiplicada por $M_t \in [3,4]$, condição que, em tese, se realizaria quando a economia estivesse entrando em turbulência e o modelo fosse suficientemente dinâmico para capturar esse fato. Reconhece-se portanto, que, neste caso, não se faz necessário multiplicar o VaR diário, já elevado, por 3 ou mais, uma vez que esse multiplicador tem um sentido de prevenir a passagem de um regime menos nervoso para um de eventual crise, com aumento da volatilidade que estaria sendo capturado pelo VaR_{t-1} . Contudo, esta condição nem sempre é efetiva e em regra K_t será dado pela média dos últimos 60 dias multiplicada por $M_t \in [3,4]$. Assim, poderíamos ter freqüentemente um nível excessivo de exigência de capital por não estarmos tratando o nível de incerteza da economia, que é de alguma forma capturado na medida do VaR . Mais ainda, em períodos em que por exemplo algumas variáveis básicas da economia estejam excessivamente administradas (câmbio, juros) as medidas rotineiras de VaR baseadas no cálculo de volatilidades históricas tornam-se inadequadas, situação essa em que uma medida de VaR mais apropriada seria o VaR de *Stress*.

A geração de cenários para cálculo do VaR de *stress* pela autoridade reguladora, principalmente pelo BACEN é de natureza delicada e talvez seja melhor tratar essa questão por meio da especificação de limites à formação de certas posições, o que, para o caso do risco “taxa de juros pré” será feito na seção 7. Além disso, é altamente recomendável a obrigatoriedade da elaboração de cenários de *stress* pelas instituições financeiras como sugerido pelo comitê de Basiléia. A fórmula da exigência poderia ficar:

$$K_t = \max \left\{ \left(\frac{M_t(V_t)}{60} \sum_{i=1}^{60} VaR_{t-i} \right), VaR_{t-1} \right\}$$

Onde o multiplicador M_t passa a ser uma função de uma medida de volatilidade que procuraria estabelecer uma escala de forma que $V_t \in [V_{Piso}, V_{Pico}]$. A função M_t assumiria em $V = V_{Piso}$ seu maior valor $M(V_{Piso})$,

sendo decrescente em V até $M(V_{Pico})$. Esse tratamento ao nível do VaR diversificado é complexo e traz problemas sérios de agregação para a obtenção de uma função $M_t(.)$ que faça sentido. Porém, pensado por *book*¹³ parece simples de implantar.

Uma maneira de resolver o problema da agregação acima referido é definir uma função M_b , por book (Ações, Juros pré, Juros de Cupom Cambial etc) e multiplicar o VaR de cada instrumento daquele *book* por M_b , definindo um valor de VaR para fins de exigência de capital digamos VaR^k . Dessa forma teríamos:

$$VaR_t^k = VaR_{Carteira}^k = \sqrt{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \rho_{ij} VaR_i^k VaR_j^k} \quad \text{e a formula para exigência de capital}$$

$$\text{ficaria: } K_t = \max \left\{ \left(\frac{1}{60} \sum_{i=1}^{60} VaR_{t-i}^k \right), VaR_{t-1} \right\}.$$

Com vistas a evitar que, um aumento do multiplicador, num período de calma na volatilidade, seja interpretado pelo mercado como um sinal da autoridade reguladora de uma futura quebra de regime parece razoável, que, um tal tratamento deva ter uma natureza “*backward looking*”, com regras transparentes para $M(.)$.

3.3 – A ABORDAGEM DO PRÉ-COMPROMISSO

Esta abordagem não goza do *status* de estar aprovada por nenhum organismo regulador internacional, entretanto, já começa a ser implementada por alguns países, como a Austrália e a Nova Zelândia. Trata-se de uma proposta oriunda de técnicos do *Federal Reserve Board* submetida à apreciação da comunidade financeira internacional para análise. Sob esse regime, caberia aos bancos especificar sua estimativa para a máxima perda que poderia incorrer em função de seu risco de *portfólio* num determinado horizonte de tempo. Este valor seria a exigência de capital para risco de

¹³ O termo *book* refere-se a um grupo de instrumentos sob risco de mesma natureza, por exemplo “juros pré”, ações, etc.

mercado do banco. Caso a perda incorrida ultrapassasse o valor estipulado o banco seria penalizado de acordo com critérios pré-definidos. A definição da estrutura de penalidades é uma das tarefas a serem realizadas no detalhamento desta abordagem. Trata-se da especificação de uma estrutura de incentivos que torne os bancos interessados em estabelecer compromissos condizentes com suas previsões de risco (seu *VaR* por exemplo) para o *portfólio* atual, incorporando, nessa previsão, sua estratégia para o período.

Os proponentes dessa abordagem salientam como grande vantagem dessa metodologia seu foco nos resultados do gerenciamento de risco vis a vis o foco no processo de mensuração do risco inerente à abordagem baseada nos modelos internos. Uma perda superior ao valor estabelecido no compromisso para o período é um indicador diretamente observável de deficiências no gerenciamento de risco, evitando, para a autoridade reguladora, as dificuldades estatísticas de verificar a acurácia dos modelos de mensuração de risco dos bancos. Logicamente, esses problemas continuariam existindo, sendo, porém, uma preocupação intrínseca dos próprios bancos. O valor do pré-compromisso estabelecido pelos bancos (e outras instituições reguladas) seria uma medida mais ampla da exposição ao risco uma vez que, ao efetuar-lo, os bancos teriam que incorporar ao seu cálculo do *VaR* do *portfólio* atual, de alguma forma, sua estratégia para o período. Isto é, se por exemplo a alta chefia do banco pretende proceder uma mudança no perfil de suas aplicações de forma que o *portfólio* atual não é um bom previsor do risco para o período subsequente, teria que incorporar essa informação ao estabelecer seu valor de pré-compromisso (que seria uma informação pública constante de algum documento oficial periodicamente informado pela instituição financeira regulada, tanto à autoridade reguladora, como ao público em geral, como por exemplo um balanço ou balancete).

A idéia é teoricamente atrativa mas notemos que esta abordagem não funciona quando o objetivo é evitar a adoção de estratégias altamente arriscadas ao estilo “tudo ou nada” por parte de instituições pouco capitalizadas, uma vez que esta não estaria muito preocupada com uma penalidade a ser aplicada quando ela nada mais tivesse a perder. Portanto, esse tipo de instituição tem que ser identificada com antecedência pela

autoridade reguladora. É verdade que, para esse tipo de instituição, a solução é o monitoramento intensivo com eventual intervenção quando julgada necessária. Sob esse enfoque o regime de pré-compromisso funcionaria como uma técnica de alocação de recursos na supervisão bancária, que manteria visitas dentro de prazos regulares para as instituições que operam dentro de padrões considerados adequados de gerenciamento de risco, intensificando a supervisão das instituições com maior probabilidade de quebra. Na verdade, essa situação é inerente ao processo de supervisão, sendo acentuada nesse tipo de abordagem pela natureza *ex post* da estrutura de penalidades.

Outro aspecto delicado presente em todas as abordagens e acentuado nesse contexto é quando o mercado entra em situação de risco sistêmico o que aumentaria os erros de previsão no estabelecimento das previsões de pré-compromisso. A posterior aplicação das penalidades (maiores exigências de capital) poderia desencadear saídas bruscas de posições que poderiam agravar o risco sistêmico. Evidentemente nessas condições pode ser recomendado o relaxamento provisório das exigências de capital (aliás sob qualquer das abordagens analisadas)¹⁴ e a política supervisória deve estreitar seus laços com a política de condução macroeconômica, que é quem dispõe, em regra, dos instrumentos para tratar as crises sistêmicas. No Brasil pós Plano Real foi preciso criar um programa especial (o PROER) para lidar com a nova realidade do sistema bancário posterior à violenta queda da inflação e proceder uma profunda reformulação do sistema financeiro.

A abordagem de pré-compromisso deve ser vista como um contrato entre o banco e a autoridade reguladora. Tudo se passa como se o banco concedesse ao regulador uma opção de venda no valor de seu portfólio sob risco de mercado (V). O banco fica obrigado a conceder uma opção de venda tendo porém controle do seu valor (seu preço de exercício é determinado pelo valor de pré-compromisso P). Quanto maior P e quanto menor V , o valor de sua exposição ao risco de mercado, menor é o valor da sua opção de venda. Dessa forma, o banco pode tornar esse valor tão pequeno quanto queira, especificando um valor alto para P ou reduzindo V . O mecanismo é baseado

¹⁴ O tratamento que daremos ao multiplicador da fórmula do BIS é, de certa forma, relacionado com este tipo de preocupação.

em contrapor com o esquema pré-compromisso x penalidades os incentivos a um comportamento mais propenso ao risco criados pela rede de proteção existente no sistema bancário, (por exemplo, os incentivos oriundos da existência de seguro depósito)¹⁵.

Os proponentes desse enfoque para exigências de capital¹⁶ desenvolveram modelos com algum grau de sofisticação, para justificar sua superioridade sobre os demais enfoques, no sentido de obter um mesmo nível de proteção quanto aos riscos envolvidos, com um menor custo para a sociedade, na medida em que, o estabelecimento excessivo de exigências de capital prejudica a eficiência alocativa do sistema financeiro. No entanto, essa abordagem parece apresentar problemas principalmente no que diz respeito à maturidade do sistema financeiro para adotá-la. As hipóteses que são feitas para uma correta implementação dessa abordagem ainda parecem longe da realidade tanto das instituições financeiras quanto das autoridades reguladoras mas, a idéia parece promissora como uma possibilidade de mecanismo, que, no entanto, deve ser modelado dentro de um enfoque mais amplo, levando em conta uma análise conjunta não só das exigências de capital (integrando de preferência as análises do risco de crédito e de mercado) como dos diversos mecanismos componentes da *safety net* do sistema financeiro. Esse não é o escopo do presente trabalho.

¹⁵ “moral hazard”, ver Rochet, J. C. and Freixas, Xavier “Microeconomics of Banking”, 1997 pg 267 para uma abordagem nesse contexto.

¹⁶ Kupiec, Paul and James O’Brien “A pre-commitment Approach to Capital Requirements for Market Risk” FEDS Working Paper No 95-34-1995

4 –A CONSTRUÇÃO DO MODELO PADRÃO PARA CÁLCULO DO RISCO DE TAXA DE JUROS DE NATUREZA PRÉ-FIXADA,

4.1 – O MODELO DO B.I.S.¹⁷

A regulamentação do B.I.S. estabelece dois métodos para o cálculo do risco geral de mercado: o método da maturidade e o método da duração, a critério da instituição regulada. Em qualquer caso, devem ser incluídos todos os instrumentos cujos preços sejam sensíveis a mudanças nas taxas de juros.

Para cada um dos métodos, a alocação de capital é a soma dos seguintes componentes:

- a posição líquida comprada ou vendida do livro de *trading*;
- uma proporção das posições compensadas em cada faixa temporal (*vertical disallowance*);
- uma proporção das posições compensadas em faixas temporais diferentes (*horizontal disallowance*);
- uma alocação líquida para posições em opções, quando apropriado

Método da Maturidade

Por este método, o capital necessário para cobrir risco geral de mercado é calculado em duas etapas.

Na primeira etapa as posições dos diversos instrumentos são classificadas de acordo com sua maturidade^{18,19} e seu cupom²⁰ e, posteriormente, ponderadas por um fator, específico para cada classificação e

¹⁷ O CAD possui regulamentação bastante semelhante

¹⁸ A maturidade considerada para instrumentos pré-fixados é a maturidade residual (até seu vencimento); para os instrumentos de taxa variável, a maturidade considerada é aquela até a fixação do valor da próxima taxa.

¹⁹ As faixas de maturidade são agrupadas em 3 zonas temporais: a 1ª, engloba maturidades até 1 ano, a 2ª, maturidades de 1 a 4 anos e, a 3ª, maturidades superiores a 4 anos.

²⁰ Há cupons abaixo de 3% e maiores ou iguais a 3%.

função da sensibilidade dos preços dos instrumentos a variações nas taxas de juros²¹.

Às posições compensadas em cada faixa de maturidade é aplicado um fator de 10% para refletir os riscos de *basis* e de *gap*. Além disso, os bancos devem realizar 2 etapas de *horizontal disallowance*: primeiro entre posições ponderadas líquidas entre faixas de maturidade dentro de uma mesma zona temporal e, subseqüentemente, entre posições líquidas das 3 zonas diferentes²².

Método da Duração

A aplicação do método da duração é semelhante à aplicação do método da maturidade. Segundo a regulamentação do Comitê da Basileia, o banco deve primeiro calcular a sensibilidade do preço de cada instrumento em termos de uma mudança na taxa de juros entre 0,6% e 1,0%, dependendo da maturidade do instrumento, e classificar a sensibilidade resultante em uma escada baseada na duração²³. O banco deve então submeter posições compradas e vendidas em cada faixa temporal de duração a um “*horizontal offsetting*” e carregar as posições líquidas em cada faixa de maturidade para “*horizontal offsetting*” sujeito aos mesmos “*disallowances*” que no método da maturidade.

²¹ Ver Tabela 1 (Instrumentos em Taxas de Juros – Tabela proposta pelo Comitê da Basileia para cálculo do risco geral pelo método da maturidade).

²² Ver Tabela 2 (Instrumentos em Taxas de Juros – Tabela proposta pelo Comitê da Basileia para cálculo do *horizontal disallowance*).

²³ Ver Tabela 3 (Instrumentos em Taxas de Juros – Tabela proposta pelo Comitê da Basileia para cálculo do risco geral pelo método da duração).

Tabela 1– Instrumentos em Taxas de Juros – Tabela proposta pelo Comitê da Basileia para cálculo do risco geral pelo método da maturidade

Zona Temporal	Maturidade para cupom maior ou igual a 3%	Maturidade para cupom menor que 3%	Fator de ponderação (%)	Mudanças assumidas na yield (%)
1ª	Até 1 mês	Até 1 mês	0,00	1,00
	De 1 a 3 meses	De 1 a 3 meses	0,20	1,00
	De 3 a 6 meses	De 3 a 6 meses	0,40	1,00
	De 6 a 12 meses	De 6 a 12 meses	0,70	1,00
2ª	De 1 a 2 anos	De 1,0 a 1,9 anos	1,25	0,90
	De 2 a 3 anos	De 1,9 a 2,8 anos	1,75	0,80
	De 3 a 4 anos	De 2,8 a 3,6 anos	2,25	0,75
3ª	De 4 a 5 anos	De 3,6 a 4,3 anos	2,75	0,75
	De 5 a 7 anos	De 4,3 a 5,7 anos	3,25	0,70
	De 7 a 10 anos	De 5,7 a 7,3 anos	3,75	0,65
	De 10 a 15 anos	De 7,3 a 9,3 anos	4,50	0,60
	De 15 a 20 anos	De 9,3 a 10,6 anos	5,25	0,60
	Acima de 20 anos	De 10,6 a 12 anos	6,00	0,60
		De 12 a 20 anos	8,00	0,60
		Acima de 20 anos	12,50	0,60

Tabela 2 – Instrumentos em Taxas de Juros – Tabela proposta pelo Comitê da Basileia para cálculo do *horizontal disallowance*

Zona temporal	Dentro da zona Fator %	Entre zonas adjacentes Fator %	Entre zonas 1 e 3 Fator %
1ª	40	40	100
2ª	30		
3ª	30	40	

Tabela 3 – Instrumentos em Taxas de Juros – Tabela proposta pelo Comitê da Basiléia para cálculo do risco geral pelo método da duração

Zona Temporal	Maturidade	Mudanças assumidas na <i>yield</i> (%)
1ª	Até 1 mês	1,00
	De 1 a 3 meses	1,00
	De 3 a 6 meses	1,00
	De 6 a 12 meses	1,00
2ª	De 1,0 a 1,9 anos	0,90
	De 1,9 a 2,8 anos	0,80
	De 2,8 a 3,6 anos	0,75
3ª	De 3,6 a 4,3 anos	0,75
	De 4,3 a 5,7 anos	0,70
	De 5,7 a 7,3 anos	0,65
	De 7,3 a 9,3 anos	0,60
	De 9,3 a 10,6 anos	0,60
	De 10,6 a 12 anos	0,60
	De 12 a 20 anos	0,60
	Acima de 20 anos	0,60

Em resumo, trata-se de um conjunto de tabelas, definidas com critérios customizados para os padrões de volatilidade e correlações diferentes da nossa realidade. Sua metodologia poderia ser aproveitada e os fatores correspondentes, tropicalizados. Sua natureza estática e o nosso ambiente de grandes mudanças nos padrões de volatilidade no entanto, contribuíram para a opção por um modelo padrão de natureza mais dinâmica.

Além disso, como veremos nas próximas seções, seguiremos um caminho na especificação do modelo padrão, que, a despeito de uma maior complexidade operacional, permitirá, por construção, a criação de mecanismos

de incentivo ao desenvolvimento pelas instituições de modelos proprietários mais eficazes²⁴.

4.2 – O MODELO DA CA²R

A Câmara para Assuntos de Administração de Risco, apresentou uma proposta²⁵ de modelo padrão para risco de taxa de juros, baseada no conceito de *VaR*, merecedora de uma análise aprofundada por permitir a possibilidade de dar dinamicidade ao Modelo Padrão, como será visto ao longo do trabalho.

Os vencimentos do fluxo de caixa deverão ser agregados em blocos. Cada bloco corresponde a um dos vértices da curva de taxa de juro. Define-se vértice como sendo um prazo normalmente cotado pelo mercado. Cada bloco será delimitado por um prazo inferior e outro superior. Estes prazos limítrofes são equidistantes do vértice relativo ao bloco em questão e o vértice relativo ao bloco consecutivo.

Ficam definidos os seguintes vértices: 30 dias, 60 dias, 90 dias, 180 dias, 1 ano, 2 anos, 3 ou mais anos. Este elenco de vértices será modificado em havendo alongamento do fluxo de caixa dos bancos.

Define-se:

VAR = “Value at Risk” ou valor em risco até a liquidação da posição

σ = volatilidade (relativa à taxa de juros)

V_{MTM} = Valor a mercado da posição

ND = N° de desvios padrões para o intervalo de confiança dado

FS = fator de sensibilidade à taxa de juros

d = número de dias úteis até a liquidação da posição.

p = prazo da operação

²⁴ Essa análise pressupõe o modelo padrão atuando conjuntamente com a abordagem dos modelos internos.

²⁵ CA²R, “PROPOSTA DE METODOLOGIA PADRÃO PARA MENSURAÇÃO DE RISCOS DE MERCADO COM VISTAS À ALOCAÇÃO DE CAPITAL – RISCO DE TAXA DE JUROS”, 1999

$$FS = \left[1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{1\%}{100} \right)^{p/360}} \right]$$

$$VaR = V_{MTM} \times FS \times \sigma \times ND \times \sqrt{d}$$

O risco de cada bloco seria dado pela seguinte fórmula:

$$VAR_i = (VA_{MTM_i} - VP_{MTM_i}) \times FS_i \times \sigma \times ND \times \sqrt{d}$$

onde:

VA_{MTM_i}, VP_{MTM_i} = valores a mercado do ativo

e do passivo locados no bloco i .

VAR_i = valor em risco da posição mapeada no bloco i

No caso de posição vendida, vale notar que o VAR_i assume o sinal negativo.

A proposta sugere a adoção de uma fórmula para as correlações entre os vértices de forma que a matriz de correlações seria dada por:

$$\rho_{i,j} = \rho + (1 - \rho) \left(\frac{P_i}{P_j} \right)^k \text{ quando } P_i > P_j$$

ou

$$\rho_{i,j} = \rho + (1 - \rho) \left(\frac{P_i}{P_j} \right)^{-k} \text{ quando } P_i < P_j$$

onde ρ e κ são parâmetros a serem ajustados

Pela fórmula, as correlações ficam altas para vértices próximos e sofrem uma redução com o seu distanciamento o que é razoável dentro de um *book* de juros da mesma natureza. Os parâmetros “ ρ ” e “ k ” seriam ajustados para minimizar as discrepâncias entre as correlações históricas e as calculadas.

O valor em risco da carteira de títulos seria dado pela fórmula:

$$VAR_{PORTFOLIO} = \sqrt{\sum_{i=1, j=1}^n VAR_i \times VAR_j \times \rho_{i,j}}$$

Onde n é o número de Vértices na estrutura de fatores utilizada para construir a curva da taxa de juros e os blocos para proceder o mapeamento da posição.

O modelo padrão não consideraria a correlação entre diferentes *portfólios*. Assim, um *portfólio* prefixado “comprado” não se constitui em *hedge* para um *portfólio* “vendido” de TR ou cupom cambial. Ter-se-ia:

$$VAR_{TAXA DE JUROS} = VAR_{PREFIXADO} + VAR_{CUPOM DOLAR} + VAR_{TR} + \dots$$

Note-se que uma posição indexada a moeda estrangeira possui riscos inerentes à variação da taxa de juros (cupom) e também riscos de exposição na referida moeda. Esta posição, por suas características, irá demandar suficiência de capital para ambos os riscos.

4.3 – O MODELO DA CA²R MODIFICADO

O modelo padrão sugerido tem o mérito de estar baseado no conceito de *Var*, sendo uma espécie de modelo interno paramétrico simplificado. A idéia básica parece promissora e adequada à concepção de definir um modelo padrão a partir do enfoque de modelo interno. Assim, teremos uma maneira rápida de adequa-lo às mudanças na economia, particularmente nas estruturas de volatilidade.

Algumas modificações no entanto devem ser feitas, com vistas ao seu aperfeiçoamento e adequação aos objetivos regulatórios. Um problema da metodologia proposta é permitir a compensação, sem nenhuma penalidade, dos fluxos ativos e passivos decompostos nos blocos entre dois vértices, independentemente dos seus prazos. Este procedimento deixa de tratar os riscos relativos aos descasamentos correspondentes. Por exemplo, uma posição comprada *forward*, com valor presente de R\$ 100 num papel de 110

dias úteis seria compensada com uma posição vendida forward também com valor presente de R\$ 100 num papel de 136 dias úteis e não geraria nenhuma alocação de capital, quando, na verdade, existe um risco associado ao descasamento de 26 dias úteis. Uma maneira de tratar esse problema seria introduzir penalidades ao estilo do modelo padrão de Basileia, que aumenta a exigência de capital por uma razão fixa do valor compensado. Contudo, isso descaracterizaria a natureza paramétrica do modelo, promissora quanto aos nossos objetivos para o Modelo Padrão.

Abaixo desenvolvemos o argumento de como o modelo proposto, com pequenas alterações poderia ser testado com vistas a verificar sua adequação como alternativa de modelo Padrão.

Sendo V o valor presente de uma operação de renda fixa (V_{MTM}), F seu valor futuro, r a taxa de juros de capitalização contínua, R a taxa de juros anualizada de hoje até o vencimento em T , o prazo da operação, e $\sigma(x)$ a volatilidade da variável x , temos:

$$V_t = F e^{-r_t \frac{T}{252}} = \frac{F}{(1 + R_t)^{\frac{T}{252}}} \Rightarrow r_t = \ln(1 + R_t) \Rightarrow \Delta r = r_t - r_{t-1} = \ln\left(\frac{1 + R_t}{1 + R_{t-1}}\right)$$

$$\Delta V = \frac{\partial V}{\partial r} \Delta r = -\frac{T}{252} V \Delta r \quad (\text{em primeira ordem})$$

$$\sigma(\Delta V) = \frac{T}{252} V \sigma(\Delta r) = V \frac{T}{252} \sigma\left(\ln\left(\frac{1 + R_t}{1 + R_{t-1}}\right)\right)$$

onde o termo $\frac{T}{252} \sigma\left(\ln\left(\frac{1 + R_t}{1 + R_{t-1}}\right)\right)$ é chamado volatilidade preço, mas, salvo menção em contrário, estaremos sempre nos referindo à volatilidade taxa, isto é, $\sigma\left(\ln\left(\frac{1 + R_t}{1 + R_{t-1}}\right)\right)$.

Portanto, na terminologia da proposta da CA²R e considerando T como prazo em dias úteis, o fator de sensibilidade seria dado por $FS=T/252$. Na estrutura de vértices em dias corridos como na proposta da CA²R ter-se-ia $FS=T/360$. O fator lá exposto tem provavelmente cunho pedagógico e reflete a variação de uma unidade monetária quando a taxa de juros varia de 0 para 1%. Em termos práticos, não se nota diferenças relevantes pela utilização de um ou de outro. Teríamos portanto para o VaR de um papel de prazo T_i :

$$VaR_i = \Phi^{-1}(1-\alpha) \times V_{MTM} \times \frac{T_i}{252} \times \sigma \times \sqrt{HP} \text{ onde } \sigma \text{ é a volatilidade a ser}$$

fixada pelo Bacen e HP é o “holding period” considerado.

Uma maneira natural de resolver o problema oriundo da livre compensação está na própria fórmula sugerida para o cálculo da correlação entre os vértices, isto é:

$$\rho_{i,j} = \rho + (1-\rho) \left(\frac{\max(P_i, P_j)}{\min(P_i, P_j)} \right)^\kappa$$

que seria estendida para calcular a correlação entre dois papéis de prazos T_i e T_j dentro do *book* de papéis da mesma natureza.

Dessa forma, sendo $E(\rho, \kappa)$ uma função de erro adequada ao ajuste dos parâmetros ρ e κ à estrutura de correlações vigente, a construção em vértices seria utilizada para determinar $(\rho, \kappa) = \text{Argmin } E$. Essa solução chegou a ser testada e apresentou excelentes resultados nas simulações efetuadas com carteiras de 40 fluxos. Seu maior charme é dispensar o mapeamento, uma vez que, com as correlações calculadas por uma fórmula determinística, o problema da estimação de um número elevado de correlações deixa de existir, e, a agregação para determinar o VaR da posição seria automática

$$VAR_{Carreira} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N VAR_i \times VAR_j \times \rho_{i,j}} \text{ onde } N, \text{ agora, seria o número de títulos}$$

básicos em que os instrumentos da carteira daquele *book* de juros (pré no caso), foi decomposta, dispensando-se nesse caso o mapeamento nos vértices. Essa solução, entretanto, foi descartada, por não garantir uma medida de VaR bem definida²⁶. Para que o VaR esteja bem definido, isto é, seja sempre um número real, é necessário que a matriz $[\rho_{ij}]$ seja positiva definida, fato que, infelizmente, não podemos garantir, quando N cresce, mesmo restringindo o conjunto elegível para ρ e κ ²⁷. Como, para os objetivos do modelo padrão é bastante conveniente ter as correlações parametrizadas por apenas dois parâmetros, a solução adotada foi, como consta na proposta original da CA²R, proceder o mapeamento dos fluxos em vértices fixos, a saber, {21, 42, 63, 126, 252, 504, 756} uma vez que, nesse caso, restringindo ρ e κ ao retângulo

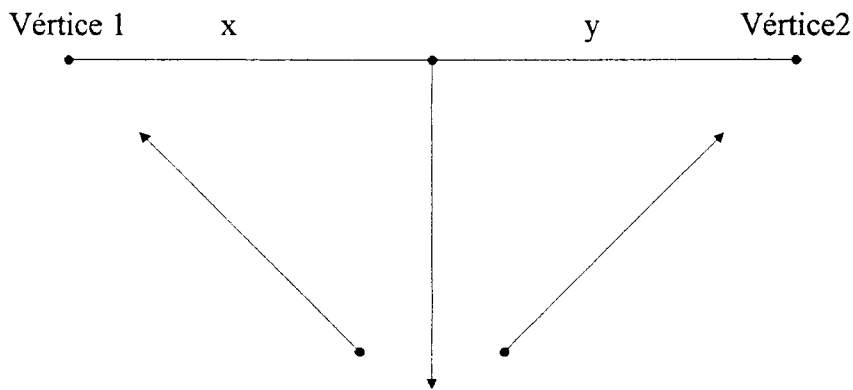
²⁶ Agradeço a Eduarda De La Roque e César Aragão por chamarem a atenção para esse fato.

compacto $[0.1, 0.9] \times [0.1, 0.9]$ ²⁸ podemos garantir que a matriz $[\rho_{ij}]$ é positiva definida. Embora não tenha conseguido a prova analítica²⁹ desse fato, podemos, em termos práticos, ficar tranquilos, pois, com um incremento de 0.0001, percorremos o retângulo elegível para ρ e κ , geramos todas as matrizes possíveis pela fórmula da CA²R, e verificamos que são positivas definidas.

Uma vez que vamos proceder o mapeamento dos fluxos nos vértices, como fazê-lo passa a ser uma questão importante, visto que, a forma sugerida pela CA²R é claramente inadequada. Na seção 5 daremos uma justificativa para o procedimento adotado, aqui, vamos apenas descrevê-lo, para concluirmos a especificação do modelo padrão que será submetido aos testes da seção 5. O esquema abaixo ilustra o mecanismo. Como um fluxo estará sempre entre dois vértices,³⁰ a alocação do seu valor presente nos vértices é

feita de forma proporcional aos prazos, isto é, $\frac{x}{x+y}$ no vértice 2 e $\frac{y}{x+y}$ no

vértice 1.



Dessa forma, sendo V o valor presente de determinado fluxo, T seu prazo em dias úteis o mapeamento será dado por:

²⁷ Na prática, a probabilidade da forma quadrática associada à matriz ser negativa é pequena, pois isto só ocorrerá para um conjunto bem particular de direções (portfólios no caso). Evidentemente, um procedimento proposto para utilização pelo BACEN, como órgão regulador, não pode correr este risco.

²⁸ Como veremos na seção 5.4, o conjunto dos parâmetros que nos interessa está contido nesse retângulo.

²⁹ Agradeço ao colega José Álvaro Rodrigues por tentar

1 – Se T for inferior a 21 dias úteis, o valor do fluxo mapeado no vértice

de 21 dias úteis fica dado por $V \frac{T}{21}$.

2- Se T estiver situado entre 21 e 756 dias úteis, o fluxo é mapeado nos vértices imediatamente anterior, de prazo T_i , e posterior, de prazo T_{i+1} , tal que:

No vértice de prazo T_i aloca-se $V \frac{T_{i+1} - T}{T_{i+1} - T_i}$.

No vértice de prazo T_{i+1} aloca-se $V \frac{T - T_i}{T_{i+1} - T_i}$.

3- Se T for superior a 756 dias úteis, aloca-se no vértice de 756 dias

úteis $V \frac{T}{756}$.

Uma vez efetuado o mapeamento, a carteira original composta de N fluxos estará transformada numa carteira com 7 fluxos relativos aos vértices eleitos, sendo o valor presente de cada vértice igual à soma algébrica dos valores nele alocados a saber, para o vértice i , V_{MTM_i} . O VaR do vértice i será portanto:

$$VaR_i = \Phi^{-1}(1 - \alpha) \times V_{MTM_i} \times \frac{T_i}{252} \times \sigma \times \sqrt{HP}$$

O VaR da carteira será obtido, portanto, agregando-se os $VaRs$ de cada vértice fazendo uso das correlações calculadas por meio da fórmula da CA^2R .

$$VAR_{Carteira} = \sqrt{\sum_{i=1}^7 \sum_{j=1}^7 VAR_i \times VAR_j \times \rho_{i,j}}$$

³⁰ O vértice de prazo 1 dia foi desprezado uma vez que o risco associado é desprezível

Concluimos, portanto, a construção do modelo padrão para determinação do *VaR* relativo às posições sob risco de taxa pré. Esse modelo será portanto chamado de modelo proposto.

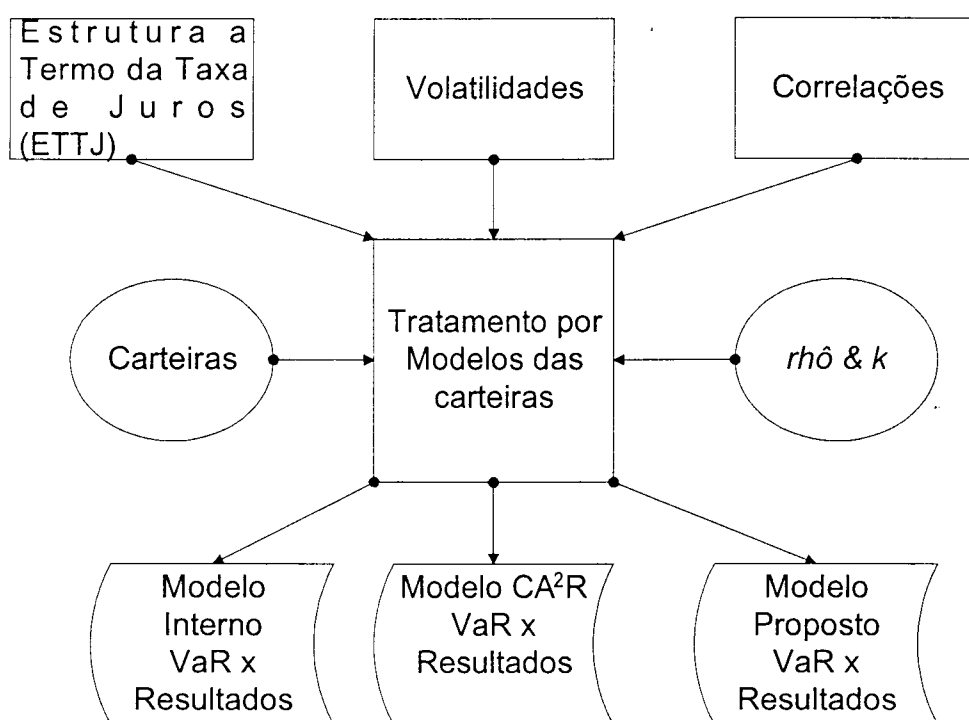
A agregação entre os diversos *books* poderia ser feita sem o uso de correlações como convém à estrutura de modelo Padrão mas não trataremos dessa questão nesse trabalho.

Para simplificar a notação vamos nos fixar num único book. Isto implicaria numa exigência de capital $K_{\text{Padrão},t} = K_{\text{Padrão},t}(\sigma, \rho, k, \text{ETTJ})$ onde EETJ é o vetor de taxas associados aos vértices em que foi montada a estrutura a termo da taxa de juros. Seja $K_{\text{MI},t}$ a exigência de capital, para uma mesma posição de carteira, que seria demandada a uma instituição aceita para ser submetida ao regime do modelo interno. A idéia básica é a de procurar garantir que $K_{\text{MI},t}$ é boa sob o ponto de vista da preocupação central com a solvência da instituição e o funcionamento do sistema financeiro como um todo (definição dos parâmetros quantitativos para o IMA). Em seguida, procurar-se-ia definir $K_{\text{Padrão},t}$ de forma que tivéssemos $K_{\text{Padrão},t} > K_{\text{MI},t}$, pelo menos em um sentido probabilístico, como ficará claro mais adiante. Para tal, elaboramos um exercício de simulação para testar a adequação da modelagem efetuada aos objetivos estabelecidos.

5 – EXERCÍCIO DE SIMULAÇÃO DOS MODELOS

5.1 – DESCRIÇÃO GERAL DO EXERCÍCIO

Com o objetivo de testar a adequação do modelo proposto aos objetivos que explicitamos para o modelo padrão, foi preparado um exercício de MonteCarlo³¹ no qual efetuamos os cálculos do *VaR* para os três modelos sob análise, para um conjunto de carteiras geradas aleatoriamente e cujo objetivo principal é testar o mecanismo proposto para o cálculo das correlações num universo bastante amplo de *portfólios*. O esquema abaixo ilustra o exercício e em seguida descrevemos no detalhe cada parte do esquema.



³¹ No exercício, manteve-se fixa a história (dados reais), simulou-se 1000 carteiras, efetuando-se, para cada modelo, os cálculos de interesse para as 1000 carteiras. Um outro exercício poderia incluir a simulação do processo estocástico das taxas de juros relativas a cada vértice, o que não será feito neste trabalho.

5.2 – A GERAÇÃO DE CARTEIRAS ALEATÓRIAS

Com vistas à obtenção de carteiras com alto grau de diversidade, de modo a testar a adequação do modelo padrão, principalmente o mecanismo introduzido para o cálculo das correlações, foram geradas 1000 carteiras, cada qual com 40 fluxos de valores X_i e prazo T_i distribuídos entre os vértices da ETTJ como segue³²:

6 Fluxos com valores $X_i \sim U[-1000,1000]$ e $T_i \sim U[1,21]$

6 Fluxos com valores $X_i \sim U[-1000,1000]$ e $T_i \sim U[22,42]$

6 Fluxos com valores $X_i \sim U[-1000,1000]$ e $T_i \sim U[43,63]$

6 Fluxos com valores $X_i \sim U[-1000,1000]$ e $T_i \sim U[64,126]$

6 Fluxos com valores $X_i \sim U[-1000,1000]$ e $T_i \sim U[127,252]$

5 Fluxos com valores $X_i \sim U[-1000,1000]$ e $T_i \sim U[253,504]$

5 Fluxos com valores $X_i \sim U[-1000,1000]$ e $T_i \sim U[505,756]$

Esse mesmo conjunto de carteiras será também utilizado, num teste, que descreveremos a seguir, com o objetivo de comparar dois diferentes critérios de mapeamento dos fluxos de caixa representativos da posição sob risco taxa pré. O procedimento escolhido será então adotado, tanto no modelo interno de referência, quanto no modelo padrão.

5.3 – A CONSTRUÇÃO DO MODELO INTERNO

5.3.1– Construção da Estrutura a Termo da Taxa de Juros

O cálculo do VaR dos instrumentos financeiros se faz a partir da construção das séries de retornos dos fatores de risco correspondentes.

Sendo V o valor presente de um fluxo de caixa representativo de uma posição sob risco “Taxa de Juros Pré”, composto de N fluxos F_i , $i=1,...,N$, r a

³² onde $X \sim U[a,b]$ significa que a variável aleatória X possui distribuição uniforme entre a e b .

taxa de juros de capitalização contínua, R a taxa de juros no formato Bacen³³, T_i o prazo associado ao fluxo i temos:

$$F e^{-\frac{r_{i,T}}{252} T} = \frac{F}{(1 + R_{i,T})^{T/252}} \Rightarrow r_{i,T} = \ln(1 + R_{i,T})$$

e, fazendo $r_{i,T_i} = r_i$ para simplificar a notação temos :

$$V_t = \sum_{i=1}^N F_i e^{-\frac{r_i}{252} T_i} \Rightarrow \Delta V = \sum_{i=1}^N \frac{\partial F_i e^{-\frac{r_i}{252} T_i}}{\partial r_i} = \sum_{i=1}^N -\frac{T_i}{252} V_i \Delta r_i \text{ (em primeira ordem)}$$

onde $V_i = F_i e^{-\frac{r_i}{252} T_i}$ é o valor presente (mercado a mercado) do fluxo F_i ,

$$\Delta r_i = r_{i,t} - r_{i,t-1} = \ln\left(\frac{1 + R_{i,t}}{1 + R_{i,t-1}}\right)$$

Portanto, as variações relativas às taxas de juro, são tomadas a partir da razão das taxas vigentes para um mesmo prazo, entre datas sucessivas e compõem os fatores de risco necessários para modelar a variação de uma carteira de renda fixa.

$$\Delta r_{i,T} = \ln\left(\frac{1 + R_{i,T}}{1 + R_{i-1,T}}\right)$$

Onde, $R_{i,T}$ é a taxa de juros anual com composição discreta (considerando 252 dias úteis no ano) para a data t , a incorrer durante o prazo de T dias úteis.

Uma característica dos papéis de renda fixa é que seus preços não são diretamente comparáveis (como as ações por exemplo, que possuem duração infinita) pois, o passar do tempo muda sua natureza, uma vez que, dia a dia, ele se torna um papel de prazo menor, até o seu vencimento.

Como, não existe mercado líquido para os papéis de todas as durações, a estrutura a termo da taxa de juros é construída a partir dos prazos que o mercado negocia com maior liquidez.

A determinação da estrutura a termo de taxas de juro é essencial para a correta precificação dos ativos relacionados e para a avaliação da estrutura a termo de volatilidade das taxas. A metodologia utilizada na construção dos fatores relacionados a juro baseia-se no tratamento de taxas com prazos fixos

³³ taxa efetiva, anualizada, na hipótese de 252 dias úteis no ano.

no tempo, isto é, fixa-se um determinado prazo e, dia a dia, calcula-se a taxa de juros de hoje até esse prazo³⁴.

Dessa forma, a série obtida possui uma homogeneidade que não existe com os títulos reais, que dia a dia mudam de natureza pois vão se tornando papéis de duração menor. O mapeamento da estrutura a termo é feito a partir da definição de um número limitado de prazos, chamados de vértices, que funcionam como títulos virtuais que possuem sempre a mesma duração.

A cada dia útil, são calculadas as taxas a serem incorridas para os diferentes prazos definidos, de forma a se obter séries diárias de taxas *spot*, uma para cada vencimento. São utilizados dados dos mercados de futuro e swaps (BM&F), além da taxa CDI por serem os instrumentos que possuem maior liquidez.

Os prazos eleitos para os vértices do juro interno foram: 1, 21, 42, 63, 126, 252, 504 e 756 dias úteis. A estrutura a termo é obtida por meio das taxas de juro embutidas nas cotações do CDI over, contrato futuro de DI (primeiro ao terceiro vencimentos) e taxas de swaps DI x PRE apuradas para os prazos de 6, 12 e 24 meses. A construção das taxas *spot* é feita através da acumulação das taxas a termo implícitas entre os vencimentos dos instrumentos financeiros listados, assumindo a hipótese de que a taxa a termo entre os vencimentos é constante.

³⁴ taxa *spot*

Dessa forma, temos que, a taxa de juros implícita nos preços dos instrumentos financeiros supra citados, de hoje até o dia dado por um prazo de T dias úteis é dada por:

$$R_T = \left\{ \left[\left(1 + \frac{R_0}{100} \right)^{T_0} \times \prod_{j=0}^4 \left(1 + \frac{R_{j,j+1}}{100} \right)^{\max[0; \min(T-T_j, T_{j+1}-T_j)]} \times \left(1 + \frac{R_{5,6}}{100} \right)^{\max[0; T-T_6]} \right]^{\frac{1}{T}} - 1 \right\} \times 100$$

Onde,

- R_0 é a taxa *spot* CDI *over* apurada,
- $R_{0,1}$ é a taxa a termo implícita pelo CDI e a cotação do primeiro vencimento de futuro de DI,
- $R_{1,2}$ é a taxa a termo implícita pelas cotações do primeiro e segundo vencimentos de futuro de DI,
- $R_{2,3}$ é a taxa a termo implícita pelas cotações do segundo e terceiro vencimentos de futuro de DI,
- $R_{3,4}$ é a taxa a termo implícita pelas cotações do terceiro vencimento de DI e taxa de *swaps* DI x PRE de 6 meses.
- $R_{4,5}$ é a taxa a termo implícita pelas taxas de *swaps* DI x PRE de 6 e 12 meses.
- $R_{5,6}$ é a taxa a termo implícita pelas taxas de *swaps* DI x PRE de 12 e 24 meses.
- T_0 a T_6 Prazos (em dias úteis) de vencimento de cada instrumento financeiro utilizado, respectivamente, CDI (1 dia útil), primeiro, segundo e terceiro vencimentos de futuro de DI, *swaps* de 6, 12 e 24 meses.

As taxas a termo são calculadas segundo as relações seguintes:

$$R_0 = \text{CDI (taxa anual para 252 dias úteis)}$$

$$R_{0,1} = \left[\left(\frac{100.000}{PU_1 \times \left(1 + \frac{R_0}{100} \right)^{\frac{252}{T_1 - T_0}}}} - 1 \right) \times 100 \right]$$

$$R_{1,2} = \left[\left(\frac{PU_1}{PU_2} \right)^{\frac{252}{T_2 - T_1}} - 1 \right] \times 100$$

$$R_{2,3} = \left[\left(\frac{PU_2}{PU_3} \right)^{\frac{252}{T_3 - T_2}} - 1 \right] \times 100$$

$$R_{3,4} = \left[\left(\frac{\left(1 + \frac{TxSw_{6m}}{100} \right)^{\frac{TC_{SW6m}}{360}}}{100.000 \cdot PU_3} \right)^{\frac{252}{T_4 - T_3}} - 1 \right] \times 100$$

$$R_{4,5} = \left[\left(\frac{\left(1 + \frac{TxSw_{12m}}{100} \right)^{\frac{TC_{SW12m}}{360}}}{\left(1 + \frac{TxSw_{6m}}{100} \right)^{\frac{TC_{SW6m}}{360}}} \right)^{\frac{252}{T_5 - T_4}} - 1 \right] \times 100$$

$$R_{5,6} = \left[\left(\frac{\left(1 + \frac{TxSw_{24m}}{100} \right)^{\frac{TC_{SW24m}}{360}}}{\left(1 + \frac{TxSw_{12m}}{100} \right)^{\frac{TC_{SW12m}}{360}}} \right)^{\frac{252}{T_6 - T_5}} - 1 \right] \times 100$$

Onde, PU_i é a cotação do futuro de DI para o i -ésimo vencimento, $TxSw_i$ é a taxa de *swap* apurada para o prazo i , TC_i é o prazo em dias corridos para o vencimento do contrato i .

Para prazos superiores a 504 dias é assumida a hipótese de taxa constante, a partir do último vértice para o qual a taxa foi apurada, no caso o de 504 dia úteis, uma vez que, para prazos mais longos os instrumentos financeiros não apresentaram liquidez no período analisado.

5.3.2– Volatilidades, Correlações e Mapeamento

Há uma imensa gama de modelos para cálculo do *VaR*, sendo alguns modelos melhores que outros em função do tipo de distribuição dos retornos do ativo ou fator de risco em questão. Identificados nossos fatores de risco a modelar, isto é, os retornos associados aos vértices da Estrutura a Termo da Taxa de Juros, precisamos de um modelo estatístico para calcular as volatilidades e correlações pertinentes.

Novamente, não é objetivo do presente trabalho, esgotar a análise dos modelos existentes nem encontrar o melhor modelo para renda fixa no Brasil, mas sim, construir um *VaR* padrão a partir de algum modelo interno de referência, isto é, um modelo que, pelo menos, preencha os requisitos que se pretende exigir das instituições candidatas a terem suas exigências de capital determinadas a partir dos seus próprios modelos.

Como vamos testar o mecanismo de correlações sugerido para o modelo padrão, precisaremos de uma gama variada de carteiras e portanto é desejável que o modelo seja robusto vis a vis às mudanças no perfil da carteira.

Lembramos ainda que, na metodologia que estamos construindo, o modelo interno de referência é um *input*, isto é, qualquer melhoramento conseguido na modelagem das séries de fatores pode ser incorporada de forma a proceder um refinamento na especificação do modelo padrão. Mais ainda, com a entrada em vigor do IMA, os bancos que tiverem modelos melhores serão beneficiados em termos de alocação de capital, um objetivo explícito do enfoque adotado.

Uma vez que desejamos efetuar extensivos testes para averiguar a adequação do modelo padrão, a praticidade, do ponto de vista da facilidade de implementação também é um atributo bastante desejável.

A metodologia analítica, popularizada no documento técnico do *RiskMetrics*³⁵, disponibilizado pelo banco J.P. Morgan e que virou uma espécie de padrão no mercado, no que diz respeito ao tratamento do risco de mercado pela medida do *VaR*, foi a base utilizada para a construção do modelo interno de referência. Basicamente, ela alia a tecnologia de mapeamento dos fluxos de caixa nos vértices com o método do alisamento exponencial ou EWMA que passamos a descrever. Veremos que essa metodologia, com pequenas adaptações para o cálculo das volatilidades, e utilizando a forma linear de mapeamento, propiciou uma modelagem bastante razoável do *book* de juros, atendendo a contento nossos objetivos para o modelo interno de referência.

5.3.2.1 - O método do alisamento exponencial ou EWMA.

Esse método foi implementado tal como proposto no *RiskMetrics*, que procura trabalhar com uma classe bem simples de processos estocásticos, mas, capaz de capturar alguns aspectos essenciais do comportamentos dos retornos financeiros. Sendo p_t o logaritmo neperiano do preço do ativo e r_t sua rentabilidade, Supõe-se que:

$$r_t = p_t - p_{t-1} = \sigma_t \varepsilon_t \quad \text{com} \quad \varepsilon_t \sim N(0,1)$$

As hipóteses são de variâncias heterocedásticas e autocorrelacionadas, sendo a assunção de média zero para os retornos embora não necessária, adotada por simplicidade.

O uso da média móvel exponencial das observações históricas dos retornos permite capturar de forma bastante razoável a dinâmica da volatilidade, onde, as últimas observações recebem os maiores pesos para sua estimativa, permitindo a rápida absorção de um choque, com o aumento da volatilidade imediatamente após sua ocorrência, bem como com o seu declínio, de forma exponencial, à medida em que o peso dessa observação é reduzido com o tempo.

³⁵ J.P.Morgan, *RiskMetrics™ Technical Document*, 1996

A expressão da média móvel finita é dada por:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(1-\lambda)}{(1-\lambda^T)} \sum_{t=1}^T \lambda^{t-1} \left(r_t - \bar{r} \right)^2}$$

O parâmetro λ ($0 < \lambda < 1$) é o fator de decaimento que, quanto menor, implica a atribuição de um peso maior aos dados mais recentes. Uma propriedade interessante do estimador com ponderação exponencial é que podemos obtê-lo de forma recursiva, assumindo que uma série infinita de dados está disponível e que a média dos retornos é zero como é sugerido no *RiskMetrics*.

$$\begin{aligned} \sigma_{i,t+1|t}^2 &= (1-\lambda) \sum_{i=0}^{\infty} \lambda^i r_{i,t-t}^2 = (1-\lambda) \left[r_{i,t}^2 + \lambda r_{i,t-1}^2 + \lambda^2 r_{i,t-1}^2 + \dots \right] = \\ &= (1-\lambda) r_{i,t}^2 + \lambda (1-\lambda) \left[r_{i,t-1}^2 + \lambda r_{i,t-2}^2 + \lambda^2 r_{i,t-3}^2 + \dots \right] \\ &= \lambda \sigma_{i,t|t-1}^2 + (1-\lambda) r_{i,t}^2 \end{aligned}$$

e portanto, $\sigma_{i,t+1|t} = \sqrt{\lambda \sigma_{i,t|t-1}^2 + (1-\lambda) r_{i,t}^2}$ que é a a previsão para $t+1$, da volatilidade do ativo i a partir das informações disponíveis até o tempo t .

Uma das formas sugeridas no *RiskMetrics* para determinar o parâmetro λ é encontrar o valor que minimiza a função definida pela raiz quadrada dos erros quadráticos médios (RMSE):

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left(r_{t+1}^2 - \sigma_{t+1|t}^2(\lambda) \right)^2}. \text{ Lá, é sugerido que este cálculo seja feito}$$

para cada ativo (no nosso caso poderíamos fazer isto para cada vértice) e uma regra de eficácia duvidosa é proposta para determinação do λ ótimo para uma dada carteira. Este procedimento poderia ser refeito diariamente ou periodicamente para desonerar os cálculos.

Um outro critério seria olhar para os resultados de *BackTesting* fixando uma janela ou mantendo-a crescente, e, diária ou periodicamente proceder uma nova estimação do parâmetro λ . Poder-se-ia também, misturar as preocupações acima e definir critérios alternativos, levando as duas preocupações em conta, isto é, o resultado do *BackTesting* (contagem do número de falhas) e o RMSE ou outra função de perda qualquer que considere a intensidade do desvio entre a volatilidade prevista e o resultado ocorrido.

Uma variante do *EWMA* convencional, isto é, tal como proposto no *RiskMetrics*, que apresenta ótimos resultados, principalmente no tratamento do *book* de juros (nosso interesse aqui) é a seguinte³⁶:

Sendo: $\sigma_{i,t+1|t} = \sqrt{\lambda \cdot \sigma_{i,t|t-1}^2 + (1-\lambda)r_{i,t}^2} = f(\lambda, \Omega_t)$ onde Ω_t representa o conjunto de informações disponíveis em t . Faz-se:

$\sigma_{i,t+1|t} = \max(f(\lambda_1, \Omega_t), f(\lambda_2, \Omega_t))$ e procura-se calibrar λ_1 e λ_2 de forma que um represente uma janela mais curta e o outro uma janela mais longa.

Por trás do método está o indício de que estamos tratando de um processo estocástico híbrido, que alterna períodos de volatilidade mais elevada com períodos de volatilidade menor, consequência dos *jumps* que ocorrem nas taxas em função das quebras de regime.

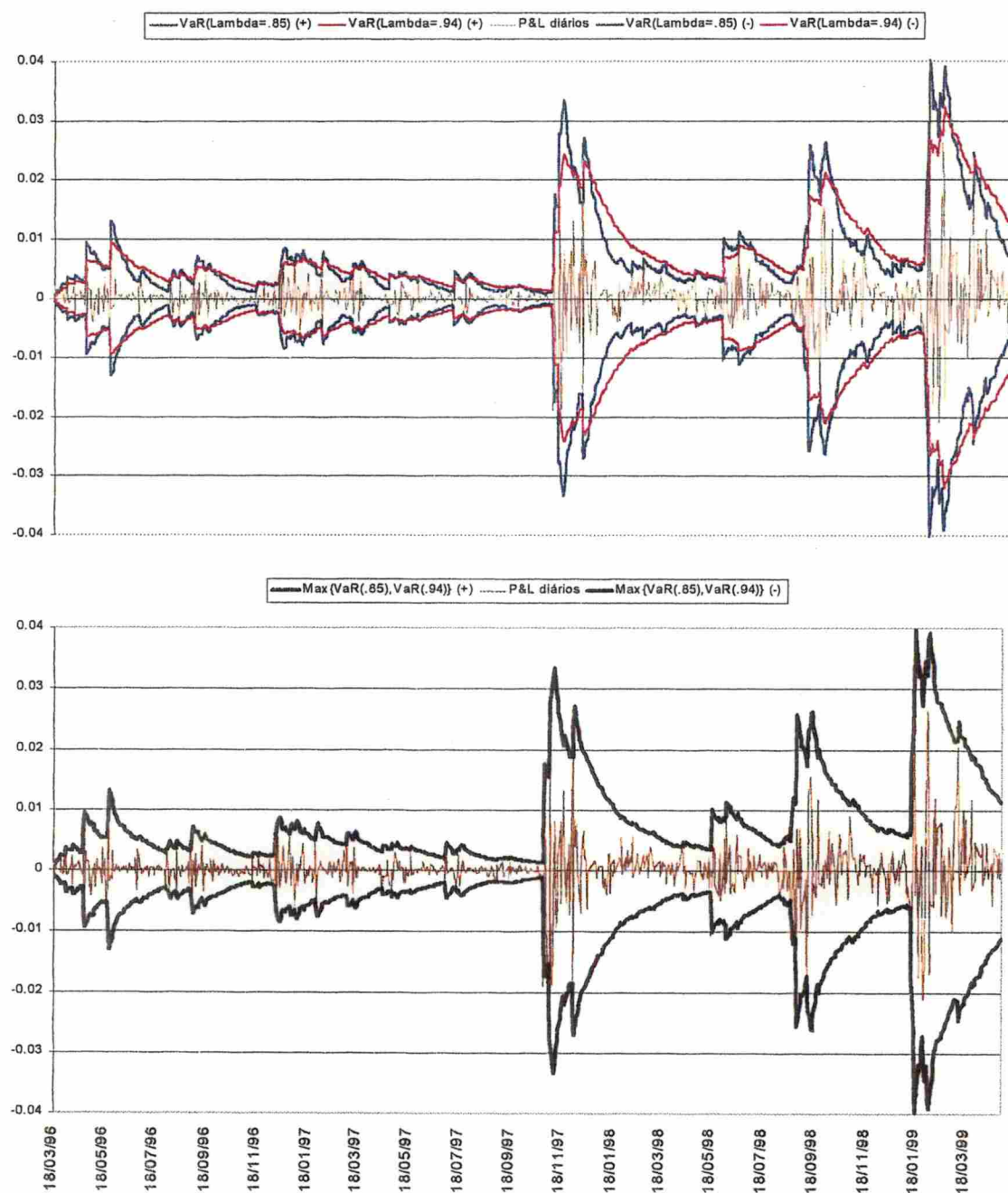
O mecanismo permite um tratamento do reconhecimento ex-ante do regime em vigor bastante razoável *vis a vis* sua simplicidade. Essa variante do modelo do *RiskMetrics*, com $\lambda_1 = 0.85$, representando uma janela mais curta e $\lambda_2 = .94$ associado à janela mais longa, foi a parametrização utilizada para o modelo interno do nosso exercício.

Os gráficos 1 e 2 a seguir exibem os resultados de *BackTesting* para os modelos, com $\lambda_1 = 0.85$ e $\lambda_2 = .94$, mantidos fixos por toda a amostra, bem como para a regra do máximo entre os dois, relativos a uma posição sob risco pré de 6 meses, isto é, uma posição que permanece fixa no vértice 5. Mostra-se o *VaR* calculado no fechamento de um dia e a perda ou lucro efetivamente incorrida pela posição no dia seguinte.

³⁶ Este método é uma implementação modificada de metodologia exposta por Eduarda De La Rocque em seminário proferido na BM&F em agosto de 1999 sob o Título “Modelos de Risco para o Mercado de Renda Fixa Nacional”.

Gráficos 1 e 2: *BackTest* ilustrativo do *VaR* do Modelo Interno

Amortecimento Exponencial (Janela Curta x Janela Longa)
Posição sob Risco Pré de 6 meses



Note-se que nossa medida de *VaR* captura rapidamente o aumento de volatilidade nas crises e acompanha de maneira bastante satisfatória a dinâmica das variações na taxa de juros.

A janela mais curta permite a rápida absorção de um choque, e, a janela longa torna mais cautelosa a saída da crise uma vez que a janela curta é muito

nervosa. Combinadas, produzem a medida de VaR que adotaremos como modelo interno de referência para tratamento do risco de “taxa pré”.

No que segue, os resultados obtidos são diretamente afetados por nossa escolha de medida de VaR .

Embora nosso foco não seja o modelo de VaR escolhido para modelo interno, e sim a adequação de nossa construção para a exigência de capital padrão, aos objetivos já explicitados, paralelamente, estaremos submetendo o modelo de VaR a extensivos testes. Dessa forma, não nos estenderemos mais por agora.

O Método *EWMA* também pode ser utilizado no cálculo das covariâncias e correlações e, sob nossas hipóteses simplificadoras (*RiskMetrics*), Obtêm-se:

$$\sigma_{12,t+1|t}^2 = \lambda \sigma_{12,t|t-1}^2 + (1-\lambda) r_{1,t} r_{2,t} \quad \rho_{12,t+1|t} = \frac{\sigma_{12,t+1|t}^2}{\sigma_{1,t+1|t} \cdot \sigma_{2,t+1|t}}$$

Essas foram as fórmulas utilizadas para o cálculo das correlações no modelo interno³⁷. No modelo padrão utilizamos a fórmula proposta pela CA²R, já comentada, cuja adequação, testaremos. O ajuste dos parâmetros da fórmula da CA²R será, no entanto, realizado a partir das correlações calculadas pela forma tradicional, com pesos iguais para uma janela fixa³⁸.

³⁷ Para as correlações, a regra do máximo não faz sentido, o parâmetro λ relativo à janela mais longa, isto é, .94 foi o valor utilizado durante toda a amostra.

³⁸ Essas, são significativamente mais estáveis, o que, contudo, não implica que sejam melhores do ponto de vista de proceder a agregação do VaR .

5.3.2.2 – A escolha do mecanismo de mapeamento

A questão da adoção de uma metodologia de mapeamento emerge do procedimento, freqüentemente adotado na prática, de decomposição de uma carteira de instrumentos financeiros em um número, em regra elevado, de fluxos de caixa, cada qual relativo a um vencimento diferente.

Com vistas a evitar um crescimento exagerado do número de volatilidades e correlações a serem calculadas no contexto da determinação do *VaR*, definiu-se um número fixo de vértices aonde os fluxos de caixa devem ser “mapeados”, isto é, como um fluxo de caixa estará situado, necessariamente, entre dois vértices adjacentes, “mapeá-lo” significa transformar o fluxo original num *portfólio* de dois fluxos, um em cada vértice.

Não existe uma única forma para decompor um dado fluxo de caixa entre dois vértices.

Testaremos duas formas alternativas de procedê-lo, a primeira, popularizada no documento técnico do *RiskMetrics*³⁹, e utilizada em larga escala pela comunidade financeira em seus sistemas de gerenciamento de risco.

A segunda, extremamente simples, e recomendada como mais eficiente pelo próprio *RiskMetrics Group*, em trabalho recentemente divulgado na InterNet⁴⁰, baseia-se numa decomposição do fluxo, na proporção dada pela razão entre a diferença do prazo associado ao vértice adjacente à direita do fluxo e o prazo do mesmo, sobre a diferença de prazos dos referidos vértices⁴¹.

Chamaremos o primeiro critério de Mapeamento *RiskMetrics* Tradicional. O segundo, chamaremos de Mapeamento Linear.

³⁹ RiskMetrics™ Technical Document (1996)

⁴⁰ Mina, Jorge, “Improved Cashflow Map”, (1999), “RiskMetrics Group”

⁴¹ Esse método de mapeamento linear me foi sugerido por Eduarda De La Roque, antes da divulgação do trabalho referido na nota anterior. Eduarda, detentora de aguda intuição feminina, já utiliza esse método há vários anos nos seus próprios modelos de risco.

O Mapeamento *RiskMetrics™* Tradicional

Um fluxo estará sempre entre dois Vértices, como mostra o esquema abaixo. Sua alocação nos Vértices adjacentes é feita de forma que o fluxo de caixa resultante preserve:

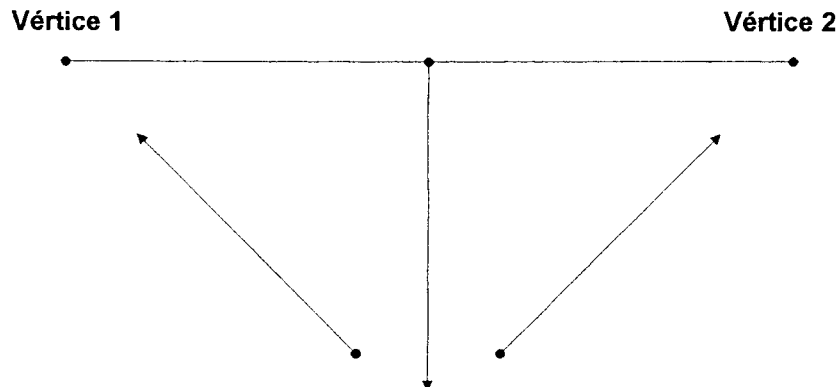
O valor de Mercado

O Risco

O sinal do fluxo

Isto é, a soma dos valores presentes dos dois fluxos mapeados deve ser igual ao valor presente do fluxo original, a volatilidade do portfólio definido pelos dois fluxos decompostos deve ser a mesma daquela associada ao fluxo original que, para efeito desse procedimento é definida por interpolação linear⁴² entre as volatilidades associadas aos vértices adjacentes, e, finalmente, exige-se também que os fluxos mapeados tenham o mesmo sinal do fluxo original.

Esquema indicativo do mecanismo de mapeamento do *RiskMetrics*



Para tal, o procedimento de mapeamento dos fluxos representativos da posição nos diversos Vértices segue o seguinte algoritmo:

1 – Cálculo da volatilidade preço para o prazo relativo ao fluxo por interpolação linear

⁴² Note-se que esse procedimento é arbitrário e, não necessariamente compatível com nossas hipóteses ao construir a estrutura a termo das taxas de juros.

$$\sigma = \alpha_0 \sigma_1 + (1 - \alpha_0) \sigma_2$$

$$\alpha_0 = \frac{\text{Prazo Vértice2} - \text{Prazo Fluxo}}{\text{Prazo Vértice2} - \text{Prazo Vértice1}}$$

Onde σ_1 é a volatilidade do retorno de um papel pré com prazo igual àquele associado ao primeiro vértice e σ_2 é a volatilidade do retorno de uma papel pré com prazo igual àquele associado ao segundo vértice.

2 - Determinação do fator de decomposição α de forma a preservar o risco da posição. Resolve-se a equação do segundo grau em α :

$$\sigma^2 = \alpha^2 \sigma_1^2 + (1 - \alpha)^2 \sigma_2^2 + 2\alpha(1 - \alpha) \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2$$

Obtendo-se:

$$\alpha = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}, \alpha \in [0, 1]$$

onde :

$$A = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2$$

$$B = 2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2 - 2\sigma_2^2$$

$$C = \sigma_2^2 - \sigma^2$$

3 - Por último, procede-se a alocação do fluxo original, substituindo-o por dois fluxos nos vértices 1 e 2 nas proporções α e $(1 - \alpha)$ do valor a mercado do fluxo original.

Análise do procedimento

A experiência empírica mostra que esse procedimento funciona a contento na maioria das situações, havendo, contudo, casos em que o mecanismo apresenta um comportamento inadequado. Passemos pois, à sua análise.

Consideremos a equação de σ em função de α , o percentual do valor presente do fluxo alocado no primeiro vértice.

$$\sigma^2 = \alpha^2 \sigma_1^2 + (1 - \alpha)^2 \sigma_2^2 + 2\alpha(1 - \alpha) \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2 = \phi(\alpha)$$

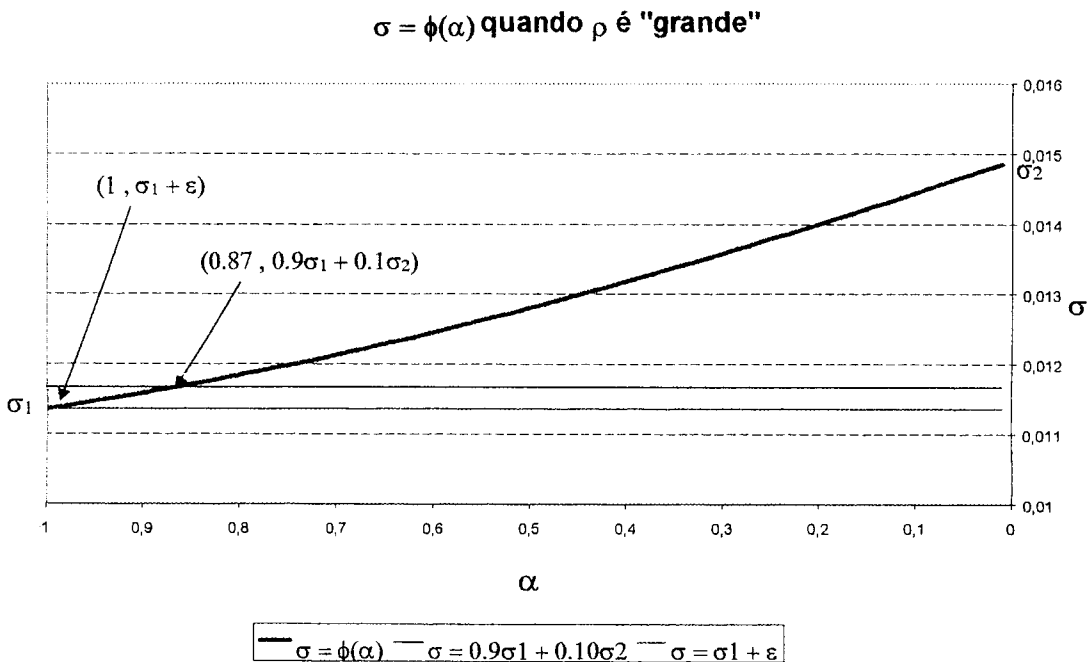
Vamos analisar duas configurações ilustrativas das situações possíveis, sendo que, em ambas, temos a volatilidade preço do primeiro vértice, isto é, aquele situado à esquerda do fluxo a ser mapeado (σ_1), igual a 0.011351, como

ocorreu em 03/12/97 com o vértice de prazo igual a 126 dias úteis, e a volatilidade preço do segundo vértice, no caso, aquele com prazo de 252 dias úteis (σ_2), igual a 0.014892, calculadas de acordo com o método já exposto para a volatilidade que estamos utilizando no nosso modelo interno.

Vamos assumir que temos $\sigma = 0.011665$, isto é, que o fluxo encontra-se próximo do vértice à sua esquerda ($\sigma = 0.9\sigma_1 + 0.1\sigma_2$).

O gráfico 3 ilustra o caso em que a correlação entre os retornos das taxas associadas aos dois vértices é alta, digamos, $\rho_{12} = 0.9$.

Gráfico 3 – Ilustração da situação favorável ao mapeamento tradicional

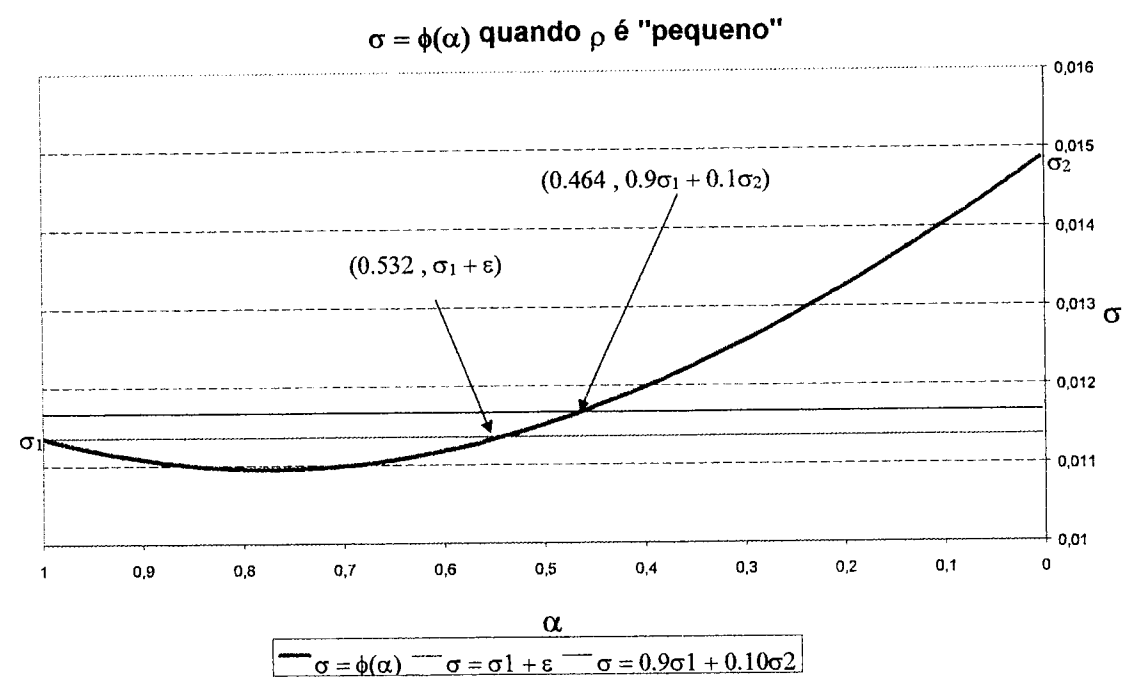


Nesse caso, o valor de α , calculado como solução da equação do algoritmo tradicional, no valor de 87%, é compatível com nossa intuição de que o mapeamento deve alocar a maior parcela do valor presente do fluxo no primeiro vértice.

O gráfico 4, ilustrativo do caso em que temos uma correlação mais baixa, $\rho_{12} = 0.53$, situação real, relativa à correlação entre as variações das taxas associadas aos vértices de prazos 126 e 252 dias úteis, calculada em 03/12/97 pelo EWMA, com $\lambda = 0.94$, no qual o valor de α calculado pelo critério *RiskMetrics* tradicional é de 46.4%, mostra um comportamento bizarro do algoritmo de mapeamento uma vez que o fluxo, que, intuitivamente deveria ser

mapeado em sua maior parte no vértice de menor volatilidade foi alocado em mais de 50% no vértice à sua direita.

Gráfico 4 – Ilustração da situação desfavorável ao mapeamento tradicional



A deficiência do método tradicional nesse caso é patente, pois, a existência de um mínimo, no intervalo (0,1), da volatilidade, como função do percentual do valor presente do fluxo alocado no primeiro vértice, faz com que o algoritmo de cálculo tradicional do *RiskMetrics*, ao calcular α , possa produzir uma descontinuidade na medida de *VaR* como pode ser observado fazendo-se o seguinte argumento: considere inicialmente um fluxo comprado com valor presente de R\$ 1, com vencimento no primeiro vértice, outro vendido também com valor presente de R\$1, com vencimento 21 dias após o primeiro, agora, considere esses mesmos fluxos, com prazos deslocados de um pequeno valor $\delta > 0$, à direita do primeiro vértice. Pelo algoritmo, para encontrar um valor de α que resolva a equação da volatilidade definida por interpolação linear, que será, digamos, igual a $\sigma_1 + \epsilon$, levemente superior à volatilidade do primeiro vértice, percorreremos a região decrescente da função, e encontraremos um valor de α à direita daquele em que a função atinge seu mínimo, e, dessa forma, aumentaremos significativamente a parcela $(1-\alpha)$ do valor presente do fluxo alocado no segundo vértice. Consequentemente, o valor em risco do portfólio mapeado nos vértices 1 e 2 apresentará uma descontinuidade no

ponto correspondente ao primeiro vértice, com uma abrupta redução do seu valor, nesse exemplo, assim que deslocarmos o fluxo do primeiro vértice para sua direita, fruto da descontinuidade do valor alocado no primeiro vértice, que cai, de 100%, quando o fluxo situa-se no primeiro vértice para 53.2% ao menor deslocamento (tomamos δ tal que $\varepsilon = 0.00001$) para a direita. Esse comportamento não é compatível com o bom senso e resta ver em que condições ele se faz presente.

Considerando novamente a função $\sigma = \phi(\alpha)$, e, estabelecendo a condição de primeira ordem para um mínimo, temos:

$$\frac{\partial \sigma^2}{\partial \alpha} = 0, \Rightarrow \bar{\alpha} = \frac{\sigma_2^2 - \rho_{12}\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2}, \text{ e, como, o denominador é positivo}$$

para $\rho_{12} < 1$ ou $\sigma_1 \neq \sigma_2$, temos que:

$$\bar{\alpha} \in (0,1) \Leftrightarrow \rho_{12} < \frac{\min(\sigma_1, \sigma_2)}{\max(\sigma_1, \sigma_2)}$$

Essa condição, para a correlação entre dois vértices adjacentes, estabelece as situações em que o mecanismo tradicional de mapeamento do *RiskMetrics* apresenta um comportamento extremamente inadequado.

A condição acima foi testada para o período de 20/11/97 a 30/04/99, para correlações calculadas pelo método *EWMA* com $\lambda=.94$ e volatilidades pelo método já descrito na seção 5.2.2.1 com $\lambda_1 = .85$ e $\lambda_2 = .94$, para os vértices da nossa estrutura a termo e apresentou uma frequência de ocorrência de cerca de 0.76% dos casos. No trabalho citado na nota 40, o autor menciona uma ocorrência isolada encontrada recentemente na Austrália e afirma não ter conhecimento de outras ocorrências dessa condição. No Brasil no entanto, ela não é tão rara assim.

As ocorrências da referida condição, que identificamos, nas condições acima descritas, apresentaram uma frequência maior nas correlações do vértice de 126 dias úteis contra os seguintes excetuando-se o vértice de 1 dia⁴³.

⁴³ O vértice com prazo de um dia apresenta uma frequência de ocorrência bastante elevada. Não se está dando muita importância a isso pois trata-se de um vértice com comportamento de preço administrado.

A tabela 4, seguinte, ilustra os valores observados para a freqüência de ocorrência da condição quando testada para a correlação entre cada vértice e os vértices subsequentes

Tabela 4. Condição de inadequação do mapeamento tradicional

Vértice	21	42	63	126	252	504
Freqüência (%)	0.0	0.0	0.07	4.55	0.97	0.0

O Mapeamento Linear

Este método é extremamente mais simples, procedendo-se a alocação do fluxo original nos vértices adjacentes nas proporções α_0 e $(1-\alpha_0)$ nos vértices 1 e 2 respectivamente onde α_0 é definido por:

$$\alpha_0 = \frac{\text{Prazo Vértice2} - \text{Prazo Fluxo}}{\text{Prazo Vértice2} - \text{Prazo Vértice1}}$$

Vejamos portanto, a racionalidade subjacente.

Sendo $f(t)$ a taxa instantânea de juros no tempo t , a taxa de capitalização contínua de um título com prazo T , r_T , é, por definição, dada por:

$$e^{\int_0^T f(s)ds} = e^{r_T T} \Rightarrow r_T = \frac{1}{T} \int_0^T f(s)ds$$

Como observamos⁴⁴ as taxas de juros apenas para os vértices, de prazos T_i , $i=1,...,n$, respectivamente, $r_{T1},... r_{Tn}$, a saber, as taxas de hoje até o vencimento T_i , assumimos, por hipótese que $f(t)$ é constante entre os vértices, isto é:

$$f(t)_{|t \in (0,T_1]} = r_{0,T_1} = r_{T_1} \text{ e } f(t)_{|t \in (T_i,T_{i+1})} = r_{T_i,T_{i+1}}, \text{ temos, portanto,}$$

$$e^{r_{T_i}T_i} \times e^{r_{T_i,T_{i+1}}(T_{i+1}-T_i)} = e^{r_{T_{i+1}}T_{i+1}} \Rightarrow r_{T_i,T_{i+1}} = \frac{r_{T_{i+1}}T_{i+1} - r_{T_i}T_i}{T_{i+1} - T_i}, \text{ logo, se } T \in (T_i,T_{i+1}),$$

temos:

$$r_T = \frac{1}{T} \int_0^T f(s)ds = \frac{1}{T} \left(\sum_{k=1}^i r_{T_{k-1},T_k} (T_k - T_{k-1}) + r_{T_i,T_{i+1}} (T - T_i) \right) \Rightarrow \text{fazendo } \alpha = \frac{T_{i+1} - T}{T_{i+1} - T_i}$$

$$r_T = \frac{T_i}{T} \alpha \text{ } r_{T_i} + \frac{T_{i+1}}{T} (1-\alpha) \text{ } r_{T_{i+1}}$$

⁴⁴ na verdade, as taxas associadas aos vértices da ETTJ, não são observadas, mas sim, inferidas, a partir das taxas e preços dos instrumentos financeiros que apresentam liquidez satisfatória.

Seja agora $P_{T,1} = e^{-T r_{T,1}}$ o preço, na data 1, de um papel que vence num prazo T (no nosso contexto, dias úteis / 252). Seu retorno é dado por:

$$R_T = \ln \left(\frac{P_{T,2}}{P_{T,1}} \right) = -T(r_{T,2} - r_{T,1}) \text{ e, substituindo o resultado acima obtido para } r_T,$$

em função das taxas associadas aos vértices i e $i+1$, temos:

$$R_T = -T \left(\frac{T_i \alpha}{T} r_{T_i,2} + \frac{T_{i+1}(1-\alpha)}{T} r_{T_{i+1},2} - \frac{T_i \alpha}{T} r_{T_i,1} - \frac{T_{i+1}(1-\alpha)}{T} r_{T_{i+1},1} \right) \Rightarrow$$

$$R_T = -T \left(\frac{T_i \alpha}{T} (r_{T_i,2} - r_{T_i,1}) + \frac{T_{i+1}(1-\alpha)}{T} (r_{T_{i+1},2} - r_{T_{i+1},1}) \right) \Rightarrow$$

$$R_T = \alpha (-T_i (r_{T_i,2} - r_{T_i,1})) + (1-\alpha) (-T_{i+1} (r_{T_{i+1},2} - r_{T_{i+1},1})) \Rightarrow$$

$R_T = \alpha R_{T_i} + (1-\alpha) R_{T_{i+1}}$ ou seja, o **mapeamento que se obtém**, pela assunção de uma estrutura a termo com taxas constantes, entre os vértices, é **linear** nos retornos.

Utilizando a aproximação usual $R_T = \frac{P_{T,2} - P_{T,1}}{P_{T,1}}$, obtemos

$P_{T,2} = P_{T,1}(1 + R_T)$ e, substituindo o resultado obtido para R_T , como combinação linear das taxas associadas aos vértices adjacentes, temos:

$$P_{T,2} = P_{T,1}(1 + \alpha R_{T_i} + (1-\alpha) R_{T_{i+1}}) = P_{T,1}(1 + \alpha (\frac{P_{T_i,2}}{P_{T_i,1}} - 1) + (1-\alpha) (\frac{P_{T_{i+1},2}}{P_{T_{i+1},1}} - 1)) \Rightarrow$$

$$P_{T,2} = \alpha P_T \frac{P_{T_i,2}}{P_{T_i,1}} + (1-\alpha) P_T \frac{P_{T_{i+1},2}}{P_{T_{i+1},1}} \text{ deixando claro que, o fluxo correspondente}$$

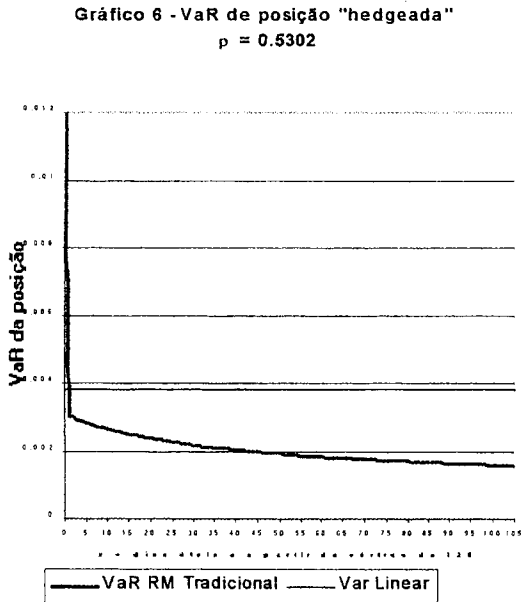
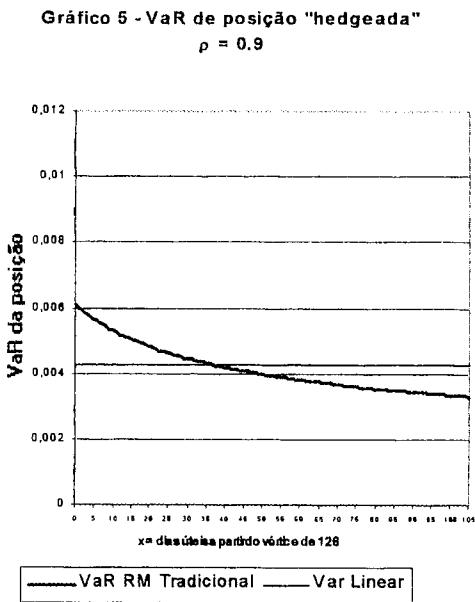
ao investimento de R\$ P_T , num papel com prazo T , pode ser replicado pelo *portfólio* formado por uma aplicação de R\$ αP_T no papel de prazo T_i e outra de R\$ $(1-\alpha)P_T$ no papel de prazo T_{i+1} .

Note-se que, a volatilidade imputada ao retorno do fluxo original pelo mapeamento linear será a volatilidade de R_T a saber:

$$\sigma^L = \sqrt{\alpha^2 \sigma_1^2 + (1-\alpha)^2 \sigma_2^2 + 2\alpha(1-\alpha) \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2}$$

Assim sendo, temos: $\sigma^L \leq \alpha \sigma_1 + (1-\alpha) \sigma_2$ ou seja, o VaR obtido com o mapeamento linear é menor ou igual àquele obtido pelo mapeamento

tradicional, quando relativos ao mesmo fluxo de caixa. Quando temos uma posição com fluxos de diferentes sinais, já não podemos afirmar nenhuma relação de ordem entre as duas medidas de *VaR*, mesmo na ausência da condição em que o mapeamento tradicional produz uma descontinuidade na medida de *VaR* como mostramos no gráfico 4, fato que ilustraremos no exemplo a seguir. Considere uma carteira “*hedgeada*” entre os vértices com prazos de 126 e 252 dias úteis constando de: uma posição comprada num papel com vencimento 126 + x, de valor presente R\$ 1, uma posição vendida com vencimento 126 + x + 21, também com valor presente de R\$ 1. Façamos x variar de zero a 105 de forma a termos ambos os fluxos entre os vértices citados e consideremos os mesmos dados utilizados na elaboração dos gráficos 3 e 4. O gráfico 5 ilustra o caso para $\rho_{12} = 0.9$, isto é, sem descontinuidades na medida de *VaR* e o gráfico 6 considera $\rho_{12} = 0.53$ que, como vimos, vai provocar uma descontinuidade na medida do *VaR* quando utilizando o algoritmo tradicional. Em qualquer caso, o mapeamento linear produzirá um *VaR* constante, relativo ao descasamento de 21 dias, sob risco da taxa “*forward*” entre 126 e 252 dias úteis.



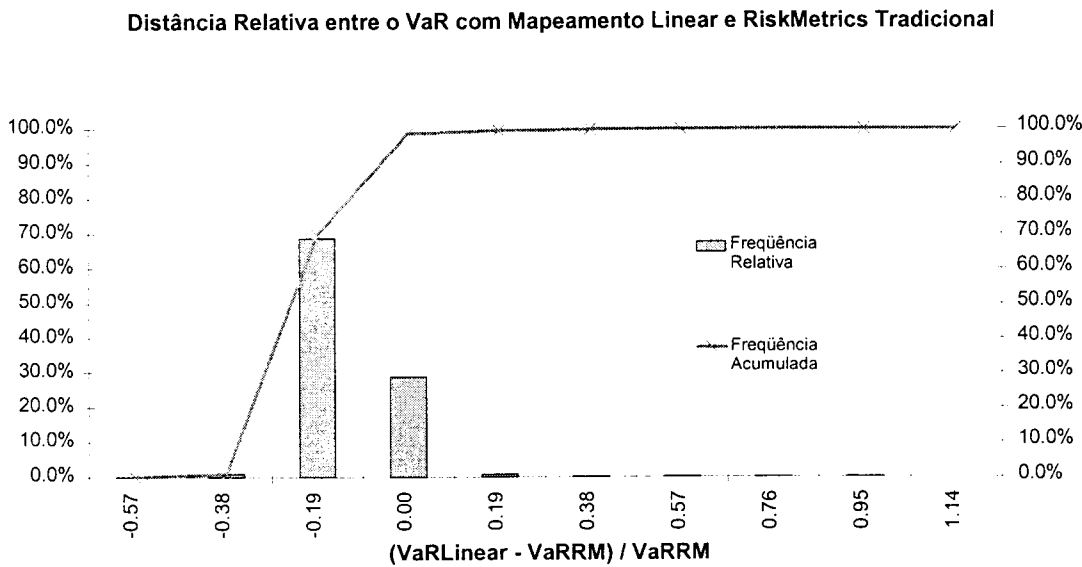
O método de mapeamento linear, desponta pois, analiticamente, como aquele mais coerente com as hipóteses efetuadas na construção da estrutura a

termo das taxas de juros, onde, elegemos, como fontes básicas de incerteza, as taxas “observadas” para os vértices.

Vejamos agora um exercício empírico para analisar o comportamento do *VaR* do nosso modelo interno, quando calculado nos termos já descritos, no que diz respeito às volatilidades e correlações, procedendo, contudo, o mapeamento dos fluxos de caixa pelos dois métodos analisados. Para tal, calculamos o *VaR* das 1000 carteiras geradas aleatoriamente, conforme descrito na seção 5.2, obtendo portanto duas medidas, a saber, VaR^{Linear} quando utilizando o procedimento linear de mapeamento, e VaR^{RM} , quando utilizando a metodologia tradicional do *RiskMetrics*.

Construímos a distribuição de freqüência da métrica $\frac{VaR^{Linear} - VaR^{RM}}{VaR^{RM}}$ isto é, a distância relativa entre as duas medidas de *VaR*. O gráfico 7 resume os resultados obtidos.

Gráfico 7 – Comparação entre o VaR calculado com Mapeamentos Tradicional e Linear



Observe-se que, em 68.8% dos casos, a medida de *VaR* calculada utilizando-se o mapeamento linear situou-se numa faixa cerca de 19% menor do que aquele calculado de acordo com o critério tradicional de mapeamento. As duas medidas são aproximadamente iguais em 28.9% das vezes, e, em 1.1% dos casos o *VaR* linear é cerca de 38% menor, sendo cerca de 19% maior em 0.8% das situações.

Procedemos também a realização do *BackTest* agregado para as 1000 carteiras no período de 24/11/97 a 30/04/99. Como, para cada carteira, podemos estar comprados ou vendidos na mesma, teremos sempre a comparação do *VaR* previsto contra o resultado da posição comprada e da posição vendida naquela carteira. Os resultados obtidos estão resumidos na tabela 5.

Tabela 5. *BackTest* comparativo entre os Mapeamentos Tradicional e Linear

	<i>Backtest da Posição</i>
Comprada, Mapeamento Tradicional	1.44%
Vendida, Mapeamento Tradicional	1.37%
Comprada, Mapeamento Linear	1.38%
Vendida, Mapeamento Linear	1.31%

A superioridade do mapeamento linear é contundente. Primeiramente, ele é muito mais simples, além disso, atribui na grande maioria dos casos, um *VaR* menor do que aquele calculado pelo critério tradicional e, ainda assim, erra menos, como mostra o resultado do *BackTest* agregado referente a uma amostra de 356.000 pontos, isto é, 1000 “*BackTests*” de 356 dias.

Dessa forma, completamos a construção do nosso modelo interno de referência, fazendo a opção pelo critério linear de mapeamento, que, juntamente com a metodologia de cálculo das volatilidades e correlações, já descritas, compõem os elementos necessários para o estabelecimento da medida de *VaR* do modelo interno, VaR^{MI} .

5.4– ANÁLISE DOS PARÂMETROS ρ e κ

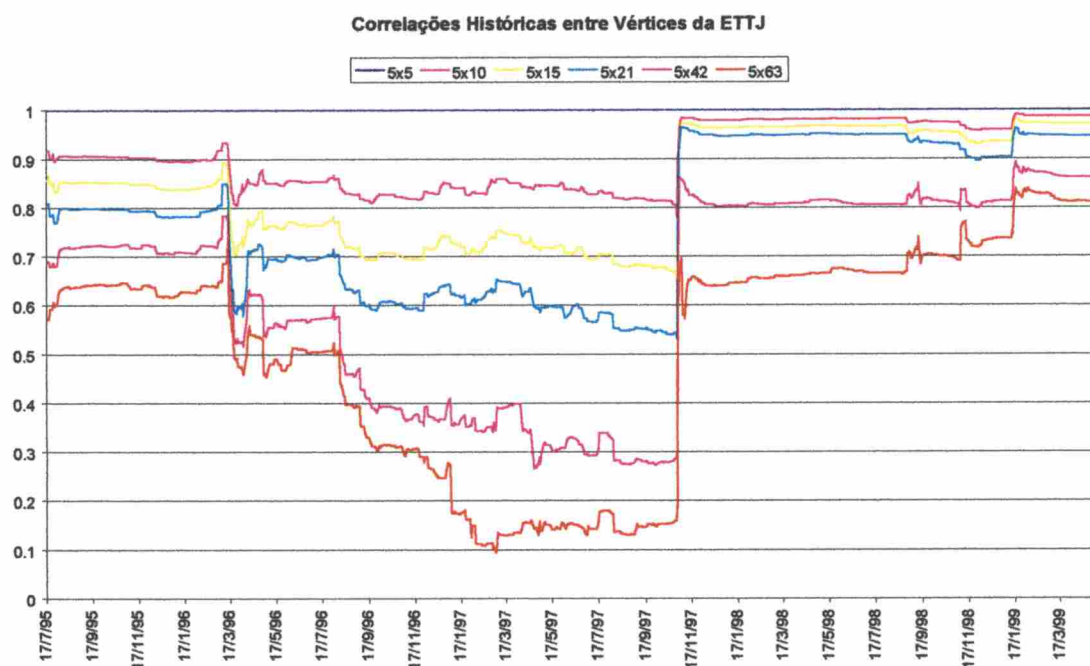
O gráfico 8, seguinte, dá uma boa idéia do que se está tentando capturar com a fórmula proposta para cálculo das correlações entre os vértices da ETTJ. O comportamento real das correlações nem sempre se apresenta adequado às premissas subjacentes à concepção da fórmula como o obtido para uma janela de 252 dias úteis.

Quando reduzimos a janela, nem sempre se observa uma correlação maior sempre que um vértice está mais próximo do outro. Há períodos em que

esta relação não é obedecida, mesmo para a janela de 252 dias como ilustraremos.

Vejamos primeiro, no gráfico 8, uma situação em que as correlações, apesar de variarem bastante no seu padrão, apresentam um comportamento de acordo com a fórmula com a qual estamos pretendendo parametrizá-las⁴⁵.

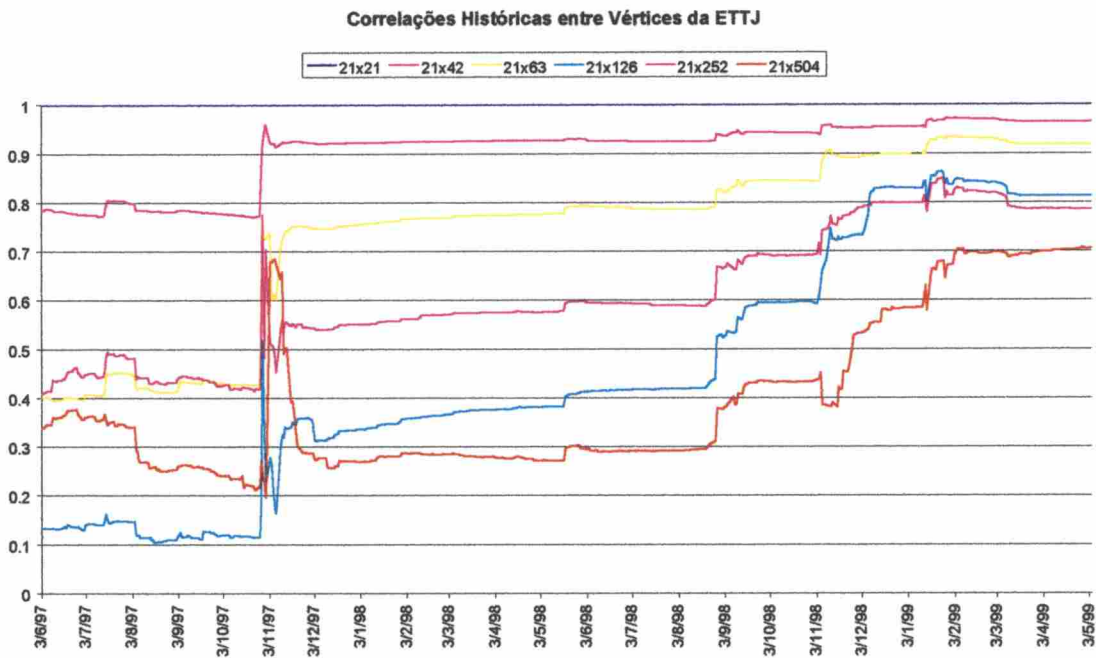
Gráfico 8 – Correlações do Vértice de 5 dias úteis



Mostremos agora, no gráfico 9, as correlações do vértice de 21 dias com os demais. Note-se que, de 3/6/97 a 20/11/97 a correlação do mesmo com o vértice de 126 dias úteis, fica inferior àquelas com os vértices de 252 e 504 dias úteis só ficando superior à correlação com o vértice de 252 dias a partir de 8/12/98.

⁴⁵ O vértice de 5 dias, apesar de não utilizado no modelo interno, foi gerado, juntamente com os vértices de 10 e 15 dias úteis, apenas para efeito de estimação dos parâmetros ρ e κ , com vistas a beneficiar o ajuste dos mesmos na região mais curta da curva de juros, de maior liquidez.

Gráfico 9 – Correlações do Vértice de 21 dias úteis



Para efeito de proceder o cálculo dos parâmetros ρ e κ , as correlações históricas foram calculadas da forma convencional, com pesos iguais.

Ainda que, utilizando-se uma janela de 252 dias, obtenhamos padrões significativamente mais estáveis para as correlações, do que aqueles com janela mais curta, utilizou-se uma janela de 126 dias para não reduzir ainda mais a amostra no exercício de teste dos modelos.

O problema: $(\rho, \kappa) = \text{Arg min} \sum (\rho_{ij} - \rho_{ij}^{Hist})^2$ foi resolvido diariamente, produzindo valores dos dois parâmetros que foram utilizados no exercício de simulação. O gráfico tridimensional ilustra o comportamento da função de perda escolhida para o ajuste dos parâmetros e o gráfico 11, seguinte, mostra as séries obtidas com as soluções para uma janela de 126 dias.

Gráfico 10 – Função de Erro Quadrático

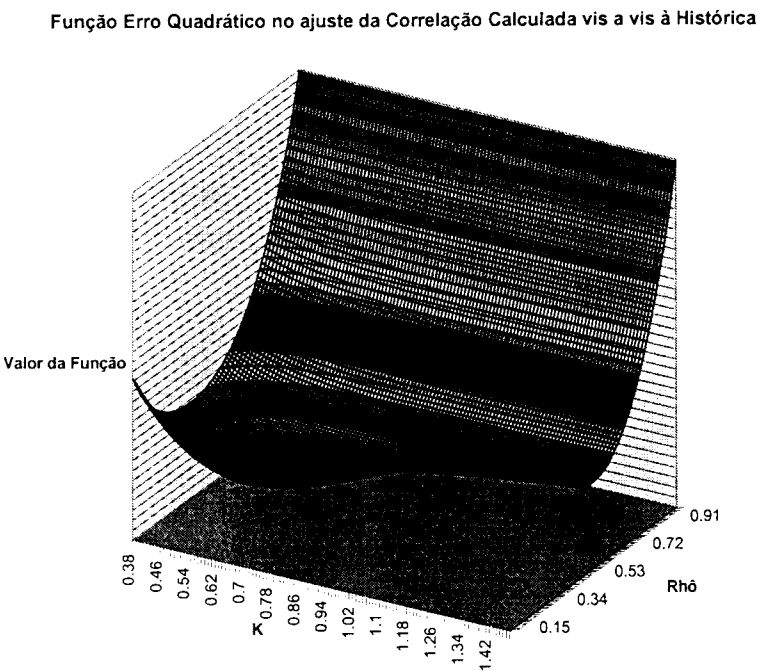
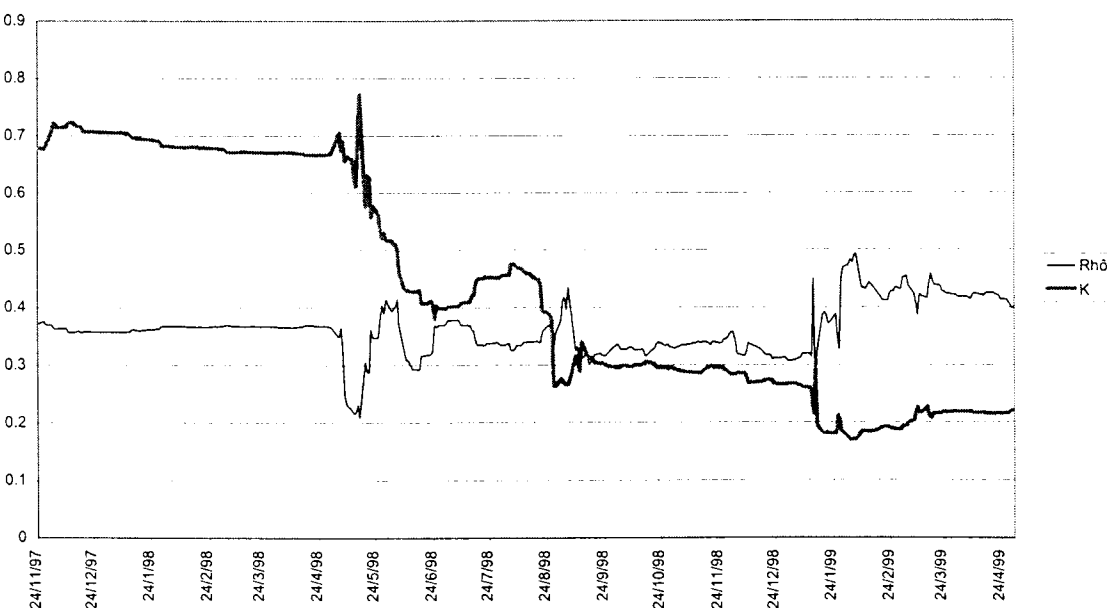


Gráfico 11 – parâmetros ρ e κ ótimos

Parâmetros Rhô e K, Janela=126 dias úteis, Vértices 5 x 504, base 2/6/97



5.5 – RESULTADOS

Como Vimos, nosso candidato a Modelo Padrão tem a seguinte estrutura:

$$VaR_t^{Padrão} = f(\sigma_t, \rho, \kappa, ETTJ)$$

$$ETTJ = (R_1, R_2, \dots, R_8)$$

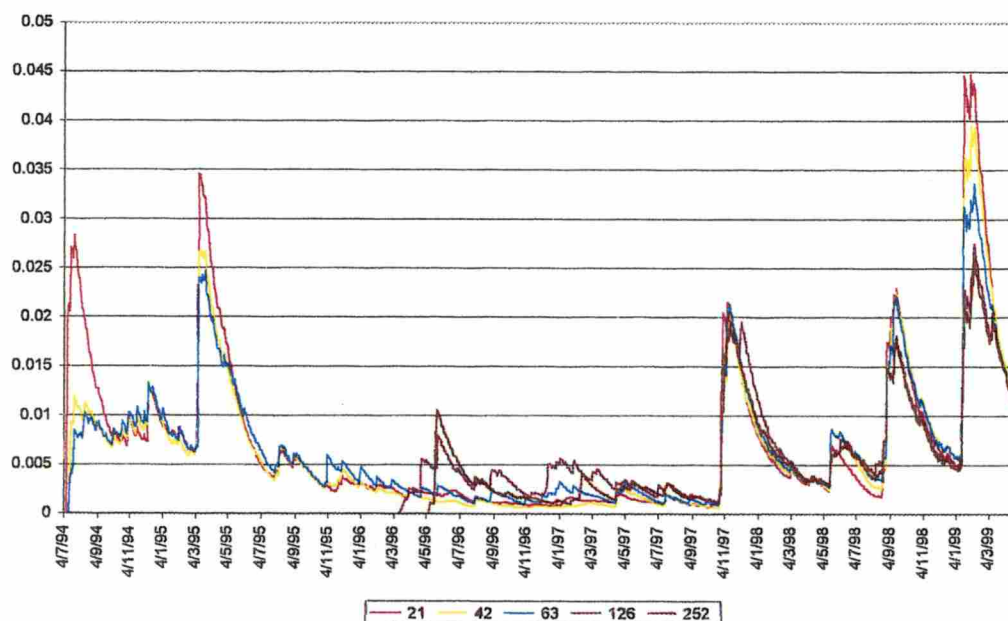
Para efetuar o exercício de simulação, devemos especificar uma regra para a volatilidade σ_t . Podemos pensar em vários candidatos, devemos notar contudo, que, o processo de marcação a mercado tem natureza diária, sendo dependente da ETTJ que é recalculada diariamente. Dessa forma, a especificação de uma regra diária não prejudica em nada a operacionalidade do modelo uma vez que, o processo de marcação a mercado necessita diariamente do vetor definidor da ETTJ.

Temos que,
$$\frac{\partial}{\partial \sigma} VaR^{padrão} = \frac{\phi^{-1}(1-\alpha)\sqrt{HP}}{252} \sqrt{X[\rho_{ij}]X'} > 0 \quad \text{onde}$$

$X = [V_1T_1, \dots, V_7T_7]$ é o vetor linha que define a posição mapeada nos vértices, sendo V_i o valor marcado a mercado alocado no vértice i e T_i o prazo em dias úteis associado ao mesmo.

Isto posto, um candidato natural seria $\sigma_t = \max(\sigma_t^2, \dots, \sigma_t^8)$, onde, a volatilidade do primeiro Vértice foi excluída devido à sua natureza de preço administrado. O gráfico 12 ilustra os padrões de volatilidade associados aos vértices.

Gráfico 12 – Padrões de volatilidade relativos aos vértices da estrutura a termo



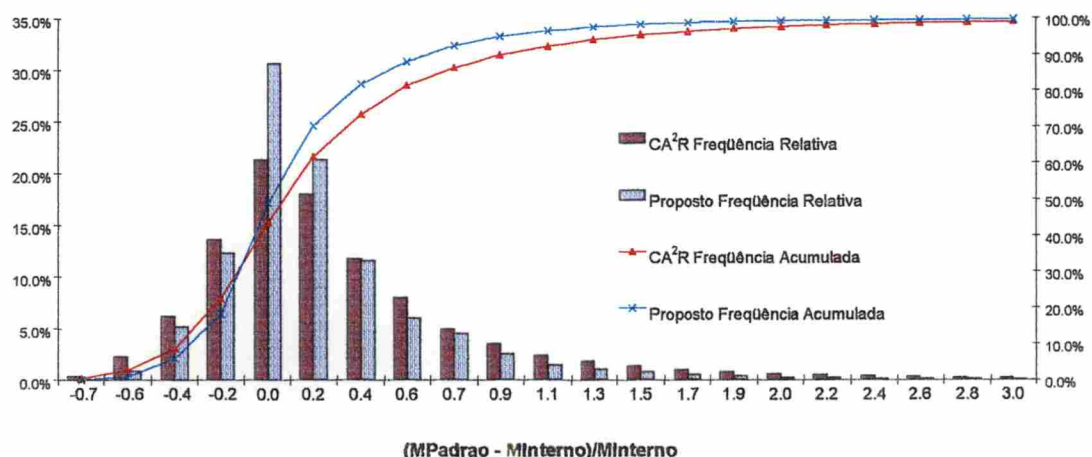
Assim sendo, a regra proposta satisfaz o objetivo de definir o VaR padrão como cota superior do VaR do Modelo Interno. Infelizmente, apesar de positiva, a derivada acima pode ser pequena para certas carteiras e o viés a maior pelo canal da volatilidade pode não ser suficiente para cobrir eventuais distorções a menor pela via do mecanismo das correlações.

Com vistas a analisar o comportamento do modelo padrão vis a vis o modelo interno de referência construiremos a distribuição de freqüência da

métrica $\frac{VaR^{Padrão} - VaR^{MI}}{VaR^{MI}}$ isto é, a distância relativa entre o modelo padrão e o modelo interno utilizado na customização do primeiro.

O gráfico 13.a mostra a distribuição de freqüência obtida para a métrica escolhida quando processamos os cálculos para o VaR dos três modelos para as 1000 carteiras durante o período sob análise. Note-se a ocorrência indesejada de situações em que o VaR do modelo padrão fica inferior ao VaR do modelo interno.

Gráfico 13.a – Distância Relativa entre os Modelos Padrão e o Interno



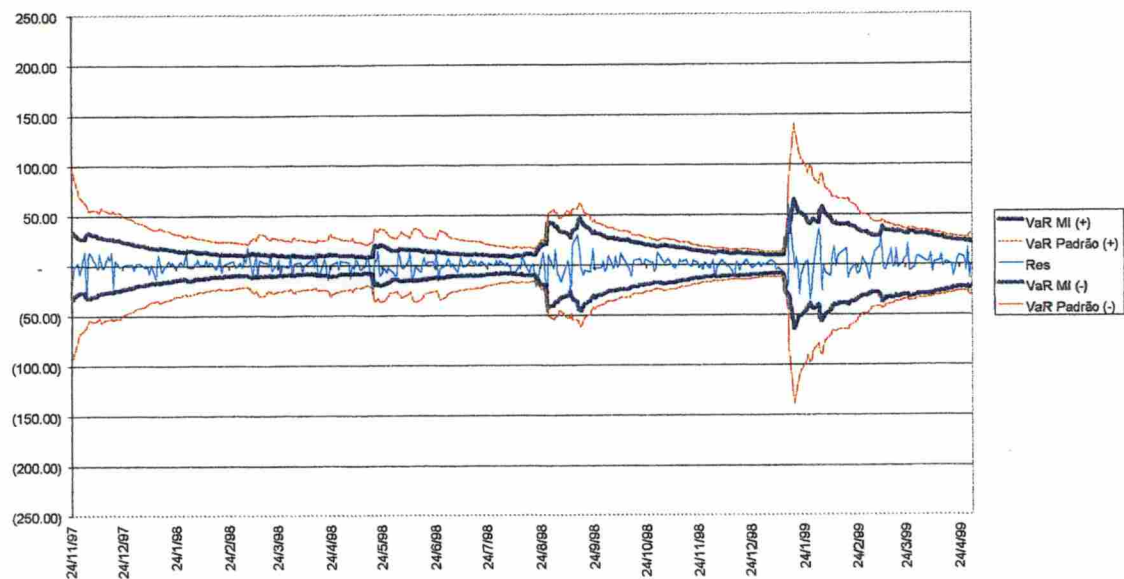
Registre-se ainda que o modelo original apresenta um percentual maior dessas ocorrências que o modelo modificado. Além disso, a frequência também é maior no modelo original das situações em que o modelo padrão fica com um *VaR* excessivamente maior que o modelo interno.

Em suma, na região desejada, em que o modelo padrão é uma cota superior do modelo interno “bem comportada”, isto é, superior porém em não mais do que 50%, a métrica escolhida apresenta maior densidade quando calculada para o modelo modificado do que quando calculada com o modelo original.

Observe-se no gráfico 14 o *BackTest* para uma carteira onde o comportamento da distância entre os dois modelos, como desejado, está, quase sempre, na região acima referida⁴⁶.

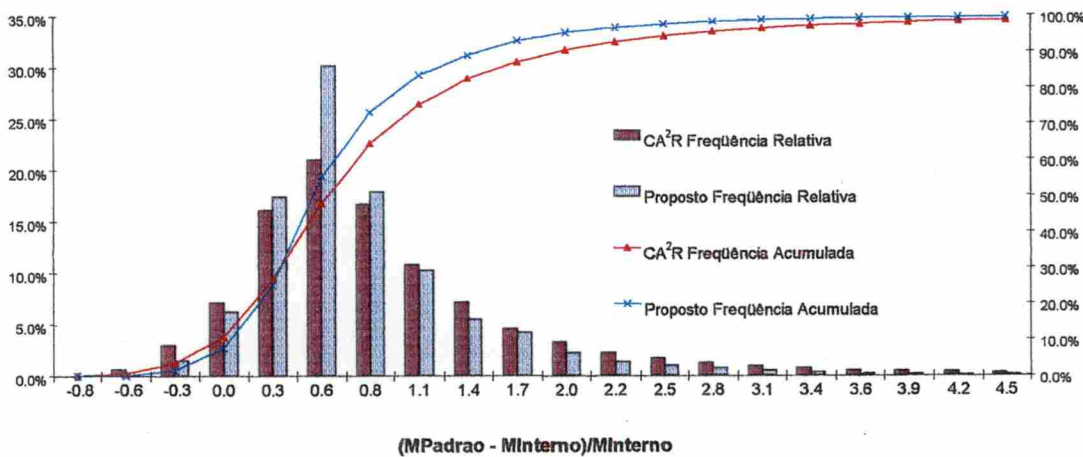
⁴⁶ Esse *BackTest* é para uma das 1000 carteiras geradas aleatoriamente

Gráfico 14 – BackTest ilustrativo do comportamento desejado para o modelo padrão



O gráfico 13.b apresenta a distribuição de frequência da métrica escolhida, quando mudamos a regra da volatilidade, multiplicado-a por 1.5, sendo uma espécie de solução numérica para eliminar a região de ocorrência do modelo padrão ficar inferior ao modelo interno, considerando o modelo padrão modificado.

Gráfico 13.b – Distância Relativa entre os Modelos Padrão e o Interno



Isto é, fazendo-se: $\sigma_t = 1.5 \times \max(\sigma_t^2, \dots, \sigma_t^8)$, eliminamos a calda indesejada, porém, não é claro que isso é desejável, pois, como queremos dar ao VaR do modelo padrão, o mesmo tratamento que daríamos ao VaR do modelo interno, (fórmula da Basiléia), podemos incorrer no erro de tornar o modelo padrão excessivamente conservador uma vez que o referido

tratamento⁴⁷ tem em mente o nível de significância estabelecido para o *VaR*, que, a essa altura, terá valor esperado significativamente menor como demonstrarão os resultados que seguem⁴⁸.

Para cada uma das 1000 carteiras analisadas no exercício, podemos estar comprados ou vendidos nas mesmas. Dessa forma, procedeu-se a compilação de um *BackTest* agregado das 1000 carteiras (posição comprada e posição vendida) durante todo o período disponível (356 dias úteis) para diferentes especificações dos parâmetros para os três modelos sob análise, isto é, o modelo interno de referência, cujo resultado evidentemente não depende dos parâmetros, o modelo original da *CA²R* e o modelo da *CA²R* com as modificações realizadas, isto é, o modelo proposto para adoção pelo Banco Central.

Vejamos a situação relativa aos gráficos anteriores, quando alteramos a regra para a volatilidade por um fator multiplicativo de 1.5.

Tabela 6. Impacto de um fator multiplicativo na volatilidade padrão

BackTest da Posição	$\sigma_t = \max(\sigma_t^2, ..., \sigma_t^8)$	$\sigma_t = 1.5 \times \max(\sigma_t^2, ..., \sigma_t^8)$
Comprada, Modelo Interno	1.38%	1.38%
Vendida, Modelo Interno	1.31%	1.31%
Comprada, <i>CA²R</i>	1.06%	0.36%
Vendida, <i>CA²R</i>	1.02%	0.34%
Comprada, Proposto	0.99%	0.32%
Vendida, Proposto	0.93%	0.29%

O quadro exhibe o impacto no resultado do *BackTest* dos Modelos Padrão, que, evidentemente, se tornam mais conservadores, realizando um percentual de falhas significativamente inferior ao nível teórico de 1% (relativo à escolha do nível de significância α).

Embora tenhamos efetuado os cálculos dos parâmetros ρ e κ diariamente, estamos trabalhando com os mesmos, otimizados mensalmente, uma vez que os resultados obtidos sancionaram uma periodicidade até maior para sua atualização⁴⁹.

⁴⁷ Ver seção 6

⁴⁸ Aqui, estamos dando sentido probabilístico ao nosso objetivo de fazer $K_{padr\tilde{a}o} > K_{MI}$

⁴⁹ Ao contrário do que acontece com a volatilidade, esses dois parâmetros têm processo de estimação mais delicado, como temos pequenos ganhos de eficiência decorrentes de uma revisão diária dos mesmos, estamos diante de um custo operacional desnecessário.

A seguir procedemos a análise de sensibilidade dos resultados para o VaR , efetuando perturbações nos parâmetros ρ e κ , isto é, os cálculos realizados foram refeitos dia a dia, com um dos parâmetros multiplicado por um fator definidor da perturbação e os demais mantidos constantes.

Tabela 7 – Análise de Sensibilidade

BackTest da Posição	Normal	0.8 ρ	0.8 κ	1.3 ρ	1.3 κ
Comprada, CA ² R	1.06%	1.12%	1.18%	1.03%	0.95%
Vendida, CA ² R	1.02%	1.07%	1.13%	0.99%	0.91%
Comprada, Proposto	0.99%	1.03%	1.10%	0.95%	0.87%
Vendida, Proposto	0.93%	0.98%	1.04%	0.90%	0.80%

O quadro indica robustez do modelo, uma vez que os resultados não sofrem variações significativas para pequenas perturbações dos parâmetros⁵⁰.

Concluimos, portanto, que temos um modelo bastante razoável para estabelecer um VaR padrão com cara de modelo interno . Isto posto, tratemos da construção da exigência de capital.

⁵⁰ Note-se que, os parâmetros ρ e κ foram otimizados de forma a minimizar os desvios vis a vis correlações históricas calculadas de forma convencional, para uma dada janela, (126 DU). O fato do BackTest eventualmente “melhorar” com a introdução de uma perturbação em um dos dois parâmetros significa que, as novas correlações foram mais adequadas que as anteriores, podendo indicar uma deficiência da particular matriz de correlações que foi usada como referência e não do processo de otimização. Em outras palavras, o resultado do *BackTest* não é a função objetivo da minimização que determinou ρ e κ .

6 – EXIGÊNCIA DE CAPITAL

Vamos considerar como ponto de partida a fórmula básica proposta para a exigência de capital pelo comitê de Basileia para o “Internal Model Approach” usando porém o VaR padrão que estamos construindo, a saber:

$$K_{Padr\tilde{a}o,t} = \max \left\{ \left(\frac{M_t}{60} \sum_{i=1}^{60} VaR_{t-i}^{Padr\tilde{a}o} \right), VaR_{t-1}^{Padr\tilde{a}o} \right\}$$

A utilização de um multiplicador fixo de 3, conforme sugerido pelo BIS, pode acarretar exigências elevadas, principalmente nos períodos posteriores às crises. Em tais períodos, a multiplicação de uma média de VaR , que incorpora os $VaRs$ mais elevados do período de crise, pelo fator 3 implica em exigências de capital exageradas no pós crises, o que não é razoável.

Nesse sentido, a fórmula de Basileia pode ser aperfeiçoada. O multiplicador pode ser tratado como função decrescente da volatilidade, mantendo-se, contudo, a regra do máximo de forma a não se ter uma exigência inferior ao VaR do dia anterior. Aumenta-se, assim, a ocorrência das situações em que a exigência será dada pelo VaR_{t-1} pois, após uma quebra de regime, este ficará provavelmente maior que a média enquanto esta não incorporar os valores mais elevados de VaR ⁵¹. Quando esta voltar a ser efetiva, com a incorporação dos valores mais elevados de VaR , a exigência será suavizada pela multiplicação por um fator ajustado pela volatilidade vigente. Passado o período de altas volatilidades, o multiplicador volta a se elevar⁵².

Há, aqui, um ponto crítico: se o Banco Central eleva o multiplicador sem que isto seja fruto de uma regra transparente, o mercado pode interpretar esta cautela como um sinal de uma futura quebra de regime. Recomenda-se, portanto, que seja definida uma regra dentre as muitas possíveis, de acordo com objetivos pré estabelecidos de política. Recomenda-se, ainda, que a regra seja divulgada de forma a evitar qualquer especulação acerca de mudanças no

⁵¹ Ver gráfico 15

⁵² O benefício almejado é suavizar a exigência de capital nos períodos pós crises, cuja elevação é de eficácia duvidosa. No entanto, com a manutenção da regra do máximo, respeita-se o nível de risco capturado pela medida de VaR , que, nesse caso se torna mais relevante pois será efetivo com maior frequência.

multiplicador, pois estas serão decorrência da evolução da volatilidade, de acordo com uma regra conhecida.

Uma regra para o multiplicador que atenda nossos objetivos deve levar em conta a distribuição de freqüências da volatilidade de referência (no nosso caso, $\sigma_t = \max(\sigma_t^2, \dots, \sigma_t^8)$) e os valores desejados para o maior e menor valor do multiplicador (M e m , respectivamente), entre outros. O importante é que o multiplicador seja uma função decrescente da volatilidade. Apresentamos alguns resultados para duas regras alternativas, a seguir descritas.

Sejam V_{pico} e V_{piso} a maior e a menor volatilidade observadas a partir de certa data, com janela crescente para V_{pico} e uma janela de 1 ano para V_{piso} ; $P\%$, o valor referente a um dado percentil associado à distribuição de freqüência da volatilidade com janela de 1 ano. Trabalharemos com duas alternativas que mantêm o multiplicador fixo em M sempre que a volatilidade for inferior à volatilidade associada ao percentil dado, $V_{P\%}$.

As alternativas diferem apenas na velocidade de queda do multiplicador para as volatilidades superiores ao percentil dado. Qualquer das duas alternativas, evidentemente, fica tão mais conservadora quanto maior é $P\%$ e, quando este é nulo, significa que o multiplicador assumirá seu maior valor apenas quando a volatilidade for igual ao seu menor valor isto é, V_{piso} . Evidentemente, para $P\% = 100\%$, as alternativas degeneram-se em uma de multiplicador fixo = M .

Alternativa 1 $M - \text{Hiper}$

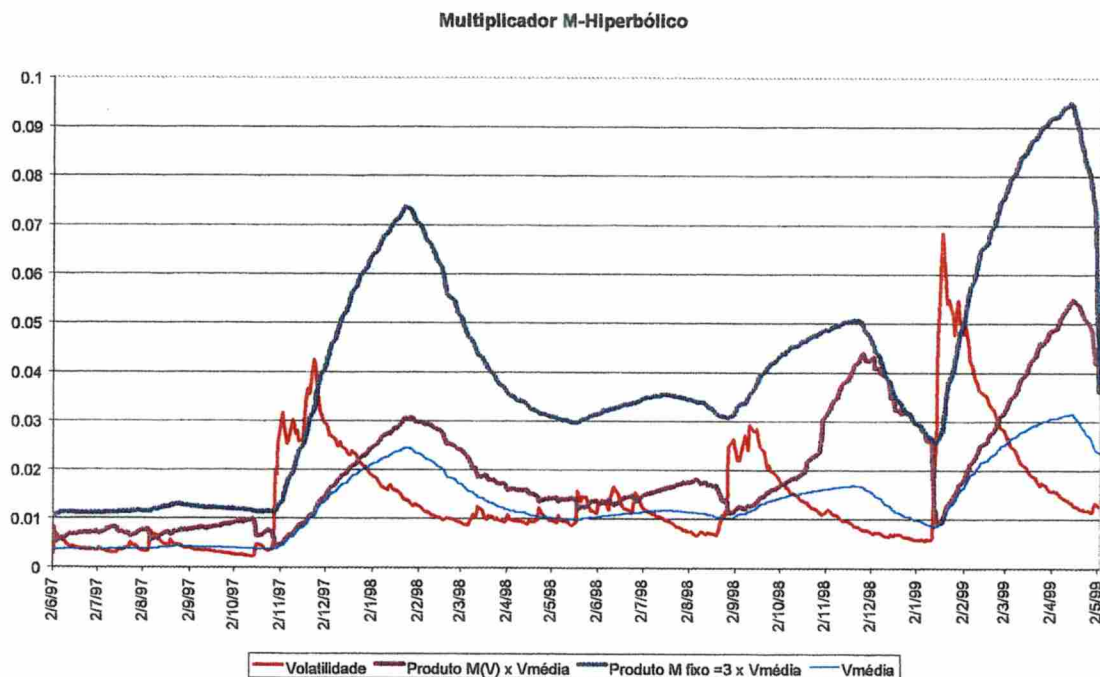
$$M(V) = \begin{cases} M & \text{se } V \leq V_{P\%} \\ \frac{C_1}{V} + C_2 & \text{de outro modo, fazendo } M(V_{P\%}) = M \text{ e } M(V_{\text{Pico}}) = m \text{ para determinar } C_1 \text{ e } C_2 \end{cases}.$$

Alternativa 2 $M - \text{Exp}$

$$M(V) = \begin{cases} M & \text{se } V \leq V_{P\%} \\ C_3 V^\alpha & \text{de outro modo, fazendo } M(V_{P\%}) = M \text{ e } M(V_{\text{Pico}}) = m \text{ para determinar } C_3 \text{ e } \alpha \end{cases}$$

O gráfico 15 ilustra o comportamento da volatilidade⁵³, sua média para 60 dias, o produto dessa média por 3 e o produto dessa média por um multiplicador função da volatilidade pela regra alternativa 1, isto é, com decaimento hiperbólico com $M=3$, $P_{\%}=0$ e $m=1$.

Gráfico 15: Volatilidade x Multiplicadores



Nos resultados a seguir apresentados, trabalhamos com $M=3$, $m=1$ e com duas opções para $P_{\%}$: 0% e 50 %.

As tabelas 8 e 9 resumem os resultados do *BackTesting* agregado da exigência de capital, considerando um *holding period* de 10 dias úteis. Tais resultados referem-se ao universo das 1.000 carteiras geradas para o exercício de teste do modelo de *VaR* padrão, no período de 24/11/97 a 30/04/99, com 356 dias úteis, dos quais, perdemos 60 por conta do cálculo da média da fórmula de Basiléia.

⁵³ Estamos utilizando nossa volatilidade padrão, isto é, a maior das calculadas para os vértices excetuando-se o primeiro.

Dessa forma temos uma amostra com 296.000 pontos ou, 1000 resultados de *BackTest*, com diferentes carteiras, cada um relativo a um período de 296 dias úteis.

Tabela 8 – *Backtesting* da exigência de capital dos modelos sob a regra alternativa nº 1

	Multiplicador 3 Fixo			P%=0%			P%=50%		
	% falhas	Nº de falhas	100-% falhas	% falhas	Nº de falhas	100-% falhas	% falhas	Nº de falhas	100-% falhas
MI	0.0010	3	99.9990	0.0949	281	99.9051	0.0345	102	99.9655
CA²R	0.0027	8	99.9973	0.0348	103	99.9652	0.0159	47	99.9841
Proposto	0.0003	1	99.9997	0.0037	11	99.9963	0.0037	11	99.9963

Tabela 9 – *Backtesting* da exigência de capital dos modelos sob a regra alternativa nº 2

	Multiplicador 3 Fixo			P%=0%			P%=50%		
	% falhas	Nº de falhas	1-% falhas	% falhas	Nº de falhas	1-% falhas	% falhas	Nº de falhas	1-% falhas
MI	0.0010	3	99.9990	0.0557	165	99.9443	0.0284	84	99.9716
CA²R	0.0027	8	99.9973	0.0176	52	99.9824	0.0149	44	99.9851
Proposto	0.0003	1	99.9997	0.0037	11	99.9963	0.0037	11	99.9963

Como havíamos perdido 6 meses de dados devido à janela para cálculo dos parâmetros ρ e κ , procedemos a extensão do período, mantendo os dois parâmetros fixos⁵⁴, o que nos permite recuar até 02/06/97, de forma a englobar a crise da Ásia, perfazendo um total de 481 dias úteis para o cálculo do *Var*, dos quais perdemos 60 no cálculo da exigência de capital por conta da fórmula da Basiléia. Dessa forma, estamos falando de uma amostra de 421.000 pontos.

Tabela 10 – *Backtesting* da exigência de capital dos modelos sob a regra alternativa nº 1

	Multiplicador 3 Fixo			P%=0%			P%=50%		
	% falhas	Nº de falhas	100-% falhas	% falhas	Nº de falhas	100-% falhas	% falhas	Nº de falhas	100-% falhas
MI	0.1574	661	99.8426	0.2745	1153	99.7255	0.2100	882	99.7900
CA²R	0.0283	119	99.9717	0.0793	333	99.9207	0.0457	192	99.9543
Proposto	0.0076	32	99.9924	0.0379	159	99.9621	0.0133	56	99.9867

Tabela 11 – *Backtesting* da exigência de capital dos modelos sob a regra alternativa nº 2

	Multiplicador 3 Fixo			P%=0%			P%=50%		
	% falhas	Nº de falhas	100-% falhas	% falhas	Nº de falhas	100-% falhas	% falhas	Nº de falhas	100-% falhas
MI	0.1574	661	99.8426	0.2350	987	99.7650	0.2040	857	99.7960
CA²R	0.0283	119	99.9717	0.0557	234	99.9443	0.0429	180	99.9571
Proposto	0.0076	32	99.9924	0.0240	101	99.9760	0.0121	51	99.9879

⁵⁴ Agora, com algum conforto, sancionado pelos resultados da análise de sensibilidade

Note-se uma sensível piora nos resultados com a inclusão da crise da Ásia, o que é natural em função de ter sido a primeira grande quebra de regime na volatilidade, também refletida pelo *BackTest* agregado do *VaR* como mostra a tabela 12.

Tabela 12. Comparação dos resultados de *VaR* com e sem a crise da Ásia

BackTest da Posição	Amostra sem crise da Ásia	Amostra com crise da Ásia
Comprada, Modelo Interno	1.38%	1.71%
Vendida, Modelo Interno	1.31%	1.63%
Comprada, CA ² R	1.06%	1.34%
Vendida, CA ² R	1.02%	1.31%
Comprada, Proposto	0.99%	1.28%
Vendida, Proposto	0.93%	1.24%

É evidente que, com o multiplicador fixo em M, os resultados de *backtesting* serão superiores aos das regras alternativas utilizando-se M como multiplicador máximo.

O preço pago por essa performance, uma espécie de prêmio de seguro pago em termos de excesso de exigência de capital pode ser avaliado de forma *ex post* pela agregação das diferenças entre exigências e resultados ocorridos.

Os gráficos 16 e 17 seguintes, chamam atenção para o excesso de exigência de capital demandado pelos diversos modelos.

Ressalte-se a grande diferença entre as exigências de capital nos casos de modelo padrão com multiplicador fixo e com multiplicador tratado pela regra alternativa nº 1. Tal excesso pode ser visualizado por diferença de áreas sob as curvas.

Os gráficos são relativos a uma posição sob risco pré de 6 meses .

O Gráfico 16 refere-se às exigências de capital relativas aos modelos padrão e interno, com multiplicador fixo = 3 e quando tratado pela regra alternativa nº 1, com M=3, m=1 e P%=0%. O Gráfico 17 ilustra a mesma situação, mas alterando-se o valor de P% de 0% para 50%.

Gráfico 16 – Exigência de capital e perda ocorrida - Risco Pré de 6 meses

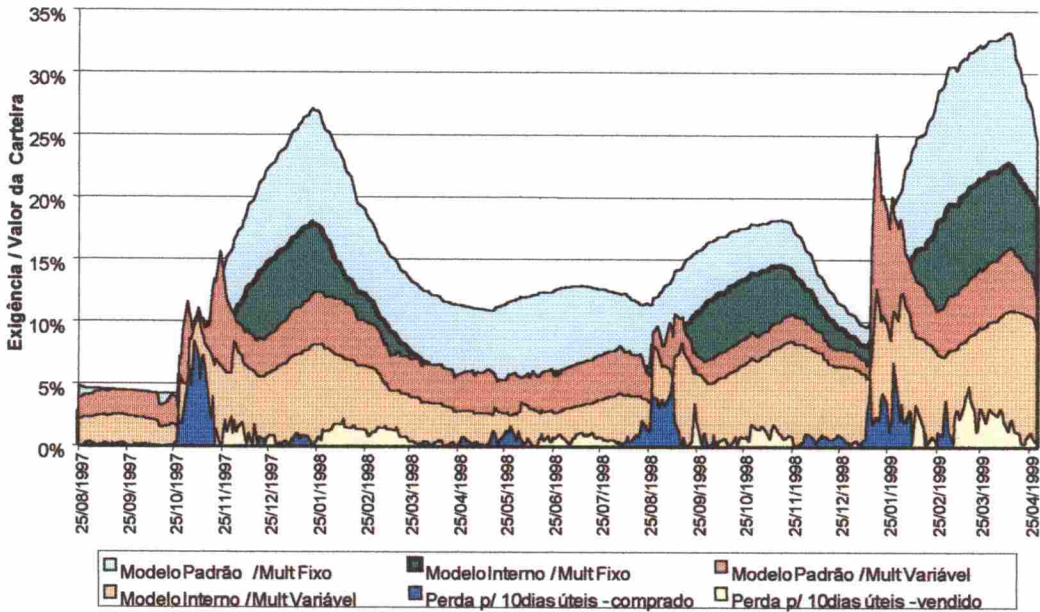
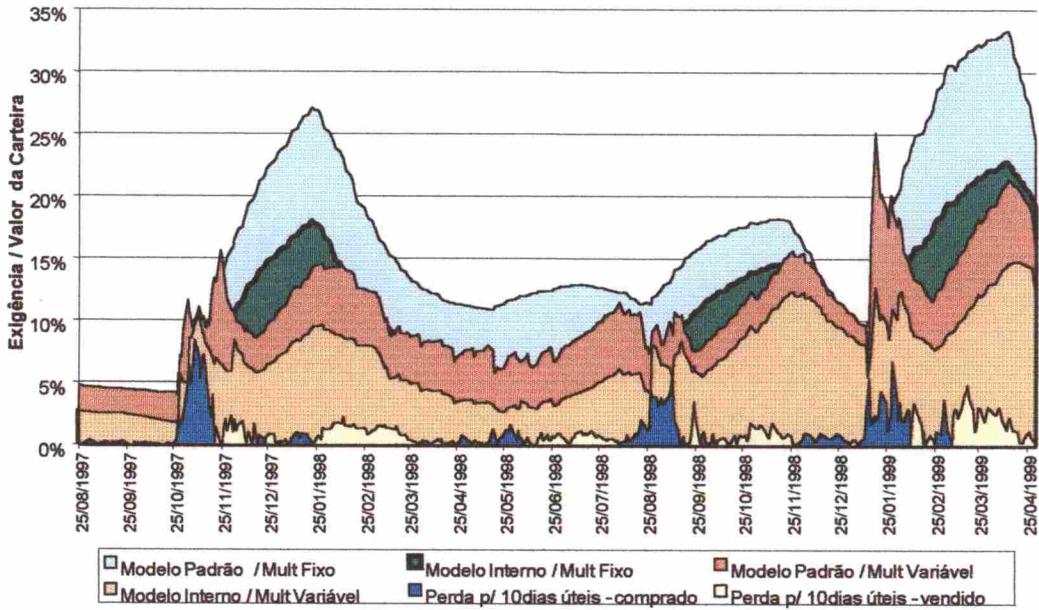


Gráfico 17 –Exigência de capital e perda ocorrida -Risco Pré de 6 meses



Observe-se que, mesmo nos fixando em uma alternativa de tratamento do multiplicador, isto é, uma escolha para a função $M(\cdot)$, os resultados são dependentes de uma série de parâmetros que podem ser calibrados para perseguir objetivos pré estabelecidos como, por exemplo:

- . Os valores de M , m e $P\%$;
- . A janela utilizada no cálculo de V_{pico} e V_{piso} ;
- . Principalmente, os critérios utilizados no cálculo do VaR padrão⁵⁵.

Uma regra de escolha deve levar em conta por exemplo, os resultados do *BackTest*, a agregação do excesso de exigência *ex post* como *proxy* de um tipo de custo social e a agregação das perdas incorridas excedentes às exigências nos casos em que o *BackTest* falhou como *proxy* de outro tipo de custo social. Evidentemente haverá um grande grau de subjetividade para o *policy maker* na ponderação desses elementos.

Como sugestão, poderíamos começar estabelecendo um valor de 3, para M , isto é, o maior nível do multiplicador da fórmula de Basileia para a exigência baseada nos modelos internos. Tal escolha se justifica porque, enquanto o Banco Central não estiver permitindo a utilização dos modelos proprietários, evita-se uma penalização excessiva aos bancos que já possuem bons modelos.

A metodologia estabelecida por Basileia atribui punições gradativas ao mal desempenho dos modelos proprietários por meio da elevação do multiplicador até $M=4$, quando, então, uma das punições possíveis é remeter a instituição para o regime do modelo padrão. Portanto, não seria razoável que o valor do multiplicador no modelo padrão fosse inferior àquele utilizado no modelo interno. Dessa forma, quando do estabelecimento da permissão ao uso dos modelos proprietários para atribuição da exigência de capital, o valor de M seria alterado para, em princípio, $M=4$. As penalizações atribuídas aos

⁵⁵ A exemplo do que ocorre com os modelos proprietários das instituições, os mesmos devem sofrer revisões periódicas, tanto de caráter metodológico (menos freqüentes) quanto de calibragem (mais freqüentes).

modelos internos seriam feitas em relação ao multiplicador em vigor, agora tratado como função da volatilidade.

Os demais parâmetros são, de certa forma, independentes de já estarmos ou não permitindo o uso dos modelos internos. Porém, quando tratamos o multiplicador como função decrescente da volatilidade, mantendo a fórmula do máximo, aumentamos o período em que a exigência fica dada simplesmente pelo VaR . No caso do modelo padrão, aquele pode ser tornado tão conservador quanto se queira.

No caso do modelo interno, como o Banco Central atua no VaR apenas pela especificação dos parâmetros quantitativos (como, por exemplo, nível de significância) seria prudente proceder mais uma alteração na fórmula, multiplicando-se VaR_{t-1} pelo menor valor do multiplicador:

$$K_t = \max \left\{ \frac{M_t}{60} \sum_{i=1}^{60} VaR_{t-i}, m VaR_{t-1} \right\}$$

A idéia para um valor de m é algo pouco superior a 1, sendo o multiplicador que ficaria efetivo nos períodos de maior volatilidade (podendo ser 1 se assim julgado mais apropriado)⁵⁶.

Resumindo, para um primeiro momento, nossa sugestão de exigência padrão seria efetuar o tratamento do multiplicador nos termos aqui comentados: $M=3$, $m=1$, $P\%=0\%$ e uma regra de decaimento como aquelas apresentadas nas regras alternativas 1 e 2.

Com a entrada em vigor do regime do modelo interno, o modelo padrão vira colateral de uma estrutura de incentivos, devendo então sofrer tratamento mais conservador.

Outro ponto a enfatizar é que, a exigência de capital é destinada a prover o sistema de uma alocação de capital condizente com a minimização da utilização dos instrumentos da *safety net* do sistema financeiro sob condições de relativa normalidade da economia, respeitando ao máximo a eficiência alocativa do mercado, isto é, alocando capital de forma proporcional aos riscos

⁵⁶ De forma a preservar nossa premissa básica de definir $K_{\text{Padrão}}$ como cota superior de K_{MI} , procederíamos modificação compatível no modelo padrão. Note-se também, que, aqui, estamos diante do

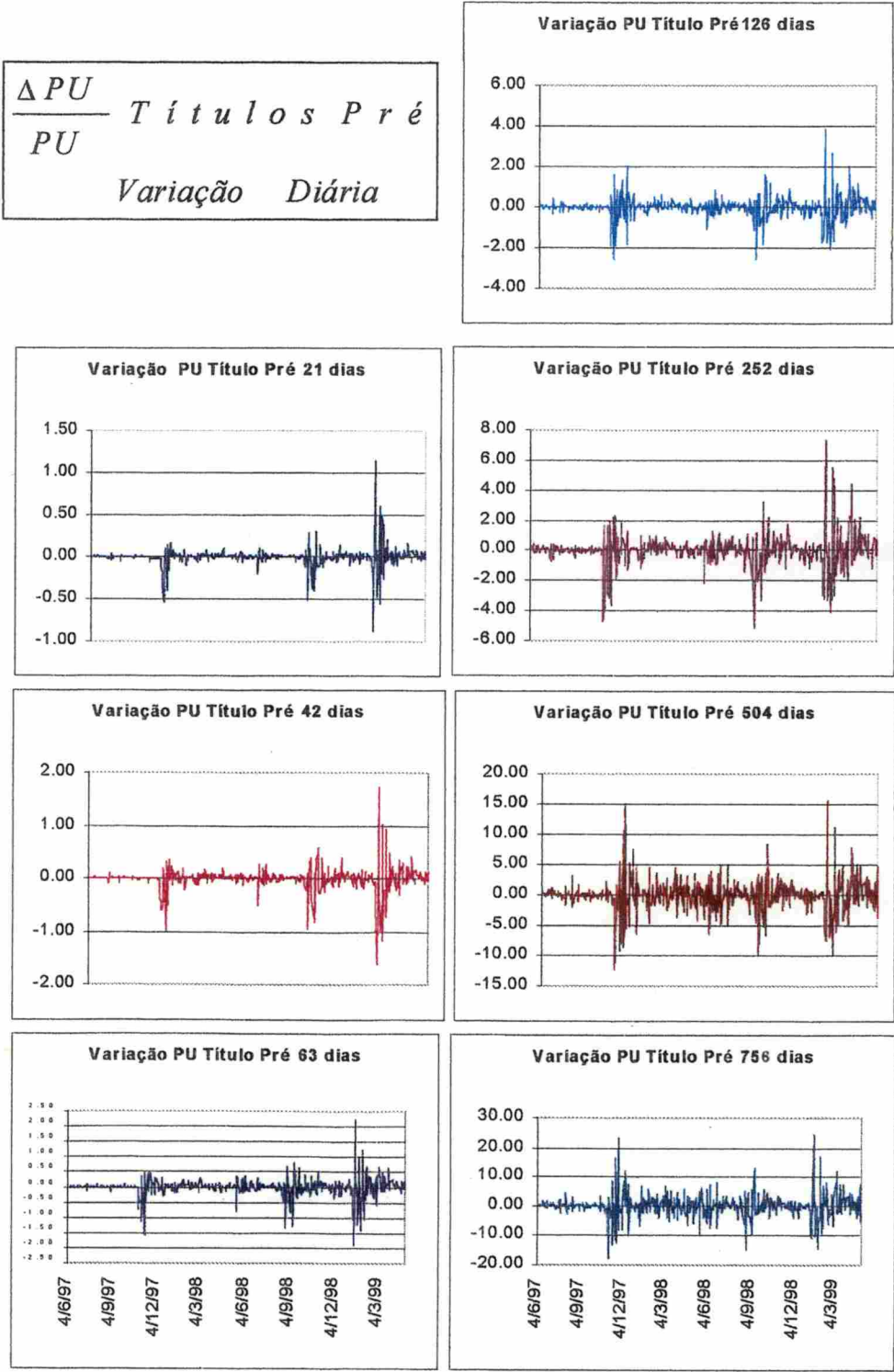
envolvidos, o que a metodologia do *VaR* provê de forma adequada. Nesse sentido, ela não deve pretender ser infalível embora possa-se reduzir bastante a margem de falhas no sistema como mostram nossos resultados. As situações de ruptura no sistema devem ser tratadas com os instrumentos adequados do que cuidamos na próxima seção.

período de turbulência e haverá quem advogue pelo relaxamento das exigências em função do risco sistêmico e esse é realmente um ponto delicado

7 – ANÁLISE DE STRESS

Contextualizando o objeto sob análise, seguem-se os gráficos das taxas de variação diária dos “papéis” associados aos Vértices da estrutura a termo da taxa de juros.

Gráfico 18 – Variações nos preços dos papéis associados aos Vértices



A análise aqui tem por objetivo a definição de limites para exposição em posições sob risco de taxa de juros prefixada. Trata-se de um enfoque complementar ao anteriormente adotado cujo objetivo era a definição do patrimônio líquido exigível em função da exposição de determinada posição. O enfoque agora é, tomando como dado um PLA, qual é exposição máxima admitida numa posição sob risco pré de prazo T? A questão será abordada de forma a limitar a perda oriunda de uma exposição E ao risco pré de T dias, sob certas hipóteses de cenários, a uma certa porcentagem, digamos %, do referido PLA. Queremos portanto que:

$$|\Delta E| \leq \% PLA \Rightarrow \frac{|\Delta E|}{|E|} |E| \leq \% PLA \Rightarrow \frac{|E|}{PLA} \leq \frac{\%}{\frac{|\Delta E|}{|E|}} = \frac{\%}{\left(1 - \left(\frac{1 + R_1}{1 + R_2}\right)^T\right)} = f(T, \%, R_1, R_2)$$

Onde T é o prazo em dias úteis, R₁ e R₂ são as taxas de juros spot para T dias úteis nos momentos 1 e 2 respectivamente e % seria o percentual do PLA admitido para a perda relativa àquela exposição.

Simulamos limites de alavancagem (|E|/PLA) baseados nas variações de R₁ para R₂. Tais variações, consideradas para períodos de 1 até 10 dias, foram aquelas observadas nas últimas crises e algumas estabelecidas *ad hoc*. Obtivemos, portanto, valores para os limites de exposição expressos como múltiplos do PLA de acordo com as hipóteses efetuadas. Tais valores são apresentados nas Tabelas 13 e 14.

Tabela 13: Limites de alavancagem necessários para limitar a perda em 30% do PLA

Prazo	Ásia	Rússia	Janeiro / 99	Ad hoc
21	33.1	31.6	17.4	43.3
42	26.2	22.3	9.3	30.6
63	18.3	19.5	7.1	20.5
126	9.5	11.0	5.4	10.3
252	5.9	6.8	3.1	5.2
504	2.0	4.1	1.7	2.7
756	1.4	2.8	1.2	1.8

Tabela 14: Limites de alavancagem necessários para limitar a perda em 50% do PLA

Prazo	Ásia	Rússia	Janeiro / 99	Ad hoc
21	55.2	52.7	29.0	72.2
42	43.7	37.1	15.4	51.0
63	30.5	32.5	11.9	34.1
126	15.9	18.4	8.9	17.2
252	9.8	11.3	5.1	8.7
504	3.3	6.9	2.8	4.5
756	2.3	4.7	2.0	3.1

Os valores considerados para a variação de R1 para R2 estão descritos na tabela abaixo.

Tabela 15: Variações de R1 para R2 utilizadas nas simulações

Prazo	Ásia		Rússia		Janeiro / 99		Ad hoc	
	R1(%)	R2(%)	R1(%)	R2(%)	R1(%)	R2(%)	R1(%)	R2(%)
21	28.32	43.13	24.28	39.33	29.7	59.85	15	25
42	29.27	38.52	26.94	37.71	29.18	57.4	15	22
63	29.94	38.52	29.32	37.6	29.17	53.46	15	22
126	26.06	34.39	31.89	39.37	29.79	45.63	15	22
252	28.38	35.25	33.26	39.41	30.75	44.84	15	22
504	25.88	36.54	35.81	41.02	33.00	46.68	15	22
756	25.88	36.54	35.81	41.02	33.00	46.68	15	22

Os resultados acima obtidos são ilustrativos do potencial de perda associado a uma posição comprada ou vendida sob risco pré de T dias.

Entretanto, a posição sob risco pré de uma instituição, numa determinada data, é composta, em regra, por um conjunto de fluxos, comprados ou vendidos, distribuídos ao longo do tempo.

De forma a obter um limite de exposição ao risco pré, com vistas a estabelecer um nível máximo de perda que uma tal posição possa imputar a um dado PLA, nos termos que obtivemos acima para posições individuais, procederemos algumas simplificações como passamos a descrever.

Considere-se o fluxo de caixa representativo de uma posição sob risco “Taxa de Juros Pré”, com valor presente VP, composto de:

N_1 fluxos “comprados”, C_i , $i=1, \dots, N_1$, com valor presente C .

N_2 fluxos “vendidos”, V_j , $j=1, \dots, N_2$, com valor presente V .

Sejam ainda, $R_{t,T}$ a taxa de juros *Spot*, anualizada, associada ao prazo T , $r_{t,T}$ a taxa de juros equivalente em regime de capitalização contínua, T_i o prazo referente ao fluxo i , temos:

$$e^{-\frac{r_{t,T} T}{252}} = \frac{1}{(1 + R_{t,T})^{T/252}} \Rightarrow r_{t,T} = \ln(1 + R_{t,T})$$

fazendo $r_{t,T_i} = r_i$, para simplificar a notação, temos :

$$\begin{aligned} VP_t &= \sum_{i=1}^{N_1} C_i e^{-\frac{r_i T_i}{252}} - \sum_{i=1}^{N_2} V_i e^{-\frac{r_i T_i}{252}} \Rightarrow \Delta VP = \sum_{i=1}^{N_1} \frac{\partial C_i e^{-\frac{r_i T_i}{252}}}{\partial r_i} - \sum_{i=1}^{N_2} \frac{\partial V_i e^{-\frac{r_i T_i}{252}}}{\partial r_i} \\ &= \sum_{i=1}^{N_1} -\frac{T_i}{252} C_i e^{-\frac{r_i T_i}{252}} \Delta r_i - \sum_{i=1}^{N_2} -\frac{T_i}{252} V_i e^{-\frac{r_i T_i}{252}} \Delta r_i \text{ (em primeira ordem)} \end{aligned}$$

fazendo a hipótese que $\Delta r_i = r_{i,t} - r_{i,t-1} = \ln\left(\frac{1 + R_{i,t}}{1 + R_{i,t-1}}\right)$ é a mesma $\forall i$,

isto é, de um deslocamento paralelo da curva de juros*, no valor de Δr , e definindo :

$$D_c = \frac{\sum_{i=1}^{N_1} \frac{T_i}{252} C_i e^{-\frac{r_i T_i}{252}}}{\sum_{i=1}^{N_1} C_i e^{-\frac{r_i T_i}{252}}} \quad e \quad D_v = \frac{\sum_{i=1}^{N_2} \frac{T_i}{252} V_i e^{-\frac{r_i T_i}{252}}}{\sum_{i=1}^{N_2} V_i e^{-\frac{r_i T_i}{252}}} \quad *$$

como as “Durações” das posições comprada e vendida, respectivamente, teremos: $\Delta VP = -CD_c \Delta r + VD_v \Delta r = (-CD_c + VD_v) \Delta r$, cujo valor queremos fazer menor ou igual a um dado percentual, digamos %, do PLA.

Obtêm –se portanto:

$$|\Delta VP| \leq \%PLA \Rightarrow |(-CD_c + VD_v) \Delta r| \leq \%PLA \Rightarrow \frac{|(-CD_c + VD_v)|}{PLA} \leq \frac{\%}{|\Delta r|}$$

* em Varga, G. e Marcos Valli (1999) “Movimento da Estrutura a Termo da Taxa de Juros Brasileira e Imunização” trabalho submetido para publicação na RBE, baseado na tecnologia de Análise de Componentes Principais, os autores obtiveram resultados em que o fator responsável pelos deslocamentos paralelos da Estrutura a Termo explica cerca de 85% dos movimentos da mesma.

Resumindo, dado um fluxo de caixa representativo da posição sob risco pré de uma determinada instituição, o enquadramento de *stress* exigido será

feito, exigindo que a estatística $\frac{|(-CD_c + VD_v)|}{PLA}$, que podemos chamar de índice

de exposição ao risco pré, seja inferior a um certo número que será fixado pelo Banco Central. O quadro abaixo ilustra algumas possibilidades para esse número, que, será função basicamente de dois parâmetros, a saber, a perda admitida para a posição sob risco “taxa pré”, expressa como percentagem do PLA, isto é, o valor de %, e o deslocamento paralelo da curva de juros que se quer trabalhar. O quadro abaixo ilustra algumas possibilidades para esse número.

R1	R2	Δr	%=.3	%=.4
20%	25%	0.04	7.35	9.8
20%	30%	0.08	3.75	4.99
20%	40%	0.15	1.95	2.60

Ou seja, nosso número deve ser algo entre dois e dez, em escala decrescente do grau de conservadorismo que se quer adotar.

Com o objetivo de esclarecer a abordagem adotada, vamos resumir o que foi feito e ilustrar as situações típicas possíveis.

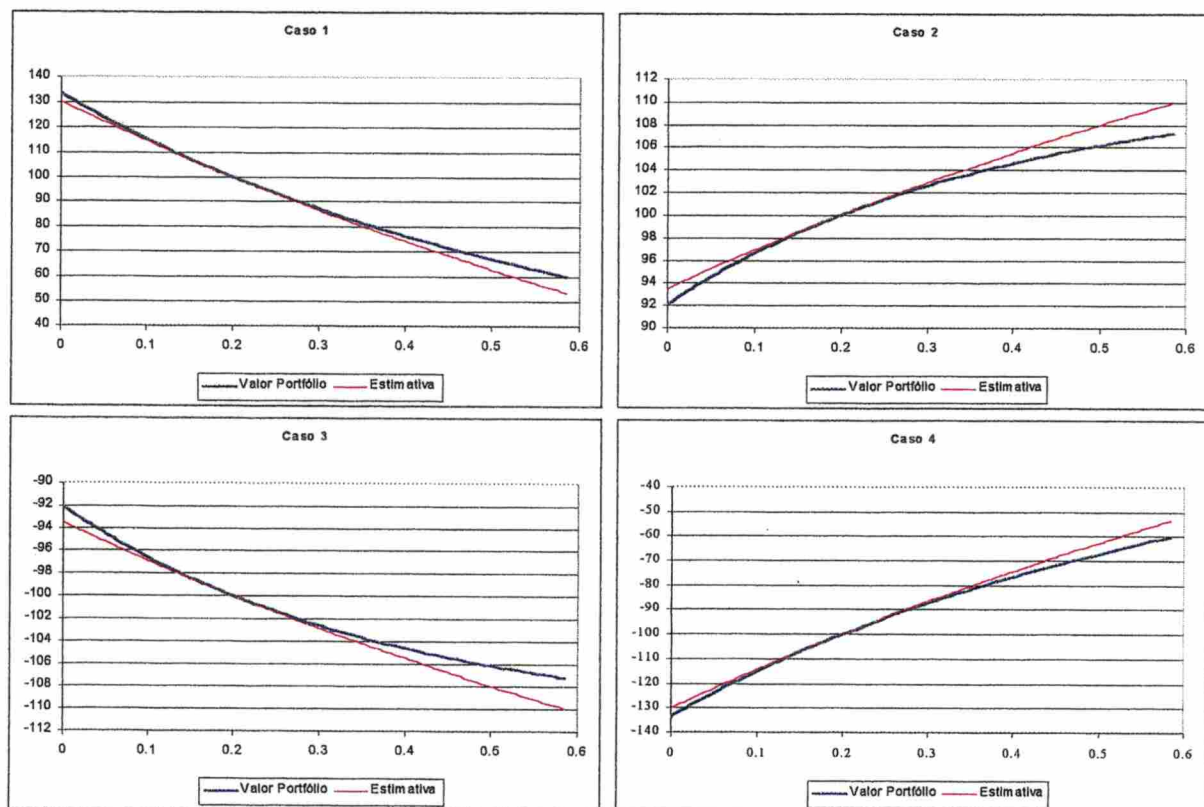
O fluxo pré foi modelado como:

- uma posição comprada com valor presente C e duração D_c
- uma posição vendida com valor presente V e duração D_v

A variação do portfólio foi estimada por aproximação linear supondo um deslocamento paralelo da curva de juros. Há quatro casos possíveis que se reduzem a duas situações, como ilustrado no gráfico 17 a seguir:

- caso 1: $C > V$; $D_c > D_v$
- caso 2: $C > V$; $D_c < D_v$
- caso 3: $C < V$; $D_c > D_v$
- caso 4: $C < V$; $D_c < D_v$

Gráfico 19 : Aproximação Linear x Perda Efetiva



Como vemos, nos casos 1 e 3, para uma queda da taxa de juros, a posição obtém um ganho, e, portanto, a diferença entre a aproximação linear e a variação efetiva da posição não preocupa. Para uma subida dos juros, a aproximação linear estima uma perda maior do que a efetiva, logo, o limite estabelecido é confortável. Nos casos 2 e 4, a estimativa é menor do que a perda efetiva na queda dos juros, porém, como uma queda brusca dos juros é menos plausível do que uma subida brusca, acreditamos que a aproximação linear atende adequadamente aos objetivos da análise, até porque, pode-se atuar no sentido precaucional pela especificação mais conservadora dos parâmetros $\%$ e Δr .

CONCLUSÃO

A principal contribuição da dissertação é de natureza metodológica. O problema da alocação de capital para cobertura de risco de mercado foi tratado, no específico, para o caso do risco de mercado de taxas de juros de natureza prefixada, objeto central do trabalho. Porém, a metodologia utilizada tem natureza abrangente e pode ser estendida para o tratamento do risco de mercado em geral.

O enfoque adotado para definição do Modelo Padrão é inovador e enfrenta um dos seus principais defeitos que é sua natureza estática, geradora de exigências de capital nem sempre adequadas aos seus próprios objetivos.

Com a definição de um modelo padrão a partir de um modelo interno de referência como uma sua cota superior, prepara-se o caminho para a adoção do enfoque do modelo interno com a viabilização da criação de uma estrutura de incentivos ao desenvolvimento de sistemas de risco que o enfoque tradicional não necessariamente consegue atingir.

No aspecto metodológico, o enfoque adotado baseia-se, por um lado, na definição de exigências de capital para cobertura do risco em questão baseado no conceito de *VaR*, o que permite uma alocação de capital adequada para as condições normais da economia, com um grau de conservadorismo que pode ser calibrado de acordo com os objetivos desejados para a política de supervisão bancária no sentido prover uma alocação de capital que procure preservar a eficiência alocativa do mercado, definindo exigências de capital proporcionais ao risco envolvido, que é capturado pela medida de *VaR*. Nesse sentido o presente trabalho trata da definição da parcela do PLE relativa à exigência de capital para o risco “taxa pré” e fixa bases para sua extensão a outros tipos de risco. Outra contribuição é a proposição de um multiplicador variável na fórmula para exigência de capital definida pelo Comitê de Basiléia visando seu aprimoramento.

Por outro lado, trata-se das situações de *stress* da economia pela especificação de limites à formação de posições sujeitas a determinado risco, no caso, o risco de taxa pré, de forma a limitar a perda potencial em situações

de cenários desfavoráveis a um percentual do PLA da instituição, agora tomado como dado. Aqui também o trabalho traz uma contribuição inovadora, com a proposição de um “índice de exposição ao risco pré” que leva em conta o conjunto das posições compradas e vendidas ao invés de estabelecer limites individuais de alavancagem. Dessa forma aumenta-se o grau de liberdade na formação de posições, barateando o custo de posições “*hedgeadas*” que de outra forma seriam penalizadas por limites isolados de alavancagem.

Finalizando, deve-se ressaltar que os temas aqui tratados são hoje, motivo de intenso debate e estão longe de serem consensuais. O trabalho aqui realizado e as proposições efetuadas são parte de um todo que pressupõe extensões e aponta para a necessidade de intensa pesquisa e discussões no sentido de viabilizar uma correta adesão ao regime baseado nos modelos internos.

Uma extensão natural da modelagem efetuada neste trabalho pode ser feita para tratamento do risco do chamado *cupom cambial*, a taxa de juros doméstica na moeda estrangeira. Pensando no dólar, único mercado líquido para taxa de juros em moeda estrangeira em nossa economia, seria talvez conveniente retirá-lo da resolução 2606 de forma a uniformizar o tratamento para o *VaR* do cupom cambial em dólar.

Outro ponto importante que tangenciamos na seção 3, mais precisamente no item 3.2.2 é a questão da agregação dos diversos riscos sob a égide do modelo interno. No caso de implantação generalizada de um tratamento ao multiplicador da exigência de capital como sugerido nesse trabalho, essa questão precisa ser aprofundada.

Conforme mencionado no correr do trabalho, enfoques alternativos, estão e devem ser estudados, como esquemas do tipo pré-compromisso. Parece no entanto, que, uma integração do tratamento do risco de mercado com o risco de crédito deva anteceder esses enfoques mais abrangentes, de forma a se pensar num tratamento mais integrado dos diversos instrumentos de regulação e supervisão bancária que compõem a chamada *safety net*.

BIBLIOGRAFIA

- Basle Committee on Banking Supervision. "Ammendment to the capital accord to incorporate market risks," 1996a.
- Basle Committee on Banking Supervision; "Supervisory Framework for the use of Backtesting in Conjunction with the Internal Models Approach to Market Risk Capital Requirements". (1996b)
- JP Morgan RiskMetrics™ Technical Document, 1996
- Mina, Jorge "Improved Cashflow Map", The RiskMetrics Group, 1999
- Amante, A. "Acordo da Basiléia e Valor em em Risco: Análise da utilização da Metodologia RiskMetrics como instrumento de regulação Bancária para investimentos em Renda Variável no Brasil". Rio de Janeiro: COPPEAD/UFRJ, 1998 Dissertação de Mestrado.
- Barcinski, A., M., A "Risco de Taxa de Juros e a Dívida Pública Federal no Brasil Pós-Real" Rio de Janeiro: PUC (1997) Dissertação de Mestrado
- De La Roque, E. "Estrutura a termo da volatilidade em mercados de juros e futuros: características gerais e o mercado futuro de DI" Rio de Janeiro: PUC, 1996 (Tese de Doutorado)
- Hendricks, D. and Beverly Hirtle (1997): "Bank Capital Requirements for Market Risk: The Internal Models Approach," *FRBNY Economic Policy Review*, December, pp.1-12.
- Kupiec, P. H. and James O'Brien (1995): "Internal Affairs", *Risk*, May, pp. 43-48
- Kupiec, P. H. (1995): "Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models," *Journal of Derivatives* 3, pp.73-84.
- Kupiec, P. H. (1998): "Stress Testing in a Value at Risk Framework," *Journal of Derivatives*, fall, pp. 7-24.
- Kupiec, P. H. and James O'Brien (1996): "Bank Capital Regulation for Market Risks" Division of Research and Statistics, Board of Governors of the Federal Reserve System
- Kupiec, P. H. and James O'Brien "A pre-commitment Approach to Capital Requirements for Market Risk" FEDS Working Paper N° 95-34-1995
- Crnkovic, C.; Drachman, J.; (1996); "Quality Control"; *Risk*; v. 9; nº 9; sept.; p. 138-143.

Berger Allen, Richard Herring and Giorgio Szego, (1995). "The role of capital in financial institutions", Journal of Banking and Finance, September, pages 51-60

Lopez, J. A.; (1998); "Methods for Evaluating Value-at-Risk Estimates"; Federal Reserve Bank of New York.

Rochet, J.C. and Freixas, Xavier "Microeconomics of Banking", 1997

Jorion, P. (1997); "Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Market Risk"; editora McGraw-Hill.

Hull, J. Options, Futures and Other Derivative Securities, (1997) Third Edition Prentice Hall

Duarte, A. M. Jr "Model Risk and Risk Management", in Relatório Técnico, Departamento de Métodos Estatísticos, Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro. (1996)

Varga, G. e Marcos Valli (1999) "Movimento da Estrutura a Termo da Taxa de Juros Brasileira e Imunização" Trabalho submetido para publicação na RBE

Varga, G. Duração, Convexidade e Imunização, Resenha da BM&F, setembro, 1993

De La Roque, E. "O *VaR* como instrumento de controle de risco" Investidor Institucional, 20/ Maio, 1999

CA²R, "PROPOSTA DE METODOLOGIA PADRÃO PARA MENSURAÇÃO DE RISCOS DE MERCADO COM VISTAS À ALOCAÇÃO DE CAPITAL – RISCO DE TAXA DE JUROS", 1999