

FUNDAÇÃO GETÚLIO VARGAS  
ESCOLA DE ECONOMIA DE SÃO PAULO

**SANDRA KASSUMI YOSHIDA**

**AVALIAÇÃO DE PROJETOS NA PRESENÇA DE VOLATILIDADE:**  
Estudo de Caso de Empresas no Setor de Telecomunicações

São Paulo  
2008

**SANDRA KASSUMI YOSHIDA**

**AVALIAÇÃO DE PROJETOS NA PRESENÇA DE VOLATILIDADE:**  
Estudo de Caso de Empresas no Setor de Telecomunicações

Dissertação de mestrado apresentada à Escola de Economia da Fundação Getúlio Vargas, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Economia e Finanças Empresariais.

Área de concentração:  
Finanças Corporativas

ORIENTADOR: Prof. João Carlos Douat

São Paulo  
2008

SANDRA KASSUMI YOSHIDA

**AVALIAÇÃO DE PROJETOS NA PRESENÇA DE VOLATILIDADE:**

Estudo de Caso de Empresas no Setor de Telecomunicações

Essa dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Economia e Finanças Empresariais e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Área de concentração:  
Finanças Corporativas

Data de Aprovação: 02/04/2008

Banca Examinadora:

---

Prof. João Carlos Douat (Orientador)  
Fundação Getúlio Vargas

---

Prof. Dr. Ricardo Ratner Rochman  
Fundação Getúlio Vargas  
Dr. - Fundação Getúlio Vargas – São Paulo, Brasil  
Dr. - Groupe Hec Hautes Etudes Commerciales - Paris, França

---

Prof. Dr. Wilson Toshiro Nakamura  
Universidade Presbiteriana Mackenzie  
Doutor – Universidade de São Paulo – São Paulo, Brasil

## **DEDICATÓRIA**

Dedico este trabalho ao meu pai, pela inspiração e por ter motivado meu desenvolvimento na área de Finanças e Economia e à minha mãe, que como educadora sempre acreditou nos estudos como o melhor dos investimentos.

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, por colocar pessoas incríveis ao longo do meu caminho ao mesmo tempo em que permitiu este valioso aprendizado.

Aos Professores: Verônica, Rodrigo De Losso, Hsia Sheng , pela pronta ajuda neste trabalho.

Aos meus amigos Andréa Yamazaki , Eliane Noche , Fabiana Rossi e Ricardo Yoshinaga por abdicarem do precioso tempo de convívio em apoio ao meu desenvolvimento.

Aos meus amigos, colegas e professores do MPFE pelos excelentes momentos de convívio.

À Silvia Quiota, pela ajuda sem a qual este trabalho não seria possível e à Carol Garret, pelo bom astral que tornou esse período muito mais agradável.

À tia Satie, pelas dicas em trabalhos do meio acadêmico.

À minha irmã Rosely, pelo incentivo e apoio incondicional e ao meu irmão Eduardo, pelos conselhos valiosos.

Ao meu amigo Luiz Eugênio, pelo apoio e conversas que instigaram ainda mais o meu interesse e aprendizado nesta área.

Ao meu amigo e gerente Edson, pela compreensão e auxílio na conciliação das tarefas acadêmicas e corporativas durante o curso.

À ERICSSON pelo apoio financeiro.

## RESUMO

Quando as empresas decidem se devem ou não investir em determinado projeto de investimentos a longo prazo (horizonte de 5 a 10 anos), algumas metodologias alternativas ao Fluxo de Caixa Descontado (FCD) podem se tornar úteis tanto para confirmar a viabilidade do negócio como para indicar o melhor momento para iniciar o empreendimento.

As análises que levam em conta a incerteza dos fluxos de caixa futuros e flexibilidade na data de início do projeto podem ser construídos com a abordagem estocástica, usando metodologias como a solução de equações diferenciais que descrevem o movimento browniano.

Sob determinadas condições, as oportunidades de investimentos em projetos podem ser tratados como se fossem opções reais de compra, sem data de vencimento, como no modelo proposto por McDonald-Siegel (1986), para a tomada de decisões e momento ótimo para o investimento.

Este trabalho analisa a viabilidade de investimentos no mercado de telecomunicações usando modelos não determinísticos, onde a variável mais relevante é a dispersão dos retornos, ou seja, que a variância representa o risco associado a determinado empreendimento.

**Palavras-chave: Opções Reais. Avaliação de Risco.**

## **ABSTRACT**

When companies decide whether they should invest or not in a long run (5 to 10 years ahead) investment project, some alternative methodologies to the Discount Cash Flow (DCF) may become useful in order to confirm the business feasibility or to define the best moment to start the enterprise.

These analysis take into consideration both the cash flow uncertainty and the project starting date flexibility. It can also be built using a stochastic approach, such as the differential equation solutions for geometric Brownian motion.

Under certain conditions, project opportunities can be seen as call options with no maturity date, as the model proposed by McDonald-Siegel (1986) for the decision makers process and the optimum moment to start the project.

This work analyses the feasibility of investments in the telecommunication market using non deterministic models, where the most relevant variable is the return dispersion, i.e., the variance represents the risk associated to the enterprise.

**Keywords: Real Options. Risk Evaluation.**

## **LISTA DE ABREVIATURAS**

ANATEL – Agência Nacional de Telecomunicações

ARCH – Auto Regressive Conditional Heteroskedasticity

BEA – Bureau of Economic Analysis

CAPM – Capital Asset Pricing Model

FCD – Fluxo de Caixa Descontado

FED – Federal Reserve Board of Governors

FI-GARCH – Fractionally Integrated Regressive Conditional Heteroskedasticity

GARCH – General Regressive Conditional Heteroskedasticity

GDP – Gross Domestic Product

IP – Internet Protocol

ITU - International Telecommunications Union

MGB – Movimento Geométrico Browniano

OCDE – Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico

SML - Security Market Line

T-bonds – Treasury Bonds

TIR – Taxa Interna de Retorno

VaR – Value at Risk

VPL – Valor Presente Líquido

WACC – Weighted Average Cost of Capital



## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>11</b>
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>13</b>
2.1 Histórico dos modelos de predição.....	13
2.2 Risco x Incerteza .....	15
2.3 Aspectos Tecnológicos do Mercado de Telecomunicações.....	19
<b>3 O MODELO McDONALD-SIEGEL .....</b>	<b>22</b>
3.1 O Modelo Proposto .....	22
3.2 Método da Carteira Replicante.....	24
<b>4 METODOLOGIA UTILIZADA.....</b>	<b>28</b>
4.1 Determinação das Proxies.....	32
4.2 Fonte de dados.....	33
4.3 Descrição dos Dados.....	33
4.3.1 Taxa de Juros Livre de Risco .....	34
4.3.2 Custo de Oportunidade do Projeto .....	35
4.3.3 Ações de Empresas e Riscos dos Projetos.....	36
4.4 Testes de Adequação das <i>Proxies</i> de Volatilidade.....	41
<b>5 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE E APLICABILIDADE .....</b>	<b>49</b>
5.1 Premissas do Modelo.....	49
5.2 Limitações do Modelo.....	49
5.3 Análise de Sensibilidade .....	51
<b>6 MÉTODOS ESTOCÁSTICOS PARA ANÁLISE DE RISCO.....</b>	<b>54</b>
6.1 Projetos de Longo Prazo .....	54
6.2 Projetos de Curto Prazo.....	54
<b>7 INFLUÊNCIA DO VALOR DO PROJETO (V) NO VALOR DA OPÇÃO .....</b>	<b>61</b>
<b>8 PRÊMIO DE RISCO – <math>V^*/I</math> .....</b>	<b>64</b>
<b>9 CONCLUSÕES.....</b>	<b>67</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>70</b>

<b>ANEXOS.....</b>	<b>72</b>
--------------------	-----------

## 1 INTRODUÇÃO

A desregulamentação do Setor de Telecomunicações do mercado brasileiro nos anos 90 implicou reduções significativas nas margens e necessidade de maior eficiência das empresas, passando a demandar análises econômico-financeiras mais precisas dos investimentos em projetos e tecnologias.

Após um período de desaquecimento e redução nos investimentos em capital fixo nos anos de 2001 a 2003 na indústria de telecomunicações e tecnologia, devido ao estouro da bolha no mercado de tecnologia, surge agora no mercado brasileiro uma nova rodada de leilões para licenças de bandas que permitem disponibilizar serviços novos de terceira geração ao assinante, associada a um cenário de crescimento econômico considerável se comparado a um passado recente.

Tradicionalmente a análise de viabilidade financeira dos projetos parte de estimativas de fluxo de caixa futuros e valores presentes líquidos, porém pequenas alterações nos parâmetros podem significar valores consideráveis na avaliação de projetos e de opções, sendo necessário associar um prêmio de risco ao projeto:

Similar methodologies are often used for both models – parameters are derived from a “twin” portfolio asset that is freely traded in the open market. For investments whose underlying asset is not traded – and, therefore, has no market price – the proposed solution is to assume a process and find a duplicate “twin” portfolio of traded assets to simulate the cash flows of the underlying asset ... Using this approach will allow management to see which variables are more sensitive to miss-estimation and their subsequent effect on project valuation. (Brennan and Schwartz, 1985; Dixit and Pindyck, 1994; Trigeorgis, 1996 apud Vornatas; Lackey, 2001)  
[...] Such variables may be worthy of more study (Brealey and Myers, 2000 apud Vornatas; Lackey, 2001).

Diante deste cenário, a dissertação tem por objetivo analisar qual é o efeito da volatilidade dos retornos no prêmio de risco exigido para que um projeto de investimentos seja considerado viável sob a perspectiva de risco-retorno, utilizando o modelo proposto por McDonald-Siegel. Para isso, serão utilizadas 3 (três) carteiras hipotéticas representando oportunidades de investimentos, com diferentes graus de diversificação e seus *mark-ups* são comparados.

Assim, da observação das oportunidades em um mercado competitivo, uma abordagem alternativa é testada para a avaliação de projetos de investimentos, na busca de tomadas de decisão mais precisas. Esta ferramenta é desenvolvida como o tema central nessa dissertação.

O Capítulo 1 descreve como surgiu a necessidade de estudos mais precisos em atendimento às mudanças no mercado de telecomunicações e sua importância na tomada de decisões gerenciais. No Capítulo 2, é feita uma revisão bibliográfica abordando aspectos históricos e apresentando o cenário tecnológico. A seguir, o modelo de McDonald-Siegel e o método da carteira replicante são apresentados ao longo do Capítulo 3. No Capítulo 4 resume-se a metodologia a ser aplicada a partir de dados empíricos. As limitações de uso do modelo são apresentadas no Capítulo 5, bem como os fatores mais críticos da análise. O Capítulo 6 tem por objetivo verificar a validade de métodos de abordagem a Curto e Longo Prazos. Por se tratar de variáveis estocásticas, a influência do valor assumido pelo projeto tem seu impacto no valor da opção associada, verificado ao longo do Capítulo 7. O prêmio de risco necessário para viabilidade do projeto é calculado e resumido no Capítulo 8. Finalmente as conclusões são sumarizadas no Capítulo 9.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo inicia com um breve histórico da evolução dos modelos de previsão e suas aplicações e da apresentação de conceitos como incerteza, risco e seus tipos, facilitando o entendimento das condições de contorno e restrições do modelo.

Depois da análise do cenário acima e antes da apresentação do modelo proposto por McDonald-Siegel, uma breve recapitulação de conceitos matemáticos é feita para a melhor compreensão teórica.

### 2.1 Histórico dos modelos de predição

Devido a diversos fatores como legislação vigente, conhecimento tecnológico e condições operacionais, o cenário atual do mercado de telecomunicações é caracterizado por altos níveis de incerteza, e os métodos tradicionais de análise de investimentos como o Valor Presente Líquido (VPL) e Taxa Interna de Retorno (TIR) não se mostram sempre adequados devido à não consideração de alternativas no processo decisório como adiar, abandonar, expandir, suspender e retornar, introduzidos pela Teoria das Opções Reais.

Frequentemente as análises que utilizam a Teoria das Opções Reais resultam em valores de projetos mais elevados do que as avaliadas com o método de Fluxo de Caixa Descontado (FCD), pois a existência de flexibilidade representa um valor adicional a um projeto.

Embora somente formalizada no século XX, a idéia e aplicação das opções reais já aconteciam em transações desde os povos da antiguidade. De acordo com COPELAND e ANTIKAROV (2001, p.7), há registros de Aristóteles sobre a história de um filósofo sofista da cidade de Mileto (atual Turquia), chamado Tales, que usando seus conhecimentos astronômicos e meteorológicos herdados dos babilônios, previu uma boa safra de azeitonas na próxima colheita, ou um ano antes da mesma; juntou todas as suas economias e negociou antecipadamente com os

proprietários de prensas de azeite de oliva, o direito de alugar as máquinas durante certo período no futuro, mediante pagamento imediato.

Chegada a hora do processamento do azeite, Tales pôde cobrar dos interessados um valor maior, dada à alta demanda e uma oferta limitada, fazendo fortuna e deixando registrado o caso mais antigo de contrato de opções reais.

Formalmente os trabalhos iniciais de BLACK E SCHOLES (1973) e também de MERTON (1973) tiveram o intuito de precificar as opções financeiras, e logo questionou-se a possibilidade de aplicar tais métodos para a tomada de decisões de investimentos, em um cenário de incerteza. Essa nova ferramenta de precificação adicionada ao tradicional FCD, passa a compor a metodologia gerencial denominada genericamente como Teoria das Opções Reais.

Em seguida, HULL (1977) conceituou uma opção como um instrumento contratual que concede ao detentor o direito, mas não uma obrigação de exercer uma compra ou venda a um determinado preço pré-fixado (preço de exercício), em uma data combinada (vencimento).

Os modelos matemáticos tiveram aplicação imediata na avaliação de investimentos em campos como a mineração (commodities) e a associação com ativos reais foi feita por TOURINHO (1979), utilizando o conceito de opções para precificar o valor de reservas de recursos naturais não renováveis, sujeitos a volatilidade de preços. MYERS E MAJD (1983) estudaram o valor de abandono do projeto usando a mesma metodologia.

BRENNAN E SCHWARTZ (1985) estenderam o conceito para a operação ótima de uma mina de cobre, assim como fez OLIVEIRA (1991) ao avaliar reservas de petróleo. McDONALD E SIEGEL (1986) determinaram o momento ótimo de fazer o investimento em projetos sujeitos a volatilidade estocástica de tempo contínuo. Ainda DIXIT E PINDYCK (1994) e TRIGEORGIS (1995) consolidaram estes conceitos em um modelo abrangente, mostrando que o método tradicional subestima projetos que tem valor de opção, representada pela flexibilidade gerencial das

opções. DIAS E ROCHA (1999) utilizam modelos estocásticos, mostrando a maior adequação à realidade, porém com maior complexidade.

O Quadro 1 mostra a analogia entre as Opções Financeiras e Opções Reais, desenvolvidas com a evolução dos modelos.

<b>Variável</b>	<b>Opções Financeiras</b>	<b>Opções Reais (Investimento)</b>
Custos	Preço de Exercício	Valor Presente dos Custos de Desenvolvimento (Investimento)
Ativos Subjacentes	Ação da Empresa	Valor Presente das Receitas provenientes do Projeto
Retorno do Capital	Retorno da Ação	Retorno do Projeto
Ganhos do Capital (ativo)	Variações no preço das Ações	Variações no Valor do Projeto
Dividendos (ativo)	Fluxo de Dividendos da Ação	Fluxo de Dividendos do Projeto
Incerteza	Volatilidade do Preço da Ação	Volatilidade do Valor do Projeto
Maturidade	Término do Contrato	Vida útil do Projeto

Quadro 1 – Comparativo entre Opções Financeiras e Opções Reais

Fonte: Adaptado: Paddock, Siegel e Smith (1988)

## 2.2 Risco x Incerteza

A fonte de volatilidade deste estudo provém do risco financeiro, simplesmente denominado de risco neste texto, e está presente em qualquer cenário de análise onde há consciência das eventuais variações na distribuição dos retornos possíveis (MARCH E SHAPIRA, 1987), ou seja, da possibilidade de perdas, mas há predisposição de participação em um empreendimento devido às expectativas de ganho.

O conceito de risco tem sido usado desde a Teoria Moderna das Carteiras, de MARKOWITZ (1952), baseada no binômio de risco e retorno, quando mostrou em seu artigo a possibilidade de redução do desvio-padrão através da escolha de ações cujos movimentos não sejam idênticos.

A relação numérica entre risco e retorno foi apresentada por William SHARPE, John LINTNER e Jack TREYNOR (1960) e mostrou o modelo conhecido com o CAPM

(*Capital Asset Pricing Model*), válido para um mercado competitivo onde o prêmio de risco varia em proporção direta ao fator Beta:

$$r - r_f = \text{Beta}(r_m - r_f) \quad (1)$$

onde,

$r$  = taxa de retorno dos ativos

$r_f$  = taxa livre de risco (*risk free rate*)

Beta = contribuição marginal do ativo no risco da carteira de mercado

$r_m$  = retorno do carteira de mercado

Ou analiticamente: o prêmio de risco de uma ação é proporcional ao Beta multiplicado pelo prêmio de risco do mercado.

O coeficiente Beta representa o risco não diversificado e segundo GITMAN (1997, p.222), “é um índice do grau de movimento do retorno do ativo em resposta à mudança de retorno do mercado”.

Observa-se no Gráfico 1 a relação do retorno esperado do investimento em função do Beta, conhecido como *Security Market Line* (SML):

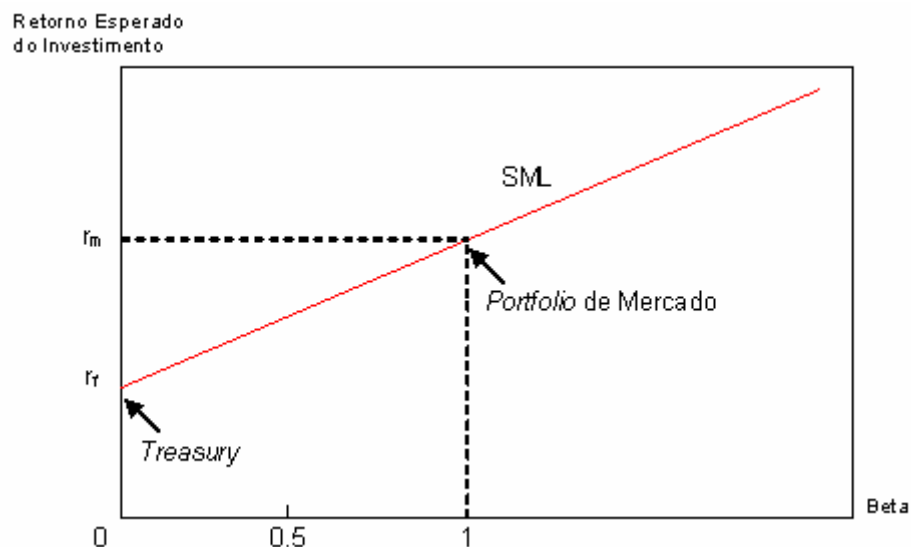


Gráfico 1- Security Market Line  
Fonte: BREALEY-MYERS-ALLEN, 2005

Existem 2 pontos notáveis no Gráfico 1: o ativo de menor risco possível, também chamado de taxa livre de risco (*risk free ou  $r_f$* , porém neste texto será denominado



simplesmente por  $r$ ) corresponde aos *Treasury Bonds* americanos, pois seu retorno é fixo, independentemente das oscilações de mercado, ou seja, o  $\text{Beta}=0$ . Outro ponto notável ocorre quando  $\text{Beta}=1$ , ou seja, o ativo acompanha as oscilações de mercado na mesma proporção, sem atenuações nem ampliações de efeitos.

Embora a idéia seja importante na compreensão do comportamento do mercado, COSTA Jr. e NEVES (2000, p.99) citam 3 argumentos provenientes de trabalhos recentes, que discordam do uso do Beta como medida de risco de um ativo:

- a) as respostas sistemáticas a variáveis macroeconômicas como taxa de juros e câmbio, bem como a variáveis relacionadas aos preços das ações devem ser levadas em consideração;
- b) trabalhos como os de LAKONISHOK E SHAPIRO (1986) revelaram evidências empíricas que os retornos dos ativos são influenciados por medidas de risco não sistemáticas como a variância total dos retornos de empresas;
- c) trabalhos como os de FAMA E FRENCH (1992) evidenciam a não existência da relação sistemática entre o Beta e o retorno dos ativos.

Assim, concluem COSTA Jr. e NEVES (2000, p.100), o Beta é incompleto como medida de risco. Esta conclusão mostra a importância de buscar modelos mais elaborados.

Para que o conceito de risco, associado ao fator Beta se torne mais claro, seguem algumas definições de autores para esta variável.

Segundo McCRIMMON e WEHRUNG (1986), *apud* STEINER Neto (1998), o risco tem 3 (três) componentes estocásticas:

- a) perda ou dano (magnitude da perda);
- b) possibilidade associada a essa perda;
- c) flexibilidade para reduzir ou aumentar a exposição à perda;

Os mesmos autores também determinam as fontes causadoras do risco, que seriam:

- a) ausência de controle;
- b) ausência de informações;
- c) ausência de tempo.

Uma empresa normalmente não atua ambientes em que não pode controlar os riscos, mas pode especular ou investir em um novo produto, se neste cenário ela for o melhor preditor de resultados se comparado aos outros participantes do mercado. Assim, os conceitos de especulação e de investimento diferem principalmente nos níveis de incertezas envolvidas, onde na especulação, a presença da incerteza tem um grau maior.

Os investimentos são negócios geradores de renda ou empreendimentos destinados a ganhos de capital e podem ser interpretados tanto no sentido de um investimento financeiro como um investimento de esforço e tempo por parte de um indivíduo que deseja colher lucros pelo sucesso de seu trabalho, como é o caso do presente trabalho. O investimento sugere a idéia de que a segurança do valor principal investido é importante.

Outros autores como FRANK KNIGHT (1972) distingue risco e incerteza: "A diferença prática entre as duas categorias, risco e incerteza, é que na primeira a distribuição do resultado num grupo de casos é conhecida (através do cálculo a priori, ou das estatísticas da experiência passada), enquanto no caso da incerteza isso não ocorre, em geral devido ao fato de que é impossível formar um grupo de casos, porque a situação que se enfrenta é, em alto grau, singular".

Pela definição de KNIGHT, a diferença básica entre risco e incerteza consiste na presença ou não de uma distribuição de probabilidades sobre certo evento. Então, segundo o autor, usa-se o termo **incerteza** quando não se conhece a distribuição de probabilidade dos resultados, caso contrário o termo **risco** é mais apropriada, por associar as possíveis respostas às respectivas probabilidades de ocorrência.

O ANEXO VIII mostra a classificação e exemplos de Riscos aos quais os projetos em análise estarão expostos, e foram apresentados com o objetivo de desenvolver a intuição do cenário de atuação, uma vez que não existe um único conceito para definir o termo.

### 2.3 Aspectos Tecnológicos do Mercado de Telecomunicações

Após uma abordagem conceitual de riscos, os aspectos tecnológicos são apresentados e o cenário atual onde se pretende aplicar o modelo para a tomada de decisão é descrito.

Seguindo as tendências globais de desregulamentação, o setor de Comunicações brasileiro rompe nos anos 90 um cenário que tinha sua regra ótima determinada por modelos clássicos marshallianos e de monopólio natural e inicia uma fase de liberalização econômica, com as medidas verificadas nos Decretos 4733/03 (convergência do regime de tetos tarifários) e com o fim da concessão em 2005, com a intenção clara de modernizar e compatibilizar a regulamentação com a nova realidade de negócios mundial.

Com a conseqüente criação de competição no mercado, as empresas passam a ter plena consciência de que o estudo detalhado da viabilidade técnico-econômica é fundamental para evitar decisões equivocadas e comprometimento do bem estar social intertemporal. A negligência da análise em um ambiente de alta volatilidade na demanda por tráfego, avanços tecnológicos dinâmicos com risco de rápida obsolescência e flexibilidade de decisões levariam a empresa participante deste mercado competitivo ainda sujeito às limitações e restrições do órgão regulador Agência Nacional de Telecomunicações (ANATEL) a ser remunerada abaixo do seu custo de oportunidade, constituindo-se em um desequilíbrio gerencial grave.

Outro aspecto a ser analisado é o das tendências tecnológicas. As propriedades das redes de telecomunicações variam muito de um país para outro, devido às características culturais e socioeconômicas peculiares, significando custos adicionais devido à necessidade de um processo de climatização, mesmo em produtos e tecnologias aplicadas em escalas internacionais.

Embora a maioria dos países contem com a presença de empresas capazes de planejar, implementar e operar uma rede de telecomunicações, o mesmo não pode ser dito quanto ao domínio científico e tecnológico e da auto suficiência na produção adequada ao seu próprio mercado.

Assim, algumas soluções são projetadas para atender demandas tecnológicas de países com maiores condições econômicas, tipicamente os da Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), e o atendimento ao mercado de países emergentes se restringe a uma pequena parcela desta população, cuja renda possibilita viabilizar o retorno sobre o investimento no projeto.

De acordo com as tendências de evolução tecnológica citados por BRAGANÇA, ROCHA e MOREIRA (2006), atualmente existem 4 (quatro) áreas de grande potencial que devem receber incentivos regulatórios e governamentais por propiciarem o desenvolvimento da indústria nacional, gerando empregos e levando a uma maior autonomia tecnológica reduzindo a dependência com as importações, além de estimular a inclusão digital e potencialmente aumentar as exportações brasileiras. São elas:

- a) comunicações *Wireless*: consideradas pela Internacional Telecommunications Union (ITU) como a melhor opção de universalização de serviços em países de grande extensão territorial por demandarem menores investimentos em infraestrutura. Como exemplos podem-se citar: TV digital, WiMAX fixo e móvel e redes celulares de terceira geração (3G).
- b) serviços de Conectividade usando o Protocolo IP: esta tecnologia permite a comunicação por pacotes com maior eficiência dos recursos da rede, onde é possível ofertar novos serviços como a convergência de dados, voz e vídeo e os serviços de multimídia como músicas e jogos para terminais portáteis.
- c) serviços Digitais e Conteúdos: Conforme a ITU, tais serviços podem ser uma forma eficiente para promover o desenvolvimento nas economias emergentes, maiores do que a difusão tradicional, e para isso seriam disponibilizados conteúdos educacionais e publicações científicas.
- d) transporte em Banda Larga: o maior tráfego demandará a ampliação da capacidade da rede de acesso, dos *backbones* e dos sistemas de gestão para a diversidade de tráfego da rede integrada de voz, dados e vídeo. Neste item em

particular, destaca-se a necessidade de maior financiamento na expansão industrial, se comparado aos investimentos em desenvolvimento tecnológico, pois o Brasil já conta com a maturidade nesta capacidade intelectual.

Antes de apresentar o modelo proposto por McDonald-Siegel, recapitularemos alguns conceitos estatísticos de processos não determinísticos, que podem ser encontrados no ANEXO IX.

### 3 O MODELO McDONALD-SIEGEL

Neste Capítulo uma evolução do tradicional método do FCD é apresentada e através da construção de uma Carteira Hipotética protegida, ou seja, com o retorno equivalente à taxa livre de riscos, um conjunto de equações diferenciais e suas condições de contorno é modelado e as soluções são expressas por meio do valor da opção  $F(V)$  e do valor crítico ( $V^*$ ).

#### 3.1 O Modelo Proposto

Seja  $V_t$  o valor que representa o valor presente dos fluxos de caixa descontados, refletindo as informações disponíveis em  $t$ . Para a empresa,  $V_t$  é o valor de mercado do ativo gerador do fluxo de caixa que se torna possível devido à implementação do projeto.

Seja  $F_t$  o custo irreversível, específico para o projeto, ou seja, o investimento necessário para a existência do projeto.

No modelo original, McDonald e Siegel estabeleceram que tanto o valor do projeto como o valor do investimento eram estocásticos e seguiam um MGB, entretanto neste trabalho assumiremos que o investimento é determinístico, pois os custos envolvidos são conhecidos, se houver uma tomada de preços prévia com os fornecedores e se for preparado um orçamento, o que é uma prática comum. Sendo uma situação particular do modelo, a simplificação não deve prejudicar os resultados da análise, seguindo o mesmo procedimento que em MASCARENHAS (2003).

Neste trabalho, o valor do investimento  $F_t$  será denominado simplesmente por  $I$  e considerado fixo e conhecido durante toda a janela de análise que compõe cada amostra.

De acordo o comparativo da Tabela 1, nota-se que o problema é similar ao da precificação de opções. O comportamento do ativo contingente representa o fluxo de caixa futuro descontado esperado.

Como os valores das opções reais de esperar dependem dos valores específicos do projeto ( $V$ ) na data de análise, foi necessário considerar um limiar para tornar o resultado independente da realização estocástica da variável  $V$ . Este limiar a partir do qual o projeto de investimentos é considerado viável é denominado  $V$  crítico, representado no texto por  $V^*$ .

Existem duas maneiras de interpretar o valor crítico  $V^*$  em um ambiente de maior incerteza: a primeira como sendo o valor associado ao momento ótimo de investimento ( $t^*$ ) para iniciar dado projeto, e a segunda abordagem, de escolha de projetos cujos retornos atuais superem o valor crítico.

O problema do momento ideal de investimento equivale a identificar em qual momento o valor presente dos fluxos de caixa descontados excedem o valor crítico  $V^*$ . Para este ponto, é razoável considerar que  $V_t > V^* > I$ , pois, agora incorpora-se o valor da flexibilidade de aguardo para iniciar o projeto.

Seja  $X_t$  o valor do ativo replicante (*proxy*), e  $\rho_{xv}$  a correlação deste ativo com  $V_t$ , o valor presente do fluxo de caixa descontado. O valor de  $\rho_{xv}$  deve ser próximo de 1 para que a análise através dos ativos replicantes observáveis seja válida. Esta premissa foi adotada no presente estudo.

Da expressão para o movimento geométrico browniano com tendência, o comportamento da *proxy* poderá ser modelado por:

$$dX = \alpha X_t dt + \sigma X_t dz \quad (2)$$

onde:

$\alpha$  é a taxa de crescimento esperada de  $V$  (coeficiente de tendência)

$\sigma$  é a volatilidade associada ao processo de Wiener,  $dz$

### 3.2 Método da Carteira Replicante

Uma carteira hipotética é composta por:

$$\phi = F(V) - \frac{dF(V)}{dV} V \quad (3)$$

onde:

$F(V)$  = valor da opção

$V$  = valor presente do projeto de investimento

Significando que ao comprar  $F(V)$  em opções do projeto e vender  $dF/dV$  unidades do projeto de valor presente  $V$ , o participante de posição comprada exige do projeto o retorno maior ou igual a  $\mu V$ .

Definindo

$$\mu \equiv \alpha + \delta$$

onde,

$\delta$  = custo de oportunidade de manter a opção de investimento, adiando o início do projeto

A contrapartida será o participante de posição vendida, que requer pagamento em cada período de  $\delta V \frac{dF}{dV}$ .

Desta composição, o retorno da carteira será (Posição Comprada + Posição Vendida + Remuneração pela posição Vendida):

$$d\phi = dF - \frac{dF}{dV} dV - \delta V \frac{dF}{dV} dt \quad (4)$$

Do Lema de Itô,



$$dF = \frac{\partial F}{\partial X} dX + \frac{\partial F}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial X^2} (dX)^2$$

Ou, na expressão de  $V_t$ :

$$dF = \frac{dF}{dV} dV + 0 + \frac{1}{2} \frac{d^2 F}{dV^2} (dV)^2$$

onde,

$$(dV)^2 = (\alpha V dt)^2 + (\sigma V dz)^2 + 2(\alpha V dt)(\sigma V dz), \text{ ou}$$

$$(dV)^2 = \sigma^2 V^2 dt$$

Esta última derivação encontra-se no ANEXO III.

Logo,

$$d\phi = dF - \frac{dF}{dV} dV - \delta V \frac{dF}{dV} dt =$$

$$d\phi = \frac{dF}{dV} dV + \frac{1}{2} \frac{d^2 F}{dV^2} (dV)^2 - \frac{dF}{dV} dV - \delta V \frac{dF}{dV} dt =$$

$$d\phi = \left( \frac{1}{2} \frac{d^2 F}{dV^2} \sigma^2 V^2 - \delta V \frac{dF}{dV} \right) dt$$

Como se trata de uma carteira livre de risco, por construção, uma vez que são quantidades compradas do projeto e opções vendidas do mesmo projeto, o retorno é dado por:

$$d\phi = r \left( F - \frac{dF}{dV} V \right) dt$$

Igualando as expressões acima e escrevendo sob forma de equação diferencial homogênea:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 V^2 \frac{d^2 F}{dV^2} + (r - \delta)V \frac{dF}{dV} - rF = 0 \quad (5)$$

Sujeito às condições de contorno:

- a)  $F(0)=0$
- b)  $F(V^*)=V^*-I$
- c)  $F'(V^*)=1$

GRAVELLE e ROSS (1981) provaram que o problema de otimização sempre tem solução se o conjunto viável for não vazio, fechado, limitado e a função objetivo for contínua, além disso, COUTO (2006) cita dois teoremas: o teorema do ótimo local e global quando as funções objetivo são quase-côncavas e o conjunto viável é convexo, e o teorema da unicidade (ou da solução única) quando o conjunto viável é estritamente convexo e/ou a função objetivo é quase-côncava. Tais propriedades se verificam normalmente às funções de produção das empresas.

Assim, as características acima validam a condição do contato ótimo (*value matching condition*), expresso no item b) acima, ou seja, a opção é exercida no momento ótimo mediante pagamento do preço do exercício e também validam a condição de contato suave (*smooth pasting*), expresso no item c) acima, como a condição suficiente para o exercício ótimo da opção segundo SAMUELSON E McLEAN (1965a). A primeira condição de contorno é trivial, e indica que para valores nulos de projeto, a opção não tem valor associado.

A solução definida quando  $T = \infty$  para a equação (5) e que atende às 3 condições de contorno é dada por:

$$F(V) = AV^\beta \quad (6)$$

$$V^* = \frac{\beta}{\beta - 1} I \quad (7)$$

onde:

$$\beta = \frac{1}{2} - \frac{(r - \delta)}{\sigma^2} + \sqrt{\left[ \frac{(r - \delta)}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \right]^2 + \frac{2r}{\sigma^2}} \quad (8)$$

e

$$A = \frac{V^* - I}{V^{*\beta}} = \frac{(\beta - 1) I^{(\beta-1)}}{\beta^\beta I^{(\beta-1)}} \quad (9)$$

Ou seja, as opções podem assumir os seguintes valores:

a) para o caso de  $V > V^*$ , temos

$$F(V) = V - I \quad \text{e} \quad (10)$$

b) para o caso de  $V \leq V^*$ ,

$$F(V) = \frac{(\beta - 1) I^{(\beta-1)}}{\beta^\beta I^{(\beta-1)}} V^{\left( \frac{1}{2} - \frac{(r - \delta)}{\sigma^2} + \sqrt{\left[ \frac{(r - \delta)}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \right]^2 + \frac{2r}{\sigma^2}} \right)} \quad (11)$$

## 4 METODOLOGIA UTILIZADA

Após a apresentação do modelo proposto por McDonald-Siegel, passemos à aplicação em um caso no mercado de telecomunicações.

A metodologia se divide em 3 partes seqüenciais:

- a) Parte A: inicia com a obtenção de dados, construção das amostras e estimação da volatilidade dos retornos dos ativos;
- b) Parte B: teste de adequação das proxies escolhidas ao modelo proposto;
- c) Parte C: análise de sensibilidade e cálculo do prêmio de risco.

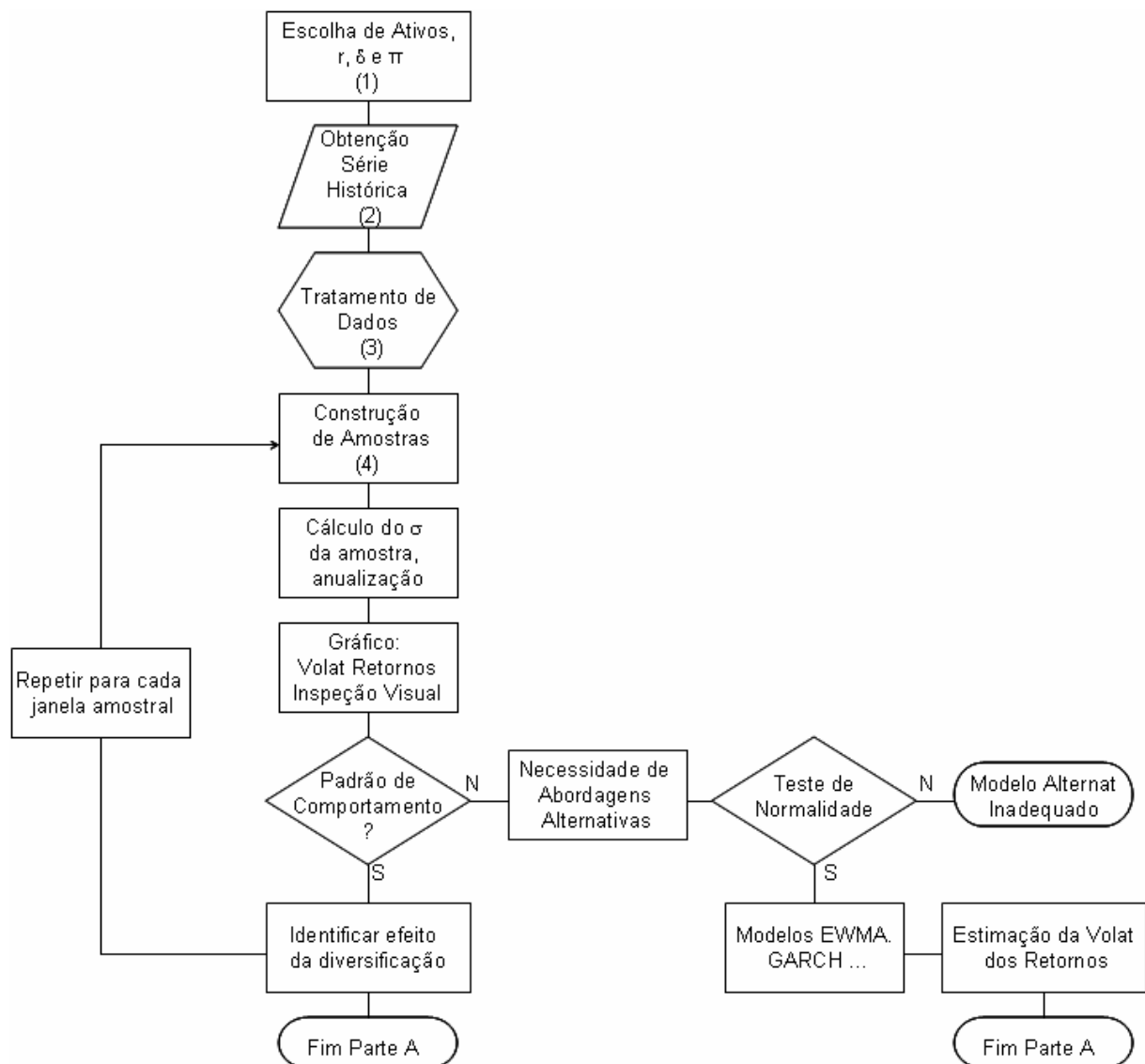
O Fluxograma 1 representa o processo na Parte A e mostra os principais passos realizados ao longo da dissertação.

Mais detalhadamente, observa-se no Fluxograma 1:

- (1) Foram escolhidas ações de empresas, entre brasileiras e internacionais para compor 3 Carteiras com diferentes graus de diversificação. Também são escolhidos representantes para a taxa livre de risco ( $r$ ), para o custo de oportunidade ( $\delta$ ) e para a eventual taxa de inflação ( $\pi$ ).
- (2) Obter as séries temporais para ações,  $r$ ,  $\delta$  e  $\pi$  anteriores no site Economática <[www.economatica.com.br](http://www.economatica.com.br)> para um período compatível com a análise e em número suficiente para obter representatividade no mercado.
- (3) Compatibilizar os dados fazendo a conversão de unidades (valores em Reais foram convertidos para Dólares Americanos), ajustando eventuais *splits* e distribuição de dividendos, assim como ajustando o calendário devido aos feriados em cada mercado, e também aos finais de semana. Por fim retira-se a tendência através das primeiras diferenças dos logaritmos dos retornos dos ativos.

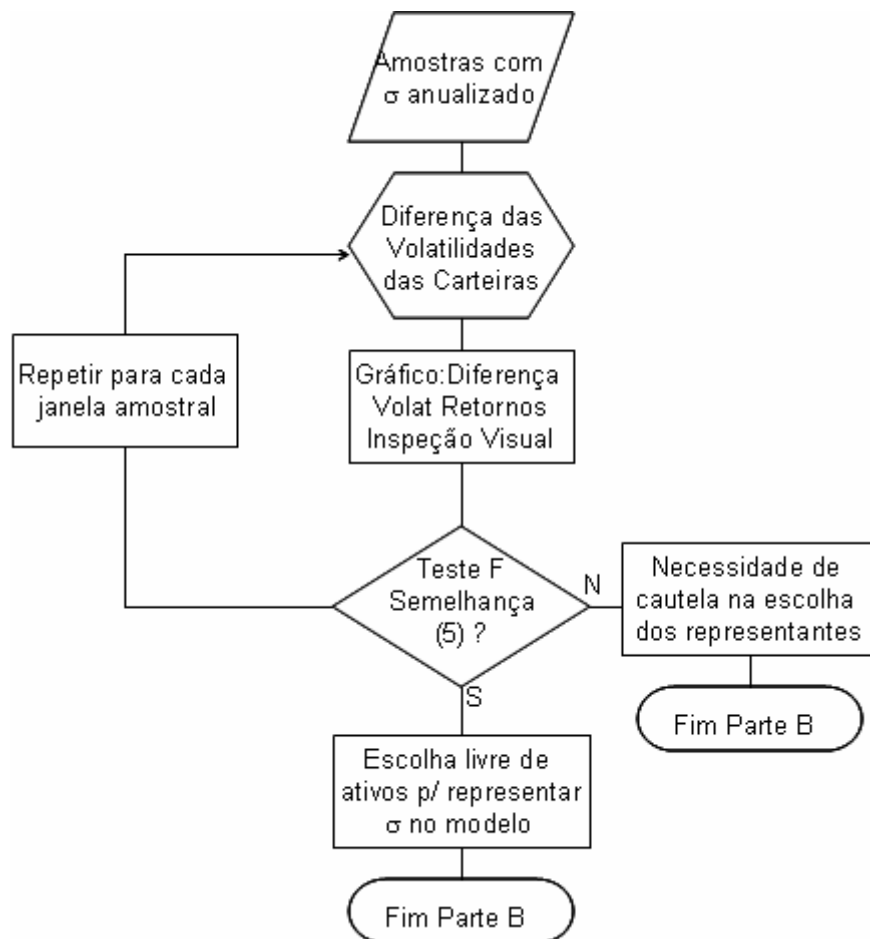
(4) Construir janelas móveis com os valores passados, de acordo com as seguintes janelas de amostragem: mensais (22 dias), trimestrais (66 dias), semestrais (132 dias), anuais (252 dias), bianuais (504 dias) e trianuais (756 dias).

Se não for verificado um padrão de comportamento das volatilidades dos retornos, são buscadas metodologias alternativas, como os EWMA e o GARCH, mas sua aplicabilidade será testada de acordo com a normalidade dos retornos.



Fluxograma 1 – Construção das Amostras e Estimativa de Volatilidade dos Retornos  
Fonte: Elaboração Própria

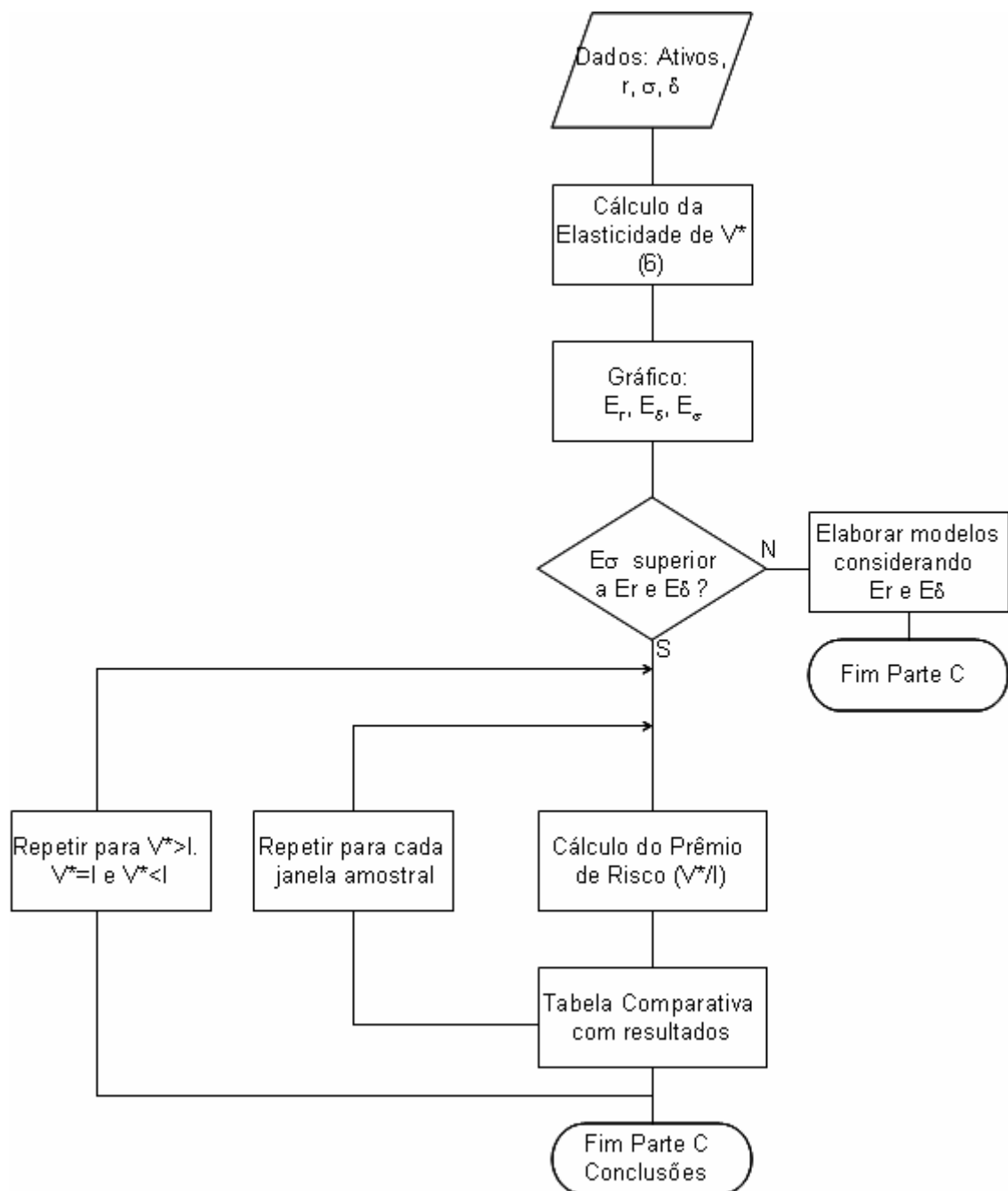
Continuando a metodologia de análise do modelo McDonald-Siegel, a Parte B indica o teste de adequação das proxies ao modelo proposto, como indicado no Fluxograma 2:



Fluxograma 2– Verificação da adequação das proxies ao modelo  
Fonte: Elaboração Própria

No passo (5) é feito o teste F com o nível de significância por exemplo de 2,5%, com as diferenças das volatilidades dos retornos, verificando a hipótese nula  $H_0$ : os desvios-padrão ( $\sigma$ ) das 3 Carteiras são semelhantes estatisticamente.

Finalmente a Parte C da metodologia verifica a sensibilidade do valor crítico aos parâmetros  $r$ ,  $\sigma$  e  $\delta$  e o valor do Prêmio de Risco é calculado para diferentes condições do valor atual do projeto, como indicado no Fluxograma 3:



Fluxograma 3 – Cálculo das Sensibilidades e do Prêmio de Risco  
 Fonte: Elaboração Própria

No passo (6) a sensibilidade aos parâmetros  $r$ ,  $\sigma$  e  $\delta$  são obtidos pelas suas Elasticidades do Valor Crítico ( $V^*$ ) em relação a estes parâmetros.

#### 4.1 Determinação das Proxies

Diferentemente das opções financeiras, cujos ativos são negociáveis diretamente no mercado de capitais, as opções reais têm como base somente as oportunidades intangíveis contidas nos projetos de investimentos, como citado por BRASIL (2001, p.173).

A análise através das opções reais se torna interessante quando:

- a) o investimento possibilita revisões ao longo da vida útil do projeto;
- b) as oportunidades estratégicas são mais importantes do que o fluxo de caixa em si;
- c) existem decisões contingenciais, isto é, tomadas de decisão ao longo do processo;
- d) existe a possibilidade de esperar por mais informações para tomada de decisão;
- e) ambientes altamente incertos, com relevante flexibilidade gerencial.

Porém, a aplicação de modelos como Black-Scholes-Merton, árvores binomiais/trinomiais no domínio discreto do tempo ou ainda simulações de Monte Carlo implicam nos seguintes pressupostos (WILMOTT, 1998 apud BRASIL, 2001, p.5):

- a) o preço do ativo objeto segue um passeio aleatório lognormal, ou seja, segue um MGB;
- b) não há distribuição de dividendos ou outra espécie de fluxo de caixa intermediário ao longo do projeto;
- c) a taxa livre de risco é uma variável em função do tempo;
- d) os custos de transação são nulos;



- e) não existe a possibilidade de arbitragem;
- f) os agentes estão protegidos (*hedge*) e pode se praticar a venda a descoberto (*short sales*).

#### 4.2 Fonte de dados

Os valores históricos dos preços das ações foram obtidos do site Economática <<http://www.economatica.com.br>>, no período de 02/01/2002 a 09/10/2007. Este período exclui volatilidades anormais e seus efeitos, como o período da bolha especulativa da internet e crise das empresas *dotcom*, de 1995 a 2001. Neste período a índice *Nasdaq* subiu de 600 pontos para 5 mil pontos, porém em poucos meses em 2000, o índice recuou para 2 mil pontos, e qualquer modelagem sofreria contágio de fatores especulativos, arbitragem e outras anomalias que não devem acontecer em um mercado competitivo e eficiente.

Foram tomados somente os dias úteis, e os diferentes feriados (53) entre países foram completados com a repetição do último valor, ou com o valor do dia seguinte, em caso de feriado com 2 (dois) ou mais dias. Assim obteve-se 1483 valores, considerados suficientes para representar o processo de volatilidades no mercado de telecomunicações.

#### 4.3 Descrição dos Dados

As séries históricas que compõe as carteiras foram obtidas através do site Economática, no período de 2002 a 2007. A Carteira 1 foi obtida dos preços das ações TELEMAR, a Carteira 2 foi baseada em empresas presentes no índice setorial de Telecomunicações – ITEL, e a Carteira 3 foi baseada no NYSE TMT, de empresas de Telecomunicações e Tecnologia de Informação.

Foram necessárias correções nos dados para retirar incoerências, como ajustes em casos de *splits* e distribuição de dividendos e proventos, para que não houvesse a falsa interpretação de queda no valor do ativo.

Também foram utilizados os valores de uma série contendo a cotação do câmbio Reais x Dólares Americanos para compatibilizar os dados.

Para que as inferências estatísticas tenham sentido, retiramos as tendências, tornando a série estacionária, ou seja, fazendo com que os retornos dos ativos flutuem em torno de uma média. Este resultado foi obtido operando as primeiras diferenças, em nível, ou através da diferença dos logaritmos dos retornos, cientes de que esta operação pode introduzir ruídos por tornar o erro não invertível. Além da estacionaridade, a série também deve ser ergódica, ou seja, o valor esperado do retorno  $E[X]$  deve convergir para sua média temporal  $\bar{X}$ .

#### 4.3.1 Taxa de Juros Livre de Risco

A variável  $r$ , ou taxa de juros real livre de risco foi obtida analisando a série histórica dos *Treasure Bonds* (*T-Bonds*) americanos com vencimento em 30 anos, pois segundo “Durante a análise de investimentos em projetos de longo prazo ou em ‘valuation’, a taxa livre de risco deve ser a taxa dos *bonds* do governo americano” (DAMODARAN, 2001, tradução própria) devido a sua menor volatilidade relativa, uma vez que não existem ativos livres de risco em sua forma absoluta.

Para obter a taxa real de juros livre de risco, ainda deve-se considerar a inflação de cada período.

Segundo KLAUS (2008), embora a taxa básica de juros nominal determinada pelo Federal Reserve Board of Governors (FED) seja de 3,5% a.a, ao corrigir tal taxa pela inflação dos últimos 12 meses (2007), de 4.1% resultando em uma taxa real negativa de 0,58%, existe uma outra metodologia adotada no mercado americano para determinação do índice de inflação que exclui energia e alimentos do núcleo da inflação, e resultaria em uma projeção de 2,4% a.a, ou seja, uma taxa de juros real positiva de 1,07%a.a.

Os dados obtidos no site IPEADATA <[www.ipeadata.gov.br](http://www.ipeadata.gov.br)> seguem um critério semelhante e sua série histórica está representada no Gráfico 2.

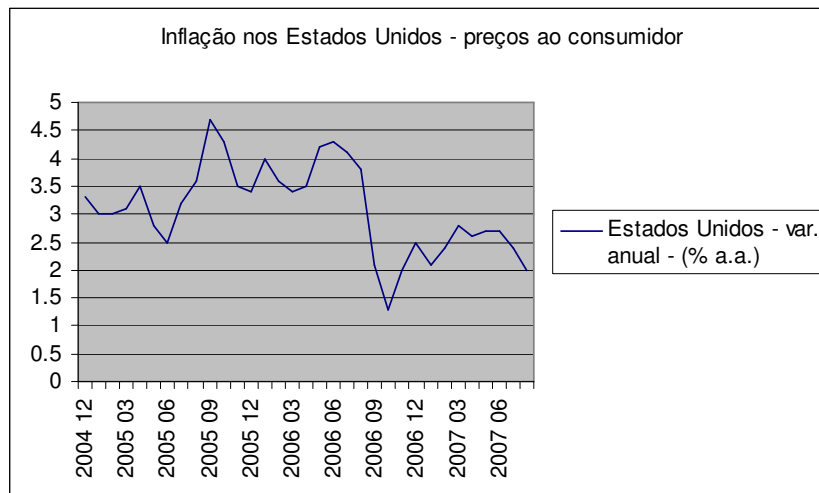


Gráfico 2 – Taxa de Inflação americana  
Fonte: IPEADATA

Assim, a taxa de juros reais tem média histórica de 2,3% a.a. no período analisado, que representará a taxa de juros livre de riscos no modelo.

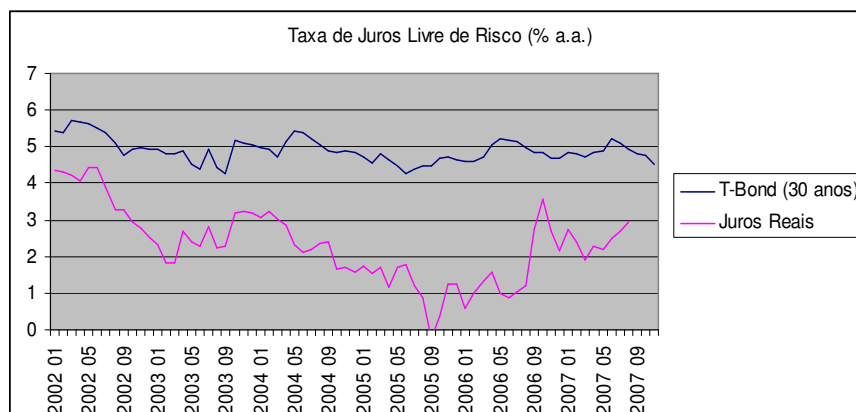


Gráfico 3 – Taxa de Juros Livre de Risco  
Fonte: IPEADATA

#### 4.3.2 Custo de Oportunidade do Projeto

O custo de oportunidade de adiar a decisão de início do projeto está associado aos fluxos de caixa gerados pelo empreendimento realizado. Seu valor deve estritamente positivo ( $\delta > 0$ ), pois as situações onde o custo de manter a opção de investimento viva é nula indica que os projetos nunca serão realizados, independentemente do valor presente do projeto. No outro extremo, para valores de  $\delta$  muito elevados, o valor da flexibilidade tende a zero, e o custo de esperar se torna muito alto. Neste caso, há incentivos para se iniciar o projeto imediatamente, semelhante à análise de VPL tradicional.

No modelo, este custo é obtido pela relação do preço corrente e o preço no mercado futuro do ativo, acima do retorno livre de risco, no período. Usando a notação matemática de MASCARENHAS (2003):

$$\delta = r + \frac{1}{(T-t)} \ln \left( \frac{S(t)}{F(T)} \right)$$

onde,

$r$  = taxa livre de riscos

$T$  = período de tempo analisado

$S(t)$  = preço corrente do ativo

$F(T)$  = preço futuro do ativo

Pode-se calcular diretamente dos retornos de cada uma das carteiras, ou fazer um paralelo com a taxa de crescimento real de uma economia, como requisito mínimo de viabilidade do projeto. Assim, tomando o crescimento da economia americana (vide ANEXO VII – *Bureau of Economic Analysis – US Dept of Commerce*) de 2,9% a.a. (média no período. Utilizada a série do Produto Interno Bruto Americano – GDP, em Dólares constantes, representando a taxa de crescimento econômico no período analisado.

A variável  $\delta$  pode assumir o valor de 5,2% a.a. para todos os setores do mercado, em média e em termos reais.

Porém para mercados de tecnologia, esta taxa de crescimento (custo de oportunidade) tende a ser maior do que a média do mercado. Segundo o relatório da FITCH (2007) a projeção para os períodos seguintes seriam modestos 8% a 9% em 2008, comparados a 11% a 12% de média histórica no período analisado. Adotaremos o valor de  $\delta = 8,75\%$  para a presente análise.

#### 4.3.3 Ações de Empresas e Riscos dos Projetos

Como os projetos não são transacionados diretamente no mercado, foram escolhidas *proxies* que replicam as características de risco de um determinado projeto, partindo da premissa que o valor das ações de uma empresa está diretamente relacionado com o resultado de seus projetos, ou seja, é razoável

considerar que uma empresa ou conjunto de empresas que escolhem bem os projetos onde são realizados investimentos terão maiores retornos em seus ativos e suas ações serão mais valorizadas. A escolha das *proxies* foi feita de acordo com cada cenário. Assim, os riscos particulares da empresa, do setor de telecomunicações e da tecnologia foram representados pelas seguintes *proxies*:

a) Carteira 1 (risco idiossincrático): representado pela série temporal das ações de uma só empresa do mercado brasileiro e indica sua qualidade das decisões gerenciais . A TELEMAR é a empresa de telecomunicações escolhida por apresentar maior volume negociado na BOVESPA. Neste cenário imagina-se o caso de uma empresa detentora de uma licença ou concessão da ANATEL analisa a viabilidade para operar determinado serviço ou determinada faixa de frequências, sendo necessário um investimento em novos equipamentos e contratação de serviços (projetos).

100% TNLP4      TELEMAR PN

b) Carteira 2 (risco do setor de telecomunicações brasileiro): representada pela carteira de empresas de capital aberto no mercado brasileiro indicando que estão sujeitas a fatores como regulamentações e choques macroeconômicos. Como exemplo deste cenário, uma empresa decide se deve investir em um projeto onde se dimensiona redes de uma determinada tecnologia, que poderia ser adotada também adotada como padrão por outras empresas concorrentes, como serviços de multimídia ou aplicações em redes de terceira geração. A carteira composta por empresas mais significativas, conforme a composição do Índice Setorial de Telecomunicações (ITEL) em 31/08/2007, e foi estruturada da seguinte forma:

15.76%	TNLP4	TELEMAR PN
15.62%	BRTP4	BRASIL TELECOM PARTIC PN
11.97%	VIVO4	VIVO PN
10.35%	TCSL4	TIM PARTIC SA PN
7.95%	BRTO4	BRASIL TELECOM PN
6.40%	TLPP4	TELESP PN
5.70%	BRTP3	BRASIL TELECOM PARTIC ON

5.54%	TNLP3	TELEMAR ON
5.26%	TMAR5	TELEMAR NORTE LESTE PN
4.19%	TCSL3	TIM PARTIC SA ON
3.90%	TLPP3	TELESP ON
3.42%	TMCP4	TELEMIG PARTIC PN
2.10%	VIVO3	VIVO ON
1.84%	TMCP3	TELEMIG PARTIC ON

c) Carteira 3 (risco tecnológico): a carteira inclui ações de empresas multinacionais com presença em diversos países, reduzindo o risco através da diversificação e reflete a decisão de optar pela aplicação de determinada tecnologia, sujeita à competitividade e aceitação dos consumidores. Por exemplo, uma empresa pode expandir sua planta para aumento da produção de terminais móveis e passar a exportar para os demais países da região. As operadoras mais representativas que listam na NYSE TMT (índice setorial de tecnologia e telecomunicações da Bolsa de Nova York) são: AT&T e Verizon (USA), Telefónica (Espanha), América Móvil (México). Além disso, incluímos 3 (três) empresas nacionais: Telemar, Brasil Telecom e Vivo.

14.36%	T	AT&T
14.01%	VZ	VERIZON
9.13%	TEF	TELEFONICA
12.50%	AMX	AMERICA MOVIL
18.18%	TNLP4	TELEMAR PN
18.02%	BRTP4	BRASIL TELECOM PARTIC PN
13.81%	VIVO4	VIVO PN

Para uma análise qualitativa, é apresentada uma seqüência de gráficos das volatilidades anualizadas, ou desvio-padrão das 3 carteiras, conforme sua janela de análise:

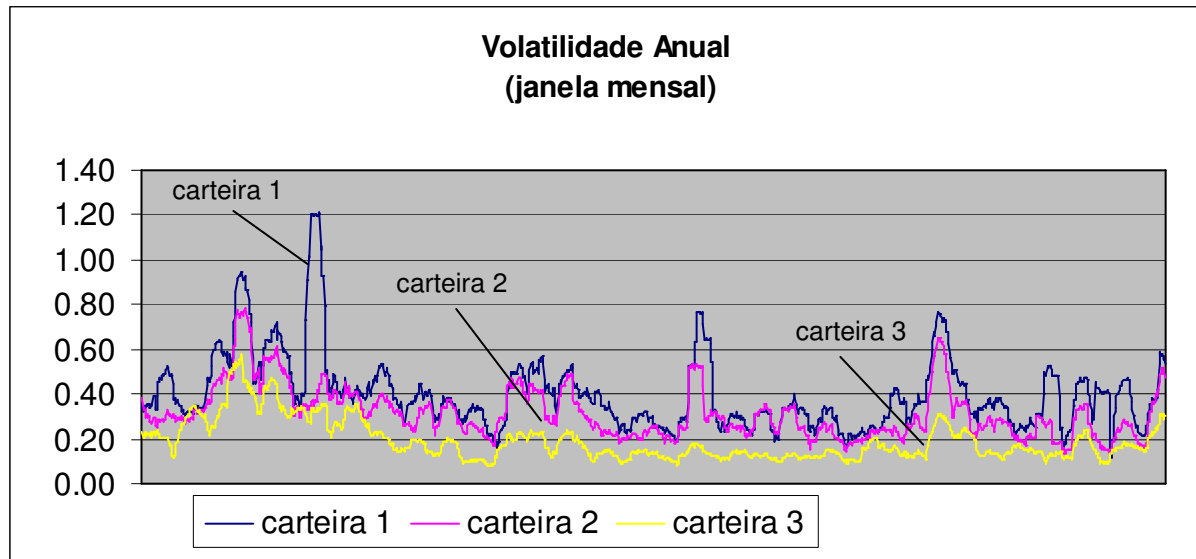


Gráfico 4 – Desvio Padrão Anual (janela mensal)  
Fonte: Elaboração própria

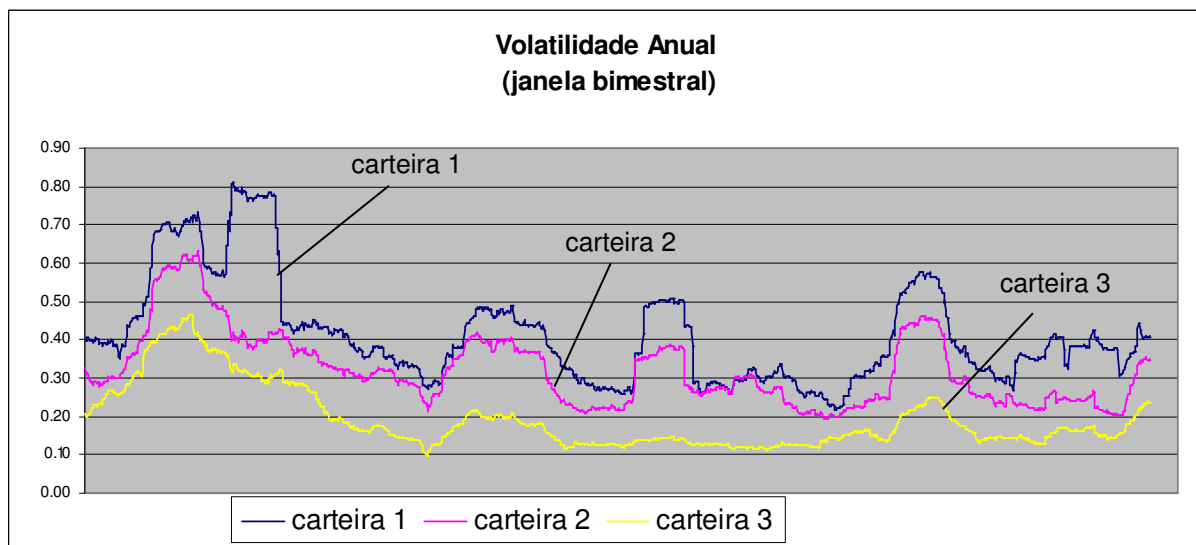


Gráfico 5 – Desvio Padrão Anual (janela bimestral)  
Fonte: Elaboração própria

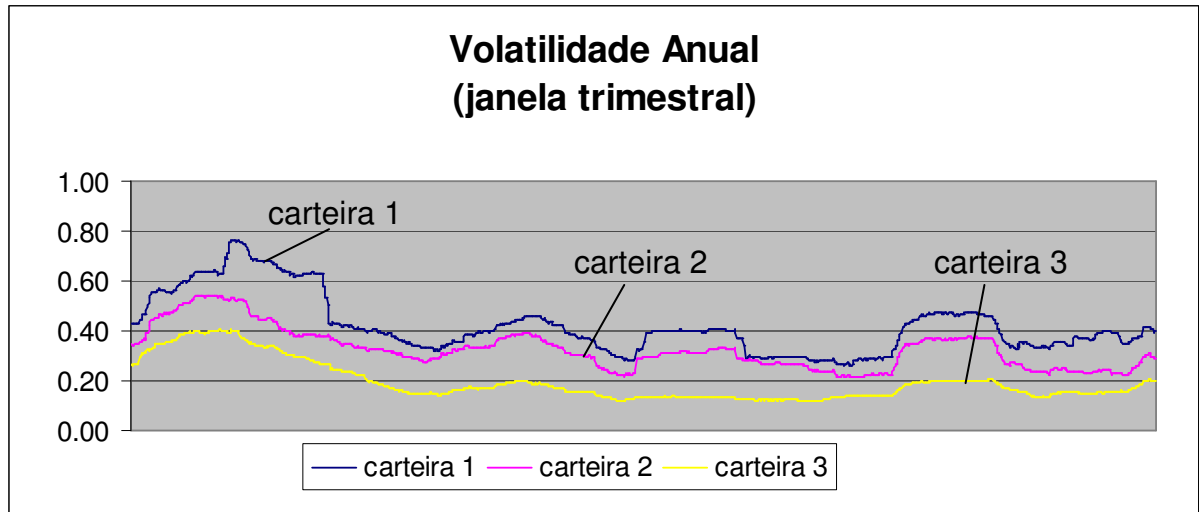


Gráfico 6 – Desvio Padrão Anual (janela trimestral)  
Fonte: Elaboração própria

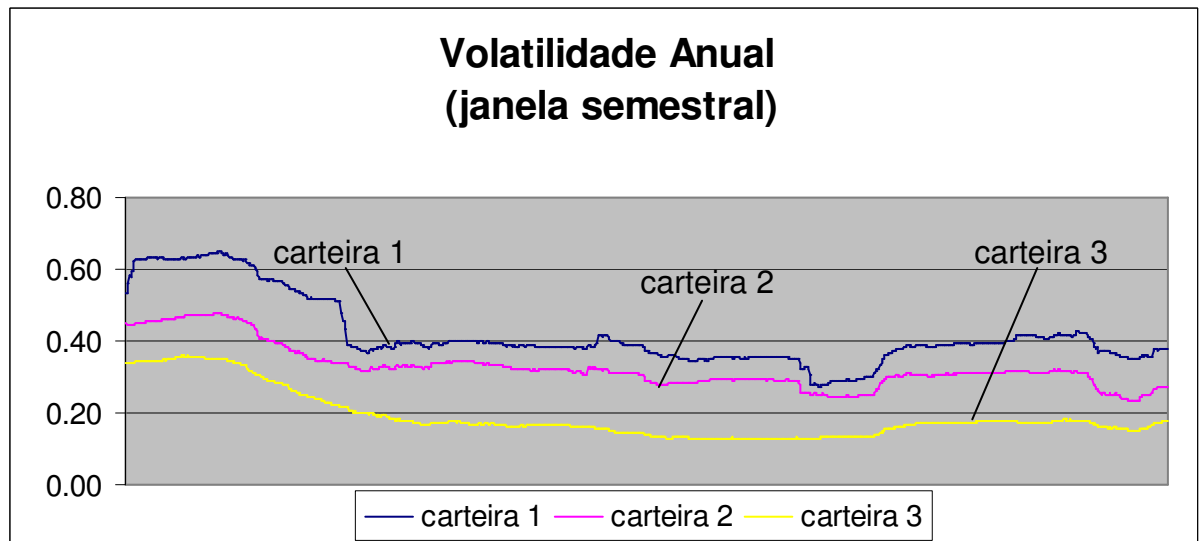


Gráfico 7 – Desvio Padrão Anual (janela semestral)  
Fonte: Elaboração própria



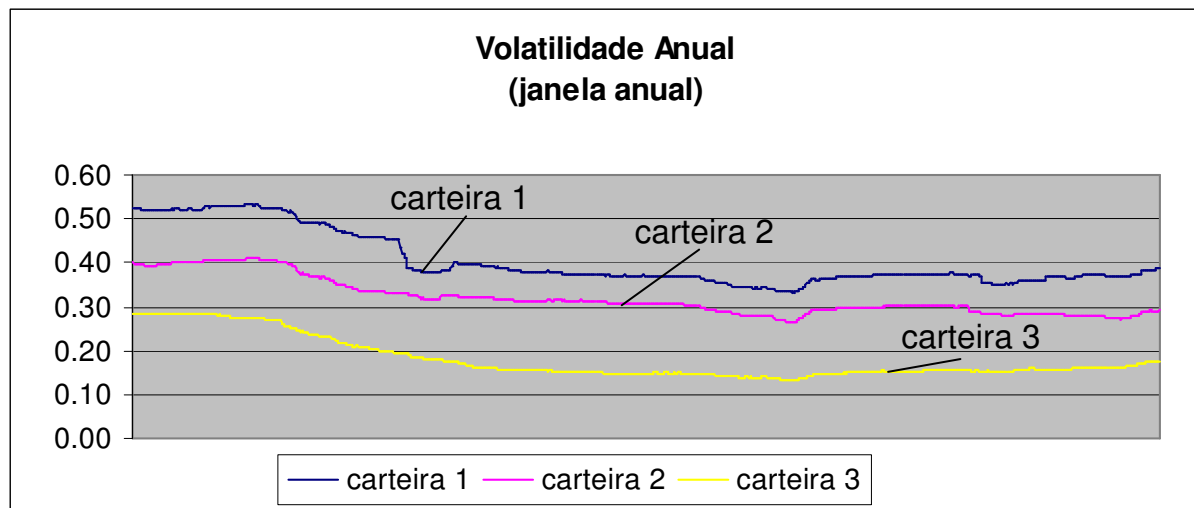


Gráfico 8 – Desvio Padrão Anual (janela anual)  
Fonte: Elaboração própria

É possível verificar o excesso de volatilidade para carteiras pouco diversificadas, principalmente nas janelas de análise mais curtas como a mensal e a bimestral.

#### 4.4 Testes de Adequação das *Proxies* de Volatilidade

Para verificar se as *proxies* escolhidas são representantes adequadas da volatilidade, ou seja, se existe a possibilidade de escolha aleatória de uma carteira para representar a volatilidade de um projeto, a semelhança estatística é examinada.

Os pares de carteiras e as diferenças de suas volatilidades são determinados, iniciando-se com uma análise visual das amplitudes para diferentes janelas de amostragem.

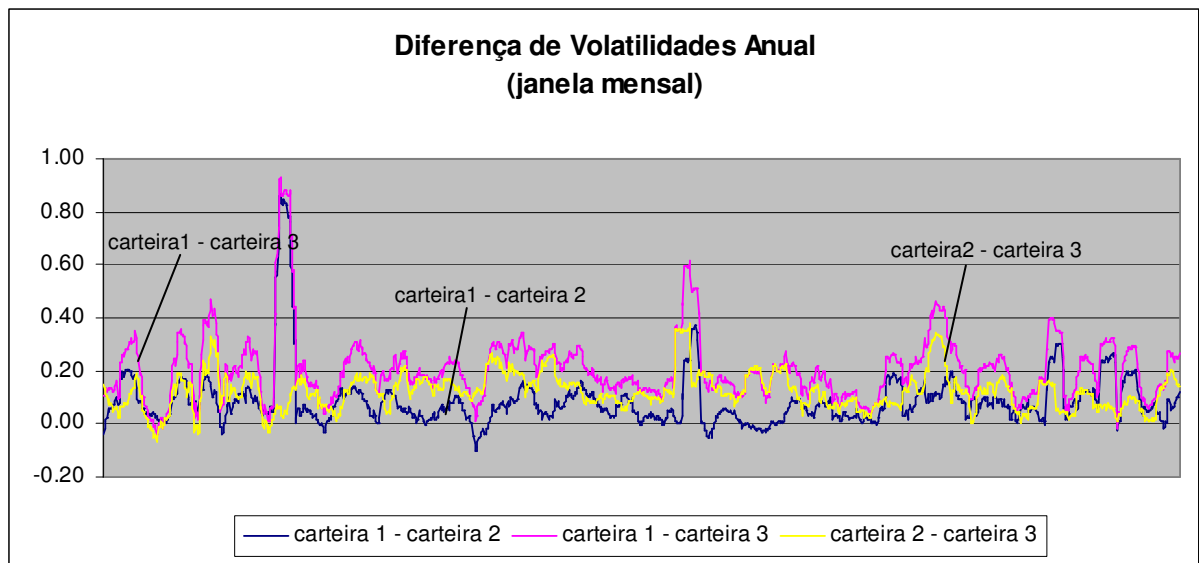


Gráfico 9 – Diferenças de Volatilidade entre Carteiras (Mensal)  
Fonte: Elaboração Própria

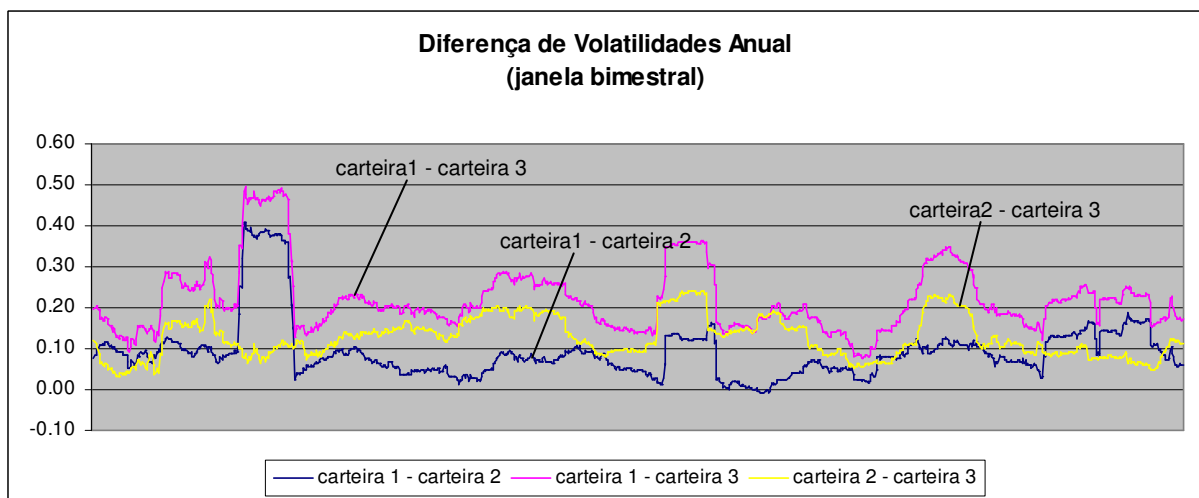


Gráfico 10 – Diferenças de Volatilidade entre Carteiras (Bimestral)  
Fonte: Elaboração Própria

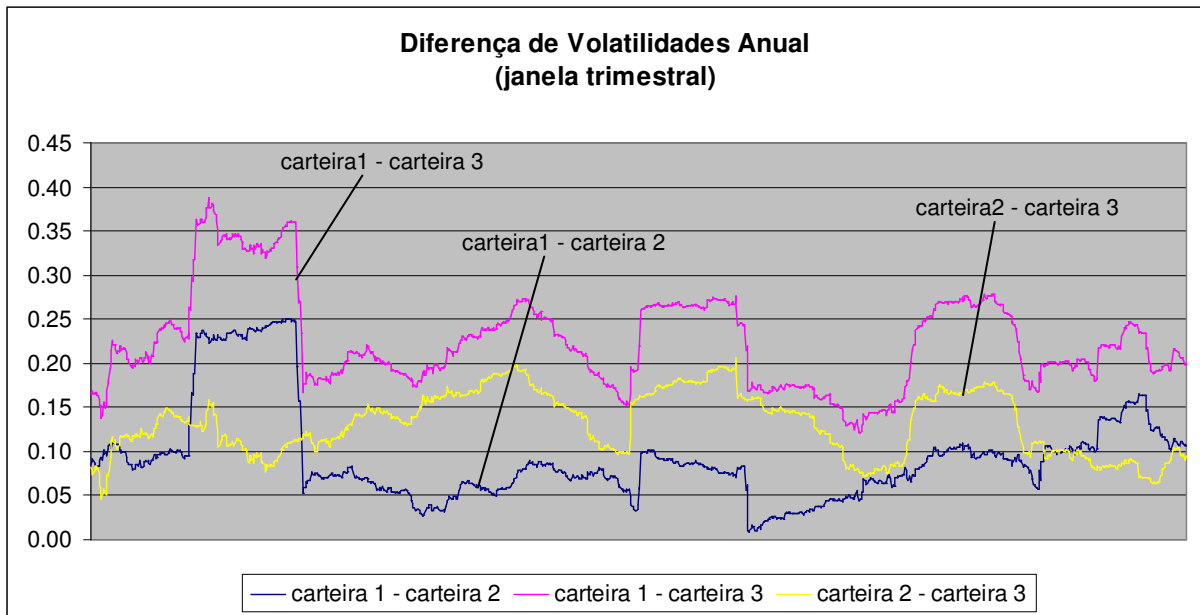


Gráfico 11 – Diferenças de Volatilidade entre Carteiras (Trimestral)  
Fonte: Elaboração Própria

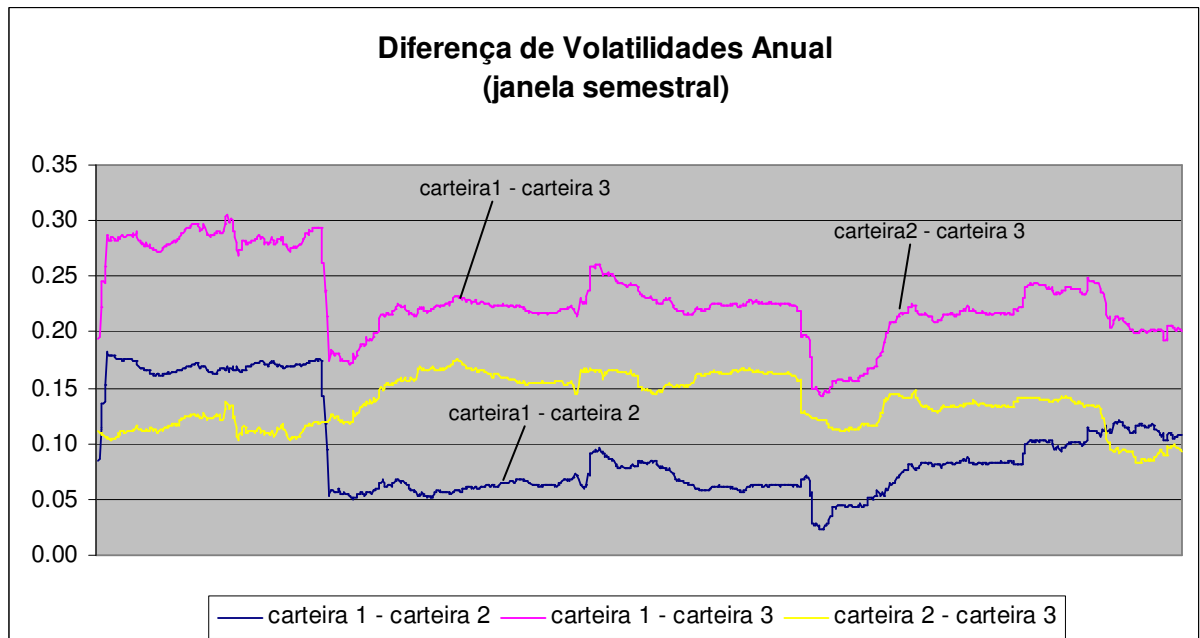


Gráfico 12 – Diferenças de Volatilidade entre Carteiras (Semestral)  
Fonte: Elaboração Própria

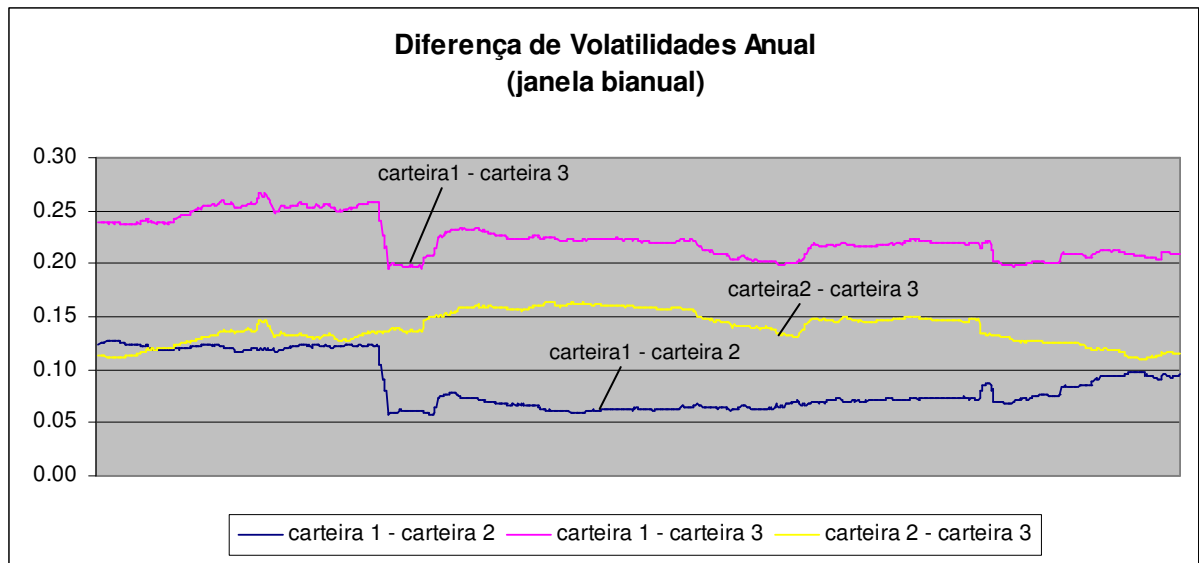


Gráfico 13 – Diferenças de Volatilidade entre Carteiras (Bianual)  
Fonte: Elaboração Própria

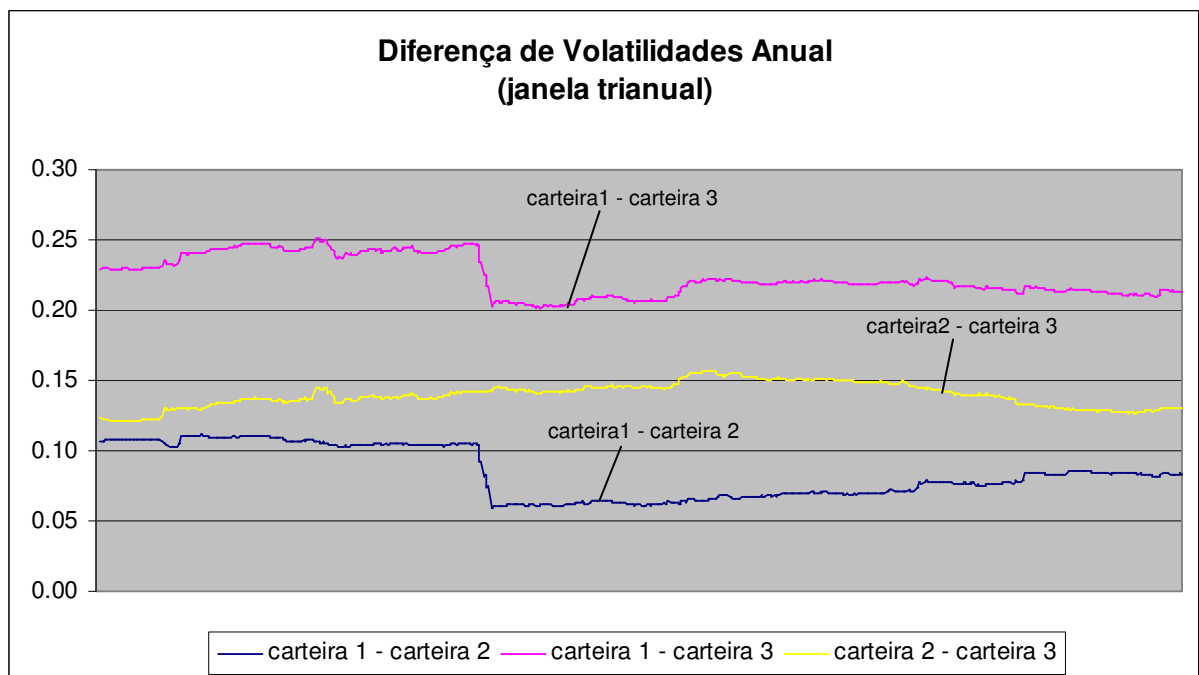


Gráfico 14 – Diferenças de Volatilidade entre Carteiras (Trianual)  
Fonte: Elaboração Própria

É possível observar que os choques de curto prazo impedem a identificação de um padrão nas janelas mensais e bimestrais, porém a partir de janelas mais longas, como as semestrais, verifica-se um padrão nas amplitudes das volatilidades.

A curva de diferença de volatilidades (Carteira 1 – Carteira 3) é superior às demais pois representa o risco de investir em ações de uma única empresa, sujeita à qualidade de gestão e seu diferencial competitivo próprio. Já a curva de diferença de volatilidades (Carteira 2 – Carteira 3) é um pouco menor do que a anterior, pois há uma redução de risco devido à diversificação da carteira composta por empresas nacionais, porém ainda sujeitas à regulamentações governamentais e crises políticas do país.

Analogamente, a curva de diferença de volatilidades (Carteira 1 – Carteira 2) é inferior à todas as demais, pois referem-se somente ao risco idiossincrático.

Para a inferência estatística, foi aplicado o conceito da estatística F e o Teste de Hipóteses para um nível de significância específico, adotando  $\alpha = 5\%$ .

A Hipótese nula  $H_0$  procura a confirmação de igualdade entre as volatilidades das *proxies* escolhidas:

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

Nos casos de rejeição, não há possibilidade de escolha indiscriminada de qualquer uma das carteiras como *proxies* de volatilidade, invalidando o modelo proposto.

A metodologia usando estatística F (ANEXO VI) foi escolhida por minimizar os erros do Tipo I, em relação à metodologia de testes t, porém foi pressuposto que as variâncias nas populações são iguais, para possibilitar o agrupamento em uma fonte de variação intragrupo (janelas). As amostras de mesmo tamanho minimizam os efeitos desta consideração, além de garantir a simplicidade e robustez do modelo.

Aplicando a metodologia ao valor do projeto com movimento descrito por:

$$dV = \mu V dt + \sigma V dz \text{ ou}$$

$$dX = \alpha X dt + \sigma X dz \text{ como em (2)}$$

e cujos retornos foram definidos como  $r(t) \equiv \ln\left(\frac{X_t}{X_{t-1}}\right)$ , usando-se o método da carteira replicante, chega-se a:

$$dG(V, t) = \left( \mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt + \sigma dz \quad (12)$$

Esta expressão foi deduzida de forma análoga à dedução no ANEXO II

Como  $X_t$  tem distribuição de probabilidades lognormal, a variação infinitesimal de  $r(t)$  é:

$$\ln X_T - \ln X_t = \ln\left(\frac{X_T}{X_t}\right) \quad (13)$$

Esta variável  $r(t)$  também tem distribuição normal, com média  $\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T - t)$  e variância  $\sigma^2(T - t)$ .

Usando os estimadores de máxima verossimilhança, a média e a variância amostrais são:

$$\hat{\alpha} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n r(t) \quad \text{e} \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (r(t) - \hat{\alpha})^2$$

Cada amostra  $\{r(1), r(2), \dots, r(n)\}$  tem distribuição  $\chi^2$  com  $(n-1)$  graus de liberdade; assim, a razão entre duas amostras segue a distribuição F com  $(n-1)$  e  $(n-1)$  graus de liberdade:

$$\frac{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (r_1(t) - \hat{\alpha}_1)^2}{(n-1)^2 \sigma_2^2} = \left( \frac{\sigma_2^2 \hat{\sigma}_2^2}{\sigma_1^2 \hat{\sigma}_2^2} \right) \quad (14)$$

Assim, aplicando o teste de hipóteses com intervalo de confiança  $(1-\alpha)$ , e a estatística F bicaudal,  $H_0$  não será rejeitado quando:

$$F_{1-\alpha/2}(n-1; n-1) > \frac{\hat{\sigma}_2^2}{\hat{\sigma}_1^2} > F_{\alpha/2}(n-1; n-1)$$

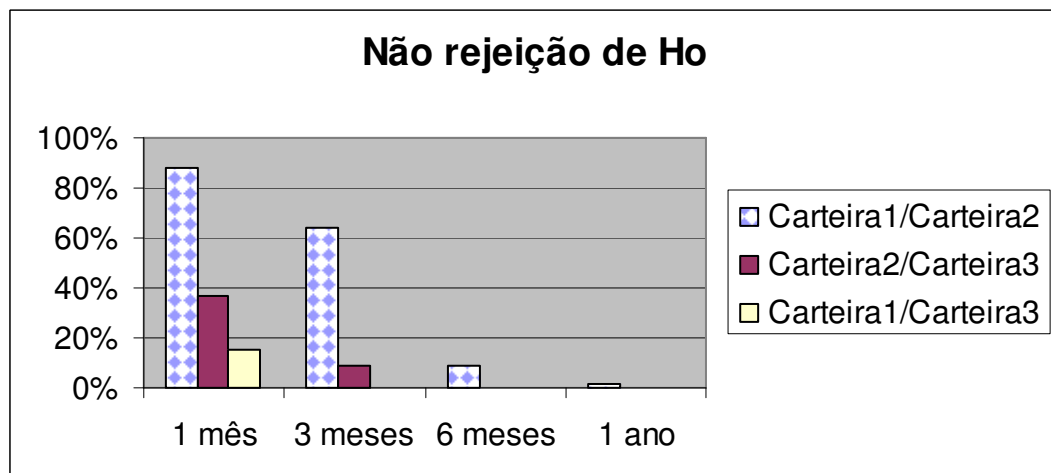


Gráfico 15 – Teste de Hipóteses: Semelhanças de Volatilidades das *Proxies*  
Fonte: Elaboração Própria

Os resultados deste teste de hipóteses mostram a importância da escolha criteriosa das *proxies*, na representação dos riscos.

No horizonte de análise mensal, a escolha entre uma empresa brasileira ou um conjunto de empresas nacionais é irrelevante para mais de 80% dos casos. Já a

distinção entre a carteira contendo empresas brasileiras e outra contendo também empresas multinacionais é bem maior, e a semelhança só é válida para menos do que 40% das amostras analisadas. Por último, a consideração de que uma empresa nacional pode representar as mesmas características de um conjunto em empresas estrangeiras é rejeitada para a grande maioria dos casos (válida para menos que 20%).

Nos demais horizontes a distinção é ainda mais crítica, e nos prazos típicos de projetos de investimento, superiores a 6 meses, a escolha equivocada dos representantes de volatilidade dos retornos pode levar à conclusões inválidas.



## 5 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE E APLICABILIDADE

### 5.1 Premissas do Modelo

Para ser possível a aplicação do modelo proposto por McDonald e Siegel, os investimentos devem ser irreversíveis, ou seja, os *sunk costs* não são reversíveis, como é o caso da compra de uma licença para operar determinado serviço de telecomunicações ou em certa banda de frequências, ou o caso de investimento em serviços, por exemplo, a compra de uma consultoria para otimização de redes de telecomunicações.

Adota-se no modelo que as decisões são adiáveis: até que se decida pelo investimento, é sempre possível adiar a decisão para o período seguinte sem que haja penalidades devido à postergação, ou seja, a opção não tem data de vencimento; esta consideração é necessária para que seja possível obter uma solução analítica.

Considera-se que o mercado é dinamicamente completo (eficiente), sem possibilidade de arbitragem e que os participantes neste mercado agem de acordo com as expectativas racionais, sendo a princípio todos eles avessos ao risco; assim as características de risco e retorno se tornam coerentes com as observações reais. BERNANKE E VENEZIA (1983) ainda adicionaram o aprendizado Bayesiano dos processos estocásticos e do valor de espera ao modelo; pode-se considerar que tais aprendizados já estejam refletidos nos valores estocásticos do projeto.

O mercado também está pulverizado, ou pelo menos o projeto entrante não tem o poder de, isoladamente, alterar as oportunidades oferecidas aos investidores; este por sua vez detém ativos bem diversificados, o que simplifica o cálculo do valor das opções, em oposição à VENEZIA E BRENNER (1979), que considerava o projeto como propriedade de um só investidor avesso ao risco.

### 5.2 Limitações do Modelo

Uma limitação na aplicação do modelo é a existência de correlação do risco do projeto com a empresa que realiza o projeto; neste caso os projetos de Pesquisa e Desenvolvimento não podem ser considerados, pois é quase certo que outras empresas concorrentes lançariam em algum momento, produtos similares, o que levaria a saltos nos fluxos de caixa futuros, não considerados nesta modelagem. Neste mesmo sentido, devido à eficiência do mercado, o movimento seria mais bem explicado ao considerar os processos de reversão à média, incorporando saltos.

O modelo descrito por McDonald-Siegel (1986) considera que tanto o valor do projeto como o valor do investimento tem comportamento estocástico e seguem o Movimento Browniano Geométrico, mas permite que o valor do investimento seja conhecido e invariável em função do tempo, por simplificação, sem prejuízo nos resultados.

Considera-se que o estudo será feito em uma economia sujeita à políticas de controle de inflação.

O projeto considerado na modelagem não considera a depreciação; de fato, quanto mais rápido ocorrer a depreciação, maior será o valor esperado dos *payouts*, logo as opções de espera não terão valor para este tipo de projetos.

Ao modelarmos o comportamento dos ativos utilizando o Movimento Geométrico Browniano, é possível deparar com uma divergência das séries temporais, o que não é consistente com a intuição de que o preço dos ativos está relacionado com o custo marginal de produção de longo prazo, isto é, os valores podem subir ou descer aleatoriamente no curto prazo, porém no longo prazo os preços tendem a oscilar em torno de um valor médio.

Considera-se que a volatilidade durante uma janela de amostragem é constante, para que seja aplicável a análise por estimadores de máxima verossimilhança.

Neste trabalho assume-se que as simplificações feitas no modelo não invalidam os resultados.

### 5.3 Análise de Sensibilidade

O Valor Crítico  $V^*$ , ou explicitamente  $V^*(r, \delta, \sigma)$ , depende de 3 (três) variáveis exógenas: a taxa real livre de risco ( $r$ ), do fluxo de caixa provenientes do projeto executado ( $\delta$ ) e da volatilidade do investimento ( $\sigma$ ). As duas primeiras grandezas são análogas ao método do FCD.

A seguir serão analisadas as sensibilidades de cada parâmetro, isoladamente, por meio de suas elasticidades pontuais, mantendo-se fixos os 2 parâmetros restantes:

Da solução da equação diferencial homogênea de 2ª. ordem que representa o preço das opções reais do investimento, obtivemos  $V^*$  e  $\beta$ , como nas expressões (18) e (19). As deduções das expressões a seguir podem ser encontradas no ANEXO IV.

a) sensibilidade à volatilidade ( $\epsilon_\sigma$ ):

$$\epsilon_\sigma = \frac{\frac{\partial V^*}{V^*}}{\frac{\partial \sigma}{\sigma}} = \frac{\partial V^*}{\partial \sigma} \frac{\sigma}{V^*} = \frac{\partial V^*}{\partial \beta} \frac{\partial \beta}{\partial \sigma} \frac{\sigma}{V^*} \quad (15)$$

Logo,

$$\epsilon_\sigma = \frac{(-I)}{(\beta-1)^2} \frac{2(r-\delta)\sigma}{\sigma^3 V^*} + \frac{(-I)}{(\beta-1)^2} \frac{1}{2\sqrt{\left[\frac{(r-\delta)}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right]^2 + \frac{2r}{\sigma^2}}} \left\{ 2\left(\frac{(r-\delta)}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{-2(r-\delta)}{\sigma^3}\right) - \frac{4r}{\sigma^3} \right\} \frac{\sigma}{V^*} \quad (16)$$

b) sensibilidade à taxa de juros real livre de risco ( $\epsilon_r$ ):

$$\epsilon_r = \frac{\frac{\partial V^*}{V^*}}{\frac{\partial r}{r}} = \frac{\partial V^*}{\partial r} \frac{r}{V^*} = \frac{\partial V^*}{\partial \beta} \frac{\partial \beta}{\partial r} \frac{r}{V^*} \quad (17)$$

Logo,

$$\varepsilon_r = \frac{(-I)}{(\beta-1)^2} \frac{(-1)(r)}{\sigma^2 V^*} + \frac{(-I)}{(\beta-1)^2} \frac{1}{2\sqrt{\left[\frac{(r-\delta)}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right]^2 + \frac{2r}{\sigma^2}}} \left\{ 2\left(\frac{(r-\delta)}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{\sigma^2}\right) + \frac{2}{\sigma^2} \right\} \frac{r}{V^*} \quad (18)$$

c) sensibilidade fluxo de caixa ( $\varepsilon_\delta$ ):

$$\varepsilon_\delta = \frac{\frac{\partial V^*}{\partial \delta}}{\frac{V^*}{\delta}} = \frac{\partial V^*}{\partial \delta} \frac{\delta}{V^*} = \frac{\partial V^*}{\partial \beta} \frac{\partial \beta}{\partial \delta} \frac{\delta}{V^*} \quad (19)$$

Logo,

$$\varepsilon_\delta = \frac{(-I)}{(\beta-1)^2} \frac{\delta}{\sigma^2 V^*} + \frac{(-I)}{(\beta-1)^2} \frac{1}{2\sqrt{\left[\frac{(r-\delta)}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right]^2 + \frac{2r}{\sigma^2}}} \left\{ 2\left(\frac{(r-\delta)}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{-1}{\sigma^2}\right) \right\} \frac{\delta}{V^*} \quad (20)$$

onde nas expressões (15) a (20):

$r$  = taxa livre de riscos

$\sigma$  = variância do retorno dos ativos

$\delta$  = custo de oportunidade do projeto

$\beta$  = fator associado ao prêmio de risco

$V$  = valor presente do projeto de investimento

$I$  = investimento irreversível

Calculando as elasticidades para o ponto ( $r=2.3\%$ ,  $\delta=8.75\%$ ) obtém-se as seguintes curvas de sensibilidade do Valor Crítico, obtém-se as curvas de Sensibilidade de  $V^*$  em função de  $\sigma$ :

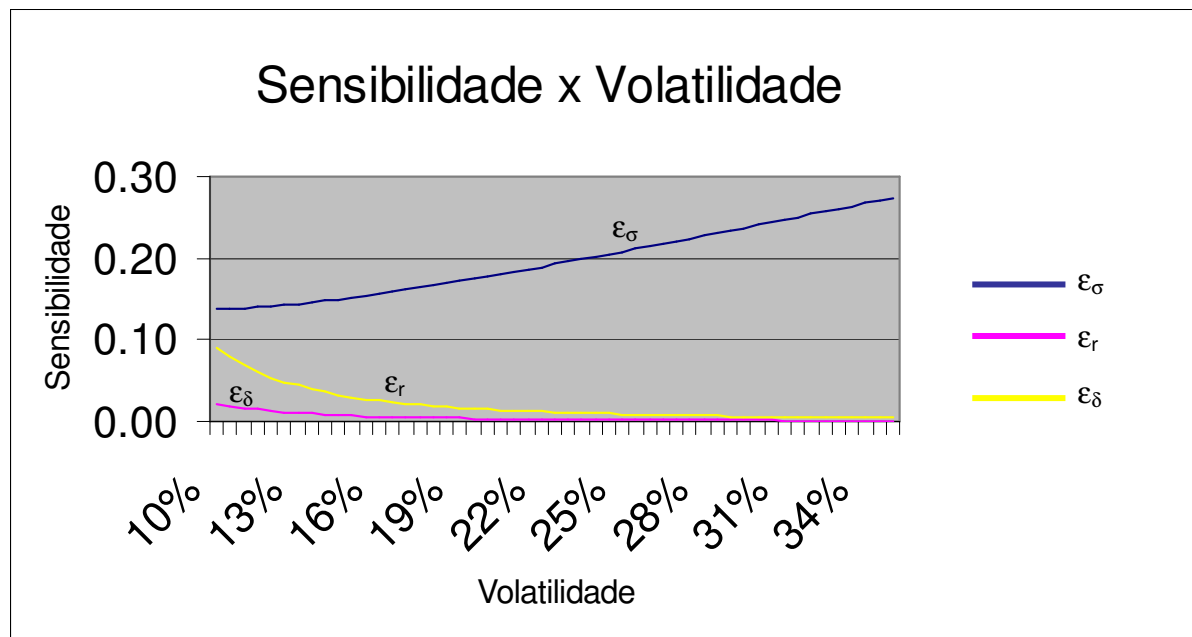


Gráfico 16 – Análise de Sensibilidade do  $V^*$  aos parâmetros  $\sigma$ ,  $r$  e  $\delta$   
 Fonte: Elaboração Própria

Nota-se que o método tradicional de Fluxo de Caixa Descontado (FCD) tem validade para cenários onde a volatilidade é muito baixa, pois neste caso a sensibilidade à taxa livre de riscos se aproxima da sensibilidade à volatilidade, como para a volatilidade em torno de 10% no eixo x.

Porém, para volatilidades mais altas, como os calculados nesta dissertação (cerca de 20% a 80%) e muito comuns em cenários reais, a variável volatilidade se torna mais significativa, justificando a necessidade de considerar tal parâmetro no modelo.

A elasticidade de  $V^*$  em relação à volatilidade é superior às elasticidades dos demais parâmetros, logo o risco tem um papel crucial na determinação do valor crítico, que por sua vez determina a viabilidade do projeto. Este fato é condizente com a premissa adotada na análise, de irreversibilidade dos investimentos: o impacto de ter uma quantidade menor de projetos realizados é mais expressivo do que medidas de incentivo como corte da taxa de juros ou incentivos fiscais.

## 6 MÉTODOS ESTOCÁSTICOS PARA ANÁLISE DE RISCO

### 6.1 Projetos de Longo Prazo

Como característica dos projetos no mercado de telecomunicações, as implementações relevantes raramente acontecem em um período muito curto, como semanas ou dias. A instalação de uma rede e sua ativação, tornando um serviço disponível e passível de cobrança para o cliente em geral é feito em meses, pois existem obras de infra-estrutura associadas a este tipo de projetos. Do mesmo modo, é esperado que o fluxo de receitas provenientes dure pelo menos alguns anos. Neste horizonte, pode-se analisar o risco sob a ótica de investimentos em longo prazo, que estão menos sujeitos às volatilidades diárias ou de curto prazo, compatível com a janela de decisão aberta para o período onde é possível exercer a opção de investir ou de esperar.

Devido às características distintas de comportamento das ações de empresas no Curto e no Longo Prazo, é conveniente fazer a análise também separadamente.

### 6.2 Projetos de Curto Prazo

As técnicas de estudo do comportamento de Curto Prazo frequentemente utilizam ferramentas econométricas e modelos economicamente fundamentados para prever resultados de políticas ou eventos futuros (DeLOSSO, 2007).

Antes do surgimento destes modelos auto-regressivos de heterocedasticidade condicional, os modelos somente enfatizavam o primeiro momento condicional e as dependências temporais de ordem superior eram consideradas perturbações aleatórias.

Os primeiros estudos de variâncias condicionais estão descritos na literatura de ENGLE (1982) e os modelos ARCH (*Auto Regressive Conditional Heteroskedasticity*), na tentativa de analisar comportamentos macroeconômicos

como taxas de inflação. NELSON (1990) associou este estudo ao campo das finanças, nos processos de difusão com volatilidade estocástica.

Os modelos utilizam estimações por máxima verossimilhança, e tem a propriedade de poder realizar previsões para períodos futuros.

Um modelo de regressão linear com a variância gerada por um processo ARCH pode utilizar o operador defasagem e é descrito por:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha(L)\varepsilon_t^2$$

onde,

$\alpha(L)$  = operador polinomial de defasagens, que representa o efeito de choques em  $t+1$ .

MAGRI (2006) cita duas características desejáveis ao modelar dados em finanças:

a) *clustering*: variações grandes são seguidas de variações grandes e analogamente as variações pequenas tendem a ocorrer seguidamente a variações pequenas.

b) uma boa previsão da variância dos retornos, visto que em mercados eficientes e comportamentos racionais, as carteiras são escolhidas com base nas médias e variâncias dos retornos de cada ativo.

Na busca de um bom modelo de previsão de variâncias, surgem os modelos que ponderam os dados diferentemente ao longo do tempo, como o modelo ARCH(1), que tem a variância dos retornos em  $t$  dependente somente do erro de previsão do período anterior ( $t-1$ ), mas gera uma variável dependente com caudas mais pesadas do que uma distribuição Normal, sendo mais adequado para altas volatilidades, ou seja, curto prazo, como fechamentos diários, porém exige-se que as observações sejam eqüidistantes.

BOLLERSLEV (1986) estendeu este modelo, formulando uma expressão geral, que ficou sendo conhecida como GARCH (*General Auto Regressive Conditional*

*Heteroskedasticity*). Uma variável com característica de média móvel foi introduzida, pois a volatilidade dos retornos dos ativos financeiros tem correlação serial, ou seja, existem efeitos nos períodos seguintes a um choque que ocorre em  $t$ , assim como existe um fator de atenuação, quando os efeitos dos choques são absorvidos pelo mercado. O termo GARCH ou uma função polinomial  $\beta(L)$  de ordem  $p$ , que retrata a transferência de choque ao longo do tempo e  $(\alpha+\beta)$  a atenuação dos efeitos.

$$\sigma_t^2 = \omega + \beta(L)\sigma_{t-1}^2 + \alpha(L)\varepsilon_{t-1}^2 \quad (21)$$

Como uma extensão dos processos AR para processos ARMA, e com o uso dos operadores defasagem (mecanismo de aprendizagem adaptativo), o modelo agora é descrito por:

$$r_t = c + \varepsilon_t \quad (22)$$

Onde  $c$  representa a média incondicional

$$\sigma_t^2 = \omega + \beta\sigma_{t-1}^2 + \alpha\varepsilon_{t-1}^2 \quad (23)$$

Onde o termo  $\beta\sigma_{t-1}^2$  representa o termo GARCH e o termo  $\alpha\varepsilon_{t-1}^2$  representa o termo ARCH.

$$\sigma_t^2 = \frac{\omega}{(1-\beta)} + \alpha \sum_j \beta^{j-1} \varepsilon_{t-1}^2 \quad (24)$$

Assim, se trata de um estimador de máxima verossimilhança com ponderação menor nos desvios distantes.

O modelo mais utilizado para modelagem financeira é o GARCH(1,1), mas assim como o ARCH( $p$ ), apresenta caudas pesadas, provenientes de *outliers*, ou observações afastadas da média por muitos desvios padrão dentro da série temporal.



Segundo TAYLOR (1994), uma justificativa para este comportamento é o fluxo de informações contínuo e a reação do mercado, mesmo em dias em que não há negociação de ativos:

Daily Returns are characterized by firstly low autocorrelation, secondly approximately symmetric distributions having long tail and high kurtosis, and thirdly an unorthodox, non-linear, generating process. Stock returns have a positive mean (...) [Also,] Monday returns have slightly higher variance and sometimes have a negative although small mean. Some returns may have marginally skewed distributions. (Taylor, S.J., 1994).

Nestes estudos, a presença de assimetrias e *outliers* serão estilizadas e a distribuição foi considerada lognormal por muitas vezes, para que todos os momentos centrais fossem finitos.

Esta consideração é necessária para que se possa obter séries temporais estacionárias, equivalentes às séries convergentes em matemática (DeLOSSO, 2007), e com a característica de ter gráficos de distribuição em 2 intervalos iguais com com propriedades estatísticas semelhantes.

Porém, estudos mais recentes como citados por CAVALCANTE (2007) e DING *et alli* (1993), há evidências de que existe memória longa na variância condicional e em suas transformações de potências do valor absoluto (ARCH, GARCH), mesmo em defasagens muito longas.

Esta propriedade foi examinada para dados diários de série de ações, tanto no mercado brasileiro, com dados da Bolsa de Valores de São Paulo, como para o mercado americano, com dados da Bolsa de Nova York (CAVALCANTE, 2007).

A conclusão de CAVALCANTE (2007) é que os dados apresentaram características como a cauda longa e a assimetria, que impedem sua modelagem como uma distribuição normal. Assim, mesmo os modelos GARCH mais evoluídos como o FI-GARCH (*Fractionally Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*), requerem o conhecimento da distribuição dos erros adjacentes e têm dificuldades para explicar o aumento substancial da variância condicional logo após a ocorrência de um período turbulento e o fato da taxa de reversão à média varia positivamente de forma não linear com o nível de volatilidade.

O grau de achatamento da curva da função de distribuição pode ser obtido pela curtose:

$$C = \frac{m_4(\mu)}{\sigma^4}$$

onde,

$m_4(\mu)$  é o quarto Momento central e  $\sigma$  é o Desvio-padrão.

Já o grau de simetria da curva da função de distribuição segue a expressão da simetria:

$$V = \frac{m_3(\mu)}{\sigma^3}$$

onde,

$m_3(\mu)$  é o terceiro Momento central e  $\sigma$  é o Desvio-padrão.

Para verificar se os dados do presente estudo seguem o mesmo comportamento dos dados descritos por Cavalcante, as curtoses dos retornos das carteiras foram calculados conforme indicado na Tabela 1:

Tabela 1 – Assimetria e Curtose – Logaritmos dos retornos

	Carteira 1	Carteira 2	Carteira 3
Média	0.00069	0.00037	0.00038
Desvio-Padrão	0.0255	0.0256	0.0138
Assimetria	-0.2181	-0.1774	-0.1655
Curtose	4.62	4.66	6.054

Fonte: Elaboração própria

Os valores de curtose para as 3 carteiras foram sempre maiores do que a referência da distribuição normal ( $C = 3$ ), indicando distribuições chamadas platicúrticas, ou cauda pesada., corroborando com os resultados empíricos de Cavalcante.

Uma verificação adicional foi feita testando a simetria das distribuições para comparação com a distribuição normal, perfeitamente simétrica. Novamente os dados empíricos se distanciaram da distribuição normal, que poderia ser interpretada

como respostas de diferentes intensidades perante notícias “boas” ou “más”, caracterizando um comportamento de aversão ao risco.

Por fim, o teste de normalidade de Jarque-Bera foi feito através da ferramenta EViews para verificar a distribuição das carteiras C1, C2 e C3, ou TELEMAR, Brasileira e Internacional, respectivamente:

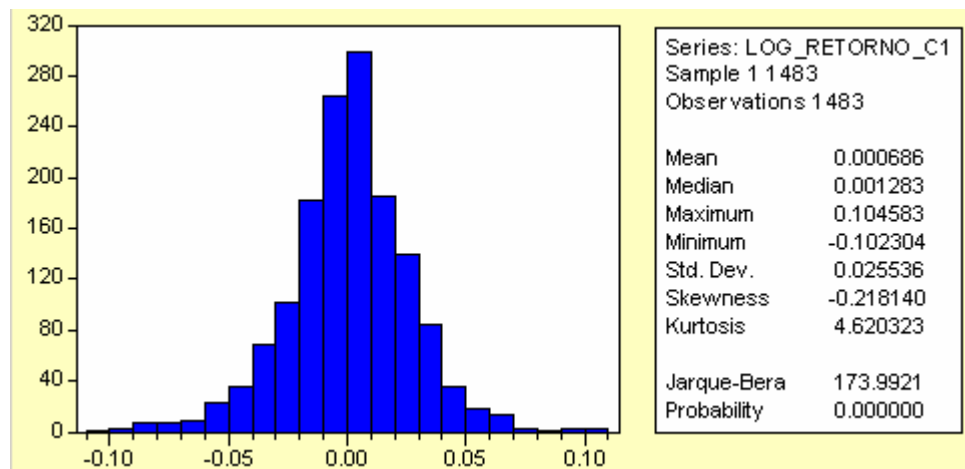


Fig. 1 - Carteira 1 – Teste de Normalidade Jarque-Bera nos retornos dos ativos.  
Fonte: Elaboração Própria

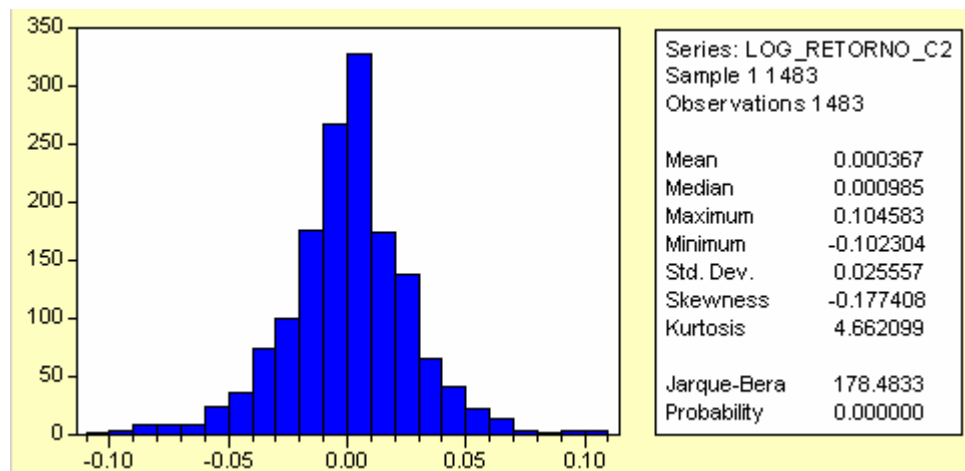


Fig. 2 - Carteira 2 – Teste de Normalidade Jarque-Bera nos retornos dos ativos.  
Fonte: Elaboração Própria

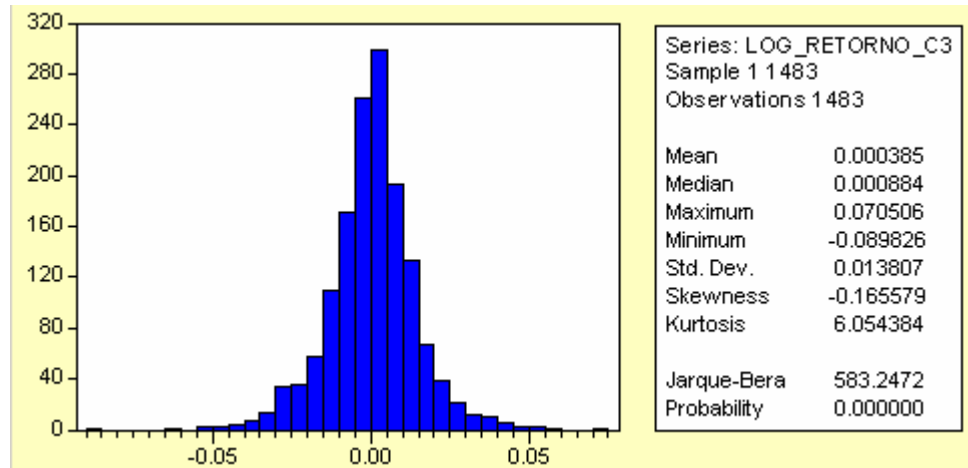


Fig. 3 - Carteira 3 – Teste de Normalidade Jarque-Bera nos retornos dos ativos.  
Fonte: Elaboração Própria

Nota-se claramente a rejeição de  $H_0$ , pois os p-valores são nulos, ou seja, conclui-se que a distribuição dos retornos dos ativos não segue a distribuição normal para nenhum dos 3 casos analisados.

Outro artigo que corrobora com esta teoria foi escrito por SUGANUMA (2000), que comparou diversos métodos de estimação de volatilidades por meio de testes *White's Bootstrap Reality Check*, concluindo que nenhuma das metodologias entre ARCH/GARCH, EWMA e Volatilidade Estocástica é consistentemente melhor que as demais para previsão.

A presença da alta correlação empírica põe em dúvida a Hipótese de Mercados Eficientes e contraria a recomendação de uso do modelo ARCH/GARCH, ainda segundo CAVALCANTE (2007). Devido a estes fatos, juntamente com a característica de investimentos em horizontes mais longos, decidiu-se por não abordar a volatilidade de Curto Prazo na presente dissertação.

## 7 INFLUÊNCIA DO VALOR DO PROJETO (V) NO VALOR DA OPÇÃO

Para verificar quais são os efeitos na tomada de decisão segundo o valor presente do projeto (V), foram testados valores presentes superiores, iguais e inferiores ao valor do investimento (I), e comparou-se a média dos valores das opções em janelas mensais e trimestrais.

a) caso  $V > I$  (adotado numericamente:  $V=200$ ,  $I=100$ )

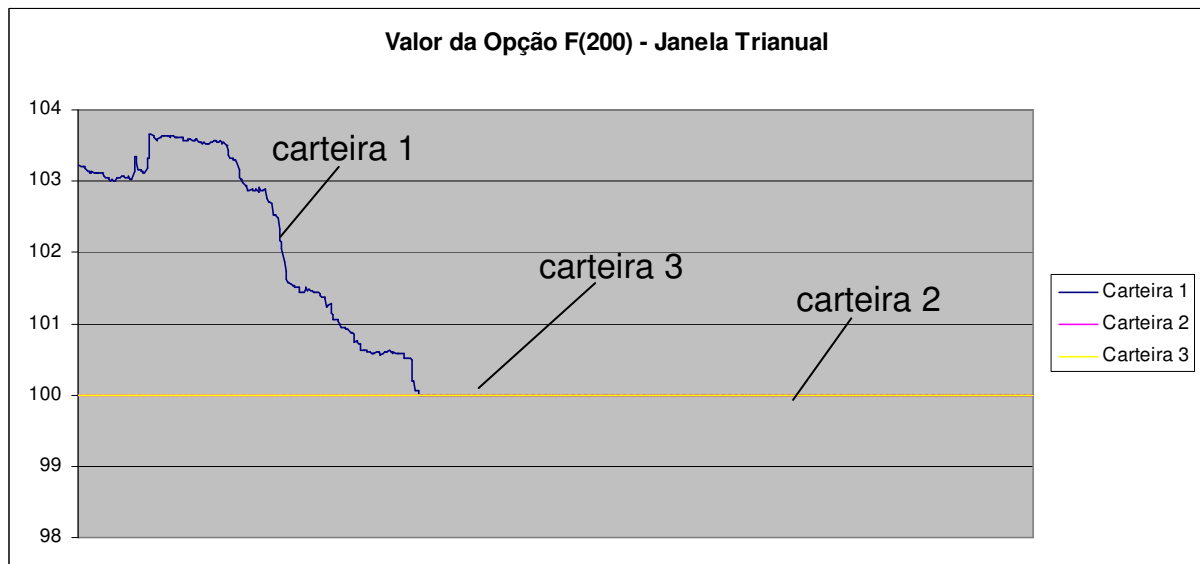
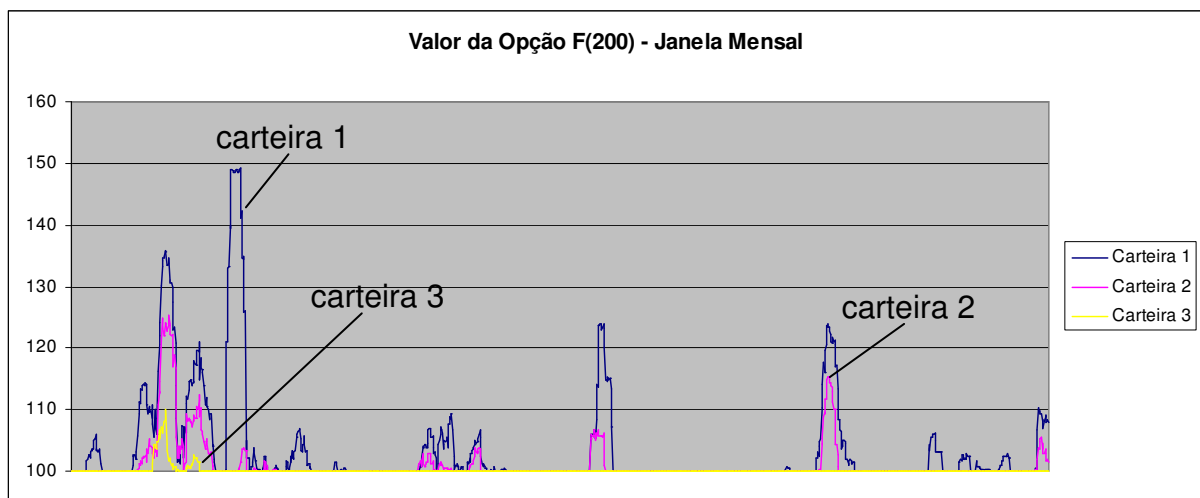


Gráfico 17 – Valor da Opção F(V) (mensal)  
Fonte: Elaboração Própria

Nota-se que para valores de projeto altos, existem muitos casos onde a opção é exercida e o projeto é iniciado, resultando em valores médios próximos de 100 unidades monetárias.

b) caso  $V=I$  (adotado numericamente:  $V=100$ ,  $I=100$ )

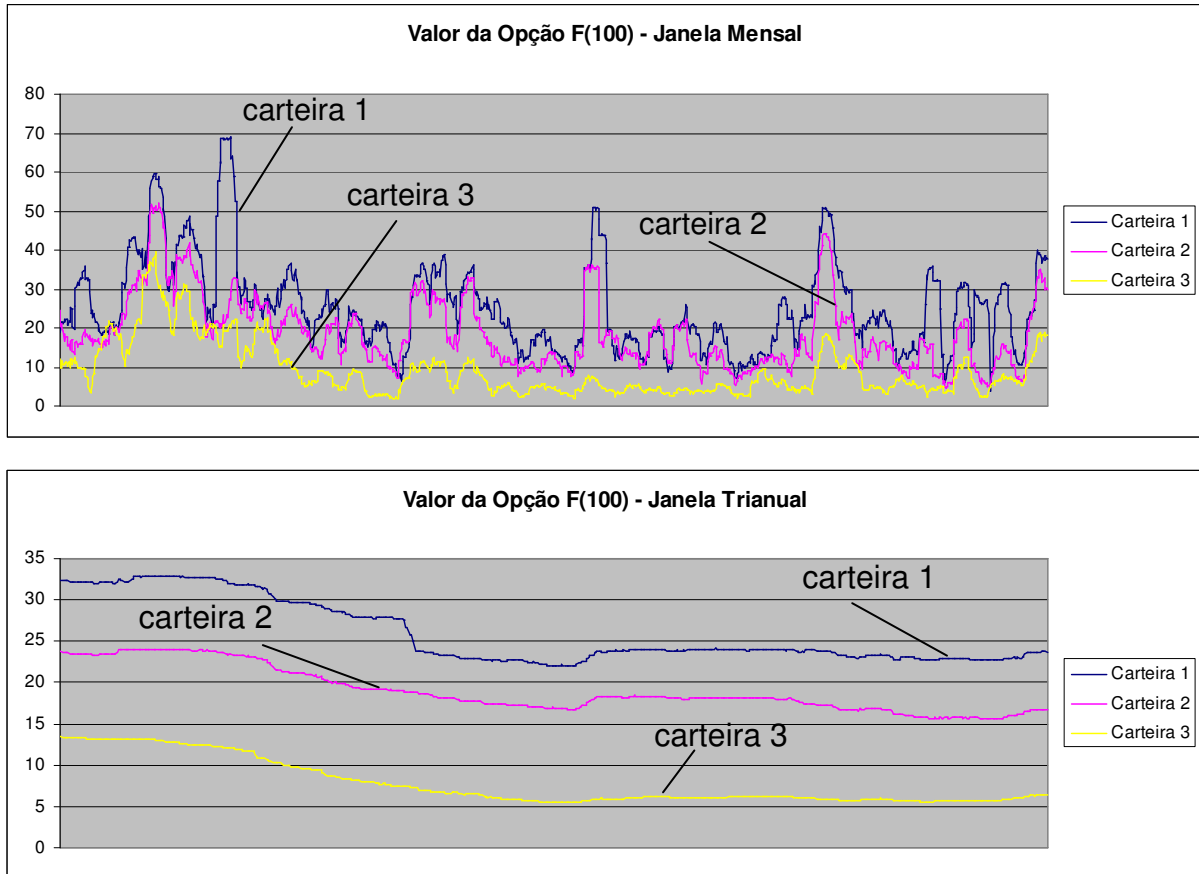


Gráfico 18 – Valor da Opção F(V) (mensal)  
Fonte: Elaboração Própria

No caso acima, os gráficos mostram que não existe atratividade em tomar o risco e iniciar o projeto, mesmo mediante um retorno (valor presente de projeto) próximo ao valor de investimento, logo os valores das opções são inferiores ao do caso a), ficando em média por volta de 30 unidades monetárias.

c) caso  $V < I$  (adotado numericamente:  $V=50$ ,  $I=100$ )

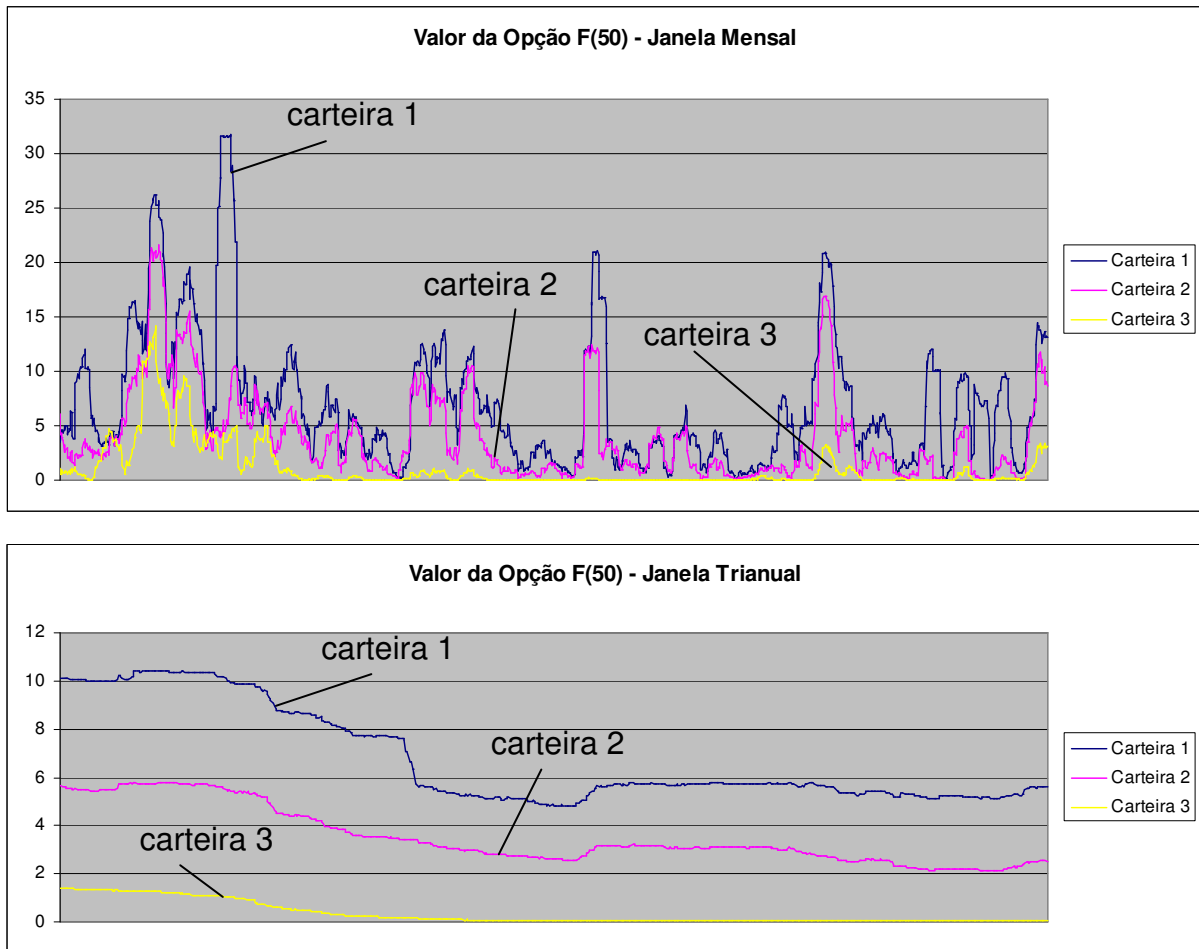


Gráfico 19 – Valor da Opção F(V) (mensal)  
Fonte: Elaboração Própria

Neste último caso, quando um projeto não tem perspectiva de retorno que sequer compense o investimento, não há indicação de início de projeto, e como a probabilidade de exercer a opção é menor, também o seu valor é mais baixo, notadamente por volta de 8 unidades monetárias.

## 8 PRÊMIO DE RISCO – $V^*/I$

A variável  $V^*$  (valor crítico) foi conceituada no modelo McDonald-Siegel como o limiar de decisão, a partir do qual o investimento é recomendado, mesmo em um ambiente com volatilidade. Para  $V^*$  elevados, menos projetos são realizados, pois os lucros exigidos são maiores e o tempo de espera para o valor presente superar  $V^*$  é maior.

Assim, dividindo o valor crítico pelo investimento necessário à implementação do projeto, temos um fator  $V^*/I$  ou  $\frac{\beta}{\beta-1}$ , segundo a expressão (7). Reescrevendo a expressão em função da taxa livre de risco, da volatilidade e do custo de oportunidade, resulta:

$$\frac{V^*}{I} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{(r-\delta)}{\sigma^2} + \sqrt{\left[\frac{(r-\delta)}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right]^2 + \frac{2r}{\sigma^2}}}{-\frac{1}{2} - \frac{(r-\delta)}{\sigma^2} + \sqrt{\left[\frac{(r-\delta)}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right]^2 + \frac{2r}{\sigma^2}}} \quad (25)$$

A expressão (25) indica o retorno extra, necessário para a realização do investimento, ou seja, indica a margem de lucro (*markup*).

Com o uso das expressões de (6) a (9), foram simulados valores críticos para diversas janelas de análise, para as 3 carteiras definidas anteriormente. Assumiu-se que o valor presente do projeto na data de análise era  $V=200$  e um investimento com valor  $I=100$  foi usado como referência, assim foi possível visualizar o prêmio de risco exigido para cada cenário:



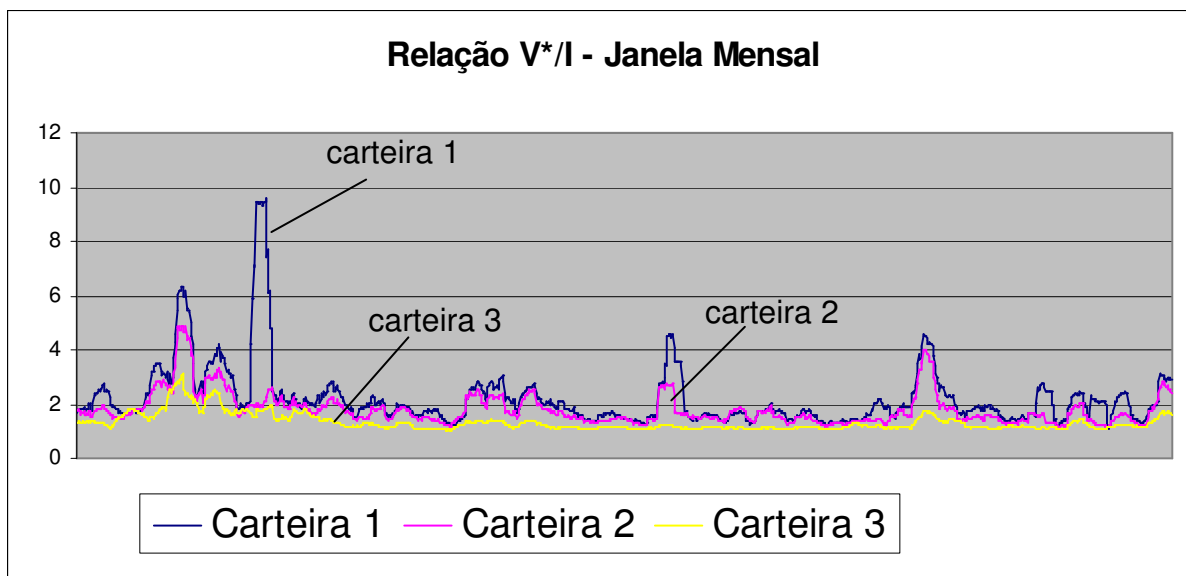


Gráfico 20 – Relação  $V^*$  sobre  $I$  (mensal)  
 Fonte: Elaboração Própria

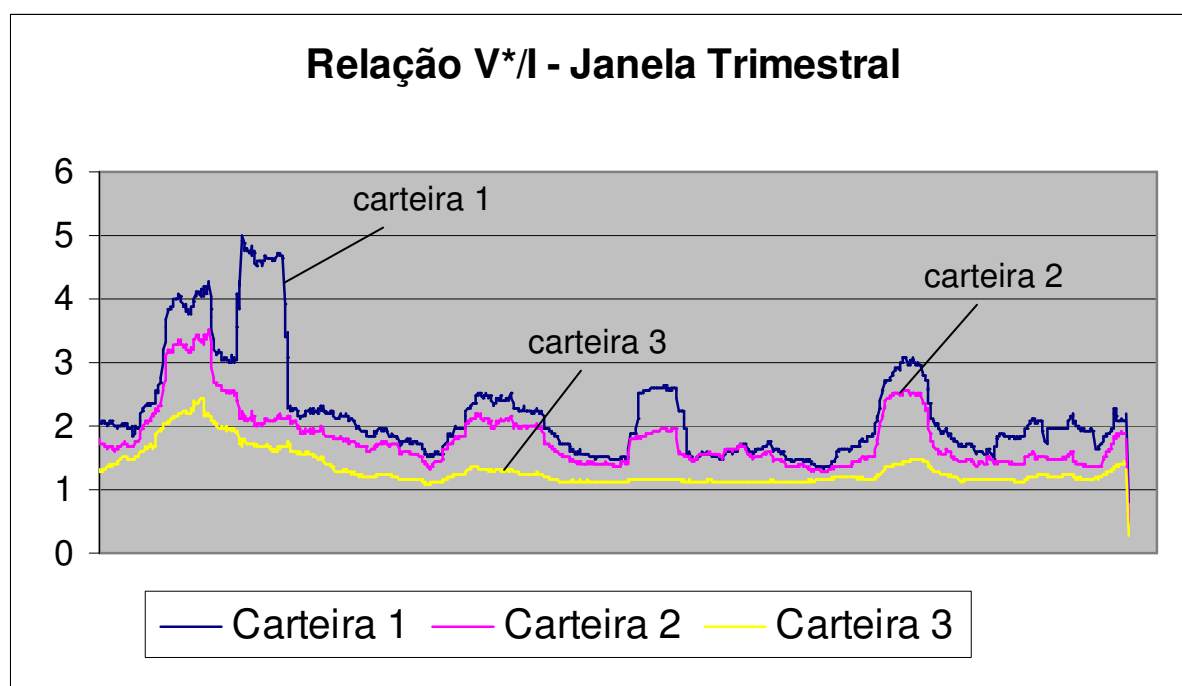


Gráfico 21 – Relação  $V^*$  sobre  $I$  (semestral)  
 Fonte: Elaboração Própria

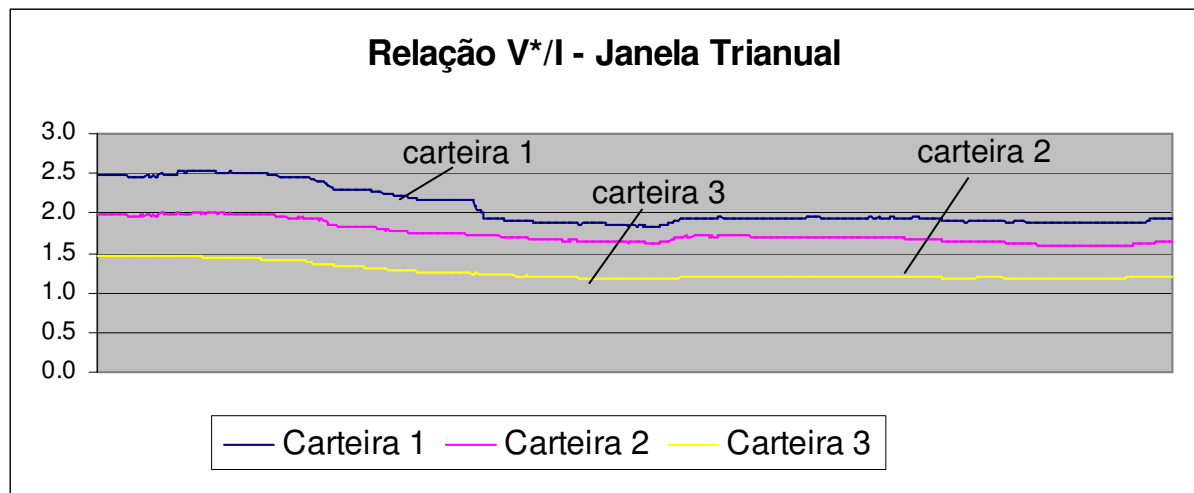


Gráfico 22 – Relação  $V^*$  sobre  $I$  (trianual)  
 Fonte: Elaboração Própria

Foi possível notar a presença do prêmio de risco visualmente, através da diferença sistemática entre as linhas azul (carteira 1), rosa (carteira 2) e amarela (carteira 3). Quanto maiores forem as distâncias, maiores são os prêmios de risco exigidos para se tomar um projeto com pouca diversificação. A Tabela 2 resume quantitativamente as relações entre o valor crítico para dado investimento, em diversos cenários:

Tabela 2 – Prêmio de Risco para as diferentes carteiras e janelas de amostragem (Média e Desvio-Padrão comparativos)

$V^*/I$		Carteira 1	Carteira 2	Carteira 3
mensal	Média	2.2023	1.8018	1.3300
	Desvio-Padrão	1.1484	0.5898	0.3165
trimestral	Média	2.2085	1.8048	1.3282
	Desvio-Padrão	0.7961	0.4626	0.2840
semestral	Média	2.2210	1.8144	1.3279
	Desvio-Padrão	0.6784	0.3827	0.2680
anual	Média	2.1957	1.7939	1.3058
	Desvio-Padrão	0.5527	0.2758	0.2201
bianual	Média	2.0905	1.7535	1.2659
	Desvio-Padrão	0.3281	0.1743	0.1377
trianual	Média	2.0733	1.7451	1.2566
	Desvio-Padrão	0.2421	0.1313	0.0985

Fonte: Elaboração própria

Nota-se que o prêmio de risco é maior para carteiras menos diversificadas e porém não há indícios que o prêmio de risco é menor para horizontes maiores de investimento.

## 9 CONCLUSÕES

Os modelos de predição para avaliação de projetos de alto risco têm evoluído ao longo dos anos e sistematicamente são adicionadas novas abordagens que trazem maior precisão.

Por vezes algumas premissas dos modelos não são muito realistas, e em outras há limitações nas aplicações, como aconteceu neste estudo e sua consideração quanto à log-normalidade dos preços dos ativos, porém o intuito é o refinamento incremental do modelo básico de Fluxo de Caixa Descontado, concluindo que o estudo não é terminal.

As avaliações de viabilidade de investimentos em projetos de risco utilizando a abordagem das opções reais têm maior poder de predição se comparado ao método tradicional de FCD, especialmente se os mercados apresentam incertezas futuras, como é o caso do mercado de telecomunicações, sujeita à regulações locais, obsolescências tecnológicas e demandante de altos valores para execução dos projetos.

De acordo com o estudo das elasticidades, o valor crítico é muito mais susceptível à volatilidade do que os demais parâmetros: taxa de juros (ou taxas de desconto como o WACC), fluxo de caixa ou custo de oportunidade. Este cenário se torna ainda mais pronunciado quanto maior for a volatilidade do mercado. Ainda sobre os valores observados através do Gráfico 16, como a elasticidade do valor crítico em relação a volatilidade se mostrou superior (no ponto  $\sigma=20\%$ ,  $\epsilon_{\sigma}= 0,178$  contra  $\epsilon_r= 0,035$  e  $\epsilon_{\delta}= 0,015$ ) indicando que uma política de estabilização macroeconômica é mais desejável para promover o crescimento do que um corte isolado na taxa de juros básica ( redução de  $r$ ) ou mesmo de políticas de incentivos fiscais (aumento de  $\delta$ )

A escolha das *proxies* depende bastante das características do projeto em questão, e deve ser feita de maneira cautelosa por representarem a fonte das volatilidades na análise.

Um artifício utilizado ainda na escolha dos representantes da volatilidade foi de que o valor da empresa é fielmente retratado pelo agregado do valor de suas ações, que são negociadas no mercado e cujas cotações diárias puderam ser obtidas facilmente. Tal consideração pode levar a uma superestimação da volatilidade do projeto, pois as ações podem estar “alavancadas” resultando em valores de prêmio de risco mais elevados.

É possível avaliar a melhor escolha relativa das *proxies* através de suas diferenças.

Nota-se que é adequado o uso de métodos ou de modelos matemáticos distintos para a avaliação dos projetos, de acordo com o prazo disponível para a tomada de decisão, mesmo assim, não existem evidências que os modelos mais elaborados como FI-GARCH se mostram superiores sistematicamente para a análise dos efeitos de Curto Prazo.

Além disso, devido às características técnicas dos projetos em telecomunicações como prazos de implementação e retorno, os efeitos de Curto Prazo devem ser eliminados sempre que possível da análise.

O modelo deste trabalho indica que um investimento em projetos de uma única empresa nacional demanda um retorno de pelo menos 2 vezes seu valor de investimento, para que a oportunidade se torne atrativa. Esta relação se reduz para quase 1,3 vezes o valor do investimento, se o negócio a ser realizado tiver fontes de incerteza diversificáveis, como verificado por meio da Tabela 2.

Por fim, conclui-se que no cenário das telecomunicações atual, a busca pela liderança inclui a análise minuciosa e extensiva, envolvendo aspectos administrativos e financeiros, mesmo que aparentemente haja um conflito entre finanças e estratégia, como citado por GASLENE, FENSTERSEIFER e LAMB (1999, p.253), explicado por 3 aspectos:

a) linguagem e cultura;

b) análise de Fluxo de Caixa Descontado mal aplicado;

- c) incompatibilidade dos resultados dos FCD com a estratégia da empresa, tanto nos objetivos como no binômio curto prazo e longo prazo.

Como aprimoramento deste trabalho, um detalhamento maior do modelo básico pode ser feito, incluindo o impacto de quebras de contrato, de efeitos fiscais ou mesmo dos custos de transação, aproximando mais o modelo da realidade.

## REFERÊNCIAS

- BLACK, Fischer e Myron Scholes (1973). *The pricing of Options and Corporate Liabilities*, Journal of Political Economy, Vol.81:637-654
- BRAGANÇA, Gabriel; ROCHA, Kátia e MOREIRA, Rafael (2003). *Incertezas, Opções Reais e a Nova Orientação Regulatória das Operadoras de Telefonia Fixa Brasileira: O Markup sobre o Custo de Capital*.
- CAVALCANTE, J. (2007). *A Propriedade de Longa Memória na Volatilidade dos Retornos do Ibovespa*. Revista do BNDES, v.14, no.27, p.277-294.
- COUTO, Gualter Manuel (2006). *Opções Reais e Decisão sob Incerteza no Processo de Relocalização*, Tese de Doutorado, Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa.
- DAMODARAN, Aswath; (2001). *Estimating Risk Free Rates*. Stern School of Business.
- DELOSSO, Rodrigo (2007). *Apostila: Econometria de Séries Temporais*. Fundação Getúlio Vargas.
- DING, Zhuangxin; GRANGER, Clive W.J.; ENGLE, Robert F. (1993). *A long memory property os stock market returns and a new model*. Journal of Empirical Finance, Elsevier, p.83-106.
- DIXIT, Avinash e Robert Pindyck (1984). *Investment under Uncertainty*, Princeton University Press.
- DUARTE JÚNIOR, Antonio Marcos (2000). *Risco: Definições, Tipos, Medição e Recomendações para seu Gerenciamento*, Risktec/Unibanco.
- FERREIRA, JOSÉ CARLOS GOMES (2003). *Abordagem sobre o uso das Opções Reais na análise de projetos de investimentos*.
- FREITAS, Corina da Costa et all (2003). *Estatística*, Ministério da Ciência e Tecnologia, INPE.
- JORION, Philippe (2003). *Value at Risk*, BM&F.
- MAGRI, RAFAEL RIBEIRO (2006), *Modelos ARCH: Uma revisão da literatura*, UNB.
- MARKOWITZ (1952). *Portfolio Selection*, Journal of Finance.
- MASCARENHAS FILHO, Carlos de Góes 2003. *A influência da Volatilidade na Avaliação das Opções Reais: O caso dos investimentos em Telecomunicações e Petróleo no Brasil*, Dissertação de Mestrado, Departamento de Economia PUC-RJ, Rio de Janeiro.

MCDONALD, Robert e Daniel Siegel (1986). The value of Waiting to Invest, *The Quarterly Journal of Economics*, Vol.101, No.4: 707-728

MERTON, R. (1973). *Theory of Rational Option Pricing*. Bell Journal of Economics & Management.

MORAES, José Cássio Froes de (2003). *Análise da eficácia da disseminação de conhecimentos sobre controles internos após implementação no Banco do Brasil*. Dissertação (Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis. Disponível em <<http://www.febraban.org.br>>

SUGANUMA, R. (2000). *Reality Check for Volatility Models*. University of California, San Diego.

TAYLOR, S. J. (1994). *Modeling Financial Time Series*. Chichester: John Wiley & Sons.

VORNATAS, Nicholas; LACEY, Matt (2001). *Real Options for Public Sector R&D Investments*, p.334.

## ANEXOS

**ANEXO I - Dedução da variância de dx:**

$$\sigma^2(dx) = E\{(dx)^2 - E[dx]^2\}$$

$$\sigma^2(dx) = E[(dx)^2] - E[dx]^2$$

$$\sigma^2(dx) = E[(a(x,t)dt + b(x,t)dz)^2] - E[a(x,t)dt + b(x,t)dz]^2$$

$$\sigma^2(dx) = E[(a(x,t)dt + b(x,t)dz)^2] - [a(x,t)dt]^2$$

$$\sigma^2(dx) = 2a(x,t)b(x,t)dtE[dz] + E[b(x,t)dz]^2$$

$$\sigma^2(dx) = [b(x,t)]^2 E[\varepsilon^2] dt$$

$$\sigma^2(dx) = [b(x,t)]^2 dt$$

**ANEXO II – Lema de Itô**

Definindo uma função genérica  $G(t) = \ln(V)$  e expandindo pelo Lema de Itô:

$$dG(V,t) = \frac{\partial G}{\partial V} dV + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial V^2} (dV)^2$$

Como

$$(dV)^2 = \sigma^2 V^2 dt$$

Então:

$$dG(V,t) = \frac{1}{V} (\mu V dt + \sigma V dz) + 0 + \frac{1}{2} \frac{(-1)}{V^2} \sigma^2 V^2 dt$$

$$dG(V,t) = \mu dt + \sigma dz - \frac{1}{2} \sigma^2 dt$$



### ANEXO III: Dedução da Expressão de Variância:

Da variação infinitesimal de um processo de Wiener:

$$dz = \varepsilon_t \sqrt{dt} \text{ ou}$$

$$dz^2 = \varepsilon_t^2 dt$$

Aplicando o operador esperança às expressões anteriores:

$$E[dz] = E[\varepsilon \sqrt{dt}] = \sqrt{dt} \cdot E[\varepsilon] = \sqrt{dt} \cdot 0 = 0 \text{ e}$$

$$E[dz^2] = E[\varepsilon^2 dt] = dt \cdot E[\varepsilon^2] = dt \cdot 1 = dt$$

Da definição da variância:

$$\sigma^2(dz) = E[(dz)^2 - E[dz]^2] = E[(dz)^2 - 0] = E[dz^2] = dt \text{ e}$$

$$\sigma^2(dz^2) = E[(dz^2)^2 - E[dz^2]^2] = 0$$

$$dz^2 = E[dz^2]$$

$$dz^2 = dt$$

$$(dV)^2 = (\alpha V dt)^2 + (\sigma V dz)^2 + 2\alpha\sigma V^2 dt dz$$

$$(dV)^2 = \alpha^2 V^2 dt^2 + \sigma^2 V^2 dz^2 + 2\alpha\sigma V^2 dt^{3/2}$$

Como  $\lim dt^n = 0$  quando  $n > 1$  e  $dt \rightarrow 0$ .

$$\text{Logo, } (dV)^2 = \sigma^2 V^2 dt$$

$$\sigma^2(dx) = 2a(x, t)b(x, t)dtE[dz] + E\{[b(x, t)dz]^2\}$$

$$\sigma^2(dx) = [b(x, t)]^2 E[\varepsilon^2] dt$$

**ANEXO IV: Deduções das Fórmulas de Elasticidade:**

$$1) \varepsilon_{\sigma} = \frac{\partial V^*}{\partial \beta} \frac{\partial \beta}{\partial \sigma} \frac{\sigma}{V^*}$$

$$\frac{\partial V^*}{\partial \beta} = \frac{1(\beta-1) - \beta(1)}{(\beta-1)^2} I = \frac{(-1)}{(\beta-1)^2} I$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial \sigma} = \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( -(r-\delta)\sigma^{-2} \right) + \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \sqrt{\left[ \frac{(r-\delta)}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \right]^2 + \frac{2r}{\sigma^2}} \right)$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial \sigma} = \left( \frac{-(r-\delta)(-2)}{\sigma^3} \right) + \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{(\cdot)}} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left\{ \left[ \frac{(r-\delta)}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \right]^2 + \frac{2r}{\sigma^2} \right\}$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial \sigma} = \left( \frac{2(r-\delta)}{\sigma^3} \right) + \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{(\cdot)}} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[ \frac{(r-\delta)}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \right]^2 + \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \frac{2r}{\sigma^2} \right)$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial \sigma} = \left( \frac{2(r-\delta)}{\sigma^3} \right) + \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{(\cdot)}} \left\{ 2 \left[ \frac{(r-\delta)}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \right] \frac{\partial}{\partial \sigma} \frac{(r-\delta)}{\sigma^2} + \left( -\frac{4r}{\sigma^3} \right) \right\}$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial \sigma} = \left( \frac{2(r-\delta)}{\sigma^3} \right) + \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{(\cdot)}} \left\{ 2 \left[ \frac{(r-\delta)}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \right] (-2) \frac{(r-\delta)}{\sigma^3} + \left( -\frac{4r}{\sigma^3} \right) \right\}$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial \sigma} = \left( \frac{2(r-\delta)}{\sigma^3} \right) + \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{(\cdot)}} \left\{ 2 \left[ \frac{(r-\delta)}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \right] \frac{-2(r-\delta)}{\sigma^2} + \left( -\frac{4r}{\sigma^3} \right) \right\}$$

$$\varepsilon_{\sigma} = \frac{(-I)}{(\beta-1)^2} \left( \frac{2(r-\delta)}{\sigma^3} \right) \frac{\sigma}{V^*} + \frac{(-I)}{(\beta-1)^2} \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{(\cdot)}} \left\{ 2 \left[ \frac{(r-\delta)}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \right] \left[ \frac{-2(r-\delta)}{\sigma^3} \right] - \frac{4r}{\sigma^3} \right\} \frac{\sigma}{V^*}$$

$$2) \varepsilon_r = \frac{\partial V^*}{\partial \beta} \frac{\partial \beta}{\partial r} \frac{r}{V^*}$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial r} = \frac{-\partial}{\partial \sigma} ((r - \delta) \sigma^{-2}) + \frac{\partial}{\partial r} \left( \sqrt{\left[ \frac{(r - \delta)}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \right]^2 + \frac{2r}{\sigma^2}} \right)$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial r} = \left( \frac{-1}{\sigma^2} \right) + \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{(\cdot)}} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \left[ \frac{(r - \delta)}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \right]^2 + \frac{2r}{\sigma^2} \right\}$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial r} = \left( \frac{-1}{\sigma^2} \right) + \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{(\cdot)}} \left\{ 2 \left[ \frac{(r - \delta)}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \right] \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{(r - \delta)}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \right] + \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{2r}{\sigma^2} \right) \right\}$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial r} = \left( \frac{-1}{\sigma^2} \right) + \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{(\cdot)}} \left\{ 2 \left[ \frac{(r - \delta)}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \right] \left[ \frac{1}{\sigma^2} \right] + \left( \frac{2}{\sigma^2} \right) \right\}$$

$$\varepsilon_r = \frac{(-I)}{(\beta - 1)^2} \left( \frac{-1}{\sigma^2} \right) \frac{r}{V^*} + \frac{(-I)}{(\beta - 1)^2} \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{(\cdot)}} \left\{ 2 \left[ \frac{(r - \delta)}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \right] \left[ \frac{1}{\sigma^2} \right] + \frac{2}{\sigma^2} \right\} \frac{r}{V^*}$$

$$\mathbf{3) \quad} \varepsilon_\delta = \frac{\partial V^*}{\partial \beta} \frac{\partial \beta}{\partial \delta} \frac{\delta}{V^*}$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial \delta} = \frac{-1}{\sigma^2} (-1) + \frac{\partial}{\partial \delta} \left( \sqrt{\left[ \frac{(r - \delta)}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \right]^2 + \frac{2r}{\sigma^2}} \right)$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial \delta} = \left( \frac{1}{\sigma^2} \right) + \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{(\cdot)}} \frac{\partial}{\partial \delta} \left\{ \left[ \frac{(r - \delta)}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \right]^2 + \frac{2r}{\sigma^2} \right\}$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial \delta} = \left( \frac{1}{\sigma^2} \right) + \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{(\cdot)}} \left\{ 2 \left[ \frac{(r - \delta)}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \right] \frac{\partial}{\partial \delta} \left( \frac{(r - \delta)}{\sigma^2} \right) \right\}$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial \delta} = \left( \frac{1}{\sigma^2} \right) + \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{(\cdot)}} \left\{ 2 \left[ \frac{(r - \delta)}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \right] \left( \frac{-1}{\sigma^2} \right) \right\}$$

$$\varepsilon_\delta = \frac{(-I)}{(\beta - 1)^2} \left( \frac{1}{\sigma^2} \right) \frac{\delta}{V^*} + \frac{(-I)}{(\beta - 1)^2} \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{(\cdot)}} \left\{ 2 \left[ \frac{(r - \delta)}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \right] \left[ \frac{-1}{\sigma^2} \right] \right\} \frac{\delta}{V^*}$$

OBS:

$$\sqrt{(\cdot)} = \sqrt{\left[\frac{(r-\delta)}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right]^2 + \frac{2r}{\sigma^2}}$$

## ANEXO V: Série de Taylor

Em matemática, a série de Taylor ou série de potências é uma série de funções da seguinte forma:

$$T(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-a)^n$$

A constante  $a$  é o centro da série que pode ser encarada como uma função real ou complexa. Se  $a = 0$ , a série também é chamada de Série de Maclaurin.

Estas séries devem o seu nome a Brook Taylor que as estudou no trabalho *Methodus incrementorum directa et inversa* em 1715. Condorcet atribuíu estas séries a Taylor e d'Alembert e o nome *série de Taylor* só começou a ser usado em 1786, por l'Huillier.

### Convergência

Toda série de Taylor possui um raio de convergência  $R$  com a propriedade que a série converge uniformemente em cada círculo  $|x-a| \leq r \leq R$ .

A fórmula de Hadamard fornece o valor deste raio de convergência:

$$R^{-1} = \limsup_{n \rightarrow \infty} |a_n|^{1/n}$$

### Série de Taylor associada a uma função

A série de Taylor associada a uma função  $f$  infinitamente diferenciável (real ou complexa) definida em um intervalo aberto  $(a-r, a+r)$  é a série de potências dada por

$$T(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (x-a)^n$$

Onde,  $n!$  é o fatorial de  $n$  e  $f^{(n)}(a)$  denota a  $n$ -ésima derivada de  $f$  no ponto  $a$ .

Com essa ferramenta, podem ser moldadas funções trigonométricas, exponenciais e logarítmicas em polinômios.

## ANEXO VI - A Distribuição F

Sejam Y e Z, duas *variáveis aleatórias* independentes com distribuição  $\chi^2$  com  $m$  e  $n$  graus de liberdade, respectivamente.

X é uma *variável aleatória* definida por

$$X = \frac{Y / m}{Z / n} = \frac{nY}{mZ}$$

A distribuição de X é denominada distribuição F com  $m$  e  $n$  graus de liberdade.

Propriedade da distribuição F:

Se uma variável aleatória X possui uma distribuição F com  $m$  e  $n$  graus de liberdade, então  $1/X$  também possui uma distribuição F com  $n$  e  $m$  graus de liberdade.

Razão de Duas Variâncias Amostras:

Tomemos duas amostras com distribuição normal:

- a) uma amostra  $\{X_1, X_2, \dots, X_m\}$  com  $m$  observações, média  $\mu_1$  e variância  $\sigma_1^2$  e
- b) uma amostra  $\{Y_1, Y_2, \dots, Y_n\}$  com  $n$  observações, média  $\mu_2$  e variância  $\sigma_2^2$ .

Sabemos que

$$\frac{\sum_{i=1}^m (X_i - \bar{X})^2}{\sigma_1^2} = \frac{(m-1)s_1^2}{\sigma_1^2} \sim \chi_{m-1}^2, \text{ e } \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}{\sigma_2^2} = \frac{(n-1)s_2^2}{\sigma_2^2} \sim \chi_{n-1}^2$$

Logo,

$$\frac{s_1^2 / \sigma_1^2}{s_2^2 / \sigma_2^2} \sim F_{(m-1, n-1)}$$

Se as variâncias são estatisticamente iguais,  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ , então

$$\frac{s_1^2}{s_2^2} \sim F_{(m-1, n-1)}$$

A razão das variâncias amostrais segue a distribuição F, com (m-1) e (n-1) graus de liberdade.

#### **ANEXO VII: PIB Americano – Variação em relação ao período anterior:**

Taxas anualizadas.

	Quarterly (Seasonally adjusted annual rates)	
	GDP percent change based on current dollars	GDP percent change based on chained 2000 dollars
2002q1	4.3	2.7
2002q2	3.7	2.2
2002q3	3.9	2.4
2002q4	2.4	0.2
2003q1	4.4	1.2
2003q2	4.8	3.5
2003q3	9.7	7.5
2003q4	4.9	2.7
2004q1	6.8	3.0
2004q2	7.4	3.5
2004q3	6.0	3.6
2004q4	5.9	2.5
2005q1	7.1	3.1
2005q2	5.5	2.8
2005q3	8.1	4.5
2005q4	4.8	1.2
2006q1	8.4	4.8
2006q2	6.0	2.4
2006q3	3.4	1.1
2006q4	3.8	2.1
2007q1	4.9	0.6
2007q2	6.6	3.8
2007q3	6.0	4.9

Fonte: [www.bea.gov](http://www.bea.gov)

## ANEXO VIII – Tipos de Risco

Como a própria definição de risco não é única, foram citadas várias fontes e situações associadas ao risco para ser possível desenvolver a intuição de quais fatores e cenários influenciam conjuntamente no parâmetro genericamente chamado de volatilidade, que será utilizado neste estudo para análise de projetos de investimento.

De acordo com a definição do Banco do Brasil baseada nos 25 Princípios Gerais para a Efetiva Supervisão Bancária, do *Federal Reserve System* e *Basle Committee on Banking Supervision* (BANCO DO BRASIL, 2000, p.22-28) o risco pode ser classificado nas seguintes categorias:

- a) de mercado;
- b) operacional;
- c) de crédito;
- d) legal;
- e) de liquidez;
- f) de conjuntura;
- g) de imagem.

### a) Risco de Mercado

O Risco de Mercado está diretamente relacionado às variações observadas nos preços dos ativos em resposta às volatilidades do mercado.

Atualmente tais riscos são quantificados de maneira sistemática usando ferramentas como o VaR (Value at Risk), que sintetiza a maior (ou pior) perda esperada dentro de determinados períodos de tempo e intervalo de confiança (JORION, 2003).

Segundo JORION (2003), o Risco de Mercado pode ser classificado como risco direcional, e risco não direcional. O primeiro é medido por aproximações lineares como o Beta, para exposições à volatilidade de ações, a *duration* para exposições às taxas de juros e o delta para ativos subjacentes, oriundos de opções. Já o risco

não direcional acontece se as relações não forem lineares, como em posições imunizadas (quadráticas).

Outra subclassificação possível é feita em DUARTE JÚNIOR (1993), que divide o risco de mercado em quatro grandes áreas: risco do mercado acionário, risco do mercado de câmbio, risco do mercado de juros e risco do mercado de *commodities*.

#### b) Risco Operacional

O risco operacional pode resultar em outros tipos de risco e está relacionado a possíveis comprometimentos de resultados, como perdas como resultado de sistemas e/ou controles inadequados, falhas de gerenciamento e erros humanos, incluindo fraudes e modelos inadequados e está classificado como:

b1) Risco de Fraudes: está relacionado com uma organização ineficiente, administração inconsistente e sem objetivos de longo prazo bem definidos, fluxo de informações internos e externos deficientes, responsabilidades mal definidas, fraudes, acesso a informações internas por parte de concorrentes, etc.

b2) Risco de Equipamento: está relacionado com problemas como sobrecarga de sistemas como os “apagões”, sistemas informatizados passíveis de fraudes e erros, confirmações equivocadas ou verificações superficiais.

b3) Risco de Falha Humana: está relacionado com problemas de *staff*, tanto no aspecto técnico como treinamento, ferramental e condições de trabalho como aspectos pessoais como desmotivação e ética.

b4) Risco de Produtos e Serviços: devido à perdas decorrentes de vendas indevidas de produtos ou prestação de serviços.

b5) Risco de Regulamentação: devido à perdas decorrentes da inobservância dos controles internos definidos para minimizar a exposição ao risco.



b6) Risco de Modelagem: devido à inadequação dos dados ou do próprio modelo na simulação do projeto.

b7) Risco de Catástrofe: decorrentes de fatores imprevisíveis como os climáticos ou não naturais.

b8) Risco de Sistemas de Informação: possibilidade de perdas devido a problemas no fluxo de informações, incluindo a confiabilidade das mesmas.

b9) Risco de Concentração: como parte do Risco Operacional, decorre de situações em que os recursos não estão disponíveis de maneira homogênea, tanto em aspectos geográficos como temporais.

b10) Risco Patrimonial: decorrentes de perdas devido à má utilização ou falta de segurança dos valores custodiados que acarretam redução do valor patrimonial.

b11) Risco de Contrato: devido à julgamentos desfavoráveis decorrentes de processos com contratos que possibilitem tal cenário.

#### c) Risco de Crédito

Risco de crédito está relacionado a possíveis perdas quando as contrapartes não desejam ou não são capazes de honrar seus compromissos. Seus efeitos são medidos pelo custo de reposição dos fluxos de caixa, pois considera-se que tais recursos que não mais serão recebidos.

Risco de crédito pode ser subdividido em três grupos:

c1) Risco do País ou Risco Soberano: quando, por exemplo, os países impõem controles cambiais que impossibilitam a liquidação de suas obrigações (moratória).

c2) Risco de Falta de Pagamento (inadimplência), quando uma das partes em um contrato não pode mais honrar seus compromissos assumidos.

c3) Risco de Concentração de Crédito: devido à não diversificação do crédito

d) Risco Legal

O risco legal está relacionado a possíveis perdas quando um contrato não pode ser legalmente amparado e geralmente está relacionado com os riscos de crédito, assumindo a forma de processos. Podem-se incluir aqui riscos de perdas por documentação insuficiente, insolvência, ilegalidade, falta de representatividade e/ou autoridade por parte de um negociador.

e) Risco de Liquidez

Classifica-se em riscos de liquidação de ativos (ou mercado/produto) quando há impossibilidade de transação devido ao tamanho da posição em relação ao volume normal, e riscos de liquidação de financiamento (ou de fluxo de caixa), que ocorre em carteiras alavancadas onde as chamadas de margem ou qualquer outra liquidação antecipada causam um desbalanceamento ante o fluxo de caixa e fluxo de mercado/produto se não houver reservas suficientes.

f) Risco de Conjuntura

São as perdas potenciais decorrentes de condições políticas, culturais, sociais, econômicas e financeiras do próprio país ou de outros países.

As subdivisões do Risco de Conjuntura são:

f1) Risco Estratégico, que leva em conta a dinâmica dos negócios e da concorrência.

f2) Risco de País: devido aos cenários de diferentes países que mantêm relacionamentos econômicos.

f3) Risco Sistêmico: verificado em casos de dificuldades financeiras de uma instituição, em grau que provoque danos substanciais a outras ou na normalidade do sistema financeiro nacional.

g) Risco de Imagem: perdas decorrentes de publicidade negativa (verdadeiras ou não) que causam desgaste do nome da instituição no mercado.

## ANEXO IX - Recapitulação Matemática

### Processos Estocásticos

Um processo estocástico é caracterizado por uma variável  $X_t$  que evolui no domínio do tempo e cuja trajetória é imprevisível (em pelo menos parte do tempo), ou seja, os valores de  $X_t$  seguem uma lei de probabilidades.

Matematicamente o processo aleatório, ou função aleatória é expressa por  $f(x,w)$ ,

onde:

$w \in W$  denota um estado da natureza, com  $W$  representando a randomicidade do mundo

$x$  é a variável aleatória, no domínio dos valores reais ( $x \in \mathfrak{R}$ )

Assim, para diferentes estados da natureza  $w_i$ , temos diferentes valores de evolução  $X_t$ . Logo  $X_t$  se torna uma função de  $x$  e de  $w$ :  $X_t = f(x,w)$ .

Um dos processos estocásticos mais simples no domínio discreto de tempo e no domínio discreto de estado é o passeio aleatório (*random walk*). Neste processo, observa-se o valor  $X_t$  a cada intervalo de tempo  $t$ , com incrementos unitários. Os estados possíveis são  $+1$  e  $-1$ , ambos com probabilidade  $\frac{1}{2}$  de ocorrência. Sem a existência de correlação serial, o processo pode ser expresso por:

$$X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t$$

onde:

$\varepsilon_t$  é uma variável aleatória com distribuição de probabilidades:

$$\text{Prob} [\varepsilon_t = +1] = \text{Prob} [\varepsilon_t = -1] = 1/2$$

O valor esperado de  $X_t$  é zero, pois as probabilidades de saída 1 e  $-1$ ,  $p$  e  $q$ , respectivamente são iguais. Caso contrário terá  $p > q$  (dado que  $p+q=1$ ), ou seja, um passeio aleatório com tendência.

Generalizando mais o processo, podemos reduzir os intervalos de tempo ao limite, transformando  $X_t$  em uma variável contínua e usar a distribuição normal com média zero e desvio padrão unitário para descrever os valores assumidos por  $X_t$ . Este processo é conhecido por um processo estocástico de tempo contínuo e estado discreto.

### Processo de Markov

De acordo com SILVA NETO (2000, p.199), o processo de Markov é um processo estocástico onde as variáveis assumem valores imprevisíveis, já absorvendo as informações do passado. O autor admite que a maioria dos preços dos ativos segue o processo de Markov, sendo expressa em probabilidades.

Processos como os passeios aleatórios satisfazem as propriedades de Markov, onde somente o valor presente de uma variável é relevante para determinar seu valor futuro, o que é consistente com a Eficiência Fraca de Mercado, ou seja, o valor presente de uma ação já reflete todas as informações passadas da sequência histórica de preços.

### Processo de Wiener

Um processo de Wiener é também conhecido como Movimento Browniano é um processo estocástico de tempo contínuo, com 3 (três) propriedades importantes:

- a) é um caso particular do processo de Markov, e não possui correlação intertemporal;
- b) incrementos independentes: para qualquer intervalo em  $t$ , não há sobreposição na distribuição de probabilidades;

c) a sequência  $X_t$  é normalmente distribuída, com variância linearmente crescente em função do tempo.

Seja  $z(t)$  um processo de Wiener, que sofre uma alteração  $\Delta z$  no intervalo de tempo  $\Delta t$ :

$$\Delta z = \varepsilon_t \sqrt{\Delta t}$$

onde:

$\varepsilon_t$  é uma variável aleatória de distribuição normal, média zero e desvio padrão unitário.

$\varepsilon_t$  não é correlacionado serialmente:  $E[\varepsilon_t \varepsilon_s] = 0$ , para  $t \neq s$ .

No intervalo  $T$ , dividido em  $n$  unidades de duração  $\Delta t$ , de forma que  $n = \frac{T}{\Delta t}$ , a evolução de  $z$  no intervalo  $T$  é:

$$z(s+T) - z(s) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i \sqrt{\Delta t}$$

Para intervalos de tempo  $\Delta t$  infinitesimais, a expressão (4) se torna:

$$dz = \varepsilon_t \sqrt{dt}$$

A equação para o Movimento Browniano com tendência pode ser escrita:

$$dX = \alpha dt + \sigma dz$$

onde:

$dz$  é o incremento do processo de Wiener

$\alpha$  é o parâmetro de tendência (*drift*)

$\sigma$  é o parâmetro de variância

Para qualquer intervalo  $\Delta t$ , a variação  $\Delta X$  é normalmente distribuída, com valor esperado  $E[\Delta X] = \alpha \Delta t$  e a variância  $\sigma^2(\Delta X) = \sigma^2 \Delta t$

Lema de Itô

Seja a equação

$$dX = a(x, t)dt + b(x, t)dz$$

onde:

$a(x, t)$  e  $b(x, t)$  representam funções dependentes de  $x$  e  $t$ .

A equação acima representa um processo de Itô contínuo no tempo (ou Movimento Geométrico Browniano (MGB) como veremos adiante), porém não é diferenciável, o que seria uma característica desejável e útil para precificar o valor das opções com variáveis representadas por movimentos brownianos.

Para resolver este problema, recorre-se ao lema de Itô, que faz a transformação desejada.

O Lema de Itô é uma expansão em Séries de Taylor (ANEXO V). Assim, se  $X_t$  é um processo aleatório que obedece à equação acima, considere  $F(x, t)$  uma função diferencial de grau maior ou igual a 2 em  $x$  e de grau 1 em  $t$ .

Deseja-se encontrar a derivada total desta função,  $dF$ :

$$dF = \frac{\partial F}{\partial x} dx + \frac{\partial F}{\partial t} dt$$

Expandindo para outras ordens mais elevadas:

$$dF = \frac{\partial F}{\partial x} dx + \frac{\partial F}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} (dx)^2 + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 F}{\partial x^3} (dx)^3 + \dots$$

Como os termos de grau mais elevados convergem para zero, tornando-se infinitesimais, pode-se desprezar tais termos na representação.

Logo, pelo Lema de Ito, o termo  $dF = \frac{\partial F}{\partial x} dx + \frac{\partial F}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} (dx)^2$  já é uma boa representação do processo.

### Modelo Lognormal

Em Estatística, uma variável aleatória  $x$  tem distribuição lognormal quando o seu logaritmo  $F(x) = \log(x)$  tem a distribuição normal. Logo, sua função densidade de probabilidades é:

$$f(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\ln(x) - \mu)^2}{2\sigma^2}\right]$$

onde:

$x$  = variável aleatória

$\sigma$  = variância da série

$\mu$  = média aritmética da série

Assume-se que os valores do projeto deste modelo seguem a distribuição lognormal, logo não podem assumir valores negativos.

### Movimento Browniano Generalizado

O Movimento Geométrico Browniano (MGB), também conhecido por Processo de Itô, pode ser expresso genericamente por:

$$dX = a(x, t)dt + b(x, t)dz$$

onde,

$a(x, t)$  e  $b(x, t)$  = funções determinísticas

$dz$  = incremento no processo de Wiener

Calculando o valor médio esperado do processo da expressão anterior:

$$E[dX] = E[a(x, t)dt + b(x, t)dz], \text{ ou}$$

$$E[dX] = a(x, t)dt + b(x, t)E[dz]$$

Logo, o valor médio esperado  $E[dz] = 0$ , a expectativa instantânea da tendência é:

$$E[dX] = a(x, t)dt$$

Agora calculando a variância de dX, dada pela expressão de dX:

$$\sigma^2(dX) = E\{(dX)^2 - E[dX]^2\} \text{ ou}$$

$$\sigma^2(dX) = [b(x, t)]^2 E[\varepsilon^2]dt$$

Como  $E[\varepsilon^2] = 1$ , a expressão da taxa instantânea de variância (dedução no ANEXO I) fica:

$$\sigma^2(dX) = [b(x, t)]^2 dt$$

Movimento Geométrico Browniano com tendência

Neste caso em particular, as funções determinísticas assumem os seguintes valores:

$$a(x, t) = \alpha X_t$$

$$b(x, t) = \sigma X_t$$

logo, substituindo no Processo de Itô (MGB), a expressão fica :

$$dX = \alpha X_t dt + \sigma X_t dz$$

Definindo  $F(x) \equiv \log(x)$ , pode-se escrever, conforme deduzido no ANEXO II.

$$dF = \left( \alpha - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) dt + \sigma dz$$

Esta expressão foi utilizada no método da carteira replicante.