

FUNDAÇÃO GETÚLIO VARGAS  
ESCOLA DE ECONOMIA DE SÃO PAULO

**O PRÊMIO PELO RISCO CAMBIAL:  
UMA ANÁLISE PARA AS PRINCIPAIS MOEDAS GLOBAIS**

AUTOR: THIERRY XAVIER VAN EYLL  
ORIENTADOR: PAULO TENANI

SÃO PAULO  
2008

**O PRÊMIO PELO RISCO CAMBIAL:  
UMA ANÁLISE PARA AS PRINCIPAIS MOEDAS GLOBAIS**

AUTOR: THIERRY XAVIER VAN EYLL

ORIENTADOR: PAULO TENANI

Dissertação apresentada à Escola de  
Economia da Fundação Getúlio  
Vargas (FGV/EESP) como requisito  
para obtenção do título de Mestre em  
Finanças e Economia Empresarial.

SÃO PAULO

2008

van Eyll, Thierry Xavier.

O prêmio pelo risco cambial: uma análise para as principais moedas globais / Thierry Xavier van Eyll. - 2008.

74 f.

Orientador: Paulo Sérgio Tenani.

Dissertação (Mestrado profissional) - Escola de Economia de São Paulo.

1. Administração cambial. 2. Risco cambial. 3. Avaliação de ativos – Modelo (CAPM). I. Tenani, Paulo Sérgio. II. Dissertação (Mestrado profissional) - Escola de Economia de São Paulo. III. Título.

CDU 336.745

THIERRY XAVIER VAN EYLL

**O PRÊMIO PELO RISCO CAMBIAL:  
UMA ANÁLISE PARA AS PRINCIPAIS MOEDAS GLOBAIS**

São Paulo,  
Aprovado em 19/03/2008

---

Orientador: Prof. Dr. Paulo Sérgio Tenani  
FGV-EAESP

---

Prof. Dr. Alkimar Ribeiro de Moura  
FGV-EAESP

---

Dr. Roberto Barbosa Cintra

## RESUMO

O comportamento do retorno excedente de investimentos em moeda estrangeira tem desafiado a ciência econômica. Dois aspectos têm sido particularmente intrigantes: (i) o retorno excedente é significativamente diferente de zero e, (ii) a variância desse retorno é bastante elevada. O objetivo desse trabalho é verificar se modelos baseados no CAPM (*capital asset pricing model*) internacional são capazes de prever os dois fatos mencionados acima. Para tanto, o trabalho começa descrevendo o comportamento do retorno excedente de investimentos em 13 importantes moedas globais sob a ótica de um investidor norte-americano. Em seguida, três diferentes versões do CAPM internacional são desenvolvidas e estimadas.

A conclusão geral é que essa classe de modelos não é plenamente capaz de prever o comportamento do retorno excedente realizado. Porém, ressalva-se que diversos aspectos discutidos neste trabalho como custo de transação, impostos, *sample problem* e *learning*, podem ter mascarado os resultados obtidos.

## ABSTRACT

The behavior of the excess return of foreign investments has challenged the scientific community. Two facts are the most troublemakers: (i) the excess return is significantly different from zero and, (ii) its variance is high. The purpose of this text is to check if models based on the international CAPM (*capital asset pricing model*) can predict both facts. The text starts describing the realized excess return of investments in 13 major currencies from the standpoint of a U.S. investor. Next, three different versions of the international CAPM are presented and estimated.

The main conclusion is that the class of model studied cannot fully describe the behavior of the realized excess return. However, some aspects discussed in this paper like transaction costs, taxes, sample problem and learning may have misled the results.

1. INTRODUÇÃO.....	7
2. DESCRIÇÃO DO RETORNO EXCEDENTE .....	10
2.1. SELEÇÃO DAS MOEDAS.....	10
2.2. RETORNO EXCEDENTE .....	14
2.2.1. DEFINIÇÃO TEÓRICA .....	14
2.2.2. FATOS ESTILIZADOS E REGRESSÕES DE FAMA .....	16
2.3. COMPORTAMENTO .....	18
2.3.1. ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS .....	18
2.3.2. RELAÇÃO COM O PRÊMIO DE RISCO .....	22
2.3.3. REGRESSÕES DE FAMA.....	28
3. MODELOS TEÓRICOS .....	31
3.1. VISÃO GERAL .....	31
3.2. MODELO RESTRITO SEM PRÊMIO DE RISCO .....	33
3.3. MODELO RESTRITO COM PRÊMIO DE RISCO .....	38
3.4. MODELO GENERALIZADO SEM PRÊMIO DE RISCO .....	41
4. ESTIMAÇÃO DO MODELO.....	44
4.1. ESTIMAÇÃO DO MODELO RESTRITO SEM PRÊMIO DE RISCO .....	44
4.2. ESTIMAÇÃO DO MODELO RESTRITO COM PRÊMIO DE RISCO .....	50
4.3. ESTIMAÇÃO DO MODELO GENERALIZADO SEM PRÊMIO DE RISCO.....	51
5. CONCLUSÃO .....	55
APÊNDICE A – RETORNO EXCEDENTE REALIZADO .....	59
APÊNDICE B – CÁLCULO DO PRÊMIO DE RISCO .....	66
APÊNDICE C – SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE MAXIMIZAÇÃO .....	69
BIBLIOGRAFIA .....	72

## 1. INTRODUÇÃO

Uma das grandes perguntas ainda não completamente respondida pela ciência econômica diz respeito ao prêmio pelo risco cambial. De acordo com a paridade descoberta de juros de Fisher (1930), o retorno esperado em títulos de um país deve ser igual ao retorno esperado em títulos de outro país quando convertidos para a mesma moeda. Ou, dito de outra forma, o retorno esperado de um investimento em um país estrangeiro, quando medido na moeda doméstica, deveria ser igual ao retorno esperado de um investimento na moeda doméstica.

Apesar dessa consideração teórica, o comportamento observado do retorno de investimentos (quando ajustados pelo risco) em moedas de países estrangeiros rejeita essa hipótese. As evidências empíricas apontam para dois fatos estilizados muito bem documentados: (i) o retorno excedente realizado é significativamente diferente de zero e, (ii) a variância desse retorno é alta.

Existem várias explicações teóricas para esse fenômeno que, de forma grosseira, podem ser divididas em dois grupos. O primeiro, que se baseia em expectativas racionais, busca explicar o fenômeno através do prêmio pelo risco cambial. Os modelos dessa classe geralmente buscam associar o comportamento do prêmio pelo risco cambial à utilidade dos agentes em um contexto de equilíbrio parcial (como, por exemplo, o CAPM internacional desenvolvido nesse trabalho) ou geral. De forma geral, esses modelos, apesar de fornecerem uma boa explicação para o retorno excedente ser diferente de zero, não conseguem prever sua alta variância.

O segundo grupo se baseia em erros de previsão da taxa de câmbio futura. Esses modelos podem ser subdivididos em dois grupos. O primeiro grupo busca explicar o fenômeno através de expectativas irracionais (existem poucos modelos teóricos dessa classe, dada a dificuldade que sua modelagem apresenta). O segundo busca uma explicação através de erros sistemáticos de previsão, ou seja, assume que os agentes são racionais, mas que a distribuição de retornos esperada pelos *traders* é diferente da mensurada pelos economistas. É nessa última classe que se encontram os modelos baseados em *learning* e *Peso problem*.



Este trabalho está organizado em três capítulos aparte esta introdução e a conclusão. O primeiro capítulo analisa o comportamento do retorno excedente realizado de investimentos em treze importantes moedas sob a ótica de um investidor global cuja moeda de referência é o dólar norte-americano. O capítulo se inicia com uma discussão sobre a forma como as moedas foram selecionada para, em seguida, apresentar a definição teórica de retorno excedente de investimentos no estrangeiro e algumas importantes considerações a seu respeito feitas por Fama (1984). O capítulo prossegue com um estudo descritivo do retorno excedente realizado para cada uma das moedas escolhidas. Dois aspectos são abordados de forma mais detalhada: (i) a relação entre o retorno excedente e o prêmio de risco que, para fins desse trabalho, é definindo como o retorno adicional sobre títulos domésticos exigido por investidores domésticos para comprar títulos estrangeiros denominados na moeda doméstica e, (ii) a aderência desse retorno excedente às características destacadas por Fama.

O segundo capítulo constrói três modelos teóricos para prever o prêmio pelo risco cambial. Os modelos pertencem ao primeiro grupo descrito anteriormente, ou seja, se baseiam em expectativas racionais, e em um contexto de equilíbrio parcial. Na verdade, tratam-se de versões em tempo discreto do CAPM internacional. O primeiro modelo apresentado é uma reprodução do modelo descrito por Lewis (1994) que assume que existem apenas dois países (doméstico e estrangeiro) cada um com apenas um ativo negociável cujo rendimento nominal na própria moeda é conhecido (ou seja, esse ativo tem as características de um título de renda fixa pré-fixado). Apesar da simplicidade, esse modelo é bastante interessante pela intuição que traz a respeito do prêmio pelo risco cambial. O segundo modelo é uma derivação do primeiro explicitando o prêmio de risco que não é discutido no modelo apresentado por Lewis. O terceiro modelo é uma generalização do primeiro para um caso com mais de duas economias.

O terceiro capítulo analisa se os modelos apresentados no segundo são capazes de prever adequadamente o comportamento do retorno excedente realizado descrito no primeiro. O foco é dado na análise da capacidade dos modelos preverem a magnitude de tal retorno. Para tanto, o capítulo estima o primeiro modelo para cada uma das moedas escolhidas e o segundo apenas para o real brasileiro. O motivo do segundo modelo ser estimado apenas para o real é a enorme dificuldade que a construção de uma série confiável de prêmio de risco apresenta conforme

será abortado no decorrer do texto. O terceiro modelo é estimado para o grupo das moedas selecionadas de forma a verificar se os efeitos de diversificação são capazes de melhorar os resultados.

Finalmente, a conclusão descreve os resultados obtidos em cada parte do trabalho e discute a capacidade da classe de modelos estudada prever o comportamento do prêmio pelo risco cambial. Algumas considerações e possíveis melhorias nos modelos são debatidas.

## 2. DESCRIÇÃO DO RETORNO EXCEDENTE

Este capítulo descreve o comportamento do retorno excedente realizado de investimentos em treze importantes moedas sob a ótica de um investidor global cuja moeda de referência é o dólar norte-americano. Por isso, no decorrer do texto e salvo menção explícita ao contrário, a moeda doméstica é o dólar norte-americano e as moedas são cotadas em dólares por unidade de moeda estrangeira.

O capítulo está dividido em três partes. A primeira discute o critério de seleção das moedas analisadas. A segunda define teoricamente o retorno excedente de investimentos no estrangeiro e apresenta algumas importantes considerações a seu respeito feitas por Fama (1984). Finalmente, a terceira analisa de forma descritiva o comportamento do retorno excedente realizado com foco na sua relação com o prêmio de risco e aderência às características destacadas por Fama.

### 2.1. SELEÇÃO DAS MOEDAS

O critério de seleção das moedas analisadas neste trabalho buscou aproximar o volume do estoque ativos denominados em cada moeda. Como será visto nos capítulos 3 e 4, esse é o critério relevante para os modelos teóricos desenvolvidos. Uma observação importante, é que a seleção foi feita por moeda e não por país, de forma que dados sobre os ativos de países que utilizam a mesma moeda foram agregados. Esse é o caso do euro que consolida os dados referentes a quinze (15) economias<sup>1</sup>.

Determinar o volume do estoque de ativos em cada moeda é uma tarefa bastante complexa, pois significa selecionar quais ativos devem ser computados (ações, títulos públicos, títulos privados, imóveis, *commodities*, etc.), determinar seu estoque disponível e, finalmente, precificar cada um desses ativos. Infelizmente não

---

<sup>1</sup> Em 1/Jan/2007, de acordo com o Banco Central Europeu (BCE), os países que adotam o euro são: Alemanha, Áustria, Bélgica, Chipre, Eslovênia, Espanha, Finlândia, França, Grécia, Holanda, Irlanda, Itália, Luxemburgo, Malta e Portugal.

existe fonte confiável que publica tal estatística e, por isso, é necessário se empregar alguma *proxy* para tal informação.

Este trabalho analisou três diferentes *proxies*. A primeira empregou o PIB de 2006 a preços correntes em dólares norte-americanos divulgado pelo FMI em seu Global Economic Outlook de Abril de 2007. A segunda, a capitalização bursátil média dos dias 1/Jan/2006, 1/Jul/2006 e 1/Jan/2007 divulgada pela Bloomberg. E, a terceira, empregou o estoque de dívida pública mobiliária do governo central em Dezembro de 2005 divulgado pelo Inter-American Development Bank. A Tabela 1 a seguir apresenta o resultado para as principais economias mundiais.

**Tabela 1. *Proxies* analisadas para o volume do estoque de ativos.**

país		PIB <sup>1</sup>		capitalização bursátil <sup>2</sup>		dívida pública <sup>3</sup>	
nome	código	USD <sup>4</sup>	% <sup>5</sup>	USD <sup>4</sup>	% <sup>5</sup>	USD <sup>4</sup>	% <sup>5</sup>
Estados Unidos	USD	13,245	30.8%	16,440	37.7%	4,793	21.9%
União Européia	EUR	10,623	24.7%	7,093	16.3%	5,857	26.7%
Japão	YEN	4,367	10.2%	4,913	11.3%	7,115	32.5%
Inglaterra	GBP	2,374	5.5%	3,450	7.9%	951	4.3%
Canada	CAD	1,269	3.0%	1,402	3.2%	415	1.9%
Hong Kong	HKD	190	0.4%	1,366	3.1%	n.d.	n.d.
Suíça	CHF	377	0.9%	1,024	2.3%	99	0.5%
Australia	AUD	755	1.8%	813	1.9%	44	0.2%
Rússia	RUB	979	2.3%	786	1.8%	109	0.5%
China	CNY	2,630	6.1%	762	1.7%	426	1.9%
Coréia do Sul	KRW	888	2.1%	753	1.7%	131	0.6%
Índia	INR	887	2.1%	661	1.5%	478	2.2%
Brasil	BRL	1,068	2.5%	602	1.4%	456	2.1%
Taiwan	TWD	356	0.8%	577	1.3%	n.d.	n.d.
Arabia Saudita	SAR	349	0.8%	514	1.2%	132	0.6%
Suécia	SEK	385	0.9%	498	1.1%	161	0.7%
África do Sul	RAD	255	0.6%	343	0.8%	85	0.4%
Argentina	ARS	213	0.5%	326	0.7%	139	0.6%
Cingapura	SGD	132	0.3%	300	0.7%	135	0.6%
México	MEX	840	2.0%	298	0.7%	165	0.8%
Noruega	NOK	335	0.8%	265	0.6%	55	0.3%
Dinamarca	DKK	277	0.6%	207	0.5%	105	0.5%
Malásia	MYR	151	0.4%	202	0.5%	60	0.3%
Outros		5,265		1,588		n.d.	

<sup>1</sup> FMI, World Economic Outlook, April 2007. PIB de 2006 a preços correntes em bilhões de USD.

Dados previstos para União Européia, Inglaterra, Índia, Arábia Saudita, Cingapura e Dinamarca.

<sup>2</sup> Bloomberg. Média da capitalização bursátil em 1/Jan/06, 1/Jul/06 e 1/Jan/07 em bilhões de USD.

<sup>3</sup> Inter-American Development Bank. Dívida pública mobiliária do governo central em Dez/2005 em bilhões de USD.

<sup>4</sup> Valores em bilhões de USD.

<sup>5</sup> Percentual em relação à soma dos países apresentados.

Como pode ser observado, cada *proxy* fornece resultados bastante diversos, principalmente no que diz respeito ao volume de ativos denominados em dólares norte-americanos e yens. Por exemplo, enquanto a *proxy* por capitalização bursátil indica uma participação dos ativos em dólares de quase 38%, a por dívida pública fornece uma participação pouco inferior a 22%. Ou, enquanto a *proxy* por PIB indica que 10.2% dos ativos globais são denominados em yens, a por dívida pública aponta para uma participação superior a 32%.

Dessa forma, para decidir qual *proxy* empregar, foi utilizado estudo realizado pela McKinsey&Company<sup>2</sup> sobre o estoque global de ativos. Os resultados desse estudo podem ser considerados mais acurados, posto que é um dos poucos trabalhos de fonte renomada que busca medir exatamente a estatística desejada. Infelizmente, o estudo não apresenta o volume do estoque de ativos segregado por moeda (ou, de modo equivalente, por país) o que impede que seus resultados sejam diretamente aproveitados neste trabalho. Porém, fornece importantes inferências sobre sua divisão e é essa informação que foi aproveitada.

O estudo mencionado indica que, em dezembro de 2005, o estoque de ativos global atingiu 140 trilhões de dólares divididos conforme apresentado na Figura 1. Ou seja, como pode ser facilmente calculado, os ativos denominados em dólar, euro, yen e libra representam, respectivamente, 33.5%, 19.0%, 12.4% e 4.8% dos ativos globais. Esses valores se comparam respectivamente a 30.8%, 24.7%, 10.2% e 5.5% para a *proxy* pelo PIB, a 37.7%, 16.3%, 11.3% e 7.9% para a por capitalização bursátil e a 21.9%, 26.7%, 32.5% e 4.3% para a por dívida pública. Claramente, a *proxy* por capitalização bursátil apresenta valores mais próximos aos obtidos pela McKinsey e, não por outro motivo, é ela que foi empregada para selecionar as moedas analisadas nesse trabalho.

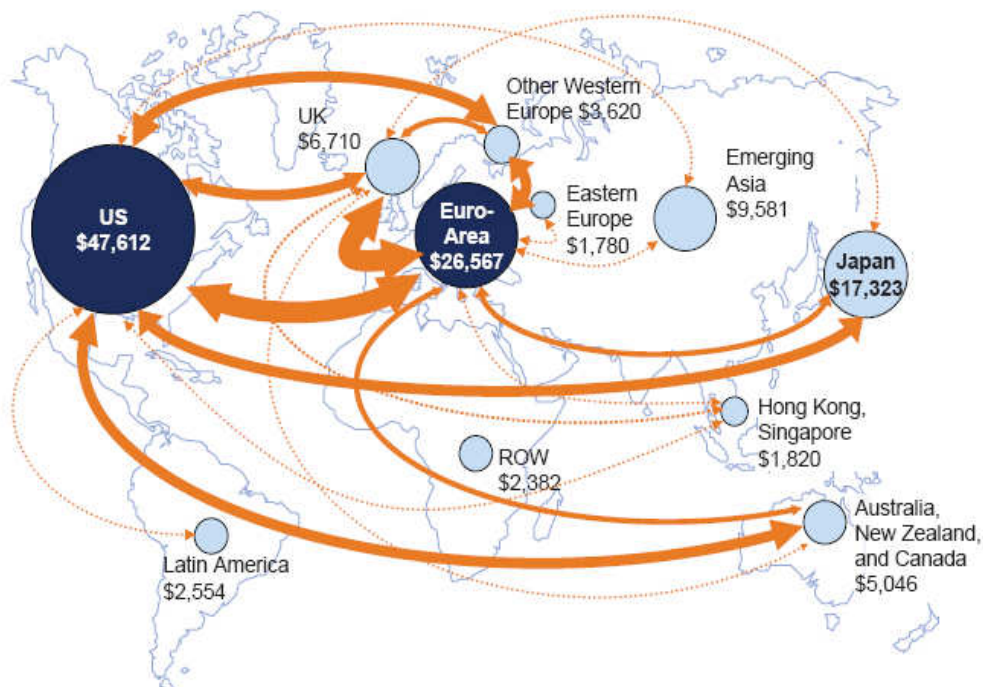
Além disso, optou-se por cobrir um universo que abrangesse 90% dos ativos globais (de acordo com a *proxy* utilizada), de forma que as moedas selecionadas foram: o dólar norte-americano (USD), o euro (EUR), o yen (YEN), a libra britânica (GBP), o dólar canadense (CAD), o dólar de Hong Kong (HKD), o franco suíço (CHF), o dólar australiano (AUD), o rublo russo (RUB), o yuan chinês (CNY), o won sul-coreano (KRW), a rúpia indiana (INR), o real brasileiro e o dólar de Taiwan (TWD).

---

<sup>2</sup> Ver McKinsey&Company 2005 e 2007.

Uma última observação diz respeito às taxas de câmbio. Como mencionado no início do capítulo, a moeda doméstica (ou de referência) é o dólar norte-americano e todas as demais moedas são cotadas em relação a esta última. Dessa forma, na prática, apesar da seleção conter quatorze (14) moedas, apenas treze (13) taxas de câmbio são estudadas.

**Figura 1. Volume do estoque de ativos em 2005 em bilhões de USD.**



Fonte: McKinsey Global Institute Capital Flows Database.

## 2.2. RETORNO EXCEDENTE

### 2.2.1. DEFINIÇÃO TEÓRICA

A paridade coberta de juros (PCJ) estabelece que:

$$F_t = S_t \cdot \frac{1+i_t}{1+i_t^*} \quad (2.1)$$

Onde  $S_t$  é o preço em t da moeda doméstica por unidade de moeda estrangeira,  $F_t$  é a taxa de câmbio a termo em t para entrega em  $t+1$ <sup>3</sup>,  $i_t$  é a taxa de juros doméstica e  $i_t^*$  é a taxa de juros externa. Vale notar que, em teoria, as taxas de juros mencionadas são taxas efetivas e ajustadas por todos os custos de transação envolvidos (como impostos, corretagens, etc.).

Essa formulação é empregada quando se assume que investimentos no país estrangeiro em moeda doméstica são livres de risco ou, dito de outra maneira, quando o investidor doméstico não exige nenhum retorno adicional para comprar títulos de um país estrangeiro denominados na moeda doméstica. Usualmente, assume-se que investidores não exigem tal retorno para aplicar seus recursos em países desenvolvidos como Inglaterra ou Japão. Porém, esse não é o caso para aplicações em países em desenvolvimento como Brasil, Rússia ou Índia.

Uma formulação mais geral da PCJ para casos em que investimentos em moeda doméstica no país estrangeiro não são livres de risco é dada por:

$$F_t = S_t \cdot \frac{1+i_t+p_t}{1+i_t^*} \quad (2.2)$$

Onde  $p_t$  é o prêmio exigido por investidores domésticos para comprar títulos estrangeiros denominados na moeda doméstica. Daqui em diante, tal prêmio será denominado simplesmente de prêmio de risco.

---

<sup>3</sup> Medido na mesma convenção da taxa de câmbio a vista.

Aplicando-se o logaritmo à equação (2.2) e considerando-se que  $\ln(1+x) \approx x$  para  $x$  pequeno, tem-se:

$$f_t = s_t + i_t + p_t - i_t^* \quad (2.3)$$

Onde  $s_t$  e  $f_t$  são, respectivamente, o logaritmo do preço da moeda estrangeira e da taxa de câmbio a termo em  $t$ . Um investidor doméstico aplicando seus recursos no estrangeiro recebe a taxa de juros externa mais o resultado da variação cambial, ou seja:

$$1 + R_t = \frac{1}{S_t} \cdot (1 + i_t^*) \cdot S_{t+1} \quad (2.4)$$

Novamente, aplicando-se o logaritmo e considerando-se que  $\ln(1+x) \approx x$  para  $x$  pequeno, tem-se:

$$r_t = i_t^* + s_{t+1} - s_t \quad (2.5)$$

Considerando-se que o investidor tenha tomado emprestado na moeda doméstica para fazer o investimento no estrangeiro, tem-se que o retorno excedente (ajustado pelo prêmio de risco) é dado por:

$$er_{t+1} = i_t^* + s_{t+1} - s_t - i_t - p_t \quad (2.6)$$

Substituindo-se a paridade coberta de juros (2.3) em (2.6), tem-se finalmente que o retorno excedente é dado por:

$$er_{t+1} = s_{t+1} - f_t \quad (2.7)$$

O retorno excedente dado pela equação (2.7) é o que na literatura econômica se denomina prêmio pelo risco cambial *ex-post* e aqui será chamado de retorno excedente ou de prêmio pelo risco cambial realizado. E, como o preço da moeda estrangeira em  $t+1$  não é conhecido em  $t$ , sua análise depende da análise do retorno excedente esperado, dado por:

$$E_t(er_{t+1}) = E_t(s_{t+1}) - f_t \quad (2.8)$$



### 2.2.2. FATOS ESTILIZADOS E REGRESSÕES DE FAMA

A literatura econômica é bastante vasta na descrição do comportamento do retorno excedente realizado e diversas características lhe são atribuídas. Porém existem dois aspectos que são constantemente reportados:

- (i) O retorno excedente realizado de investimentos no estrangeiro é significativamente diferente de zero; e
- (ii) A variância de tal retorno é substancialmente alta.

Esse trabalho chama os dois aspectos mencionados acima de “fatos estilizados” do prêmio pelo risco cambial. Obviamente, são esses fatos que modelos que buscam descrever o comportamento de tal prêmio devem ser capazes de prever.

Os fatos estilizados, por si só, já são bastante intrigantes. Porém, o estudo do prêmio pelo risco cambial se tornou ainda mais desafiador para a comunidade econômica após uma importante observação feita por Fama (1984). Fama decompõe a taxa de câmbio a termo em duas componentes, uma taxa de câmbio esperada mais um prêmio<sup>4</sup>, ou seja:

$$f_t = E(s_{t+1}) + er_{t+1} \quad (2.9)$$

Subtraindo a taxa de câmbio a vista de cada lado da equação, chega-se a:

$$f_t - s_t = E(s_{t+1} - s_t) + er_{t+1} \quad (2.10)$$

E, decompondo o prêmio a termo<sup>5</sup>  $f_t - s_t$  em  $f_t - s_{t+1}$  mais  $s_{t+1} - s_t$ , é possível estimar as seguintes regressões:

$$f_t - s_{t+1} = \alpha_1 + \beta_1 \cdot (f_t - s_t) + \varepsilon_{1,t+1} \quad (2.11)$$

$$s_{t+1} - s_t = \alpha_2 + \beta_2 \cdot (f_t - s_t) + \varepsilon_{2,t+1} \quad (2.12)$$

As regressões acima são as “regressões fundamentais” de Fama. O coeficiente  $\beta_1$  da regressão (2.11) indica se o prêmio a termo tem poder de explicação sobre o prêmio pelo risco já que  $f_t - s_{t+1}$  é igual ao erro de previsão

---

<sup>4</sup> Observe que a equação (2.9) é equivalente a equação (2.8) apresentada acima. A mudança do sinal do prêmio pelo risco cambial não afeta as conclusões obtidas.

<sup>5</sup> Na literatura econômica, denomina-se prêmio a termo a diferença entre a taxa de câmbio a termo e a taxa de câmbio a vista.

$E(s_{t+1}) - s_t$  (aleatório por definição) mais o prêmio  $er_{t+1}$ . O coeficiente  $\beta_2$  da regressão (2.12) indica se o prêmio a termo tem poder de explicação sobre a taxa de câmbio observada em  $t+1$ .

Fama rodou as regressões acima para nove importantes moedas e obteve valores significativamente maiores do que um para o coeficiente  $\beta_1$  e significativamente menores do que zero para o coeficiente  $\beta_2$ . Esse resultado foi confirmado por diversos estudos posteriores para diferentes períodos e diferentes moedas. A partir desses resultados, Fama tirou as seguintes conclusões:

- (i) Existe uma covariância negativa entre  $E(s_{t+1} - s_t)$  e  $er_t$ .

Por construção, o estimador  $\beta_2$  é dado por:

$$\beta_2 = \frac{\text{cov}(s_{t+1} - s_t, f_t - s_t)}{\text{var}(f_t - s_t)} \quad (2.13)$$

Utilizando a equação (2.10) e substituindo em (2.13), tem-se:

$$\beta_2 = \frac{\text{cov}(E(s_{t+1} - s_t), E(s_{t+1} - s_t) + er_t)}{\text{var}(f_t - s_t)} \quad (2.14)$$

Que equivale a:

$$\beta_2 = \frac{\text{var}(E(s_{t+1} - s_t)) + \text{cov}(E(s_{t+1} - s_t), er_t)}{\text{var}(f_t - s_t)} \quad (2.15)$$

E, dado que  $\text{var}(x) \geq 0$ ,  $\beta_2$  menor que zero implica em:

$$\text{cov}(E(s_{t+1} - s_t), er_t) \leq 0 \quad (2.16)$$

- (ii) A variabilidade do prêmio é maior que a variabilidade dos retornos da taxa de câmbio a vista.

Utilizando a equação (2.10), tem-se:

$$\begin{aligned} \text{var}(f_t - s_t) &= \text{var}(E(s_{t+1} - s_t) + er_t) = \dots \\ &\dots = \text{var}(E(s_{t+1} - s_t)) + \text{var}(er_t) + 2\text{cov}(E(s_{t+1} - s_t), er_t) \end{aligned} \quad (2.17)$$

E, substituindo a equação (2.17) em (2.15), tem-se:

$$\beta_2 = \frac{\text{var}(E(s_{t+1} - s_t)) + \text{cov}(E(s_{t+1} - s_t), er_t)}{\text{var}(E(s_{t+1} - s_t)) + \text{var}(er_t) + 2\text{cov}(E(s_{t+1} - s_t), er_t)} \quad (2.18)$$

Após um pouco de álgebra, usando o fato de que  $\beta_2 < 1/2$ , chega-se a:

$$\frac{1}{2}(\text{var}(E(s_{t+1} - s_t)) + \text{var}(er_t)) > \text{var}(E(s_{t+1} - s_t)) \quad (2.19)$$

De onde se conclui que:

$$\text{var}(er_t) > \text{var}(E(s_{t+1} - s_t)) \quad (2.20)$$

As conclusões acima tem sido um desafio para os pesquisadores que buscam modelar o prêmio pelo risco cambial. Contudo, a segunda (alta variabilidade) é, de longe, a que tem apresentado as maiores dificuldades para ser explicada.

A seguir, passa-se a análise descritiva do retorno excedente realizado para as treze taxas de câmbio selecionadas.

## 2.3. COMPORTAMENTO

### 2.3.1. ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS

De acordo com a equação (2.7), para calcular o retorno excedente de cada moeda é necessário determinar sua taxa de câmbio a vista e a termo. Nesse trabalho, foram empregados dados mensais (final de período) a partir de Janeiro de 1999 para a maioria das moedas. As exceções são o rublo russo cujos dados começam em Agosto de 2001 e o real brasileiro cujos dados começam em Setembro de 2000. As taxas de câmbio a vista e a termo de um mês correspondem ao logaritmo do preço de fechamento divulgado pela Bloomberg.

O Apêndice A apresenta os gráficos do retorno excedente mensal realizado em relação ao dólar norte-americano *vis-a-vis* a taxa de câmbio a vista expressa em

sua convenção de mercado<sup>6</sup> para cada uma das moedas selecionadas. Alguns aspectos merecem ser destacados. Em primeiro lugar, observa-se que o retorno excedente realizado é bastante volátil e que seu sinal muda com frequência. Além disso, parece não existir correlação entre movimentos de apreciação ou depreciação cambial com o retorno excedente realizado. Ou, dito de outra forma, um prolongado período de apreciação cambial (como o que ocorreu com o euro a partir de 2002 ou com o real a partir de 2003) não implica em período de retornos excedentes anormalmente positivos.

Em segundo lugar, percebe-se a existência de retorno excedente mesmo em moedas com regimes de câmbio fixo ou controlado como o yuan chinês ou o dólar de Hong Kong. É verdade que nesses casos, o retorno excedente mostra-se significativamente menor e menos volátil. O retorno excedente em regimes de câmbio fixo é analisado com detalhes por Schumkler e Servén (2002).

A Tabela 2 a seguir apresenta as principais estatísticas descritivas do retorno excedente e da variação cambial. É interessante notar como algumas moedas, como o real ou o dólar canadense, apresentam um retorno excedente médio positivo em relação ao dólar enquanto outras, como o yen ou o franco suíço, apresentam um retorno médio negativo. E, mais interessante ainda, é notar que apenas algumas poucas moedas apresentam retorno excedente fortemente negativo em relação ao dólar enquanto várias moedas apresentam retorno excedente fortemente positivo. Ou seja, de forma geral, o investidor global “ganha” retorno ao diversificar seu portfólio em outras moedas que não o dólar norte-americano. De fato, se utilizarmos a capitalização bursátil como *proxy* de alocação de portfólio, o retorno excedente médio global (incluindo o dólar norte-americano) é de 0,27% ao mês.

Vale destacar também o elevado desvio padrão do retorno excedente e como este é significativamente menor para as moedas com regime de câmbio fixo ou controlado. Repare que, como previsto por Fama, o prêmio pelo risco cambial é sistematicamente mais volátil que a variação cambial.

---

<sup>6</sup> Ou seja, dependendo da taxa da moeda a cotação é dada em USD por unidade de moeda estrangeira ou unidade de moeda estrangeira por USD.

**Tabela 2. Estatísticas descritivas do retorno excedente realizado e da variação cambial.**

moeda	# obs.	PRÊMIO PELO RISCO CAMBIAL									VARIAÇÃO CAMBIAL								
		média <sup>1</sup>		máx. mensal	mín. mensal <sup>1</sup>	desvio padrão		assim. <sup>1</sup>	excesso curt.	JB <sup>1</sup> (prob.)	média <sup>1</sup>		máx. mensal	mín. mensal <sup>1</sup>	desvio padrão		assim. <sup>1</sup>	excesso curt.	JB <sup>1</sup> (prob.)
		mensal	anual			mensal	anual				mensal	anual			mensal	anual			
EUR	101	0.12%	1.50%	7.38%	(5.21%)	2.66%	9.22%	0.30	2.93	1.56 (0.46)	0.17%	2.09%	7.51%	(5.00%)	2.63%	9.10%	0.30	2.93	1.56 (0.46)
JPY	101	(0.37%)	(4.39%)	6.40%	(7.14%)	2.66%	9.22%	(0.03)	2.97	0.02 (0.99)	(0.06%)	(0.70%)	6.89%	(6.72%)	2.64%	9.14%	(0.01)	3.05	0.01 (0.99)
GBP	101	0.29%	3.50%	5.55%	(4.55%)	2.17%	7.50%	0.12	2.48	1.37 (0.50)	0.20%	2.37%	5.34%	(4.71%)	2.15%	7.46%	0.11	2.52	1.19 (0.55)
CAD	101	0.36%	4.27%	4.71%	(4.50%)	1.97%	6.81%	(0.14)	2.64	0.90 (0.64)	0.35%	4.20%	4.53%	(4.60%)	1.96%	6.79%	(0.17)	2.70	0.88 (0.64)
HKD	101	(0.04%)	(0.48%)	0.71%	(0.53%)	0.13%	0.46%	0.70	14.39	554.17 (0.00)	(0.01%)	(0.11%)	0.71%	(0.38%)	0.11%	0.39%	2.00	20.13	1302.61 (0.00)
CHF	101	(0.04%)	(0.54%)	7.10%	(4.80%)	2.76%	9.55%	0.44	2.67	3.74 (0.15)	0.15%	1.76%	7.16%	(4.49%)	2.73%	9.45%	0.45	2.67	3.79 (0.15)
AUD	101	0.44%	5.27%	6.00%	(7.32%)	2.91%	10.09%	(0.32)	2.60	2.37 (0.31)	0.30%	3.58%	5.95%	(7.34%)	2.89%	10.00%	(0.30)	2.63	2.11 (0.35)
CNY	101	(0.00%)	(0.02%)	1.73%	(1.25%)	0.31%	1.07%	0.99	13.71	499.63 (0.00)	0.08%	0.99%	2.09%	(0.04%)	0.25%	0.87%	5.60	42.20	6995.51 (0.00)
KRW	101	0.31%	3.70%	6.86%	(6.53%)	2.28%	7.90%	(0.25)	4.14	6.53 (0.04)	0.24%	2.87%	6.64%	(6.63%)	2.20%	7.63%	(0.28)	4.37	9.16 (0.01)
TWD	101	(0.08%)	(1.01%)	3.56%	(3.09%)	1.23%	4.26%	0.17	3.28	0.84 (0.66)	(0.02%)	(0.20%)	3.76%	(3.24%)	1.23%	4.26%	0.17	3.54	1.71 (0.42)
INR	101	0.11%	1.32%	5.92%	(3.14%)	1.23%	4.28%	1.09	7.65	111.05 (0.00)	0.04%	0.51%	5.39%	(3.27%)	1.18%	4.08%	0.93	7.30	92.58 (0.00)
RUB	70	0.43%	5.22%	2.75%	(1.83%)	0.93%	3.23%	0.20	3.17	0.54 (0.76)	0.19%	2.29%	2.47%	(1.95%)	0.98%	3.39%	0.35	2.80	1.54 (0.46)
BRL	81	0.97%	11.68%	15.72%	(24.11%)	5.67%	19.65%	(1.38)	8.51	128.19 (0.00)	(0.06%)	(0.71%)	14.19%	(24.32%)	5.68%	19.69%	(1.25)	7.88	101.52 (0.00)

Fonte: Bloomberg e autor.

<sup>1</sup> Valores entre parênteses significam valores negativos.

<sup>2</sup> Teste de normalidade de Jacques-Berra. Valor em parêntese indica sua significância.

Por último, vale notar que tanto o retorno excedente quanto a variação cambial geralmente apresentam forte excesso de curtoses<sup>7</sup> e que, com exceção do yen, tanto o prêmio quanto a variação cambial rejeitaram a hipótese de normalidade.

A Tabela 3 apresenta a matriz de correlação dos retornos excedentes e a Tabela 4 a matriz de correlação das variações cambiais. Dois fatos são notáveis. Em primeiro lugar, observa-se uma correlação positiva entre os retornos excedentes e entre as variações cambiais. Uma provável explicação para tal correlação é a tendência global das diversas moedas de se valorizarem ou desvalorizarem em conjunto em relação ao dólar norte-americano. Ou seja, o dólar funciona como moeda de referência global e uma valorização ou desvalorização do dólar geralmente se reflete em uma desvalorização ou valorização de todas as demais moedas. Em segundo lugar, nota-se como a correlação dos retornos excedentes é próxima à correlação das variações cambiais. Esse fato não causa nenhuma surpresa posto que o retorno excedente nada mais é que do a variação cambial menos o diferencial de juros.

**Tabela 3. Matriz de correlação dos retornos excedentes.**

	EUR	JPY	GBP	CAD	HKD	CHF	AUD	CNY	KRW	TWD	INR	RUB	BRL
EUR		56	76	36	31	94	50	14	44	43	13	54	(10)
JPY	56		42	31	20	61	40	(2)	52	51	21	47	(7)
GBP	76	42		20	16	75	41	(2)	36	34	6	52	(15)
CAD	36	31	20		26	27	56	(2)	17	14	22	26	28
HKD	31	20	16	26		33	21	6	13	11	(10)	(11)	3
CHF	94	61	75	27	33		35	11	45	45	2	48	(21)
AUD	50	40	41	56	21	35		2	39	40	29	49	28
CNY	14	(2)	(2)	(2)	6	11	2		(2)	(2)	(2)	(1)	(10)
KRW	44	52	36	17	13	45	39	(2)		69	29	35	(1)
TWD	43	51	34	14	11	45	40	(2)	69		33	42	3
INR	13	21	6	22	(10)	2	29	(2)	29	33		24	16
RUB	54	47	52	26	(11)	48	49	(1)	35	42	24		(3)
BRL	(10)	(7)	(15)	28	3	(21)	28	(10)	(1)	3	16	(3)	

Fonte: Bloomberg e autor.

Os valores são expressos em %. Valores entre parênteses significam valores negativos.

<sup>7</sup> A curtoses da curva normal é igual a 3 e, por esse motivo, o excesso de curtoses é obtido subtraindo-se tal valor da curtose calculada. Distribuições com excesso de curtoses se caracterizam por apresentarem maior frequência de observações perto e longe da média em relação à curva normal.

**Tabela 4. Matriz de correlação das variações cambiais.**

	EUR	JPY	GBP	CAD	HKD	CHF	AUD	CNY	KRW	TWD	INR	RUB	BRL
EUR		55	76	35	31	94	49	(5)	42	40	11	48	(8)
JPY	55		41	30	20	61	39	(13)	52	51	24	44	(7)
GBP	76	41		19	19	74	41	(14)	33	34	6	50	(14)
CAD	35	30	19		26	26	55	(6)	18	12	21	22	28
HKD	31	20	19	26		34	22	(11)	17	16	(2)	(7)	6
CHF	94	61	74	26	34		35	(10)	43	43	0	41	(21)
AUD	49	39	41	55	22	35		(8)	39	36	30	45	30
CNY	(5)	(13)	(14)	(6)	(11)	(10)	(8)		(0)	(7)	11	3	2
KRW	42	52	33	18	17	43	39	(0)		71	30	37	(0)
TWD	40	51	34	12	16	43	36	(7)	71		33	45	(0)
INR	11	24	6	21	(2)	0	30	11	30	33		33	17
RUB	48	44	50	22	(7)	41	45	3	37	45	33		5
BRL	(8)	(7)	(14)	28	6	(21)	30	2	(0)	(0)	17	5	

Fonte: Bloomberg e autor.

Os valores são expressos em %. Valores entre parênteses significam valores negativos.

### 2.3.2. RELAÇÃO COM O PRÊMIO DE RISCO

O primeiro passo para estudar a relação entre o retorno excedente e o prêmio de risco é obter séries do último para cada moeda selecionada. Infelizmente, tais séries não são diretamente observadas e precisam ser construídas a partir do preço de ativos negociados (usualmente, empregam-se títulos denominados na moeda doméstica e emitidos pelo país estrangeiro para tanto). Não por outro motivo, esse trabalho estudou a relação entre retorno excedente e prêmio de risco usando duas formas distintas.

A primeira forma empregou o VIX e o EMBI+ como *proxies* dos prêmios de risco de cada uma das treze moedas selecionadas. Tanto o VIX quanto o EMBI+ são considerados excelentes indicadores de aversão ao risco global e pressupõem-se que estes sejam correlacionados ao prêmio de risco. O VIX é um índice calculado pela CBOE (Chicago Board Options Exchange) que indica a volatilidade implícita às opções de S&P500 (índice de ações calculado pela Standard&Poor's) com vencimento em 30 dias, ou seja, indica qual a volatilidade esperada pelo mercado para o próximo mês. O EMBI+ é um índice calculado pelo JP MorganChase que indica qual o spread médio (ponderado pelo volume) de títulos emitidos por países

em desenvolvimento e denominados em dólares sobre títulos emitidos pelo tesouro americano<sup>8</sup>. Uma observação importante é que, para países desenvolvidos, o prêmio de risco é usualmente desconsiderado. Apesar disso, o estudo foi realizado para todas as moedas sejam elas de países em desenvolvimento ou não.

A segunda forma foi estimada apenas para o real e consistiu em calcular uma série de prêmio de risco específica a partir do preço de títulos de curto prazo emitidos pelo Brasil e denominados em dólares. A metodologia empregada para calcular tal série será discutida mais adiante e está detalhada no Apêndice A.

#### Relação entre o retorno excedente e o prêmio de risco utilizando *proxies*.

Os dados utilizados são os mesmos que foram empregados para analisar o comportamento do retorno excedente realizado. Ou seja, são dados mensais (final de período) de Janeiro de 1999 a Junho de 2007 com as mesmas exceções já discutidas. As séries de VIX e EMBI+ correspondem ao logaritmo dos preços de fechamento divulgado pela Bloomberg.

Para estudar a relação entre o retorno excedente e o prêmio de risco foram estimadas, para cada país  $i$ , as seguintes regressões sobre o retorno excedente realizado:

$$er_{i,t+1} = \alpha_i + \beta_i \cdot (vix_{t+1}) + \varepsilon_{i,t+1} \quad (2.21)$$

$$er_{i,t+1} = \alpha_i + \beta_i \cdot (vix_{t+1} - vix_t) + \varepsilon_{i,t+1} \quad (2.22)$$

$$er_{i,t+1} = \alpha_i + \beta_i \cdot (embi_{t+1}) + \varepsilon_{i,t+1} \quad (2.23)$$

$$er_{i,t+1} = \alpha_i + \beta_i \cdot (embi_{t+1} - embi_t) + \varepsilon_{i,t+1} \quad (2.24)$$

$$er_{i,t+1} = \alpha_i + \beta_{i,1} \cdot (vix_{t+1}) + \beta_{i,2} \cdot (embi_{t+1}) + \varepsilon_{i,t+1} \quad (2.25)$$

$$er_{i,t+1} = \alpha + \beta_{i,1} \cdot (vix_{t+1} - vix_t) + \beta_{i,2} \cdot (embi_{t+1} - embi_t) + \varepsilon_{i,t+1} \quad (2.26)$$

---

<sup>8</sup> Atualmente, os países que fazem parte do EMBI+ são: Argentina, Brasil, Bulgária, Colômbia, Equador, Egito, Indonésia, Malásia, Marrocos, México, Nigéria, Panamá, Peru, Filipinas, Polônia, Qatar, Rússia, África do Sul, Coreia do Sul, Turquia, Ucrânia e Venezuela.



E as seguintes sobre sua diferença:

$$er_{i,t+1} - er_{i,t} = \alpha_i + \beta_i \cdot (vix_{t+1} - vix_t) + \varepsilon_{i,t+1} \quad (2.27)$$

$$er_{i,t+1} - er_{i,t} = \alpha_i + \beta_i \cdot (embi_{t+1} - embi_t) + \varepsilon_{i,t+1} \quad (2.28)$$

$$er_{i,t+1} - er_{i,t} = \alpha + \beta_{i,1} \cdot (vix_{t+1} - vix_t) + \beta_{i,2} \cdot (embi_{t+1} - embi_t) + \varepsilon_{i,t+1} \quad (2.29)$$

Os resultados se encontram nas Tabelas 5 e 6 a seguir. De forma geral, as regressões foram pouco significativas e apresentaram um  $R^2$  bastante baixo. Os melhores resultados foram obtidos para a equação 2.25 que regrediu o retorno excedente realizado sobre a primeira diferença do VIX e do EMBI+.

Apesar disso alguns fatos merecem destaque. Em primeiro lugar, o resultado não se mostrou correlacionado ao regime cambial. Por exemplo, apesar de Hong Kong seguir um regime de câmbio fixo em relação ao dólar norte-americano, o retorno excedente de sua moeda mostrou-se significativamente afetado tanto pela diferença do VIX quanto do EMBI+. Por outro lado, o yuan chinês, apesar de seguir um regime de câmbio similar, não apresentou seu retorno excedente afetado por nenhuma das *proxies*.

Em segundo lugar e conforme consenso na literatura econômica, o retorno excedente das moedas de países desenvolvidos parece não ser afetado pelo prêmio de risco, posto que as maiorias dos coeficientes angulares das regressões analisadas não se mostraram significativamente diferentes de zero (a qualquer nível aceitável de confiança). É bastante interessante notar que, quando as regressões se mostraram significativas, o sinal do coeficiente angular mostrou-se positivo, ou seja, indicaram que um aumento da aversão ao risco global implica em uma valorização da moeda estrangeira em relação ao dólar norte-americano acima do diferencial de juros. As exceções foram o dólar canadense e australiano cujas regressões apresentaram alguma significância e um coeficiente angular negativo.

Em contrapartida, as moedas de países em desenvolvimento apresentaram, de forma geral, regressões mais significativas e com coeficientes angulares negativos. Ou seja, o retorno excedente de tais moedas parece ser negativamente afetado pela aversão global ao risco. É interessante observar que o real é a moeda mais fortemente afetada tanto pelo VIX quanto pelo EMBI+. Entre os países em desenvolvimento, a exceção foi o Rublo russo que não apresentou qualquer sinal de ser afetado pelas *proxies* estudadas.

**Tabela 5. Resultado das regressões sobre o prêmio de risco.**

	EUR	JPY	GBP	CAD	HKD	CHF	AUD	CNY	KRW	TWD	INR	RUB	BRL
# obs.	101	101	101	101	101	101	101	101	101	101	101	70	81
$er_t = \alpha + \beta \cdot (vix_t)$													
$R^2$	0.02%	0.07%	0.05%	1.26%	10.12%	0.60%	0.78%	9.20%	3.35%	0.10%	5.04%	0.44%	8.68%
$\alpha$	0.003	0.000	0.000	-0.008	0.002	0.010	-0.009	0.005	-0.018	-0.003	-0.013	0.008	-0.074
(p-valor)	(0.814)	(1.000)	(0.962)	(0.454)	(0.009)	(0.471)	(0.567)	(0.003)	(0.124)	(0.656)	(0.041)	(0.208)	(0.020)
$\beta$	0.001	0.002	-0.001	-0.007	0.001	0.006	-0.008	0.003	-0.013	-0.001	-0.008	0.002	-0.048
(p-valor)	(0.882)	(0.787)	(0.829)	(0.263)	(0.001)	(0.443)	(0.379)	(0.002)	(0.067)	(0.749)	(0.024)	(0.586)	(0.008)
$er_t = \alpha + \beta \cdot (vix_t - vix_{t-1})$													
$R^2$	2.67%	2.06%	5.27%	5.43%	2.28%	6.75%	4.66%	0.07%	0.21%	1.06%	1.24%	0.04%	20.64%
$\alpha$	0.002	-0.003	0.003	0.003	-0.000	0.000	0.004	0.000	0.003	-0.001	0.001	0.004	0.009
(p-valor)	(0.512)	(0.219)	(0.114)	(0.080)	(0.003)	(0.985)	(0.131)	(0.896)	(0.133)	(0.552)	(0.393)	(0.000)	(0.106)
$\beta$	0.029	0.026	0.033	-0.031	0.001	0.048	-0.042	0.001	-0.007	-0.008	-0.009	0.001	-0.165
(p-valor)	(0.104)	(0.155)	(0.022)	(0.020)	(0.134)	(0.009)	(0.031)	(0.791)	(0.648)	(0.309)	(0.270)	(0.867)	(0.000)
$er_t = \alpha + \beta \cdot (embi_t)$													
$R^2$	0.70%	0.51%	0.87%	1.36%	8.86%	0.01%	1.31%	9.92%	1.04%	0.18%	9.00%	0.03%	5.11%
$\alpha$	-0.010	0.006	-0.007	-0.008	0.002	-0.002	-0.012	0.005	-0.008	0.002	-0.017	0.005	-0.060
(p-valor)	(0.471)	(0.671)	(0.519)	(0.432)	(0.017)	(0.894)	(0.411)	(0.002)	(0.466)	(0.783)	(0.005)	(0.428)	(0.085)
$\beta$	-0.004	0.003	-0.003	-0.004	0.001	-0.001	-0.006	0.002	-0.004	0.001	-0.006	0.001	-0.022
(p-valor)	(0.407)	(0.479)	(0.354)	(0.245)	(0.003)	(0.918)	(0.254)	(0.001)	(0.311)	(0.676)	(0.002)	(0.893)	(0.042)
$er_t = \alpha + \beta \cdot (embi_t - embi_{t-1})$													
$R^2$	1.04%	0.40%	0.65%	8.85%	2.05%	3.99%	11.38%	0.00%	0.37%	0.72%	4.67%	0.01%	43.92%
$\alpha$	0.002	-0.003	0.004	0.002	-0.001	0.001	0.003	0.000	0.003	-0.001	0.001	0.004	0.003
(p-valor)	(0.431)	(0.265)	(0.111)	(0.229)	(0.001)	(0.733)	(0.373)	(0.894)	(0.172)	(0.472)	(0.660)	(0.000)	(0.487)
$\beta$	0.028	0.018	0.018	-0.061	-0.002	0.057	-0.103	0.000	-0.014	-0.011	-0.028	0.001	-0.383
(p-valor)	(0.314)	(0.531)	(0.427)	(0.003)	(0.155)	(0.046)	(0.001)	(0.986)	(0.548)	(0.401)	(0.031)	(0.937)	(0.000)
$er_t = \alpha + \beta_1 \cdot (vix_t) + \beta_2 \cdot (embi_t)$													
$R^2$	3.76%	0.99%	2.28%	1.41%	10.31%	3.00%	1.36%	10.29%	4.66%	2.08%	9.51%	1.05%	9.04%
$\alpha$	-0.003	0.003	-0.003	-0.009	0.002	0.005	-0.011	0.005	-0.015	-0.001	-0.016	0.006	-0.066
(p-valor)	(0.850)	(0.837)	(0.782)	(0.417)	(0.008)	(0.709)	(0.471)	(0.002)	(0.208)	(0.894)	(0.013)	(0.383)	(0.056)
$\beta_1$	0.028	-0.011	0.016	-0.003	0.001	0.029	0.004	0.001	-0.026	-0.010	0.005	0.0054	-0.066
(p-valor)	(0.081)	(0.492)	(0.238)	(0.825)	(0.211)	(0.085)	(0.829)	(0.526)	(0.057)	(0.171)	(0.460)	(0.407)	(0.070)
$\beta_2$	-0.017	0.009	-0.011	-0.003	0.000	-0.014	-0.007	0.001	0.009	0.006	-0.009	-0.003	0.012
(p-valor)	(0.054)	(0.344)	(0.138)	(0.699)	(0.648)	(0.122)	(0.451)	(0.279)	(0.250)	(0.163)	(0.030)	(0.521)	(0.580)
$er_t = \alpha + \beta_1 \cdot (vix_t - vix_{t-1}) + \beta_2 \cdot (embi_t - embi_{t-1})$													
$R^2$	2.76%	2.06%	5.36%	9.99%	8.09%	7.54%	11.82%	0.09%	0.41%	1.23%	4.68%	0.04%	46.04%
$\alpha$	0.002	-0.003	0.003	0.003	-0.001	0.001	0.003	0.000	0.003	-0.001	0.001	0.004	0.004
(p-valor)	(0.484)	(0.230)	(0.141)	(0.202)	(0.001)	(0.831)	(0.351)	(0.879)	(0.171)	(0.505)	(0.656)	(0.000)	(0.406)
$\beta_1$	0.026	0.026	0.036	-0.016	0.003	0.039	-0.015	0.001	-0.004	-0.007	-0.001	0.001	-0.061
(p-valor)	(0.193)	(0.203)	(0.030)	(0.270)	(0.013)	(0.056)	(0.488)	(0.773)	(0.842)	(0.481)	(0.903)	(0.883)	(0.084)
$\beta_2$	0.009	-0.001	-0.008	-0.050	-0.004	0.029	-0.092	-0.000	-0.012	-0.006	-0.027	0.000	-0.335
(p-valor)	(0.773)	(0.970)	(0.762)	(0.029)	(0.015)	(0.364)	(0.006)	(0.906)	(0.663)	(0.678)	(0.064)	(1.000)	(0.000)

Fonte: Bloomberg e autor.

**Tabela 6. Resultados das regressões sobre a diferença do prêmio de risco.**

	EUR	JPY	GBP	CAD	HKD	CHF	AUD	CNY	KRW	TWD	INR	RUB	BRL
# obs.	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	69	80
$er_{t-1} - er_t = \alpha + \beta \cdot (vix_t - vix_{t-1})$													
$R^2$	1.98%	0.00%	3.71%	7.71%	6.51%	4.86%	2.96%	0.37%	2.13%	5.64%	3.00%	0.00%	11.13%
$\alpha$	0.020	0.000	0.037	0.077	0.065	0.049	0.030	0.004	0.021	0.056	0.030	0.000	0.111
(p-valor)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.001)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)
$\beta$	0.001	0.000	0.001	-0.000	0.000	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.000	0.000	-0.001
(p-valor)	(0.873)	(0.974)	(0.846)	(0.937)	(0.945)	(0.882)	(0.960)	(0.960)	(0.931)	(0.960)	(0.943)	(0.999)	(0.948)
$er_{t-1} - er_t = \alpha + \beta \cdot (embi_t - embi_{t-1})$													
$R^2$	0.30%	0.04%	0.01%	8.04%	0.24%	1.91%	6.46%	0.34%	1.77%	2.26%	2.65%	0.11%	18.19%
$\alpha$	0.003	0.000	0.000	0.080	0.002	0.019	0.065	0.003	0.018	0.023	0.027	0.001	0.182
(p-valor)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.001)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)
$\beta$	0.001	0.000	0.000	-0.002	0.000	0.001	-0.002	-0.000	-0.000	-0.000	-0.001	0.000	-0.007
(p-valor)	(0.829)	(0.941)	(0.893)	(0.562)	(0.799)	(0.726)	(0.671)	(0.884)	(0.891)	(0.859)	(0.730)	(0.950)	(0.469)
$er_{t-1} - er_t = \alpha + \beta_1 \cdot (vix_t - vix_{t-1}) + \beta_2 \cdot (embi_t - embi_{t-1})$													
$R^2$	2.00%	0.05%	4.56%	10.75%	10.10%	5.02%	6.83%	0.48%	2.67%	5.84%	3.86%	0.12%	20.25%
$\alpha$	0.001	0.000	0.000	-0.001	-0.000	0.001	-0.002	0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.000	-0.006
(p-valor)	(0.898)	(0.936)	(0.992)	(0.641)	(0.625)	(0.817)	(0.704)	(0.904)	(0.943)	(0.961)	(0.787)	(0.946)	(0.527)
$\beta_1$	0.034	-0.003	0.051	-0.033	0.004	0.051	-0.019	-0.001	-0.022	-0.022	-0.012	-0.001	-0.091
(p-valor)	(0.198)	(0.920)	(0.034)	(0.090)	(0.002)	(0.078)	(0.538)	(0.710)	(0.346)	(0.058)	(0.272)	(0.931)	(0.162)
$\beta_2$	-0.005	0.010	-0.034	-0.054	-0.004	0.018	-0.094	-0.001	-0.026	-0.008	-0.016	0.005	-0.303
(p-valor)	(0.902)	(0.819)	(0.354)	(0.072)	(0.052)	(0.686)	(0.048)	(0.740)	(0.465)	(0.649)	(0.354)	(0.784)	(0.004)

Fonte: Bloomberg e autor.

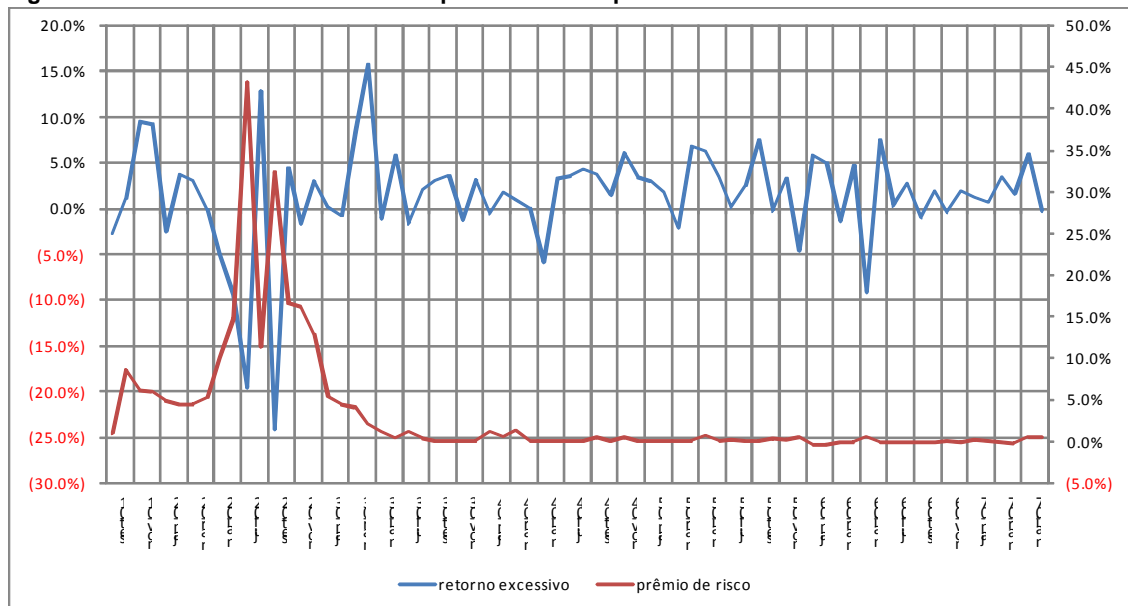
### Relação entre o retorno excedente e o prêmio de risco utilizando série calculada de prêmio de risco.

Como discutido anteriormente, o estudo da relação entre o retorno excedente de investimentos no estrangeiro e o prêmio de risco utilizando série calculada deste último será feito apenas para o caso do real. E, obviamente, o primeiro passo para tanto consiste em calcular uma série de prêmio de risco específica.

Esse trabalho calculou a série de prêmio de risco através de dois métodos distintos, ambos discutidos no Apêndice B. O primeiro método emprega os preços de ajuste dos contratos futuros de juros em dólares negociados na BM&F (Bolsa de Mercadorias e Futuros) e o preço de fechamento da taxa de câmbio a vista divulgada pela Bloomberg. O segundo método utiliza os preços de fechamento divulgados pela Bloomberg de títulos emitidos pelo governo brasileiro no mercado externo e denominados em dólares. Porém, apenas os resultados obtidos para o segundo método serão apresentados e o motivo para tanto é que o primeiro método está sujeito a duas grandes fontes de erro. A primeira é de ordem técnica e diz respeito ao preço de fechamento da taxa de câmbio a vista empregada. Em teoria,

tal taxa de câmbio deveria ser a taxa de câmbio a vista média ponderada pelos volumes negociados no mercado futuro de juros em dólares durante o período de coleta de dados empregado pela BM&F para o cálculo dos preços de ajuste dos contratos (usualmente os últimos 30 minutos de pregão). Infelizmente tal dado não é disponível e o uso da taxa de câmbio de fechamento acarreta em distorções na estimação do prêmio de risco. A segunda, mais profunda e de ordem macroeconômica e regulatória diz respeito a restrições na conta de capitais. Ainda hoje a conta de capitais brasileira possui diversas restrições, principalmente no que tange o envio de recursos ao exterior por parte de investidores locais. Dessa forma, sempre que a procura por moeda estrangeira aumenta, a demanda por instrumentos locais denominados em dólares aumenta e, como sua oferta é severamente limitada pelas restrições na conta de capital, a taxa de juros em dólares negociada localmente cai. Não por outro motivo, é comum observar as taxas de juros em dólares no Brasil serem inferiores a *libor*<sup>9</sup> ou mesmo negativas.

**Figura 2. Retorno excedente realizado e prêmio de risco para o real.**



Fonte: Bloomberg e autor.

Eixo da esquerda apresenta o retorno excedente e o da direita o prêmio de risco.

<sup>9</sup> A *libor* em dólares é a taxa de juros em dólares praticada no mercado inter-bancário londrino e divulgada pela BBA (*British Bankers Association*). A *libor* é usualmente considerada piso para a taxa de juros praticada no setor privado.

A Figura anterior apresenta o retorno excedente realizado (escala da esquerda) e o prêmio de risco (escala da direita) calculado para o real. Nota-se a forte correlação negativa entre as duas medidas durante o período de turbulência que antecedeu as eleições de 2002. Para analisar a relação entre o retorno excedente e o prêmio de risco foram estimadas as seguintes regressões:

$$er_{t+1} = \alpha + \beta \cdot (p_{t+1} - p_t) + \varepsilon_{t+1} \quad (2.30)$$

$$er_{t+1} = \alpha + \beta \cdot (p_{t+1}) + \varepsilon_{t+1} \quad (2.31)$$

Os resultados estão apresentados na Tabela 7 e são bastante similares aos obtidos para a regressão 2.26. Destaca-se que os coeficientes angulares se mostraram significativamente menores do que zero implicando que uma elevação do prêmio de risco reduz o retorno excedente. É bom lembrar que a taxa de câmbio utilizada está expressa em dólares por real e não na sua cotação usual de reais por dólar. Caso a cotação fosse expressa em sua forma usual, obteríamos o resultado intuitivo de que um aumento do prêmio de risco implica em uma elevação do retorno excedente realizado.

**Tabela 7. Resultado da regressão para o prêmio de risco para o Real.**

regressão	2.29	2.30
R <sup>2</sup>	32.80%	44.57%
α	0.029	0.014
(p-valor)	(0.000)	(0.007)
β	-0.462	-0.624
(p-valor)	(0.000)	(0.000)

### 2.3.3. REGRESSÕES DE FAMA

Com o intuito de verificar se o retorno excedente das moedas selecionadas para o período analisado, apresenta as características destacadas por Fama, foram estimadas suas duas “regressões fundamentais”. Os dados empregados são os mesmos já discutidos, ou seja, são dados mensais (final de período) de Janeiro de 1999 a Junho de 2007 e com as mesmas exceções. Os resultados das regressões são apresentados na Tabela a seguir.

**Tabela 8 - Regressões fundamentais de Fama.**

	regressão 1				regressão 2			
moeda	$\alpha_1$ (p-valor)	$\beta_1$ (p-valor)	$R^2$	F-stat	$\alpha_2$ (p-valor)	$\beta_2$ (p-valor)	$R^2$	F-stat
EUR	-0.004 (0.148)	5.515 (0.005)	7.8%	0.005	0.004 (0.148)	-4.515 (0.020)	5.3%	0.020
JPY	-0.005 (0.379)	2.851 (0.092)	2.8%	0.092	0.005 (0.379)	-1.851 (0.272)	1.2%	0.272
GBP	-0.000 (0.880)	2.642 (0.173)	1.9%	0.173	0.000 (0.880)	-1.642 (0.396)	0.7%	0.396
CAD	-0.003 (0.082)	1.804 (0.408)	0.7%	0.408	0.003 (0.082)	-0.804 (0.712)	0.1%	0.712
HKD	-0.000 (0.993)	1.291 (0.000)	30.8%	0.000	0.000 (0.993)	-0.291 (0.137)	2.2%	0.137
CHF	-0.010 (0.042)	5.621 (0.013)	6.1%	0.013	0.010 (0.042)	-4.621 (0.040)	4.2%	0.040
AUD	0.002 (0.570)	4.760 (0.022)	5.2%	0.022	-0.002 (0.570)	-3.760 (0.070)	3.3%	0.070
CNY	-0.001 (0.021)	0.710 (0.000)	40.6%	0.000	0.001 (0.021)	0.290 (0.001)	10.2%	0.001
KRW	-0.002 (0.281)	0.982 (0.010)	6.6%	0.010	0.002 (0.281)	0.018 (0.962)	0.0%	0.962
TWD	0.001 (0.692)	0.507 (0.267)	1.2%	0.267	-0.001 (0.692)	0.493 (0.280)	1.2%	0.280
INR	0.001 (0.628)	2.516 (0.000)	14.1%	0.000	-0.001 (0.628)	-1.516 (0.017)	5.6%	0.017
RUB	-0.004 (0.005)	0.199 (0.500)	0.7%	0.500	0.004 (0.005)	0.801 (0.008)	9.8%	0.008
BRL	-0.006 (0.603)	0.323 (0.752)	0.1%	0.752	0.006 (0.603)	0.677 (0.507)	0.6%	0.507

Fonte: Bloomberg e autor.

De modo geral, os resultados obtidos foram pouco significativos. Apesar disso, é interessante notar que o sinal encontrado para o coeficiente angular da segunda regressão foi menor do que zero para a maioria das moedas. E, principalmente, que tal coeficiente mostrou-se negativo para todas as moedas que também foram analisadas por Fama<sup>10</sup>, qual sejam, o euro, o yen, a libra britânica, o dólar canadense e o franco suíço. Tal fato é interessante já que se trata de análises para períodos bastante distintos. Fama analisou dados mensais para o período de 1973 a 1982, e esse trabalho analisou dados mensais de 1999 a 2007. Obter

<sup>10</sup> Fama analisou as moedas dos seguintes países: Bélgica, Canadá, França, Itália, Japão, Holanda, Suíça, Inglaterra e Alemanha Ocidental. Bélgica, França, Itália, Holanda e Alemanha Oriental adotaram o euro em Janeiro de 1999.

resultados tão similares para períodos tão distintos fornece prova bastante forte da estabilidade das relações encontradas por Fama.

Outro fato bastante interessante é que, para algumas moedas (yuan chinês, won sul-coreano, dólar de Taiwan, rublo russo e real), encontrou-se um coeficiente angular positivo para a segunda regressão. Salienta-se que apenas para o caso do yuan e rublo tal coeficiente se mostrou significativamente maior do que zero.

É quase consenso na literatura que o coeficiente  $\beta$  da segunda regressão é negativo para moedas de países desenvolvidos. Porém, para moedas de países em desenvolvimento, a literatura é menos extensa e não existe um consenso. Esse trabalho encontrou coeficientes negativos para todas as moedas de países desenvolvidos analisadas (euro, yen, libra, dólar canadense, dólar de Hong-Kong, franco suíço e dólar australiano), mas o resultado para países em desenvolvimento não foi conclusivo.

Bansal e Dahlquist (2000) realizaram estudo para 28 países, dos quais 16 foram classificados como desenvolvidos e 12 como em desenvolvimento, para o período de 1976 a 1998. Os autores obtiveram evidências de que países com baixa renda per capita, alta volatilidade da inflação e baixa classificação de crédito são os países que tem as maiores estimativas para o coeficiente  $\beta_2$ . Por outro lado, países com alta renda per capita, pouca volatilidade da inflação e boa classificação de crédito são os que apresentaram valores negativos para tal coeficiente.

Garcia e Olivares (2000) estudaram o caso do real para o período de 1994 a 1998 e de 1997 a 2000 de forma a não misturar regimes cambiais diversos. Os autores obtiveram resultado similar ao obtido nesse trabalho, qual seja, um coeficiente positivo.

### 3. MODELOS TEÓRICOS

#### 3.1. VISÃO GERAL

O comportamento do retorno excedente de investimentos no estrangeiro *vis-a-vis* investimentos domésticos tem sido o foco de diversos estudos nas últimas décadas. Os modelos que buscam explicar tal comportamento podem ser divididos em duas categorias: (i) os modelos baseados no conceito de prêmio pelo risco cambial e (ii) os modelos baseados em erros de previsão.

Os modelos da primeira categoria se baseiam em expectativas racionais e, dessa forma, assumem que o retorno excedente realizado é igual a um retorno excedente previsto *ex-ante* mais um erro de previsão aleatório. Sob tal hipótese, o retorno excedente é igual ao prêmio pelo risco cambial. Os modelos dessa categoria geralmente buscam associar o prêmio pelo risco cambial à utilidade dos agentes em um contexto de equilíbrio parcial ou geral.

Apesar dos modelos dessa categoria fornecerem uma boa explicação para o prêmio pelo risco cambial ser diferente de zero, esses modelos tem se mostrado incapazes de prever sua alta variância (Lewis, 1994). Como será visto adiante, tal fato ocorre basicamente porque os fatores que deveriam explicar a variância do prêmio pelo risco cambial não apresentam variância suficientemente alta.

Os modelos da segunda categoria se baseiam em erros de previsão da taxa de câmbio futura e podem ser subdivididos em dois grupos. Um grupo busca explicar o comportamento do retorno excedente através de expectativas irracionais. O outro busca explicação através de erros sistemáticos de previsão, ou seja, assume que os agentes são racionais, mas que a distribuição dos retornos esperados pelos *traders* é diferente da mensurada pelos economistas. É nesse último grupo que se encontram os modelos baseados em *learning* e *Peso problem*.

Os modelos apresentados neste trabalho pertencem à primeira categoria e se baseiam no conceito de equilíbrio parcial. De fato, tratam-se de versões em tempo discreto do CAPM internacional.



Os primeiros esforços em busca de uma explicação para o prêmio pelo risco cambial se basearam em versões domésticas e estáticas do *capital asset pricing model* (CAPM)<sup>11</sup> adaptadas para um contexto de vários países. Essas versões são conhecidas como CAPM internacional<sup>12</sup>. Atualmente existem diversas versões do CAPM internacional que possuem um núcleo teórico comum, diferenciadas por uma série de características peculiares.

Uma dessas características diz respeito aos ativos levados em consideração pelo modelo. Em teoria, todos os ativos que podem ser negociados por investidores globais deveriam ser considerados (títulos públicos e privados, ações, imóveis, *commodities*, etc.). Na prática, os modelos selecionam apenas alguns poucos ativos. Os modelos desenvolvidos neste trabalho assumem que existe apenas um ativo em cada país e que este ativo tem as características de um título de renda fixa cujo rendimento nominal na moeda local entre  $t$  e  $t+1$  é conhecido em  $t$ . Ou seja, não existe risco nominal de investimentos locais quando medidos na moeda local<sup>13</sup>. É importante frisar que, em teoria, o retorno nominal desse ativo deve levar em consideração todos os impostos e custos de transação envolvidos de forma a capturar exatamente o retorno auferido por um investidor. Como será visto no capítulo 4, para estimar os modelos assumiu-se que o retorno nominal desses ativos é igual à taxa de juros local o que significa assumir que os impostos e os custos de transação são nulos. Claramente essa hipótese é bastante fraca e seus efeitos sobre os resultados obtidos serão abordados na conclusão.

Outra característica bastante discutida na literatura diz respeito à forma como os investidores avaliam sua riqueza, ou seja, se os investidores buscam maximizar sua riqueza em termos reais (o que equivale a falar em maximizar seu consumo) ou nominais. A discussão é bastante interessante e analisada profundamente por Adler e Dumas (1983). Os autores citados argumentam que, caso os desvios da paridade de poder de compra (PPP) fossem pequenos ou que sua duração fosse muito curta, todos os investidores observariam o mesmo retorno real e nominal. Dessa forma, a questão sobre o emprego de retornos reais ou nominais seria basicamente uma decisão dos investidores. Porém, ao analisarem dados de PPP para diversas

---

<sup>11</sup> Veja Sharpe (1964).

<sup>12</sup> Veja Solnik (1974).

<sup>13</sup> Essa hipótese simplifica bastante o modelo, pois os retornos nominais dos ativos medidos na moeda local se tornam constantes.

economias, os autores observam que seus desvios são a regra e não a exceção. Não por outro motivo, concluem que cada investidor observa um retorno real diferente e que estes devem estar preocupados com o retorno real de seu portfólio. Os autores que defendem o uso de retornos nominais geralmente argumentam que (i) o horizonte de investimento dos agentes é muito curto, de tal forma que os retornos nominais são aproximadamente iguais aos retornos reais, ou que (ii) os agentes estão preocupados em maximizar sua riqueza nominal e não o seu consumo. O modelo apresentado nesse trabalho assume que os investidores buscam maximizar sua riqueza real.

A seguir descreve-se um modelo restrito a dois países sem prêmio de risco com o intuito de apresentar algumas conclusões interessantes sobre o comportamento do prêmio pelo risco cambial.

### 3.2. MODELO RESTRITO SEM PRÊMIO DE RISCO

O modelo restrito a dois países sem prêmio de risco é uma versão simplificada por Lewis (1994) do CAPM internacional desenvolvido por Solnik (1974).

O modelo assume que existe apenas um agente representativo em cada país e que este busca maximizar sua riqueza ao final do período. Pelos motivos apresentados acima, a riqueza  $W$  é definida em termos reais. Ressalta-se que a riqueza real é medida de acordo com a cesta de consumo de cada agente, ou seja, o investidor doméstico busca maximizar o retorno nominal de seu portfólio deflacionado pelo índice de inflação doméstico e o investidor estrangeiro busca o mesmo para seu portfólio, porém deflacionado pelo índice de inflação estrangeiro. Dessa forma tem-se respectivamente para o investidor doméstico e para o investidor estrangeiro:

$$W_{t+1} = W_t \cdot (1 + r_{p,t+1}) \quad (3.1)$$

$$W_{t+1}^* = W_t^* \cdot (1 + r_{p,t+1}^*) \quad (3.2)$$

Onde  $r_{p,t+1}$  é o retorno real do portfólio do investidor doméstico (medido de acordo com a inflação doméstica) e  $r_{p,t+1}^*$  é o retorno real do portfólio do investidor estrangeiro (medido de acordo com a inflação estrangeira).

O modelo assume que os agentes podem investir em apenas dois ativos, qual sejam, o ativo doméstico e o ativo estrangeiro. Ou seja:

$$r_{p,t+1} = (1 - x_t) \cdot r_{d,t+1} + x_t \cdot r_{d,t+1}^* \quad (3.3)$$

$$r_{p,t+1}^* = (1 - x_t^*) \cdot r_{e,t+1} + x_t^* \cdot r_{e,t+1}^* \quad (3.4)$$

Onde  $x_t$  e  $x_t^*$  são as parcelas de  $W_t$  e  $W_t^*$  investida no ativo estrangeiro em t,  $r_{d,t+1}$  e  $r_{d,t+1}^*$  são, respectivamente, o retorno real realizado em t+1 (sob a ótica do investidor doméstico) do ativo doméstico e do ativo estrangeiro e  $r_{e,t+1}$  e  $r_{e,t+1}^*$  são, respectivamente, o retorno real (sob a ótica do investidor estrangeiro) do ativo doméstico e do ativo estrangeiro. Cada investidor busca maximizar uma função objetivo crescente com a expectativa de sua riqueza e decrescente com sua variância alocando seus recursos entre o ativo doméstico e estrangeiro:

$$\max V = \max V(E_t(W_{t+1}), \text{var}_t(W_{t+1})) \quad \frac{\partial V}{\partial E_t} = V_1 > 0, \frac{\partial V}{\partial \text{var}_t} = V_2 < 0 \quad (3.5)$$

A decisão de alocação dos investidores é simétrica. Por isso, analisa-se primeiramente a decisão do investidor doméstico para, em seguida apresentar a decisão do investidor estrangeiro.

### O investidor doméstico

O retorno real do ativo doméstico e do ativo estrangeiro em termos de variáveis observadas pelo investidor doméstico é dado por:

$$r_{d,t+1} = i_t - \pi_{t+1} \quad (3.6)$$

$$r_{d,t+1}^* = i_t^* + \Delta s_{t+1} - \pi_{t+1} \quad (3.7)$$

Onde  $i_t$  e  $i_t^*$  são, respectivamente, o retorno nominal do ativo doméstico e do ativo estrangeiro em t,  $\pi_{t+1}$  é a inflação doméstica e  $\Delta s_{t+1}$  é a variação cambial, ambas medidas em t+1. Assim, o retorno real do portfólio fica:

$$r_{p,t+1} = (1 - x_t) \cdot (i_t - \pi_{t+1}) + x_t \cdot (i_t^* + \Delta s_{t+1} - \pi_{t+1}) \quad (3.8)$$

Após alguma álgebra e usando a equação (2.7), tem-se:

$$r_{p,t+1} = r_{d,t+1} + x_t \cdot e r_{t+1} \quad (3.9)$$

Ou seja, o problema de maximização do investidor doméstico consiste em escolher  $x_t$  de forma a maximizar a seguinte função objetivo:

$$\max_{x_t} V = \max_{x_t} V(E_t(W_t(1 + r_{t+1} + x_t \cdot er_{t+1})), W_t^2 \text{var}(r_t + x_t \cdot er_{t+1})) \quad (3.10)$$

A resolução desse problema se encontra no Apêndice C e seu resultado está transcrito abaixo:

$$x_t = \frac{E_t(er_{t+1}) + \rho \text{cov}_t(\Delta s_{t+1}, \pi_{t+1})}{\rho \text{var}_t(\Delta s_{t+1})} \quad (3.11)$$

Onde  $\rho = -2V_2W_t/V_1$  pode ser interpretado como a medida de aversão ao risco do investidor doméstico. Nesse ponto, é interessante apresentar uma das passagens da resolução do problema de maximização que permite tirar algumas conclusões bastante interessantes sobre o comportamento do prêmio pelo risco cambial. A passagem em questão é:

$$E_t(er_{t+1}) = \rho \text{cov}_t(er_{t+1}, r_{p,t+1}) = \rho \text{cov}_t(er_{t+1}, i_{p,t+1}) - \rho \text{cov}_t(er_{t+1}, \pi_{t+1}) \quad (3.12)$$

Em primeiro lugar, percebe-se que, quanto mais avesso ao risco for o investidor maior será o prêmio exigido pelo risco cambial<sup>14</sup>. Em segundo lugar, percebe-se que, quanto maior a covariância entre o prêmio pelo risco cambial e o retorno nominal do portfólio maior o prêmio exigido. Ou seja, se a covariância do prêmio pelo risco cambial com o retorno nominal do portfólio for grande, o prêmio exigido será grande para compensar o investidor pelo risco assumido. Por outro lado, se a covariância for negativa, o investidor terá um retorno excedente negativo, ou seja, receberá menos que em sua moeda pelo benefício de possuir um ativo que lhe serve de seguro.

Finalmente, o último termo reflete o grau de proteção que o ativo estrangeiro traz em relação à inflação. Ou seja, se o ativo estrangeiro apresentar alta covariância com a inflação doméstica o prêmio exigido será baixo, posto que uma maior inflação doméstica reduz a riqueza real do investidor.

Na verdade, essa é a solução do modelo caso o investidor doméstico detenha a totalidade dos ativos do mundo, ou seja, quando não existir investidor estrangeiro. Obviamente esse caso não é interessante do ponto de vista prático, mas como

---

<sup>14</sup> Quanto maior o coeficiente de aversão ao risco maior o modulo da expectativa do prêmio pelo risco cambial.

mencionado permite apresentar a intuição por detrás do modelo. Em seguida, apresenta-se a decisão do investidor estrangeiro.

### O investidor estrangeiro

A decisão do investidor estrangeiro é completamente simétrica a do investidor doméstico e por isso será feita de forma mais sucinta. O retorno real do ativo doméstico e do ativo estrangeiro em termos de variáveis observadas pelo investidor estrangeiro é dado por:

$$r_{e,t+1} = i_t - \Delta s_{t+1} - \pi_{t+1}^* \quad (3.13)$$

$$r_{e,t+1}^* = i_t^* - \pi_{t+1}^* \quad (3.14)$$

Onde  $\pi_{t+1}^*$  é a inflação estrangeira medida em t+1. Usando as equações acima e a equação (2.7), tem-se após alguma manipulação algébrica que o retorno real do portfólio estrangeiro é igual a:

$$r_{p,t+1}^* = (1 - x_t^*) \cdot (i_t - \Delta s_{t+1} - \pi_{t+1}^*) + x_t^* \cdot (i_t^* - \pi_{t+1}^*) = r_{e,t+1} + x_t^* \cdot er_{t+1} \quad (3.15)$$

O problema de maximização do investidor estrangeiro consiste em escolher  $x_t^*$  de forma a maximizar a mesma função objetivo do investidor doméstico. A solução se encontra no Apêndice C e seu resultado está transcrito a seguir:

$$x_t^* = \frac{E_t(er_{t+1}) + \rho^* \text{cov}_t(\Delta s_{t+1}, \pi_{t+1}^*)}{\rho^* \text{var}_t(\Delta s_{t+1})} + 1 \quad (3.16)$$

Onde  $\rho^* = -2V_2 W_t^* / V_1$  é medida de aversão ao risco do investidor estrangeiro.

### A solução do modelo

A solução do modelo é dada igualando-se a demanda por ativos estrangeiros (ou domésticos) a sua respectiva oferta. A demanda por ativos estrangeiros é dada somando-se a demanda do investidor doméstico a do investidor estrangeiro:

$$D = x_t \cdot W_t + x_t^* \cdot W_t^* \quad (3.17)$$

Substituindo os resultados obtidos em (3.12) e em (3.17) na equação acima, tem-se que a demanda por ativos estrangeiros é dada por:

$$D = \left( \frac{E_t(er_{t+1}) + \rho \text{cov}_t(\Delta s_{t+1}, \pi_{t+1})}{\rho \text{var}_t(\Delta s_{t+1})} \right) \cdot W_t + \left( \frac{E_t(er_{t+1}) + \rho^* \text{cov}_t(\Delta s_{t+1}, \pi_{t+1}^*)}{\rho^* \text{var}_t(\Delta s_{t+1})} + 1 \right) \cdot W_t^* \quad (3.18)$$

A oferta de ativos estrangeiros é assumida como sendo uma fração  $\Omega$  constante do estoque global de ativos  $K_t$ :

$$S = \Omega \cdot K_t \quad (3.19)$$

Chamando de  $\omega_t = W_t / K_t$  a parcela dos ativos globais detida pelo investidor doméstico, de  $\omega_t^* = W_t^* / K_t$  a parcela detida pelo investidor estrangeiro e assumindo que  $\mu = \rho = \rho^*$ <sup>15</sup>, tem-se:

$$\Omega = \left( \frac{E_t(er_{t+1}) + \mu \text{cov}_t(\Delta s_{t+1}, \pi_{t+1})}{\mu \text{var}_t(\Delta s_{t+1})} \right) \cdot \omega_t + \left( \frac{E_t(er_{t+1}) + \mu \text{cov}_t(\Delta s_{t+1}, \pi_{t+1}^*)}{\mu \text{var}_t(\Delta s_{t+1})} + 1 \right) \cdot \omega_t^* \quad (3.20)$$

Lembrando que  $\omega_t + \omega_t^* = 1$  e após alguma álgebra, chega-se finalmente a expressão do prêmio pelo risco cambial:

$$E_t(er_{t+1}) = \mu \cdot (\Omega - \omega_t^*) \cdot \text{var}_t(\Delta s_{t+1}) - \dots \\ \dots \mu \cdot (\text{cov}_t(\Delta s_{t+1}, \pi_{t+1}) \cdot \omega_t + \text{cov}_t(\Delta s_{t+1}, \pi_{t+1}^*) \cdot \omega_t^*) \quad (3.21)$$

Para facilitar a compreensão do modelo, é possível re-escrever a equação acima da seguinte forma<sup>16</sup>:

$$E_t(er_{t+1}) = \mu \cdot (x_t \omega_t - (1 - x_t^*) \omega_t^*) \cdot \text{var}_t(\Delta s_{t+1}) \dots \\ \dots - \mu \cdot (\text{cov}_t(\Delta s_{t+1}, \pi_{t+1}) \cdot \omega_t + \text{cov}_t(\Delta s_{t+1}, \pi_{t+1}^*) \cdot \omega_t^*) \quad (3.22)$$

Ou seja:

- (i) Supondo que a covariância entre a inflação e a variação cambial seja igual a zero (caso em que a inflação é perfeitamente projetável), o prêmio pelo risco cambial depende exclusivamente das posições relativas de cada investidor. Dito de outra forma, o prêmio depende da diferença entre a posição do investidor doméstico em ativos estrangeiros e a posição do investidor estrangeiro em ativos domésticos. Quando o investidor

<sup>15</sup> Essa hipótese é bastante forte já que significa assumir que ambos os investidores possuem a mesma aversão ao risco. Infelizmente essa hipótese normalmente não é devidamente destacada nos trabalhos que discutem o CAPM internacional.

<sup>16</sup> Basta substituir  $\Omega$  por  $x_t \omega_t + x_t^* \omega_t^*$ .

doméstico é credor, ou seja,  $x_t \omega_t > (1 - x_t^*) \omega_t^*$ , o prêmio pelo risco cambial é positivo de forma a compensar o investidor pelo risco assumido ao investir em títulos estrangeiros. Quando o investidor doméstico é devedor a lógica se inverte.

- (ii) A inflação pode ter efeito positivo ou negativo sobre o prêmio dependendo de sua covariância com a variação cambial<sup>17</sup>. Quando maior a covariância entre inflação e variação cambial, maior o seguro proporcionado por investimentos no estrangeiro e, por conseguinte menor o prêmio exigido.

A seguir, deriva-se um modelo restrito a dois países em que o país estrangeiro apresenta prêmio de risco.

### 3.3. MODELO RESTRITO COM PRÊMIO DE RISCO

O modelo emprega as mesmas hipóteses do modelo apresentado para dois países sem prêmio de risco. A única diferença é que nesse modelo o país estrangeiro apresenta um prêmio de risco  $p$  variável. Dada a similaridade dos modelos, vamos passar diretamente para a decisão do investidor doméstico.

#### O investidor doméstico

O retorno real do ativo doméstico, do ativo estrangeiro e do portfólio doméstico em termos de variáveis observadas pelo investidor doméstico é dado por:

$$r_{d,t+1} = i_t - \pi_{t+1} \quad (3.23)$$

$$r_{d,t+1}^* = i_t^* + p_{t+1} + \Delta s_{t+1} - \pi_{t+1} \quad (3.24)$$

$$r_{p,t+1} = i_t - \pi_{t+1} + x_t \cdot (i_t^* + p_{t+1} - i_t + \Delta s_{t+1}) \quad (3.25)$$

Onde  $p_{t+1}$  é o prêmio de risco exigido por investidores domésticos para comprar títulos emitidos pelo país estrangeiro denominados na moeda doméstica.

---

<sup>17</sup> Vale ressaltar que, na prática é praticamente impossível que tanto a inflação doméstica quanto a inflação estrangeira tenha covariância positiva com a variação cambial. Nesse caso, o que importa é qual inflação é mais afetada pela variação cambial.

O problema de maximização enfrentado pelo investidor é análogo ao já apresentado e sua condição de primeira ordem é dada por:

$$V_1 \frac{\partial E_t(W_{t+1})}{\partial x_t} + V_2 \frac{\partial \text{var}_t(W_{t+1})}{\partial x_t} = 0 \quad (3.26)$$

Sabendo que<sup>18</sup>:

$$\frac{\partial E_t(W_{t+1})}{\partial x_t} = W_t (E_t(i_t^* + p_{t+1} - i_t + \Delta s_{t+1})) \quad (3.27)$$

$$\frac{\partial \text{var}_t(W_{t+1})}{\partial x_t} = 2W_{t+1}^2 \text{cov}_t(-\pi_{t+1} + x_t \cdot (p_{t+1} + \Delta s_{t+1}), p_{t+1} + \Delta s_{t+1}) \quad (3.28)$$

Tem-se, após alguma álgebra a solução do problema:

$$x_t = \frac{E_t(er_{t+1}) + \rho \text{cov}_t(p_{t+1} + \Delta s_{t+1}, \pi_{t+1})}{\rho \text{var}_t(p_{t+1} + \Delta s_{t+1})} \quad (3.29)$$

Onde  $\rho = -2V_2W_t/V_1$  é a medida de aversão ao risco do investidor doméstico.

De forma similar ao modelo anterior, é simples verificar a partir da equação 3.30 que a condição de segunda ordem é satisfeita.

### O investidor estrangeiro

O retorno real do ativo doméstico, do ativo estrangeiro e do portfólio estrangeiro em termos de variáveis observadas pelo investidor estrangeiro é dado por:

$$r_{e,t+1} = i_t - \Delta s_{t+1} - \pi_{t+1}^* \quad (3.30)$$

$$r_{e,t+1}^* = i_t^* + p_{t+1} - \pi_{t+1}^* \quad (3.31)$$

$$r_{p,t+1}^* = i_t - \Delta s_{t+1} - \pi_{t+1}^* + x^* \cdot (i_{t+1}^* + p_{t+1} - i_t + \Delta s_{t+1}) \quad (3.32)$$

Novamente, sabendo que:

$$\frac{\partial E_t(W_{t+1}^*)}{\partial x_t} = W_t^* (E_t(i_t^* + p_{t+1} - i_t + \Delta s_{t+1})) \quad (3.33)$$

$$\frac{\partial \text{var}_t(W_{t+1}^*)}{\partial x_t} = 2W_{t+1}^{*2} \text{cov}_t(-\Delta s_{t+1} - \pi_{t+1}^* + x_t^* \cdot (p_{t+1} + \Delta s_{t+1}), p_{t+1} + \Delta s_{t+1}) \quad (3.34)$$

---

<sup>18</sup> Vale lembrar que  $\frac{\partial \text{var}(x)}{\partial x} = 2 \text{cov}(x, x')$



A solução do problema de maximização é dada por:

$$x_t^* = \frac{E_t(er_{t+1}) + \rho^* \text{cov}_t(p_{t+1} + \Delta s_{t+1}, \pi_{t+1}^*) + \rho^* \text{cov}_t(\Delta s_{t+1}, p_{t+1} + \Delta s_{t+1})}{\rho^* \text{var}_t(p_{t+1} + \Delta s_{t+1})} \quad (3.35)$$

### A solução do modelo

A solução do modelo é dada de forma idêntica à do modelo sem prêmio de risco, ou seja, igualando-se a demanda por ativos estrangeiros a sua respectiva oferta:

$$D = x_t \cdot W_t + x_t^* \cdot W_t^* = \Omega \cdot K_t = S \quad (3.36)$$

Substituindo os resultados obtidos em (3.30) e (3.36) na equação acima e utilizando as mesmas hipóteses já apresentadas (notadamente a já discutida hipótese de que os coeficientes de aversão ao risco dos dois investidores são iguais), tem-se:

$$\begin{aligned} E_t(er_{t+1}) &= \mu \cdot (\Omega - \omega_t^*) \cdot \text{cov}_t(\Delta s_{t+1}, p_{t+1} + \Delta s_{t+1}) - \dots \\ &\dots \mu \cdot (\text{cov}_t(p_{t+1} + \Delta s_{t+1}, \pi_{t+1}^*) \cdot \omega_t + \text{cov}_t(p_{t+1} + \Delta s_{t+1}, \pi_{t+1}^*) \cdot \omega_t^*) \end{aligned} \quad (3.37)$$

Que é equivalente a:

$$\begin{aligned} E_t(er_{t+1}) &= \mu \cdot (x_t \omega_t - (1 - x_t^*) \cdot \omega_t^*) \cdot \text{cov}_t(\Delta s_{t+1}, p_{t+1} + \Delta s_{t+1}) - \dots \\ &\dots \mu \cdot (\text{cov}_t(p_{t+1} + \Delta s_{t+1}, \pi_{t+1}^*) \cdot \omega_t + \text{cov}_t(p_{t+1} + \Delta s_{t+1}, \pi_{t+1}^*) \cdot \omega_t^*) \end{aligned} \quad (3.38)$$

Comparando as soluções dos dois modelos apresentados, verifica-se que ambas são bastante similares. A única diferença é a inclusão do termo de prêmio de risco na solução. Assumindo que o segundo termo de (3.39) é igual a zero (caso em que a inflação é perfeitamente projetável) e que o prêmio de risco co-varia positivamente com a variação cambial<sup>19</sup>, é esperado que este modelo preveja um prêmio pelo risco cambial maior que o modelo descrito anteriormente.

A seguir, apresenta-se um modelo generalizado para vários países sem prêmio pelo risco cambial.

---

<sup>19</sup> De acordo com os dados analisados no capítulo 2, esse parece ser o caso para a maioria dos países emergentes.

### 3.4. MODELO GENERALIZADO SEM PRÊMIO DE RISCO

A generalização do primeiro modelo apresentado para vários países é bastante direta, porém intensiva em álgebra matricial. Como no caso anterior, assume-se que existe apenas um agente em cada país e que estes buscam maximizar sua riqueza real ao final do período. Além disso, continua existindo apenas um ativo negociável em cada país com as mesmas características dos ativos descritos anteriormente.

Apenas para simplificar a apresentação do modelo e sem nenhuma perda de generalidade vamos assumir que o país 1 é o país doméstico. Dessa forma, todas as variações cambiais apresentadas daqui em diante serão medidas em relação à moeda doméstica, ou seja,  $\Delta s_{i,t+1}$  é a variação cambial da moeda do país i em relação à moeda doméstica<sup>20</sup>.

Denotando-se  $x_{i,j,t}$  a parcela do portfólio do investidor i investida no ativo j no instante t e sabendo que a somatória dessas parcelas é igual a um, tem-se que a riqueza real do investidor i em t+1 é dada por<sup>21</sup>:

$$W_{i,t+1} = W_{i,t} \cdot (1 + i_{1,t} - \Delta s_{i,t+1} - \pi_{i,t+1} + X_{i,t}^T P_t) \quad (3.39)$$

$$X_{i,t} = \begin{bmatrix} x_{i,2,t} \\ x_{i,3,t} \\ \vdots \\ x_{i,n,t} \end{bmatrix}, \quad P_{t+1} = \begin{bmatrix} i_{2,t+1} - i_{1,t+1} - \Delta s_{2,t+1} \\ i_{3,t+1} - i_{1,t+1} - \Delta s_{3,t+1} \\ \vdots \\ i_{n,t+1} - i_{1,t+1} - \Delta s_{n,t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_{2,1,t+1} \\ e_{3,1,t+1} \\ \vdots \\ e_{n,1,t+1} \end{bmatrix}$$

Onde  $\pi_{i,t+1}$  é inflação do país i medida em t+1,  $X_{i,t}$  é o vetor das parcelas do portfólio do investidor i investidas nos ativos 2 a n e  $P_{t+1}$  é o vetor de prêmios pelo risco cambial em relação ao país doméstico medido em t+1.

<sup>20</sup> A variação cambial do país 1 em relação a moeda doméstica é zero por construção.

<sup>21</sup> Apenas para mostrar a intuição da equação apresentada, a riqueza do investidor 2 em um caso onde existem três países fica:

$$W_{2,t+1} = W_{2,t} (1 + (1 - x_{2,2} - x_{2,3})(i_1 - \Delta s_2) + x_{2,2}i_2 + x_{2,3}(i_3 + \Delta s_3 - \Delta s_2) - \pi_2)$$

O problema de maximização enfrentado por cada investidor é análogo ao caso de dois países. A única diferença é que existem n-1 condições de primeira ordem para cada país que formam o sistema apresentado abaixo:

$$\Phi X_{i,t} = \frac{1}{\rho_i} P_{t+1} + \Pi_{i,t+1} + \Phi_k \quad (3.40)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} \text{var}(\Delta s_2) & \text{cov}(\Delta s_2, \Delta s_3) & \dots & \text{cov}(\Delta s_2, \Delta s_n) \\ \text{cov}(\Delta s_2, \Delta s_3) & \text{var}(\Delta s_3) & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{cov}(\Delta s_2, \Delta s_n) & \dots & \dots & \text{var}(\Delta s_n) \end{bmatrix}, \quad \Pi_{i,t+1} = \begin{bmatrix} \text{cov}(\pi_i, \Delta s_2) \\ \text{cov}(\pi_i, \Delta s_3) \\ \vdots \\ \text{cov}(\pi_i, \Delta s_n) \end{bmatrix}$$

Onde  $\Phi$  é a matriz de covariância dos retornos das taxas de câmbio,  $\Pi_{i,t+1}$  é o vetor de covariância entre a inflação do país i e a variação da taxa de câmbio e  $\Phi_k$  é a coluna i-1 da matriz<sup>22</sup>  $\Phi$ . O parâmetro  $\rho_i$  é o coeficiente de aversão ao risco do investidor i. Dessa forma, a solução do problema de maximização é dada por:

$$x_{i,j,t} = \frac{\det \Gamma_{i,j,t+1}}{\det \Phi}, \quad i = 1 \dots n \text{ e } j = 2 \dots n \quad (3.41)$$

Onde  $\Gamma_{i,j,t+1}$  é dada substituindo-se a coluna j-1 da matriz  $\Phi$  pelo vetor  $1/\rho_i P_{t+1} + \Pi_{i,t+1} + \Phi_k$ . Observe que o sistema fornece as soluções para as parcelas investidas no país 2 a n e que a parcela investida no ativo doméstico é calculada sabendo que a soma das parcelas do investidor i deve ser igual a unidade.

Como no caso para dois países, a solução do modelo é dada igualando-se a demanda por cada ativo j a sua respectiva oferta. Chamando de  $\omega_{i,t} = W_{i,t} / K_t$  a parcela dos ativos globais detida pelo investidor i, e de  $k_j$  a fração dos ativos do país j sobre os ativos globais, tem-se a seguinte igualdade para cada ativo j<sup>23</sup>:

$$k_j = \sum_{i=1}^n x_{i,j,t} \omega_{i,t} \quad (3.42)$$

Que, utilizando a equação 3.26, pode ser re-escrito como:

$$k_j \det \Phi = \sum_{i=1}^n \det \Gamma_{i,j,t+1} \omega_{i,t} \quad (3.43)$$

<sup>22</sup> Para o país doméstico a matriz  $\Phi_{i-1}$  é nula.

<sup>23</sup> Como no caso para dois países, assume-se que os coeficientes de aversão a risco dos investidores são constantes e iguais a  $\mu$ .

Utilizando algumas propriedades do determinante<sup>24</sup>, é possível decompor determinante da matriz  $\Gamma_{i,j,t+1}$  no determinante e duas matrizes. A primeira matriz  $\Gamma^P_{i,j,t+1}$  é obtida subtraindo o termo  $\Pi_{i,t+1} + \Phi_k$  da coluna j-1 da matriz  $\Gamma_{i,j,t+1}$ . A segunda matriz  $\Gamma^R_{i,j,t+1}$  é obtida subtraindo o termo  $1/\rho_i P_{t+1}$  da coluna j-1 da matriz  $\Gamma_{i,j,t+1}$ . Dessa forma, tem-se:

$$k_j \det \Phi - \sum_{i=1}^n \det \Gamma^R_{i,j,t+1} W_{i,t} = \sum_{i=1}^n \det \Gamma^P_{i,j,t+1} W_{i,t} \quad (3.44)$$

E, dado que a somatória das parcelas dos ativos globais é igual a unidade e novamente empregando as propriedades do determinante tem-se:

$$\left( k_j \det \Phi - \sum_{i=1}^n \det \Gamma^R_{i,j,t+1} W_{i,t} \right) \mu = \det \Psi_{j,t} \quad (3.45)$$

Onde  $\mu$  é o coeficiente de aversão ao risco e  $\Psi_{j,t}$  é igual à matriz  $\Phi$  substituindo-se a coluna j-1 pelo vetor  $P_{t+1}$ . A equação (3.46) é um sistema de equações lineares que uma vez resolvido fornece a solução do modelo, ou seja, o vetor  $P_{t+1}$ . E, para solucionar o sistema é necessário decompor a matriz  $\Psi_{j,t}$  em seus co-fatores de forma a colocar em evidência cada elemento do vetor  $P_{t+1}$ .

A seguir, estimam-se os modelos apresentados com o objetivo de verificar se estes são capazes de prever o comportamento descrito no Capítulo 2.

---

<sup>24</sup> As duas propriedades dos determinantes empregadas foram:

- (i) A multiplicação de um determinante por um escalar é igual ao determinante da matriz original multiplicando-se uma linha ou uma coluna pelo escalar, e;
- (ii) Se apenas uma linha ou uma coluna de duas matrizes forem diferentes a soma dos seus determinantes é igual ao determinante da matriz obtida somando-se elemento a elemento a linha ou coluna diferente e mantendo-se os demais elementos.

## 4. ESTIMAÇÃO DO MODELO

Este capítulo busca estimar os modelos apresentados no capítulo anterior com o objetivo de verificar se estes são capazes de prever a magnitude no retorno excedente apresentado no primeiro capítulo. Quando possível também foi analisado se estes são capazes de prever sua alta variância.

O capítulo está dividido em três partes, uma para cada modelo desenvolvido. A primeira parte estima o modelo restrito a dois países sem prêmio de risco para cada uma das moedas selecionadas, ou seja, assume que nenhum país apresente prêmio de risco. A segunda estima o modelo restrito a dois países com prêmio de risco apenas para o caso do real e o motivo para tanto é que apenas para o Brasil foi calculado uma série de prêmio de risco conforme descrito no Apêndice B. Finalmente, a terceira parte estima o modelo geral para o conjunto das moedas selecionadas.

### 4.1. ESTIMAÇÃO DO MODELO RESTRITO SEM PRÊMIO DE RISCO

De acordo com o primeiro modelo desenvolvido, o risco cambial é dado pela equação (3.23) reproduzida abaixo:

$$\begin{aligned} E(er_{t+1}) = & \mu(x_t \omega_t - (1 - x_t^*) \cdot \omega_t^*) \text{var}(\Delta s_{t+1}) \dots \\ & \dots - \mu(\text{cov}(\Delta s_{t+1}, \pi_{t+1}^*) \omega_t + \text{cov}(\Delta s_{t+1}, \pi_{t+1}^*) \omega_t^*) \end{aligned} \quad (4.1)$$

A variância da variação cambial e sua covariância com as taxas de inflação doméstica e estrangeira são facilmente calculadas. As taxas de câmbio utilizadas são as mesmas empregadas no capítulo 2 para analisar o comportamento do retorno excedente realizado e apresentam as mesmas exceções. A inflação doméstica (norte americana) foi aproximada pelo CPI (*consumer price index*) mensal divulgado pelo Bureau of Labor Statistics e a inflação estrangeira pela inflação mensal ao consumidor de cada país conforme divulgada pela Bloomberg. As exceções foram o dólar canadense e yuan chinês. Nesses casos, utilizou-se, respectivamente, uma interpolação geométrica a partir da inflação trimestral divulgada pela Bloomberg e uma série mensal divulgada pelo FMI.

A fração dos ativos globais detida por cada investidor é algo bastante problemático de se determinar posto que não existe estatística confiável sobre esse número. Além disso, para o caso restrito a dois países surge mais um complicador, pois é bastante razoável supor que, em um mundo formado apenas duas economias, a dotação de riqueza seria bastante diferente da atual. Dessa forma, devido à falta de uma estatística melhor, a parcela detida por cada investidor foi aproximada pelo PIB relativo de cada economia como apresentado na Tabela a seguir. Apenas como exemplo, a Tabela indica que, em um mundo formado por Estados Unidos e Suíça, o primeiro deteria 93.33% e o segundo 2.77% dos ativos globais.

**Tabela 9. Fração dos ativos globais detido pelos investidores de cada região.**

país		PIB		
nome	código	USD <sup>1</sup>	% <sup>2</sup>	% <sup>3</sup>
Estados Unidos	USD	13,245	33.11%	n.d.
União Européia	EUR	10,623	26.55%	44.51%
Japão	YEN	4,367	10.92%	24.80%
Inglaterra	GBP	2,374	5.93%	15.20%
Canadá	CAD	1,269	3.17%	8.74%
Hong Kong	HKD	190	0.47%	1.41%
Suíça	CHF	377	0.94%	2.77%
Austrália	AUD	755	1.89%	5.39%
Rússia	RUB	979	2.45%	6.88%
China	CNY	2,630	6.57%	16.57%
Coréia do Sul	KRW	888	2.22%	6.28%
Índia	INR	887	2.22%	6.28%
Brasil	BRL	1,068	2.67%	7.46%
Taiwan	TWD	356	0.89%	2.62%
Outros		8,202		

<sup>1</sup> FMI, World Economic Outlook, April 2007. PIB de 2006 a preços correntes em bilhões de USD.

Dado previsto para União Européia e Inglaterra.

<sup>2</sup> Fração do PIB considerando apenas os países indicados.

<sup>3</sup> Fração do PIB considerando um mundo formado apenas pelo país em questão mais os Estados Unidos.

Como o objetivo desse trabalho é verificar se o modelo é capaz de prever a magnitude observada do prêmio pelo risco cambial, a análise foi realizada de forma similar a feita por Mehra e Precott (1985) para o *equity risk premium*. Ou seja, buscou-se responder a seguinte pergunta: dado o retorno excedente calculado no primeiro capítulo, os valores dos parâmetros comentados acima e diferentes valores para as parcelas investidas no ativo estrangeiro pelo investidor doméstico e estrangeiro, qual é o coeficiente de aversão ao risco implícito? As Tabelas 9 a 21

apresentam a resposta à pergunta. Lembre-se que  $x$  representa a fração dos ativos do investidor doméstico alocada no ativo estrangeiro e  $x^*$  a fração dos ativos do investidor estrangeiro alocada no ativo estrangeiro<sup>25</sup>.

As parcelas investidas no ativo doméstico e estrangeiro apresentadas são tais que cada investidor detenha pelo menos 70% de sua riqueza investida no ativo local, ou seja, o investidor estrangeiro aloca pelo menos 70% do seu portfólio no ativo estrangeiro e o investidor doméstico aloca pelo menos 70% do seu portfólio no ativo doméstico. Vários estudos sobre diversificação internacional de portfólio sugerem que os agentes investem a grande maioria de seus recursos em ativos domésticos e, dessa forma, é possível dizer com razoável confiança, que a região estudada compreende o caso real.

**Tabela 10 – Coeficientes implícitos de aversão ao risco e prêmio pelo risco cambial fornecidos pelo modelo restrito sem prêmio de risco para o euro.**

$x \backslash x^*$	COEFICIENTE DE AVERSÃO AO RISCO					PRÊMIO PELO RISCO CAMBIAL				
	99%	98%	95%	90%	70%	99%	98%	95%	90%	70%
1%	(390)	(199)	(81)	(40)	(14)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.01%)
2%	1,965	(512)	(107)	(46)	(14)	0.00%	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.01%)
5%	103	138	(7,644)	(80)	(16)	0.00%	0.00%	(0.00%)	(0.00%)	(0.01%)
10%	40	44	66	344	(22)	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	(0.01%)
30%	12	12	13	16	66	0.02%	0.02%	0.01%	0.01%	0.00%

Valores entre parêntese representam números negativos.

**Tabela 11 – Coeficientes implícitos de aversão ao risco e prêmio pelo risco cambial fornecidos pelo modelo restrito sem prêmio de risco para o yen.**

$x \backslash x^*$	COEFICIENTE DE AVERSÃO AO RISCO					PRÊMIO PELO RISCO CAMBIAL				
	99%	98%	95%	90%	70%	99%	98%	95%	90%	70%
1%	375	319	220	145	61	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.01%)
2%	810	586	320	182	67	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.01%)
5%	(327)	(386)	(853)	841	94	0.00%	0.00%	0.00%	(0.00%)	(0.01%)
10%	(98)	(103)	(120)	(168)	288	0.01%	0.01%	0.00%	0.00%	(0.00%)
30%	(26)	(26)	(27)	(29)	(40)	0.02%	0.02%	0.02%	0.02%	0.01%

Valores entre parêntese representam números negativos.

**Tabela 12 – Coeficientes implícitos de aversão ao risco e prêmio pelo risco cambial fornecidos pelo modelo restrito sem prêmio de risco para a libra.**

$x \backslash x^*$	COEFICIENTE DE AVERSÃO AO RISCO					PRÊMIO PELO RISCO CAMBIAL				
	99%	98%	95%	90%	70%	99%	98%	95%	90%	70%
1%	(972)	(787)	(501)	(312)	(124)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)
2%	3,130	12,841	(1,546)	(539)	(150)	0.00%	0.00%	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)
5%	229	243	294	457	(378)	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	(0.00%)
10%	90	92	99	112	244	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
30%	26	26	27	28	32	0.02%	0.02%	0.02%	0.02%	0.01%

Valores entre parêntese representam números negativos.

<sup>25</sup> Sob a ótica do investidor doméstico, ou seja, tanto  $x$  quanto  $x^*$  se referem ao mesmo ativo.

**Tabela 13 – Coeficientes implícitos de aversão ao risco e prêmio pelo risco cambial fornecidos pelo modelo restrito sem prêmio de risco para o dólar canadense.**

		COEFICIENTE DE AVERSÃO AO RISCO					PRÊMIO PELO RISCO CAMBIAL				
$x \backslash x^*$		99%	98%	95%	90%	70%	99%	98%	95%	90%	70%
1%		(542)	(516)	(450)	(371)	(218)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)
2%		(1,163)	(1,048)	(808)	(585)	(278)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)
5%		477	500	582	803	(1,558)	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	(0.00%)
10%		142	144	151	162	233	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
30%		37	38	38	39	42	0.01%	0.01%	0.01%	0.01%	0.01%

Valores entre parêntese representam números negativos.

**Tabela 14 – Coeficientes implícitos de aversão ao risco e prêmio pelo risco cambial fornecidos pelo modelo restrito sem prêmio de risco para o dólar de Hong Kong.**

		COEFICIENTE DE AVERSÃO AO RISCO					PRÊMIO PELO RISCO CAMBIAL				
$x \backslash x^*$		99%	98%	95%	90%	70%	99%	98%	95%	90%	70%
1%		891	891	890	888	881	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)
2%		917	916	915	913	906	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)
5%		1,002	1,002	1,000	998	989	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)
10%		1,187	1,186	1,184	1,181	1,169	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)
30%		4,519	4,510	4,483	4,439	4,271	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)

Valores entre parêntese representam números negativos.

**Tabela 15 – Coeficientes implícitos de aversão ao risco e prêmio pelo risco cambial fornecidos pelo modelo restrito sem prêmio de risco para o franco suíço.**

		COEFICIENTE DE AVERSÃO AO RISCO					PRÊMIO PELO RISCO CAMBIAL				
$x \backslash x^*$		99%	98%	95%	90%	70%	99%	98%	95%	90%	70%
1%		403	340	232	151	63	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)
2%		(73)	(76)	(85)	(105)	(3,124)	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
5%		(16)	(16)	(17)	(17)	(21)	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
10%		(7)	(7)	(7)	(7)	(8)	0.01%	0.01%	0.01%	0.01%	0.01%
30%		(2)	(2)	(2)	(2)	(2)	0.03%	0.03%	0.03%	0.03%	0.03%

Valores entre parêntese representam números negativos.

**Tabela 16 – Coeficientes implícitos de aversão ao risco e prêmio pelo risco cambial fornecidos pelo modelo restrito sem prêmio de risco para o dólar australiano.**

		COEFICIENTE DE AVERSÃO AO RISCO					PRÊMIO PELO RISCO CAMBIAL				
$x \backslash x^*$		99%	98%	95%	90%	70%	99%	98%	95%	90%	70%
1%		568	603	740	1,190	(831)	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	(0.00%)
2%		281	290	318	380	1,696	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
5%		112	113	117	125	168	0.01%	0.01%	0.01%	0.01%	0.00%
10%		56	56	57	59	67	0.01%	0.01%	0.01%	0.01%	0.01%
30%		19	19	19	19	20	0.04%	0.04%	0.04%	0.03%	0.03%

Valores entre parêntese representam números negativos.

**Tabela 17 – Coeficientes implícitos de aversão ao risco e prêmio pelo risco cambial fornecidos pelo modelo restrito sem prêmio de risco para o yuan.**

		COEFICIENTE DE AVERSÃO AO RISCO					PRÊMIO PELO RISCO CAMBIAL				
$x \backslash x^*$		99%	98%	95%	90%	70%	99%	98%	95%	90%	70%
1%		24	24	23	21	16	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)
2%		27	26	25	23	17	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)
5%		37	36	34	30	21	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)
10%		110	102	84	65	34	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)
30%		(16)	(16)	(17)	(18)	(24)	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%

Valores entre parêntese representam números negativos.



**Tabela 18 – Coeficientes implícitos de aversão ao risco e prêmio pelo risco cambial fornecidos pelo modelo restrito sem prêmio de risco para o won.**

		COEFICIENTE DE AVERSÃO AO RISCO					PRÊMIO PELO RISCO CAMBIAL				
$x \backslash x^*$		99%	98%	95%	90%	70%	99%	98%	95%	90%	70%
1%		2,544	3,401	(318K)	(2,006)	(403)	0.00%	0.00%	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)
2%		535	565	678	1,022	(997)	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	(0.00%)
5%		159	161	169	185	292	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
10%		73	74	75	78	92	0.01%	0.01%	0.01%	0.01%	0.00%
30%		23	23	23	24	25	0.02%	0.02%	0.02%	0.02%	0.02%

Valores entre parêntese representam números negativos.

**Tabela 19 – Coeficientes implícitos de aversão ao risco e prêmio pelo risco cambial fornecidos pelo modelo restrito sem prêmio de risco para o dólar de Taiwan.**

		COEFICIENTE DE AVERSÃO AO RISCO					PRÊMIO PELO RISCO CAMBIAL				
$x \backslash x^*$		99%	98%	95%	90%	70%	99%	98%	95%	90%	70%
1%		940	901	799	673	413	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)
2%		(1,466)	(1,574)	(2,022)	(3,843)	1,476	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	(0.00%)
5%		(169)	(170)	(174)	(182)	(219)	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
10%		(68)	(68)	(69)	(70)	(75)	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
30%		(20)	(20)	(20)	(20)	(21)	0.01%	0.01%	0.01%	0.01%	0.01%

Valores entre parêntese representam números negativos.

**Tabela 20 – Coeficientes implícitos de aversão ao risco e prêmio pelo risco cambial fornecidos pelo modelo restrito sem prêmio de risco para a rúpia indiana.**

		COEFICIENTE DE AVERSÃO AO RISCO					PRÊMIO PELO RISCO CAMBIAL				
$x \backslash x^*$		99%	98%	95%	90%	70%	99%	98%	95%	90%	70%
1%		1,656	1,906	3,485	(9,159)	(590)	0.00%	0.00%	0.00%	(0.00%)	(0.00%)
2%		560	586	680	931	(1,959)	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	(0.00%)
5%		187	190	199	216	329	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
10%		89	89	91	95	112	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
30%		29	29	29	29	31	0.01%	0.01%	0.01%	0.01%	0.01%

Valores entre parêntese representam números negativos.

**Tabela 21 – Coeficientes implícitos de aversão ao risco e prêmio pelo risco cambial fornecidos pelo modelo restrito sem prêmio de risco para o rublo.**

		COEFICIENTE DE AVERSÃO AO RISCO					PRÊMIO PELO RISCO CAMBIAL				
$x \backslash x^*$		99%	98%	95%	90%	70%	99%	98%	95%	90%	70%
1%		(1,065)	(1,048)	(1,000)	(930)	(726)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)
2%		(1,362)	(1,335)	(1,258)	(1,149)	(852)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)
5%		(8,362)	(7,422)	(5,551)	(3,908)	(1,790)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)	(0.00%)
10%		1,105	1,124	1,185	1,301	2,148	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
30%		200	201	202	206	219	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%

Valores entre parêntese representam números negativos.

**Tabela 22 – Coeficientes implícitos de aversão ao risco e prêmio pelo risco cambial fornecidos pelo modelo restrito sem prêmio de risco para o real.**

		COEFICIENTE DE AVERSÃO AO RISCO					PRÊMIO PELO RISCO CAMBIAL				
$x \backslash x^*$		99%	98%	95%	90%	70%	99%	98%	95%	90%	70%
1%		352	386	541	1,633	(231)	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	(0.01%)
2%		169	177	203	272	(789)	0.01%	0.01%	0.01%	0.01%	(0.00%)
5%		66	67	71	78	126	0.02%	0.02%	0.02%	0.02%	0.01%
10%		33	33	34	35	43	0.04%	0.04%	0.04%	0.04%	0.03%
30%		11	11	11	11	12	0.13%	0.13%	0.13%	0.13%	0.12%

Valores entre parêntese representam números negativos.

É importante ressaltar que os valores negativos encontrados para o coeficiente de aversão ao risco são infactíveis posto que, por construção, tal coeficiente é necessariamente positivo. Ou seja, locais onde foi calculado um coeficiente de aversão ao risco negativo implicam em frações alocadas pelos investidores impossíveis de serem alcançadas com as hipóteses assumidas pelo modelo.

Como pode ser observado, o coeficiente de aversão ao risco que justificaria o retorno excedente encontrado no primeiro capítulo é maior que 10 para grande parte das moedas e cenários analisados. Tal valor é bastante superior ao coeficiente estimado por diversos autores em diferentes estudos, que, de forma geral, encontram um valor entre 1 e 2. Arrow (1971) sumariza diversos estudos e conclui que o coeficiente de aversão ao risco relativo à riqueza é praticamente constante. Além disso, argumenta em base teórica que o valor do coeficiente deve ser próximo a 1. Friend e Blume (1975) apresentam evidências baseadas no portfólio detido por indivíduos de que o coeficiente deve ser maior, e estimam que o parâmetro gire ao redor de 2. Kydland e Prescott (1982) no seu estudo sobre flutuações agregadas identificaram que era necessário um valor entre 1 e 2 para reproduzir as variações relativas de consumo e investimento. Utilizando um modelo similar, Altug (1983) estima que o parâmetro deva ser próximo de zero. Estudando a resposta no balanço de pagamento de países pequenos a choques nos seus termos de troca, Kehoe (1984) encontra valor próximo a 1. Hildren e Knowles (1982) no seu estudo sobre o comportamento dos fazendeiros também obtiveram valores entre 1 e 2. E, estudando o ciclo de poupança, Tobin e Dolde (1971) empregam valor de 1,5 para reproduzir o padrão observado.

As Tabelas 10 a 22 também apresentam o retorno excedente calculado para diferentes frações alocadas no ativo estrangeiro assumindo-se um coeficiente de aversão ao risco de 1.5. É interessante notar que o retorno excedente calculado dessa forma e o retorno excedente encontrado no primeiro capítulo possuem ordens de grandeza diferentes. De forma grosseira, o modelo restrito a dois países sem prêmio de risco conseguiu explicar aproximadamente 10% do prêmio realizado.

Para o caso simplificado de dois países ainda é possível tirar algumas conclusões interessantes sobre a variância prevista pelo modelo para o retorno excedente. De acordo com a solução apresentada no início desse capítulo, a

variância de tal retorno deve necessariamente vir da variância de algum de seus termos. Assumindo-se que a variância da variação cambial, assim como sua covariância com a inflação doméstica e estrangeira, sejam constante, a variância do prêmio só pode ser explicada pela variância das frações dos ativos globais detidas pelos investidores, da decisão de alocação dos respectivos portfólios ou do coeficiente de aversão ao risco. O coeficiente de aversão a risco é usualmente assumido como constante já que este é um fundamento microeconômico que caracteriza o agente. Além do mais, Arrow (1971) argumenta que tal coeficiente é praticamente constante em relação à riqueza.

Dessa forma, as fontes de variância do prêmio pelo risco cambial ficam bastante reduzidas, resultando unicamente da variância do termo  $(x_t \omega_t - (1 - x_t^*) \cdot \omega_t^*)$ . A fração da riqueza global detida por cada investidor só é alterada no longo prazo de forma que, para a frequência analisada nesse trabalho, pode ser assumida como constante. E, analisando dados do balanço de pagamentos, diversos autores argumentam que a decisão de alocação dos investidores não possui variância suficiente para explicar a alta variância observada do retorno excedente. Ou seja, o modelo desenvolvido mostra-se incapaz de prever a elevada variância observada do prêmio pelo risco cambial realizado.

## 4.2. ESTIMAÇÃO DO MODELO RESTRITO COM PRÊMIO DE RISCO

Novamente, de acordo com o segundo modelo desenvolvido, o risco cambial é dado pela equação (3.39) reproduzida abaixo:

$$E_t(er_{t+1}) = \mu \cdot (x_t \omega_t - (1 - x_t^*) \cdot \omega_t^*) \cdot \text{cov}_t(\Delta s_{t+1}, p_{t+1} + \Delta s_{t+1}) - \dots \\ \dots \mu \cdot (\text{cov}_t(p_{t+1} + \Delta s_{t+1}, \pi_{t+1}^*) \cdot \omega_t + \text{cov}_t(p_{t+1} + \Delta s_{t+1}, \pi_{t+1}^*) \cdot \omega_t^*) \quad (4.2)$$

As variáveis do modelo são idênticas às do modelo anterior e, portanto, não serão novamente discutidas. A única exceção é o prêmio de risco cuja série corresponde a que foi construída no capítulo 2 e descrita no Apêndice B. Lembre-se que, como já mencionado, esse modelo foi estimado apenas para o real.

O estudo foi realizado de forma análoga ao anterior. Em primeiro lugar, foram calculados os coeficientes de aversão ao risco implícitos, dada todas as demais variáveis e assumindo-se diferentes combinações para as parcelas alocadas pelos

investidores no ativo estrangeiro. Em seguida foram calculados os prêmios pelo risco cambial previstos pelo modelo dado um coeficiente de aversão ao risco de 1,5. Os resultados se encontram na Tabela a seguir.

**Tabela 23 – Coeficientes implícitos de aversão ao risco e prêmio pelo risco cambial fornecidos pelo modelo com prêmio de risco para o real.**

		COEFICIENTE DE AVERSÃO AO RISCO					PRÊMIO PELO RISCO CAMBIAL				
$x$	$x^*$	99%	98%	95%	90%	70%	99%	98%	95%	90%	70%
1%		170	185	254	663	(122)	0.01%	0.01%	0.01%	0.00%	(0.01%)
2%		84	87	100	132	(457)	0.02%	0.02%	0.01%	0.01%	0.00%
5%		33	34	36	39	63	0.04%	0.04%	0.04%	0.04%	0.02%
10%		17	17	17	18	22	0.09%	0.09%	0.09%	0.08%	0.07%
30%		6	6	6	6	6	0.26%	0.26%	0.26%	0.26%	0.24%

Valores entre parêntese representam números negativos.

É muito interessante notar que a introdução do prêmio de risco melhorou consideravelmente o poder de previsão do modelo. Dependendo do cenário que se assume para as parcelas alocadas pelos investidores no ativo estrangeiro, o modelo foi capaz de prever pouco mais que 25% do retorno excedente realizado.

O modelo não fornece nenhuma melhoria em relação à alta variância observada do prêmio pelo risco cambial, posto que as variáveis que poderiam justificar o fenômeno são exatamente as mesmas do modelo anterior. Porém o modelo lança uma interessante possibilidade de melhoria nesse sentido, qual seja modelar o prêmio de risco como sendo uma variável heteroscedástica. Nesse caso, a solução conteria ao menos mais um termo capaz de adicionar variância ao prêmio pelo risco cambial.

#### 4.3. ESTIMAÇÃO DO MODELO GENERALIZADO SEM PRÊMIO DE RISCO

O primeiro passo necessário para estimar o modelo generalizado é determinar a matriz de covariância entre as variações cambiais e as matrizes de covariância entre as variações cambiais e as inflações de cada economia. A maior parte dos dados empregados para estimar tais matrizes coincide com os já discutidos no primeiro capítulo. A inflação de cada país foi aproximada pelo

logaritmo da inflação mensal ao consumidor divulgada pela Bloomberg para todos os países com as mesmas exceções analisadas na primeira parte desse capítulo.

A matriz de covariância das variações cambiais não será apresentada, pois o primeiro capítulo apresenta sua matriz de correlação. A matriz de correlação contém praticamente a mesma carga de informação, porém tem a vantagem de apresentar números comparáveis. Pelo mesmo motivo, a matriz de covariância entre as variações cambiais e as inflações não será apresentada, mas sim sua matriz de correlação como exibido na Tabela 24.

**Tabela 24. Correlação das variações cambiais e as inflações de cada país.**

inflação var. cambial	USD	EUR	JPY	GBP	CAD	HKD	CHF	AUD	CNY	KRW	TWD	INR	RUB	BRL
EUR	5	14	14	25	14	1	17	(2)	(2)	(0)	5	(12)	(10)	17
JPY	18	9	11	16	16	16	15	1	(3)	17	2	9	(9)	8
GBP	9	1	8	5	14	(3)	12	(3)	1	(4)	10	(19)	(7)	5
CAD	16	16	38	15	21	3	30	17	14	6	7	(0)	(13)	(4)
HKD	17	36	17	35	15	5	21	(4)	(6)	(9)	3	(12)	(29)	8
CHF	15	17	12	28	20	2	21	2	(3)	(3)	3	(14)	(11)	15
AUD	(1)	(2)	(1)	(2)	6	11	13	2	1	2	3	7	12	12
CNY	11	(14)	(6)	2	(4)	9	(18)	2	13	(1)	12	29	(18)	(24)
KRW	(1)	(17)	8	(7)	(5)	8	5	(3)	4	(14)	2	7	14	6
TWD	2	(7)	(2)	(0)	8	14	4	(0)	8	(11)	(7)	(16)	20	4
INR	1	12	13	(0)	1	4	8	(4)	10	11	(4)	(7)	(2)	0
RUB	18	(1)	1	3	12	19	12	3	24	(3)	10	4	3	(5)
BRL	(2)	3	12	8	(17)	5	14	(0)	16	2	(5)	(7)	5	1

Fonte: Bloomberg e autor.

Os valores são expressos em %. Valores entre parêntese significam valores negativos.

O segundo passo consiste em se determinar o volume do estoque de ativos disponível em cada moeda. Pelos motivos discutidos no primeiro capítulo, foi empregada a capitalização bursátil média dos dias 1/Jan/2006, 1/Jul/2006 e 1/Jan/2007 como *proxy*. Esse número está sujeito a todo tipo de crítica e uma bastante forte é que, em teoria, o modelo construído considera apenas títulos de

renda fixa e a estatística empregada leva em conta apenas ações. Porém, na falta de estatística melhor, esse foi o critério utilizado.

O terceiro passo consiste em determinar a fração da riqueza global detida por cada investidor. Definir o volume do estoque de ativos disponível em cada moeda já é uma tarefa bastante complexa, mas definir a fração dos ativos globais detida por cada investidor é mais ameaçador. Uma possível solução é assumir que os investidores detenham frações iguais ao estoque de ativos em sua moeda, ou seja, assumir que o investidor *i* possui parcela da riqueza global igual ao estoque relativo de ativos de seu país. Outra possível solução é aproximar tais parcelas pelo PIB relativo de cada país. Esse último método também está sujeito a distorções já que o PIB é uma variável de fluxo e o que se busca é uma variável de estoque. Apesar disso, como assumido na estimação dos modelos anteriores, optou-se por empregar o PIB como *proxy* da fração dos ativos globais detido por cada investidor.

A Tabela a seguir exhibe o PIB e a capitalização bursátil relativa para as 14 economias selecionadas. Os dados exibidos apenas reproduzem os dados já apresentados na Tabela 1 ajustados para contemplar somente as economias selecionadas.

**Tabela 25. PIB e capitalização bursátil ajustados para os países selecionados.**

país	moeda	PIB <sup>1</sup>	capitalização bursátil <sup>2</sup>
Estados Unidos	USD	33.1%	40.4%
União Européia	EUR	26.6%	17.5%
Japão	YEN	10.9%	12.1%
Inglaterra	GBP	5.9%	8.5%
Canadá	CAD	3.2%	3.4%
Hong Kong	HKD	0.5%	3.4%
Suíça	CHF	0.9%	2.5%
Austrália	AUD	1.9%	2.0%
Rússia	RUB	2.4%	1.9%
China	CNY	6.6%	1.9%
Coréia do Sul	KRW	2.2%	1.9%
Índia	INR	2.2%	1.6%
Brasil	BRL	2.7%	1.5%
Taiwan	TWD	0.9%	1.4%
Total		100.0%	100.0%

<sup>1</sup> FMI, World Economic Outlook, April 2007. PIB de 2006 a preços correntes ajustados pelo autor.

O PIB é a *proxy* empregada para a fração detida por cada investidor dos ativos globais.

<sup>2</sup> Bloomberg. Média da capitalização bursátil em 1/Jan/06, 1/Jul/06 e 1/Jan/07 ajustados pelo autor.

A capitalização bursátil é a *proxy* empregada para o volume do estoque de ativos em cada moeda.

Infelizmente, para o caso generalizado não é possível fazer o mesmo exercício feito para duas economias, qual seja, determinar qual o coeficiente de aversão ao risco que faz com que os retornos excedentes previstos sejam iguais aos retornos excedentes realizados. O número de variáveis envolvido é simplesmente grande demais. Por esse motivo, apenas a segunda parte da análise foi realizada. A Tabela a seguir apresenta os retornos excedentes previstos pelo modelo utilizando os valores das variáveis já discutidas e assumindo um coeficiente de aversão ao risco de 1.5. Apenas para efeito de comparação, a Tabela também traz o retorno excedente realizado calculado no capítulo 2.

Como pode ser observado, os retornos excedentes previstos pelo modelo são uma ordem de grandeza menor que os realizados. Porém, além da magnitude ser bastante diferente da mensurada, os sinais dos retornos excedentes previstos são todos negativos conflitando com os realizados. Dessa forma, o modelo generalizado não foi capaz de melhorar os resultados.

**Tabela 26. Retorno excedente realizado e previsto pelo modelo geral assumindo diferentes frações detidas pelos investidores.**

	realizado (%mês)	previsto (%mês)
EUR	0.12	(0.005)
JPY	(0.37)	(0.002)
GBP	0.29	(0.002)
CAD	0.36	(0.003)
HKD	(0.04)	(0.000)
CHF	(0.04)	(0.005)
AUD	0.44	(0.003)
CNY	(0.00)	(0.000)
KRW	0.31	(0.001)
TWD	(0.08)	(0.001)
INR	0.11	(0.001)
RUB	0.43	(0.005)
BRL	0.97	(0.002)

Fonte: autor.

## 5. CONCLUSÃO

O objetivo desse trabalho foi analisar o retorno excedente de investimentos no estrangeiro e verificar se modelos baseados no CAPM internacional são capazes de prever seu comportamento.

A primeira parte descreveu o comportamento do retorno excedente realizado para treze importantes moedas globais, sempre em relação ao dólar norte americano. Como freqüentemente reportado na literatura, o retorno excedente realizado mostrou-se significativamente diferente de zero e com elevada variância. A moeda que apresentou o maior retorno excedente foi o real brasileiro (0.97% ao mês) e a que apresentou o menor foi o yen (-0.37% ao mês). Das moedas que seguem um regime de câmbio flutuante, o retorno excedente que apresentou maior desvio padrão foi o real (5.67% ao mês) e a menor foi o rublo russo (0.93% ao mês). Ressalta-se que, as moedas que seguem um regime de câmbio fixo também apresentaram retorno excedente diferente de zero, apesar de substancialmente menor e com menor variância.

Também foi estudada a relação entre o retorno excedente e o prêmio de risco. De forma geral, o resultado obtido é que apenas as moedas de países em desenvolvimento são afetadas pelo último, que foi aproximado neste trabalho pelo VIX e o EMBI+. Neste aspecto, o real parece ser a moeda mais fortemente afetada. Finalmente, foi analisado se o retorno excedente mensurado apresenta as características destacadas por Fama (1984). E, curiosamente, os resultados foram muito similares aos reportados por Fama para todas as moedas de países desenvolvidos. Para moedas de países em desenvolvimento, os resultados foram dúbios.

A segunda parte descreveu três modelos teóricos baseados no CAPM internacional para prever o prêmio pelo risco cambial. Uma versão simplificada para dois países foi apresentada de forma a captar a intuição do modelo. Em linhas gerais, o modelo diz que o prêmio pelo risco cambial é uma função do coeficiente de aversão ao risco e da covariância entre o prêmio pelo risco cambial e o retorno nominal do portfólio do investidor. Ou seja, se o prêmio pelo risco cambial covariar positivamente com o retorno nominal do portfólio, o prêmio exigido será grande para



compensar o investidor pelo risco assumido. Por outro lado, se o prêmio pelo risco cambial co-variava negativamente com o retorno nominal do portfólio, o prêmio exigido seria baixo (ou negativo), pois a moeda estrangeira funciona como um seguro para o investidor. O segundo modelo desenvolvido destacou a função do prêmio de risco que, como visto no capítulo 4, é um componente importante da solução. O terceiro modelo é uma generalização do primeiro para completar vários países.

Finalmente, a terceira parte estimou os modelos apresentados para verificar se estes são capazes de prever a magnitude e a variância do prêmio pelo risco cambial. O resultado geral é que esta classe de modelo não é capaz de prever adequadamente nem a magnitude do prêmio, nem sua alta variância. Vale ressaltar, que esse resultado é frequentemente encontrado na literatura econômica (Lewis, 1994). Quanto à magnitude, o primeiro modelo foi capaz de prever aproximadamente 10% do prêmio realizado para cada uma das treze moedas selecionadas. O segundo modelo, infelizmente estimado apenas para o real, foi capaz de prever quase 25% do prêmio. Quanto à variância, nenhum dos modelos desenvolvidos foi capaz de prever seu elevado valor, porém, é notável o fato de que o segundo modelo abriu uma interessante possibilidade de melhoria que pode ajudar substancialmente a solução nesse sentido.

Apesar dos resultados, alguns pontos merecem ser discutidos, pois podem ter tido impacto significativo nos resultados. Uma primeira questão diz respeito aos retornos nominais do ativo de cada país. Como discutido durante a construção dos modelos, os retornos nominais empregados deveriam estar ajustados por todos os custos de transação e impostos envolvidos. Não fez parte do escopo desse trabalho analisar o sistema de negociação e de tributação de cada economia e, portanto, foi assumido que o retorno dos ativos é igual à taxa de juros básica local. Ao menos no Brasil, essa é uma diferença de aproximadamente 20% do retorno nominal do ativo doméstico<sup>26</sup> já que esta foi a carga tributária vigente durante a maior parte do período analisado para investimentos em títulos públicos por parte de investidores

---

<sup>26</sup> Ressalta-se que essa é apenas a diferença de retorno nominal devido ao imposto de renda. A CPMF (contribuição provisória sobre movimentação financeira) era cobrada na entrada e saída de recursos do Brasil à alíquota de 0.38% durante grande parte do período analisado. Avaliar os efeitos da CPMF sobre o prêmio pelo risco cambial é mais complexo, pois sua cobrança não é feita sobre o retorno e sim sobre o principal. Porém, é certo que sua inclusão aumentaria o poder de explicação do modelo ao diminuir o retorno de ativos brasileiros.

estrangeiros. Nesse caso, apenas essa variável faria com que o retorno excedente observado fosse reduzido de 0.97% para 0.77% ao mês, elevando o poder de explicação do modelo para algo próximo a 35%. Além disso, os modelos assumem a livre mobilidade de capital o que seguramente não é o caso para todos os países da amostra.

Um segundo ponto importante diz respeito ao período utilizado como amostra que pode ter provocado um problema conhecido na literatura como *small sample problem*. Como pode ser facilmente observado nos gráficos apresentados no Apêndice A, praticamente todas as moedas sofreram forte valorização em relação ao dólar norte americano, ou, dito de forma similar, o dólar sofreu grande desvalorização no período. Esse fato pode explicar parcela significativa do retorno excedente calculado e, nesse caso, devido basicamente ao período analisado. De fato, é pouco plausível crer que o dólar sofrerá um processo de desvalorização contínua que nunca se reverterá. É mais crível prever que, em algum momento essa tendência se alterará de forma que ao se analisar um período maior os retornos excedentes realizado sejam significativamente menores.

Além disso, para o caso o real há outro aspecto bastante comentado na literatura econômica que pode ter influenciado o resultado. A livre flutuação do real se iniciou apenas após a desvalorização de janeiro de 1999 e, dessa forma, é razoável supor que os agentes precisaram de algum tempo para “aprender” o comportamento na nova moeda. Ou seja, é provável que exista (ou que existiu durante os primeiros anos) um processo conhecido por *learning*. Esse processo pode ter mascarado os resultados, pois durante um período significativo da amostra os agentes podem ter superestimado a probabilidade de uma desvalorização (ou de sua magnitude) o que se traduziu nos resultados em um retorno excedente anormalmente alto.

Outro aspecto diz respeito à distribuição de retornos das variáveis empregadas. Ressalta-se que o CAPM não faz qualquer hipótese sobre a distribuição das variáveis bastando que os agentes tenham visões homogêneas a seu respeito. Porém, a função objetivo maximizada traz consigo a hipótese de normalidade ao assumir que a variância é a medida de risco relevante dos agentes. O principal motivo para essa hipótese tão largamente utilizada em modelos econômicos é a facilidade que tal distribuição apresenta para modelar séries

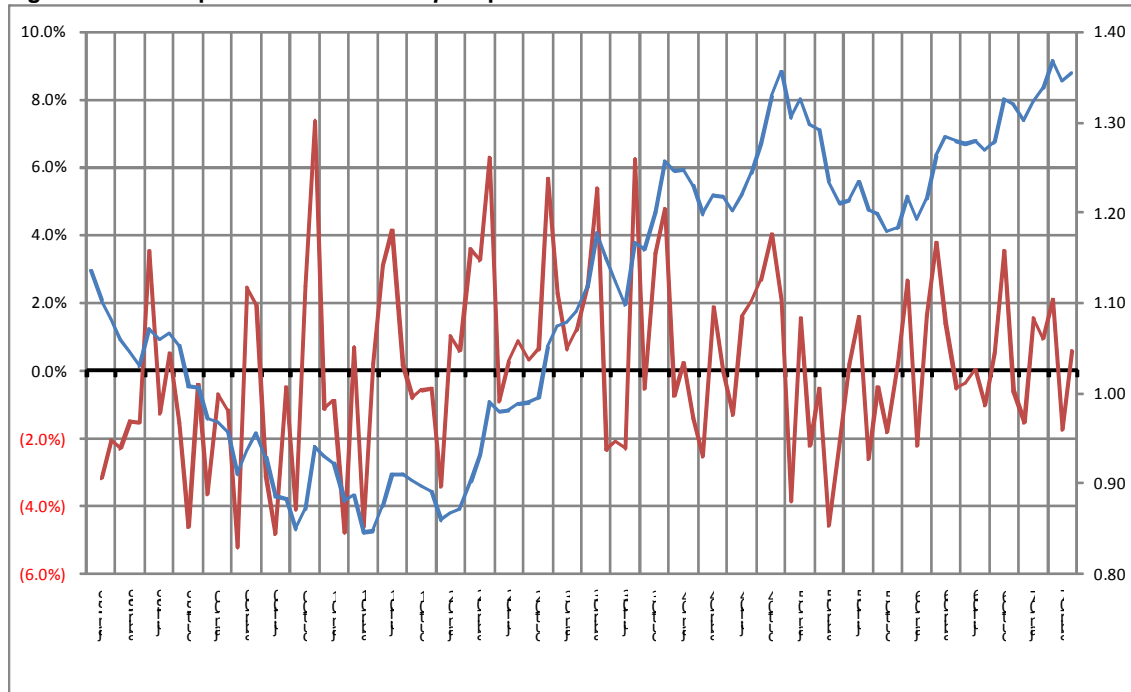
financeiras posto que praticamente todo o ferramental estatístico conhecido se baseia nela. Porém, é suficiente analisar os dados apresentados no capítulo 2 para verificar que a real distribuição das variáveis não é normal e que estas apresentam forte excesso de curtoses. É bastante razoável supor que modelos que assumam distribuições com características mais reais sejam capazes de explicar parcela significativamente maior do prêmio pelo risco cambial.

Portanto, apesar dos modelos desenvolvidos aqui não terem se mostrado capazes de prever adequadamente a magnitude do prêmio pelo risco cambial esse trabalho aponta um caminho bastante promissor. Modelos baseados no CAPM internacional com algumas das melhorias sugeridas acima (notadamente no que diz respeito à distribuição das variáveis), estimados para períodos mais longos, corretamente ajustados pelos custos de transação envolvidos e que sejam capazes que capturar processos de *learning* devem ser capazes de explicar significativa parcela do prêmio pelo risco cambial.

## APÊNDICE A – RETORNO EXCEDENTE REALIZADO

Esse Apêndice apresenta os gráficos do retorno excedente realizado em relação ao dólar norte americano *vis-a-vis* a taxa de câmbio de expressa em sua convenção de mercado para cada uma das treze moedas selecionadas. O retorno excedente mensal realizado está representado no eixo da esquerda e a taxa de câmbio no eixo da direita.

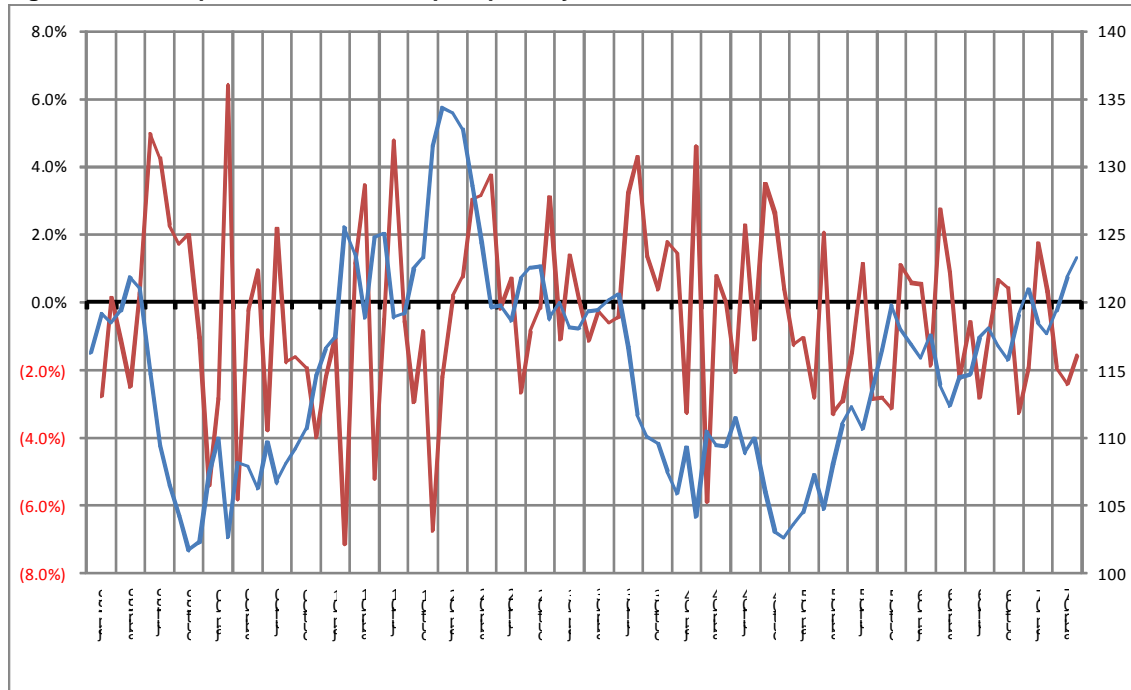
**Figura 3 - Prêmio pelo risco cambial *ex-post* para o euro.**



Fonte: Bloomberg e autor.

Cotação em USD/EUR.

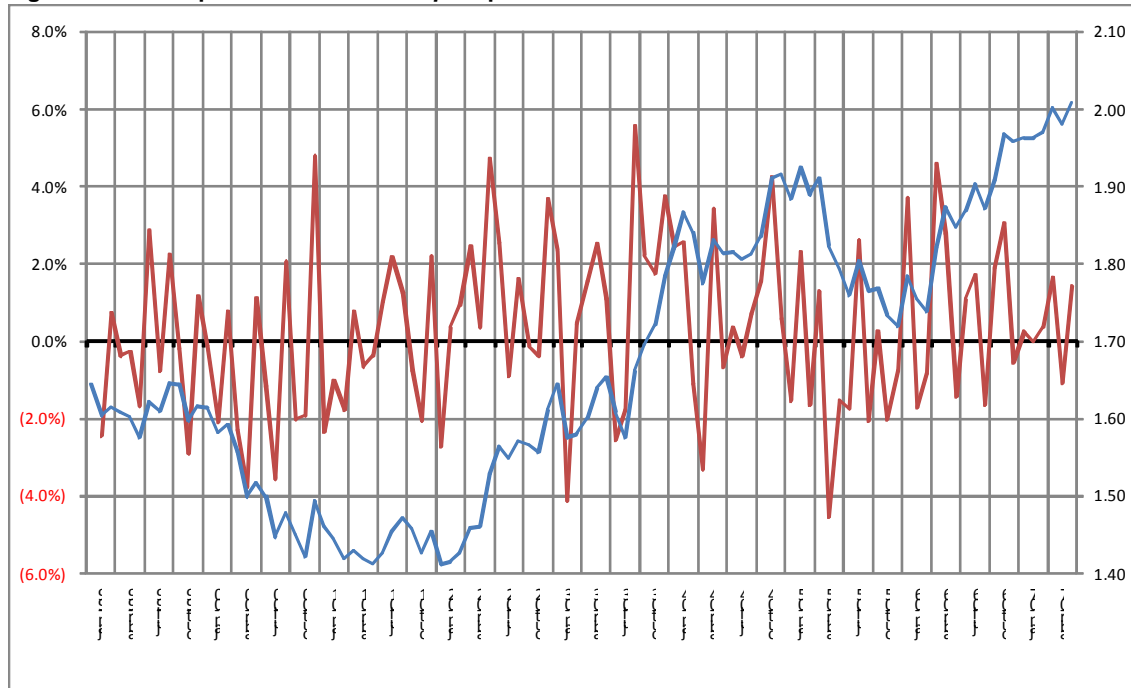
**Figura 4 - Prêmio pelo risco cambial ex-post para o yen.**



Fonte: Bloomberg e autor.

Cotação em YEN/USD.

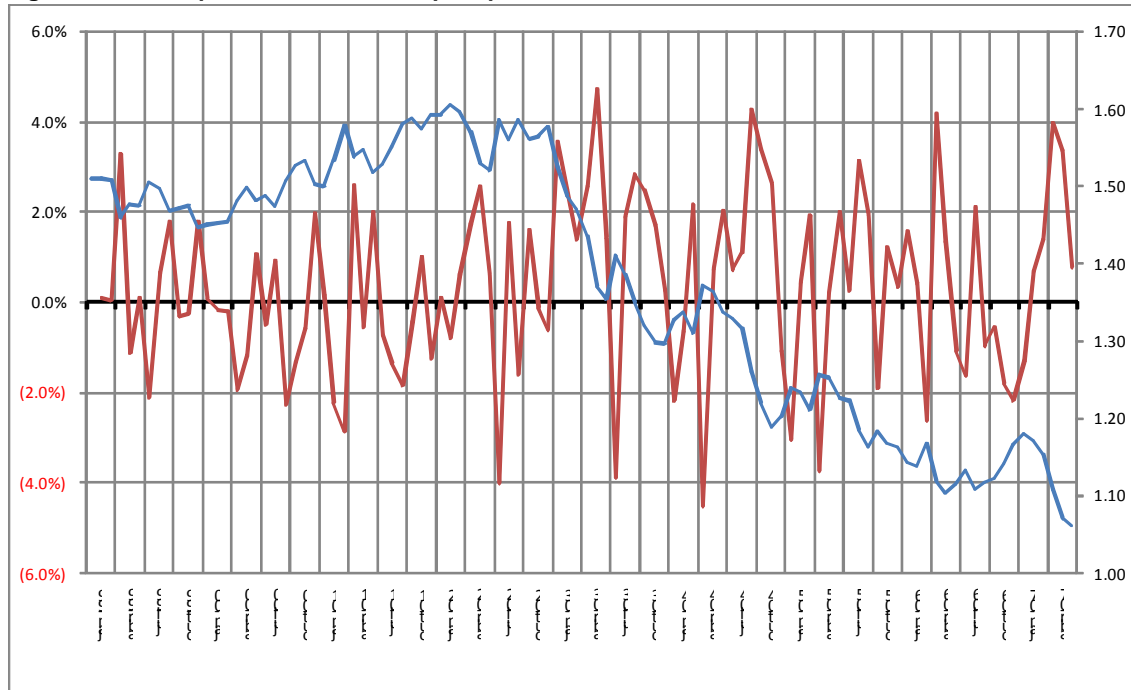
**Figura 5 - Prêmio pelo risco cambial ex-post para a libra britânica.**



Fonte: Bloomberg e autor.

Cotação em USD/GBP.

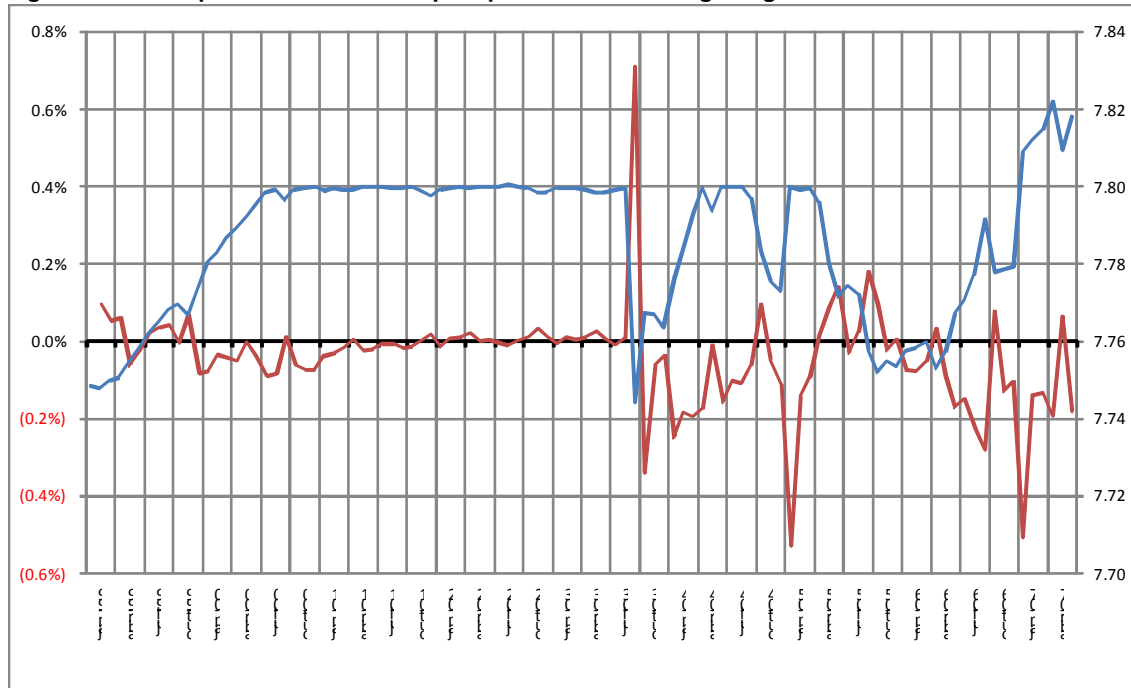
**Figura 6 - Prêmio pelo risco cambial ex-post para o dólar canadense.**



Fonte: Bloomberg e autor.

Cotação em AUD/USD.

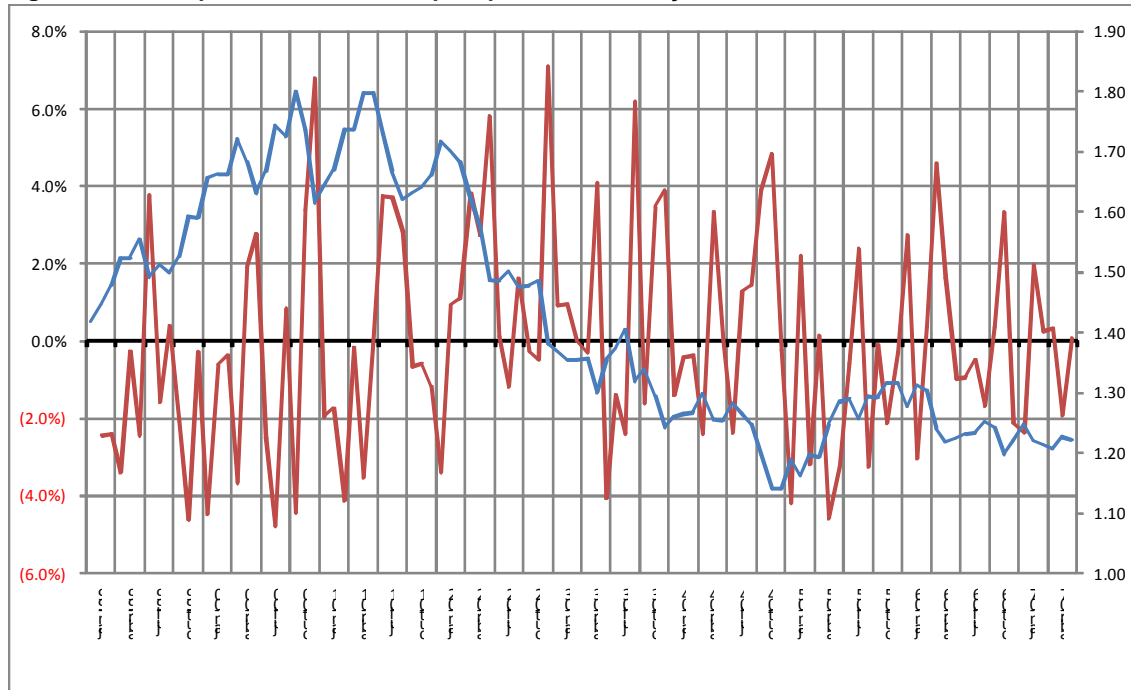
**Figura 7 - Prêmio pelo risco cambial ex-post para o dólar de Hong Kong.**



Fonte: Bloomberg e autor.

Cotação de HKD/USD.

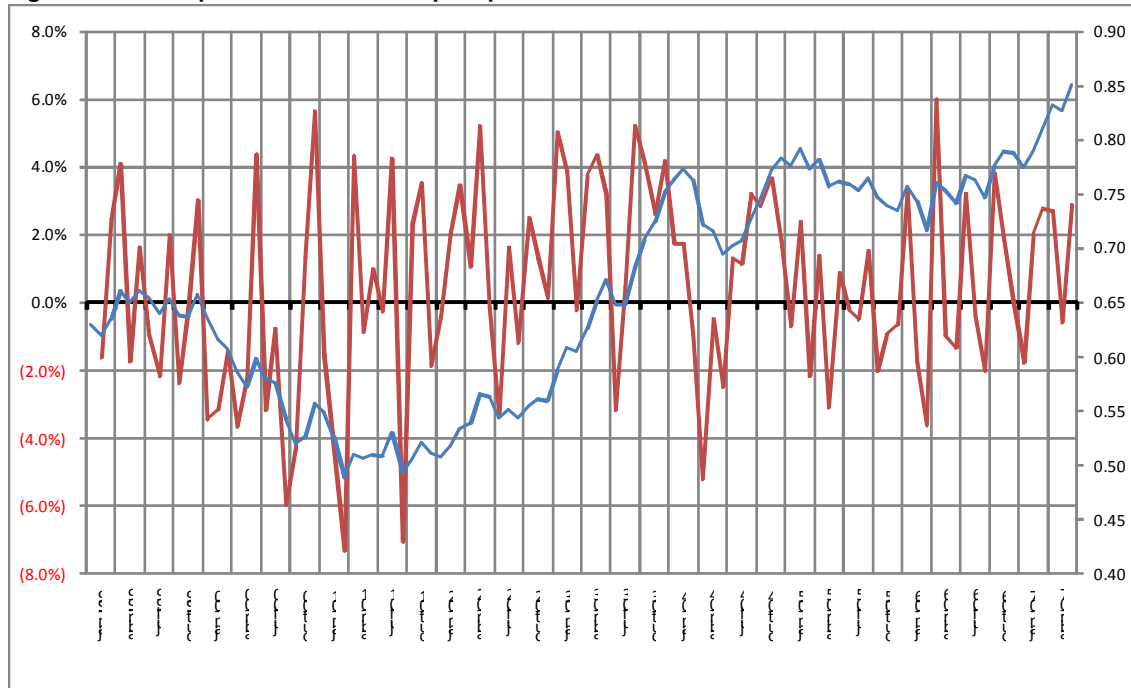
**Figura 8 - Prêmio pelo risco cambial *ex-post* para o franco suíço.**



Fonte: Bloomberg e autor.

Cotação em CHF/USD.

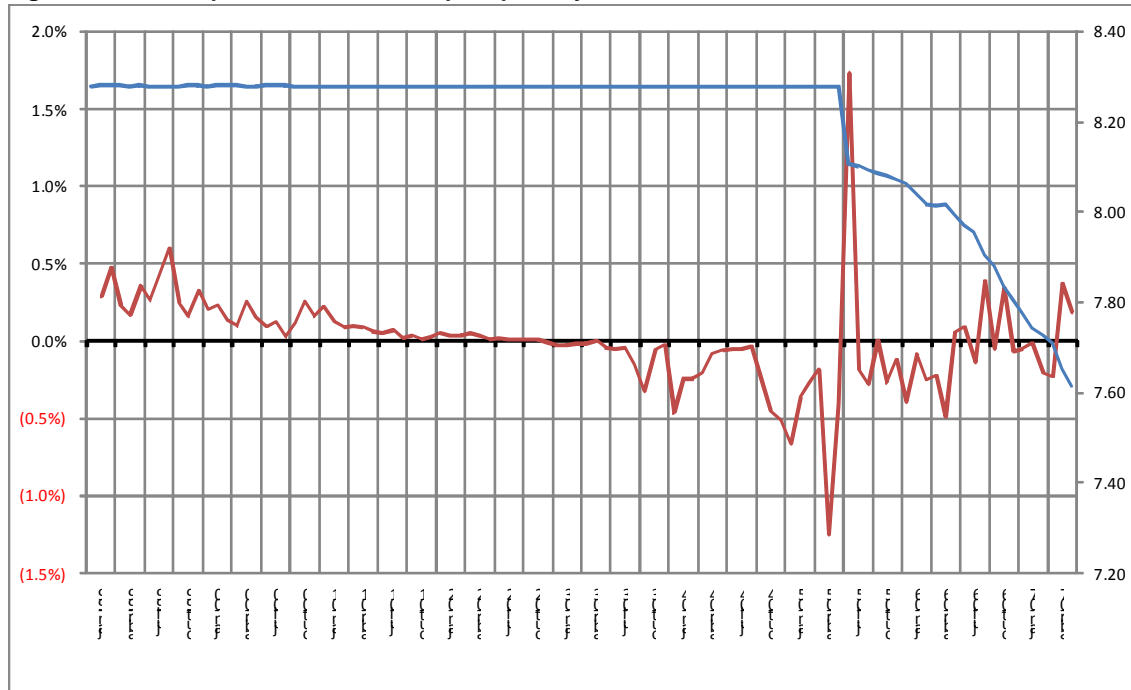
**Figura 9 - Prêmio pelo risco cambial *ex-post* para o dólar australiano.**



Fonte: Bloomberg e autor.

Cotação em USD/AUD.

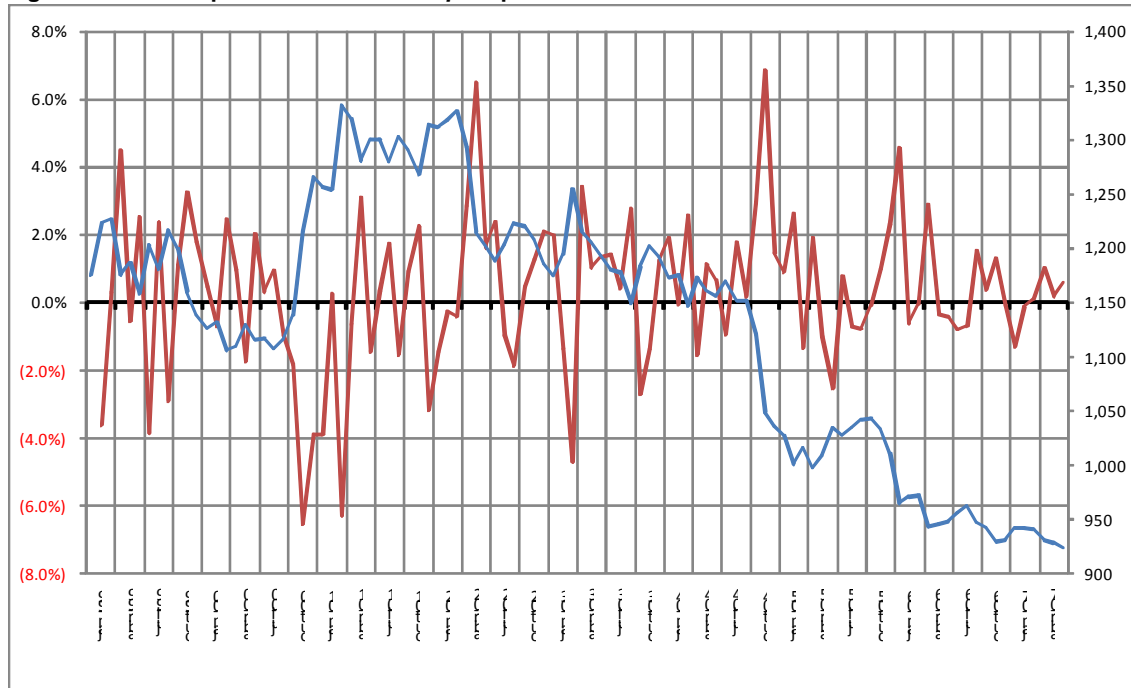
**Figura 10 - Prêmio pelo risco cambial ex-post para o yuan chinês.**



Fonte: Bloomberg e autor.

Cotação em CNY/USD.

**Figura 11 - Prêmio pelo risco cambial ex-post para a won sul-coreano.**

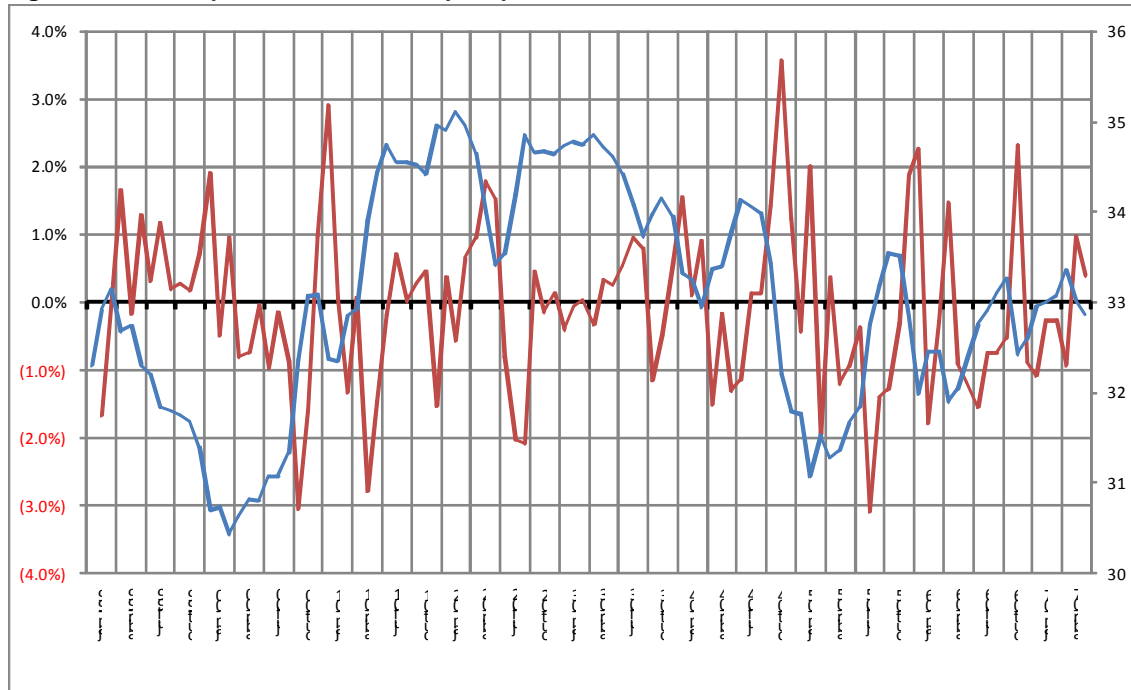


Fonte: Bloomberg e autor.

Cotação em KRW/USD.



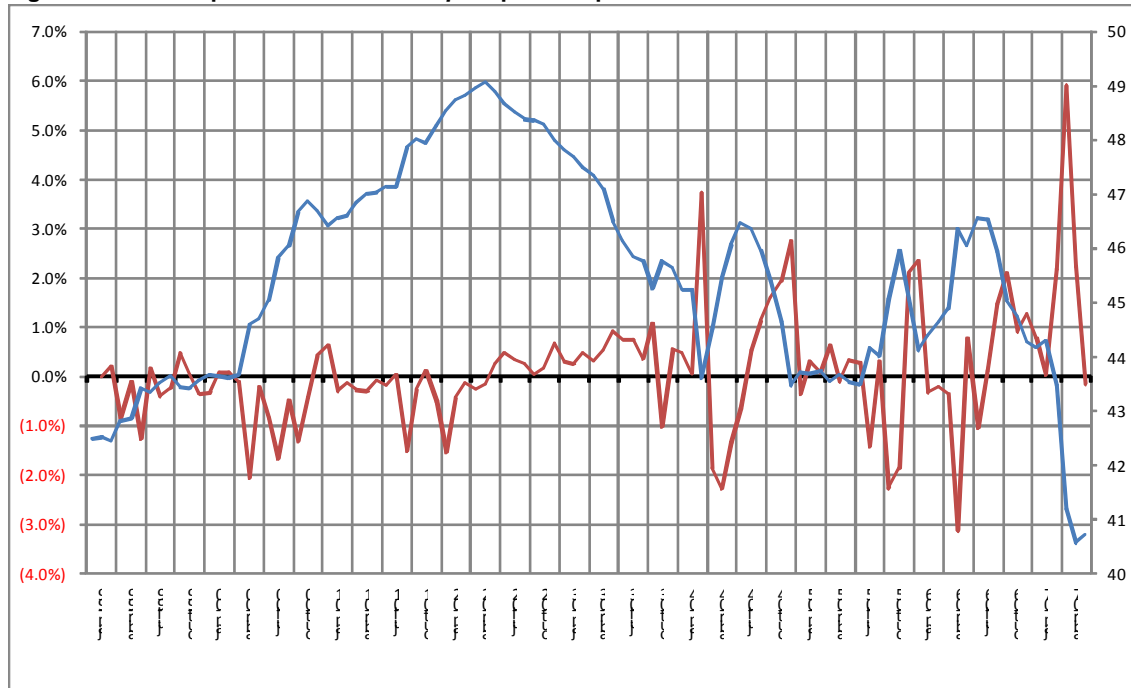
**Figura 12 - Prêmio pelo risco cambial ex-post para o dólar de Taiwan.**



Fonte: Bloomberg e autor.

Cotação em TWD/USD.

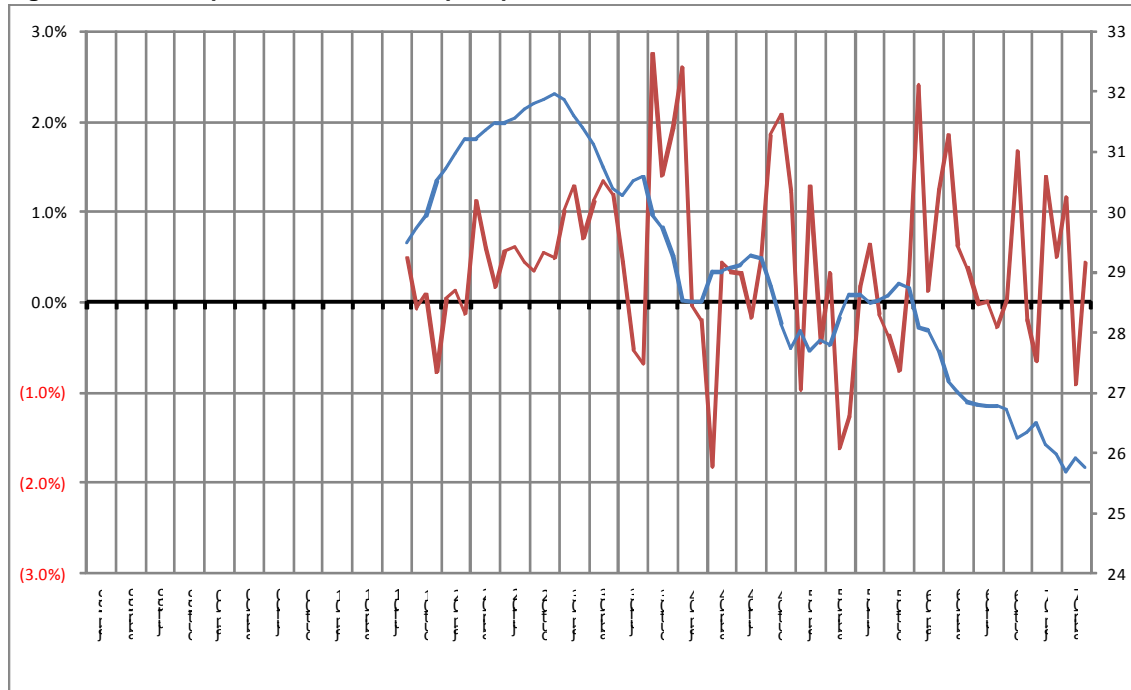
**Figura 13 - Prêmio pelo risco cambial ex-post para a rúpia indiana.**



Fonte: Bloomberg e autor.

Cotação em INR/USD.

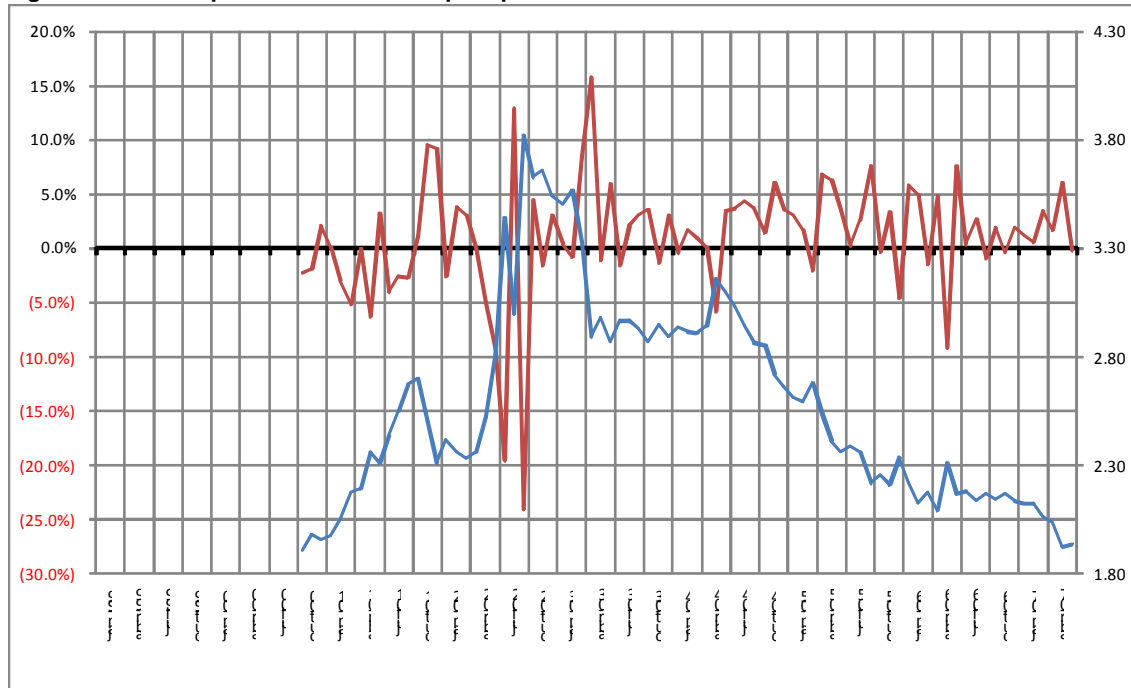
**Figura 14 - Prêmio pelo risco cambial ex-post para o rublo russo.**



Fonte: Bloomberg e autor.

Cotação em RUB/USD.

**Figura 15 - Prêmio pelo risco cambial ex-post para o real brasileiro.**



Fonte: Bloomberg e autor.

Cotação em BRL/USD.

## APÊNDICE B – CÁLCULO DO PRÊMIO DE RISCO

O prêmio exigido por investidores globais para investir em títulos emitidos pelo Brasil e denominados em dólares norte-americanos foi estimado de duas formas distintas. A primeira foi calculada a partir do preço de ajuste dos contratos futuros de juros em dólares negociados na BM&F. A segunda foi calculada a partir do preço de títulos emitidos pelo Brasil denominados em dólares norte-americanos e negociados no mercado externo.

No trabalho apenas o segundo método foi empregado. O motivo para tanto foi o fato do preço de ajuste dos contratos futuros negociados na BM&F distorcer o prêmio exigido por investidores globais para investir no Brasil. Essa distorção ocorre porque, ainda hoje, existem severas restrições na conta de capital, notadamente no que diz respeito ao envio de recursos de investidores brasileiros para o exterior. Dada essa restrição, existem poucas opções para brasileiros investirem em instrumentos denominados em dólares (principalmente em momentos de turbulência) o que deprime artificialmente a taxa de juros em dólares praticada no mercado local. Por isso, é bastante comum observar taxas de juros em dólares no Brasil inferiores a *libor* ou mesmo negativa.

A seguir, apresentam-se as duas metodologias empregadas para determinar a taxa de juros em dólares.

### Método 1: Estimação através do preço dos contratos futuros de juros em dólares negociados na BM&F.

1º passo: calcular a taxa de juros implícita aos preços de ajuste dos contratos de juros futuros em dólares negociados na BM&F, através da fórmula abaixo:

$$i_t = \left( \frac{100000}{PA_t} \cdot \frac{s_t}{ptax_{t-1}} - 1 \right) \cdot \left( \frac{360}{p_t} \right) \quad (A.1)$$

Onde:

$PA_t$	preço de ajuste com contrato em t divulgado pela BM&F.
$s_t$	taxa de câmbio a vista em t <sup>27</sup> .
$ptax_{t-1}$	taxa de câmbio a vista divulgada pelo Banco Central do Brasil (PTAX800 – venda) em t-1 (dia de negociação anterior).
$p_t$	prazo em dias corridos entre a data t e a data de vencimento do contrato.

2º passo: obter a interpolação linear para 30 dias corridos (1 mês) das taxas de juros obtidas no 1º passo.

3º passo: para se determinar o prêmio exigido por investidores globais, basta subtrair da taxa obtida no 2º passo a *libor* em dólares de 1 mês.

#### Método 2: Estimação através do preço dos títulos brasileiro denominados em dólares e negociados no mercado externo.

1º passo: Para cada data t, selecionar dois títulos da dívida externa brasileira com menor prazo para vencimento e valor em mercado superior a 1 bilhão de dólares.

2º passo: Calcular a taxa interna de retorno dos títulos selecionados.

3º passo: Calcular o prêmio dos títulos selecionados subtraindo de sua taxa interna de retorno a *libor* em dólares para prazo equivalente a duração do título.

---

<sup>27</sup> A maior dificuldade em se calcular a taxa de juros dos contratos futuros consiste em se determinar corretamente a taxa de câmbio à vista. Em teoria, a taxa de câmbio a vista empregada deveria ser a média das taxas de câmbio negociadas durante o período que a BM&F emprega para calcular o preço de ajuste dos contratos (usualmente os últimos 30 minutos de pregão) e ponderada pelo volume de contratos negociados. Na prática, tal média é impossível de ser calculada e usa-se a taxa de câmbio praticada no fechamento do pregão.

- 4º passo: Obter a interpolação linear do prêmio para zero dia a partir dos prêmios calculados 3º passo. Caso o prêmio obtido for negativo substituí-lo por zero.
- 5º passo: Obter a interpolação linear do prêmio para 30 dias (1 mês) a partir dos prêmios calculados no 3º e 4º passos.

## APÊNDICE C – SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE MAXIMIZAÇÃO

Nesse Apêndice, demonstra-se a solução dos problemas de maximização do investidor doméstico e estrangeiro para o modelo restrito a dois países sem prêmio de risco. A demonstração se inicia pela solução do problema do investidor doméstico.

### Investidor doméstico

O problema de maximização consiste em escolher  $x_t$  de forma a maximizar a função objetivo, ou seja:

$$\max_{x_t} V = \max_{x_t} V(E_t(W_{t+1}), \text{var}_t(W_{t+1})) \quad (\text{B.1})$$

A condição de primeira ordem é dada por:

$$V_1 \frac{\partial}{\partial x_t} (E_t(W_{t+1})) + V_2 \frac{\partial}{\partial x_t} (\text{var}_t(W_{t+1})) = 0 \quad (\text{B.2})$$

Utilizando o fato de que a derivada da expectativa é igual à expectativa da derivada, o primeiro termo da equação acima é igual a:

$$V_1 \frac{\partial}{\partial x_t} (E_t(W_t + W_t(r_{d,t+1} + x_t er_{t+1}))) = V_1 W_t E_t(er_{t+1}) \quad (\text{B.3})$$

Sabendo-se que  $\partial \text{var}(z) / \partial z = 2 \text{cov}(z, z')$  e  $\text{var}(az) = a^2 \text{var}(z)$ , o segundo termo pode ser re-escrito como:

$$2V_2 W_t^2 \text{cov}_t(r_{d,t+1} + x_t er_{t+1}, er_{t+1}) = 2V_2 W_t^2 \text{cov}_t(r_{p,t+1}, er_{t+1}) \quad (\text{B.4})$$

Dessa forma, usando a equação (B.3) e (B.4) e definindo que  $\rho = -2V_2 W_t^2 / V_1$ , a condição de primeira ordem é dada por:

$$E(er_{t+1}) = \rho \text{cov}_t(r_{p,t+1}, er_{t+1}) \quad \rho = -2V_2 W_t^2 / V_1 \quad (\text{B.5})$$

Sabendo que  $\text{cov}(x + y, z) = \text{cov}(x, z) + \text{cov}(y, z)$  a equação acima pode ser re-escrita como:

$$E(er_{t+1}) = \rho \text{cov}_t(i_{p,t+1}, er_{t+1}) - \rho \text{cov}_t(\pi_{t+1}, er_{t+1}) \quad (\text{B.6})$$

Dado que  $i_t$ ,  $i_t^*$  e  $x_t$  são constantes, o primeiro e segundo termo da equação acima podem ser re-escritos como:

$$\begin{aligned} \rho \text{cov}_t(i_{p,t+1}, er_{t+1}) &= \rho \text{cov}_t(x_t(i_t^* + \Delta s_{t+1}) + (1 - x_t)i_t, i_t^* - i_t + \Delta s_{t+1}) = \dots \\ &\dots = \rho \text{cov}_t(x_t \Delta s_{t+1}, \Delta s_{t+1}) = \rho x_t \text{var}_t(\Delta s_{t+1}) \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

$$- \rho \text{cov}_t(\pi_{t+1}, er_{t+1}) = - \rho \text{cov}_t(\pi_{t+1}, i_t^* - i_t + \Delta s_{t+1}) = - \rho \text{cov}_t(\pi_{t+1}, \Delta s_{t+1}) \quad (\text{B.8})$$

Ou seja:

$$E(er_{t+1}) = \rho x_t \text{var}_t(\Delta s_{t+1}) - \rho \text{cov}_t(\pi_{t+1}, \Delta s_{t+1}) \quad (\text{B.9})$$

De onde finalmente tem-se a solução:

$$x_t = \frac{E(er_{t+1}) + \rho \text{cov}_t(\pi_{t+1}, \Delta s_{t+1})}{\rho \text{var}_t(\Delta s_{t+1})} \quad (\text{B.10})$$

A condição de segunda ordem é facilmente obtida a partir da equação B.9:

$$\frac{\partial}{\partial x_t} (E(er_{t+1}) - \rho x_t \text{var}_t(\Delta s_{t+1}) + \rho \text{cov}_t(\pi_{t+1}, \Delta s_{t+1})) = -\rho \text{var}_t(\Delta s_{t+1}) \quad (\text{B.11})$$

E, dado que tanto o coeficiente de aversão ao risco<sup>28</sup> quanto a variância dos retornos da taxa de câmbio são positivos, tem-se que a segunda derivada da função objetivo é negativa e a condição de segunda ordem é satisfeita.

### Investidor estrangeiro

O problema é análogo ao do investidor doméstico, ou seja, consiste em escolher  $x_t^*$  de forma a maximizar a função objetivo. A condição de primeira ordem é dada por:

$$V_1 \frac{\partial}{\partial x_t} (E_t(W_{t+1}^*)) + V_2 \frac{\partial}{\partial x_t} (\text{var}_t(W_{t+1}^*)) = 0 \quad (\text{B.12})$$

O primeiro termo e segundo termo da equação acima são dados por:

$$V_1 \frac{\partial}{\partial x_t} (E_t(W_t^* + W_t^*(r_{e,t+1} + x_t^* er_{t+1}))) = V_1 W_t^* E_t(er_{t+1}) \quad (\text{B.13})$$

$$V_2 \frac{\partial}{\partial x_t} (\text{var}_t(W_t^*(r_{e,t+1} + x_t^* er_{t+1}))) = 2V_2 W_t^{*2} \text{cov}_t(r_{p,t+1}^*, er_{t+1}) \quad (\text{B.14})$$

---

<sup>28</sup> O coeficiente de aversão ao risco é positivo posto que, por construção,  $V_1$  (derivada da função objetivo em relação à expectativa da riqueza) é positivo e  $V_2$  (derivada da função objetivo em relação à variância da riqueza) é negativo.

E, a condição de primeira pode ser re-escrita como:

$$E(er_{t+1}) = \rho^* \text{cov}_t(r_{p,t+1}^*, er_{t+1}) = \rho^* \text{cov}_t(i_{p,t+1}^*, er_{t+1}) - \rho^* \text{cov}_t(\pi_{t+1}^*, er_{t+1}) \quad (\text{B.15})$$

Novamente, dado que  $i_t$ ,  $i_t^*$  e  $x_t$  são constantes, o primeiro e segundo termo da equação acima podem ser re-escritos como:

$$\begin{aligned} \rho^* \text{cov}_t(i_{p,t+1}^*, er_{t+1}) &= \rho^* \text{cov}_t(x_t^* i_t^* + (1 - x_t^*) \cdot (i_t - \Delta s_{t+1}), i_t^* - i_t + \Delta s_{t+1}) = \dots \\ &\dots = \rho^* \text{cov}_t(-(1 - x_t^*) \Delta s_{t+1}, \Delta s_{t+1}) = -\rho^* (1 - x_t^*) \text{var}_t(\Delta s_{t+1}) \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

$$-\rho^* \text{cov}_t(\pi_{t+1}^*, er_{t+1}) = -\rho^* \text{cov}_t(\pi_{t+1}^*, i_t^* - i_t + \Delta s_{t+1}) = -\rho^* \text{cov}_t(\pi_{t+1}^*, \Delta s_{t+1}) \quad (\text{B.17})$$

Ou seja:

$$E(er_{t+1}) = -\rho^* (1 - x_t^*) \text{var}_t(\Delta s_{t+1}) - \rho^* \text{cov}_t(\pi_{t+1}^*, \Delta s_{t+1}) \quad (\text{B.18})$$

Finalmente, após alguma álgebra, a solução para o investidor estrangeiro é dada por:

$$x_t = \frac{E(er_{t+1}) + \rho^* \text{cov}_t(\pi_{t+1}^*, \Delta s_{t+1})}{\rho^* \text{var}_t(\Delta s_{t+1})} + 1 \quad (\text{B.19})$$

E, de forma análoga ao caso do investidor doméstico, é fácil verificar a partir da equação B.17 que a condição de segunda ordem é satisfeita.



## BIBLIOGRAFIA

ADLER, Michael e DUMAS, Bernard. "International Portfolio Choice and Corporate Finance: a Synthesis".

The Journal of Finance, Vol. 38, No. 3 (1983).

BANSAL, Ravi e DAHLQUIST, Magnus. "The forward premium puzzle: different tales from developed and emerging markets".

Journal of International Economics (2000).

CARLSON, John A. e OSLER, Carol L. "Currency Risk Premiums: Theory and Evidence".

Purdue University, Department of Economics (2003).

ENGEL, Charles. "On the foreign exchange risk premium in a general equilibrium model".

Journal of International Economics (1992).

FAMA, Eugene F. "Forward and Spot Exchange Rate".

Journal of Monetary Economics 14 (1984).

FISHER, Irving. "The theory of interest".

McMillan, New Yoek, N.Y. (1930).

FRANKEL, Jeffrey A. "The Implication of Mean-Variance Optimization for Four Questions in International Macroeconomics".

NBER Working Paper 1617 (1985).

GARCIA, Márcio e OLIVARES, Gino. "O Prêmio de Risco da Taxa de Câmbio no Brasil durante o Plano Real".

Workshop de Política Monetária em Economias Abertas da PUC-Rio (2000).

HANSEN, Lars Peter e RAVI Jagannathan. "Implications of Security Market Data for Models of Dynamic Economies".

Journal of Political Economy, Vol. 99, No. 2 (1991).

LEWIS, Karen K. "Puzzles in International Financial Markets".

NBER Working Paper 4951 (1994).

McKinsey&Company. "\$118 Trillion and Counting: Taking Stock of the World's Capital Markets".

McKinsey Global Institute (2005).

McKinsey&Company. "Mapping the Global Capital Market Third Annual Report".

McKinsey Global Institute (2007).

MEHRA, Rajnish e PRESCOTT, Edward C. "The Equity Premium: A Puzzle".

Journal of Monetary Economics 15 (1985).

MEHRA, Rajnish e PRESCOTT, Edward C. "The Equity Premium in Retrospect".  
NBER Working Paper 9525 (2003).

SCHMUKLER, Sérgio L. e SERVÉN, Luis. "Pricing Currency Risk: Facts and  
Puzzles from Currency Boards".

NBER Working Paper 9047 (2002).

SHARPE, William F. "Capital Asset Prices: a Theory of Market Equilibrium under  
Conditions of Risk".

The Journal of Finance, Vol. 19, No. 3 (1964).

SOLNIK, Bruno. "An equilibrium model of the international capital market".

Journal of Economic Theory, Vol. 8 (1974).