

FUNDAÇÃO GETULIO VARGAS  
ESCOLA DE ECONOMIA DE SÃO PAULO

FELIPE MERLO NASCIMENTO

**BETTING AGAINST BETA NO MERCADO ACIONÁRIO BRASILEIRO**

SÃO PAULO

2017

FELIPE MERLO NASCIMENTO

**BETTING AGAINST BETA NO MERCADO ACIONÁRIO BRASILEIRO**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional da Escola de Economia de São Paulo da Fundação Getúlio Vargas, como requisito para obtenção do título de Mestre em Economia.

Área de concentração:  
Finanças Quantitativas.

Orientador:  
Prof. Dr. Juan Carlos Ruilova Terán

SÃO PAULO

2017

Nascimento, Felipe Merlo.

Betting against beta no mercado acionário brasileiro / Felipe Merlo Nascimento. - 2017.

46 f.

Orientador: Juan Carlos Ruilova Téran

Dissertação (MPFE) - Escola de Economia de São Paulo.

1. Avaliação de ativos – Modelo (CAPM). 2. Avaliação de riscos. 3. Ações (Finanças) - Brasil. 4. Mercado de capitais - Brasil. I. Ruilova Téran, Juan Carlos. II. Dissertação (MPFE) - Escola de Economia de São Paulo. III. Título.

CDU 336.767(81)

FELIPE MERLO NASCIMENTO

**BETTING AGAINST BETA NO MERCADO ACIONÁRIO BRASILEIRO**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional da Escola de Economia de São Paulo da Fundação Getúlio Vargas, como requisito para obtenção do título de Mestre em Economia.

Área de concentração:  
Finanças Quantitativas.

Data de Aprovação:

Banca Examinadora:

---

Prof. Dr. Juan Carlos Ruilova Terán  
(Orientador)  
EESP - SP

---

Prof. Dr. Roberto Barbosa Cintra  
EESP - SP

---

Dr. Luiz Fernando Ohara Kamogawa  
Bradesco

*À minha família*

## **Agradecimentos**

Agradeço aos meus pais, Paulo e Ana Cristina, os quais, desde minha infância, me incentivaram à prática da leitura e do estudo e sempre me apoiaram. Agradeço aos meus irmãos Lucas e Ana Paula pelo apoio e amizade. Agradeço aos meus filhos Davi e Heitor e à minha esposa Amanda por fazerem parte da minha vida e a fazer-la cada dia melhor. Agradeço também aos meus sogros, Armenio e Vilma, pela paciência e apoio nos primeiros dias do meu filho Heitor, dias nos quais sua ajuda foi muito importante para que eu tivesse mais tempo para me dedicar à dissertação.

Agradeço ao meu orientador Juan, por aceitar me orientar tendo tão pouco tempo para o término do trabalho e aos participantes da minha banca Roberto e Luiz Fernando.

Agradeço também ao banco Itaú Unibanco pelo investimento financeiro.

## RESUMO

Neste trabalho, levantamos evidências empíricas para investigar se as proposições do modelo de Frazzini e Pedersen (2014) se aplicam ao mercado acionário brasileiro. Utilizando dados que retomam o ano de 2000 até o primeiro trimestre de 2017, verificamos que a SML deste mercado é menos inclinada que a prevista pelo CAPM. De fato, ela chegou a ser negativa, sendo este resultado observado tanto nas análises em séries de tempo quanto nas em corte transversal. Como metodologia para levantar estas evidências, foram criadas 10 carteiras, organizadas em ordem crescente segundo seus respectivos betas. Calculamos os retornos relativos a cada carteira e, com eles, foi possível verificar que os portfólios com maior beta realizaram menor retorno em excesso. Além disso, verificamos que o índice de Sharpe foi maior quanto menor foi o beta das carteiras. Outra proposição verificada empiricamente no mercado acionário brasileiro, e no período considerado, foi que o retorno das carteiras BAB foi positivo. Além disso, foi o maior entre todas as carteiras, ficando inclusive com o maior retorno esperado em excesso por unidade de risco. No que tange ao alfa, era esperado que as carteiras com maior beta tivessem menor alfa. Foi possível verificar esta tendência, mas não de maneira incontestável. Isso nos motivou a fazer uma pequena alteração no modelo de Frazzini e Pedersen, a qual criou uma relação entre o retorno de cada uma das carteiras e o da carteira BAB. A previsão matemática, oriunda do modelo modificado, diz que o coeficiente desta relação é menor quanto maior for o beta. Foi possível levantar esta evidência empírica de maneira clara. Este ponto foi o grande diferencial deste trabalho, uma vez que fomos os primeiros a levantar tal evidência e a mostrar que as carteiras BAB podem ser utilizadas como variável explicativa.

**Palavras-chave:** CAPM. Betting Against Beta. Alfa. Beta. Índice de Sharpe.

## ABSTRACT

In this paper, we present empirical evidence to investigate whether the propositions of the model of Frazzini and Pedersen (2014) apply to the Brazilian stock market. Using data from the year 2000 up to the first quarter of 2017, we find that the SML of this Market had a lower slope than that predicted by CAPM. In fact, it turned out to be negative, and this result was observed both in the time-series and in the cross-sectional analyzes. As a methodology to raise this evidence, 10 portfolios were created, organized in ascending order according to their respective betas. We calculated the returns relative to each portfolio and, with them, it was possible to verify that the portfolios with the highest beta performed less excess returns. In addition, we found that the Sharpe ratio was higher the lower the beta of the portfolios. Another proposition verified empirically in the Brazilian stock market, and in the considered period, was that the return of the BAB portfolios was positive. In addition, it was the largest one compared to others portfolios, and had the highest expected excess of return per unit of risk. Regarding the alpha, it was expected that the portfolios with higher beta had lower alpha. It was possible to verify this trend, but not in an undeniable way. This motivated us to make a small change in the model of Frazzini and Pedersen, which created a relation between the return of each one of the portfolios and the one of the BAB portfolio. The mathematical prediction, derived from the modified model, says that the coefficient of this relation is smaller the bigger the beta. It was possible to raise this empirical evidence in a clear way. This point was the great differential of this work, since we were the first to raise such evidence and to show that the BAB portfolios can be used as explanatory variable.

**Keywords:** CAPM. Betting Against Beta. Alpha. Beta. Sharpe Ratio.



## Lista de Ilustrações

Figura 1:	evolução dos betas ex ante de cada carteira no período considerado. Os betas reportados na figura à esquerda foram estimados com os retornos históricos da carteira de mercado Nefin e, os da direita, com os retornos históricos do Ibovespa.....	26
Figura 2:	desvio padrão médio dos betas de cada carteira. Na figura à esquerda, os desvios foram calculados com os betas estimados com os retornos históricos da carteira de mercado Nefin e, os da direita, com os retornos históricos do Ibovespa.....	26
Figura 3:	razão entre o beta médio de cada carteira e seu respectivo desvio padrão médio. Na figura à esquerda, os valores foram computados com os betas estimados com os retornos históricos da carteira de mercado Nefin e, na à direita, com os retornos históricos do Ibovespa.....	27
Figura 4:	índice de Sharpe para os portfólios ranqueados pelos respectivos betas e para a carteira BAB. Carteira de mercado Nefin.....	29
Figura 5:	índice de Sharpe dos portfólios ranqueados pelos respectivos betas ex ante da carteira BAB. Carteira de mercado Ibovespa.....	29
Figura 6:	alfa, dos portfólios P1 à P1 e BAB, calculados respectivamente com os modelos de 2, 3, 4 e 5 fatores. Carteira de mercado Nefin.....	30
Figura 7:	alfa, dos portfólios P1 à P1 e BAB, calculados respectivamente com os modelos de 2, 3, 4 e 5 fatores. Carteira de mercado Ibovespa.....	30
Figura 8:	coeficientes das carteiras BAB vs Beta dos portfolios P1 à P10. Na figura azul, estas variáveis foram estimadas com os fatores de mercado e BAB. Na alaranjada, mercado, BAB, SMB e HML. Na cinza, mercado, BAB, SMB, HML e WML e na verde, mercado, BAB, SMB, HML, WML e IML. Carteira de mercado Nefin.....	33
Figura 9:	coeficientes das carteiras BAB vs Beta dos portfolios P1 à P10. Na figura azul, estas variáveis foram estimadas com os fatores de mercado e BAB. Na alaranjada, mercado, BAB, SMB e HML. Na cinza, mercado, BAB, SMB, HML e WML e na verde, mercado, BAB, SMB, HML, WML e IML. Carteira de mercado Ibovespa.....	33
Figura 10:	diferença entre os alfas, reportados nas tabelas 1 e 2, e os efeitos das carteiras BAB sobre os portfólios P1 à P10 (valor médio dos retortos da carteira BAB multiplicado pelo coeficiente estimado com as equações 35 a 37). Carteira de mercado Nefin.....	36
Figura 11:	diferença entre os alfas, reportados nas tabelas 1 e 2, e os efeitos das carteiras BAB sobre os portfólios P1 à P10 (valor médio dos retortos da carteira BAB multiplicado pelo coeficiente estimado com as equações 35 a 37). Carteira de mercado Ibovespa.....	36

Figura 12:	resultado das regressões em corte transversal. A variável explicativa é o beta, cujos valores foram estimados nas regressões em séries temporais, e a variável explicada é o retorno das carteiras (P1 a P10). Tanto os betas quanto os retornos foram reportados na tabela 1. Carteira de mercado Nefin.....	37
Figura 13:	resultado das regressões em corte transversal. A variável explicativa é o beta, cujos valores foram estimados nas regressões em séries temporais, e a variável explicada é o retorno das carteiras (P1 a P10). Tanto os betas quanto os retornos foram reportados na tabela 2. Carteira de mercado Ibovespa.....	38
Figura 14:	resultado das regressões em corte transversal. A variável explicativa é o beta, cujos valores foram estimados nas regressões em séries temporais, e a variável explicada é o retorno das carteiras (P1 a P10). Os betas quanto os retornos foram reportados na tabela 3. Carteira de mercado Nefin.....	39
Figura 15:	resultado das regressões em corte transversal. A variável explicativa é o beta, cujos valores foram estimados nas regressões em séries temporais, e a variável explicada é o retorno das carteiras (P1 a P10). Os betas quanto os retornos foram reportados na tabela 4. Carteira de mercado Ibovespa.....	40
Figura 16:	retorno em excesso acumulado das carteiras. Carteira de mercado Nefin.....	44
Figura 17:	retorno acumulado das carteiras. Carteira de mercado Ibovespa.....	44

## Lista de Tabelas

- Tabela 1: são reportados os retornos médios em excesso ao mês de cada carteira, os alfas e betas calculados tendo como variáveis explicativas os retornos da carteira de mercado, SMB e HML (3 fatores), WML (4 fatores) e IML (5 fatores), os desvios padrão ao ano de cada carteira e o correspondente índice de Sharpe. As estatísticas t foram reportadas em *itálico* abaixo dos alfas e, os alfas com significância estatística de 5%, são reportadas em **negrito** e azul. A carteira de mercado utilizada foi a Nefin.....28
- Tabela 2: são reportados os retornos médios em excesso ao mês de cada carteira, os alfas e betas calculados tendo como variáveis explicativas os retornos da carteira de mercado, SMB e HML (3 fatores), WML (4 fatores) e IML (5 fatores), o desvio padrão ao ano de cada carteira e o correspondente índice de Sharpe. As estatísticas t foram reportadas em *itálico* abaixo dos alfas e, os alfas com significância estatística de 5%, são reportadas em **negrito** e azul. A carteira de mercado utilizada foi a Ibovespa.....28
- Tabela 3: são reportados a intersecção, coeficiente do retorno da carteira BAB, os betas e o R-quadrado ajustado das regressões realizadas com as equações 35, 36 e 37. Estatísticas t reportadas abaixo das intersecções e coeficientes da carteira BAB. Os valores estimados das intersecções e coeficientes da carteira BAB, com significância estatística de 5%, foram reportados em **negrito** e azul. Carteira de mercado Nefin.....32
- Tabela 4: são reportados a intersecção, coeficiente do retorno da carteira BAB, os betas e o R-quadrado ajustado das regressões realizadas com as equações 35, 36 e 37. Estatísticas t reportadas abaixo das intersecções e coeficientes da carteira BAB. Os valores estimados das intersecções e coeficientes da carteira BAB, com significância estatística de 5%, foram reportados em **negrito** e azul. Carteira de mercado Ibovespa.....32
- Tabela 5: são reportados, respectivamente, os efeitos das carteiras BAB sobre os portfólios P1 à P10, os alfas reportados nas tabelas 1 e 2, a diferença entre estas duas variáveis e a intersecção das regressões realizadas com as equações 35 a 37. Nota-se que os valores estimados das intersecções são muito próximos aos valores da diferença entre os alfas e os efeitos das carteiras BAB sobre os portfólios P1 à P10. Carteira de mercado Nefin.....35
- Tabela 6: são reportados, respectivamente, os efeitos das carteiras BAB sobre os portfólios P1 à P10, os alfas reportados nas tabelas 1 e 2, a diferença entre estas duas variáveis e a intersecção das regressões realizadas com as equações 35 a 37. Nota-se que os valores estimados das intersecções são muito próximos aos valores da diferença entre os alfas e os efeitos das carteiras BAB sobre os portfólios P1 à P10. Carteira de mercado Ibovespa.....35
- Tabela 7: resultado das regressões em corte transversal. A variável explicativa é o beta, cujos valores foram estimados nas regressões em séries temporais, e a variável explicada é o retorno das carteiras (P1 a P10). Tanto os betas quanto os retornos foram reportados na tabela 1. Estatísticas t reportadas abaixo de cada variável.

	A hipótese nula pode ser descartada ao nível de 1% em todos os casos. Carteira de mercado Nefin.....	37
Tabela 8:	resultado das regressões em corte transversal. A variável explicativa é o beta, cujos valores foram estimados nas regressões em séries temporais, e a variável explicada é o retorno das carteiras (P1 a P10). Tanto os betas quanto os retornos foram reportados na tabela 2. Estatísticas t reportadas abaixo de cada variável. A hipótese nula pode ser descartada ao nível de 1% em todos os casos. Carteira de mercado Ibovespa.....	38
Tabela 9:	resultado das regressões em corte transversal. A variável explicativa é o beta, cujos valores foram estimados nas regressões em séries temporais, e a variável explicada é o retorno das carteiras (P1 a P10). Os betas foram reportados na tabela 3. Estatísticas t reportadas abaixo de cada variável. A hipótese nula pode ser descartada ao nível de 1% em todos os casos. Carteira de mercado Nefin.....	39
Tabela 10:	resultado das regressões em corte transversal. A variável explicativa é o beta, cujos valores foram estimados nas regressões em séries temporais, e a variável explicada é o retorno das carteiras (P1 a P10). Os betas foram reportados na tabela 4. Estatísticas t reportadas abaixo de cada variável. A hipótese nula pode ser descartada ao nível de 1% em todos os casos. Carteira de mercado Ibovespa. ....	40
Tabela 11:	quantidade média de ações por carteira por ano.....	44

## **Lista de abreviaturas e siglas**

CAPM	Capital Asset Pricing Model
BAB	Betting Against Beta
SML	Security Market Line
NEFIN	Núcleo de Pesquisa em Economia Financeira da USP
IBOVESPA	Índice Bovespa

## Sumário

1 Introdução.....	15
2 Teoria.....	17
3 Dados e Metodologia.....	22
3.1 Formação das Carteiras e Estimação dos Betas e Alfas .....	22
3.2 Dados .....	26
4 Resultados.....	27
4.1 Teste das Carteiras .....	27
4.2 Retorno das Ações vs Retorno da Carteira BAB .....	32
4.3 Relação Linear .....	37
5 Conclusão .....	42
Referências .....	43
Anexos.....	45

## 1 Introdução

O *Capital Asset Pricing Model* (CAPM) implica uma relação direta entre o retorno esperado de um ativo e seu beta, que surge neste modelo como o ponderador entre aquele retorno e o retorno em excesso da carteira de mercado e é representado pela razão da covariância entre os retornos do ativo e da carteira de mercado e a variância deste último. Porém, quando uma das premissas básicas por trás deste modelo é comparada com a realidade dos investidores em relação à sua capacidade de alavancagem, esta relação estabelecida pelo CAPM pode ser questionada. A referida premissa é a de que todos agentes investem em carteiras com o maior retorno esperado por unidade de risco, podendo alavancar e desalavancar este portfólio, sem gerar custos adicionais, segundo seu apetite pelo risco. Esta premissa pressupõe que os participantes do mercado possuem acesso irrestrito ao financiamento para usufruírem disto, via alavancagem, em favor da otimização de seus portfólios. No entanto, há investidores com restrição de acesso ao financiamento ou ainda com restrição de margem, o que os permite se alavancar apenas até certo ponto. Black (1972) foi o primeiro a desenvolver um modelo que modifica a premissa do CAPM que implica alavancagem irrestrita. Indo na contramão, ele assumiu a premissa de que existe restrição total ao financiamento, ou seja, nenhum investidor tem acesso a um capital que não seja o seu próprio. O resultado foi uma relação linear entre o retorno esperado de um ativo e dois fatores, um que cresce com o beta, e outro que diminui. Este modelo ficou conhecido como modelo de dois fatores. Frazzini e Pedersen (2014) relaxaram a premissa de restrição total ao financiamento considerada por Black, levando em conta as diferentes combinações de possibilidades de acesso ao financiamento e restrição de margem distribuídas entre os investidores. Assim como Black, Frazzini e Pedersen também chegaram a um modelo de dois fatores e à conclusão de que a *Security Market Line* (SML) é menos inclinada que a prevista pelo CAPM. Outra conclusão foi a de que carteiras de baixo beta possuem maior retorno esperado do que as de alto beta. Esta proposição ficou conhecida como *Betting Against Beta* (BAB). Eles mostraram que o retorno esperado de carteiras compradas em ativos de baixo beta e vendidas em ativos de alto beta, condicionado às informações conhecidas no momento de construí-las, é positivo, e evidenciaram este fenômeno em alguns mercados internacionais e entre diferentes classes de ativos.

O objetivo desta dissertação é encontrar evidências de que a SML dos ativos no mercado acionário brasileiro é menos inclinada que a prevista pelo CAPM, comparar o índice de Sharpe

de carteiras com diferentes betas e verificar as propriedades das carteiras BAB construídas com estes ativos.

Para os testes realizados neste trabalho foram consideradas duas carteiras de mercado: o Índice Bovespa (Ibovespa) e uma criada pelo Núcleo de Pesquisa em Economia Financeira da USP (NEFIN), que possui critério de formação único, diferente do Ibovespa, cujo critério de formação sofreu alterações no período considerado. Assim, todos os testes realizados considerando o Ibovespa como a carteira de mercado foram refeitos considerando esta carteira alternativa, o que permitiu verificarmos a sensibilidade dos testes à composição da carteira de mercado.

Para testar a proposição relativa à SML, foram criadas 10 carteiras de ações ordenadas por seus respectivos betas ex ante. Verificamos que, as carteiras com menor beta tiveram maior Índice de Sharpe. O mesmo deveria, em teoria, ocorrer com os alfas, o que não ocorreu de maneira tão evidente como nos estudos de Frazzini e Pedersen (2014). Este fato nos motivou a fazer uma pequena alteração na equação que relaciona o retorno em excesso esperado de um ativo e seu respectivo beta deduzida por estes autores. A modificação introduziu uma relação entre o retorno em excesso esperado de um ativo e o de uma carteira BAB. Como será visto, a equação modificada prevê que a derivada parcial do retorno em excesso esperado de um ativo e da carteira BAB é menor quanto maior for o beta do ativo. Esta previsão foi verificada empiricamente. Observamos que, o excesso de retorno de cada uma das 10 carteiras foi explicado pela carteira de mercado e a BAB, sendo que, o coeficiente desta última foi menor quanto maior foi o beta da carteira.

Como previsto, as carteiras BAB construídas tiveram retorno positivo. Além disso, no período considerado, o retorno das carteiras BAB acumulado e médio foram os maiores entre todas as carteiras criadas neste estudo. Os alfas encontrados para estas carteiras ficaram entre os maiores quando comparados com as 10 carteiras consideradas, sendo que seu retorno ajustado pelo risco foi o maior.

O trabalho está dividido em quatro partes principais. Na primeira, é feita uma recapitulação do modelo de dois fatores de Frazzini e Pedersen assim como uma exposição da modificação que fizemos da equação deduzida por eles. Na sequência, fazemos uma descrição dos testes e da metodologia utilizada para executá-los assim como e uma exposição dos resultados encontrados. Por último, concluímos este estudo discutindo possíveis trabalhos futuros que podem ser feitos tendo como base os resultados desta dissertação.



## 2 Teoria

Considere uma economia onde os indivíduos vivem por dois períodos (*overlapping generation*). Cada indivíduo  $i = 1, 2, \dots, I$  nasceu em  $t$  e possui riqueza  $W_t^i$ . Neste período, os ativos disponíveis para investimento são  $s=1, 2, \dots, S$  os quais pagam dividendo  $\delta_t^s$  e possuem  $x^{*s}$  quantidades no mercado. Cada agente nascido em  $t$  investe em uma carteira  $x = (x^1, x^2, \dots, x^S)$  de ativos e na taxa livre de risco  $r^f$  para maximizar sua utilidade

$$\max x' (E_t(P_{t+1} + \delta_{t+1}) - (1 + r^f)P_t) - \frac{\gamma^i}{2} x' \Omega_t x \quad (1)$$

Na expressão acima,  $P_t$  representa o vetor de preços dos ativos no momento  $t$ ,  $\Omega_t$  representa a matriz de variância – covariância de  $P_{t+1} + \delta_{t+1}$  e  $\gamma^i$  representa a aversão ao risco do agente  $i$ .

Cada agente está sujeito à restrição  $W_t^i \geq m_t^i \sum_s x^s P_t^s$ . Desta maneira, investidores que possuem acesso ao financiamento podem se alavancar, de maneira que, para estes,  $0 < m_t^i < 1$ . Um exemplo deste tipo de investidor são as instituições financeiras. Mas há também investidores que não possuem acesso ao financiamento e, além disso, precisam manter parte de sua riqueza para cumprir com obrigações como, por exemplo, pagamento de emolumentos na Bolsa, ajuste de contratos futuros entre outros, de maneira que, para estes,  $1 < m_t^i$ . O caso em que  $m_t^i = 1$  representa uma situação teórica em que os agentes não podem se alavancar e não precisam manter parte de seus recursos disponíveis para cumprir com obrigações. Esta é exatamente a condição de contorno que dá origem ao modelo de dois fatores de Black (1972).

A função lagrangeana deste sistema, para determinado agente  $i$ , é:

$$L = E_t(P_{t+1} + \delta_{t+1}) - (1 + r^f)P_t - \frac{\gamma^i}{2} x_i' \Omega_t x_i - \Psi_t^i (P_t x_i - W_t^i) \quad (2)$$

Aplicando a primeira condição de otimização para o agente  $i$ , conclui-se que

$$E_t(P_{t+1} + \delta_{t+1}) - (1 + r^f)P_t - \gamma^i \Omega_t x_i - \Psi_t^i P_t = 0 \quad (3)$$

Resolvendo esta equação para  $x_i$ , temos

$$x_i = \frac{1}{\gamma^i} \Omega_t^{-1} (E_t(P_{t+1} + \delta_{t+1}) - (1 + r^f + \Psi_t^i) P_t) \quad (4)$$

Em condições de equilíbrio, a demanda total se iguala à oferta de maneira que  $x^* = \sum_i x_i$ , de maneira que

$$x^* = \sum_i \frac{1}{\gamma^i} \Omega_t^{-1} (E_t(P_{t+1} + \delta_{t+1}) - (1 + r^f + \Psi_t^i) P_t) \quad (5)$$

$$x^* = \sum_i \frac{1}{\gamma^i} \Omega_t^{-1} E_t(P_{t+1} + \delta_{t+1}) - \sum_i \frac{1}{\gamma^i} \Omega_t^{-1} (1 + r^f) P_t - \sum_i \frac{\Psi_t^i}{\gamma^i} \Omega_t^{-1} P_t \quad (6)$$

Assim, definindo

$$\frac{1}{\gamma} = \sum_i \frac{1}{\gamma^i} \quad \text{e} \quad \Psi_t = \sum_i \frac{\Psi_t^i}{\gamma^i} \gamma \quad (7)$$

e substituindo as definições (7) na (6)

$$x^* = \frac{1}{\gamma} \Omega_t^{-1} (E_t(P_{t+1} + \delta_{t+1}) - (1 + r^f + \Psi_t) P_t) \quad (8)$$

Isolando  $P_t$

$$P_t = \frac{E_t(P_{t+1} + \delta_{t+1}) - \gamma \Omega_t x^*}{(1 + r^f + \Psi_t)} \quad (9)$$

Onde  $P_t$  representa a matriz de preços em equilíbrio em t. Para isolar o preço de um ativo s em específico, podemos multiplicar esta matriz pelo vetor  $e_s$ , que possui o número 1 na linha s e zero nas demais, de maneira que  $e_s' P_t = P_t^s$ . Assim, a equação (9), para um ativo específico, pode ser escrita como

$$P_t^s = \frac{E_t(P_{t+1}^s + \delta_{t+1}^s) - e_s' \gamma \Omega_t x^*}{(1 + r^f + \Psi_t)} \quad (10)$$

Rearranjando esta equação de modo a obtermos o retorno esperado,

$$\frac{E_t(P_{t+1}^s + \delta_{t+1}^s)}{P_t^s} - 1 = E_t(r_{t+1}^s) = r^f + \Psi_t + \frac{\gamma}{P_t^s} e_s' \Omega_t x^* \quad (11)$$

Como  $e_s' \Omega_t$  representa o vetor de covariância entre o preço em t+1 do ativo s e o preço em t+1 dos demais ativos do mercado, então  $\frac{1}{P_t^s} e_s' \Omega_t = cov(r_{t+1}^s, r_{t+1}^M) P_t'$ , assim

$$E_t(r_{t+1}^s) = r^f + \Psi_t + \gamma \text{cov}(r_{t+1}^s, r_{t+1}^M) P_t' x^* \quad (12)$$

Multiplicando a equação 12 pelo peso  $\kappa^s = \frac{x^{*s} P_t^s}{\sum_s x^{*s} P_t^s}$ , que o ativo  $s$  tem na carteira de mercado, e somando sobre todos os ativos tem-se

$$\begin{aligned} \sum_s E_t(r_{t+1}^s) \kappa^s &= (r^f + \Psi_t) \sum_s \kappa^s + \gamma P_t' x^* \sum_s \kappa^s \text{cov}(r_{t+1}^s, r_{t+1}^M) \\ &= r^f + \Psi_t + \gamma P_t' x^* \text{var}(r_{t+1}^M) \end{aligned} \quad (13)$$

Logo

$$\gamma P_t' x^* = \frac{E_t(r_{t+1}^M) - r^f - \Psi_t}{\text{var}(r_{t+1}^M)} \quad (14)$$

Substituindo esta expressão na 12,

$$E_t(r_{t+1}^s) = r^f + \Psi_t + \beta_t^s (E_t(r_{t+1}^M) - r^f - \Psi_t) \quad (15)$$

Onde

$$\beta_t^s = \frac{\text{cov}(r_{t+1}^s, r_{t+1}^M)}{\text{var}(r_{t+1}^M)} \quad (16)$$

Reescrevendo a equação (15)

$$E_t(r_{t+1}^s) - r^f = \alpha_t^s + \beta_t^s \lambda_t \quad (17)$$

Onde  $\alpha_t^s = \Psi_t(1 - \beta_t^s)$  representa o alfa de Jensen, Jensen (1968), e  $\lambda_t = E_t(r_{t+1}^M) - r^f$  representa o prêmio pelo risco sistêmico. Neste ponto, é interessante notar duas diferenças entre as equações 15, 17 e o CAPM. A primeira delas é que a equação 15 prevê que a curva que relaciona  $E_t(r_{t+1}^s) - r^f$  com  $\beta_t^s$  pode ter intersecção diferente de 0 (quando  $\Psi_t \neq 0$ ), diferente do previsto pelo CAPM, e é menos inclinada que a prevista pelo CAPM, uma vez que  $E_t(r_{t+1}^M) - r^f - \Psi_t < \lambda_t$ . A segunda diferença está relacionada com o fato da equação 17 prever a existência de um segundo fator, o alfa, tendo o aumento deste um efeito positivo sobre o retorno esperado em excesso do ativo, porém, é menor quanto maior for o beta do mesmo ativo. Em outras palavras, diferente do previsto pelo CAPM, não necessariamente o aumento

do beta indica um aumento no retorno esperado em excesso do ativo. Quando  $\Psi_t > E_t(r_{t+1}^M)$ , o retorno em excesso esperado para um ativo será menor quanto maior for o beta deste ativo.

Dada a premissa de que os investidores com acesso ao financiamento preferem obter posições em ativos de menor risco otimizando suas carteiras via alavancagem, e que investidores, com restrição ao financiamento, acabam por sobrepesar seus portfólios com ativos de maior risco, criando portanto uma demanda por estes ativos maior do que haveria se estes investidores possuísem acesso ilimitado ao financiamento, como ocorre por premissa no CAPM, parece fazer sentido criar uma estratégia comprada em ativos de menor risco e vendida em ativos de maior risco. Considere então uma estratégia na qual cria-se uma carteira alavancada e comprada em ativos de baixo risco e uma outra vendida em ativos de alto risco, cada uma ponderada por seu respectivo beta ex ante, de maneira que o beta da estratégia, em sua formação, é zero. Como já mencionado anteriormente, o nome desta carteira é BAB. Desta maneira, o excesso de retorno em  $t+1$  da carteira BAB formada em  $t$  é dado por:

$$r_{t+1}^{BAB} = \frac{1}{\beta_t^L} (r_{t+1}^L - r^f) - \frac{1}{\beta_t^H} (r_{t+1}^H - r^f) \quad (18)$$

Onde  $\beta_t^L$  e  $\beta_t^H$  representam respectivamente os betas das carteiras de baixo risco e alto risco.  $r_{t+1}^L$ ,  $r_{t+1}^H$  e  $r^f$  representam respectivamente o retorno da carteira de baixo e alto risco e a taxa livre de risco.

Pela equação 17, vemos que o retorno em excesso esperado, e condicionado à informação disponível em  $t$ , de cada carteira que compõe a BAB é dado por

$$E_t[r_{t+1}^L] - r^f = \Psi_t + \beta_t^L \lambda_t \text{ e } E_t[r_{t+1}^H] - r^f = \Psi_t + \beta_t^H \lambda_t \quad (19)$$

de maneira que o retorno esperado da carteira BAB será

$$E_t[r_{t+1}^{BAB}] = \frac{1}{\beta_t^L} (E[r_{t+1}^L] - r^f) - \frac{1}{\beta_t^H} (E[r_{t+1}^H] - r^f) = \Psi_t \left( \frac{1}{\beta_t^L} - \frac{1}{\beta_t^H} \right) \quad (20)$$

Como  $\Psi_t > 0$ , vide Frazzini e Pedersen (2014), então

$$E_t[r_{t+1}^{BAB}] = \Psi_t \left( \frac{\beta_t^H - \beta_t^L}{\beta_t^L \beta_t^H} \right) \geq 0 \quad (21)$$

A equação 21 diz que o retorno esperado em excesso da carteira BAB, condicionado à informação conhecida em  $t$ , é positivo e maior quanto maior for  $\Psi_t$ . Apesar de  $\Psi_t$  ser uma

função da aversão ao risco e restrição de acesso ao financiamento dos investidores (equação 7), podemos nos aproveitar da igualdade 21 para propor uma relação entre o retorno de um ativo e o retorno da carteira BAB. Ou seja, invertendo a equação 21 temos

$$\Psi_t = \frac{\beta_t^L \beta_t^H}{(\beta_t^H - \beta_t^L)} E_t[r_{t+1}^{BAB}] \quad (22)$$

Substituindo  $\Psi_t$  da 22 na equação 17 temos

$$E_t(r_{t+1}^s) - r^f = (1 - \beta_t^s) \frac{\beta_t^L \beta_t^H}{(\beta_t^H - \beta_t^L)} E_t[r_{t+1}^{BAB}] + \beta_t^s \lambda_t \quad (23)$$

A equação 23 mostra que o coeficiente da carteira BAB é menor quanto maior for o beta do ativo. Esta equação é interessante pois nos possibilita adicionarmos um teste empírico desta teoria, uma vez que, da mesma forma que temos uma proxy para o retorno de mercado, podemos construir carteiras BAB e verificarmos a relação entre o retorno em excesso delas e o dos ativos em estudo.

### 3 Dados e Metodologia

#### 3.1 Formação das Carteiras e Estimação dos Betas e Alfas

No início de cada mês base, todas as ações do universo considerado foram ranqueadas em ordem crescente segundo seu beta ex ante. O beta ex ante de cada ação é o beta calculado com os dados passados que datam até o final do mês anterior ao mês base. No início de cada mês base, cada ação é alocada dentro de uma entre 10 possíveis carteiras tendo como único critério seu beta ex ante. As carteiras são formadas de maneira a terem ordem crescente de beta ex ante entre si e possuírem, na medida do possível, a mesma quantidade de ações. Também, foram construídas as carteiras BAB, que são fruto da combinação linear de outras duas: a comprada em ações de baixo beta, construída com as ações contendo beta ex ante menor que o beta ex ante médio<sup>1</sup>, e a vendida em ações de alto beta, construída com as ações contendo beta ex ante maior que o beta ex ante médio. Uma vez formadas as carteiras, calculamos o retorno mensal de cada uma. Com esta dinâmica, os retornos de cada uma das carteiras foram calculados mensalmente, sendo que, no início de cada mês base, elas foram rebalanceadas segundo o novo perfil dos betas ex ante das ações. Observe que, uma vez que o beta ex ante estimado das ações varia no tempo, a composição das carteiras pode mudar ao longo do tempo, podendo diferentes ações pertencer a diferentes carteiras em diferentes momentos. Exceto a BAB, todas as carteiras foram formadas considerando um mesmo investimento financeiro em cada ação, de maneira que, tanto o beta ex ante quanto o retorno de cada carteira são dados respectivamente pela média aritmética dos betas ex ante, e a média aritmética dos retornos das ações que compõe cada carteira.

O beta ex ante de cada ação foi calculado pela divisão da covariância entre o retorno da ação e o retorno da carteira de mercado pela variância do retorno da carteira de mercado. A covariância foi calculada considerando apenas os retornos da carteira de mercado dos dias em que haviam retorno da ação, de maneira que, se determinada ação possuía, por exemplo, 200 dados não faltantes no período considerado para o compute de seu beta, foram considerados apenas os 200 retornos da carteira de mercado observados nos mesmos dias. Já a variância dos retornos da carteira de mercado foi calculada com todos os retornos não faltantes desta carteira observados no mesmo período de compute da covariância. Os períodos de compute

---

<sup>1</sup> Média aritmética

mencionados são janelas de 1 ano, sendo os retornos diários. Dentro de cada janela, foram aceitas ações com no mínimo 120 retornos não faltantes.

Para reduzir a influência de *outliers*, foi utilizado o método de Vasicek (1973), o qual ajusta os betas estimados com o método dos Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) em direção ao beta médio da distribuição dos betas em corte transversal, ou seja, da distribuição dos betas, das diferentes ações do universo considerado, estimados em um mesmo período de tempo.

$$\hat{\beta}_i = w_i \hat{\beta}_i^{TS} + (1 - w_i) \hat{\beta}_i^{XS} \quad (24)$$

Onde  $\hat{\beta}_i^{XS}$  representa o beta médio da distribuição dos betas em corte transversal e  $\hat{\beta}_i^{TS}$  o estimado via MQO. Seguimos a mesma simplificação utilizada por Frazzini e Pedersen (2014), ao considerar  $w_i = 0,6$  e  $\hat{\beta}_i^{XS} = 1$ .

Como os dados datam do início de 2001, os dados deste primeiro ano foram utilizados para o cálculo dos primeiros betas ex ante. Os retornos das carteiras foram computados mês a mês a partir de janeiro de 2002 chegando a abril 2017, de maneira que foram computados 187 retornos para cada carteira.

Como mencionado anteriormente, as carteiras BAB são formadas considerando o beta ex ante de cada ação no início de cada mês base. As ações são alocadas em uma entre duas carteiras, a de alto e baixo beta. As ações com beta ex ante menor que o beta médio comporão a carteira de baixo risco e, as com beta maior, a de alto risco. Dentro de cada carteira, cada ação foi ponderada pelo desvio absoluto do seu beta ex ante em relação ao beta médio ex ante, de maneira que, as ações com menor beta terão maior peso na carteira de baixo beta e, as ações com maior beta terão maior peso na carteira de alto beta. Matematicamente, o retorno de cada ação será dado por

$$R_{t+h}^i = k |\beta_t^i - \bar{\beta}_t| r_{t+h}^i \quad (25)$$

Onde  $\beta_t^i$ ,  $\bar{\beta}_t$  e  $r_{t+h}^i$  representam respectivamente o beta ex ante da ação i em t, o beta médio ex ante em t, e o retorno ao período da ação i de t à t+h. k representa um ponderador normalizador

$$k = \frac{2}{\sum_{i=1}^n |\beta_t^i - \bar{\beta}_t|} \quad (26)$$

A cada rebalanceamento, as carteiras de baixo e alto beta são ponderadas, cada uma pelo seu respectivo beta ex ante, sendo estes dados por

$$\beta_t^L = k \sum_{i=1}^w |\beta_t^i - \bar{\beta}_t| \beta_t^i \quad (27)$$

$$\beta_t^H = k \sum_{i=1+w}^n |\beta_t^i - \bar{\beta}_t| \beta_t^i \quad (28)$$

Onde  $\beta_t^L$  e  $\beta_t^H$  são os betas ex ante da carteira de baixo e alto beta, respectivamente.

O retorno das carteiras de baixo e alto beta foram calculados respectivamente segundo as expressões

$$r_{t+h}^L = k \sum_{i=1}^w |\beta_t^i - \bar{\beta}_t| r_{t+h}^i \quad (29)$$

$$r_{t+h}^H = k \sum_{i=1+w}^n |\beta_t^i - \bar{\beta}_t| r_{t+h}^i \quad (30)$$

De forma que, o retorno em excesso em t+1 da carteira BAB seja dado pela equação 18.

Uma vez calculadas as séries temporais dos retornos das carteiras 1 a 10 e BAB, utilizamos o método MQO para estimar o beta ex post e o alfa de cada uma das 10 carteiras, assim como da BAB, segundo a equação

$$R_t^i = \hat{\alpha}_t^i + \hat{\beta}_t^i R_t^M + \hat{\varepsilon}_t^i \quad (31)$$

Onde  $R_t^i$ , representa o retorno em excesso das 10 carteiras e da BAB,  $i = 1, \dots, 10, \text{BAB}$ ,  $R_t^M$  representa o retorno em excesso da carteira de mercado e  $\hat{\alpha}_t^i$ ,  $\hat{\beta}_t^i$  e  $\hat{\varepsilon}_t^i$  representam respectivamente os estimadores do alfa, beta e erro da regressão.

Além das regressões com a equação 31, estimamos os alfas e betas das carteiras utilizando também como variáveis explicativas os retornos das carteiras construídas com base no tamanho (SMB) e *book to market* (HML), Fama-French (1992, 1993), constituindo um modelo de 3 fatores, no momentum (WML), Carhart (1997), constituindo um modelo de 4 fatores, e na liquidez (IML), Pastor and Stambaugh (2003), constituindo um modelo de 5 fatores. As equações utilizadas para cada um dos modelos são, respectivamente as 32, 33 e 34 abaixo:

$$R_t^i = \hat{\alpha}_t^i + \hat{\beta}_t^i R_t^M + \hat{\zeta}_t^i R_t^{SMB} + \hat{\eta}_t^i R_t^{HML} + \hat{\varepsilon}_t^i \quad (32)$$

$$R_t^i = \hat{\alpha}_t^i + \hat{\beta}_t^i R_t^M + \hat{\zeta}_t^i R_t^{SMB} + \hat{\eta}_t^i R_t^{HML} + \hat{\xi}_t^i R_t^{WML} + \hat{\varepsilon}_t^i \quad (33)$$



$$R_t^i = \hat{\alpha}_t^i + \hat{\beta}_t^i R_t^M + \hat{\zeta}_t^i R_t^{SMB} + \hat{\eta}_t^i R_t^{HML} + \hat{\xi}_t^i R_t^{WML} + \hat{\nu}_t^i R_t^{IML} + \hat{\varepsilon}_t^i \quad (34)$$

Para testar a veracidade da equação 23, regredimos os excessos de retorno das carteiras 1 a 10 tendo como variáveis explicativas, além das consideradas nas equações 32,33 e 34, o retorno das carteiras BAB. As equações utilizadas nestas regressões foram:

$$R_t^i = \hat{C}_t^i + \hat{\theta}_t^i R_t^{BAB} + \hat{\beta}_t^i R_t^M + \hat{\zeta}_t^i R_t^{SMB} + \hat{\eta}_t^i R_t^{HML} + \hat{\varepsilon}_t^i \quad (35)$$

$$R_t^i = \hat{C}_t^i + \hat{\theta}_t^i R_t^{BAB} + \hat{\beta}_t^i R_t^M + \hat{\zeta}_t^i R_t^{SMB} + \hat{\eta}_t^i R_t^{HML} + \hat{\xi}_t^i R_t^{WML} + \hat{\varepsilon}_t^i \quad (36)$$

$$R_t^i = \hat{C}_t^i + \hat{\theta}_t^i R_t^{BAB} + \hat{\beta}_t^i R_t^M + \hat{\zeta}_t^i R_t^{SMB} + \hat{\eta}_t^i R_t^{HML} + \hat{\xi}_t^i R_t^{WML} + \hat{\nu}_t^i R_t^{IML} + \hat{\varepsilon}_t^i \quad (37)$$

Onde  $R_t^{BAB}$  representa o retorno em excesso das carteiras BAB e  $\hat{C}_t^i$  representa a intersecção que, segundo a 23, deveria ser 0.

Por fim, com o objetivo de evidenciar a natureza linear entre o retorno em excesso das carteiras, ou dos ativos, com seu respectivo beta, estabelecida pela equação 15, regredimos, em corte transversal, o retorno em excesso das carteiras de 1 a 10, tendo como variáveis explicativas os betas estimados nas regressões em séries temporais utilizando as equações 32 a 37. No corte transversal, diferente do que é previsto pelo CAPM, se regredirmos o excesso de retorno, tendo como variável explicativa o beta, estaremos estimando, como seu coeficiente, uma grandeza diferente do excesso de retorno da carteira de mercado. De fato, quando  $\Psi_t > E_t(r_{t+1}^M) - r^f$ , segundo a equação 15, o coeficiente estimado deveria ser negativo, sendo positivo na inequação inversa entre estas grandezas. Como existe um erro de medida associado aos betas, há viés e inconsistência nos valores estimados. Existe um ponto de mitigação deste fato, por estarmos utilizando o beta de uma carteira de ações com betas próximos, uma vez que, na hipótese de o erro de medida ser não correlacionado com a variável explicativa não observada, o fato de usarmos carteiras cujo retorno é dado pelo retorno médio das ações diminui a inconsistência e o viés com o aumento do número de ações dentro da carteira<sup>2</sup>. Regredimos em corte transversal os retornos das 10 carteiras tendo como variável explicativa os betas estimados nas regressões em séries temporais e plotamos a reta oriunda dos pontos obtidos nas regressões e os reais.

---

<sup>2</sup> Vide Black, Jensen e Scholes, 1972

### 3.2 Dados

Os dados utilizados nesta dissertação foram extraídos de algumas fontes diferentes. Abaixo, segue uma lista contendo as fontes e os dados extraídos de cada uma delas, assim como uma breve descrição de cada dado.

- Economatica: retorno das ações listadas na B3. Foi considerado um universo de 580 ações;
- Bloomberg: série do Ibovespa;
- Nefin<sup>3</sup>: taxa utilizada como proxy da livre de risco, fatores de risco Small Minus Big (SMB), High Minus Low (HML), Winners Minus Losers (WML), Illiquid Minus Liquid (IML) e Market Factor;

Como já mencionado, nas regressões, calculamos os alfas e betas ex post em relação ao fator de mercado, tamanho (SMB), book-to-market (HML), momentum (WML) e liquidez (IML). Segue abaixo uma breve descrição de como estas carteiras foram construídas. Mais detalhes encontram-se no site do Nefin.

- SMB: é o retorno de uma carteira comprada em ações de baixa capitalização de mercado (*small*) e vendida em ações com alta capitalização de mercado (*big*);
- HML é o retorno de uma carteira comprada em ações com alto *book to market ratio* (*high*) e vendida em ações com baixo *book to market ratio* (*low*);
- WML é o retorno de uma carteira comprada em ações com maior retorno passado (*winners*) e vendida em ações com menor retorno passado (*losers*);
- IML é o retorno de uma carteira comprada em ações com alta liquidez (*liquid*) e vendida em ações com baixa liquidez (*illiquid*);

Todos os dados datam de janeiro de 2001 até abril de 2017.

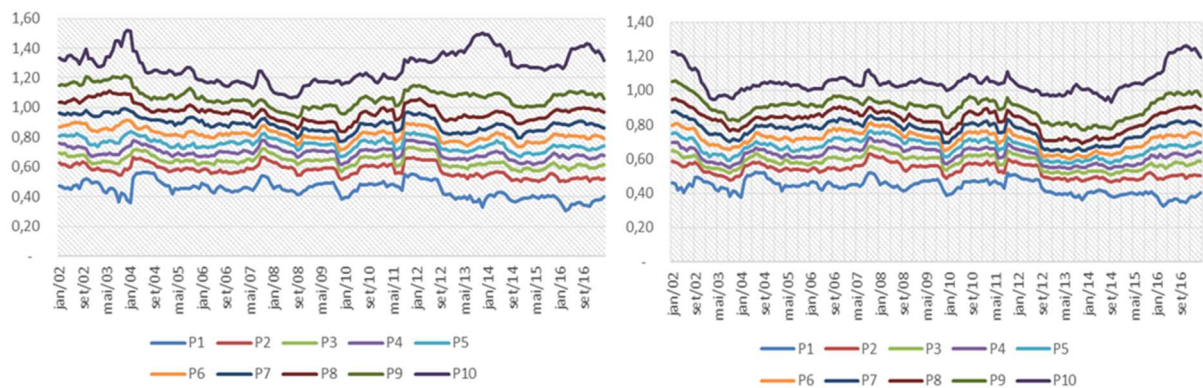
---

<sup>3</sup> <http://www.nefin.com.br>

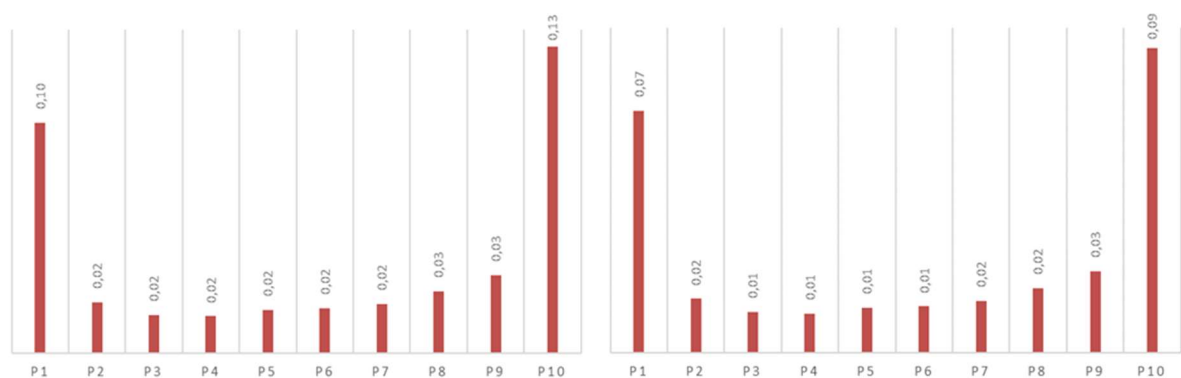
## 4 Resultados

### 4.1 Teste das Carteiras

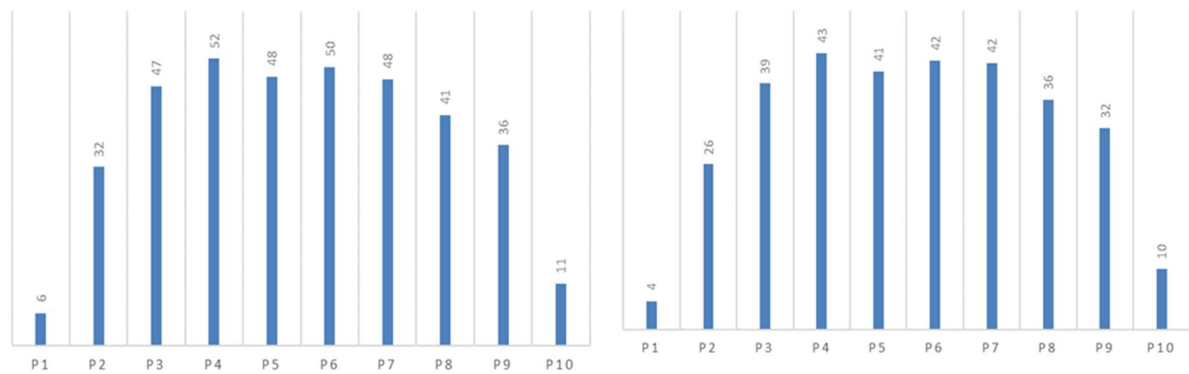
As figuras abaixo contêm a evolução, no período considerado, dos betas ex ante de cada carteira, calculados em relação à carteira de mercado Nefin e ao Ibovespa. Logo abaixo, o desvio padrão médio dos betas de cada carteira e, para dar uma noção da variabilidade temporal do beta de cada carteira, gráficos contendo a razão entre o beta médio de cada carteira e seu respectivo desvio padrão médio.



**Figura 1:** evolução dos betas ex ante de cada carteira no período considerado. Os betas reportados na figura à esquerda foram estimados com os retornos históricos da carteira de mercado Nefin e, os a direita, com os retornos históricos do Ibovespa.



**Figura 2:** desvio padrão médio dos betas de cada carteira. Na figura à esquerda, os desvios foram calculados com os betas estimados com os retornos históricos da carteira de mercado Nefin e, na à direita, com os retornos históricos do Ibovespa.



**Figura 3:** razão entre o beta médio de cada carteira e seu respectivo desvio padrão médio. Na figura à esquerda, os valores foram computados com os betas estimados com os retornos históricos da carteira de mercado Nefin e, na à direita, com os retornos históricos do Ibovespa.

A figura 2 mostra que a dispersão dos betas ex ante de cada carteira foi maior quando estes foram calculados com os retornos da carteira de mercado Nefin do que quando calculados com os retornos do Ibovespa. A figura 3 mostra que, independente da carteira de mercado utilizada, o desvio padrão médio dos betas de cada carteira é muito pequeno quando comparado ao respectivo valor médio, principalmente para as carteiras de betas intermediários. Nota-se que este efeito é ainda maior para os betas calculados com o retorno do Ibovespa.

As tabelas 1 e 2 abaixo resumem o resultado dos testes considerando, respectivamente, a carteira de mercado Nefin e a do Ibovespa como as de mercado. Elas reportam o excesso de retorno médio de cada carteira, e os alfas e betas estimados em relação aos fatores de mercado (CAPM), SMB e HML (3 fatores), WML (4 fatores) e IML (5 fatores). Contrariando o previsto pelo CAPM, o alfa de algumas carteiras tem valor diferente de zero, sendo a hipótese nula descartada ao nível de 5%. Este resultado foi observado para os portfólios P1 ao P6 e o P9, tanto quando consideramos a carteira Nefin de mercado quanto quando o Ibovespa. Neste último caso, o alfa do P8, estimado com o modelo de 5 fatores, e os alfas do P10, estimados com os modelos de 4 e 5 fatores, também entregaram alfa diferente de zero.

Independente da carteira de mercado utilizada, os alfas parecem decair com o aumento do beta, sendo esta constatação mais evidente para os estimados somente com o fator de mercado (CAPM) e com o modelo de 3 fatores. Este resultado está de acordo com o esperado, pois foi previsto pelo modelo e pelas evidências empíricas, em alguns mercados internacionais, levantadas por Frazzini e Pedersen (2014). Da mesma forma, o índice de Sharpe decai com o aumento do beta (vide figuras 4 e 5), o que também foi previsto pelo modelo e pelas evidências empíricas de outros mercados.

Em relação à inclinação da SML empírica, observamos que, esta não é apenas menos inclinada que a SML prevista pelo CAPM, mas também, neste caso de estudo, chegou a ser negativa, uma vez que as carteiras com menor beta entregaram maiores retornos em excesso que as de maior beta. Isto pode ser observado tanto na tabela 1 quanto na 2.

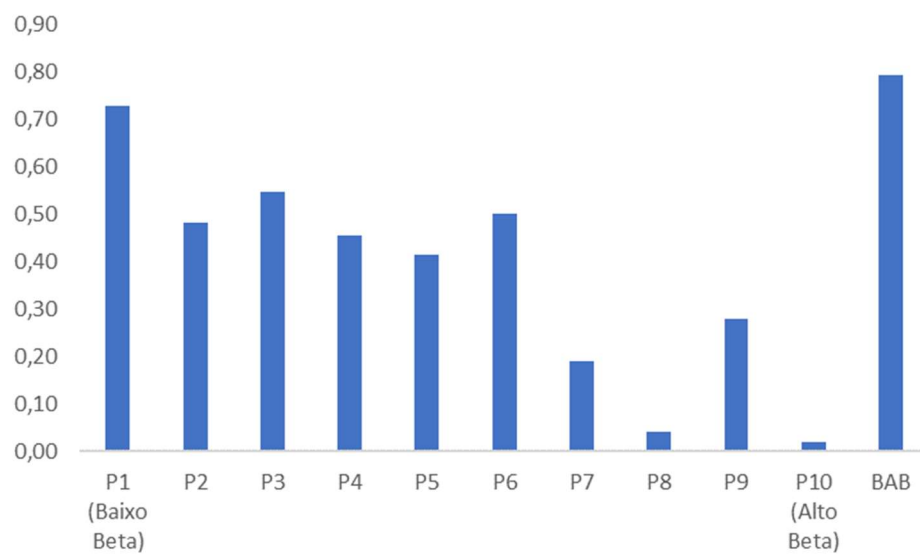
Portfólio	P1 Baixo Beta	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10 Alto Beta	BAB
Excesso de Retorno a.m (%)	1,23	0,80	1,04	0,77	0,84	0,92	0,40	0,10	0,76	-0,01	1,56
Alfa: CAPM (%)	<b>1,35</b>	<b>0,97</b>	<b>1,19</b>	<b>0,94</b>	<b>1,04</b>	<b>1,14</b>	0,64	0,35	<b>1,05</b>	0,34	<b>1,56</b>
	(3,47)	(2,68)	(3,19)	(2,51)	(2,68)	(3,07)	(1,67)	(1,01)	(2,56)	(0,73)	(3,18)
Alfa: 3 fatores (%)	<b>1,38</b>	<b>1,00</b>	<b>1,22</b>	<b>1,00</b>	<b>1,05</b>	<b>1,15</b>	0,62	0,34	<b>1,00</b>	0,21	<b>1,66</b>
	(3,8)	(3,11)	(3,84)	(3,36)	(3,49)	(3,82)	(1,88)	(1,21)	(2,94)	(0,56)	(3,5)
Alfa: 4 fatores (%)	<b>1,36</b>	<b>0,86</b>	<b>1,25</b>	<b>0,99</b>	<b>1,17</b>	<b>1,25</b>	0,68	0,48	<b>1,42</b>	0,78	<b>1,24</b>
	(3,6)	(2,59)	(3,8)	(3,22)	(3,8)	(4,03)	(1,99)	(1,62)	(4,29)	(2,26)	(2,59)
Alfa: 5 fatores (%)	<b>1,34</b>	<b>0,87</b>	<b>1,25</b>	<b>1,00</b>	<b>1,18</b>	<b>1,26</b>	0,67	0,47	<b>1,42</b>	0,75	<b>1,26</b>
	(3,56)	(2,65)	(3,78)	(3,23)	(3,83)	(4,04)	(1,96)	(1,6)	(4,26)	(2,21)	(2,64)
Beta Ex Ante	0,45	0,58	0,64	0,69	0,75	0,82	0,89	0,97	1,07	1,27	0,00
Beta Ex Post: CAPM	0,47	0,65	0,60	0,65	0,77	0,84	0,94	0,99	1,14	1,37	-0,01
Beta Ex Post: 3 fatores	0,44	0,60	0,55	0,60	0,70	0,77	0,87	0,93	1,06	1,26	-0,01
Beta Ex Post: 4 fatores	0,44	0,63	0,54	0,60	0,67	0,75	0,86	0,91	0,98	1,15	0,07
Beta Ex Post: 5 fatores	0,41	0,66	0,54	0,61	0,69	0,77	0,84	0,90	0,97	1,10	0,10
Volatilidade a.a	20,24	20,97	20,93	21,44	23,37	23,66	25,34	24,97	29,19	34,19	22,86
Índice de Sharpe	0,73	0,46	0,60	0,43	0,43	0,47	0,19	0,05	0,31	-0,00	0,82

**Tabela 1:** são reportados os retornos médios em excesso ao mês de cada carteira, os alfas e betas calculados tendo como variáveis explicativas os retornos da carteira de mercado, SMB e HML (3 fatores), WML (4 fatores) e IML (5 fatores), os desvios padrão ao ano de cada carteira e o correspondente índice de Sharpe. As estatísticas t foram reportadas em itálico abaixo dos alfas e, os alfas com significância estatística de 5%, são reportadas em negrito e azul. A carteira de mercado utilizada foi a Nefin.

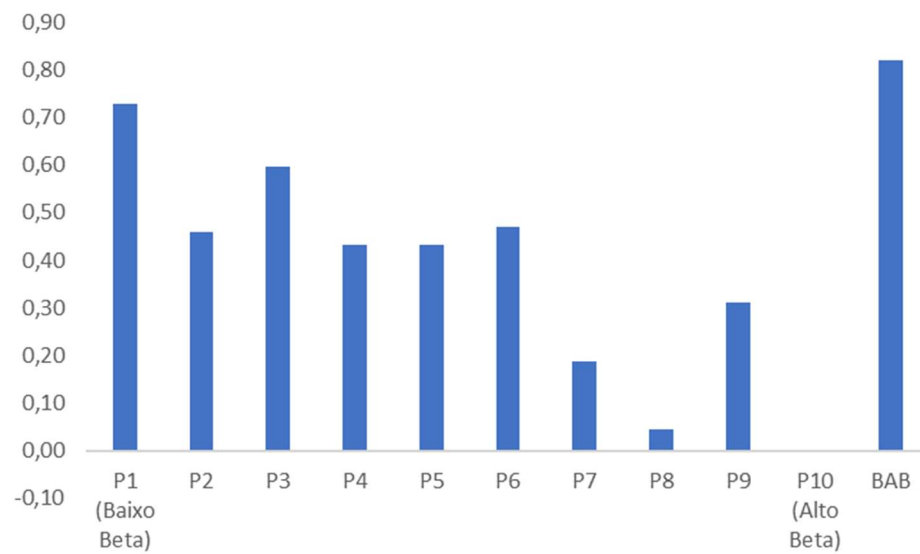
Portfólio	P1 Baixo Beta	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10 Alto Beta	BAB
Excesso de Retorno a.m (%)	1,24	0,83	0,96	0,81	0,81	0,98	0,40	0,09	0,68	0,05	1,65
Alfa: CAPM (%)	<b>1,48</b>	<b>1,12</b>	<b>1,25</b>	<b>1,12</b>	<b>1,19</b>	<b>1,37</b>	<b>0,86</b>	0,58	<b>1,26</b>	0,76	<b>1,55</b>
	(3,77)	(3,04)	(3,28)	(2,99)	(3,1)	(3,57)	(2,22)	(1,71)	(3,13)	(1,77)	(2,93)
Alfa: 3 fatores (%)	<b>1,51</b>	<b>1,15</b>	<b>1,26</b>	<b>1,18</b>	<b>1,18</b>	<b>1,37</b>	<b>0,85</b>	0,57	<b>1,21</b>	0,62	<b>1,66</b>
	(4,05)	(3,47)	(3,8)	(3,89)	(3,82)	(4,25)	(2,45)	(1,98)	(3,5)	(1,77)	(3,2)
Alfa: 4 fatores (%)	<b>1,44</b>	<b>0,94</b>	<b>1,26</b>	<b>1,11</b>	<b>1,25</b>	<b>1,40</b>	<b>0,82</b>	0,58	<b>1,49</b>	<b>1,01</b>	<b>1,22</b>
	(3,74)	(2,8)	(3,68)	(3,54)	(3,91)	(4,19)	(2,3)	(1,95)	(4,3)	(2,94)	(2,35)
Alfa: 5 fatores (%)	<b>1,42</b>	<b>0,98</b>	<b>1,26</b>	<b>1,13</b>	<b>1,27</b>	<b>1,41</b>	<b>0,82</b>	<b>0,59</b>	<b>1,49</b>	<b>1,00</b>	<b>1,25</b>
	(3,69)	(2,96)	(3,66)	(3,62)	(4,02)	(4,24)	(2,29)	(1,98)	(4,3)	(2,91)	(2,4)
Beta Ex Ante	0,43	0,53	0,58	0,62	0,67	0,71	0,77	0,83	0,90	1,05	0,00
Beta Ex Post: CAPM	0,43	0,53	0,52	0,57	0,70	0,70	0,83	0,89	1,05	1,28	-0,18
Beta Ex Post: 3 fatores	0,39	0,48	0,46	0,51	0,62	0,63	0,76	0,83	0,96	1,16	-0,18
Beta Ex Post: 4 fatores	0,41	0,53	0,46	0,53	0,60	0,63	0,77	0,82	0,89	1,06	-0,07
Beta Ex Post: 5 fatores	0,39	0,59	0,46	0,57	0,64	0,65	0,77	0,84	0,90	1,05	-0,03
Volatilidade a.a	20,49	20,66	21,08	21,37	23,40	23,50	25,37	24,88	29,42	34,09	24,92
Índice de Sharpe	0,73	0,48	0,55	0,45	0,41	0,50	0,19	0,04	0,28	0,02	0,79

**Tabela 2:** são reportados os retornos médios em excesso ao mês de cada carteira, os alfas e betas calculados tendo como variáveis explicativas os retornos da carteira de mercado, SMB e HML (3 fatores), WML (4 fatores) e IML (5 fatores), o desvio padrão ao ano de cada carteira e o correspondente índice de Sharpe. As estatísticas t foram reportadas em itálico abaixo dos alfas e, os alfas com significância estatística de 5%, são reportadas em negrito e azul. A carteira de mercado utilizada foi a Ibovespa.

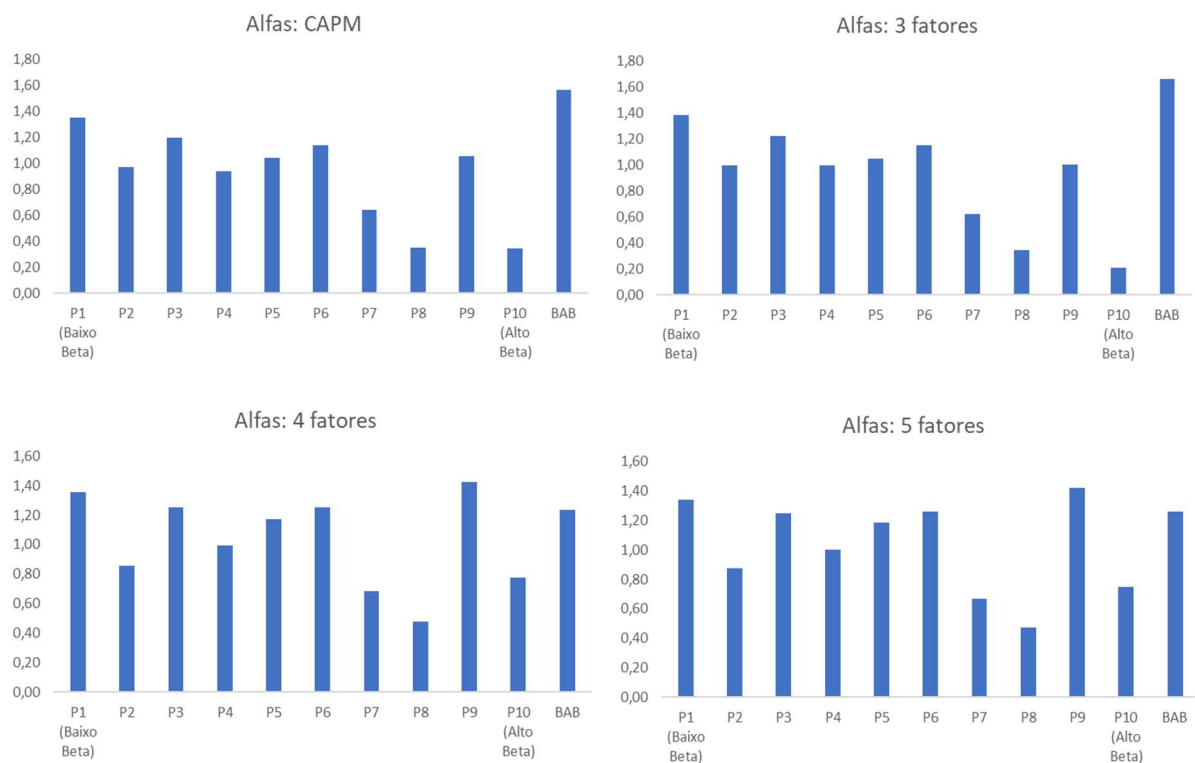
As figuras 4 e 5 abaixo mostram o efeito de decaimento do índice de Sharpe com o aumento do beta. As figuras 6 e 7 evidenciam a tendência do decaimento dos alfas com o aumento do beta. Todas as figuras foram construídas com os dados que se encontram nas tabelas 1 e 2.



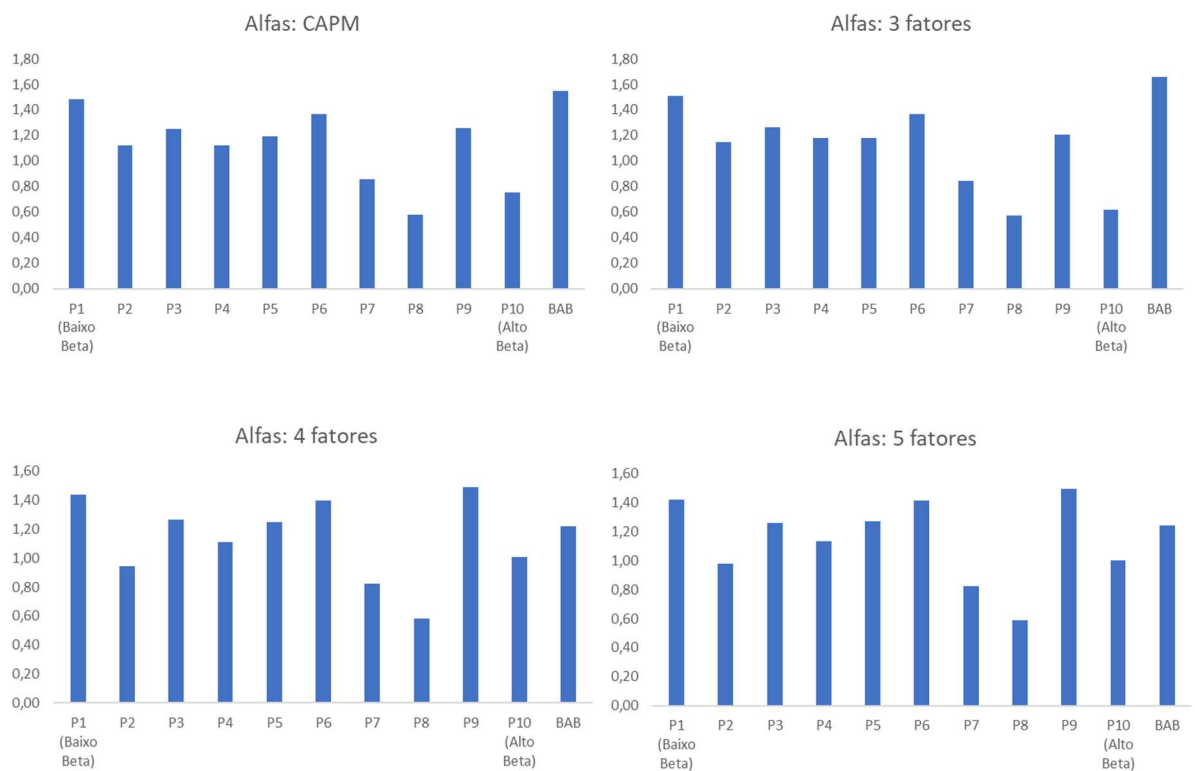
**Figura 4:** Índice de Sharpe para os portfólios ranqueados pelos respectivos betas e para a carteira BAB. Carteira de mercado Nefin.



**Figura 5:** Índice de Sharpe dos portfólios ranqueados pelos respectivos betas ex ante da carteira BAB. Carteira de mercado Ibovespa.



**Figura 6:** alfa, dos portfólios P1 à P1 e BAB, calculados respectivamente com os modelos de 2, 3, 4 e 5 fatores. Carteira de mercado Nefin.



**Figura 7:** alfa, dos portfólios P1 à P1 e BAB, calculados respectivamente com os modelos de 2, 3, 4 e 5 fatores. Carteira de mercado Ibovespa.

A coluna da direita de cada tabela mostra os resultados para as carteiras BAB. De acordo com o esperado, estas carteiras entregaram alfa positivo em todas as regressões (CAPM, 3, 4 e 5 fatores) e para ambas carteiras de mercado. Os alfas das carteiras BAB estimados com o CAPM e com o modelo de 3 fatores foram os maiores entre as carteiras construídas, o que não aconteceu com os alfas estimados com os modelos de 4 e 5 fatores. Nestes casos, eles tiveram valores menores que os de alguns portfólios, como, por exemplo, os P1, P3, P6 e P9 (4 fatores, carteira de mercado Nefin), P1 e P9 (5 fatores, carteira de mercado Nefin), P1, P3, P5, P6 e P9 (4 fatores, carteira do Ibovespa) e P1, P3, P5, P6 e P9 (5 fatores, carteira do Ibovespa).

Outra consideração importante é que, apesar de termos adotado uma simplificação do método proposto por Vasicek (1973) para corrigir o valor dos betas ex ante, o que afeta diretamente o retorno das carteiras BAB, pelo fato de ponderarmos as carteiras de alto e baixo betas respectivamente pelo beta ex ante de cada uma delas, conseguimos eliminar, em grande parte, o risco ex post que a carteira de mercado poderia causar nelas. Este fato pode ser constatado observando os valores baixos dos betas ex post das carteiras BAB, reportados nas tabelas 1 e 2, para todos os fatores considerados. O menor P-valor encontrado foi de 0,03, para o caso do beta estimado com o CAPM, tendo o Ibovespa como carteira de mercado (beta ex post de -0,18). Porém, quando adicionamos os demais fatores, o que aumentou o R-quadrado ajustado de 0,017, no caso do CAPM, para 0,127, no caso do modelo de 5 fatores, o p-valor chegou a quase 0,1. Isso significa que, neste caso, não conseguimos descartar a hipótese de um beta ex post igual a zero ao nível de praticamente 10%. Apesar de estatisticamente diferente de zero, os betas ex post das carteiras BAB tiveram valores pequenos. Outra medida que indica a baixa exposição linear do retorno das carteiras BAB ao retorno das carteiras de mercado é a correlação entre eles. Esta foi de 15% entre os retornos da carteira BAB e os do Ibovespa, e de 0,44% entre os retornos carteira BAB e os da carteira de mercado Nefin.

#### **4.2 Retorno das Ações vs Retorno da Carteira BAB**

Utilizamos as equações 35,36 e 37 para regredir o retorno em excesso dos portfólios P1 a P10, tendo como variáveis explicativas os fatores de mercado, SMB, HML, WML, IML e o retorno das carteiras BAB. As tabelas 3 e 4 abaixo mostram o resultado das regressões.



	P1 Baixo Beta	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10 Alto Beta
Intersecção (%): Mercado + BAB	0,40 (1,56)	0,27 (0,91)	0,43 (1,45)	0,36 (1,07)	0,63 (1,66)	0,71 (1,99)	0,29 (0,77)	0,12 (0,34)	<b>0,99</b> (2,34)	0,50 (1,05)
Intersecção (%): 3 fatores	0,42 (1,71)	0,35 (1,29)	<b>0,52</b> (2,03)	<b>0,55</b> (1,98)	<b>0,79</b> (2,61)	<b>0,85</b> (2,85)	0,38 (1,14)	0,25 (0,83)	<b>1,11</b> (3,15)	0,56 (1,54)
Intersecção (%): 4 fatores	<b>0,60</b> (2,46)	0,37 (1,33)	<b>0,69</b> (2,73)	<b>0,64</b> (2,26)	<b>0,94</b> (3,12)	<b>1,00</b> (3,31)	0,48 (1,41)	0,37 (1,25)	<b>1,43</b> (4,21)	<b>0,95</b> (2,76)
Intersecção (%): 5 fatores	<b>0,56</b> (2,36)	0,38 (1,37)	<b>0,67</b> (2,65)	<b>0,64</b> (2,25)	<b>0,95</b> (3,14)	<b>1,00</b> (3,3)	0,46 (1,34)	0,36 (1,21)	<b>1,42</b> (4,17)	<b>0,91</b> (2,67)
Coefficiente BAB: CAPM + BAB	<b>0,61</b> (16,05)	<b>0,45</b> (10,27)	<b>0,49</b> (11,24)	<b>0,37</b> (7,47)	<b>0,26</b> (4,78)	<b>0,27</b> (5,21)	<b>0,22</b> (3,98)	<b>0,15</b> (2,91)	0,04 (0,63)	-0,10 (-1,44)
Coefficiente BAB: 3 fatores + BAB	<b>0,58</b> (15,29)	<b>0,39</b> (9,44)	<b>0,42</b> (10,77)	<b>0,27</b> (6,36)	<b>0,16</b> (3,42)	<b>0,18</b> (3,94)	<b>0,14</b> (2,81)	0,06 (1,34)	-0,06 (-1,2)	<b>-0,21</b> (-3,86)
Coefficiente BAB: 4 fatores + BAB	<b>0,61</b> (16,22)	<b>0,39</b> (9,21)	<b>0,45</b> (11,58)	<b>0,29</b> (6,58)	<b>0,19</b> (4,01)	<b>0,21</b> (4,47)	<b>0,16</b> (3,09)	0,08 (1,84)	0,00 (-0,06)	<b>-0,14</b> (-2,65)
Coefficiente BAB: 5 fatores + BAB	<b>0,62</b> (17,11)	<b>0,39</b> (9,07)	<b>0,46</b> (11,74)	<b>0,29</b> (-6,53)	<b>0,18</b> (3,93)	<b>0,21</b> (4,41)	<b>0,17</b> (3,23)	0,09 (1,9)	0,00 (0)	<b>-0,13</b> (-2,43)
Beta: Mercado + BAB	0,47	0,65	0,60	0,65	0,77	0,84	0,94	0,99	1,14	1,37
Beta: 3 fatores + BAB	0,44	0,61	0,56	0,60	0,70	0,78	0,88	0,93	1,06	1,26
Beta: 4 fatores + BAB	0,40	0,60	0,51	0,58	0,66	0,74	0,85	0,90	0,98	1,16
Beta: 5 fatores + BAB	0,35	0,62	0,49	0,58	0,67	0,74	0,82	0,89	0,97	1,11
R <sup>2</sup> ajustado: Mercado + BAB	0,67	0,59	0,59	0,49	0,46	0,53	0,54	0,60	0,56	0,60
R <sup>2</sup> ajustado: 3 fatores + BAB	0,70	0,66	0,70	0,66	0,66	0,68	0,65	0,72	0,71	0,77
R <sup>2</sup> ajustado: 4 fatores + BAB	0,72	0,66	0,71	0,66	0,68	0,68	0,65	0,73	0,74	0,80
R <sup>2</sup> ajustado: 5 fatores + BAB	0,74	0,66	0,72	0,66	0,67	0,68	0,65	0,73	0,74	0,81

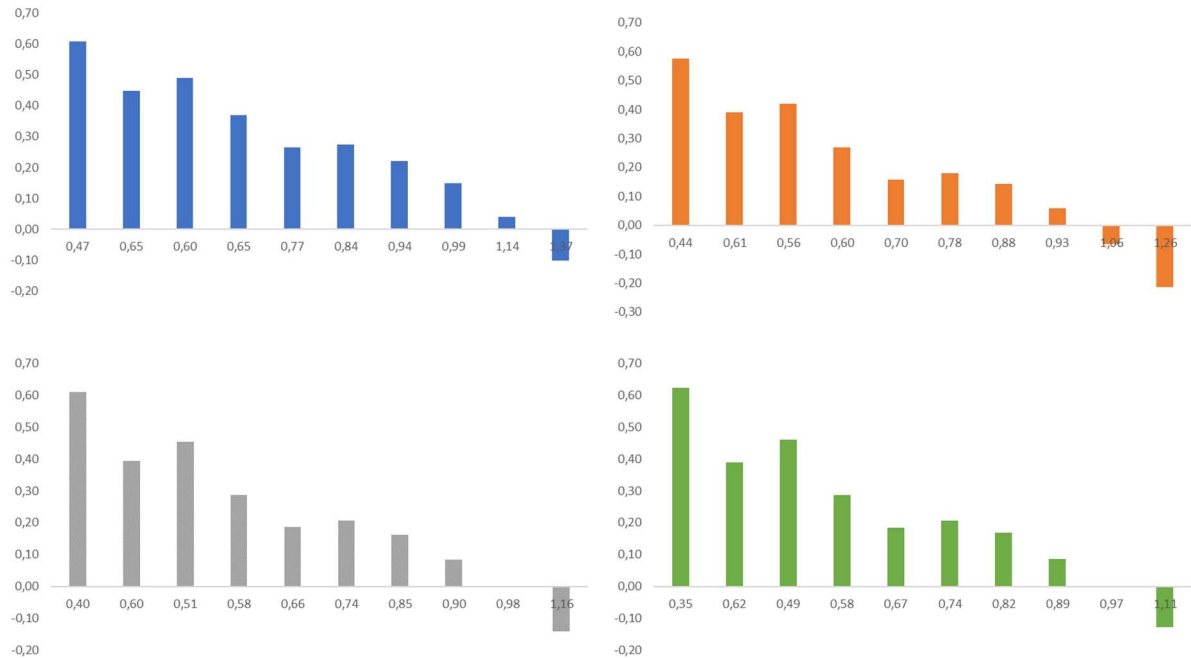
**Tabela 3:** são reportados a intersecção, coeficiente do retorno da carteira BAB, os betas e o R-quadrado ajustado das regressões realizadas com as equações 35, 36 e 37. Estatísticas t reportadas abaixo das intersecções e coeficientes da carteira BAB. Os valores estimados das intersecções e coeficientes da carteira BAB, com significância estatística de 5%, foram reportados em negrito e azul. Carteira de mercado Nefin.

	P1 Baixo Beta	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10 Alto Beta
Intersecção (%): Mercado + BAB	<b>0,60</b> (2,32)	0,48 (1,57)	0,55 (1,8)	0,60 (1,76)	<b>0,81</b> (2,19)	<b>0,97</b> (2,63)	0,52 (1,38)	0,35 (1,04)	<b>1,18</b> (2,88)	<b>0,91</b> (2,1)
Intersecção (%): 3 fatores	<b>0,61</b> (2,41)	0,54 (1,92)	<b>0,60</b> (2,24)	<b>0,75</b> (2,68)	<b>0,91</b> (2,97)	<b>1,06</b> (3,35)	0,59 (1,7)	0,44 (1,5)	<b>1,26</b> (3,53)	<b>0,92</b> (2,62)
Intersecção (%): 4 fatores	<b>0,74</b> (2,95)	0,50 (1,76)	<b>0,75</b> (2,78)	<b>0,79</b> (2,74)	<b>1,02</b> (3,3)	<b>1,15</b> (3,57)	0,63 (1,77)	0,48 (1,58)	<b>1,48</b> (4,18)	<b>1,17</b> (3,41)
Intersecção (%): 5 fatores	<b>0,70</b> (2,85)	0,54 (1,92)	<b>0,73</b> (2,71)	<b>0,81</b> (2,81)	<b>1,05</b> (3,41)	<b>1,17</b> (3,61)	0,62 (1,74)	0,49 (1,61)	<b>1,48</b> (4,17)	<b>1,16</b> (3,38)
Coefficiente BAB: CAPM + BAB	<b>0,57</b> (15,99)	<b>0,42</b> (10,01)	<b>0,45</b> (10,82)	<b>0,34</b> (7,36)	<b>0,24</b> (4,76)	<b>0,26</b> (5,12)	<b>0,21</b> (4,13)	<b>0,15</b> (3,14)	0,05 (0,82)	-0,10 (-1,69)
Coefficiente BAB: 3 fatores + BAB	<b>0,54</b> (15,42)	<b>0,37</b> (9,4)	<b>0,40</b> (10,57)	<b>0,26</b> (6,54)	<b>0,16</b> (3,77)	<b>0,18</b> (4,16)	<b>0,15</b> (3,19)	0,08 (1,92)	-0,03 (-0,57)	<b>-0,18</b> (-3,62)
Coefficiente BAB: 4 fatores + BAB	<b>0,57</b> (15,93)	<b>0,36</b> (8,93)	<b>0,42</b> (11,13)	<b>0,26</b> (6,48)	<b>0,18</b> (4,16)	<b>0,20</b> (4,39)	<b>0,16</b> (3,22)	<b>0,09</b> (2,01)	0,01 (0,24)	<b>-0,13</b> (-2,67)
Coefficiente BAB: 5 fatores + BAB	<b>0,58</b> (16,49)	<b>0,35</b> (8,8)	<b>0,43</b> (11,2)	<b>0,26</b> (6,36)	<b>0,18</b> (4,02)	<b>0,20</b> (4,3)	<b>0,16</b> (3,22)	0,08 (1,95)	0,01 (0,23)	<b>-0,13</b> (-2,62)
Beta: Mercado + BAB	0,53	0,60	0,60	0,63	0,74	0,75	0,86	0,91	1,05	1,26
Beta: 3 fatores + BAB	0,49	0,55	0,54	0,56	0,65	0,67	0,79	0,84	0,96	1,13
Beta: 4 fatores + BAB	0,45	0,56	0,49	0,55	0,61	0,64	0,78	0,83	0,89	1,05
Beta: 5 fatores + BAB	0,40	0,60	0,47	0,57	0,65	0,66	0,77	0,84	0,90	1,04
R <sup>2</sup> ajustado: Mercado + BAB	0,67	0,55	0,57	0,48	0,48	0,49	0,54	0,62	0,59	0,66
R <sup>2</sup> ajustado: 3 fatores + BAB	0,69	0,63	0,67	0,65	0,65	0,63	0,62	0,72	0,70	0,79
R <sup>2</sup> ajustado: 4 fatores + BAB	0,70	0,63	0,68	0,65	0,66	0,63	0,62	0,72	0,72	0,80
R <sup>2</sup> ajustado: 5 fatores + BAB	0,72	0,64	0,68	0,65	0,66	0,63	0,62	0,71	0,72	0,80

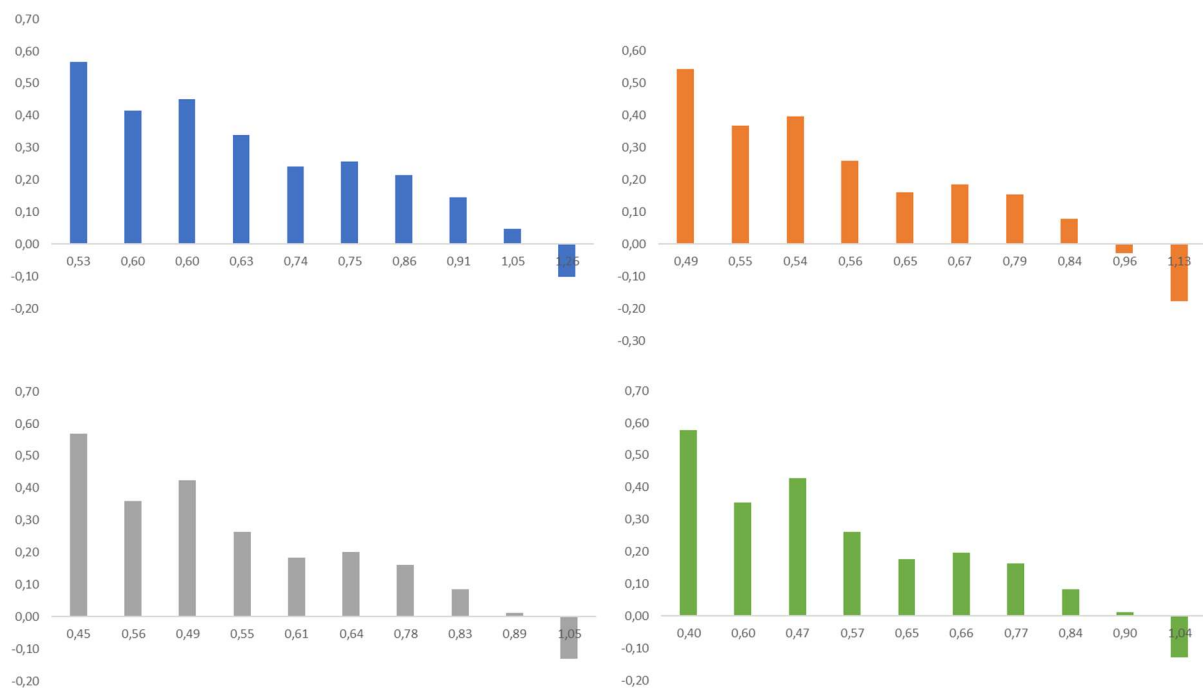
**Tabela 4:** são reportados a intersecção, coeficiente do retorno da carteira BAB, os betas e o R-quadrado ajustado das regressões realizadas com as equações 35, 36 e 37. Estatísticas t reportadas abaixo das intersecções e coeficientes da carteira BAB. Os valores estimados das intersecções e coeficientes da carteira BAB, com significância estatística de 5%, foram reportados em negrito e azul. Carteira de mercado Ibovespa.

Como previsto pela equação 26, quanto maior o beta, menor o coeficiente da carteira BAB. Este resultado foi observado tanto nas regressões utilizando a carteira de mercado Nefin,

quanto nas utilizando o Ibovespa. O mesmo ocorrendo com as regressões utilizando os demais fatores como variáveis explicativas. As figuras 8 e 9 abaixo foram construídas para facilitar a visualização deste efeito.



**Figura 8:** coeficientes das carteiras BAB vs Beta dos portfólios P1 à P10. Na figura azul, estas variáveis foram estimadas com os fatores de mercado e BAB. Na alaranjada, mercado, BAB, SMB e HML. Na cinza, mercado, BAB, SMB, HML e WML e na verde, mercado, BAB, SMB, HML, WML e IML. Carteira de mercado Nefin.



**Figura 9:** coeficientes das carteiras BAB vs Beta dos portfólios P1 à P10. Na figura azul, estas variáveis foram estimadas com os fatores de mercado e BAB. Na alaranjada, mercado, BAB, SMB e HML. Na cinza, mercado, BAB, SMB, HML e WML e na verde, mercado, BAB, SMB, HML, WML e IML. Carteira de mercado Ibovespa.

Pela equação 26, esperaríamos que as intersecções ( $\hat{C}_t^i$ ), que aparecem nas equações 35, 36 e 37, fossem zero, ou seja, que não conseguíssemos descartar a hipótese desta variável ser nula. Na tabela 3, nota-se que, nas regressões tendo apenas o fator de mercado e o BAB como variáveis explicativas, a maior parte das carteiras tiveram intersecção nula, ao nível de 5%. De fato, apenas a intersecção encontrada para o portfólio P9 não pode ter a hipótese nula descartada. Já na tabela 4, a intersecção de 5 entre as 10 carteiras não pode ter a hipótese nula descartada no nível de 5% para as regressões utilizando apenas o fator de mercado e BAB como variáveis explicativas. Tanto na tabela 3, quanto na 4, nota-se que, quando adicionamos os demais fatores, além de aumentarmos o R-quadrado ajustado das regressões, mais carteiras aparecem com intersecção estatisticamente diferente de zero, ao nível de 5%. A explicação para isto pode estar no fato de a equação 21, e portando a 22, utilizadas para deduzir a 26, estarem baseadas em esperança condicional.

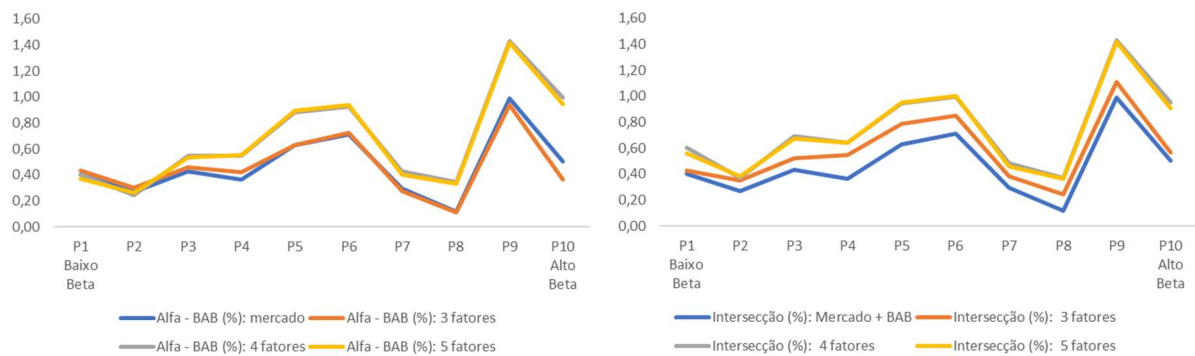
Um fato interessante a ser notado é que, como visto nas tabelas 1 e 2 e nas figuras 5 e 6, a previsão de que o alfa é menor quanto maior for o beta não é tão evidente, principalmente quando estimados com os modelos de 4 e 5 fatores (via equações 33 e 34). Mas, quando utilizamos os retornos BAB para capturar o impacto do alfa nos retornos dos portfólios P1 a P10, o coeficiente da carteira BAB estimado, com as regressões utilizando as equações 35, 36 e 37, absorveu o efeito esperado de decaimento do alfa com aumento do beta. Para tornar esta afirmação compreensível, as tabelas 5 e 6 abaixo reportam a diferença entre os alfas, reportados nas tabelas 1 e 2, e o impacto das carteiras BAB nos retornos em excesso de cada carteira (coeficiente dos retornos BAB multiplicados pelo retorno médio destas carteiras). Independente da carteira de mercado considerada, e da quantidade de fatores utilizadas nas regressões, nota-se que esta diferença parece aumentar entre os portfólios P1 e P6, caindo entre P6 e P8, voltando a subir entre P8 e P9, e diminuindo novamente entre P9 e P10. As figuras 9 e 10 nos auxiliam com o efeito visual. Este resultado, somado com os observados nas tabelas 3 e 4 e figuras 7 e 8, explicam nossa afirmação de que a carteira BAB capturou o efeito esperado do decaimento do alfa com o aumento do beta. Em suma, os alfas reportados nas tabelas 1 e 2 parecem ser resultado de uma combinação linear dos efeitos das carteiras BAB, sobre cada um dos portfólios P1 a P10, e dos efeitos observados nas tabelas 5 e 6 assim como nas figuras 10 e 11, sendo que estes últimos poluíram o resultado esperado de decaimento do alfa com o aumento do beta observados na figura 1 e 2.

	P1 Baixo Beta	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10 Alto Beta
BAB (%): mercado	0,95	0,70	0,76	0,58	0,41	0,43	0,35	0,23	0,06	-0,16
BAB (%): 3 fatores	0,95	0,70	0,76	0,58	0,41	0,43	0,35	0,23	0,06	-0,16
BAB (%): 4 fatores	0,95	0,61	0,71	0,45	0,29	0,32	0,25	0,13	-0,01	-0,22
BAB (%): 5 fatores	0,98	0,61	0,72	0,45	0,29	0,32	0,26	0,14	0,00	-0,20
Alfa (%): mercado	1,35	0,97	1,19	0,94	1,04	1,14	0,64	0,35	1,05	0,34
Alfa (%): 3 fatores	1,38	1,00	1,22	1,00	1,05	1,15	0,62	0,34	1,00	0,21
Alfa (%): 4 fatores	1,36	0,86	1,25	0,99	1,17	1,25	0,68	0,48	1,42	0,78
Alfa (%): 5 fatores	1,34	0,87	1,25	1,00	1,18	1,26	0,67	0,47	1,42	0,75
Alfa - BAB (%): mercado	0,40	0,27	0,43	0,36	0,63	0,71	0,29	0,12	0,99	0,50
Alfa - BAB (%): 3 fatores	0,43	0,30	0,46	0,42	0,63	0,72	0,27	0,11	0,94	0,37
Alfa - BAB (%): 4 fatores	0,40	0,24	0,55	0,55	0,88	0,93	0,43	0,34	1,43	1,00
Alfa - BAB (%): 5 fatores	0,37	0,26	0,53	0,55	0,90	0,94	0,40	0,33	1,42	0,95
Intersecção (%): Mercado + BAB	0,40	0,27	0,43	0,36	0,63	0,71	0,29	0,12	0,99	0,50
Intersecção (%): 3 fatores	0,42	0,35	0,52	0,55	0,79	0,85	0,38	0,25	1,11	0,56
Intersecção (%): 4 fatores	0,60	0,37	0,69	0,64	0,94	1,00	0,48	0,37	1,43	0,95
Intersecção (%): 5 fatores	0,56	0,38	0,67	0,64	0,95	1,00	0,46	0,36	1,42	0,91

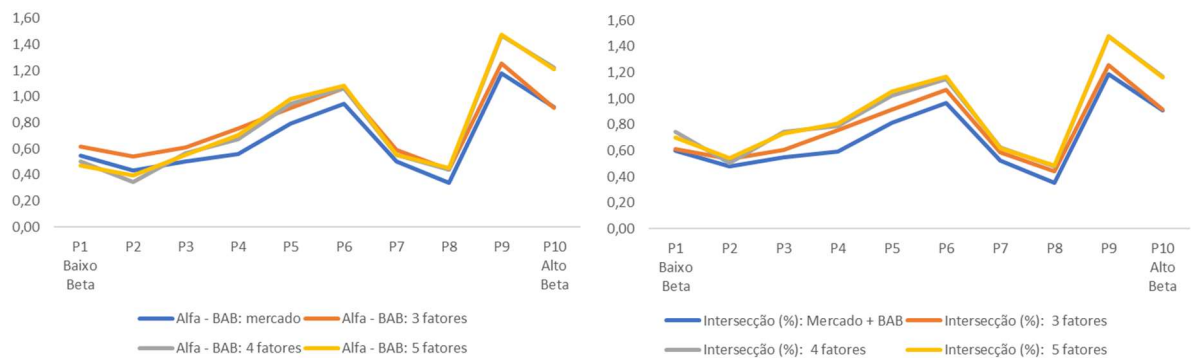
**Tabela 5:** são reportados, respectivamente, os efeitos das carteiras BAB sobre os portfólios P1 à P10, os alfas reportados nas tabelas 1 e 2, a diferença entre estas duas variáveis e a intersecção das regressões realizadas com as equações 35 a 37. Nota-se que os valores estimados das intersecções são muito próximos aos valores da diferença entre os alfas e os efeitos das carteiras BAB sobre os portfólios P1 à P10. Carteira de mercado Nefin.

	P1 Baixo Beta	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10 Alto Beta
BAB (%): mercado	0,93	0,68	0,74	0,56	0,40	0,42	0,35	0,24	0,08	-0,17
BAB (%): 3 fatores	0,90	0,60	0,66	0,43	0,27	0,30	0,26	0,13	-0,05	-0,29
BAB (%): 4 fatores	0,94	0,59	0,70	0,44	0,30	0,33	0,27	0,14	0,02	-0,21
BAB (%): 5 fatores	0,95	0,58	0,71	0,43	0,29	0,33	0,27	0,14	0,02	-0,21
Alfa (%): mercado	1,48	1,12	1,25	1,12	1,19	1,37	0,86	0,58	1,26	0,76
Alfa (%): 3 fatores	1,51	1,15	1,26	1,18	1,18	1,37	0,85	0,57	1,21	0,62
Alfa (%): 4 fatores	1,44	0,94	1,26	1,11	1,25	1,40	0,82	0,58	1,49	1,01
Alfa (%): 5 fatores	1,42	0,98	1,26	1,13	1,27	1,41	0,82	0,59	1,49	1,00
Alfa - BAB: mercado	0,55	0,44	0,51	0,56	0,79	0,94	0,50	0,34	1,18	0,92
Alfa - BAB: 3 fatores	0,62	0,54	0,61	0,76	0,91	1,07	0,59	0,44	1,26	0,91
Alfa - BAB: 4 fatores	0,50	0,35	0,57	0,68	0,95	1,07	0,56	0,44	1,47	1,22
Alfa - BAB: 5 fatores	0,47	0,40	0,56	0,70	0,98	1,09	0,55	0,45	1,47	1,21
Intersecção (%): Mercado + BAB	0,60	0,48	0,55	0,60	0,81	0,97	0,52	0,35	1,18	0,91
Intersecção (%): 3 fatores	0,61	0,54	0,60	0,75	0,91	1,06	0,59	0,44	1,26	0,92
Intersecção (%): 4 fatores	0,74	0,50	0,75	0,79	1,02	1,15	0,63	0,48	1,48	1,17
Intersecção (%): 5 fatores	0,70	0,54	0,73	0,81	1,05	1,17	0,62	0,49	1,48	1,16

**Tabela 6:** são reportados, respectivamente, os efeitos das carteiras BAB sobre os portfólios P1 à P10, os alfas reportados nas tabelas 1 e 2, a diferença entre estas duas variáveis e a intersecção das regressões realizadas com as equações 35 a 37. Nota-se que os valores estimados das intersecções são muito próximos aos valores da diferença entre os alfas e os efeitos das carteiras BAB sobre os portfólios P1 à P10. Carteira de mercado Ibovespa.



**Figura 10:** diferença entre os alfas, reportados nas tabelas 1 e 2, e os efeitos das carteiras BAB sobre os portfólios P1 à P10 (valor médio dos retornos da carteira BAB multiplicado pelo coeficiente estimado com as equações 35 a 37). Carteira de mercado Nefin.



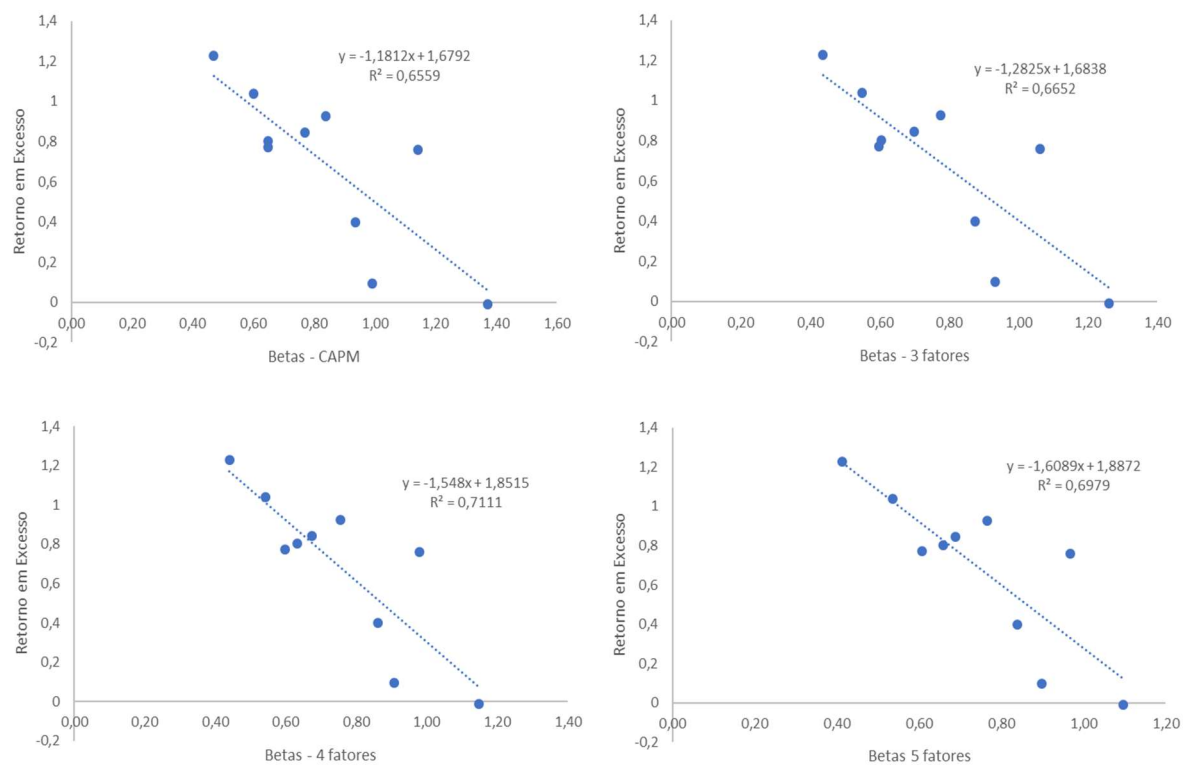
**Figura 11:** diferença entre os alfas, reportados nas tabelas 1 e 2, e os efeitos das carteiras BAB sobre os portfólios P1 à P10 (valor médio dos retornos da carteira BAB multiplicado pelo coeficiente estimado com as equações 35 a 37). Carteira de mercado Ibovespa.

### 4.3 Relação Linear

As figuras e tabelas abaixo indicam uma relação linear entre o excesso de retorno e o beta. Mas, diferente do esperado pelo CAPM, observa-se uma relação negativa entre o beta e o retorno esperado das carteiras, o que está de acordo com o que já foi dito anteriormente e que é previsto pela equação 15, uma SML menos inclinada que a prevista pelo CAPM. Outro ponto notável é que, em todos os casos, o valor da intersecção é maior que o excesso de retorno do mercado. Os retornos em excesso das carteiras de mercado no período foram negativos. Como o intercepto é positivo, pela equação 11, esperaríamos um coeficiente negativo, o que ocorreu em todos os casos, porém, com valor, em módulo, maior que o da intersecção, o que não ocorreu em nenhum dos casos.

	CAPM	3 fatores	4 fatores	5 fatores
<b>Intersecção</b>	1,68 (6,3)	1,68 (6,41)	1,85 (6,79)	1,89 (6,52)
<b>Inclinação</b>	-1,18 (-3,9)	-1,28 (-3,98)	-1,55 (-4,43)	-1,61 (-4,29)

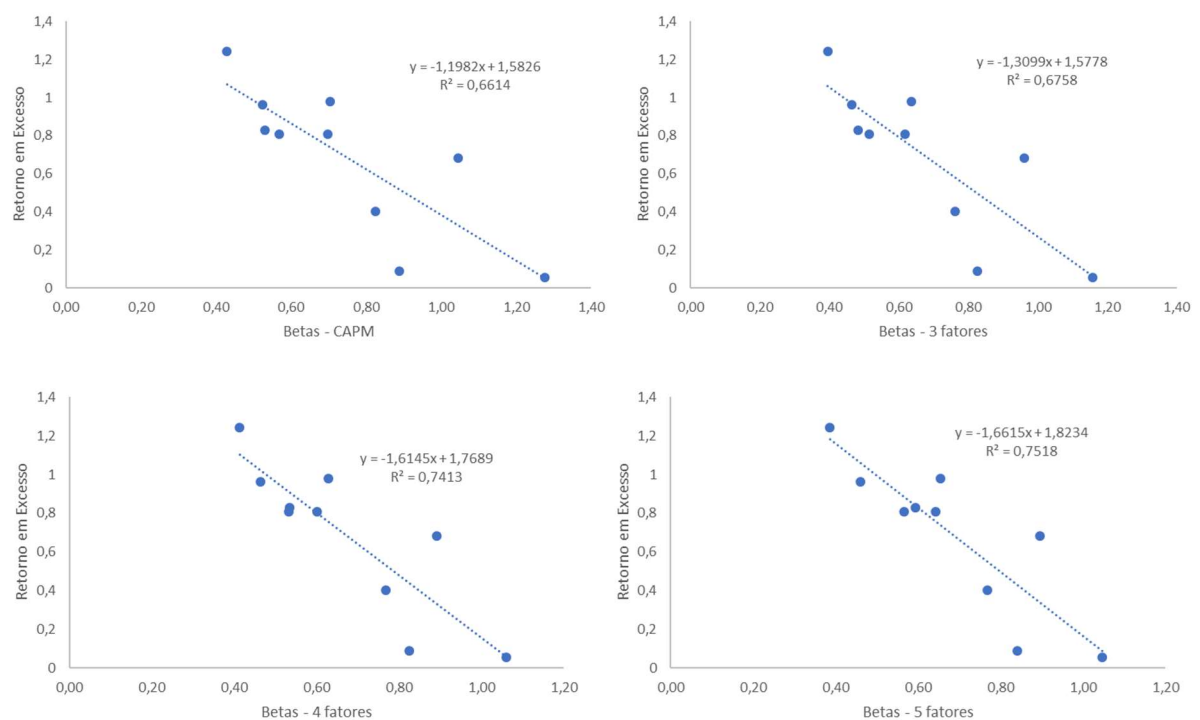
**Tabela 7:** Resultado das regressões em corte transversal. A variável explicativa é o beta, cujos valores foram estimados nas regressões em séries temporais, e a variável explicada é o retorno das carteiras (P1 a P10). Tanto os betas quanto os retornos foram reportados na tabela 1. Estatísticas t reportadas abaixo de cada variável. A hipótese nula pode ser descartada ao nível de 1% em todos os casos. Carteira de mercado Nefin.



**Figura 12:** Resultado das regressões em corte transversal. A variável explicativa é o beta, cujos valores foram estimados nas regressões em séries temporais, e a variável explicada é o retorno das carteiras (P1 a P10). Tanto os betas quanto os retornos foram reportados na tabela 1. Carteira de mercado Nefin.

	CAPM	3 fatores	4 fatores	5 fatores
<b>Intersecção</b>	1,58 (6,61)	1,58 (6,83)	1,77 (7,49)	1,82 (7,59)
<b>Inclinação</b>	-1,20 (-3,95)	-1,31 (-4,08)	-1,61 (-4,78)	-1,66 (-4,92)

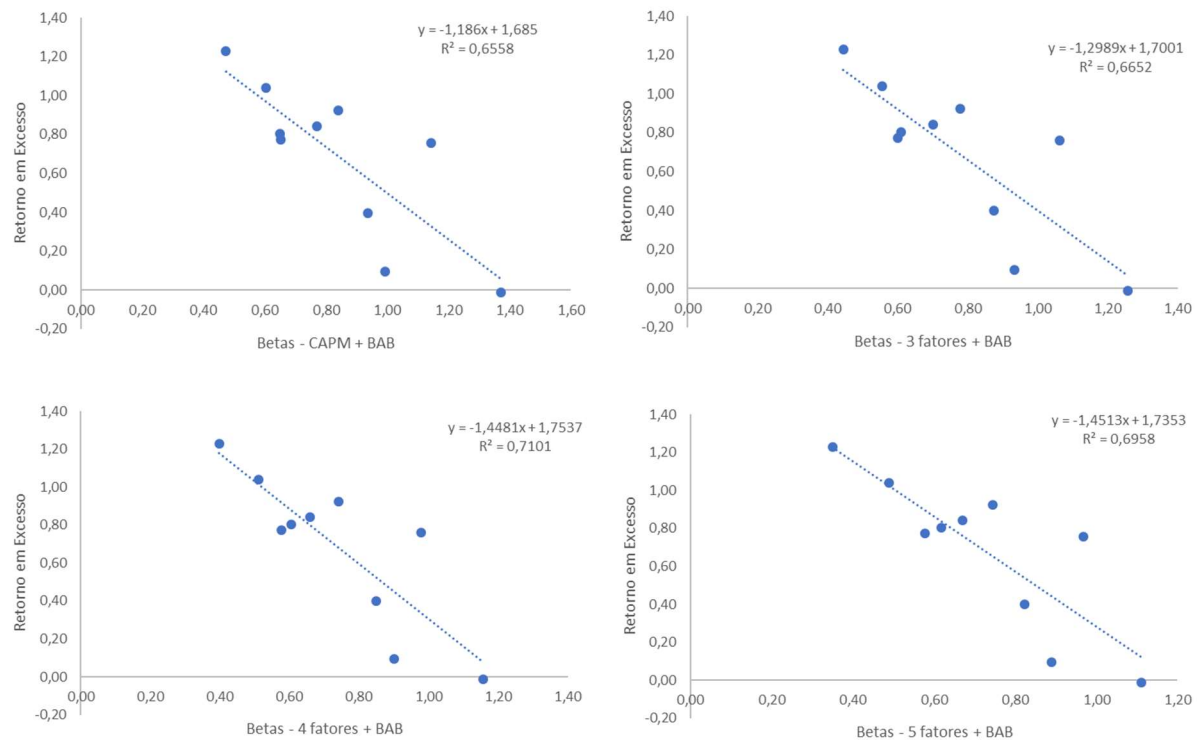
**Tabela 8:** Resultado das regressões em corte transversal. A variável explicativa é o beta, cujos valores foram estimados nas regressões em séries temporais, e a variável explicada é o retorno das carteiras (P1 a P10). Tanto os betas quanto os retornos foram reportados na tabela 2. Estatísticas t reportadas abaixo de cada variável. A hipótese nula pode ser descartada ao nível de 1% em todos os casos. Carteira de mercado Ibovespa.



**Figura 13:** Resultado das regressões em corte transversal. A variável explicativa é o beta, cujos valores foram estimados nas regressões em séries temporais, e a variável explicada é o retorno das carteiras (P1 a P10). Tanto os betas quanto os retornos foram reportados na tabela 2. Carteira de mercado Ibovespa.

	CAPM + BAB	3 fatores + BAB	4 fatores + BAB	5 fatores + BAB
<b>Intersecção</b>	1,68 (6,28)	1,70 (6,38)	1,75 (6,95)	1,74 (6,76)
<b>Inclinação</b>	-1,19 (-3,9)	-1,30 (-3,98)	-1,45 (-4,42)	-1,45 (-4,27)

**Tabela 9:** Resultado das regressões em corte transversal. A variável explicativa é o beta, cujos valores foram estimados nas regressões em séries temporais, e a variável explicada é o retorno das carteiras (P1 a P10). Os betas foram reportados na tabela 3. Estatísticas t reportadas abaixo de cada variável. A hipótese nula pode ser descartada ao nível de 1% em todos os casos. Carteira de mercado Nefin

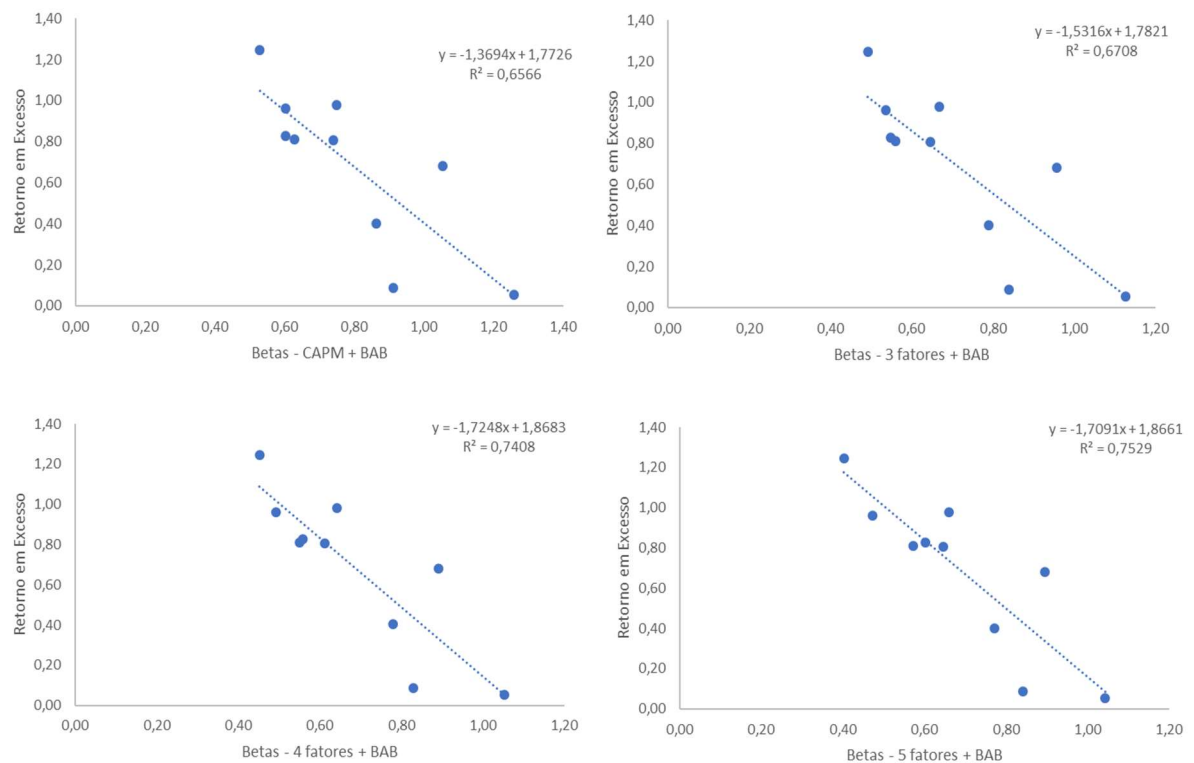


**Figura 14:** Resultado das regressões em corte transversal. A variável explicativa é o beta, cujos valores foram estimados nas regressões em séries temporais, e a variável explicada é o retorno das carteiras (P1 a P10). Os betas quanto os retornos foram reportados na tabela 3. Carteira de mercado Nefin.



	CAPM + BAB	3 fatores + BAB	4 fatores + BAB	5 fatores + BAB
<b>Intersecção</b>	1,77 (6,14)	1,78 (6,32)	1,87 (7,29)	1,87 (7,52)
<b>Inclinação</b>	-1,37 (-3,91)	-1,53 (-4,03)	-1,72 (-4,78)	-1,71 (-4,93)

**Tabela 10:** Resultado das regressões em corte transversal. A variável explicativa é o beta, cujos valores foram estimados nas regressões em séries temporais, e a variável explicada é o retorno das carteiras (P1 a P10). Os betas foram reportados na tabela 4. Estatísticas t reportadas abaixo de cada variável. A hipótese nula pode ser descartada ao nível de 1% em todos os casos. Carteira de mercado Ibovespa.



**Figura 15:** Resultado das regressões em corte transversal. A variável explicativa é o beta, cujos valores foram estimados nas regressões em séries temporais, e a variável explicada é o retorno das carteiras (P1 a P10). Os betas quanto os retornos foram reportados na tabela 4. Carteira de mercado Ibovespa.

## 5 Conclusão

Esta dissertação foi focada na verificação de algumas proposições da teoria de Frazzini e Pedersen no mercado acionário brasileiro, principalmente no que diz respeito às propriedades das carteiras BAB, à inclinação da SML e ao retorno por unidade de risco, representada pelo índice de Sharpe.

Foi possível levantar fortes evidências de que a SML do mercado acionário doméstico é menos inclinada que a prevista pelo CAPM, tanto na análise em séries temporais quanto na em corte transversal. Foi verificado também que tanto o alfa como o índice de Sharpe tendem a ser menor quanto maior for o beta, o que está de acordo com a teoria de Frazzini e Pedersen. Este fenômeno ficou ainda mais evidente nas regressões utilizando as carteiras BAB como variável explicativa, o que foi um diferencial deste trabalho representado pela equação 23.

As carteiras BAB construídas tiveram desempenho superior às demais, tanto em relação ao retorno médio em excesso do período, quanto em relação ao retorno por unidade de risco e ao retorno em excesso acumulado no período<sup>4</sup>.

Como sugestão de continuidade deste estudo, sugerimos utilizar as carteiras BAB como variável explicativa nos mercados internacionais, inclusive nos já estudados por Frazzini e Pedersen, e verificar se a hipótese nula para a intersecção não pode ser descartada. Caso isto também seja verificado empiricamente em outros mercados, como foi no brasileiro, esta possível evidência pode dar luz ao estudo de um potencial fator adicional para explicar o retorno esperado dos ativos. Sugerimos também alguns testes adicionais para dar mais robustez aos resultados desta dissertação, como por exemplo, variar o período de rebalanceamento da carteira, variar a quantidade de breakpoints, neste estudo foram 10, verificar se a legislação relativa à alocação de capital de crédito e mercado geram efeitos sobre a rentabilidade das carteiras BAB e verificar as propriedades das carteiras BAB em subperíodos.

---

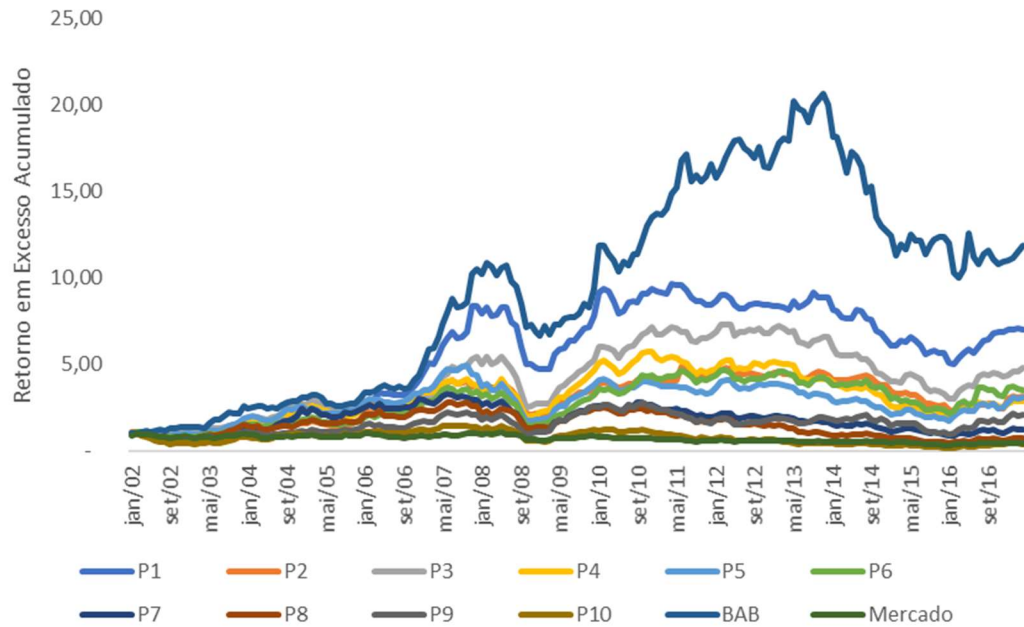
<sup>4</sup> Vide figuras 16 e 17 em Anexos

## Referências

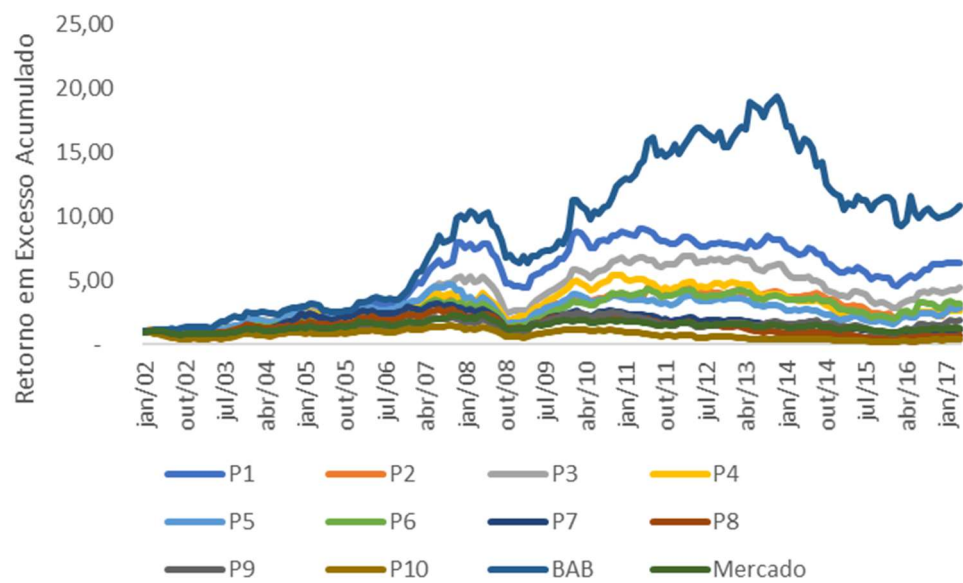
- BLACK, F., 1972. *Capital market equilibrium with restricted borrowing*. Journal of Business. 45 (3), 444-455.
- BLACK, F., JENSEN, M.C., SCHOLES, M., 1972. *The capital asset pricing model: some empirical tests*. In: JENSEN, M.C. (Ed.), Studies in the Theory of Capital Markets, Praeger, New York, NY, pp. 79-121.
- CARHART, M., 1997. *On persistence in mutual fund performance*. Journal of Finance. 52, 57-82.
- FAMA, E.F., FRENCH, K.R., 1992. *The crosssection of expected stock returns*. Journal of Finance. 47 (2), 427-465.
- FAMA, E.F., FRENCH, K.R., 1993. *Common risk factors in the returns on stocks and bonds*. Journal of Financial Economics. 33, 3-56.
- FRAZZINI, A., PEDERSEN, L.H., 2013. *Betting against beta*. Journal of Financial Economics. 111 (1), 1-25.
- JENSEN, M.C., *The Performance of Mutual Funds in the Period 1945-1964*, Journal of Finance 23, 1968, pp. 389-416.
- MERTON, R., 1980. *On estimating the expected return on the market: an exploratory investigation*. Journal of Financial Economics. 104 (2), 228-250.
- PASTOR, L., STAMBAUGH, R., 2003. *Liquidity risk and expected stock returns*. Journal of Political Economy. 111, 642-685.
- VASICEK, O.A., 1973. *A note on using crosssectional information in Bayesian estimation on security beta's*. Journal of Finance. 28 (5), 1233-1239.
- WHITE, H. 1980. *A Heteroskedasticity-Consistent Covariance Matrix Estimator and a Direct Test for Heteroskedasticity*. Econometrica 48 (4), 817- 838.

NEWKEY, W.K, WEST, K.D, *A Simple, Positive Semi-Definite, Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix*. *Econometrica* 55 (3), 703- 708.

## Anexos



**Figura 16:** retorno em excesso acumulado das carteiras. Carteira de mercado Nefin



**Figura 17:** retorno acumulado das carteiras. Carteira de mercado Ibovespa

Ano	Quantidade
2002	14
2003	14
2004	16
2005	17
2006	17
2007	23
2008	31
2009	29
2010	29
2011	29
2012	29
2013	28
2014	28
2015	27
2016	25

**Tabela 11:** quantidade média de ações por carteira por ano