

**FUNDAÇÃO GETULIO VARGAS  
ESCOLA DE ADMINISTRAÇÃO DE EMPRESAS DE SÃO PAULO**

**Euclides Pedrozo Jr.**

**ESTIMAÇÃO DAS ELASTICIDADES DA DEMANDA POR  
ENERGIA ELÉTRICA E ALIMENTOS NO BRASIL:  
Uma análise a partir do Modelo Flórida**

**SÃO PAULO  
2004**

**ESTIMAÇÃO DAS ELASTICIDADES DA DEMANDA POR  
ENERGIA ELÉTRICA E ALIMENTOS NO BRASIL:  
Uma análise a partir do Modelo Flórida**

Banca examinadora:

Profa. Dr.. Fernando de Holanda Barbosa

Prof. Dr. Paulo Furquim

Prof. Dr. Fernando Garcia (orientador)

**FUNDAÇÃO GETULIO VARGAS  
ESCOLA DE ADMINISTRAÇÃO DE EMPRESAS DE SÃO PAULO**

**Euclides Pedrozo Jr.**

**ESTIMAÇÃO DAS ELASTICIDADES DA DEMANDA POR  
ENERGIA ELÉTRICA E ALIMENTOS NO BRASIL:  
Uma análise a partir do Modelo Flórida**

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação da FGV/EAESP, como requisito para a obtenção do título de mestre em Economia de Empresas

Área de Concentração: Economia

Orientador: Prof. Fernando Garcia

**SÃO PAULO  
2004**

# Agradecimentos

Quero agradecer a todos os professores do curso de Mestrado em Economia de Empresas pelos ensinamentos: Arthur Barrionuevo Filho, Francisco Humberto Vignoli, Gesner José de Oliveira Filho, Jolanda Baptista, Luiz Antônio de Oliveira Lima, Marcos Fernandes G. da Silva, Maria Carolina da S. Leme e Verônica Inês Fernandez Orellano.

Aos colegas e amigos de trabalho que me incentivaram e apoiaram no decorrer do mestrado e na elaboração da dissertação: André Michelin, Ana Maria Castelo, José Ricardo Santana, Jorge Oliveira Pires, Lígia Maria de Vasconcellos, Maria Antonieta Del Tedesco Lins, Rogério César de Souza, Sérgio Goldbaum, Sérgio Bandeira e todos os funcionários da GVCConsult.

Aos colegas de doutorado e mestrado, com quem o convívio, estímulo, amizade e discussões foram sempre bastante produtivos: Alexandre Messa, Fernanda Brollo e Luiz Rogério de Camargos.

Ao CNPq, provedor de recursos para esse projeto.

Um reconhecimento especial eu devo ao orientador desta tese, professor Fernando Garcia, que desde quando o conheci, em 1996, me incentiva nos caminhos sinuosos do mundo acadêmico e me vem me proporcionando todos os atributos para encarar esses desafios.

Por fim, agradeço aos meus pais, Euclides Pedrozo e Aparecida Cezarino Pedrozo pela paciência, ajuda, orações e incentivo que me passaram (e continuarão passando, aposto) durante todos esses meses de trabalho árduo de consecução do mestrado.

# Sumário

<b>Apresentação</b>	<b>1</b>
<b>Capítulo 1. Fundamentos da Teoria do Consumidor</b>	<b>3</b>
1.1 Fundamentos Econômicos da Teoria da Demanda	3
1.1.1 As Hipóteses da Preferência do Consumidor	3
1.1.2 O Problema da Escolha do Consumidor	6
1.1.3 Função de Utilidade Indireta, Função de Gasto e Dualidade	8
1.1.4 Os Efeitos Renda e Substituição	12
1.1.5 Restrições da Função de Demanda	14
1.2 Orçamento em Dois Estágios e Separabilidade	18
1.3 Sistema de Equações de Demanda	21
1.3.1 Fatores de Explicação do Consumo das Famílias	22
1.3.2 O Modelo de Working	23
1.3.3 A Escolha do Modelo de Demanda	24
<b>Capítulo 2. A Abordagem Diferencial da Demanda e O Modelo Flórida</b>	<b>26</b>
2.1 A Abordagem Diferencial da Teoria do Consumidor	27
2.1.1 Linhas Gerais da Abordagem Diferencial	27
2.1.2 A Equação Matricial Fundamental de Barten	29
2.1.3 A Forma Geral do Sistema de Demanda Diferencial	31
2.1.4 Os Coeficientes de Slutsky	35
2.1.5 A Hipótese de Preferência Independente	36
2.2 O Modelo Working-PI ou Modelo Flórida	37
2.2.1 Participação Marginal e Elasticidade-Renda no Modelo de Working	37
2.2.2 O Modelo de Working com Preços	39
2.3 Especificação Econométrica e Elasticidades no Modelo Flórida	42
2.4 Especificação Econométrica e Elasticidades no Modelo Flórida	45
<b>Capítulo 3. Estimação do Consumo a Partir de Dados Agregados</b>	<b>49</b>
3.1 Os Dados de Consumo da Matriz Insumo-Produto	50
3.1.1 Definições das variáveis	51
3.1.2 A Identificação das Variáveis	52
3.2 A Estimação do Modelo Flórida para os 13 Grupos de Produtos	57
3.2.1 Estimativas de Máxima Verossimilhança	60
3.2.2 Nota sobre a Significância dos Parâmetros Estimados	62
3.3 As Elasticidades no Modelo Agregado s	66
3.4 A Demanda de Energia Elétrica no Brasil	71

<b>Capítulo 4. Aplicação do Modelo Flórida aos Dados da POF 1995/96</b>	<b>76</b>
4.1 A Pesquisa de Orçamentos Familiares 1995-1996	77
4.1.1 Análise das Despesas Relativas em Alimentos	78
4.1.2 Montagem da Sub-Amostra e Análise dos Momentos dos Preços	80
4.2 Os Modelos de Demanda Condicional e Incondicional	85
4.3 Resultados	89
4.4 A Demanda por Alimentos no Brasil	93
4.4.1 As Elasticidades do Modelo Agregado	93
4.4.2 As Elasticidades dos Produtos Alimentares Básicos	96
<b>Conclusão</b>	<b>105</b>
<b>Anexos</b>	<b>106</b>
<b>Bibliografia</b>	<b>108</b>

# Lista de Tabelas

## Capítulo 3

3.1	Volume de consumo das famílias (em R\$ milhões), participação orçamentária e preços relativos de 13 grupos de bens (1994-2000)	54
3.2	Estimadores de MV do modelo Flórida para 13 bens de consumo	60
3.3	Simulação de resultados do modelo Flórida para 13 bens de consumo	65
3.4	Estimativas de elasticidades-renda e preço para 13 bens de consumo, 1996 e 2000	67
3.5	Elasticidades-renda e preço do modelo Flórida <i>cross-country</i> , Brasil, 1996	68
3.6	Elasticidades-preço cruzada de 13 bens de consumo, 2000	70
3.7	Crescimento médio anual do consumo de energia elétrica e do PIB (em % a.a.)	71
3.8	Demanda de Energia Elétrica no Brasil, modelo Flórida, 1994 a 2000	72

## Capítulo 4

4.1	Paridade do Poder de Compra da Alimentação – PPCRA/set-96 e despesa mensal <i>per capita</i> com alimentação no domicílio	82
4.2	Produtos básicos consumidos pelos domicílios, por Região Metropolitana	82
4.3	Número de observações e participação na amostra, por Região Metropolitana	83
4.4	Momentos da distribuição dos gastos domiciliares mensais na sub-amostra (em R\$)	84
4.5	Preços médios dos 20 produtos básicos na sub-amostra (R\$/unidade)	84
4.6	Despesa média com os 20 produtos básicos na sub-amostra (em R\$)	85
4.7	Estimativas de MV de 21 itens alimentícios, para a RM do Rio de Janeiro	90
4.8	Estimativas de MV dos coeficientes de Slutsky do modelo Flórida-Slutsky, para a RM do Rio de Janeiro	91
4.9	Estimativas de MV do modelo Flórida Condicional, para todas as RM, excetuando o Rio de Janeiro	92
4.10	Demanda de Alimentos <i>in natura</i> no Brasil, modelo Flórida, 1994 a 2000	94
4.11	Gasto domiciliar mensal com alimentação a partir da sub-amostra, 1995/96	96
4.12	Elasticidade-renda para vários estratos de renda, RM do Rio de Janeiro, 1995/96	100
4.13	Elasticidade-preço para vários estratos de renda, RM do Rio de Janeiro, 1995/96	100
4.14	Elasticidades-cruzada do Modelo Flórida Condicional, para a RM do Rio de Janeiro, 1995/96	101
4.15	Elasticidade-renda para nível de gasto médio das Regiões Metropolitanas, 1995/96	103
4.16	Elasticidade-preço de Cournot para nível de gasto médio das Regiões Metropolitanas, 1995/96	103

# Lista de Figuras e Quadros

## Figuras

1.1	Curvas de indiferença ilustrando as propriedades de quasi-concavidade, diferenciabilidade e essencialidade dos bens	5
1.2	Modelo de orçamento em dois estágios	20
3.1	Despesas com Alimentos in natura e renda das famílias (1994-2000)	56
3.2	Despesas com Energia Elétrica e renda das famílias (1994-2000)	57
3.3	Diagrama de dispersão dos resíduos da estimação por MV	63
4.1	Distribuição de frequência da participação dos gastos com alimentação	79
4.2	Participação dos gastos com alimentação no domicílio e despesas totais	79
4.3	Elasticidade-renda de 21 produtos básicos para a RM do Rio de Janeiro, modelos Flórida condicional e Flórida-Slutsky	98
4.4	Elasticidade-preço de 21 produtos básicos para a RM do Rio de Janeiro, modelos Flórida condicional e Flórida-Slutsky	98

## Quadros

1.1	Síntese das funções de demanda na Teoria do Consumidor	11
3.1	Comparações de elasticidades-preço e renda da demanda de Energia Elétrica para o Brasil	73



# Apresentação

O padrão de gastos das famílias brasileiras tem sido afetado, durante décadas, por diversos eventos socioeconômicos, tais como alterações na renda e nos preços relativos dos itens de consumo, transformações na estrutura demográfica da população e variações nas preferências dos indivíduos. É de se esperar que, com o desenvolvimento econômico-social, as famílias reformulem o peso dos diversos itens de consumo em relação à despesa total. Os casos mais proeminentes de recomposição orçamentária na sociedade brasileira dizem respeito aos gastos com alimentação e energia elétrica, fatos que direcionam estudos que buscam prever os movimentos da demanda. O entendimento dos padrões que definem o comportamento do consumidor é de importância crucial para orientar as decisões das autoridades governamentais e das empresas. A partir de dados de pesquisas de orçamento familiar, por exemplo, é possível estimar a necessidade futura de determinados itens de consumo, medir a pobreza – a partir de seu ingresso no consumo –, ou delinear medidas de política social e de defesa da concorrência.

Nesse intuito, a literatura econômica desenvolveu inúmeras formas de mensurar os sistemas de demanda. Nas últimas décadas, tomou força a utilização dos modelos ditos flexíveis tais como o modelo de Rotterdam, os modelos Translog, o modelo AIDs e o modelo de Working com preferência independente. Por sua vez, a teoria do comportamento do consumidor tem um papel primordial na análise econômica, uma vez que provém uma estrutura e uma linguagem coerente para a formulação dos modelos de demanda e análise de seus dados. A definição do sistema adequado para os diversos tópicos da análise da demanda é muito importante. Igualmente importante é a discussão das hipóteses pertinentes quanto às preferências dos consumidores e aos critérios de agregação. Mais, ainda, há um desafio a ser enfrentado na adaptação do modelo teórico às técnicas econométricas de estimação.

O objetivo principal desse estudo é estimar as elasticidades da demanda para uma série de bens no Brasil. Parte-se de um modelo de demanda com decisão em dois estágios, em que o consumidor primeiro decide quanto à alocação de renda para determinados itens agregados de con-

sumo e depois, define em que produtos esse orçamento será gasto. No primeiro estágio, assume-se que as preferências são independentes entre os grupos de bens de consumo agregado e, no segundo estágio, consideram-se as hipóteses de preferência independente ou de separabilidade fraca das preferências.

Essa dissertação é composta por quatro capítulos. No Capítulo 1 são apresentados os pilares da teoria da demanda, utilizando a abordagem da dualidade. Também são discutidos os conceitos de efeito substituição e de efeito renda, os quais têm grande importância na análise empírica das preferências do consumidor. A importância desse capítulo também deve ser ressaltada devido ao exame que se procura fazer das questões ligadas aos estágios de decisão orçamentária e separabilidade das preferências, que possuem notável influência no desenvolvimento dos sistemas de demanda.

O Capítulo 2 é destinado ao estudo da abordagem diferencial da demanda, a qual é baseada na idéia de diferenciais totais da demanda com respeito às variações de renda e preços. Mais especificamente, essa abordagem da teoria microeconômica será aplicada ao modelo de Working, para nele incluir a variação de preços relativos, além da renda. O produto final dessa aplicação é o modelo de Working com preferências independentes, também chamado de modelo Flórida, o qual é utilizado na parte empírica desta dissertação.

No terceiro capítulo, são empregados os dados de consumo das famílias do Sistema de Contas Nacionais do Brasil, do período 1994-2000, para analisar o comportamento da demanda agregada das famílias para 13 grandes grupos de consumo. A partir desses dados, são calculadas as elasticidades renda, preço e preço-cruzada da demanda, de modo a avaliar as diferentes questões relacionadas ao consumo de cada categoria. Também é efetuada uma análise específica quanto ao comportamento das famílias no que se refere à demanda de energia elétrica. O quarto e último capítulo é reservado para a discussão do segundo estágio de decisão orçamentária. A partir dos dados da Pesquisa de Orçamentos Familiares, do IBGE, de 1995/96, são obtidas informações de preços e gastos de 21 produtos alimentares, para os quais são calculadas as elasticidades-preço e renda, utilizando-se o Modelo Flórida. Essas medidas de sensibilidade da demanda são de importância para a discussão dos padrões de consumo de alimentos no Brasil.

# Capítulo 1

## Fundamentos da Teoria do Consumidor

O presente capítulo propõe-se a recapitular as principais definições da teoria do consumidor, no sentido de dar embasamento para a apresentação da metodologia desenvolvida nos capítulos seguintes, em que serão empregadas aplicações econométricas à análise de comportamento do consumidor. A seção 1.1 concentra-se nos fundamentos econômicos da teoria da demanda, bem como nas propriedades da função de demanda, destacando a questão da dualidade e dos efeitos renda e substituição na análise da demanda. A seção 1.2 trata da escolha dos modelos de demanda, chamando a atenção para os fatores que determinam o consumo das famílias, as características da estimação da Curva de Engel e os problemas econométricos encontrados nesses modelos. Por fim, na seção 1.3, será discutida brevemente a questão da separabilidade e da agregação de bens. Os trabalhos que foram utilizados como referência básica nesse capítulo são os de Green (1971), Deaton e Muellbauer (1980), Barbosa (1985), Deaton (1986) e Jehle e Reny (2000).

### 1.1 Fundamentos Econômicos da Teoria da Demanda

Essa dissertação tem como foco a análise da demanda. Desse modo, uma revisão da estrutura fundamental da análise do comportamento do consumidor faz-se necessária, para atingir com profundidade os objetivos do trabalho empírico. Nas próximas seções e subseções serão efetuadas breves descrições sobre o comportamento do consumidor dentro da visão neoclássica da teoria da demanda, ressaltando as questões teóricas concernentes às particularidades desses modelos quando se tem em mente sua avaliação empírica.

#### 1.1.1 As Hipóteses da Preferência do Consumidor

O comportamento do consumidor é embasado na Teoria da Escolha Racional, a qual se baseia no conceito de preferências. A hipótese principal que tradicionalmente permeia a teoria do comportamento do consumidor é a de que os consumidores são *racionais*, ou seja, os indivíduos

alocam racionalmente seus gastos de acordo com sua restrição orçamentária.<sup>1</sup> Por esse aspecto, o agente consome somente aquele bem (ou cesta de bens) que lhe dá o máximo de satisfação, observando-se: i) o preço e a disponibilidade desses bens; ii) o preço dos demais bens; iii) a renda disponível para sua aquisição; e iv) seus hábitos e gostos particulares.

Formalmente, o comportamento racional é tratado de acordo com uma sistematização de um conjunto de preferências. Mais especificamente, considera-se um conjunto de alternativas pelas quais o consumidor faz suas escolhas, de tal modo que possa satisfazer seus desejos.<sup>2</sup> Assim, as quantidades adquiridas de cada bem, em determinado período de tempo, proporcionam um grau de satisfação ao consumidor denominado utilidade.

É natural que o consumidor se defronte com um grande número de bens (ou cestas de consumo) a escolher. Nesse caso, as quantidades consumidas de cada bem são determinadas a partir de uma relação de preferências do consumidor. O conceito primário dessa teoria é a relação “ser ao menos tão bom quanto”, denotada por  $\succeq$ . Assume-se que essa relação é reflexiva, completa, transitiva e contínua. Logo, ela pode ser representada por uma função utilidade contínua,  $U$ , definida para um vetor  $\mathbf{q} = (q_1, q_2, \dots, q_n)$  contendo as  $n$  quantidades que o consumidor se dispõe a adquirir desses bens:

$$U = u(\mathbf{q}) = u(q_1, q_2, \dots, q_n) \quad (1.1)$$

Deve-se notar que esse vetor  $\mathbf{q}$  possui a propriedade de que  $\mathbf{q}^A \succeq \mathbf{q}^B$ , para dois vetores quaisquer  $\mathbf{q}^A$  e  $\mathbf{q}^B$  é equivalente à  $u(\mathbf{q}^A) \geq u(\mathbf{q}^B)$ , significando dizer que  $\succeq$  é convexa.

Dadas as hipótese de completude, transitividade e continuidade de  $\succeq$  pode-se afirmar que  $u(\mathbf{q})$  é estritamente crescente em  $\mathbf{q}$ . Aliada à hipótese de convexidade de  $\succeq$ , considerando que, para  $0 \leq \mu \leq 1$ ,  $\mu \mathbf{q}^A + (1 - \mu) \mathbf{q}^B \succeq \mathbf{q}^B$  tem-se, de imediato, que a função utilidade  $u(\mathbf{q})$  é quase-côncava, ou seja:

---

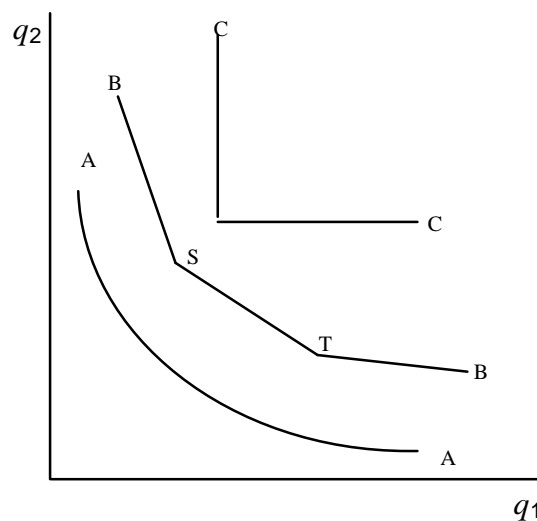
<sup>1</sup> Deve-se tratar um consumidor, nessa discussão, não necessariamente como um indivíduo, mas também como uma família ou um domicílio.

<sup>2</sup> Esse conjunto de preferências é fruto da hipótese, assumindo a existência de livre mercado, de que o consumo de um bem é essencialmente dependente dos preços e da disponibilidade dos produtos.

$$u(\mathbf{q}^A) \geq u(\mathbf{q}^B) \Rightarrow u(\mu \mathbf{q}^A + (1-\mu)\mathbf{q}^B) \geq u(\mathbf{q}^B) \quad (1.2)$$

Pode-se dizer, dessa forma, que o consumidor age no sentido de maximizar uma função utilidade crescente, contínua e quase-côncava. É comum, também, assumir as hipóteses de *quase-concavidade estrita* da função utilidade (logo, deve-se admitir que  $0 < a < 1$ ), de *diferenciabilidade* e de que todos os bens são *essenciais* (ou seja, todos os bens, em qualquer circunstância, são adquiríveis). A Figura 1, obtida de Deaton (1986, p. 1770) apresenta três curvas de indiferença associadas à distintas funções-utilidade, ilustrando cada uma dessas propriedades e a situação em que cada uma delas se enquadra.

Na Figura 1.1 apenas a curva de indiferença A está associada às propriedades da diferenciabilidade e quase-concavidade estrita. Essa curva representa a situação em que  $q_2$  é um bem essencial e  $q_1$  não é. Como  $q_2$  tende a zero, seu valor marginal relativo à  $q_1$  tende ao infinito ao longo da curva de indiferença, significando dizer que  $q_2$  é sempre adquirida em quantidades positivas. As curvas B e C possuem segmentos quebrados que excluem a propriedade de quasi-concavidade estrita. Esses segmentos de reta, entretanto, são importantes na análise empírica, pois representam substitutos perfeitos: por exemplo, entre os pontos S e T na curva B - situação esta comum quando se trata de duas variedades do mesmo bem - o consumidor não faz diferença a uma combinação de  $q_1$  e  $q_2$ .



**Figura 1.1** Curvas de indiferença ilustrando as propriedades de quasi-concavidade, diferenciabilidade e essencialidade dos bens

A não-diferenciabilidade ocorre nas quebras das curvas B e C. Dada uma restrição orçamentária linear, uma quebra implica que para determinada faixa de preços relativos, dois ou mais bens são comprados em proporções fixas. A função utilidade correspondente à curva C - função utilidade de Leontief - traduz a situação em que os coeficientes de troca são fixos, ou seja:

$$u(\mathbf{q}) = \min\{\mathbf{a}_1 q_1, \mathbf{a}_2 q_2, \dots, \mathbf{a}_n q_n\} \quad (1.3)$$

A relação acima é particularmente importante quando se quer avaliar relações fixas entre bens complementares e pode ser, muitas vezes, conveniente na estratégia de modelagem (Deaton, 1986, p. 1771).

### 1.1.2 O Problema da Escolha do Consumidor

A análise neoclássica da teoria da demanda assume que a demanda do consumidor é derivada a partir da maximização da utilidade. A premissa básica desse problema é a de que o consumidor racional sempre escolhe a alternativa de consumo associada ao maior nível de bem-estar, de acordo com a renda e a relação de preferências do consumidor, representada pela função utilidade. Considerando que o consumidor em questão opera dentro das regras de uma *economia de mercado*, deve-se supor que: i) há um mercado para cada bem  $i$ ; ii) há um preço,  $p_i$ , que prevalece para cada bem  $i$ , onde  $p_i > 0$  ( $i = 1, \dots, n$ ); iii) o consumidor não interfere em cada mercado, de tal modo que o vetor de preços de mercado,  $\mathbf{p} > 0$ , é dado do ponto de vista do consumidor; e iv) o consumidor é dotado de uma renda nominal  $y \geq 0$ . Os valores de  $y$  e  $p$ , portanto, definem o conjunto orçamentário do consumidor. Essas regras requerem, desse modo, que o gasto total,  $p_i q_i$ , não exceda a renda do indivíduo, ou seja, que:

$$\sum_{i=1}^n p_i q_i \leq y, \quad (i = 1, \dots, n).$$

Assumindo que o princípio de não-saciedade é garantido, essa restrição pode ser escrita na forma:<sup>3</sup>

---

<sup>3</sup> Por simplicidade de notação supõe-se que  $\mathbf{p}$  é um vetor-linha e  $\mathbf{q}$  é um vetor coluna, de modo que  $\mathbf{p}\mathbf{q}$  é o produto escalar que representa o gasto total.

$$\mathbf{p} \cdot \mathbf{q} = y \quad (1.4)$$

Assim, o problema do consumidor pode ser traduzido como a maximização da função-utilidade (1.1) sujeita à *restrição orçamentária* (1.4), ou seja:

$$\begin{cases} \max U = u(\mathbf{q}) \\ \text{s.a. } \mathbf{p} \cdot \mathbf{q} = y \end{cases} \quad (1.5)$$

Dadas as propriedades de *quasi-convexidade estrita* e *diferenciabilidade* de  $u(\mathbf{q})$  e que o conjunto orçamentário do consumidor é *convexo*, a solução para o problema de maximização acima existe e é *única*.<sup>4</sup> Reescrevendo-se a *restrição orçamentária* na forma  $y - \mathbf{p} \cdot \mathbf{q} = 0$ , a solução deste problema pode ser obtida a partir da expressão de Lagrange ( $L$ ):

$$L(\mathbf{q}, I) = u(\mathbf{q}) + I(y - \mathbf{p} \cdot \mathbf{q}) \quad (1.6)$$

em que  $I$  é o *multiplicador de Lagrange*. A condição de primeira ordem para um máximo de  $L$  é obtida diferenciando-se (1.6) com respeito a  $q_i$ , para  $i = 1, \dots, n$ , e  $y$ , e igualando a zero, resultando nas seguintes condições de equilíbrio do consumidor:

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} = \frac{\partial u(\mathbf{q})}{\partial q_i} = I p_i \quad (i = 1, \dots, n) \quad (1.7)$$

$$\frac{\partial L}{\partial I} = y - \mathbf{p} \cdot \mathbf{q} = 0 \quad (1.8)$$

Resolvendo as equações (1.7) e (1.8) com respeito à  $q_i$  obtem-se a solução do problema:

$$q_i = \mathbf{q} = \mathbf{q}(\mathbf{p}, y) \quad (1.9)$$

---

<sup>4</sup> A existência de solução decorre de que a *restrição orçamentária* é um conjunto não-vazio, se  $y > 0$ , fechado e limitado (portanto compacto) se  $\mathbf{p} > 0$  e de que  $u(\mathbf{q})$  é contínua. A unicidade, por sua vez, decorre da hipótese de *convexidade das relações de preferências* (Jehle e Reny, 2000, pp. 20-24).

A função  $\mathbf{q}(\mathbf{p}, y)$  é conhecida como *função de demanda não-compensada*, ou *marshalliana*, e expressa a quantidade demandada de cada bem como uma função dos preços e da renda total.<sup>5</sup> Uma consequência importante dessa solução advém da combinação de (1.7) com (1.8). Dividindo ambos os lados de (1.7) por  $p_i$ , resulta que:

$$\frac{\partial u(\mathbf{q})/\partial q_i}{p_i} = \frac{\partial u(\mathbf{q})}{\partial (p_i q_i)} = \mathbf{I} \quad (1.10)$$

O valor de  $\mathbf{I}$  no ponto em que a máxima utilidade é atingida, dada a restrição orçamentária, é conhecido como *utilidade marginal da renda*. Em outras palavras, quando (1.7) é combinada com a restrição orçamentária, obtem-se a taxa de crescimento da utilidade, medida em unidades de  $\mathbf{I}$ , dado que o consumidor recebe uma unidade monetária adicional de renda e a gasta na aquisição de quaisquer dos  $n$  bens.

Vários sistemas de equações de demanda têm sido derivados das condições de primeira-ordem expressas por (1.7) e (1.8). Theil (1980, Cap. 2) e Deaton e Muellbauer (1980, Cap. 3) apontam algumas formas funcionais específicas a partir de hipóteses relacionadas à função utilidade. Em geral, o que se busca na análise empírica são os efeitos de mudanças de  $\mathbf{p}$  e  $y$  nas quantidades consumidas. Nas próximas duas subseções são discutidas as formas usuais de avaliação desses efeitos a partir do estudo da utilidade indireta e das propriedades da demanda.

### 1.1.3 Função de Utilidade Indireta, Função de Gasto e Dualidade

Na subseção anterior, o problema do consumidor foi descrito como a maximização da função-utilidade para um dado nível de renda. Este problema, também denominado *primal*, pode ser reescrito substituindo-se a equação (1.9) no problema (1.5), resultando em:

$$v(\mathbf{p}, y) = \begin{cases} \max U = v(\mathbf{q}) \\ \text{s.a. } \mathbf{p} \cdot \mathbf{q} = y \end{cases} \quad (1.11)$$

---

<sup>5</sup> O termo “não-compensada” refere-se à resposta das quantidades consumidas  $\mathbf{q}$  quando alterações nos preços não são compensados por uma alteração na renda nominal, enquanto que a renda real permanece constante.



A função  $v(\mathbf{p}, y)$  é conhecida como *função utilidade indireta* e expressa a máxima utilidade  $U^*$  acessível pelo consumidor racional, dados os preços  $\mathbf{p}$  e a renda  $y$ , ou seja:

$$U = v(q_1, q_2, \dots, q_n) = v(q_1(\mathbf{p}, y), q_2(\mathbf{p}, y), \dots, q_n(\mathbf{p}, y)) = v(\mathbf{p}, y) \quad (1.12)$$

Quando  $u(\mathbf{q})$  é contínua,  $v(\mathbf{p}, y)$  é bem definida. E, se o problema de maximização tem solução única, isto é, quando a função de demanda marshalliana  $\mathbf{q}(\mathbf{p}, y)$  existe, a função utilidade indireta também pode se representada da seguinte forma:

$$U^* = v(\mathbf{p}, y) = u(\mathbf{q}(\mathbf{p}, y)) \quad (1.13)$$

No entanto, é possível reformular esse problema, dizendo que a escolha do consumidor pode ser uma quantidade de bens que minimiza o gasto monetário necessário para atingir o nível de satisfação  $U^*$ . Esse problema é conhecido como *dual* e pode ser representado da seguinte forma:

$$e(\mathbf{p}, u) = \begin{cases} \min y = \mathbf{p} \cdot \mathbf{q} \\ \text{s.a. } v(\mathbf{q}) = U \end{cases} \quad (1.14)$$

Chamando de  $\mathbf{f}$  o multiplicador de Lagrange e utilizando o mesmo procedimento de resolução do problema primal, o problema (1.14) converte-se em:

$$L(\mathbf{q}, \mathbf{f}) = \mathbf{p} \cdot \mathbf{q} + \mathbf{f}(U - v(\mathbf{q})) \quad (1.15)$$

cujas condições de primeira ordem resultam em:

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} = \frac{\partial u(\mathbf{q})}{\partial q_i} = \mathbf{f}^{-1} p_i \quad (i = 1, \dots, n) \quad (1.16)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{f}} = u(\mathbf{q}) = U \quad (1.17)$$

Este conjunto de condições proporcionam a resolução do problema dual para  $q_i$  na forma:

$$q_i = \mathbf{q} = \mathbf{q}^h(\mathbf{p}, U) \quad (1.18)$$

em que  $\mathbf{q}^h(\mathbf{p}, U)$  é a função de demanda compensada ou *hicksiana*, em contraste à demanda marshalliana  $\mathbf{q}(\mathbf{p}, y)$ .<sup>6</sup> Dividindo (1.16) por  $p_i$  obtem-se:

$$\frac{\partial u(\mathbf{q})/\partial q_i}{p_i} = \frac{\partial u(\mathbf{q})}{\partial(p_i q_i)} = \frac{1}{\mathbf{f}} \quad (1.19)$$

em que  $1/\mathbf{f}$  pode ser interpretado como o inverso da utilidade marginal da renda. Se o problema de minimização tem solução única, isto é, se a função de demanda hicksiana (ou compensada)  $\mathbf{q}^h(\mathbf{p}, U)$  existe, a resolução do problema pode ser escrita na forma:

$$e(\mathbf{p}, U) = \mathbf{p} \cdot \mathbf{q}^h(\mathbf{p}, u) \quad (1.20)$$

A função  $e(\mathbf{p}, U)$ , conhecida como *função gasto*, é a solução do problema dual em que o consumidor defronta-se com mínimo custo para atingir  $U$ , dado o vetor de preços  $\mathbf{p}$ . Uma propriedade importante derivada da função gasto, também conhecida como Lema de Shephard, mostra que, se  $e(\mathbf{p}, U)$  é diferenciável em  $p_i$ , então:

$$\frac{\partial e(\mathbf{p}, u)}{\partial p_i} \equiv q_i^h(\mathbf{p}, u) = q_i \quad (1.21)$$

Este lema implica que a diferenciação função gasto com respeito aos preços produz um sistema de equações de demanda que expressa as quantidades em termos da utilidade e dos preços.

Uma vez que a maximização da utilidade e a minimização do custo devem implicar na mesma escolha, o princípio da dualidade garante, dessa forma, que o gasto no problema primal deve ser o mesmo que a minimização de custos no problema dual. Em ambos os casos, portanto, os valores ótimos de  $\mathbf{q}$  são passíveis de serem encontrados: no problema primal a solução é a função de demanda marshalliana  $\mathbf{q}(\mathbf{p}, y)$ ; no problema dual a solução é a função de demanda hicksiana  $\mathbf{q}^h(\mathbf{p}, U)$ . Os resultados obtidos até aqui podem ser sintetizados através do Quadro 1.1.

---

<sup>6</sup> O termo “compensada” deve-se ao fato de que as quantidades demandas  $\mathbf{q}$  são influenciadas pelos preços, mantido o nível de utilidade  $U$  constante.

**Quadro 1.1 Síntese das funções de demanda na Teoria do Consumidor**

<i>Problema</i>	<i>Funções de Demanda</i>	<i>Características</i>
<i>Primal</i> $\begin{cases} \max U = v(\mathbf{q}) \\ \text{s.a. } \mathbf{p} \cdot \mathbf{q} \leq y \end{cases}$	$\mathbf{q} = \mathbf{q}(\mathbf{p}, y)$ (marshalliana)	Não-compensada Observável Homogênea de grau zero em $(\mathbf{p}, y)$
<i>Dual</i> $\begin{cases} \min \mathbf{p} \cdot \mathbf{q} \\ \text{s.a. } v(\mathbf{q}) \geq U \end{cases}$	$\mathbf{q} = \mathbf{q}^h(\mathbf{p}, U)$ (hicksiana)	Compensada Não observável Homogênea de grau zero em $\mathbf{p}$

Como a função utilidade indireta e a função gasto estão intimamente relacionadas, e uma vez que  $u(\mathbf{q})$  é contínua e estritamente crescente, então:

$$e(\mathbf{p}, v(\mathbf{p}, y)) = y \quad (1.22)$$

$$v(p, e(p, u)) = U \quad (1.23)$$

A relação (1.22) diz que se  $v(\mathbf{p}, y)$  é a maior utilidade que pode ser atingida dados os preços  $\mathbf{p}$  e a renda  $y$ , então  $y$  é o mínimo que se necessita gastar para atingir tal utilidade ao nível de preços  $\mathbf{p}$ . Em (1.23), por sua vez, se  $e(\mathbf{p}, U)$  é o mínimo que necessário para atingir a utilidade  $U$ , então a maior utilidade que se pode atingir ao nível de preços  $\mathbf{p}$ , dado que se dispõe de  $e(\mathbf{p}, U)$ , é  $U$ . É possível notar também que se  $u(\mathbf{q})$  é contínua, estritamente crescente e estritamente quase-côncava, então para  $\mathbf{p} \gg 0$ ,  $y \geq 0$  e  $u \in U$ :

$$q_i(\mathbf{p}, y) = q_i^h(\mathbf{p}, v(\mathbf{p}, y)) \quad (1.24)$$

$$q_i^h(\mathbf{p}, y) = q_i(\mathbf{p}, e(\mathbf{p}, u)) \quad (1.25)$$

A relação (1.24) mostra que a demanda marshalliana ao nível de preços  $\mathbf{p}$  e renda  $y$  é igual à demanda hicksiana ao níveis de preços  $\mathbf{p}$  e utilidade  $U^*$  – a qual é a máxima que pode ser atingida a nível de preços  $\mathbf{p}$  e renda  $y$ . Em (1.25), a demanda hicksiana, ao preço  $\mathbf{p}$  e nível de utilidade  $U$ , é a mesma que a demanda marshalliana, dados estes preços e um nível de renda (que dever ser igual ao mínimo gasto necessário para atingir este nível de utilidade).

### 1.1.4 Os Efeitos Renda e Substituição

Uma importante questão na análise do comportamento do consumidor refere-se às respostas que se deve esperar, em relação às quantidades demandadas, quando os preços variam. Ao se considerar constantes tanto os preços das mercadorias, como a renda, as quantidades consumidas que proporcionam a satisfação máxima do consumidor são definidas na posição de equilíbrio, que existe e é única pelas condições expostas acima. Caso haja alguma variação na renda ou nos preços – ou em ambas as variáveis –, a posição de equilíbrio do consumidor é alterada. A decomposição dos efeitos dessa alteração pode ser observada fazendo com que todas as variáveis mudem simultaneamente.<sup>7</sup> Dessa forma, realizando a diferenciação total de (1.7) e (1.8), para todos os bens  $i = 1, \dots, n$ , obtém-se o seguinte sistema linear:

$$\begin{cases} p_1(-dI) + u_{11}dq_1 + u_{1n}dq_n = Idp_1 \\ \vdots \\ p_n(-dI) + u_{1n}dq_1 + u_{nn}dq_n = Idp_n \\ p_1dq_1 + \dots + p_ndq_n = dy - \sum_{i=1}^n q_idp_i \end{cases} \quad (1.26)$$

em que  $u = \partial U / \partial q$ . Por conveniência, (1.26) pode ser reescrito na forma matricial, substituindo-se  $p_1, \dots, p_n$  por  $u_1/I, \dots, u_n/I$ , ou seja:

$$\begin{bmatrix} 0 & u_1/I & \dots & u_n/I \\ u_1/I & u_{11} & \dots & u_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_n/I & u_{1n} & \dots & u_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -dI \\ dq_1 \\ \vdots \\ dq_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dy - \sum_{i=1}^n q_idp_i \\ ?dp_1 \\ \vdots \\ ?dp_n \end{bmatrix} \quad (1.27)$$

O hessiano orlado do lado esquerdo de (1.27), denominado de  $\mathbf{U}$ , é não-singular e negativo semi-definido, indicando o princípio da utilidade marginal decrescente.<sup>8</sup> Dessa forma, pode-se resolver (1.27) para qualquer dos  $dq_i$  pela regra de Cramer. A solução para  $dq_1$  é dada por:

<sup>7</sup> Este cenário, juntamente com as hipóteses de taxa marginal de substituição decrescente e utilidade marginal decrescente, foi retratado com alto rigor matemático por Slutsky (1915).

<sup>8</sup> A condição de não-singularidade pode ser verificada uma vez que o determinante de  $\mathbf{U}$  é não-nulo. A condição de negatividade semi-definida, por sua vez, é obtida a partir da condição suficiente de segunda ordem para um máximo

$$dq_1 = \frac{\begin{vmatrix} 0 & dy - \sum q_i dp_i & \dots & u_n/I \\ u_1/I & Idp_1 & \dots & u_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_n/I & Idp_n & \dots & u_{nn} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0 & u_1/I & \dots & u_n/I \\ u_1/I & u_{11} & \dots & u_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_n/I & u_{1n} & \dots & u_{nn} \end{vmatrix}} \quad (1.28)$$

Na expansão do determinante, o coeficiente de  $dy - \sum q_i dp_i$ , no numerador de (1.28), é o cofator  $U_1$  do elemento  $u_1$  no hessiano orlado  $\mathbf{U}$  definido em (1.27), com todos os elementos da primeira coluna divididos por  $I$ . O coeficiente de  $Idp_i$  é o cofator de  $U_{1i}$  do elemento  $u_{1i}$  ( $= u_{i1}$ ) de  $\mathbf{U}$ , com cada elemento da primeira linha e da primeira coluna dividido por  $I$ . Com isso, tem-se:

$$dq_1 = \frac{(U_1/I)(dy - \sum q_i dp_i) + \sum (U_{1i}/I^2) Idp_i}{U/I^2} = I \frac{U_1}{U} (dy - \sum q_i dp_i) + I \sum \frac{U_{1i}}{U} dp_i \quad (1.29)$$

Se apenas a renda  $y$  varia, segue-se de (1.29) que:

$$\frac{\partial q_1}{\partial y} = I \frac{U_1}{U} \quad (1.30)$$

Se apenas  $p_i$  varia, utilizando (1.30), resulta:

$$\frac{\partial q_1}{\partial p_i} = I \frac{U_{1i}}{U} - q_i I \frac{U_1}{U} = I \frac{U_{1i}}{U} - q_i \frac{\partial q_1}{\partial y} \quad (1.31)$$

Genericamente, pode-se representar (1.31) como sendo:

$$\left[ \frac{\partial q_j}{\partial p_i} \right]_T = \left[ \frac{\partial q_j}{\partial p_i} \right]_S - q_i \left[ \frac{\partial q_j}{\partial y} \right]_Y, \quad i, j = 1, \dots, n \quad (1.32)$$

---

de  $L(\mathbf{q}, I)$  em (1.6), em que os menores principais orlados de  $\mathbf{U}$  devem se alternar de sinal, sendo o sinal de  $|\mathbf{U}|$  o mesmo de  $(-1)^n$  (Green, 1971, pp. 306-307).

que é a equação de Slutsky<sup>9</sup>. Pela equação (1.32), o *efeito-total* ( $T$ ) da variação de preço de um bem, supondo que os demais preços e a renda permaneçam constantes, pode ser decomposto em duas partes: o *efeito-substituição* ( $ES$ ) e o *efeito-renda* ( $ER$ ).

O primeiro termo do lado direito de (1.32) é o efeito-substituição. Assim, se, por exemplo, o preço de um bem  $i$  diminui, este bem se torna relativamente mais barato quando comparado aos outros bens  $j$ . Como todos os bens são a princípio desejáveis, deve-se esperar que o consumidor troque o bem relativamente mais caro pelo bem relativamente mais barato. Ou seja, uma variação na quantidade demandada do bem  $j$ , dada uma variação no preço do bem  $i$ , leva a um deslocamento ao longo da curva de indiferença, mantida a renda real constante. O efeito-substituição pode ser negativo, no caso de bens complementares, ou positivo, no de bens substitutos.

O segundo termo do lado direito de (1.32) refere-se ao efeito-renda. Nesse caso, dada uma redução no preço do bem  $i$ , haverá uma alteração na renda real do consumidor, permitindo a este alterar as quantidades consumidas de todos os bens, ou seja, haverá um deslocamento à direita da reta orçamentária, o que indica uma alteração no poder aquisitivo do consumidor. Se o efeito-renda for positivo, tem-se um bem normal; se for negativo, um bem inferior.

### 1.1.5 Restrições da Função de Demanda

As propriedades das funções de demanda hicksiana e marshalliana constituem teoremas significativos do ponto de vista econômico, no sentido de assinalar as características e implicações do processo de otimização do consumidor individual em um contexto de tomada de preços. No entanto, muitas dessas características podem ser interpretadas como restrições que a teoria impõe à especificação empírica das funções de demanda de bens de consumo.

A hipótese crucial da teoria da demanda é a de que os indivíduos sempre escolhem uma cesta de consumo sobre a reta orçamentária. Dessa hipótese advem a propriedade de orçamento equilibrado, ou aditividade (*adding-up*), em que o consumidor exaure seus recursos na aquisição de bens e serviços, ou seja:

---

<sup>9</sup> A equação de Slutsky também é conhecida como a “Equação Fundamental da Teoria da Demanda” (cf. Jehle e Reny, 2000, p. 51).

$$\sum_i p_i q_i(\mathbf{p}, y) = \mathbf{p} \cdot \mathbf{q}(\mathbf{p}, y) = y \quad (1.33)$$

Como a teoria vista até o momento visa um suporte ao trabalho econométrico, é importante assinalar as propriedades que devem, em qualquer caso, ser verificadas na estimação de sistemas de demanda. Serão apresentadas, na seqüência, cinco restrições que são obtidas do estudo do processo de otimização.

(i) *Condição de agregação de Engel*

Posto que a restrição de orçamento equilibrado deve ser satisfeita, a variação de renda deve ser absorvida totalmente pela variação nas quantidades demandadas de equilíbrio. Dessa forma, diferenciando (1.33) com respeito à renda:

$$\sum_{i=1}^n p_i \frac{\partial q_i(\mathbf{p}, y)}{\partial y} dy = dy \Rightarrow \sum_{i=1}^n p_i \frac{\partial q_i(\mathbf{p}, y)}{\partial y} = 1 \quad (1.34)$$

Multiplicando e dividindo os elementos do somatório em (1.34) por  $q_i y$ , e chamando  $w_i = p_i q_i / y$ , obtem-se:

$$\sum_{i=1}^n \frac{p_i q_i}{y} \frac{\partial q_i}{\partial y} \frac{y}{q_i} = 1 \Rightarrow \sum_{i=1}^n w_i h_i = 1 \quad (1.35)$$

em que  $h_i$  é a elasticidade-renda da demanda do bem  $i$  e  $w_i$  sua participação orçamentária.

(ii) *Condição de agregação de Cournot*

O cumprimento da restrição de orçamento equilibrado implica que uma variação no preço de um bem deve ser absorvida totalmente pela variação nas quantidades demandadas dos outros bens, de tal sorte que o gasto de aquisição continue sendo o mesmo. Assim, diferenciando ambos os lados de (1.33) com respeito à  $p_j$ :

$$\sum_{i=1}^n p_i \frac{\partial q_i(\mathbf{p}, y)}{\partial p_j} dp_j + q_j dp_j = 0 \quad (1.36)$$

Multiplicando e dividindo os elementos do somatório em (1.36) por  $p_j q_i y$  e reordenando os termos obtém-se:

$$\sum_{i=1}^n \frac{p_i q_i}{y} \frac{\partial q_i}{\partial p_j} \frac{p_j}{q_i} + \frac{p_j q_j}{y} = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^n w_i e_{ij} + w_j = 0 \quad (i, j = 1, \dots, n) \quad (1.37)$$

sendo  $e_{ij}$  a elasticidade-preço cruzada da demanda do bem  $i$  com respeito à  $p_j$ ; e  $w_i$  e  $w_j$  as participações orçamentárias dos bens  $i$  e  $j$ .

(iii) *Condição de homogeneidade*

Dado que as funções de demanda  $\mathbf{q} = \mathbf{q}(\mathbf{p}, y)$  são homogêneas de grau zero em  $(\mathbf{p}, y)$ , tem-se que:

$$q_i = f_i(p_1, \dots, p_n, y) = f_i(\lambda p_1, \dots, \lambda p_n, \lambda y) \quad (1.38)$$

Aplicando o teorema de Euler a (1.38):

$$\frac{\partial q_i}{\partial p_1} p_1 + \dots + \frac{\partial q_i}{\partial p_n} p_n + \frac{\partial q_i}{\partial y} y = 0 \quad (1.39)$$

e dividindo (1.39) por  $q_i$ , produz:

$$\left( \frac{\partial q_i}{\partial p_1} \frac{p_1}{q_i} + \dots + \frac{\partial q_i}{\partial p_n} \frac{p_n}{q_i} \right) + \frac{\partial q_i}{\partial y} \frac{y}{q_i} = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^n e_{ij} + h_i = 0 \quad (i, j = 1, \dots, n) \quad (1.40)$$

Logo, a restrição de homogeneidade implica que uma alteração proporcional na renda e nos preços de todos os bens manterá o consumo de qualquer bem inalterado.

(iv) *Condição de Simetria*

Para uma dada função de demanda hicksiana  $\mathbf{q}^h(\mathbf{p}, u)$ , os efeitos-substituição cruzados são simétricos para todo bem  $i \neq j$  (simetria de Slutsky), ou seja:



$$\frac{\partial q_i^h(\mathbf{p}, u)}{\partial p_j} = \frac{\partial q_j^h(\mathbf{p}, u)}{\partial p_i} \Leftrightarrow \mathbf{e}_{ij} = \mathbf{e}_{ji} \quad (\forall i \neq j) \quad (1.41)$$

Como, pelo Teorema de Young, tem-se que  $\partial^2 e(p, \mathbf{u}) / \partial p_i \partial p_j = \partial^2 e(p, \mathbf{u}) / \partial p_j \partial p_i$ , a simetria expressa na equação (1.41) pode ser provada combinando-se esse resultado com o Lema de Shephard, de tal sorte que:

$$\frac{\partial}{\partial p_j} (q_i^h(\mathbf{p}, u)) = \frac{\partial}{\partial p_j} \left( \frac{\partial e(\mathbf{p}, u)}{\partial p_i} \right) \Leftrightarrow \frac{\partial q_i^h(\mathbf{p}, u)}{\partial p_j} = \frac{\partial^2 e(\mathbf{p}, u)}{\partial p_j \partial p_i} \quad (1.42)$$

A restrição de simetria permite, basicamente, que o consumidor possa escolher entre bens substitutos e complementares, comparando a quantidade demanda de bem  $i$  qualquer em relação ao preço de um bem  $j$ .

(v) *Condição de negatividade*

A condição de negatividade advém da hipótese de convexidade da função utilidade. Assim, a matriz de efeitos-substituição é sempre negativa, ou seja, para qualquer quantidade consumida  $q_i$

$$\left[ \frac{\partial q_j}{\partial p_i} \right]_S \leq 0 \quad (1.43)$$

Isso significa dizer que o efeito substituição move-se sempre em sentido oposto ao movimento de preços. Como consequência direta das condições (iv) e (v), tem-se que (1.43), a chamada *matriz de Slutsky*, é *simétrica e negativa semidefinida*: resolvendo para o  $(i, j)$ -ésimo termo da equação de Slutsky apresentada em (1.32) tem-se que:

$$\left[ \frac{\partial q_j}{\partial p_i} \right]_S = \left[ \frac{\partial q_j}{\partial p_i} \right]_T + q_i \left[ \frac{\partial q_j}{\partial y} \right]_Y \quad (1.44)$$

Dada a condição (1.43) é possível denotar matricialmente (1.44) da seguinte forma:

$$\mathbf{s}(\mathbf{p}, y) = \begin{bmatrix} \frac{\partial q_1}{\partial p_1} + q_1 \frac{\partial q_1}{\partial y} & \dots & \frac{\partial q_1}{\partial p_n} + q_n \frac{\partial q_1}{\partial y} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial q_n}{\partial p_1} + q_1 \frac{\partial q_n}{\partial y} & \dots & \frac{\partial q_n}{\partial p_n} + q_n \frac{\partial q_n}{\partial y} \end{bmatrix} \leq 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \mathbf{e}_{ij} \frac{\partial q_j}{\partial p_i} \quad (1.45)$$

implicando dizer que todos os elementos da diagonal principal são negativos e de igual valor.

As condições de aditividade, homogeneidade, simetria e negatividade representam as restrições básicas impostas a todas funções de demanda. É possível, entretanto, estimar as elasticidades-renda e preço sem utilizar equações de demanda derivadas da maximização da utilidade ou minimização do gasto, o que permite a aplicação da econometria usual a dados de série de tempo ou *cross-section*.

## 1.2 Orçamento em Dois Estágios e Separabilidade

Um consumidor ou uma família pode alocar sua renda em diversas etapas, ou estágios. Por exemplo, em um caso simples de dois estágios, o consumidor pode decidir, no primeiro estágio, alocar a despesa total em grandes grupos de produto, tais como bens duráveis, não-duráveis, serviços etc. Nessa etapa, as únicas informações necessárias são a renda e os preços definidos para cada classe de produto. No segundo estágio, a despesa total, por exemplo, com os produtos não-duráveis determinados no primeiro estágio, pode ser alocado em várias outras classes de produto pertencentes a esse grupo, tais como alimentos, vestuário, transportes, habitação etc.

O gasto com classes individuais de mercadorias de um grupo é expresso como função do gasto alocado em todo o grupo, definido no primeiro estágio, e dos preços dentro do grupo. Desta maneira, a demanda de qualquer bem pertencente a um grupo A pode ser descrita como:

$$q_i^A = q_i^A(\mathbf{p}^A, E^A) \quad (1.46)$$

em que  $\mathbf{p}^A$  é o vetor de preços dos bens dentro do grupo A e  $E$  é o gasto total com o grupo A ( $E^A = p^A q^A$ ). No sentido de satisfazer a essa condição, certas hipóteses devem ser feitas. Uma

condição necessária e suficiente para o segundo estágio do modelo de alocação orçamentária é a hipótese de *separabilidade*.<sup>10</sup>

O conceito básico de separabilidade é que o vetor  $\mathbf{q}$  de bens pode ser particionado em  $N$  grupos  $(q^A, q^B, \dots, q^N)$ . Logo, as preferências dentro de um mesmo grupo podem ser descritas independentemente das quantidades consumidas nos outros grupos. Desse modo, a função utilidade pode ser expressa como:

$$u = v(v_A(q^A), v_B(q^B), \dots, v_N(q^N)) \quad (1.47)$$

Sem perda de generalidade,  $q^A$  é dita fracamente separável se a função utilidade direta toma a forma de:

$$u = v(v_A(q^A), q^{\bar{A}}) \quad (1.48)$$

oem que  $v_A(q^A)$  é uma sub-função utilidade associada à  $q^A$ . Esta questão é equivalente à existência de um ordenamento das preferências em  $q^A$ , sendo que as escolhas das cestas referente à  $q^A$  são independentes do vetor  $q^{\bar{A}}$ . Logo, se a taxa marginal de substituição entre quaisquer dois bens dentro do mesmo grupo é independente do consumo de qualquer bem dentro dos outros grupos, então considera-se esta como sendo a *separabilidade fraca das preferências*.

Em contraste, se a taxa marginal de substituição entre qualquer dois bens dentro de dois diferentes grupos é independente do consumo de qualquer bem dentro de um terceiro grupo, diz-se que esta é a *separabilidade forte das preferências*. A função de utilidade sob essa hipótese é dada por:

$$u = f[g_1(q_1) + g_2(q_2) + g_3(q_3) + \dots + g_m(q_m)] \quad (1.49)$$

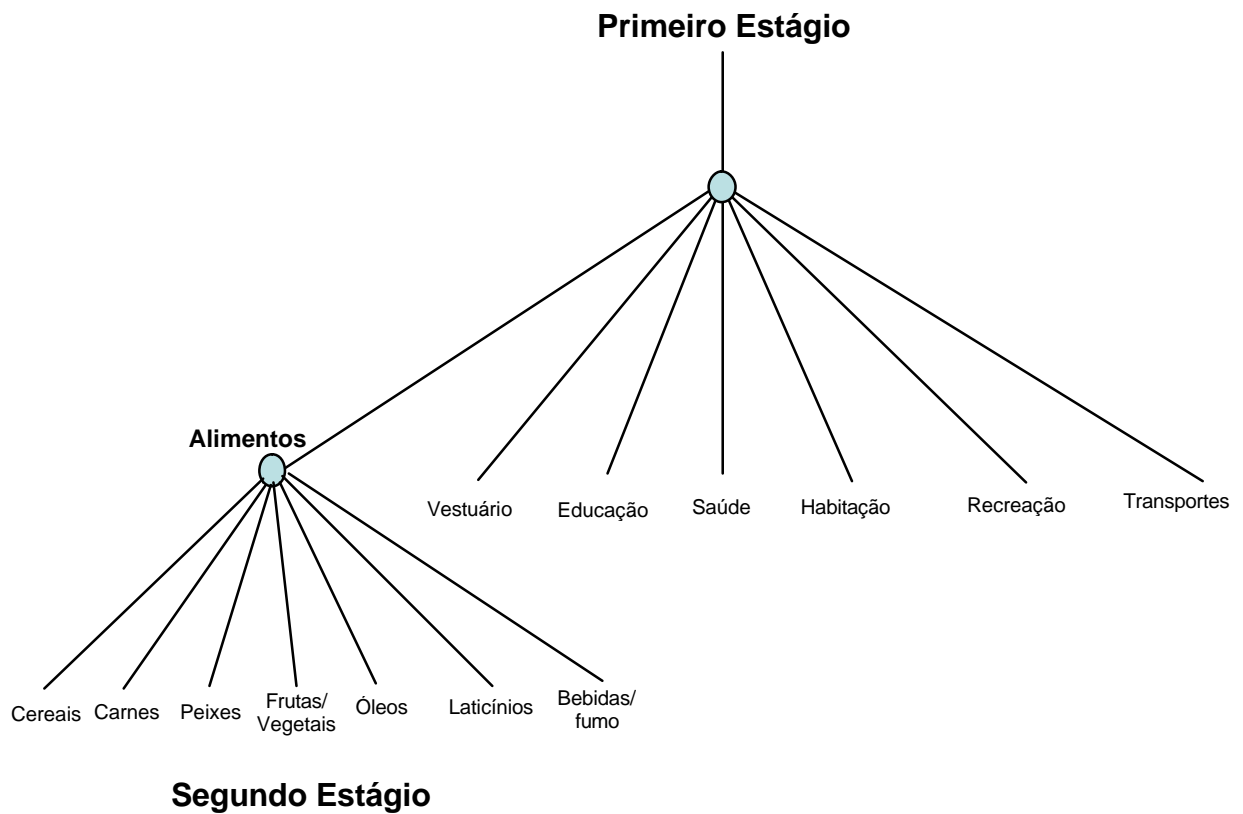
que pode ser simplificada da seguinte forma:

---

<sup>10</sup> A questão da separabilidade das preferências e a idéia do orçamento em dois estágios estão intimamente relacionadas uma a outra (Deaton e Muellbauer, 1980, Cap. 5).

$$u = f\left(\sum_R v_R(q^R)\right) \quad (1.50)$$

Logo, se cada um dos grupos  $q^R$  contém um único bem, as preferências são ditas *aditivas*, ou que elas são *independentes*. A Figura 1.2, adaptada de Seale, Regmi e Bernstein (2003, p. 6), exemplifica o procedimento de um modelo de orçamento em dois estágios, retratando a questão da separabilidade das preferências.



**Figura 1.2 Modelo de orçamento em dois estágios**

Parece razoável supor que os gastos com as grandes categorias de consumo no primeiro estágio podem ser independentes uns dos outros. Dessa forma, a estimação do consumo, nesse estágio, assume a hipótese de preferências independentes. Entretanto, a demanda de bens dentro de cada categoria pode não ser independente. Por exemplo, muitos produtos alimentares são substitutos ou complementares e possuem efeitos cruzados importantes. Logo, quando se estima o se-

gundo estágio do modelo, a preferência independente é substituída pela hipótese de separabilidade fraca.

### 1.3 Sistema de Equações de Demanda

Muitos esforços têm sido feitos para modelar as formas funcionais das equações de demanda de acordo com as restrições da teoria. Os sistemas de equações de demanda utilizados nos estudos empíricos são desenvolvidos, em geral, a partir da especificação da função utilidade, direta ou indireta, ou através da aproximação de um sistema de equações em termos diferenciais. Em geral, os sistemas de demanda são estimados observando-se as características das famílias, traduzidas pela função gasto, bem como pelas características sócio-demográficas que afetam os padrões de consumo.<sup>11</sup>

Esse método vem acumulando uma extensa literatura desde E. Engel em 1857 – o pioneiro nesse tipo de metodologia – passando pelos trabalhos de Working (1943), Prais e Houthaker (1955), Leser (1963), Barten (1964), Theil (1965), Diewert (1971), Christensen, Jorgenson e Lau (1975) e Deaton e Muellbauer (1980), até os trabalhos mais recentes como o de Theil, Chung e Seale (1989).

A estimação de um sistema de demanda a partir do desenvolvimento da Teoria do Consumidor foi inicialmente desenvolvida por Stone (1954) e, a partir de então, inúmeras pesquisas têm sido realizadas com o propósito de encontrar estimativas de formas funcionais e especificações alternativas. Entre os modelos mais utilizados citam-se: 1) o *Sistema de Despesas Lineares* (LES)<sup>12</sup>, estimado inicialmente pelo próprio Stone (1954), baseado na especificação de uma função de demanda marshalliana, e largamente empregado para dados específicos de um país; 2) o *modelo de Rotterdam*, proposto inicialmente por Barten (1964) e desenvolvido por Theil (1965, 1975), que utiliza tanto a função de demanda hicksiana quanto a marshalliana; 3) os modelos *Translog* de Christensen, Jorgenson e Lau (1975) e *Adilog Indireto*, introduzido por Houthaker (1960), ambos baseados na transformação de uma função-utilidade indireta; e 4) o modelo AIDS

---

<sup>11</sup> Outra forma de se modelar a função de demanda a partir da incorporação de características das famílias, seria através de escalas de equivalência, que avaliam o bem-estar entre famílias de diversos tamanhos, através das características demográficas, educacionais e ocupacionais (Deaton e Muellbauer, 1980, pp. 191-192).

<sup>12</sup> A sigla LES vem de Linear Expenditure System. Esse modelo é derivado da função-utilidade Klein-Rubin que, às vezes, também é referida como função-utilidade Stone-Geary (Theil, 1980, pp. 9-10).

(*Almost Ideal Demand System*), desenvolvido por Deaton e Muellbauer (1980), a partir de função de demanda hicksiana. Os modelos de demanda de Rotterdam, Translog e AIDs também são conhecidos como flexíveis, pois são derivados de uma função utilidade (ou gasto) que é gerada a partir de uma aproximação de segunda ordem da função original (Diewert, 1971).

Na seqüência desta seção, procura-se mostrar os fatores que explicam a decisão de consumo das famílias, além da introdução do modelo de Working, que foi a primeira experiência bem sucedida de aplicação da restrição de aditividade a um sistema de demanda. Por fim, são analisadas algumas questões relacionadas à escolha do sistema de demanda adequado às restrições teóricas estabelecidas pelos modelos.

### 1.3.1 Fatores de Explicação do Consumo das Famílias

Um dos pontos de partida na escolha do sistema de demanda a ser utilizado advém das “leis” relativas ao comportamento do consumidor. Algumas dessas “leis” foram postuladas por E. Engel para classificar os bens em necessários, inferiores e de luxo. Barbosa (1985, p.85) cita as seguintes proposições: i) a alimentação constitui o item mais importante do orçamento doméstico; ii) à medida de que a renda aumenta, a participação dos gastos com bens de luxo aumenta, enquanto as participações dos gastos com moradia e vestuário permanecem aproximadamente constantes.<sup>13</sup> É verdade, conforme aponta Barbosa (1985, p. 85), que essas “leis” sofrem a influência do tempo e do desenvolvimento dos países. No entanto, a utilização de orçamentos familiares ainda representa uma fonte importante para o estudo do comportamento do consumidor.<sup>14</sup>

Em geral, as pesquisas de orçamentos familiares apresentam uma pequena variabilidade nos preços dos bens e serviços, dependendo, todavia, do período pelo qual a pesquisa se estende. Apenas no sentido de praticidade, admite-se que os preços sejam iguais para todos os consumidores. Desse modo, de acordo com a teoria do consumidor, a equação de demanda pelo  $i$ -ésimo bem pode ser expressa como:

$$q_i = q_i(y/p_i), \quad i = 1, \dots, n \quad (1.51)$$

---

<sup>13</sup> Outros fatores, que não a renda, podem eventualmente afetar o consumo dos diversos bens e serviços, como, por exemplo, a classe social do consumidor, composição da família, ocupação, nível de escolaridade etc. (Barbosa, 1985, p. 86).

<sup>14</sup> Detalhes sobre outros aspectos das pesquisas de orçamentos familiares serão apresentados no Capítulo 4 desse estudo.

em que  $q_i(y/p_i)$  indica que os preços  $p_i$  são constantes. A equação (1.51) é a representação da chamada curva de Engel, que também pode ser apresentada como uma relação entre a despesa com uma determinada mercadoria e a renda, ou seja:

$$y_i = p_i q_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (1.52)$$

A única restrição que se aplica às curvas de Engel, segundo a teoria do consumidor, refere-se à equação orçamentária. Nesse caso, a soma das despesas na aquisição dos diversos bens de consumo deve ser igual à renda do consumidor. Logo:

$$\sum_{i=1}^n p_i q_i = \sum_{i=1}^n y_i = E \quad (1.53)$$

em que  $E$  é a variável *proxy* para a renda que define o total de gastos da família.

### 1.3.2 O Modelo de Working

A teoria econômica não indica uma forma funcional específica para as curvas de Engel apresentadas em (1.52). Prais e Houthaker (1955), em seu estudo clássico sobre o assunto, experimentaram diversas formas funcionais, tais como, a linear, a duplo-log, a semi-log, a hiperbólica e a log-recíproca. Cada uma dessas fórmulas continha uma característica superior a outra, dependendo do tipo de bem e da faixa de renda dos consumidores, e nem todas são consistentes com a restrição de aditividade, o que tornou as estimativas baseadas nesse modelo pouco embasadas do ponto de vista teórico.

No entanto, um modelo extremamente útil, e consistente com a aditividade, foi estimado por Working (1943) e Leser (1963) para uma forma funcional da Curva de Engel estimada para a demanda de alimentos.<sup>15</sup> Esse modelo, relaciona linearmente a participação orçamentária do bem  $i$ ,  $w_i$ , definida por:

$$w_i = \frac{p_i q_i}{E} \quad (1.54)$$

---

<sup>15</sup> Esse modelo também é chamado Working-Leser, ou simplesmente modelo de Working. Prais e Houthaker (1955) também o denominam como modelo semi-log.

com o logaritmo da renda (ou despesa total)  $E$ , ou seja:

$$w_i = \mathbf{a}_i + \mathbf{b}_i \log E \quad (1.55)$$

em que  $\mathbf{a}_i$  e  $\mathbf{b}_i$  são os parâmetros estimados. A aditividade requer que  $\sum w_i = 1$ , que é satisfeita desde que:

$$\sum_{i=1}^n \mathbf{a}_i = 1 \text{ e } \sum_{i=1}^n \mathbf{b}_i = 0 \quad (1.56)$$

Na verdade, se (1.54) é estimada equação por equação através de mínimos quadrados ordinários, os parâmetros  $\hat{\mathbf{a}}_i$  e  $\hat{\mathbf{b}}_i$  satisfarão automaticamente à expressão (1.56). Ademais, o modelo permite classificar os bens em necessários ( $\mathbf{b}_i < 0$ ) ou superiores ( $\mathbf{b}_i > 0$ ).

O modelo de Working retrata uma das mais impressionantes regularidades empíricas da Lei de Engel, em que a participação orçamentária com alimentos cai com o aumento da renda. Deaton e Muellbauer (1980) e Theil, Chung e Seale (1989) têm encontrado fortes evidências em favor do modelo de Working para outros aspectos das proposições de Engel. As extensões dos sistemas de demanda formuladas por esses autores a partir do modelo de Working, além de estarem de acordo com as restrições aditividade e homogeneidade, permitem aplicações empíricas da teoria a um nível mais geral, principalmente pelo fato de a equação (1.55) ser adaptada para incluir mudanças nos preços relativos.

### 1.3.3 A Escolha do Modelo de Demanda

Foi visto na subseção 1.1.5 que as funções de demanda marshalliana e hicksiana devem satisfazer às restrições impostas pela teoria da demanda. O modelo LES, por exemplo, admite as restrições de homogeneidade, aditividade, simetria e negatividade, sem perder a linearidade da função (Deaton, 1980, p. 66), embora essas condições tenham que ser impostas algebricamente dentro do modelo. No entanto, o formato peculiar da função utilidade Klein-Rubin impõe severas restrições à análise do comportamento do consumidor, tais como, a impossibilidade de se averiguar a comparabilidade entre bens e a exclusão de bens inferiores, devido ao fato de que as participa-



ções orçamentárias marginais obtidas da estimação são constantes com a variação da renda (Barbosa, 1985, pp. 74-75 e Seale, Regmi e Bernstein, 2003).

No modelo de Rotterdam, por outro lado, as restrições podem ser impostas diretamente no modelo e podem ser estatisticamente testadas. Ademais, esse modelo permite a avaliação de bens substitutos e complementares, além da aplicação da propriedade de separabilidade das preferências. Desse modo, a despesa total pode ser particionada em grupos de bens, permitindo a análise das preferências de um grupo independentemente das quantidades de outros grupos. No entanto, o modelo de Rotterdam tem a desvantagem, como no modelo LES, de produzir participações orçamentárias marginais constantes, levando a resultados contraintuitivos em termos de variação na renda (Seale, Regmi e Bernstein, 2003). Outra desvantagem deve-se à flexibilidade do modelo, que implica um número bastante alto de parâmetros a serem estimados (Barbosa, 1985, p. 82).<sup>16</sup>

O problema de participação orçamentária marginal constante é evitado no modelo AIDS, em que um sistema de demanda pode ser gerado para grandes grupos de mercadorias. Com isso, variações no nível de gasto das famílias passariam a gerar alterações nas elasticidades-renda. No entanto, o modelo AIDS apresenta graves desvantagens: i) os parâmetros do modelo são não-lineares e ocorrem em grande número, o que dificulta a estimação, ii) a condição de negatividade não é satisfeita; e iii) a separabilidade das preferências não é determinada por uma especificação geral (Seale, Regmi e Bernstein, 2003). Entretanto, Theil, Chung e Seale (1989) procuraram solucionar os problemas acima expostos combinando o conceito central do modelo AIDS, que é o modelo de Working, com a abordagem diferencial da demanda e os atributos da separabilidade do modelo de Rotterdam. Na seqüência desta dissertação, o desenvolvimento desse modelo será analisado mais substancialmente (Capítulo 2), bem como as decorrentes aplicações empíricas e extensões (Capítulos 3 e 4).

---

<sup>16</sup> Enquanto o modelo LES possui  $2n$  parâmetros, o modelo de Rotterdam possui  $n(n+1)$  parâmetros (Barbosa, 1985, p. 82).

## Capítulo 2

### A Abordagem Diferencial da Demanda e O Modelo Flórida

No capítulo precedente, a teoria da demanda foi fundamentada sobre a Teoria da Escolha do consumidor. O conceito de utilidade foi utilizado para definir o nível de satisfação ou bem-estar que permitiria uma alocação específica da renda entre diferentes produtos. A base da análise da demanda foi o problema de como maximizar a utilidade com respeito a um dado nível de renda (restrição orçamentária). Alternativamente, esse problema podia ser expresso como a minimização da despesa ou gasto sujeita a um determinado nível de utilidade, cuja resolução levava a um conjunto de equações de demanda que expressa quantidade demandada de cada bem como uma função do preço desses bens e da renda total. A função de demanda baseada na maximização da utilidade foi chamada de demanda *marshalliana*, ou função de demanda não compensada, ao passo que a função de demanda obtida da minimização, foi chamada de demanda *hicksiana*, ou função de demanda compensada.

Todas as funções de demanda estavam sujeitas a quatro restrições básicas, aditividade, homogeneidade, simetria e negatividade. Logo, a estimação de elasticidades-renda e preço através de sistemas de equações de demanda deveria respeitar tais restrições. Entretanto, nem todos os sistemas de demanda são consistentes com a teoria econômica apresentada. Theil, Chung e Seale (1989) procuraram construir um sistema de demanda que englobasse tais restrições e que refletisse apropriadamente o comportamento do consumidor. Esse modelo emprega, basicamente, o processo de alocação orçamentária de dois estágios discutido no capítulo anterior e a abordagem diferencial da demanda.

O presente capítulo tem, como objetivo, desenvolver os pilares da abordagem diferencial da teoria da demanda abordado por Theil (1975, 1980) e que representa a base teórica do modelo de Rotterdam e do sistema desenvolvido por Theil e companheiros da Universidade da Flórida. Toda a técnica da abordagem diferencial é apresentada na seção 2.1, a partir das obras de Theil (1980) e de Theil, Chung e Seale (1989). Essa seção também trata da justificativa da hipótese de prefe-

rências independentes na construção do modelo. A seção 2.2 discute especificamente a aplicação da abordagem diferencial ao modelo de Working com preços, que motiva a criação do modelo Working-PI, também chamado de Modelo Flórida. A seção 2.3 discorre sobre a especificação econométrica do novo sistema de demanda e o cálculo das elasticidades-renda e preço a partir dele. A seção 2.4 encerra o capítulo com a discussão sobre o método econométrico de estimação desse modelo.

## 2.1 A Abordagem Diferencial da Teoria do Consumidor

### 2.1.1 Linhas Gerais da Abordagem Diferencial

Seja o vetor  $\mathbf{p} = p_1, \dots, p_n$  os preços de  $n$  bens de consumo e  $E$  uma determinada renda (despesa) total disponível. O problema do consumidor é selecionar o vetor de quantidades  $\mathbf{q} = q_1, \dots, q_n$  que maximiza a função utilidade  $u(\mathbf{q})$  sujeita à restrição orçamentária  $\mathbf{p}^T \mathbf{q} = E$ :<sup>17</sup>

$$\begin{cases} \max u(\mathbf{q}) \\ \text{s.a. } \mathbf{p}^T \mathbf{q} = E \end{cases} \quad (2.1)$$

O resultado é um sistema de  $n$  equações de demanda, cada uma descrevendo alguma quantidade  $q_i$  como uma função de  $n+1$  variáveis independentes, ou seja,  $E, p_1, \dots, p_n$ , ou seja:

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}(E, \mathbf{p}) \quad (2.2)$$

O método de derivação desse sistema, discutido no Capítulo 1, decorria da especificação de uma forma algébrica da função utilidade – ou da função de utilidade indireta do consumidor ou de sua função gasto. A abordagem diferencial, entretanto, não requer uma especificação algébrica inicial de uma função, acarretando em grande flexibilidade na estimação. Outra vantagem desse método é a possibilidade de distinguir o efeito-substituição decorrente de variações nos preços (Theil, 1980, p. 11).

Essa abordagem é baseada na idéia geral de se tomar o diferencial total das equações de demanda com respeito às variações de preço e renda, o que envolve o uso de índices de preço e

<sup>17</sup> A representação da restrição orçamentária é diretamente comparável com a equação (1.4) do Capítulo 1, onde  $\mathbf{p}^T$  é a transposta do vetor-linha de preços.

quantidade de Divisia.<sup>18</sup> Esses índices são obtidos tomando-se o diferencial total da restrição orçamentária

$$E = p_1 q_1 + \dots + p_n q_n \quad (2.3)$$

com relação aos preços e quantidades, obtendo-se

$$dE = \sum_{i=1}^n q_i dp_i + \sum_{i=1}^n p_i dq_i \quad (2.4)$$

Dividindo ambos os lados de (2.4) por  $E$  e usando a definição de participação orçamentária dada em (1.53), produz:

$$d(\log E) = \sum_{i=1}^n w_i d(\log p_i) + \sum_{i=1}^n w_i d(\log q_i) \quad (2.5)$$

Fazendo:

$$d(\log P) = \sum_{i=1}^n w_i d(\log p_i) \quad (2.6)$$

$$d(\log Q) = \sum_{i=1}^n w_i d(\log q_i) \quad (2.7)$$

pode-se reescrever (2.5) como a decomposição de Divisia:

$$d(\log E) = d(\log P) + d(\log Q) \quad (2.8)$$

em que  $d(\log P)$  é o índice de preços de Divisia na forma diferencial e  $d(\log Q)$  é o correspondente índice de quantidades de Divisia.

Theil, Chung e Seale (1989, p. 150) observam que  $w_i$  em (2.6) e (2.7) não são constantes, pois são devidos aos níveis de renda  $E$  do vetor de preços  $\mathbf{p}$ . Já as expressões  $d(\log p_i)$  e

---

<sup>18</sup> Os índices de Divisia são examinados em detalhe em Theil (1980).

$d(\log q_i)$  não podem ser tratadas como níveis, pois são as médias dos logaritmos de preços (ou quantidades) ponderadas em relação à  $w_i$ .

### 2.1.2 A Equação Matricial Fundamental de Barten

No Capítulo 1 mostrou-se que a maximização da função utilidade (1.1) condicionada pela restrição orçamentária (1.4), resultava na condição de equilíbrio  $\partial u / \partial \mathbf{q} = \mathbf{1p}$ . É possível, no entanto, denotar  $du/d\mathbf{q}$  para o vetor de derivadas de primeira-ordem da função utilidade (a utilidade marginal dos  $n$  bens), assumindo que essas derivadas sejam todas positivas (princípio de não-saciedade). Assim, resolvendo o problema do consumidor em (2.1) obtém-se o seguinte lagrangeano:

$$L = u(\mathbf{q}) - \mathbf{m}(\mathbf{p}^T \mathbf{q} - E) \quad (2.9)$$

em que  $\mathbf{m}$  é o multiplicador de Lagrange. Diferenciando (2.9) com respeito a  $\mathbf{q}$ , vem:

$$\frac{du}{d\mathbf{q}} = \mathbf{mp} \quad (2.10)$$

A equação (2.10) representa a familiar proporcionalidade entre as utilidades marginais e os preços. A proporcionalidade e a restrição orçamentária constituem a condição de primeira ordem para o máximo condicionado da função utilidade. A  $i$ -ésima equação de proporcionalidade (2.10) atesta que a utilidade marginal do bem  $i$  é igual a  $\mathbf{mp}_i$ . Dividindo ambos os lados dessa equação por  $p_i$ , obtém-se a utilidade marginal de uma unidade monetária gasta com o bem  $i$  igual a  $\mathbf{m}$ . Logo, um aumento de uma unidade monetária na renda causa um aumento na utilidade igual a  $\mathbf{m}$  quando este aumento é utilizado no gasto de qualquer um dos  $n$  bens. Por esse motivo,  $\mathbf{m}$  é conhecido como a *utilidade marginal da renda*.

Combinando (2.10) com a restrição orçamentária  $\mathbf{p}^T \mathbf{q} = E$ , obtém-se  $n+1$  equações de  $n+1$  incógnitas ( $\mathbf{m}$  e o vetor de quantidades  $\mathbf{q}$ ). O próximo passo é a diferenciação destas  $n+1$  equa-

ções com respeito às  $n + 1$  variáveis independentes (renda  $E$  e o vetor de preços  $\mathbf{p}$ ). Barten (1964) mostra que o resultado pode ser escrito através da seguinte matriz particionada:<sup>19</sup>

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U} & \mathbf{p} \\ \mathbf{p}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\mathbf{q}/dE & d\mathbf{q}/d\mathbf{p}^T \\ -d\mathbf{m}/dE & -d\mathbf{m}/d\mathbf{p}^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{m} \\ 1 & -\mathbf{q}^T \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

onde  $\mathbf{U} = \partial^2 u / \partial q_i \partial q_j$  é o hessiano orlado da função utilidade;  $d\mathbf{q}/dE$  e  $d\mathbf{q}/d\mathbf{p}^T$  são as matrizes de derivadas de primeira ordem do sistema de demanda (2.1); e  $d\mathbf{m}/dE$  e  $d\mathbf{m}/d\mathbf{p}^T$  são as derivadas da utilidade marginal da renda. Assume-se que  $\mathbf{U}$  é simétrica negativa definida, condição suficiente para um máximo condicionado da utilidade.<sup>20</sup> A primeira matriz à esquerda em (2.11), que é quadrada de ordem  $n + 1$ , é o hessiano orlado da função utilidade. A matriz imediatamente à esquerda do sinal de igual – também quadrada e de ordem  $n + 1$  – contém as derivadas de todas as variáveis dependentes ( $\mathbf{q}$  e  $\mathbf{m}$ ) com respeito a todas as variáveis independentes ( $\mathbf{p}$  e  $E$ ).<sup>21</sup>

Resolvendo a equação matricial (2.11) para as derivadas  $d\mathbf{q}/dE$  e  $d\mathbf{q}/d\mathbf{p}^T$ , pode-se deduzir, como resultado principal, que  $d\mathbf{q}/d\mathbf{p}^T$  passa a ser representado como uma soma de três termos (Theil, Chung e Seale, p. 151):

$$\frac{d\mathbf{q}}{d\mathbf{p}^T} = \mathbf{m}\mathbf{U}^{-1} - \mathbf{f}E \frac{d\mathbf{q}}{dE} \frac{d\mathbf{q}}{dE}^T - \frac{d\mathbf{q}}{dE} \mathbf{q}^T \quad (2.12)$$

onde  $\mathbf{f}$  é a *flexibilidade de renda*, isto é, o recíproco da utilidade marginal da renda.<sup>22</sup>

$$\frac{1}{\mathbf{f}} = \frac{d\mathbf{m}}{dE} \frac{E}{\mathbf{m}} \quad (2.13)$$

<sup>19</sup> Brown e Deaton (1972) chamou a equação (2.11) de “equação matricial fundamental da teoria do consumidor em termos de variações infinitesimais”.

<sup>20</sup> Pode-se considerar também a hipótese de que  $\mathbf{U}$  é negativa semidefinida. No entanto, a hipótese forte de definição estrita é importante, pois assegura a sua inversibilidade de  $\mathbf{U}$  (Theil, 1980, p. 15).

<sup>21</sup> A solução dessa equação matricial, bem como a derivação de seus resultados, podem ser encontrados em Theil (1965). A derivação de (2.11) e a solução passo a passo para  $d\mathbf{q}/dE$  é obtida em Theil, Chung e Seale (1989, pp. 158-160).

<sup>22</sup> Esse resultado também foi assegurado no Capítulo 1, equação (1.19), a partir da condição de primeira ordem do problema de minimização da função gasto.

Como por (2.11)  $d\mathbf{m}/dE$  é negativo, então  $\mathbf{f}$  também é necessariamente negativo (Theil, 1970).<sup>23</sup> Hanoch (1975), por esse motivo, interpretou  $\mathbf{f}$  como prêmio de aversão ao risco. Frisch (1959) também destaca a flexibilidade de renda como um indicador de bem-estar.

A equação (2.12) é conhecida como decomposição de Slutsky de preços em relação aos efeitos renda e substituição. O último termo da decomposição,  $-(d\mathbf{q}/dE)\mathbf{q}^T$ , é o *efeito renda* da variação em  $p_j$  na demanda do  $i$ -ésimo bem. Os dois primeiros termos representam o *efeito substituição* desta variação: a resposta de  $q_i$  à variações em  $p_j$ , com a renda *real* (e os outros preços) mantidos constantes. O efeito substituição total, portanto, pode ser composto por um *efeito substituição específico*,  $\mathbf{m}\mathbf{U}^{-1}$ , e por um *efeito substituição geral*,  $-\mathbf{f}E \frac{d\mathbf{q}}{dE} \frac{d\mathbf{q}^T}{dE}$ , de acordo com a terminologia de Houthakker (1960).

O efeito geral refere-se à competição de todos os  $n$  bens por uma unidade monetária extra de renda do consumidor, considerando-se que o efeito específico é repartido com a interação dos dois bens ( $i$  e  $j$ ) na função de utilidade. O efeito específico toma a forma  $\mathbf{m}u^{ij}$  para esses dois bens, sendo  $u^{ij}$  o  $(i, j)$ -ésimo elemento da matriz  $\mathbf{U}^{-1}$  (Theil, 1980, p. 15).

### 2.1.3 A Forma Geral do Sistema de Demanda Diferencial

Quando se resolve (2.11) para as derivadas  $d\mathbf{q}/dE$  e  $d\mathbf{q}/d\mathbf{p}^T$ , é possível combinar esses resultados para obter o diferencial total da demanda,  $d\mathbf{q}$ . Dessa forma, é possível expressar  $d\mathbf{q}$  como a soma de  $dE$  (multiplicada por  $d\mathbf{q}/dE$ ) e  $d\mathbf{p}$  (premultiplicado por  $d\mathbf{q}/d\mathbf{p}^T$ ). No entanto, Theil, Chung e Seale (1989, p. 152) demonstraram que o diferencial do sistema de demanda (2.2) pode ser apresentado de modo mais simples, através de uma formulação algébrica próxima da decomposição de Divisia. Para tanto, deve-se tomar o diferencial total da participação orçamentária,  $w_i = p_i q_i / E$ :

---

<sup>23</sup> Na verdade, a condição suficiente para a existência de uma máxima utilidade garante que  $\mathbf{f}$  seja negativo (Theil, 1980, p. 15). Houthaker (1960), através de uma função utilidade adilog, e Goldberger (1969), a partir de uma função utilidade Stone-Geary também chegam ao resultado negativo de  $\mathbf{f}$ .

$$dw_i = \frac{q_i}{E} dp_i + \frac{p_i}{E} dq_i - \frac{p_i q_i}{E^2} dE \quad (2.14)$$

que pode ser reescrito da seguinte forma:

$$dw_i = w_i d(\log p_i) + w_i d(\log q_i) - w_i d(\log E) \quad (2.15)$$

A equação (2.15) mostra que a variação na participação orçamentária é a soma de três componentes: um componente de preço, um componente de quantidade e um componente de renda (ou gasto total). Nota-se que o componente de quantidade  $w_i d(\log q_i)$  é igual à contribuição do bem  $i$  no índice de quantidades de Divisia mostrado em (2.7). Esta expressão também é a variável dependente no sistema de demanda diferencial para o  $i$ -ésimo bem, obtido diretamente de (2.11):<sup>24</sup>

$$w_i d(\log q_i) = \mathbf{q}_i d(\log Q) + \mathbf{f} \sum_{j=1}^n \mathbf{q}_{ij} d \left[ \log \frac{p_j}{P^*} \right] \quad (2.16)$$

O primeiro termo a direita do sinal de igual,  $\mathbf{q}_i d(\log Q)$ , é o termo de renda real da demanda, em que  $\mathbf{q}_i$  é definido como a participação marginal do bem  $i$ , ou seja, é a quantidade adicional gasta com o bem  $i$  quando a renda aumenta em uma unidade monetária:

$$\mathbf{q}_i = \frac{\partial(p_i q_i)}{\partial E}, \quad \sum_{i=1}^n \mathbf{q}_i = 1 \quad (2.17)$$

Portanto, o termo  $\mathbf{q}_i$  resulta de duas fontes: a variação na renda nominal  $E$  e o efeito renda da variação de preços. Em outras palavras, o efeito renda da variação nos preços na variável dependente em (2.16) é igual à  $\mathbf{q}_i$  multiplicada pelo índice de preços de Divisia,  $d(\log P)$ . Este efeito transforma a variação na renda nominal em uma variação de renda real.

A razão da participação marginal com a correspondente participação orçamentária é igual à elasticidade-renda do  $i$ -ésimo bem:

---

<sup>24</sup> As derivações matemáticas de (2.17) também são obtidas em Theil, Chung e Seale (1989, p. 160).



$$\frac{q_i}{w_i} = p_i \frac{dq_i}{dE} \frac{E}{p_i q_i} = \frac{d \log q_i}{d \log E} \quad (2.18)$$

De (2.17) pode-se deduzir que a média ponderada das elasticidades-renda em relação a  $w_i$  é igual a unidade.<sup>25</sup>

$$\sum_{i=1}^n w_i (q_i / w_i) = \sum_{i=1}^n q_i = 1$$

Se a elasticidade-renda for maior que 1,  $q_i > w_i$ , os bens são chamados de *superiores* (ou *de luxo*); se a elasticidade-renda for menor que 1,  $q_i < w_i$ , os bens são chamados de *necessários*; se a elasticidade renda for negativa,  $q_i < 0$ , os bens são denominados *inferiores*.

O segundo termo à direita em (2.16) é o termo substituição. O preço do bem  $j$  é demonstrado na forma deflacionada

$$d \left[ \log \frac{p_j}{P^*} \right] = d(\log p_j) - d(\log P^*) \quad (2.19)$$

onde  $d(\log P^*)$  é o índice de preços de Frisch definido por:

$$d(\log P^*) = \sum_{j=1}^n q_j d(\log p_j) \quad (2.20)$$

em que as participações marginais são usadas como ponderador. Uma vez que se tem  $q_i > w_i$ , para o caso de bens superiores, e  $q_i < w_i$ , para os bens necessários, o índice de preços de Frisch dá um maior (ou menor) peso às variações logarítmicas de preços dos bens superiores (ou necessários) do que o índice de preços de Divisia.

O termo substituição em (2.16) representa o efeito substituição total das variações de preço, onde o componente específico toma a forma de  $f \sum_j q_{ij} d(\log p_j)$ , que é a forma não-deflacionada

---

<sup>25</sup> Esse resultado deve ser comparado ao encontrado a partir da condição de agregação de Engel [equação (1.35), Capítulo 1].

do termo substituição em (2.16). Este é o efeito-substituição geral das variações no preço que é representado pelo índice de preços de Frisch. Dessa forma, o efeito renda de variações de preço deflaciona a variação na renda nominal pelo índice de preços de Divisia. Por sua vez, o efeito substituição geral deflaciona seu efeito substituição específico pelo índice de preços de Frisch.

Os  $q_{ij}$  no termo substituição de (2.16) tomam o seguinte formato (Theil, 1980, p. 18):

$$q_{ij} = \frac{p_j}{\sum_{k=1}^n p_k} p_i u^{ij} p_j \quad i, j = 1, \dots, n \quad (2.21)$$

em que  $u^{ij}$  é o  $(i, j)$ -ésimo elemento de  $\mathbf{U}^{-1}$ . A matriz  $n \times n$   $[q_{ij}]$  é simétrica positiva definida. A somatória de  $q_{ij}$  em relação a  $j$  dá a  $i$ -ésima participação marginal, ou seja:

$$\sum_{j=1}^n q_{ij} = q_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (2.22)$$

Deve-se observar que por (2.17) tem-se que os  $q_i$  somam 1, significando dizer que por (2.22) quando  $q_{ij}$  é somado em relação a todos  $i$  e  $j$ :

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n q_{ij} = \sum_{i=1}^n q_i = 1 \quad (2.23)$$

Houthaker (1960) define a partir de (2.21) e (2.22) relações específicas de substituíbilidade e complementaridade de bens. Como  $f < 0$ , se  $q_{ij} < 0$  e  $q_{ji} < 0$  um aumento no  $j$ -ésimo (ou  $i$ -ésimo) preço relativo, mantida a renda real constante, eleva a demanda pelo  $i$ -ésimo ( $j$ -ésimo) bem: esses bens são ditos *substitutos específicos*. Por outro lado, se  $q_{ij} > 0$  e  $q_{ji} > 0$ , então um aumento no preço relativo de cada bem  $(i, j)$  reduz a demanda do outro. Esses bens são chamados de *complementares específicos*.<sup>26</sup>

---

<sup>26</sup> Essas definições não são idênticas às utilizadas por Hicks na definição de bens substitutos e complementares, pois foram baseadas no efeito substituição total (Theil, 1980, p. 17).

### 2.1.4 Os Coeficientes de Slutsky

Em (2.16) foi usado o efeito substituição geral de variações nos preços para deflacionar o efeito substituição específico destas variações. No entanto, é possível apresentar o efeito substituição total diretamente sem separá-los em dois componentes (Theil, Chung e Seale, 1989, p. 154). Para tanto, deve-se requerer uma combinação entre  $p_j$  e seu deflator. Dessa forma, pode-se simplificar (2.16) utilizando as equações (2.19), (2.20) e (2.22), bem como a condição de simetria da matriz  $[q_{ij}]$ , produzindo;

$$w_i d(\log q_i) = q_i d(\log Q) + \sum_{j=1}^n p_{ij} d(\log p_j) \quad (2.24)$$

em que

$$p_{ij} = f(q_{ij} - q_i q_j) \quad (2.25)$$

também conhecido como o  $(i, j)$ -ésimo coeficiente de Slutsky. A matriz  $n \times n$   $[p_{ij}]$  é simétrica,

$$p_{ij} = p_{ji} \quad (2.26)$$

e negativa semidefinida de posto  $n - 1$ . De (2.20), entretanto, advém que  $[p_{ij}]$  é matriz singular, pois:

$$\sum_{j=1}^n p_{ij} = 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (2.27)$$

A condição (2.26) é conhecida como *simetria de Slutsky*; e a condição (2.27) é chamada de *homogeneidade da demanda*, ou seja, a demanda permanece inalterada quando todos os preços e a renda nominal variam proporcionalmente (logo a renda real não se altera).

### 2.1.5 A Hipótese de Preferência Independente

A hipótese de *preferência independente* significa que o nível de satisfação do consumidor pode ser representado por uma função de utilidade igual à soma de  $n$  funções, uma para cada quantidade:<sup>27</sup>

$$u(q) = u_1(q_1) + \dots + u_n(q_n) = \sum_{i=1}^n u_i(q_i) \quad (2.28)$$

A utilidade marginal de cada bem  $i$  é agora uma função de  $q_i$  apenas e, com isso, tanto a matriz hessiana  $U$  quanto sua inversa são matrizes diagonais. Segue diretamente de (2.21) que  $[q_{ij}]$  também é diagonal e de (2.22) que os elementos pertencentes à diagonal  $q_{ii}$  são iguais a  $q_i$ . Dessa forma, sob preferência independente pode-se simplificar (2.16) produzindo

$$w_i d(\log q_i) = q_i d(\log Q) + f q_i d \left[ \log \frac{p_i}{P^*} \right] \quad (2.29)$$

A equação (2.29) mostra que o componente de renda real é um múltiplo  $q_i$  do índice de quantidades de Divisia. O termo substituição contém apenas o preço do bem  $i$  deflacionado pelo índice de preços de Frisch. Conforme Theil, Chung e Seale (1989, pp. 155-156) verifica-se que (2.29) é um caso especial de (2.16) com os coeficientes de Slutsky especificados como

$$\begin{aligned} p_{ij} &= f q_i (1 - q_i) & \text{se } i = j \\ p_{ij} &= -f q_i q_j & \text{se } i \neq j \end{aligned} \quad (2.30)$$

Como consequência da aditividade, a participação marginal  $q_i$  e a flexibilidade de renda  $f$  passam a ser constantes e podem ser aproximações relevantes dos níveis de renda e preços. O efeito-substituição, por sua vez, é totalmente determinado por  $f$  apenas quando se assume preferência independente. Theil, Chung e Seale (1989, p. 64) argumentam que essa hipótese é razoável para grandes grupos de bens de consumo. Portanto, o desenvolvimento de sistemas baseados na hipótese forte de aditividade possibilita a composição de equações diferenciais de demanda para

<sup>27</sup> Este caso é frequentemente associado à hipótese de separabilidade forte das preferências, que contrasta com a hipótese de separabilidade fraca (Theil 1980, p. 12).

*grandes grupos de mercadorias*, enquanto que a hipótese fraca possibilita sistemas de demanda de *mercadorias dentro de seu grupo*.

## 2.2 O Modelo Working-PI ou Modelo Flórida

Como o modelo de Working é um importante instrumento na análise efetuada neste estudo, ele será, agora, considerado em maiores detalhes. Como visto no capítulo anterior, o modelo de Working relaciona linearmente a participação no gasto com o bem  $i$  ao logaritmo da despesa total, sendo esta uma forma alternativa de se referir à curva de Engel. Essa formulação, entretanto, ignora a variação de preços. Theil e Suhm (1981), Theil e Clements (1987) e Theil, Chung e Seale (1989), a partir da abordagem diferencial e da aplicação da hipótese de preferência independente, estenderam o modelo para incluir preços. Esse novo sistema de demanda passou a ser conhecido como Working com Preferência Independente (Working-PI) ou modelo Flórida.

### 2.2.1 Participação Marginal e Elasticidade-Renda no Modelo de Working

Seja a existência de  $n$  bens na economia.  $E_i$  é o gasto com o bem de consumo  $i$  e  $E = E_1 + \dots + E_n$  é o gasto total em consumo (ou renda, por brevidade). A participação orçamentária do bem  $i$  é dada por  $w_i = E_i/E$ , em que  $E_i$  representa a despesa com o bem  $i$ . Dessa forma, o modelo de Working atesta que, para  $n$  bens,  $i = 1, \dots, n$ ,

$$w_i = \mathbf{a}_i + \mathbf{b}_i \log E \quad (2.31)$$

que é a mesma equação observada em (1.54).<sup>28</sup> Os coeficientes  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$  estão sujeitos, também, às mesmas condições de aditividade, que aqui são reproduzidas:

$$\sum_{i=1}^n \mathbf{a}_i = 1 \quad \text{e} \quad \sum_{i=1}^n \mathbf{b}_i = 0 \quad (2.32)$$

Multiplicando (2.31) por  $E$ , obtem-se  $w_i E = E_i$  no lado esquerdo da equação. Dessa forma podemos reescrever (2.31) como sendo:

---

<sup>28</sup> Daqui em diante  $\log$  passa a representar o logaritmo natural.

$$E_i = \mathbf{a}_i E + \mathbf{b}_i E \log E \quad (2.33)$$

Diferenciando (2.33) com respeito a  $E$ :

$$\mathbf{q}_i = \frac{dE_i}{dE} = \mathbf{a}_i + \mathbf{b}_i(1 + \log E) = w_i + \mathbf{b}_i \quad (2.34)$$

A derivada à esquerda de (2.34) é a participação orçamentária marginal do bem  $i$ , ou ainda, por simplicidade, é a *participação marginal* do bem  $i$  indicada por  $\mathbf{q}_i$ . Pelo modelo de Working, a participação marginal não é constante e é maior que a participação orçamentária no montante determinado em  $\mathbf{b}_i$ . Conseqüentemente, quando a renda varia,  $w_i$  varia tanto quanto  $\mathbf{q}_i$ .

A elasticidade-renda da demanda pelo bem  $i$  é dada pela razão entre a participação marginal e a participação orçamentária, ou seja:

$$\frac{\mathbf{q}_i}{w_i} = \frac{dE_i}{dE} \frac{E}{E_i} = \frac{d(\ln E_i)}{d(\ln E)} \quad (2.35)$$

Dividindo ambos os lados de (2.34) por  $w_i$  resulta:

$$\frac{\mathbf{q}_i}{w_i} = 1 + \frac{\mathbf{b}_i}{w_i} \quad (2.36)$$

Pela equação (2.36) é possível demonstrar as seguintes situações: i) se  $\mathbf{b}_i > 0$ , então o bem  $i$  é *superior* (pois, a elasticidade-renda é maior que 1); ii) se  $\mathbf{b}_i < 0$ , então o bem  $i$  é *necessário* ou *normal* (nesse caso, a elasticidade-renda fica entre 0 e 1); iii) se  $\mathbf{b}_i = 0$ , então o bem tem elasticidade unitária. A equação (2.26) também mostra que sendo um bem superior ou necessário, a elasticidade-renda do bem  $i$  declinará com aumentos na renda. Isso se deve ao fato de que a participação orçamentária dos bens necessário declinam com acréscimos na renda, enquanto que a

participação orçamentária dos bens superiores aumentam com acréscimos na renda. No caso da elasticidade unitária, a elasticidade-renda não se altera com variações na renda.<sup>29</sup>

## 2.2.2 O Modelo de Working com Preços

A formulação proposta em (2.31) pode ser considerada deficiente, pois ignora a variação de preços que possa existir em uma dada amostra de países ou em um determinado espaço de tempo. Theil, Chung e Seale (1989) demonstraram que a participação orçamentária observada para um determinado bem é baseada na equação (2.31), mas acrescido do fato de que as diversas famílias defrontam com vetores de preços diferentes. Com base nessa constatação, eles introduziram termos de preço ao modelo de Working através da abordagem diferencial.

O primeiro passo na construção do novo modelo é selecionar um conjunto particular de preços para o bem  $i$ ,  $\bar{p}_1, \dots, \bar{p}_n$ , que atenda as diversas unidades de análise.<sup>30</sup> Theil, Chung e Seale (1989, pp. 33) sugerem a média geométrica de preços, como conjunto particular, quando se analisa a demanda de diferentes países ou regiões. Isso implica dizer que a razão de preços  $p_{ic}/p_{jc}$ , possui conjunto de preços relativos de diferentes dimensões para os diversos países ou regiões  $c$ , ou seja:

$$\ln \bar{p}_i = \frac{1}{N} \sum_{c=1}^N \ln p_{ic} \quad (i = 1, \dots, n) \quad (2.37)$$

em que  $N$  representa o número de países ( $c = 1, \dots, N$ ). Entretanto, a estimação para diferentes períodos de tempo, dentro de um mesmo país, pode não incorrer no problema de diferentes dimensões de preço.<sup>31</sup> Desse modo, a média de preços pode ser expressa como sendo uma média aritmética simples, tal que:

---

<sup>29</sup> Esta constatação contrasta com os modelos em que a participação marginal é constante. No caso do sistema de despesa linear (LES), os bens superiores têm elasticidade-renda decrescente, enquanto que os bens necessários têm elasticidade-renda crescente (Theil, Chung e Seale, 1989, p. 32).

<sup>30</sup> Theil, Chung e Seale (1989) elaboram o modelo exclusivamente para análise de demanda entre países. Entretanto, esse modelo também pode ser estendido também para estudo entre regiões e domicílios (ou unidades familiares) de um mesmo país.

<sup>31</sup> Deve-se alertar que caso o estudo seja relacionado a diferentes regiões de um mesmo país, o problema da dimensão de preços volta a existir.

$$\bar{p}_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T p_{it} \quad (i = 1, \dots, n) \quad (2.38)$$

sendo  $T$  o número total de períodos ( $t = 1, \dots, T$ ).

Seja  $Q_c$  a renda real *per capita* de um país ou região  $c$  e  $\bar{w}_i$  é a participação orçamentária do bem  $i$  ajustada pelo conjunto de preços particular  $\bar{p}_i = \bar{p}_1, \dots, \bar{p}_n$ . Substituindo a renda monetária  $E$  e a participação observada  $w_i$ , na equação (2.31), pela renda real  $Q_c$  e a participação ajustada à média geométrica de preços  $\bar{w}_i$ , obtem-se:

$$\bar{w}_{ic} = \mathbf{a}_i + \mathbf{b}_i \ln Q_c \quad (2.39)$$

O passo seguinte na construção do modelo é adicionar  $dw_i = w_i - \bar{w}_i$  em ambos os lados de (2.39), resultando:

$$w_{ic} = \mathbf{a}_i + \mathbf{b}_i \ln Q_c + (w_{ic} - \bar{w}_{ic}) + \mathbf{e}_{ic} \quad (2.40)$$

em que  $w_{ic} - \bar{w}_{ic}$  representa o ajuste a diferença entre o vetor de preço médio ponderado  $\bar{p}_i$  e o vetor de preço de um país ou região específico  $p_{ic}$ , mantendo-se a renda real fixa ao nível  $Q_c$ .

Da definição de  $dw_i$  pode-se reescrever a equação (2.15) da subseção 2.1.3 como:

$$dw_i = w_i [d(\log p_i) - d(\log P)] + w_i d(\log q_i) - w_i [d(\log E) - d(\log P)] \quad (2.41)$$

pois  $-w_i d(\log P) + w_i d(\log P) = 0$ ; nessa expressão  $d(\log P)$  é o índice de preços de Divisia definido na equação (2.6) da subseção 2.1.1. Segue da equação (2.5) que:

$$d(\log E) = [d(\log P) + d(\log Q_c)] \Rightarrow [d(\log E) - d(\log P)] = d(\log Q_c) \quad (2.42)$$

Considerando  $d(\log Q_c) = 0$ , pois, no presente contexto a renda real é fixa (ao nível  $Q_c$ ), temos que:

$$dw_i = w_i [d(\log p_i) - d(\log P) + w_i d(\log q_i)] \quad (2.43)$$



O termo  $w_i d(\log q_i)$  foi definido na equação (2.29) da subseção 2.1.5. Combinando (2.29) com a equação (2.20):

$$w_i d(\log q_i) = \mathbf{q}_i d(\log Q) + \mathbf{f}\mathbf{q}_i \left[ d(\log p_i) - \sum_{j=1}^n \mathbf{q}_j d(\log p_j) \right] \quad (2.44)$$

Substituindo (2.44) em (2.43), considerando, sob a hipótese de preferências independentes, que  $d(\log Q) = 0$ , vem:

$$dw_i = w_i \left[ d(\log p_i) - d(\log P) \right] + \mathbf{f}\mathbf{q}_i \left[ d(\log p_i) - \sum_{j=1}^n \mathbf{q}_j d(\log p_j) \right] \quad (2.45)$$

e, acrescentando a expressão do índice de preços de Divisia para o bem  $j$ , obtém-se:

$$dw_i = w_i \left[ d(\log p_i) - \sum_{j=1}^n w_j d(\log p_j) \right] + \mathbf{f}\mathbf{q}_i \left[ d(\log p_i) - \sum_{j=1}^n \mathbf{q}_j d(\log p_j) \right] \quad (2.46)$$

Fazendo  $d(\log p_i) = \log p_{ic} - \log \bar{p}_i$  e sabendo-se que  $dw_{ic} = w_{ic} - \bar{w}_{ic}$ , a equação (2.40) toma a seguinte forma:

$$w_{ic} - \bar{w}_{ic} = w_i \left[ \log \left( \frac{p_{ic}}{\bar{p}_i} \right) - \sum_{j=1}^n w_j \log \left( \frac{p_{jc}}{\bar{p}_j} \right) \right] + \mathbf{f}\mathbf{q}_i \left[ \log \left( \frac{p_{ic}}{\bar{p}_i} \right) - \sum_{j=1}^n \mathbf{q}_j \log \left( \frac{p_{jc}}{\bar{p}_j} \right) \right] \quad (2.47)$$

em que  $\mathbf{f}$  é a flexibilidade de renda (que se supõe constante no modelo) e  $\mathbf{q}_i$  é a participação orçamentária marginal do bem  $i$ . Pela equação (2.34) pode-se reescrever, por conveniência, a participação orçamentária e a participação marginal do bem  $i$  no país  $c$  de tal sorte que:

$$w_{ic} = \mathbf{a}_i + \mathbf{b}_i q_c, \quad \text{onde } q_c = \log Q_c \quad (2.48)$$

$$\mathbf{q}_{ic} = \mathbf{a}_i + \mathbf{b}_i q_c^*, \quad \text{onde } q_c^* = 1 + q_c \quad (2.49)$$

Usando (2.48) e (2.49) em (2.47) resulta:

$$\begin{aligned}
(w_{ic} - \bar{w}_{ic}) = & (\mathbf{a}_i + \mathbf{b}_i q_c) \left[ \log\left(\frac{p_{ic}}{\bar{p}_i}\right) - \sum_{j=1}^n (\mathbf{a}_j + \mathbf{b}_j q_c) \log\left(\frac{p_{jc}}{\bar{p}_j}\right) \right] \\
& + \mathbf{f}(\mathbf{a}_i + \mathbf{b}_i q_c^*) \left[ \log\left(\frac{p_{ic}}{\bar{p}_i}\right) - \sum_{j=1}^n (\mathbf{a}_j + \mathbf{b}_j q_c^*) \log\left(\frac{p_{jc}}{\bar{p}_j}\right) \right]
\end{aligned} \tag{2.50}$$

Substituindo a equação (2.50) na equação (2.40), com  $d(\log Q_c) = q_c$ , obtem-se finalmente:

$$\begin{aligned}
w_{ic} = & (\mathbf{a}_i + \mathbf{b}_i q_c) + (\mathbf{a}_i + \mathbf{b}_i q_c) \left[ \log\left(\frac{p_{ic}}{\bar{p}_i}\right) - \sum_{j=1}^n (\mathbf{a}_j + \mathbf{b}_j q_c) \log\left(\frac{p_{jc}}{\bar{p}_j}\right) \right] \\
& + \mathbf{f}(\mathbf{a}_i + \mathbf{b}_i q_c^*) \left[ \log\left(\frac{p_{ic}}{\bar{p}_i}\right) - \sum_{j=1}^n (\mathbf{a}_j + \mathbf{b}_j q_c^*) \log\left(\frac{p_{jc}}{\bar{p}_j}\right) \right]
\end{aligned} \tag{2.51}$$

A equação (2.51), a qual expressa a relação fundamental entre participação orçamentária, renda e preços das mercadorias, resume a principal proposição do *modelo Flórida*.<sup>32</sup>

### 2.3 Especificação Econométrica e Elasticidades no Modelo Flórida

O modelo econométrico resultante de (2.51) pode ser dividido em três termos – linear, quadrático e cúbico – conforme indicado abaixo:

$$w_{ic} = \text{LINEAR} + \text{QUADRÁTICO} + \text{CÚBICO} + \mathbf{e}_{ic} \tag{2.52}$$

em que a participação orçamentária  $w_{ic}$  é a variável dependente e  $\mathbf{e}_{ic}$  é o termo erro normalmente distribuído, com média zero e variância constante,  $\mathbf{e} \sim N(0, \mathbf{W})$ , sendo  $\mathbf{W}$  a matriz singular de variância-covariância de tamanho  $n \times n$ .<sup>33</sup> O termo ‘linear’ representa a expressão da *renda-real*; o termo ‘quadrático’ representa a expressão do ‘preço puro’ e o termo ‘cúbico’ representa a expressão de ‘substituição’. Ou seja:

$$\text{LINEAR} = \mathbf{a}_i + \mathbf{b}_i q_c \tag{2.53}$$

<sup>32</sup> Theil, Chung e Seale (1989, p. 42) chamaram esse modelo de Working-PI (onde PI = preferências independentes). Seale, Walker e Kim (1991) preferiram denominá-lo como Modelo Flórida devido ao local onde foi desenvolvido (na tradição do modelo de Rotterdam). Em um de seus últimos escritos, Theil (1996) também o referiu como Modelo Flórida.

<sup>33</sup> A demonstração de singularidade da matriz  $\mathbf{W}$  é verificada em Greene (pp. 637-638).

$$\text{QUADRÁTICO} = (\mathbf{a}_i + \mathbf{b}_i q_c) \left[ \ln \frac{P_{ic}}{\bar{P}_i} - \sum_{j=1}^n (\mathbf{a}_j + \mathbf{b}_j q_c) \ln \frac{P_{jc}}{\bar{P}_j} \right] \quad (2.54)$$

$$\text{CÚBICO} = \mathbf{f}(\mathbf{a}_i + \mathbf{b}_i q_c^*) \left[ \ln \frac{P_{ic}}{\bar{P}_i} - \sum_{j=1}^n (\mathbf{a}_j + \mathbf{b}_j q_c^*) \ln \frac{P_{jc}}{\bar{P}_j} \right] \quad (2.55)$$

O modelo composto pelas equações (2.53) a (2.55) permite eliminar a  $n$ -ésima equação do sistema de demanda, implicando na existência de  $2(n-1)$  parâmetros  $\mathbf{a}_i$  e  $\mathbf{b}_i$  a serem estimados mais a constante  $\mathbf{f}$ . Observa-se uma redução substancial no número de parâmetros a ser estimado, ao custo da perda de linearidade de nosso modelo.

O termo renda real (2.53) representa o efeito na participação orçamentária do bem  $i$  devido a uma alteração na renda (ou volume de dispêndio total), como no modelo linear original de Working, só que ponderado pela média geométrica de preços. O termo preço-puro (2.54) mostra como o aumento no preço resulta em uma participação orçamentária maior do bem  $i$ , mesmo que o volume de gastos totais permaneça constante. Esse termo é quadrático nos parâmetros, pois envolve produtos entre  $\mathbf{a}$ s e  $\mathbf{b}$ s. O termo substituição (2.55) reflete uma situação tal que uma elevação no nível de preços pode causar um decréscimo na participação orçamentária do bem  $i$ , devido a substituição deste bem por outros relativamente mais baratos. Esse termo é cúbico nos parâmetros, pois envolve o produto de  $\mathbf{a}$ s e  $\mathbf{b}$ s com o parâmetro  $\mathbf{f}$ .

As elasticidades-preço e renda são funções do nível de renda e dos preços relativos respectivamente. Foi visto que a elasticidade-renda da demanda pelo  $i$ -ésimo bem associada ao modelo de Working é dada pela razão entre a participação marginal e a participação orçamentária do bem  $i$ , conforme a equação (2.35). Como o modelo Flórida é elaborado no sentido de tomar o efeito da média geométrica de preços, então a equação (2.35) deve ser aplicada em (2.39), resultando:

$$\mathbf{h}_i = \frac{\mathbf{q}_{ic}}{\bar{w}_{ic}} = \frac{(\bar{w}_{ic} + \mathbf{b}_i)}{\bar{w}_{ic}} = 1 + \frac{\mathbf{b}_i}{\bar{w}_{ic}} \quad (2.56)$$

Nesse caso, substituindo os parâmetros  $\mathbf{a}_i$  e  $\mathbf{b}_i$  em (2.39) pelos seus valores estimados produzirá o valor de  $\bar{w}_{ic}$  necessário para o cálculo da elasticidade-renda em (2.56).

Três tipos de elasticidade-preço podem ser calculadas a partir dos parâmetros  $\mathbf{a}_i$  e  $\mathbf{b}_i$  estimados. Para formular as elasticidades-preço é necessário, primeiro, dividir ambos os lados da equação (2.29) da subseção 2.1.5 por  $w_i$ , produzindo:

$$d(\log q_i) = \frac{\mathbf{q}_i}{w_i} d(\log Q) + \frac{\mathbf{f}\mathbf{q}_i}{w_i} [d \log(p_i) - d \log(P^*)] \quad (2.57)$$

em que  $\mathbf{q}_i/w_i$  é a elasticidade-renda do bem  $i$  e  $\mathbf{f}\mathbf{q}_i/w_i$  é a elasticidade-preço de Frisch – devido ao índice de preços de Frisch,  $d(\log P^*)$ . A elasticidade-preço (deflacionada) de Frisch da demanda do bem  $i$ , portanto, mede a elasticidade-preço quando o preço do bem  $i$  varia e a renda é compensada para manter a utilidade marginal da renda constante. Como  $\mathbf{q}_i/w_i$  é dado por (2.56), então pode-se especificar a elasticidade-preço de Frisch como:

$$F = \mathbf{f} \frac{\bar{w}_{ic} + \mathbf{b}_i}{\bar{w}_{ic}} \quad (2.58)$$

A elasticidade-preço (compensada) de Slutsky mede a variação na demanda do bem  $i$  quando o preço de  $i$  varia, enquanto a renda real permanece constante  $d(\log Q) = 0$ . Combinando as equações (2.29) e (2.20) e utilizando os resultados dos coeficientes de Slutsky (2.30), o termo substituição em (2.57) toma a forma:

$$d(\log q_i) = \frac{\mathbf{q}_i}{w_i} d(\log Q) + \frac{\mathbf{f}\mathbf{q}_i}{w_i} \left[ (1 - \mathbf{q}) d \log(p_i) - \sum_{j \neq i} \mathbf{q}_j d \log(p_j) \right] \quad (2.59)$$

Logo, a elasticidade-preço de Slutsky é  $\mathbf{f}\mathbf{q}_i(1 - \mathbf{q}_i)/w_i$  que pode ser reescrita com o auxílio de (2.56) como:

$$S = \mathbf{f} \frac{(\bar{w}_{ic} + \mathbf{b}_i)(1 - \bar{w}_{ic} - \mathbf{b}_i)}{\bar{w}_{ic}} = F(1 - \bar{w}_{ic} - \mathbf{b}_i) \quad (2.60)$$

A elasticidade-preço (não-compensada) de Cournot refere-se a uma situação em que o preço do próprio bem  $i$  varia enquanto a renda nominal permanece constante:  $d(\log E) = 0$ . Segue das equações (2.6) e (2.7) que a decomposição de Divisia (2.8) pode também ser escrita como:

$$d(\log Q) = -\sum_{i=1}^n w_i d(\log p_i) \quad (2.61)$$

Segue, da substituição de (2.61) em (2.59), que:

$$d(\log q_i) = \frac{q_i}{w_i} [-w_i d(\log p_i)] + \frac{f q_i}{w_i} \left[ (1-q) d \log(p_i) - \sum_{j \neq i} q_j d \log(p_j) \right]$$

$$d(\log q_i) = -q_i d(\log p_i) + \frac{f q_i}{w_i} \left[ (1-q) d \log(p_i) - \sum_{j \neq i} q_j d \log(p_j) \right]$$

Logo, a elasticidade-preço de Cournot é igual à elasticidade-preço de Slutsky subtraída da participação marginal  $q_i$ , ou seja:

$$C = f \frac{(\bar{w}_{ic} + \mathbf{b}_i)(1 - \bar{w}_{ic} - \mathbf{b}_i)}{\bar{w}_{ic}} - (\bar{w}_{ic} + \mathbf{b}_i) = S - (\bar{w}_{ic} + \mathbf{b}_i) \quad (2.62)$$

## 2.4 A Estimação por Máxima Verossimilhança

Foi definido na seção precedente que  $\mathbf{e} \sim N(0, \mathbf{O})$ . Logo, pela hipótese de normalidade do termo erro, tem-se que:

$$\sum_{i=1}^n \mathbf{e}_i = 0$$

o que significa dizer que o sistema de equações dado é singular (Greene, 2000, p. 638). Seja, agora, o vetor-linha de erros de tamanho  $n \times 1$  dado por:

$$\mathbf{e} = [\mathbf{e}_1 \quad \mathbf{e}_2 \quad \dots \quad \mathbf{e}_n]$$

Uma vez que:

$$\mathbf{e}'\mathbf{i} = 0$$

onde  $\mathbf{i}$  é um vetor-identidade, segue-se que:

$$E[\mathbf{e}\mathbf{e}'\mathbf{i}] = \mathbf{O}\mathbf{i} = 0$$

o que implica dizer que  $\mathbf{W}$  é uma matriz singular, logo não possui matriz inversa. A solução para o problema de singularidade é dada por Barten (1969) e emerge da utilização das restrições de aditividade e homogeneidade dadas pela equação (2.32), o que torna possível a eliminação de uma das  $n$  equações do sistema. Barten (1969) mostra que os parâmetros estimados são invariantes à equação eliminada e se as restrições do modelo (2.32) forem reescritas na forma:

$$\mathbf{a}_n = 1 - \sum_{i=1}^{n-1} \mathbf{a}_i \text{ e } \mathbf{b}_n = - \sum_{i=1}^{n-1} \mathbf{b}_i \quad (2.63)$$

então, é possível reduzir o sistema a uma forma não-singular. Os parâmetros  $\mathbf{a}_n$  e  $\mathbf{b}_n$  são estimados utilizando (2.63). Desse modo, e para  $i = 1, \dots, n-1$ , o modelo Flórida (2.51) pode ser escrito da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} w_{ic} &= (\mathbf{a}_i + \mathbf{b}_i q_c) + (\mathbf{a}_i + \mathbf{b}_i q_c) \left[ x_{ic} - \sum_{j=1}^{n-1} (\mathbf{a}_j + \mathbf{b}_j q_c) x_{jc} \right] + \\ &+ \mathbf{f}(\mathbf{a}_i + \mathbf{b}_i q_c^*) \left[ x_{ic} - \sum_{j=1}^{n-1} (\mathbf{a}_j + \mathbf{b}_j q_c^*) x_{jc} \right] + \mathbf{e}_{ic} \end{aligned} \quad (2.64)$$

em que  $x_{ic} = \ln(p_{ic}/\bar{p}_i) - \ln(p_{nc}/\bar{p}_n)$ .

Definindo  $\mathbf{w}_c$  e  $\mathbf{e}_c$ , respectivamente, como um vetor-coluna de  $n-1$  elementos, com o  $i$ -ésimo elemento sendo  $w_{ic}$  e  $\mathbf{e}_{ic}$ , o modelo representado pela equação (2.64) pode ser escrito na seguinte forma matricial:

$$\mathbf{w}_c = f_c(?) + \mathbf{e}_c \quad (2.65)$$

em que  $?$  é o vetor de parâmetros de  $2n-1$  elementos a ser estimado e que consiste de  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  e  $\mathbf{f}$  como subvetores;  $f_c(?)$ , por sua vez, é definido como:

$$\begin{aligned} f_c(?) &= \mathbf{a} + q_c \mathbf{B} + \mathbf{X}_c (\mathbf{a} + q_c \mathbf{B}) - (\mathbf{a} + q_c \mathbf{B}) \mathbf{x}_c^T (\mathbf{a} + q_c \mathbf{B}) + \\ &+ \mathbf{f} \mathbf{X}_c (\mathbf{a} + q_c^* \mathbf{B}) - \mathbf{f} (\mathbf{a} + q_c^* \mathbf{B}) \mathbf{x}_c^T (\mathbf{a} + q_c^* \mathbf{B}) \end{aligned} \quad (2.66)$$

em que  $\mathbf{a} = [\mathbf{a}_i]$  e  $\mathbf{B} = [\mathbf{b}_i]$  são os vetores-coluna dos  $n-1$  parâmetros;  $\mathbf{X}_c$  é uma matriz diagonal de ordem  $n-1$ , com  $x_{ic}$  sendo o  $i$ -ésimo elemento da diagonal e  $\mathbf{x}_c$  é um vetor-coluna ( $\mathbf{x}_c^T$  é sua transposta), com  $x_{ic}$  sendo seu  $i$ -ésimo elemento ( $i = 1, \dots, n-1$ ).

Sob a hipótese de que o vetor de erros,  $\mathbf{e}_c$ , para  $c = 1, \dots, N$ , segue uma normal independentemente distribuída [ $\mathbf{e}_c \sim \text{NID}(0, \mathbf{O})$ ], para a qual  $\mathbf{O}_{(n-1) \times (n-1)}$  é a matriz de variância-covariância não-singular das  $n-1$  equações. Theil, Chung e Seale (1989, p. 46) definem a seguinte função de log-verossimilhança:

$$L = k + \frac{1}{2} N \ln |\mathbf{O}^{-1}| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T [\mathbf{w}_c - f_c(?)]^T \mathbf{O}^{-1} [\mathbf{w}_c - f_c(?)] \quad (2.67)$$

em que  $k$  é a constante. A função (2.67) deve ser maximizada com respeito às duas matrizes de parâmetros desconhecidos:  $\mathbf{O}^{-1}$  e  $?$ . Maximizando  $L$  com respeito à  $\mathbf{O}^{-1}$  produz:

$$R(?) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^T [\mathbf{w}_c - f_c(?)] [\mathbf{w}_c - f_c(?)]^T \quad (2.68)$$

Substituindo  $R(?)$  em  $\mathbf{O}^{-1}$  na equação (2.67) obtém-se a função log-verossimilhança concentrada:

$$L^* = k + \frac{1}{2} N \log |R(?)^{-1}| \quad (2.69)$$

Para o modelo Flórida, a condição de primeira-ordem derivada de  $L^*$  com respeito a  $?$  ( $= \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{f}$ ) é dada por:

$$\frac{dL^*}{d?} = \sum_{c=1}^T \left[ \frac{df_c(?)}{d?^T} \right] R(?)^{-1} [\mathbf{w}_c - f_c(?)] \quad (2.70)$$

em que  $df_c(?)/d?^T$  consiste de três submatrizes (Theil, Chung e Seale, p. 46-47):

- $\frac{df_c(?)}{d\mathbf{a}^T} = \mathbf{A} + \mathbf{B} \Rightarrow$  matriz quadrada de ordem  $n-1$ ;

- $\frac{df_c(\boldsymbol{?})}{d\boldsymbol{\beta}^T} = q_c \mathbf{A} + q_c^* \mathbf{B} \Rightarrow$  matriz quadrada de ordem  $n-1$ ;
- $\frac{df_c(\boldsymbol{?})}{d\mathbf{f}^T} = \mathbf{X}_c (\mathbf{a} + q_c^* \boldsymbol{\beta}) - (\mathbf{a} + q_c^* \boldsymbol{\beta}) \mathbf{x}_c^T (\mathbf{a} + q_c^* \boldsymbol{\beta}) \Rightarrow$  vetor coluna de  $n-1$  elementos;

sendo que:

- $\mathbf{A} = \mathbf{X}_c - (\mathbf{a} + q_c \boldsymbol{\beta}) \mathbf{x}_c^T + \left[ 1 - (\mathbf{a} + q_c^* \boldsymbol{\beta})^T \mathbf{x}_c \right] \mathbf{I}$
- $\mathbf{B} = \mathbf{f} \mathbf{X}_c - \mathbf{f} (\mathbf{a} + q_c^* \boldsymbol{\beta}) \mathbf{x}_c^T - \mathbf{f} (\mathbf{a} + q_c^* \boldsymbol{\beta})^T \mathbf{x}_c \mathbf{I}$

A esperança da condição de segunda-ordem derivada de  $L^*$  com respeito a  $\boldsymbol{?}$  ( $= \mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{f}$ ), por sua vez, é:

$$M(\boldsymbol{?}) = E \left[ \frac{d^2 L^*}{d\boldsymbol{?} d\boldsymbol{?}^T} \right] = - \sum_{c=1}^N \left[ \frac{df_c(\boldsymbol{?})}{d\boldsymbol{?}^T} \right]^T R(\boldsymbol{?})^{-1} \left[ \frac{df_c(\boldsymbol{?})}{d\boldsymbol{?}^T} \right] \quad (2.71)$$

Conforme Theil, Chung e Seale (1989, p.47), a matriz de variância-covariância assintótica dos estimadores MV de  $\boldsymbol{?}$  é  $-M(\boldsymbol{?})^{-1}$ . Os erros padrões assintóticos são obtidos a partir dos elementos da diagonal de  $-M(\hat{\boldsymbol{?}})^{-1}$ .



# Capítulo 3

## Estimação do Consumo a Partir de Dados Agregados

No Capítulo 1, foi visto que a análise dos padrões de consumo de uma família ou domicílio pode ser conduzida em dois estágios.<sup>34</sup> No primeiro estágio, o consumidor aloca seu orçamento em grandes grupos ou categorias de consumo, tais como, alimentação, vestuário, educação entre outros. Dado o orçamento para esses grupos, os consumidores tomam as decisões de consumo para os itens que compõem cada grupo, num segundo estágio. O modelo de Working com Preferências Independentes (Working-PI) ou modelo Flórida, de Theil, Chung e Seale (1989), foi criado justamente para examinar a demanda e o comportamento do consumidor frente a variações de renda e preços para grandes grupos de bens serviços.

Dentro das Contas Nacionais brasileiras, mais especificamente através dos dados da Matriz Insumo-Produto, é possível obter informações de consumo das famílias e dos gastos particulares com 80 bens e serviços agregados, de tal sorte que é possível compor o orçamento familiar. Com base nesses dados, este capítulo busca estimar as elasticidades da demanda, assumindo a hipótese de preferências independentes entre 13 categorias agregadas de consumo<sup>35</sup>. Usando o processo de estimação por máxima verossimilhança, foram estimados os parâmetros do modelo Flórida para o consumo das famílias brasileiras no período 1994-2000 e, com base nesses parâmetros, foram calculadas as elasticidades-preço e renda dos 13 grupos de consumo.

Esse capítulo está estruturado em cinco seções. A seção 3.1 descreve a formulação e montagem do banco de dados de consumo das famílias a partir das informações da Matriz Insumo-Produto. Essa seção encerra com uma apresentação de evidências em favor da utilização do modelo de Working para os grupos de consumo Alimentos *in natura* e Energia Elétrica. A seção 3.2 apresenta os resultados da estimação do modelo Flórida para os 13 grupos de consumo. Inclui-se, aí, uma discussão sobre o viés e a consistência dos estimadores, a partir da utilização de técnicas

---

<sup>34</sup> Cf. Deaton e Muellbauer (1980, p. 122); Theil (1980, p. 19) e Deaton (1997, pp. 51-56).

<sup>35</sup> Isso implica que o ordenamento das preferências entre os itens dentro de um grupo de consumo não é dependente dos itens consumidos em outros grupos. As 13 categorias são descritas na seção 3.1.

de reamostragem (*bootstrap*). As estimativas de elasticidade-renda, preço e preço-cruzada são apresentada e discutidas na seção 3.3. Finalmente, a seções 3.4 apresenta análises e comparações com trabalhos nacionais e internacionais a respeito da demanda de energia elétrica.

### **3.1 Os Dados de Consumo da Matriz Insumo-Produto**

As Contas Nacionais esquematizam e quantificam as relações entre os agentes econômicos, constituindo-se, assim, num instrumento indispensável de análise econômica. A Matriz de Insumo-Produto (Matriz I-P) é um modelo desenvolvido a partir da organização das informações estatísticas existentes sobre produção, consumo intermediário, consumo final, distribuição primária da renda gerada, comércio exterior, salários, impostos, etc. As tabelas usadas no modelo de Insumo-Produto são integradas ao sistema de Contas Nacionais, como uma desagregação, por setor de atividade da Conta de Produção. Além disso, a Matriz I-P permite mensurar os impactos sobre a economia causados por alterações exógenas, tais como variações da demanda final de um ou mais produtos.

O que comumente é denominado Matriz de Insumo-Produto é composto por um conjunto de tabelas e quadros que podem ser divididos em dois grupos. No primeiro estão as tabelas básicas obtidas do Sistema de Contas Nacionais – as Tabelas de Recursos e Usos –, as quais resumem e organizam as informações para um determinado espaço econômico (país, região, etc), através do enfoque de oferta e demanda de bens e serviços. A oferta compõe o valor de operações, tais como produção, margens de transporte e comércio, importação, e os impostos e encargos sociais incidentes sobre a produção. A demanda compõe as operações de consumo intermediário, consumo final, exportação, formação bruta de capital fixo e variação de estoques. No segundo grupo estão as tabelas que resultam da aplicação de um modelo sobre as informações contidas nas tabelas básicas (que servem para a obtenção dos parâmetros do modelo).<sup>36</sup>

As Matrizes de Insumo-Produto brasileiras geradas pelo IBGE para os anos de 1985, 1990 a 2001 foram construídas a partir dos dados das Contas Nacionais, ou seja das tabelas de produção e de consumo intermediário dos respectivos períodos, utilizando-se uma metodologia que agrega 80 diferentes produtos em 42 setores produtivos. O Consumo Final das Famílias apresenta-se

---

<sup>36</sup> Para uma descrição mais detalhada a respeito do desenvolvimento e elaboração do Sistema de Contas Nacionais ver Feijó *et al* (2001, Cap. 2).

como uma das classificações das operações de demanda bens e serviços realizadas pelos agentes econômicos. Ele divide-se em individual (todos os bens e os serviços mercantis) e coletivo (serviços não-mercantis). Os bens tratados nessa classificação são aqueles destinados à satisfação das necessidades da população. Nesse caso, está-se tratando exclusivamente do consumo dos residentes no território econômico nacional, não incluindo, portanto, o Consumo Final das Famílias Residentes realizado com o resto do mundo, bem como o Consumo Final das Famílias não Residentes realizado no território nacional.

### **3.1.1 Os Critérios de Agregação**

Os dados primários foram coletados das tabelas 2 e 4 das Matrizes I-P de 1994 a 2000, que tratam dos Usos de Bens e Serviços a preços correntes e a preços do ano anterior respectivamente.<sup>37</sup> Especificamente, foi utilizada a coluna de Consumo das Famílias da tabela de demanda final, correspondente a um vetor-coluna (1×80), em que cada elemento corresponde ao valor consumido pelas famílias de cada um dos 80 produtos. Desses, as famílias consomem diretamente 60 produtos. No sentido de dar maior abrangência ao comportamento do consumo das famílias em relação à evolução das tarifas públicas, desagregou-se o produto Serviços Industriais de Utilidade Pública (SIUP), que deu lugar a dois novos produtos: um que indica o consumo de energia elétrica e outro, o consumo dos demais produtos do SIUP – água, gás e esgotamento sanitário.

O procedimento de separação do SIUP levou em conta os dados do Balanço Energético Nacional de 2002 – (BEN, 2002) – ano base 2001. Desse relatório obteve-se as informações, entre os anos de 1994 e 2000, do Consumo Residencial de Eletricidade, em 10<sup>3</sup> MWh (BEN, 2002, p. 28), e dos Preços Médios Constantes da Eletricidade Residencial, em R\$ de 2001, (BEN, 2002, p. 74). Os preços médios de 1994 a 2000 foram deflacionados utilizando-se o IGP médio anual. Daí resultou o consumo das famílias de energia elétrica em R\$. A partir desse resultado, por resíduo do valor total do SIUP, obteve-se o consumo das famílias de água e esgotamento sanitário. Os dados dessa desagregação podem ser examinados na Tabela A-1 do Anexo A.

---

<sup>37</sup> Os dados da Matriz I-P de 2001 não foram utilizados nesse trabalho por se tratarem de informações preliminares. Por esse aspecto e pelo fato de que esses dados podem estar “contaminados” por problemas decorrentes do racionamento de energia elétrica, preferiu-se eliminar as informações de 2001 da análise.

Dessa forma, obteve-se 61 produtos consumidos pelas famílias que foram agregados em 13 grandes grupos de consumo, a saber: “Alimentos *in natura*”; “Combustíveis”; “Energia Elétrica”; “Comunicações”; “Eletro-eletrônicos”; “Habitação”; “Higiene, Saúde e Educação”; “Vestuário”; “Veículos e Transportes”; “Serviços Financeiros”; “Serviços Pessoais”; “Alojamento e Alimentação”; e “Despesas Diversas”. Esses agregados foram denominados de “nível 13” e a Tabela A-2 do Anexo A traz a correspondência com os produtos “nível 80”.

### 3.1.2 A Identificação das Variáveis

No modelo desenvolvido no Capítulo 2, a variável dependente é dada pela participação orçamentária, especificada como:

$$w_i = \frac{p_i q_i}{E} \quad (3.1)$$

em que:  $p_i$  é o preço de um bem ou serviço  $i$ ;  $q_i$  é a quantidade consumida do bem ou serviço  $i$ ;  $E$  é o dispêndio total no consumo de todos os bens. Tem-se, dessa forma, que  $p_i q_i$  dá o valor do gasto total com bem  $i$ . Seja, agora, a participação do dispêndio com o bem  $i$  realizado no período  $t$  dada por:

$$w_{it} = \frac{p_{it} q_{it}}{Q_t} \quad (i = 1, \dots, 13, t = 1994, \dots, 2001) \quad (3.2)$$

em que  $Q_t$  é o volume de consumo total do país no período  $t$ . O problema central das famílias consiste em alocar a renda na aquisição de quantidades de cada um dos bens e serviços disponíveis, de forma a maximizar sua utilidade, sujeito à restrição de que sua renda seja inteiramente gasta no consumo desses bens, dentro de cada período. Alternativamente, a restrição pode ser determinada de tal sorte que a soma das participações seja igual à unidade:

$$\sum_{i=1}^n w_{it} = 1 \quad (i = 1, \dots, 13, t = 1994, \dots, 2001) \quad (3.3)$$

A Tabela 3.1 contém os dados de consumo das famílias, para o período e bens em questão. As informações de  $w_{it}$  são obtidas diretamente desses dados. A coluna (2) descreve o consumo

das famílias a preço corrente,  $CF_i(p_t)$ , e corresponde ao valor total da despesa com o bem  $i$  no período  $t$ , ou seja,  $p_{it}q_{it}$ . O somatório do consumo de cada bem  $i$  no período  $t$  representa o consumo total com todos os bens em  $t$ , correspondendo a  $Q_t$ . Aplicando a equação (3.2) obtém-se as participações orçamentárias do consumo corrente das famílias,  $w_{it}$ , para  $i = 1, \dots, 13$  e  $t = 1994, \dots, 2000$ , na forma percentual – coluna (3) da Tabela 3.1.

Para se analisar um sistema de demanda completo entre os diversos grupos de consumo, conforme especificado no Capítulo 2, é necessário identificar os preços de cada bem. Inicialmente, é possível obter índices de preços diretamente dos dados da Tabela 3.1. Sabendo-se que  $p_{it}q_{it}$  é o consumo das famílias do bem  $i$  a preços correntes, e fazendo  $p_{it-1}q_{it}$  o consumo das famílias a preços do ano anterior, descrito como  $CF_i(p_{t-1})$  na coluna (1) da Tabela 3.1, é possível calcular o tradicional Índice de Preços de Paasche, ou seja:

$$P_{it}^* = \frac{p_{it}q_{it}}{p_{it-1}q_{it}} = \frac{CF(p_t)}{CF(p_{t-1})} \quad (i = 1, \dots, 13, \quad t = 1995, \dots, 2001) \quad (3.4)$$

em que  $P_{it}^*$  é o índice de preços de Paasche do bem  $i$  no período  $t$ .

**Tabela 3.1** Volume de consumo das famílias (em R\$ milhões), participação orçamentária e preços relativos de 13 grupos de bens (1994-2000)

Ano (t)	Bem (i)	Descrição do bem	$CF_i(p_{t-1})$ (1)	$CF_i(p_t)$ (2)	$w_{it}$ (3)	$P^*_{it}$ (4)	$P_{it}$ (5)
1994	1	Alimentos "in natura"	-	46.102	22,14%	-	1,00
	2	Combustíveis	-	8.413	4,04%	-	1,00
	3	Energia Elétrica	-	3.726	1,79%	-	1,00
	4	Comunicações	-	2.963	1,42%	-	1,00
	5	Eleto-eletrônicos	-	8.377	4,02%	-	1,00
	6	Habitação	-	35.034	16,82%	-	1,00
	7	Higiene, Saúde e Educação	-	19.928	9,57%	-	1,00
	8	Vestuário	-	12.764	6,13%	-	1,00
	9	Veículos e Transportes	-	17.673	8,49%	-	1,00
	10	Serviços Financeiros	-	10.296	4,94%	-	1,00
	11	Serviços Pessoais	-	8.873	4,26%	-	1,00
	12	Alojamento e Alimentação	-	12.562	6,03%	-	1,00
	13	Despesas Diversas	-	21.545	10,35%	-	1,00
1995	1	Alimentos "in natura"	51.395	79.792	20,62%	1,5525	1,55
	2	Combustíveis	8.661	11.380	2,94%	1,3140	1,31
	3	Energia Elétrica	4.234	4.664	1,21%	1,1017	1,10
	4	Comunicações	3.993	5.590	1,44%	1,4000	1,40
	5	Eleto-eletrônicos	10.927	17.565	4,54%	1,6075	1,61
	6	Habitação	36.406	82.730	21,38%	2,2724	2,27
	7	Higiene, Saúde e Educação	21.137	35.808	9,25%	1,6941	1,69
	8	Vestuário	13.213	22.124	5,72%	1,6744	1,67
	9	Veículos e Transportes	20.560	34.146	8,83%	1,6608	1,66
	10	Serviços Financeiros	9.492	13.215	3,42%	1,3922	1,39
	11	Serviços Pessoais	9.585	17.965	4,64%	1,8743	1,87
	12	Alojamento e Alimentação	13.680	24.101	6,23%	1,7618	1,76
	13	Despesas Diversas	23.119	37.830	9,78%	1,6363	1,64
1996	1	Alimentos "in natura"	82.093	93.536	19,21%	1,1394	1,77
	2	Combustíveis	12.533	14.396	2,96%	1,1486	1,51
	3	Energia Elétrica	5.066	7.025	1,44%	1,3867	1,53
	4	Comunicações	6.392	8.678	1,78%	1,3576	1,90
	5	Eleto-eletrônicos	19.722	20.778	4,27%	1,0535	1,69
	6	Habitação	85.097	123.694	25,41%	1,4536	3,30
	7	Higiene, Saúde e Educação	36.783	45.739	9,40%	1,2435	2,11
	8	Vestuário	21.806	24.283	4,99%	1,1136	1,86
	9	Veículos e Transportes	34.804	37.697	7,74%	1,0831	1,80
	10	Serviços Financeiros	13.624	15.199	3,12%	1,1156	1,55
	11	Serviços Pessoais	18.432	22.641	4,65%	1,2283	2,30
	12	Alojamento e Alimentação	25.924	30.137	6,19%	1,1625	2,05
	13	Despesas Diversas	38.967	43.010	8,83%	1,1037	1,81
1997	1	Alimentos "in natura"	96.435	102.133	18,72%	1,0591	1,87
	2	Combustíveis	15.044	18.485	3,39%	1,2287	1,85
	3	Energia Elétrica	7.535	8.126	1,49%	1,0784	1,65
	4	Comunicações	9.113	10.691	1,96%	1,1731	2,23
	5	Eleto-eletrônicos	21.725	23.140	4,24%	1,0651	1,80
	6	Habitação	127.044	146.505	26,85%	1,1532	3,81
	7	Higiene, Saúde e Educação	47.115	50.887	9,33%	1,0801	2,28
	8	Vestuário	22.837	24.006	4,40%	1,0512	1,96
	9	Veículos e Transportes	42.243	44.917	8,23%	1,0633	1,91
	10	Serviços Financeiros	15.679	15.835	2,90%	1,0099	1,57
	11	Serviços Pessoais	23.525	25.323	4,64%	1,0765	2,48
	12	Alojamento e Alimentação	31.441	32.066	5,88%	1,0199	2,09
	13	Despesas Diversas	42.329	43.583	7,99%	1,0296	1,86

(continua)

(continuação)

Ano (t)	Bem (i)	Descrição do bem	$CF_i(p_{t-1})$ (1)	$CF_i(p_t)$ (2)	$W_{it}$ (3)	$P^*_{it}$ (4)	$p_{it}$ (5)
1998	1	Alimentos "in natura"	100.250	103.626	18,30%	1,0337	1,94
	2	Combustíveis	19.173	20.333	3,59%	1,0605	1,97
	3	Energia Elétrica	8.708	9.365	1,65%	1,0754	1,77
	4	Comunicações	11.663	15.101	2,67%	1,2948	2,89
	5	Eleto-eletrônicos	20.650	20.412	3,61%	0,9885	1,78
	6	Habituação	149.111	154.799	27,34%	1,0381	3,95
	7	Higiene, Saúde e Educação	51.766	53.789	9,50%	1,0391	2,36
	8	Vestuário	23.074	23.561	4,16%	1,0211	2,00
	9	Veículos e Transportes	42.177	42.879	7,57%	1,0166	1,94
	10	Serviços Financeiros	15.734	18.303	3,23%	1,1633	1,82
	11	Serviços Pessoais	24.380	25.062	4,43%	1,0280	2,55
	12	Alojamento e Alimentação	32.154	31.945	5,64%	0,9935	2,08
	13	Despesas Diversas	42.733	47.016	8,30%	1,1002	2,05
1999	1	Alimentos "in natura"	104.481	111.693	18,70%	1,0690	2,07
	2	Combustíveis	18.989	25.496	4,27%	1,3427	2,64
	3	Energia Elétrica	9.595	10.740	1,80%	1,1193	1,98
	4	Comunicações	19.146	21.294	3,56%	1,1122	3,21
	5	Eleto-eletrônicos	19.548	21.889	3,66%	1,1198	2,00
	6	Habituação	157.592	157.746	26,40%	1,0010	3,96
	7	Higiene, Saúde e Educação	54.287	58.285	9,76%	1,0736	2,54
	8	Vestuário	22.402	23.797	3,98%	1,0623	2,13
	9	Veículos e Transportes	38.276	42.832	7,17%	1,1190	2,18
	10	Serviços Financeiros	18.122	19.128	3,20%	1,0555	1,93
	11	Serviços Pessoais	25.463	25.874	4,33%	1,0161	2,59
	12	Alojamento e Alimentação	29.030	29.320	4,91%	1,0100	2,10
	13	Despesas Diversas	47.528	49.324	8,26%	1,0378	2,12
2000	1	Alimentos "in natura"	112.611	121.550	18,45%	1,0794	2,23
	2	Combustíveis	23.726	31.258	4,75%	1,3175	3,48
	3	Energia Elétrica	11.025	12.998	1,97%	1,1789	2,34
	4	Comunicações	25.709	27.929	4,24%	1,0863	3,49
	5	Eleto-eletrônicos	24.082	25.845	3,92%	1,0732	2,14
	6	Habituação	161.478	163.467	24,82%	1,0123	4,01
	7	Higiene, Saúde e Educação	58.851	62.862	9,54%	1,0681	2,71
	8	Vestuário	24.686	25.714	3,90%	1,0416	2,21
	9	Veículos e Transportes	47.350	52.329	7,94%	1,1052	2,40
	10	Serviços Financeiros	20.012	18.656	2,83%	0,9322	1,80
	11	Serviços Pessoais	27.737	28.786	4,37%	1,0378	2,69
	12	Alojamento e Alimentação	31.739	32.816	4,98%	1,0339	2,17
	13	Despesas Diversas	50.812	54.519	8,28%	1,0729	2,28

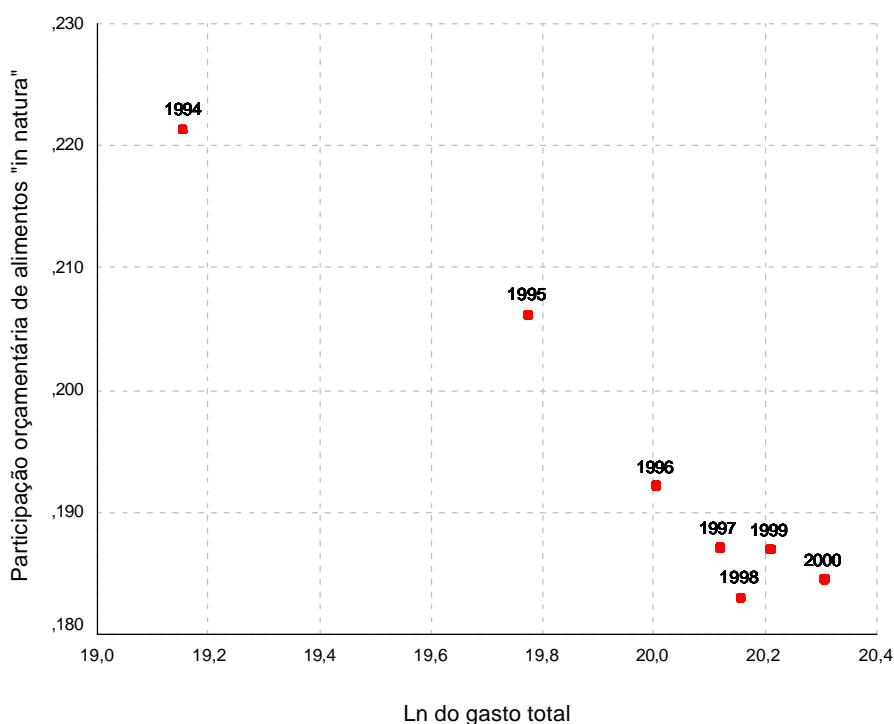
Fonte: IBGE, Sistema de Contas Nacionais, vários anos, disponível em [www.ibge.gov.br](http://www.ibge.gov.br).

Observa-se pela Tabela 3.1, que não há como calcular o índice de preços para o ano de 1994, uma vez que não está disponibilizado o consumo das famílias a preços de 1993. Para efeito do cálculo dos preços implícitos na Matriz I-P, considerou-se todos os preços  $p_{it}$  para  $t = 1994$ , normalizados em R\$ 1,00. Sendo assim, os preços dos bens  $i$  para os demais períodos foram determinados por encadeamento utilizando-se  $P^*_{it}$ , obtido em (3.4):

$$p_{it} = P^*_{it} \cdot p_{it-1} \quad (i = 1, \dots, 13, t = 1995, \dots, 2000) \quad (3.5)$$

Tanto os valores de  $P_{it}^*$  quanto os de  $p_{it}$  são apresentados na Tabela 3.1 na colunas (4) e (5), respectivamente.

Com base nos dados de consumo apresentados na Tabela 3.1, já se tem uma “fotografia” do modelo de Working para os itens Alimentos *in natura* e Energia Elétrica. O diagrama de dispersão da Figura 3.1 proporciona uma forte evidência em favor do modelo de Working para alimentação no Brasil. Observa-se que há, concomitante ao crescimento da renda ao longo do período 1994-2000, uma diminuição no peso no gasto com alimentos na renda total. Essa observação corrobora com o postulado da Lei de Engel que implica a existência de uma relação negativa entre a participação dos alimentos no gasto e o gasto total. Sendo a participação orçamentária de alimentos uma função decrescente do logaritmo do consumo total (renda), espera-se que os Alimentos *in natura* sejam um bem necessário (ou normal).

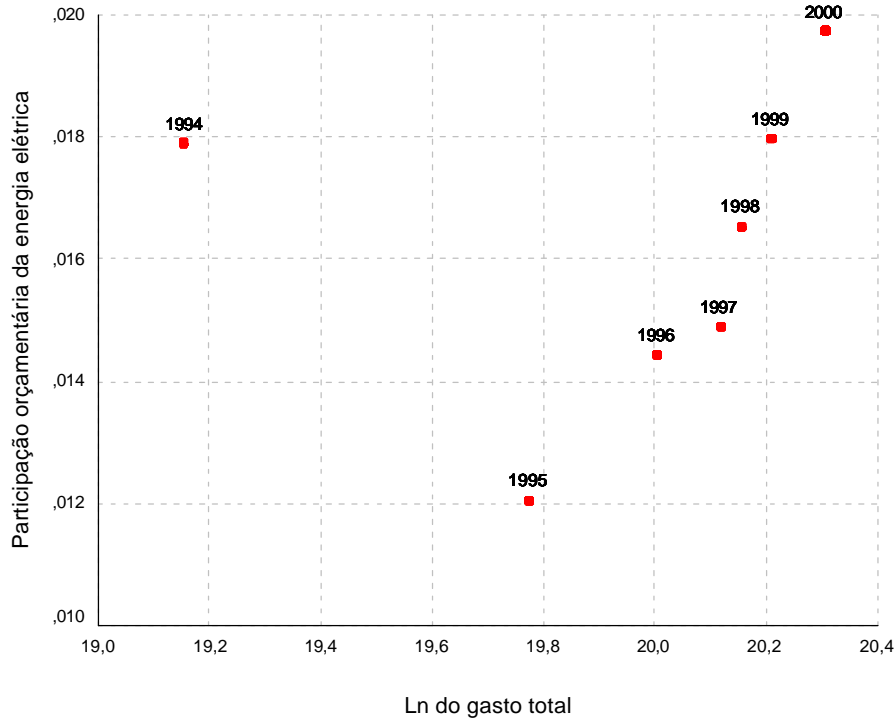


**Figura 3.1 Despesas com Alimentos *in natura* e renda das famílias (1994-2000)**

Outra evidência em favor do modelo de Working é obtida para o grupo Energia Elétrica, apresentada na Figura 3.2. Nota-se, que há uma relação linear crescente entre a participação orçamentária da Energia Elétrica e o logaritmo da renda. Ao contrário do grupo alimentação, agora se



observa um aumento no peso do gasto com energia elétrica em função do aumento da renda percebida pelas famílias. Espera-se, dessa forma, que o a Energia Elétrica seja um bem superior.



**Figura 3.2 Despesas com Energia Elétrica e renda das famílias (1994-2000)**

Essa análise preliminar serve como ponto de partida para a utilização de modelos de demanda baseado na relação linear entre a participação orçamentária,  $w_{it}$ , para o bem  $i$  no período  $t$  e o logaritmo da renda,  $q_t$ , no período  $t$ . No entanto, essa análise é deficiente para a maioria dos outros 11 produtos e, além disso, esta formulação ignora as variações de preços relativos nos períodos, as quais podem ter induzido recomposições no orçamento das famílias.

### 3.2 A Estimação do Modelo Flórida para os 13 Grupos de Produtos

Para ser aplicado aos dados da Matriz I-P, o subscrito  $c$  das equações (2.52) a (2.55) do Capítulo 2, o qual indica originalmente o país, ou região, deve ser substituído pelo subscrito  $t$  para indicar o período (denominado em ano). O modelo resultante – que também é dividido em três componentes (linear, quadrático e cúbico) – é então reescrito da seguinte forma:

$$w_{it} = \text{LINEAR} + \text{QUADRÁTICO} + \text{CÚBICO} + e_{it} \quad (3.6)$$

$$\text{LINEAR} = \mathbf{a}_i + \mathbf{b}_i q_t \quad (3.6a)$$

$$\text{QUADRÁTICO} = (\mathbf{a}_i + \mathbf{b}_i q_t) \left[ \ln \frac{p_{it}}{\bar{p}_i} - \sum_{j=1}^n (\mathbf{a}_j + \mathbf{b}_j q_t) \ln \frac{p_{jt}}{\bar{p}_j} \right] \quad (3.6b)$$

$$\text{CÚBICO} = \mathbf{f}(\mathbf{a}_i + \mathbf{b}_i q_t^*) \left[ \ln \frac{p_{it}}{\bar{p}_i} - \sum_{j=1}^n (\mathbf{a}_j + \mathbf{b}_j q_t^*) \ln \frac{p_{jt}}{\bar{p}_j} \right] \quad (3.6c)$$

em que:  $w_{it}$ , a variável dependente, representa a participação orçamentária do bem  $i$  no período  $t$ ,  $q_t$  é logaritmo natural de  $Q_t$ , que é a medida de renda do país no período  $t$ , conforme observado na seção anterior;  $q_t^* = 1 + q_t$ ;  $p_{it}$  é o preço da mercadoria  $i$  no período  $t$ ;  $\bar{p}_i$  é a média dos preços da mercadoria  $i$  nos  $T$  períodos; e  $\mathbf{f}$  representa a flexibilidade de renda, que assume-se constante no modelo. Os termos linear, quadrático e cúbico possuem a mesma interpretação examinada no Capítulo 2. Os  $\mathbf{a}_i$  e  $\mathbf{b}_i$  são os parâmetros estimados do  $i$ -ésimo bem para um dado  $q_t$ , e estão sujeitos às restrições de aditividade e homogeneidade destacadas pela equação (1.56) do primeiro capítulo.

A formulação desse modelo requer que se escolha, para um dado conjunto de parâmetros  $\mathbf{a}_i$  e  $\mathbf{b}_i$ , um conjunto ótimo de preços,  $\bar{p}_1, \dots, \bar{p}_n$ , entre os períodos da análise. A escolha recai sobre a utilização ou da média geométrica de preços – equação (2.37) – ou da média aritmética – equação (2.38).<sup>38</sup> Desse modo, as elasticidades-preço e renda passam a ser funções do nível de renda e dos preços relativos respectivamente, ajustadas pela média de preços do período de análise. A elasticidade-renda associada ao modelo Flórida é dada pela razão entre a participação marginal do bem  $i$  no período  $t$  e a participação orçamentária do bem  $i$ , de tal modo que:

$$\mathbf{h}_i = \frac{(\bar{w}_{it} + \mathbf{b}_i)}{\bar{w}_{it}} = 1 + \frac{\mathbf{b}_i}{\bar{w}_{it}} \quad (3.7)$$

---

<sup>38</sup> Embora os índices de preço implícitos na Matriz IP não impliquem em problemas de diferentes dimensões de preço, os exercícios de estimação efetuados e analisados na seção seguinte, a título de comparação, incluem estimadores calculados tanto a partir da média geométrica de preços como da média aritmética.

em que  $\bar{w}_{it}$  representa a participação orçamentária esperada do bem  $i$ , ajustada à média de preços do período, para um dado nível de renda  $q_t$ :

$$\bar{w}_{it} = \mathbf{a}_i + \mathbf{b}_i q_t \quad (3.8)$$

A elasticidade-renda da demanda pelo  $i$ -ésimo bem é calculada, portanto, com base nos parâmetros  $\mathbf{a}_i$  e  $\mathbf{b}_i$  estimados e em  $\bar{w}_{it}$ . Um bem superior (com elasticidade-renda superior a um,  $\mathbf{h}_i > 1$ ) está associado a um  $\mathbf{b}_i$  positivo, enquanto que um bem normal (com elasticidade-renda inferior a um,  $\mathbf{h}_i < 1$ ) está associado a um  $\mathbf{b}_i$  negativo. Se  $\mathbf{b}_i$  é igual a zero, tem-se uma elasticidade-renda unitária.

A elasticidade-preço de Frisch do bem  $i$ , em que a utilidade marginal da renda é constante, é especificada como:

$$F = \mathbf{f} \frac{\bar{w}_{it} + \mathbf{b}_i}{\bar{w}_{it}} \quad (3.9)$$

A elasticidade-preço (compensada) de Slutsky, em que a renda real permanece constante, é:

$$S = \mathbf{f} \frac{(\bar{w}_{it} + \mathbf{b}_i)(1 - \bar{w}_{it} - \mathbf{b}_i)}{\bar{w}_{it}} = F(1 - \bar{w}_{it} - \mathbf{b}_i) \quad (3.10)$$

Já a elasticidade-preço (não-compensada) de Cournot, em que a renda nominal permanece constante, é dada por:

$$C = \mathbf{f} \frac{(\bar{w}_{it} + \mathbf{b}_i)(1 - \bar{w}_{it} - \mathbf{b}_i)}{\bar{w}_{it}} - (\bar{w}_{it} + \mathbf{b}_i) = S - (\bar{w}_{it} + \mathbf{b}_i) \quad (3.11)$$

É possível destacar, por essas relações, que as elasticidades-preço de Frisch e Cournot são maiores que a de Slutsky e que a elasticidade-preço de Cournot é maior que as outras duas, ou seja,  $S < F < C$ .

### 3.2.1 Estimativas de Máxima Verossimilhança

Inicialmente o modelo Flórida foi estimado pelo método de Máxima Verossimilhança (MV) usando-se o procedimento de Levenberg-Marquardt.<sup>39</sup> As estimativas de MV de  $\mathbf{a}_i$ ,  $\mathbf{b}_i$  e  $\mathbf{f}$  foram calculadas utilizando tanto a média geométrica de preços (2.37) quanto a média aritmética (2.38). Os resultados das estimações dos parâmetros para o período 1994-2000 estão expostos na Tabela 3.2, com os respectivos erros padrões assintóticos (ASE) e estatísticas  $t$  assintóticas.

**Tabela 3.2** Estimadores de MV do modelo Flórida para 13 bens de consumo

Bens	Parâmetros	Média Aritmética de preços			Média Geométrica de preços		
		Coef.	ASE	t-assint.	Coef.	ASE	t-assint.
Alimentos "in natura"	$\mathbf{a}_1$	0,1899	0,0017	113,91	0,1934	0,0018	109,33
Combustíveis	$\mathbf{a}_2$	0,0381	0,0015	25,19	0,0372	0,0015	25,14
Energia Elétrica	$\mathbf{a}_3$	0,0170	0,0015	11,13	0,0172	0,0015	11,23
Comunicações	$\mathbf{a}_4$	0,0306	0,0015	19,87	0,0298	0,0015	19,79
Eleto-eletrônicos	$\mathbf{a}_5$	0,0414	0,0016	26,16	0,0423	0,0016	26,32
Habitação	$\mathbf{a}_6$	0,2515	0,0023	110,47	0,2431	0,0026	92,37
Higiene, Saúde e Educação	$\mathbf{a}_7$	0,0946	0,0016	59,94	0,0948	0,0016	60,16
Vestuário	$\mathbf{a}_8$	0,0423	0,0016	26,65	0,0431	0,0016	26,90
Veículos e Transportes	$\mathbf{a}_9$	0,0794	0,0016	50,09	0,0806	0,0016	50,17
Serviços Financeiros	$\mathbf{a}_{10}$	0,0301	0,0016	19,09	0,0310	0,0016	19,31
Serviços Pessoais	$\mathbf{a}_{11}$	0,0447	0,0016	28,05	0,0448	0,0016	28,20
Alojamento e Alimentação	$\mathbf{a}_{12}$	0,0562	0,0016	35,02	0,0572	0,0016	35,18
Despesas Diversas	$\mathbf{a}_{13}$	0,0842	0,0016	52,86	0,0856	0,0016	52,91
Alimentos "in natura"	$\mathbf{b}_1$	-0,0041	0,0035	-1,15	-0,0036	0,0036	-0,99
Combustíveis	$\mathbf{b}_2$	0,0006	0,0029	0,19	0,0004	0,0028	0,15
Energia Elétrica	$\mathbf{b}_3$	0,0024	0,0026	0,93	0,0025	0,0026	0,94
Comunicações	$\mathbf{b}_4$	0,0161	0,0034	4,73	0,0156	0,0033	4,77
Eleto-eletrônicos	$\mathbf{b}_5$	0,0048	0,0028	1,75	0,0051	0,0028	1,83
Habitação	$\mathbf{b}_6$	0,0054	0,0076	0,71	0,0051	0,0074	0,69
Higiene, Saúde e Educação	$\mathbf{b}_7$	0,0003	0,0031	0,08	0,0000	0,0030	-0,01
Vestuário	$\mathbf{b}_8$	-0,0123	0,0028	-4,30	-0,0124	0,0029	-4,29
Veículos e Transportes	$\mathbf{b}_9$	0,0014	0,0029	0,47	0,0015	0,0029	0,52
Serviços Financeiros	$\mathbf{b}_{10}$	-0,0074	0,0026	-2,81	-0,0073	0,0027	-2,74
Serviços Pessoais	$\mathbf{b}_{11}$	0,0002	0,0032	0,07	0,0001	0,0032	0,02
Alojamento e Alimentação	$\mathbf{b}_{12}$	0,0002	0,0029	0,07	0,0004	0,0030	0,12
Despesas Diversas	$\mathbf{b}_{13}$	-0,0076	0,0029	-2,58	-0,0075	0,0030	-2,52
Flexibilidade de Renda	$\mathbf{f}$	-0,1753	0,0510	-3,43	-0,1547	0,0533	-2,91
<i>DF (ajustado)</i>			90			90	
$R^2$			0,99852			0,99854	

Os parâmetros podem ser considerados como representativos das preferências dos consumidores no primeiro estágio de decisão orçamentária do modelo agregado. As estimativas do parâ-

<sup>39</sup> O software empregado foi o SPSS 11.5. O desenvolvimento e discussão do método de Levenberg-Marquardt podem ser encontrados em Shepherd (1997, *Second-Order Methods for Neural Networks*. New York: Springer).

metro  $f$  são significativas e negativas, de acordo com o esperado, uma vez que  $1/f$  é interpretado como o inverso da utilidade marginal da renda.<sup>40</sup> Todos os  $a_i$  são significativos, enquanto que os  $b_i$  foram estatisticamente significativos para apenas quatro bens –Comunicações, Vestuário, Serviços Financeiros e Despesas Diversas. Todos os bens são superiores, visto que  $b_i > 0$ , exceção feita aos itens Alimentos *in natura*, Vestuário, Serviços Financeiros e Despesas Diversas, os quais são bens necessários. As categorias Higiene, Saúde Higiene e Educação, Alojamento e Alimentação, Combustíveis e Serviços Pessoais e tiveram  $b_i$  próximos de zero, indicando uma elasticidade-renda próxima da unitária.

Na comparação entre as médias de preços, observa-se que a média geométrica tende a produzir coeficientes ligeiramente menores em relação àqueles gerados a partir da média aritmética. Isso também se reflete no comportamento dos erros padrão assintóticos. No entanto, a média geométrica de preços subestima de maneira mais contundente os resultados da estimação do parâmetro  $f$ , fato esse que levaria, também, à subestimação dos resultados de elasticidade-preço e renda. Dessa forma, aliado ao fato de que os dados da Matriz I-P não implicam em diferentes dimensões de preços entre os períodos, a análise prossegue apenas com o exame dos estimadores produzidos pela média aritmética de preços.

Alguns trabalhos usaram uma adaptação do modelo Flórida para a estimação das elasticidades com base em dados dos padrões nacionais de consumo de vários países, com dados extraídos do ICP – *International Comparison Program* –, o qual envolve o estudo do volume de gasto e preços, em diversos países, para várias categorias de bens e serviços.<sup>41</sup> Os estudos com base no modelo Flórida para esses dados obtiveram valores de  $f$  bem maiores que os apresentados na Tabela 3.2. Theil, Chung & Seale (1989) calcularam o valor de  $f$ , para o ano de 1980 e uma amostra de 51 países e 10 grupos de bens, em torno de  $-0,723$ . Usando a mesma amostra de países, mas com um número maior de bens, Seale, Walker & Kim (1991) encontraram  $-0,729$ . Seale, Regmi e Bernstein (2003) encontraram um valor de  $-0,809$ , para o ano de 1996 (amostra de 114 países e 9 bens). A diferença desses resultados, para o obtido através dos dados da Matriz I-

---

<sup>40</sup> A esse respeito, ver Capítulo 2.

<sup>41</sup> Os dados de preços e quantidades compilados no ICP foram originalmente desenvolvidos por pesquisadores da Universidade da Pensilvânia (Kravis, Heston e Summers, 1978 e 1982) para o Escritório Estatístico das Nações Unidas. Atualmente o ICP é mantido pelo *International Comparison Program Development Data Group* do Banco Mundial.

P, deve-se, principalmente, ao fato de esses estudos serem baseados em comparações internacionais, o que implica maior variabilidade da renda. Aqui, tem-se uma renda cuja variância está associada ao tempo, para um único país.

O valor de  $b_i$  para Alimentos *in natura* está bem abaixo de outras estimativas que utilizam o modelo Flórida, cujos valores flutuam entre  $-0,13$  e  $-0,15$ .<sup>42</sup> Isso se deve, em boa medida, aos critérios de agregação empregados. No entanto, os valores dos  $b_i$  para Vestuário e Habitação ficaram bem próximos dos resultados encontrados, por exemplo, por Seale, Regmi e Bernstein (2003) para o ano de 1996:  $-0,006$  e  $0,012$ , respectivamente. No entanto, a comparação direta entre coeficientes é prejudicada devido à influência da flexibilidade de renda. Como o parâmetro  $f$  é menor no caso brasileiro do que os observados nos dados *cross-country*, os valores de  $a_i$  e  $b_i$  tendem a ser subestimados.

### 3.2.2 Nota sobre a Significância dos Parâmetros Estimados

Apesar dos  $b_i$  apresentados na Tabela 3.2 serem relativamente estáveis, eles não possuem significância elevada quando analisados pelos erros padrão assintóticos. Ademais, o coeficiente de determinação não possui as mesmas propriedades, quando avaliados sob a justificativa assintótica. Na verdade, os erros padrão dos  $b_i$  são medidas aproximadas da variabilidade de  $f$  que captam toda a variância de preços e renda entre os períodos da amostra. Como as estimativas de MV possuem apenas justificativa assintótica, o que pode ser dito sobre a propriedade dos estimadores para sistemas de demanda não lineares aplicados a pequenas amostras? Um rápido exame da Figura 3.3, que mostra o gráfico da distribuição dos quadrados dos resíduos em relação aos valores previstos de  $w_{it}$ , denota alguma evidência de heterocedasticidade no modelo.<sup>43</sup>

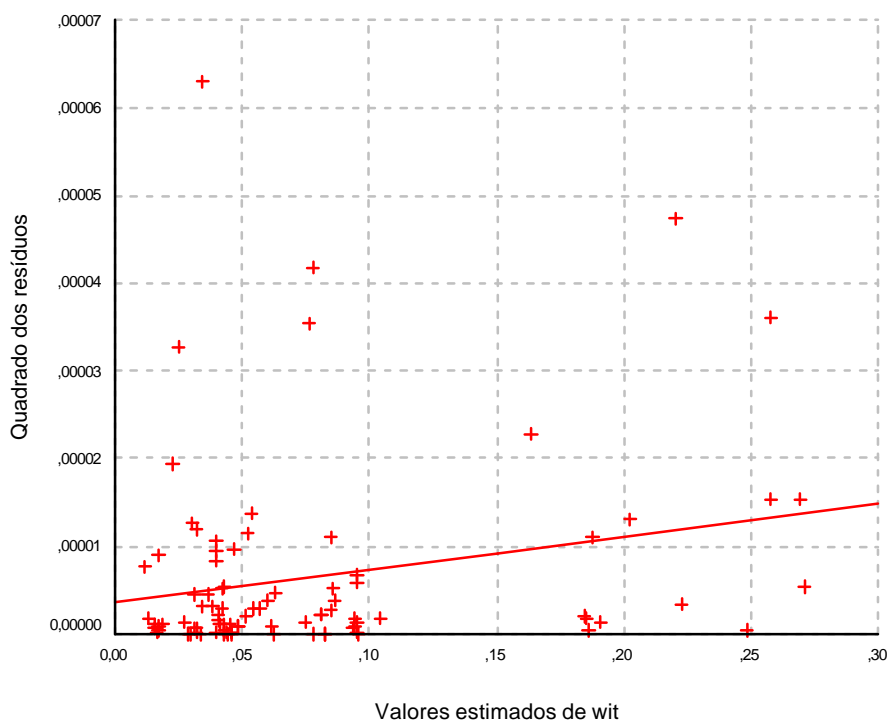
Jeong e Madalla (1993, p. 574) argumentam que os erros padrão são de interesse apenas se a distribuição de resíduos for normal. Caso contrário, é necessário oferecer uma maneira de melhorar as aproximações das estatísticas assintóticas, de modo a possibilitar considerações a respeito dos intervalos de confiança e dos testes de hipóteses. Nesse caso, Jeong e Madalla (1993, pp.

---

<sup>42</sup> Ver Theil, Chung e Seale (1989) e Seale, Regmi e Bernstein (2003).

<sup>43</sup> É importante alertar que a origem do termo aleatório heterocedástico, em certa medida, pode ser resultado da característica intrínseca dos dados utilizados no estudo

573-610) fazem menção ao uso do método de *bootstrap*, devido a Efron (1979), o qual pode ser aplicado diretamente aos modelos de demanda.



**Figura 3.3 Diagrama de dispersão dos resíduos da estimação por MV**

O método de *bootstrap* pode ser encarado como uma evolução da análise convencional dos erros padrão assintóticos dos estimadores de máxima verossimilhança. Os procedimentos de simulação ou de testes de permutação, tais como o *bootstrap* e as simulações de Monte Carlo, passam a ser alternativas importantes aos procedimentos usuais.<sup>44</sup> Theil (1987), no contexto de sistemas de demanda, tece o seguinte argumento em favor das simulações:

“...simulation experiments provide an import extension of econometrics. Originally this field consisted of two components: econometric methodology (mainly mathematical statistics) and data analysis. Simulation is now a third component; it shows how econometric methods work under ideal circumstances. This is particularly relevant when theoretical results are confined to large-sample approximations.” (Theil, 1987, pp. 101-102).

<sup>44</sup> Johnston e DiNardo (1997, p. 394) mencionam que a técnica de *bootstrap* pode ser aplicada em diversas circunstâncias, dentre as quais, quando é “...demasiado difícil ou impossível calcular uma estimativa analítica do erro padrão de um estimador”.

Diferentes procedimentos de *bootstrap* foram criados em função do tipo de dados e da forma de reamostragem. Johnston e Dinardo (1997, p. 401) destacam um procedimento de simulação de *bootstrap* robusto às estimativas heterocedásticas, isto é, que não exige assumir-se que os erros sejam independentes e identicamente distribuídos. Tal procedimento consiste em gerar amostras, com reposição, a partir dos valores previstos da variável dependente e dos valores observados das variáveis independentes. A partir dessa abordagem, Theil, Finke e Rosalsky (1983) propõem o seguinte protocolo:

1. Estimar o sistema de demanda por MV.
2. Gerar valores simulados das variáveis dependentes  $w_{it}$  usando:
  - (i) Os parâmetros  $\mathbf{a}_i$ ,  $\mathbf{b}_i$  e  $\mathbf{f}$  estimados a partir da Matriz I-P e reproduzidos na Tabela 3.2;
  - (ii) Os valores observados das variáveis independentes ( $p_{it}$  e  $Q_t$ ); e
  - (iii) Os valores simulados dos erros obtidos da distribuição  $N(0, \hat{\mathbf{O}})$ , onde  $\hat{\mathbf{O}}$  é a nova matriz de covariância dos erros obtidas por MV.
3. Reestimar o modelo com valores simulados das variáveis dependentes e os valores observados das variáveis independentes. Esse passo produz outro conjunto de coeficientes estimados e seus *erros padrão assintóticos* (ASE).
4. Repetir os passos 2 a 3  $n$  vezes e computar as médias das estimativas, a *raiz quadrada da média dos erros padrão* (RMSE), bem como a *raiz quadrada da média dos erros padrão assintóticos* (RMSASE).

A coluna (3) da Tabela 3.3 contém as médias destes estimadores para 3.780 simulações. A coluna (4) contém os valores médios dos desvios padrões das 3.780 estimativas em torno do valor verdadeiro, enquanto que a coluna (5) apresenta os valores de RMSASE dos 3.780 erros padrão assintóticos. A coluna (6) mostra a razão entre os RMSASEs e RMSEs: quanto mais próximo de 1 essa razão estiver, menos as variâncias estimadas dos parâmetros serão viesadas. A coluna (6) revela que os RMSASEs da maioria dos interceptos ( $\mathbf{a}_i$ ), todos os coeficientes de renda ( $\mathbf{b}_i$ ) e a flexibilidade de renda ( $\mathbf{f}$ ) são menores que os correspondentes RMSEs.



**Tabela 3.3 Simulação de resultados para o modelo Flórida para 13 bens de consumo<sup>i</sup>**

Bens (1)	Parâmetros (2)	Coef. (3)	RMSE (4)	RMSASE (5)	(5)/(4) (6)
Alimentos "in natura"	$a_1$	0,1898	0,0477	0,0408	0,8554
Combustíveis	$a_2$	0,0379	0,0414	0,0389	0,9403
Energia Elétrica	$a_3$	0,0169	0,0427	0,0391	0,9169
Comunicações	$a_4$	0,0307	0,0651	0,0392	0,6025
Eletrônicos	$a_5$	0,0414	0,0441	0,0398	0,9024
Habituação	$a_6$	0,2515	0,0682	0,0477	0,6995
Higiene, Saúde e Educação	$a_7$	0,0946	0,0402	0,0397	0,9873
Vestuário	$a_8$	0,0423	0,0455	0,0398	0,8748
Veículos e Transportes	$a_9$	0,0795	0,0553	0,0398	0,7200
Serviços Financeiros	$a_{10}$	0,0299	0,0358	0,0397	1,1103
Serviços Pessoais	$a_{11}$	0,0447	0,0349	0,0399	1,1424
Alojamento e Alimentação	$a_{12}$	0,0563	0,0408	0,0401	0,9827
Despesas Diversas	$a_{13}$	0,0843	0,0391	0,0399	1,0194
Alimentos "in natura"	$b_1$	-0,0040	0,1015	0,0596	0,5870
Combustíveis	$b_2$	0,0004	0,0985	0,0541	0,5494
Energia Elétrica	$b_3$	0,0028	0,0937	0,0513	0,5476
Comunicações	$b_4$	0,0160	0,1465	0,0583	0,3976
Eletrônicos	$b_5$	0,0044	0,0920	0,0525	0,5706
Habituação	$b_6$	0,0053	0,1323	0,0872	0,6587
Higiene, Saúde e Educação	$b_7$	0,0002	0,0858	0,0553	0,6442
Vestuário	$b_8$	-0,0121	0,0982	0,0534	0,5432
Veículos e Transportes	$b_9$	0,0012	0,1054	0,0539	0,5116
Serviços Financeiros	$b_{10}$	-0,0075	0,0790	0,0514	0,6505
Serviços Pessoais	$b_{11}$	0,0002	0,0739	0,0564	0,7634
Alojamento e Alimentação	$b_{12}$	0,0002	0,0837	0,0542	0,6468
Despesas Diversas	$b_{13}$	-0,0074	0,0814	0,0542	0,6655
Flexibilidade de Renda	$f$	-0,1761	0,3321	0,2259	0,6802

Todas as médias na coluna (3) estão muito próximas dos valores dos estimadores “verdadeiros” apresentados na Tabela 3.2, sugerindo que não há problema de viés na estimação. A razão RMSASE/RMSE dos coeficientes  $a_i$  mostram-se razoavelmente próximos de 1 para vários grupos de consumo, exceção feita aos itens Comunicações e Veículos e Transportes. Alguns  $b_i$ , entretanto, possuem ASEs em torno de 30% a 50% menor na média. O ASE do grupo Comunicações chega a estar 60% menor, na média. Isso dá uma suposição aceitável de que os ASEs dos valores “verdadeiros” dos parâmetros podem estar subestimados, gerando problemas nas conclusões estabelecidas a partir dos  $t$ -assintóticos da Tabela 3.2.

A não validade das conclusões tiradas com base nos testes de hipótese, no entanto, não inutiliza os parâmetros estimados. Os ASEs subestimados dos  $b_i$  indicam, na verdade, que esses ten-

dem a valores próximos de zero, o que não constitui qualquer problema teórico no arcabouço do modelo Working-PI. Já as razões RMSASE/RMSE em torno de 1 para os coeficientes  $\mathbf{a}_i$  denotam que suas variâncias não são subestimadas, e que, portanto, as inferências feitas com base na Tabela 3.2 são válidas. Se houvesse subestimação das variâncias dos coeficientes  $\mathbf{a}_i$ , poderia ocorrer a situação em que algum desses coeficientes fosse nulo, o que constituiria uma inconsistência com as premissas teóricas do modelo Working-PI.

Essas conclusões decorrem da própria construção do modelo que abriga as restrições de aditividade e homogeneidade dos coeficientes da demanda. É importante ressaltar que a estimação de um modelo de sistema de demanda irrestrito pode gerar coeficientes não viesados, eficientes e consistentes. Entretanto, esses coeficientes poderiam ser incongruentes com a teoria econômica ou ter significados ambíguos.<sup>45</sup> Tendo em conta que os resultados apurados na Tabela 3.2 satisfazem os preceitos da teoria previamente abordada, é possível assegurar que o cálculo das elasticidades da demanda, a partir dos coeficientes estimados, refletirão com alguma acuidade o comportamento da amostra.

### 3.3 As Elasticidades no Modelo Agregado

A Tabela 3.4 apresenta as elasticidades da demanda com relação a preços e renda, calculadas com base nos parâmetros do modelo Flórida. São apresentados, a título de comparação, apenas os valores de 1996 e de 2000. Na coluna (2) da Tabela 3.4 estão as elasticidades-renda dos 13 bens de consumo, ajustadas pela média aritmética de preços do período 1994-2000, obtidas a partir da equação (3.7). Todas as estimativas de elasticidade-renda variaram pouco entre 1996 e 2000 – para alguns bens há um ligeiro decréscimo no período – e são, em geral, altas devido aos valores dos  $\mathbf{b}_i$ 's serem próximo de zero. Nenhum bem é classificado como inferior, ( $\mathbf{h}_i \leq 0$ ), como requer a hipótese de preferências independentes.

---

<sup>45</sup> A inconsistência entre a teoria econômica e o modelo econométrico não implica que as restrições teóricas não sejam testáveis ou que os modelos irrestritos não possam ser estimados. Christensen, Jorgenson e Lau (1975), Deaton (1978), Theil e Clements (1987) e Selvanathan e Selvanathan (1993) são exemplos de autores que conduziram formas de testar a homogeneidade e a simetria da demanda para diversas formas funcionais.

**Tabela 3.4 Estimativas de elasticidades-renda e preço para 13 bens de consumo, 1996 e 2000**

Bens (1)	Elasticidade-renda (2)		Elasticidade-preço					
			Frisch (3)		Slutsky (4)		Cournot (5)	
	1996	2000	1996	2000	1996	2000	1996	2000
Habitação	1,0215	1,0213	-0,1790	-0,1790	-0,1333	-0,1330	-0,3886	-0,3899
Alimentos "in natura"	0,9787	0,9785	-0,1715	-0,1715	-0,1394	-0,1396	-0,3265	-0,3254
Comunicações	1,6251	1,5257	-0,2848	-0,2674	-0,2729	-0,2549	-0,3147	-0,3015
Higiene, Saúde e Educação	1,0027	1,0027	-0,1757	-0,1757	-0,1591	-0,1591	-0,2538	-0,2539
Veículos e Transportes	1,0174	1,0173	-0,1783	-0,1783	-0,1640	-0,1639	-0,2443	-0,2446
Eleto-eletrônicos	1,1204	1,1162	-0,1963	-0,1956	-0,1876	-0,1866	-0,2323	-0,2328
Despesas Diversas	0,9126	0,9102	-0,1599	-0,1595	-0,1473	-0,1473	-0,2262	-0,2239
Alojamento e Alimentação	1,0037	1,0037	-0,1759	-0,1759	-0,1660	-0,1660	-0,2223	-0,2224
Energia Elétrica	1,1499	1,1434	-0,2015	-0,2004	-0,1977	-0,1965	-0,2165	-0,2159
Serviços Pessoais	1,0048	1,0048	-0,1761	-0,1761	-0,1682	-0,1682	-0,2131	-0,2131
Combustíveis	1,0148	1,0147	-0,1778	-0,1778	-0,1710	-0,1710	-0,2095	-0,2097
Vestuário	0,7335	0,7101	-0,1285	-0,1244	-0,1242	-0,1207	-0,1579	-0,1507
Serviços Financeiros	0,7711	0,7541	-0,1351	-0,1321	-0,1318	-0,1291	-0,1567	-0,1519

Conforme examinado na subseção 3.2.1. quatro produtos são indicados como bens normais ou necessários ( $0 < h_i \leq 1$ ). Desses quatro bens, dois apresentaram elasticidade-renda próxima de 1 (Alimentos *in natura* e Despesas Diversas). Os outros dois bens normais obtidos da Matriz I-P foram Serviços Financeiros e Vestuário, que tiveram valores menores, em torno de 0,7. As outras categorias de consumo são bens superiores ( $h_i > 1$ ). Os valores são altos para os produtos Energia Elétrica, Eleto-eletrônicos e Comunicações, sendo este último o de maior elasticidade-renda. Os outros itens, entretanto, são menores que estes três, com valores em torno da unidade. Dado que a elasticidade-renda de um bem é uma medida de seu caráter (necessário ou supérfluo) e do crescimento da renda num determinado período de tempo, deve-se esperar que  $h_i$  seja declinante em razão da elevação da renda no período. De fato, essa expectativa ocorre na maioria dos bens listados na Tabela 3.4, com exceção dos itens Alojamento e Alimentação, Higiene, Saúde e Educação e Serviços Pessoais, os quais se apresentam estáveis.

Como apresentado pelas equações (3.9) à (3.11), três tipos de elasticidade-preço – Frisch ( $F$ ), Slutsky ( $S$ ) e Cournot ( $C$ ) – podem ser calculadas a partir dos parâmetros estimados do modelo Flórida. Elas são mostradas nas colunas (3) à (5) da Tabela 3.4. As elasticidades são todas negativas e estáveis entre os anos de 1996 e 2000. Além disso, todos os resultados mostraram-se inelás-

ticos. Essa característica é inerente ao baixo poder de diferenciação de produtos a partir da Matriz I-P.

Os itens Comunicações e Energia Elétrica são os que apresentaram maiores valores de  $F$ , indicando que esses bens são mais importantes na compensação de renda que mantém a utilidade marginal constante. Por essa mesma perspectiva, os menores valores de  $F$  são os dos itens Vestuário e Serviços Financeiros. Essa mesma ordem é verificada para os valores de  $S$ , que se refere a uma situação em que a *renda real* permanece constante, a despeito do aumento no preço do bem  $i$ . No entanto, os grupos Habitação e Alimentos *in natura* tiveram valores ainda menores. Os resultados de  $C$ , por sua vez, em que a *renda nominal* permanece constante, apesar da elevação no preço do bem  $i$ , mostraram os itens Habitação e Alimentos *in natura* com os de maior sensibilidade, enquanto Vestuário e Serviços Financeiros foram os itens mais inelásticos. Isso se deve, principalmente, ao fato de que os itens Habitação e Alimentos *in natura* terem maior participação no gasto total das famílias.

Os resultados das colunas referente ao ano de 1996 da Tabela 3.4 podem ser comparados com as elasticidades estimadas para o Brasil – de nove categorias de consumo agregado –, calculadas por Seale, Regmi e Bernstein (2003) através do modelo Flórida *cross-country*.<sup>46</sup> Os resultados desse trabalho estão sintetizados na Tabela 3.5.

**Tabela 3.5 Elasticidades-renda e preço do modelo Flórida *cross-country*, Brasil, 1996**

Bens	(1)	Elasticidade-renda (2)	Elasticidade-preço		
			Frisch (3)	Slutsky (4)	Cournot (5)
Alimentação, Bebidas e Fumo		0,622	-0,503	-0,391	-0,613
Vestuário e Calçados		0,915	-0,740	-0,694	-0,756
Óleo bruto, Combustível e Energia		1,197	-0,968	-0,809	-0,973
Habitação		1,194	-0,966	-0,897	-0,968
Saúde		1,347	-1,090	-0,988	-1,081
Educação		1,075	-0,869	-0,808	-0,879
Transportes e Comunicação		1,210	-0,978	-0,859	-0,981
Recreação		1,455	-1,176	-1,101	-1,165
Outros		1,335	-1,080	-0,940	-1,070

Fonte: Seale, Regmi e Bernstein (2003)

<sup>46</sup> Seale, Regmi e Bernstein (2003) construíram um sistema de demanda *cross-country* para 114 países, a partir da mesma especificação do Modelo Flórida desse estudo, utilizando os dados do ICP de 1996, agregando nove categorias de consumo e 8 subcategorias de bens para o item “Alimentação, Bebidas e Tabaco”.

Dos bens diretamente comparáveis, a despeito dos critérios de agregação diferentes, nota-se que os itens “Alimentação, bebidas e fumo” e “Vestuário e calçados” também são bens necessários, com uma inversão de grandezas: os itens ligados à alimentação no modelo *cross-country* são próximos de 0,6, enquanto Vestuário está próximo de 1. Os outros itens são todos bens superiores, como também foi verificado no caso das estimativas utilizando a Matriz IP. Dentre esses bens merecem destaque o item “Óleo bruto, combustíveis e energia”, o qual apresentou elasticidade-renda próxima do grupo Energia Elétrica da Tabela 3.4 (1,197 contra 1,145), e o item Habitação (1,194 contra 1,022, no caso da estimativa com os dados da Matriz I-P).

Em relação aos resultados da Tabela 3.5, as elasticidades-preço diretas da Tabela 3.4 se apresentaram mais inelásticas, provavelmente em função do índice de preços de Frisch, utilizado no cálculo da elasticidade-preço no modelo Flórida, o qual, conforme visto no Capítulo 2, dá maior peso às variações de preços dos bens superiores. Ademais, as diferenças de renda entre os diversos países, que são captadas pela flexibilidade renda, afetam diretamente o cálculo da elasticidade-preço. É possível identificar, entretanto, que o item “Alimentação, Bebidas e Fumo” teve elasticidade-preço de Cournot próxima da calculada para Alimentos *in natura* (-0,613 contra -0,323). No entanto, este último apresenta sensibilidade a preço mais importante entre todos os itens no modelo aplicado à Matriz I-P, do que o item “Alimentação, Bebidas e Fumo” no modelo *cross-country*. Verifica-se, também, que outros itens como Habitação, Transportes e Comunicação e Saúde estão entre os de maior sensibilidade a preços, como também foi observado na Tabela 3.4.

Outra ferramenta importante a se considerar, além das elasticidades-preço e renda, são as características obtidas através da análise da elasticidade-cruzada da demanda pelo bem  $i$  com respeito ao preço do bem  $j$ . Conforme Theil, Chung e Seale (1989, pp. 117-118) a elasticidade-preço cruzada associada ao modelo Flórida é calculada a partir da elasticidade-preço direta de Cournot.<sup>47</sup> Essa elasticidade de Cournot da demanda de  $i$  com respeito ao preço de  $j$  é a soma de dois termos de sinais opostos:

---

<sup>47</sup> A elasticidade-preço cruzada de Frisch desaparece devido à hipótese de preferência independente. Quanto a elasticidade-preço cruzada de Slutsky, segue-se da equação (2.59), no Capítulo 2, que a elasticidade demanda do bem  $i$  com respeito ao bem  $j$  é igual à menos a elasticidade-preço direta de Slutsky do bem  $i$ .

$$-\frac{f(\bar{w}_{it} + \mathbf{b}_i)(\bar{w}_{jt} + \mathbf{b}_j)}{w_{it}} \quad e \quad -(\bar{w}_{it} + \mathbf{b}_i) \frac{w_{jt}}{\bar{w}_{it}} \quad (3.2)$$

A primeira equação em (3.12) representa o termo substituição específico, enquanto a segunda é o termo substituição geral.<sup>48</sup>

A Tabela 3.6 apresenta a matriz de elasticidades-preço cruzadas de Cournot dos bens  $i, j = 1, \dots, 13$  para ano 2000. Todas as elasticidades tomam valores negativos, como requer a hipótese de preferência independente. A elasticidade da demanda do bem  $i$  com respeito ao preço do próprio bem  $i$  é dada pela própria elasticidade-preço de Cournot. A leitura dessa tabela dá-se da seguinte forma: nas colunas lê-se o bem que teve seu preço alterado, e na linha lê-se o bem cuja quantidade demandada variou em função da variação do preço de outro bem. Por exemplo, a elasticidade-preço cruzada na terceira coluna e primeira linha (-0,180), diz que a um aumento de 10% no preço da energia elétrica, mantida a renda nominal constante, os consumidores reagem reduzindo em 1,8% o consumo de Alimento *in natura*.

**Tabela 3.6 Elasticidades-preço cruzada de 13 bens de consumo, 2000**

$i, j$	Bens	$\epsilon_{Si,j}$ ( $i,j=1$ )	$\epsilon_{Si,j}$ ( $i,j=2$ )	$\epsilon_{Si,j}$ ( $i,j=3$ )	$\epsilon_{Si,j}$ ( $i,j=4$ )	$\epsilon_{Si,j}$ ( $i,j=5$ )	$\epsilon_{Si,j}$ ( $i,j=6$ )	$\epsilon_{Si,j}$ ( $i,j=7$ )	$\epsilon_{Si,j}$ ( $i,j=8$ )	$\epsilon_{Si,j}$ ( $i,j=9$ )	$\epsilon_{Si,j}$ ( $i,j=10$ )	$\epsilon_{Si,j}$ ( $i,j=11$ )	$\epsilon_{Si,j}$ ( $i,j=12$ )	$\epsilon_{Si,j}$ ( $i,j=13$ )
1	Alimentos "in natura"	-0,325	-0,160	-0,180	-0,240	-0,176	-0,161	-0,158	-0,112	-0,160	-0,119	-0,158	-0,158	-0,143
2	Combustíveis	-0,031	-0,210	-0,036	-0,048	-0,035	-0,032	-0,031	-0,022	-0,032	-0,024	-0,032	-0,031	-0,029
3	Energia Elétrica	-0,013	-0,014	-0,216	-0,021	-0,015	-0,014	-0,014	-0,010	-0,014	-0,010	-0,014	-0,014	-0,012
4	Comunicações	-0,022	-0,023	-0,026	-0,302	-0,025	-0,023	-0,022	-0,016	-0,023	-0,017	-0,023	-0,022	-0,020
5	Eletrônicos	-0,033	-0,034	-0,038	-0,051	-0,233	-0,034	-0,033	-0,024	-0,034	-0,025	-0,033	-0,033	-0,030
6	Habitação	-0,202	-0,210	-0,236	-0,315	-0,230	-0,390	-0,207	-0,147	-0,210	-0,156	-0,208	-0,207	-0,188
7	Hig. Saúde e Educ.	-0,076	-0,079	-0,089	-0,119	-0,087	-0,080	-0,254	-0,055	-0,079	-0,059	-0,078	-0,078	-0,071
8	Vestuário	-0,036	-0,038	-0,042	-0,056	-0,041	-0,038	-0,037	-0,151	-0,038	-0,028	-0,037	-0,037	-0,034
9	Veic. e Transportes	-0,064	-0,066	-0,075	-0,100	-0,073	-0,067	-0,065	-0,046	-0,245	-0,049	-0,066	-0,065	-0,059
10	Serviços Financeiros	-0,026	-0,027	-0,030	-0,040	-0,029	-0,027	-0,026	-0,019	-0,027	-0,152	-0,026	-0,026	-0,024
11	Serviços Pessoais	-0,036	-0,037	-0,042	-0,056	-0,041	-0,038	-0,037	-0,026	-0,037	-0,028	-0,213	-0,037	-0,034
12	Aloj. e Alimentação	-0,045	-0,047	-0,053	-0,071	-0,052	-0,047	-0,046	-0,033	-0,047	-0,035	-0,047	-0,222	-0,042
13	Despesas Diversas	-0,069	-0,072	-0,081	-0,108	-0,079	-0,072	-0,071	-0,050	-0,072	-0,053	-0,071	-0,071	-0,224

As maiores elasticidades-cruzada refletem a maior participação do bem na composição orçamentária da família e, em consequência disso, da maior sensibilidade da renda em relação a esse produto. Isso é particularmente verificado no caso dos itens Alimentos *in natura* e Habitação.

<sup>48</sup> Ver Capítulo 2 para maiores detalhes quanto às definições dos dois tipos de efeitos substituição,

### 3.4 A Demanda de Energia Elétrica no Brasil

Nesta seção, as estimativas de elasticidades da demanda por energia elétrica produzidas na seção anterior são comparadas às de outros estudos sobre o tema. A estimação da demanda residencial por energia tem recebido considerável atenção entre os economistas nos anos recentes. Desde os anos 70, inúmeros estudos foram realizados objetivando estimar as elasticidades-preço e renda da demanda residencial energia. A crise do petróleo de 1973 e 1979, a maior importância atribuída às questões ambientais e a exaustão de determinadas fontes energéticas estimularam a pesquisa sobre esse tema. Essas elasticidades têm sido estimadas, para vários países em diferentes anos, por vários métodos econométricos e formas de especificação da função de demanda. Esses estudos mostram uma grande variabilidade de resultados, a qual pode ser parcialmente explicada pelo uso de diferentes métodos e dados.

Pires *et al* (2001) apontaram que, durante as décadas de 80 e 90, apesar das constantes crises econômicas e das baixas taxas de crescimento verificadas nesse período, o consumo de energia elétrica no Brasil expandiu-se a taxas consideravelmente altas. Pela Tabela 3.7 verifica-se que, de 1981 a 2000, enquanto o PIB cresceu, em média, 2,2% a.a., o consumo residencial de energia elétrica cresceu a uma taxa média anual de 6,6%. Esse impulso na demanda residencial, a qual observou maior crescimento que a demanda das demais classes de consumo, está relacionado a dois fatores: (a) à ampliação da rede e universalização dos serviços, que proveu um maior acesso à energia elétrica, seja nas áreas urbanas, seja no meio rural; (b) ao aumento da intensidade no uso de energia nos lares, associado à maior demanda por utilidades domésticas e produtos eletroeletrônicos.

**Tabela 3.7 Crescimento médio anual do consumo de energia elétrica e do PIB (em % a.a.)**

Períodos	PIB	Consumo de energia			
		Total	Residencial	Comercial	Industrial
1981-1990	1,6	5,9	7,4	5,5	5,4
1991-2000	2,6	4,1	5,8	7,1	2,4
1981-2000	2,2	5,0	6,6	6,3	3,9

Fonte: Pires *et al* (2001).

A Tabela 3.8 apresenta as estimativas de elasticidade da demanda de Energia Elétrica efetuada pelo modelo Flórida para o período 1994 a 2000. A primeira observação a se retirar desse sumário é a tendência declinante da elasticidade-renda, desde 1994, ao mesmo tempo em que há um ligeiro crescimento na participação do gasto de energia-elétrica, notadamente após 1995 com o advento do Plano Real. As elasticidades-preço também se mostraram bem estáveis, determinando uma demanda por energia razoavelmente preço-inelástica. Essas informações são totalmente coerentes com a análise do cenário da demanda de energia elétrica efetuada por Pires *et al* (2001).

**Tabela 3.8 Demanda de Energia Elétrica no Brasil, modelo Flórida, 1994 a 2000**

Período	Participação Orçamentária	Elasticidade renda	Elasticidades-preço		
			Frisch	Slutsky	Cournot
2000	1,97%	1,143	-0,200	-0,196	-0,216
1999	1,80%	1,145	-0,201	-0,197	-0,216
1998	1,65%	1,147	-0,201	-0,197	-0,216
1997	1,49%	1,147	-0,201	-0,197	-0,216
1996	1,78%	1,150	-0,202	-0,198	-0,216
1995	1,21%	1,155	-0,202	-0,199	-0,217
1994	1,79%	1,172	-0,205	-0,202	-0,219
Média (1994-2000)	1,67%	1,151	-0,202	-0,198	-0,217
Desvio Padrão	0,23%	0,009	0,002	0,002	0,001

Também é importante destacar a importância da energia elétrica no padrão de gastos das outras mercadorias. A Tabela 3.6, apresentada na seção anterior, indica a elevação no preço da energia elétrica leva a uma redução expressiva na demanda dos demais bens. Ressalte-se a elasticidade-preço cruzada do consumo dos grupos Alimentos *in natura* (-0,180) e Habitação (-0,236) em relação ao preço da energia elétrica.

Embora as evidências disponíveis indiquem que as elasticidades-preço e renda da demanda residencial por eletricidade são significativamente diferentes de zero, a maioria das pesquisas empíricas sobre o tema revela uma grande variabilidade em seus resultados. Em estudo clássico sobre a demanda mundial de energia elétrica, Taylor (1975) sugere que a elasticidade-renda de longo prazo da demanda de energia elétrica em vários países é próxima da unidade, enquanto que a elasticidade-preço de longo prazo varia de - 0,3 a - 0,5. Esses valores parecem bem adequados aos estimados neste capítulo. Outros estudos sobre o consumo residencial de energia elétrica no Brasil, entretanto, apontam para resultados distintos, conforme revela o Quadro 3.1.



**Quadro 3.1**      **Comparações de elasticidades-preço e renda da demanda de Energia Elétrica para o Brasil**

Tipo de Dados	Autores	Fonte energética	Setor de Consumo	Período	Sistema de Demanda	Elasticidade-Renda	Elasticidade-Preço
Séries de tempo	Modiano (1984)	Eletricidade	Residencial	1963-1981	-	0,332 (curto prazo) e 1,133 (longo prazo)	- 0,118 (curto prazo) e - 0,403 (longo prazo)
	Ibrahim e Hurst (1990)	Energia Agregada	Resid., Coml. e Indl.	1970-1985	-	1,16 (longo-prazo)	- 0,15 (curto prazo) e - 0,27 (longo prazo)
	Andrade e Lobão (1997)	Eletricidade	Residencial	1970-1995	-	0,211 a 0,213 (longo prazo)	- 0,051 a - 0,065 (longo prazo)
	Schimidt e Lima (2002)	Eletricidade	Residencial	1963-2000	-	1,047 (longo prazo)	- 0,146 (longo prazo)
	Alves, Bueno e Sekkel (2004)	Eletricidade	Resid., Coml. e Indl.	1966-2002	-	0,319 (curto prazo) e 0,591 (longo prazo)	- 0,273 (curto prazo) e - 0,626 (longo prazo)
Cross-Section	Fiebig, Seale e Theil (1987)	Energia Agregada	Residencial	1975	Modelo Flórida cross-country	1,350	- 0,670
	Seale, Walker e Kim (1991)	Energia Agregada	Residencial	1980	Modelo Flórida cross-country	1,210	- 0,882
	Brenton (1997)	Energia Agregada	Residencial	1980	Modelo LES cross-country	0,720	- 0,816
	Brenton (1997)	Energia Agregada	Residencial	1980	Modelo AIDs cross-country	0,768	- 1,037

Percebe-se que as elasticidades-renda da demanda de energia elétrica residencial estimadas por Modiano (1984) e Schimidt e Lima (2002) estão próximas do valor de 1,144 calculados no presente estudo, a despeito das diferenças metodológicas. Entretanto, esses estudos divergem bastante no que diz respeito à elasticidade-preço: enquanto Modiano (1984) trabalha com uma elasticidade-preço de longo prazo de  $-0,403$  e Schimidt e Lima (2002) estimam um valor de  $-0,146$ . Andrade e Lobão (1997), por sua vez, apresentaram um resultado por volta de  $-0,060$  para a elasticidade-preço, o que se pode considerar severamente baixo em relação aos demais trabalhos. Alves, Bueno e Sekkel (2004) consideraram a demanda global de energia, mas nota-se que esses resultados agregados tendem a subestimar a elasticidade-renda.<sup>49</sup> Ibrahim e Hurst (1990) também utilizaram a demanda global, mas com variáveis instrumentais que pudessem identificar o consumo de cada setor, fato que levou a resultados bem parecidos com os apresentados nessa dissertação.

É importante ressaltar que os cinco estudos avaliados que utilizaram técnicas de série de tempo, não fizeram menção aos padrões de consumo e preferência dos consumidores através de elasticidades-cruzada.<sup>50</sup> Os diversos artigos e teses sobre o estudo das elasticidades da demanda

<sup>49</sup> A subestimação, nesse caso, pode estar associada ao não respeito da restrição orçamentária, uma vez que se considera a demanda de energia elétrica residencial, comercial e industrial em conjunto

<sup>50</sup> Andrade e Lobão (1997) e Schmidt e Lima (2002) utilizaram, em seus modelos básicos, uma única variável instrumental ligada ao consumo de aparelhos eletro-intensivos que podem gerar problemas de simultaneidade com a renda.

de energia com base nessas técnicas são vistos em um contexto de várias críticas. Fiebig, Seale e Theil (1987) apontam que esses trabalhos não tratam a variável preço satisfatoriamente e sugerem que a demanda de energia é melhor estudada ao nível de país e de demanda setorial. Ademais, argumentam os autores, esses estudos empíricos não consideram explicitamente a energia dentro do padrão normal de gastos dos consumidores. Logo, esses trabalhos não exploram totalmente a possibilidade de uma variação substancial na renda e nos preços entre os diversos consumidores e demais bens e serviços. Em geral, esses trabalhos omitem a evolução de preços dos demais bens complementares e substitutos à energia elétrica, o que leva à ocorrência de viés de omissão.

Com base nessas críticas, Fiebig, Seale e Theil (1987) e Seale, Walker e Kim (1991) estimaram a demanda por energia pelo modelo Flórida *cross-country*, construindo um sistema de demanda internacional de 11 bens de consumo, incluindo a energia. Fiebig, Seale e Theil (1987) encontraram elasticidades-renda e preço da demanda por energia em 1975 para o Brasil na ordem de 1,35 e - 0,70, respectivamente. Por outro lado, Seale, Walker e Kim (1991), utilizando dados de 1980, encontraram, para o Brasil, elasticidade-preço da demanda em torno de -0,80 e elasticidade-renda de 1,21. Deve ser considerado o fato de que esses trabalhos consideram gastos das famílias com energia "agregada", isto é, incluem combustíveis aos gastos com eletricidade, impactando mais na estimativa da elasticidade-preço.

Brenton (1997) também estimou a demanda de energia agregada através de modelos *cross-country* e com a mesma desagregação de Seale, Walker e Kim (1991). No entanto, os modelos utilizados nesse trabalho foram o LES e o AIDs. Os resultados relacionados à elasticidade-renda tiveram valores bem abaixo dos encontrados nesta dissertação, bem como nos outros trabalhos que utilizaram o modelo Flórida. No caso das elasticidades-preço, por sua vez, a estimativa pelo modelo LES esteve bem próxima dos resultados encontrados por Seale, Walker e Kim (1991).

Pelos aspectos apresentados nesta seção, deve-se destacar a importância de utilizar uma abordagem que proporcione estimadores que satisfaçam as críticas de Fiebig, Seale e Theil (1987), ou seja, considerar a demanda por energia elétrica no padrão normal de gastos dos consumidores em diferentes mercadorias, que contabilizem explicitamente os efeitos preço e substituição e, finalmente, que sejam úteis para comparar dados internacionais ou regionais. Os resultados aqui obtidos, se, por um lado, partem da noção clara de consistência do dispêndio familiar, por outro,

chegam a estimativas de elasticidades compatíveis com as de Modiano (1984) e de Schmidt e Lima (2002). Deve-se destacar, contudo, que além dos efeitos diretos da elevação do preço da energia elétrica, o presente modelo aprecia seus efeitos sobre a demanda dos demais itens de consumo, sendo, por esse motivo, mais apropriado para o uso em simulações de impactos de variação do preço da energia.

# Capítulo 4

## Aplicação do Modelo Flórida aos Dados da POF 1995/96

Neste capítulo, são realizadas as estimativas do modelo Flórida para 21 produtos alimentares “in natura”, tomando por base um novo conjunto de dados: a Pesquisa de Orçamentos Familiares, realizada entre os anos de 1995 e 1996 (POF 1995/96). Essa base de estatísticas domiciliares fornece as informações para a aplicação do segundo estágio de decisão orçamentária. Como contribuição específica deste estudo, pretende-se produzir uma evidência adicional com relação às elasticidades-preço e renda para os itens que compõe o grupo alimentação. Em particular, será estimado um sistema completo de equações de demanda para 21 produtos alimentares básicos, para as 11 regiões metropolitanas cobertas pela pesquisa, de modo a avaliar a sensibilidade do consumidor a variações de preços e renda específicas de cada item de consumo.

O ponto de partida da análise é o modelo Working-PI ou Flórida, cujo elemento central é a utilização da abordagem diferencial da análise da demanda, em que o consumo de todos os  $n$  bens no conjunto orçamentário do indivíduo é explicado conjuntamente. Essa metodologia proporciona estimativas de elasticidades da demanda condicionais à renda reservada pelas famílias ao gasto com o grupo Alimentos *in natura*. Um modelo alternativo é empregado nas estimações, o Flórida-Slutsky, que é uma adaptação do primeiro modelo, para a hipótese de separabilidade fraca das preferências. Com isso, procura-se gerar estimativas de elasticidades da demanda incondicionais, em relação à renda destinada ao grupo Alimentos *in natura*, para se comparar com os resultados do modelo condicional.

A primeira seção do capítulo apresenta a POF 1995/96 e os critérios de apuração das variáveis, agregação de bens e formação da amostra. A seção seguinte analisa os modelo de estimação condicional e incondicional aplicados à amostra obtida da POF. A seção 4.3 analisa os resultados obtidos da estimação e, por fim, a seção 4.4 faz uma análise da demanda de alimentos das regiões metropolitanas brasileiras e da Região Metropolitana do Rio de Janeiro, em particular.

## 4.1 A Pesquisa de Orçamentos Familiares 1995-1996

A Pesquisa de Orçamentos Familiares (POF), do IBGE, é uma pesquisa domiciliar por amostragem que se estendeu por 11 áreas metropolitanas do Brasil, caracterizando-se por ser eminentemente urbana. Esta pesquisa buscou mensurar, a partir de amostras representativas da população, a estrutura de despesas, de proventos e da situação de ativos da população. Tais informações sobre as unidades familiares permitem estudar inúmeros e importantes aspectos da economia nacional, tais como a composição dos gastos familiares, a evolução patrimonial, as disparidades regionais e a dimensão do mercado para grupos de produtos e serviços.<sup>51</sup>

As POFs foram realizadas nos anos 1986/87 e 1995/96, com o objetivo de coletar informações a respeito da composição de gastos das famílias no consumo de bens e serviços. Uma das motivações para a realização de Pesquisas de Orçamentos Familiares foi a necessidade de atualização das cestas de bens e serviços que compõe o Sistema Nacional de Índice de Preços ao Consumidor (SNIPC) do IBGE. Dessa forma, essas pesquisas tiveram início logo após os dois maiores planos de estabilização monetária realizados no Brasil – o Plano Cruzado (fevereiro de 1986) e o Plano Real (julho de 1994) –, de modo que pudesse se retratar o padrão de consumo das famílias em ambiente de baixa inflação.<sup>52</sup>

O plano de amostragem da POF 1995/96 foi baseado, inicialmente, a partir da base geográfica do Censo Demográfico de 1991. No segundo estágio, definiu-se a unidade básica de análise como sendo o “domicílio particular permanente”. As 11 áreas em que os dados da POF foram levantados são compostas pelas Regiões Metropolitanas de Belém, Fortaleza, Recife, Salvador, Belo Horizonte, Rio de Janeiro, São Paulo, Curitiba e Porto Alegre, por Brasília-DF e pelo Município de Goiânia.<sup>53</sup>

---

<sup>51</sup> Para maiores detalhes sobre a coleta e tratamento das informações da POF 1995/96, ver IBGE (1997).

<sup>52</sup> No entanto, apenas a POF 95/96 pôde retratar uma situação de relativa estabilidade econômica, pois o Plano Cruzado, bem como os outros quatro planos de estabilização que o sucederam falharam peremptoriamente nesse propósito. A esse respeito ver Asano e Fiuza (1997).

<sup>53</sup> Por simplicidade, esses municípios também serão tratados como Regiões.

### 4.1.1 Análise das Despesas Relativas em Alimentos

Embora fosse possível abrir a POF por unidade familiar, preferiu-se, nesse estudo, utilizar o domicílio como referência. A partir dos dados da POF 1995/96 foram selecionados os domicílios que apresentaram algum gasto com itens de alimentação. As despesas com alimentação, na POF, são distribuídas em “alimentação no domicílio” e “alimentação fora do domicílio”. Como o intuito, aqui, é verificar o segundo estágio de decisão orçamentária para Alimentos *in natura*, a análise se concentrará apenas nos itens *in natura* consumidos em casa. Assim, dos 16.014 (ou 16.060 famílias) domicílios entrevistados, 15.248 (ou 15.290 famílias) realizaram algum gasto com alimentação dentro de casa, compreendendo 340.624 registros de aquisições de produtos alimentícios e bebidas.

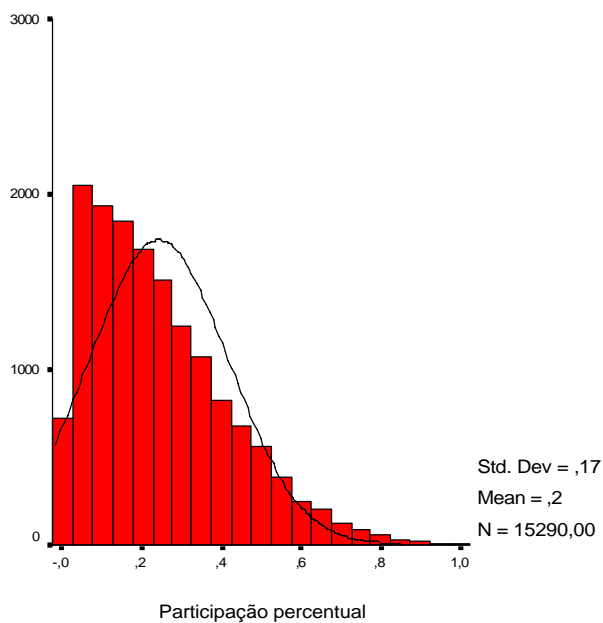
As despesas globais na POF, ou seja, todos os gastos monetários efetuados pelas famílias no consumo de bens e serviços de qualquer natureza, são divididas em três tipos (IBGE, 1997): (a) *despesas correntes*, que se referem à soma das despesas de consumo (alimentação, vestuário, habitação etc.) e das outras despesas correntes (impostos, contribuições etc.); (b) *aumento de ativo*, ou aumento do patrimônio familiar, refere-se à aquisição de imóveis, linhas telefônicas, terrenos e gastos com melhorias no imóvel próprio; e (c) *diminuição do passivo*, isto é, pagamento de débitos referentes a empréstimos, carnê de mercadorias, prestação do imóvel, etc. Os gastos domiciliares globais mensais foram utilizados são considerados como *proxy* da renda domiciliar. A soma de todos os gastos mensais com a aquisição de alimentos no domicílio, serviu de *proxy* para a renda total domiciliar destinada para o grupo Alimentos *in natura*, definido no primeiro estágio de decisão orçamentária.

A despesa global média domiciliar foi calculada em R\$ 1.227,07. Os valores médios da despesa global e da despesa com alimentação no domicílio per capita foram estimados em R\$ 394,87 e R\$ 52,44, respectivamente.<sup>54</sup> A participação média dos gastos mensais com alimentação no domicílio no dispêndio global mensal foi estimada em 24,15%. A distribuição de frequência da participação relativa dos gastos com alimentação, que pode ser observada na Figura 4.1, revela que a maior parte dos domicílios destinam, entre 10% e 20% do gasto total para con-

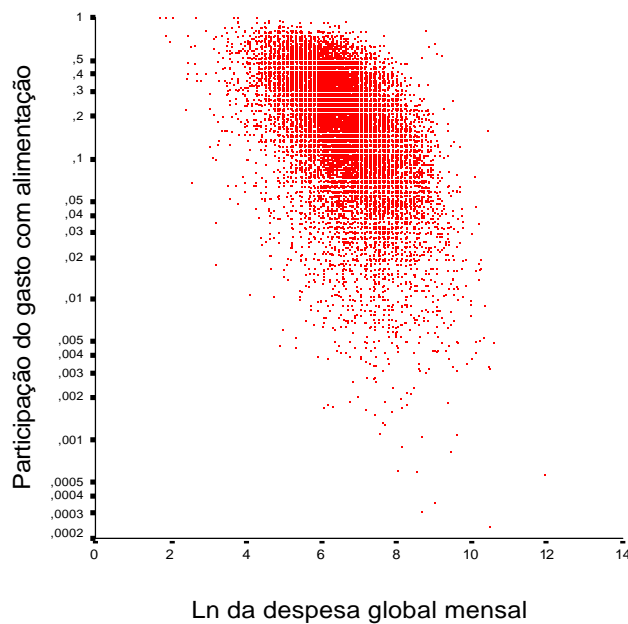
---

<sup>54</sup> O cálculo dos valores *per capita* refere-se a uma média ponderada, levando-se em conta o fator de expansão de cada domicílio da amostra, bem como o número de moradores do domicílio. Bertasso (2000, p. 58) calculou o valor da despesa global em R\$ 377,28, sendo que a autora a eliminou algumas famílias da amostra.

sumo de alimentos. Esses números estão bastante próximos daqueles mostrado na Tabela 3.1 do Capítulo 3, em que a participação do consumo de Alimentos *in natura* flutuou na faixa de 18% a 22%, entre os anos de 1994 e 2000.



**Figura 4.1** Distribuição de frequência da participação dos gastos com alimentação



**Figura 4.2** Participação dos gastos com alimentação no domicílio e despesas totais

A Figura 4.2, correspondendo ao que foi mostrado na Figura 3.1 do capítulo precedente, denota clara evidência do modelo de Working para alimentação no domicílio, a partir dos dados da POF-1995/96. Ou seja, há uma relação declinante da participação orçamentária de alimentos vis-à-vis ao logaritmo do gasto total dos domicílios.

#### 4.1.2 Montagem da Sub-Amostra e Análise dos Momentos dos Preços

A POF 1995/96 se estendeu por 12 meses, compreendidos entre outubro de 1995 a setembro de 1996. Além disso, ela utilizou referências temporais de sete dias, 30 dias, 90 dias e seis meses para as despesas, como forma de captar as decisões de consumo das famílias e a sazonalidade. A fim de corrigir quaisquer efeitos inflacionários em função do período de coleta das informações, os valores anualizados das despesas realizadas pelas famílias foram atualizados por um fator, da data da coleta até uma data de referência, de modo que se eliminasse esse efeito.<sup>55</sup> Desse modo, permitiu-se que todos os gastos tivessem seus valores monetários ajustados a um preço constante, da data referencial estabelecida. Neste estudo, optou-se por utilizar os valores das despesas mensais, ou seja, os valores anualizados dos gastos deflacionados divididos por 12.

A POF não apresenta informações referentes ao preço pago no varejo pelos produtos adquiridos. No entanto, as unidades físicas adquiridas faziam parte do questionário da POF, a qual permitiu calcular implicitamente o valor unitário de alguns dos itens consumidos. Uma vez que as quantidades consumidas, o valor unitário dos produtos vendidos ao consumidor e o valor das despesas se relacionam, então os preços podem ser obtidos implicitamente através da seguinte expressão:

$$Q_{id} = q_{id} \cdot p_{id} \Rightarrow p_{id} = \frac{Q_{id}}{q_{id}} \quad (4.1)$$

em que, para cada produto  $i$  adquirido pelo domicílio  $d$ :  $p_{id}$  é o preço de aquisição;  $Q_{id}$  é o valor da despesa; e  $q_{id}$  representa a quantidade adquirida.

---

<sup>55</sup> A data base foi estabelecida como 15 de setembro de 1996 e o fator de atualização empregado baseou-se no Índice Nacional de Preços ao Consumidor – INPC/IBGE.



A seleção dos itens de consumo procurou seguir a metodologia da FAO para designação de produtos básicos, que é fundamentada na disponibilidade de nutrientes e na participação desses alimentos na despesa da família (Kilsztajn, 2001). Ademais, o critério de escolha considerou também os itens que tiveram razoável registro de quantidades.<sup>56</sup> Dessa maneira, 20 produtos básicos acabaram sendo escolhidos e um item denominado “Outros alimentos” foi criado como bem composto, de modo a respeitar a restrição de aditividade. Os produtos alimentícios considerados nesse estudo foram agrupados da seguinte forma: 1. Açúcar (crystal e refinado); 2. Arroz (polido); 3. Batata e mandioca; 4. Biscoitos (doce e salgado); 5. Café (moído); 6. Carne de primeira; 7. Carne de segunda; 8. Farinha (de trigo e de mandioca); 9. Feijão; 10. Frango; 11. Frios (Presunto e mortadela); 12. Leite (pasteurizado e em pó); 13. Macarrão (com ovos); 14. Manteiga; 15. Margarina; 16. Óleos; 17. Pão Francês; 18. Peixes; 19. Queijos; 20. Tomate; 21. Outros alimentos.<sup>57</sup>

Os valores de despesa mensal (global e de alimentos) dos 20 produtos alimentares básicos foram agregados na amostra, tendo como unidade de referência o domicílio. Foram, também, calculados os preços médios de cada item da cesta de consumo, para cada domicílio, a partir dos preços implícitos. Para os casos em que não havia registro da quantidade adquirida, imputou-se o preço médio da própria série. Com isso, obteve-se a informação do preço médio de aquisição, em setembro de 1996, por domicílio, para cada um dos 20 produtos.

O item “Outros alimentos” teve o valor da despesa mensal calculado por resíduo, em relação à despesa total de alimentos no domicílio. Para o preço dos “Outros alimentos”, foi utilizada, como *proxy*, a paridade do poder de compra regional da alimentação (PPCRA), formulada por Kilsztajn (2001). Nesse trabalho, são empregados pesos médios e índices regionais de preços para um conjunto de 39 produtos alimentares, de modo a refletir o padrão médio de consumo e as diferenças nos custos da alimentação entre as áreas abrangidas pela POF 1995/96. Para ilustrar a utilização da PPCRA, são apresentadas na Tabela 4.1, os valores das despesas mensais per capita em alimentação dentro do domicílio por região, em R\$, e seus respectivos valores ajustados pela PPCRA calculada por Kilsztajn (2001), para setembro de 1996.

---

<sup>56</sup> Esse fato obrigou a exclusão de itens importantes como ovos, verduras e frutas que, em sua maioria, não tiveram registro algum de quantidade.

<sup>57</sup> A numeração que precede a designação dos itens será mantida na análise dos coeficientes estimados nas seções posteriores.

**Tabela 4.1 Paridade do Poder de Compra da Alimentação – PPCRA/set-96 e despesa mensal *per capita* com alimentação no domicílio**

Região Metropolitana	Alimentação no domicílio		
	PPCRA/Set-96	Valor da despesa (R\$)	Valor da despesa (R\$ppcra)
Belém	1,021	44,91	44,00
Fortaleza	0,987	36,52	37,02
Recife	1,005	40,27	40,08
Salvador	0,992	41,79	42,12
Belo Horizonte	0,957	44,23	46,19
Rio de Janeiro	1,001	41,20	41,16
São Paulo	1,024	47,41	46,31
Curitiba	0,929	50,24	54,05
Porto Alegre	0,956	51,40	53,79
Goiânia	1,002	34,33	34,27
Brasília	1,058	49,54	46,83

Fonte: Kilsztajn (2001)

**Tabela 4.2 Produtos básicos consumidos pelos domicílios, por Região Metropolitana**

Itens consumidos	BEL	FOR	REC	SAL	BH	RJ	SP	CUR	POA	GOI	BRS	Totais
0	10	16	12	23	15	28	35	19	15	20	7	200
1	55	56	130	106	85	125	92	43	51	81	45	869
2	62	108	126	112	107	200	192	79	85	160	81	1.312
3	73	140	147	109	166	193	160	111	111	160	92	1.462
4	76	156	137	114	181	153	171	124	130	166	89	1.497
5	85	134	149	117	159	156	153	120	129	168	112	1.482
6	100	174	135	110	160	135	85	90	99	139	75	1.302
7	99	171	146	119	147	110	77	87	118	99	63	1.236
8	126	176	135	104	105	100	77	69	101	77	50	1.120
9	127	167	107	96	103	81	70	67	94	69	62	1.043
10	114	174	116	101	81	62	55	64	54	52	40	913
11	126	159	132	84	51	60	32	50	61	58	39	852
12	108	95	108	75	48	48	27	41	45	31	35	661
13	84	89	90	64	27	31	21	25	34	28	13	506
14	62	55	64	38	24	17	14	23	28	14	10	349
15	35	30	40	34	11	12	7	16	15	11	9	220
16	32	12	23	13	6	2	5	8	15	9	10	135
17	10	5	15	8	4	8	2	4	4	3	3	66
18	1	0	2	1	3	1	1	2	0	3	0	14
19	1	0	2	2	1	0	0	1	0	0	1	8
20	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
Total de domicílios	1.386	1.917	1.816	1.431	1.484	1.522	1.276	1.043	1.189	1.348	836	15.248

Do subconjunto constituído pelos 20 produtos básicos, verificou-se que apenas uma parte dos domicílios consumia mais de um desses itens. Ao utilizar domicílios que, na maior parte ou em todos os produtos básicos, apresentaram participação no gasto igual a zero, correr-se-ia o risco de

subestimação das estimativas referentes a esses produtos e superestimação dos resultados do item “Outros alimentos”. A Tabela 4.2 dá uma dimensão desse problema, trazendo informações relacionadas às quantidades de domicílios que tiveram, ou não, gastos com ao menos um desses 20 itens. Por exemplo, 200 domicílios não tiveram qualquer gasto com algum dos 20 produtos básicos. Por outro lado, apenas um domicílio consumiu todos os 20 itens no período da coleta dos dados, enquanto 869 consumiram apenas um desses itens.

No sentido de se equilibrar a amostra, considerou-se somente os domicílios que adquiriram, ao menos, nove produtos básicos, resultando, então, numa sub-amostra de 4.768 domicílios. Na Tabela 4.3 observa-se o número final de domicílios para estimação em cada região, além de se obter informações referentes ao peso relativo na amostra original.

**Tabela 4.3** Número de observações e participação na amostra, por Região Metropolitana

Região Metropolitana	Número de domicílios	Participação	
		Na sub-amostra	Na amostra original
Belém	700	14,7%	50,5%
Fortaleza	786	16,5%	41,0%
Recife	699	14,7%	38,5%
Salvador	517	10,8%	36,1%
Belo Horizonte	359	7,5%	24,2%
Rio de Janeiro	322	6,8%	21,2%
São Paulo	234	4,9%	18,3%
Curitiba	301	6,3%	28,9%
Porto Alegre	350	7,3%	29,4%
Goiânia	278	5,8%	20,6%
Brasília	222	4,7%	26,6%
Totais	4768	100,0%	31,3%

A Tabelas 4.4 apresenta os momentos da distribuição dos gastos domiciliares mensais levantados para as 4.768 observações. Nota-se, primeiramente, que o valor médio da despesa mensal aumentou de R\$ 1.227,07 para R\$ 1.368,64, como reflexo da eliminação dos domicílios que compunham poucos itens básicos em sua cesta de consumo. Também se destaca uma forte dispersão nos gastos das famílias. Os maiores dispêndios médios com alimentação no domicílio são encontrados nas RM de São Paulo, Brasília e Belo Horizonte, enquanto os menores níveis de gasto encontram-se nas RM do Norte e Nordeste (notadamente, Fortaleza e Belém).

**Tabela 4.4 Momentos da distribuição dos gastos domiciliares mensais na sub-amostra (em R\$)**

Região Metropolitana	Mínimo	Máximo	Média	Mediana	Desv. Padrão	Kurtosis	Skewness
Belém	108,10	11.173,90	1.055,37	710,02	1.160,18	19,42	3,73
Fortaleza	85,84	25.815,96	901,45	545,88	1.336,88	157,25	9,65
Recife	86,38	14.331,45	1.145,77	608,41	1.550,87	21,96	4,01
Salvador	91,60	23.605,97	1.239,34	698,09	1.851,20	52,94	5,93
Belo Horizonte	149,22	25.323,09	1.917,63	1.204,20	2.598,50	38,78	5,25
Rio de Janeiro	117,61	12.844,92	1.301,34	823,95	1.543,08	21,41	4,05
São Paulo	200,46	33.091,41	2.395,51	1.277,89	3.268,90	35,07	4,76
Curitiba	124,08	22.507,30	1.860,28	1.128,77	2.317,91	29,13	4,48
Porto Alegre	147,71	15.884,35	1.528,45	920,58	1.922,59	19,65	3,81
Goiânia	80,96	11.962,63	1.564,44	973,11	1.807,59	8,86	2,75
Brasília - Distrito Federal	134,06	17.831,83	1.977,00	1.444,26	2.002,00	20,25	3,50
Médias	80,96	33.091,41	1.368,64	785,57	1.886,74	51,94	5,52

Na Tabelas 4.5 constam os valores médios dos preços de aquisição dos 20 produtos básicos, relativos às 4.768 observações. É possível destacar que os preços foram calculados para uma unidade padrão, “litro” para leite e óleos e “quilograma” para os demais itens. Por isso, itens como pão francês aparecem com valores por volta de R\$ 2,00. Deve-se ressaltar a grande variabilidade de preços nas diferentes regiões, não podendo-se concluir que há significativa diferença de custos regionais da alimentação.

**Tabela 4.5 Preços médios dos 20 produtos básicos na sub-amostra (R\$/unidade)**

Produtos	BEL	FOR	REC	SAL	BH	RJ	SP	POA	CUR	GOI	BRS	Média das Regiões
Açúcar	0,57	0,54	0,50	0,56	0,45	0,54	0,60	0,54	0,54	0,47	0,49	0,53
Arroz	0,83	0,74	0,78	0,77	0,73	0,79	0,71	0,70	0,68	0,71	0,71	0,76
Batata e mandioca	0,83	0,89	0,86	0,83	0,61	0,74	0,79	0,66	0,75	0,66	0,72	0,78
Biscoitos	3,27	3,42	3,29	3,37	3,40	3,72	4,20	3,44	3,64	3,90	3,72	3,47
Café (moído)	5,97	5,64	5,93	5,91	5,57	5,08	5,08	5,98	5,93	5,68	5,79	5,75
Carne de primeira	3,30	3,79	3,97	3,85	3,72	3,90	4,19	3,65	3,64	3,30	3,58	3,69
Carne de segunda	2,11	2,72	2,55	2,36	2,46	2,56	2,67	2,14	2,16	2,14	2,09	2,35
Farinha (trigo e mandioca)	0,75	0,63	0,69	0,69	0,77	0,65	0,75	0,70	0,69	0,80	0,79	0,70
Feijão	1,16	1,00	1,01	1,00	1,10	1,18	1,27	0,98	0,96	1,03	1,10	1,06
Frango	1,59	1,75	1,74	1,66	1,67	1,88	2,14	1,74	1,65	1,40	1,63	1,70
Frios (Presunto e mortadela)	4,46	3,88	4,36	5,35	5,54	6,08	6,28	4,67	4,85	5,56	5,84	4,97
Leite (pasteurizado e em pó)	1,03	0,93	0,93	1,04	0,77	0,86	0,83	0,68	0,77	0,69	0,80	0,88
Macarrão (com ovos)	1,77	1,41	1,63	1,75	1,75	1,68	2,00	2,09	2,00	1,76	1,90	1,80
Manteiga	5,39	5,62	6,11	6,13	5,38	5,27	5,61	5,47	5,85	4,78	5,88	5,72
Margarina	2,99	2,75	2,83	3,07	3,27	3,53	3,42	3,35	2,99	2,91	3,06	2,99
Óleos	1,23	1,14	1,18	1,21	0,99	1,04	1,10	1,07	0,98	0,96	1,01	1,12
Pão Francês	2,19	2,06	1,98	2,02	2,33	2,61	2,36	2,47	2,22	2,27	2,27	2,20
Peixes	2,51	2,97	2,86	3,82	3,69	2,85	5,16	5,09	4,76	4,12	4,73	3,18
Queijos	8,90	6,20	7,45	9,02	6,34	6,33	7,88	7,29	7,48	5,46	7,48	7,29
Tomate	0,91	0,73	0,80	0,79	0,76	1,05	0,90	1,15	1,00	0,76	0,85	0,87

Os valores médios dos dispêndios domiciliares com 20 itens alimentícios são exibidos na Tabela 4.6. Alguns produtos carnes (bovina e de frango), leite, pão francês e arroz foram os que apresentaram maior participação no orçamento médio das regiões, caracterizando-se, portanto, como alimentos típicos do cardápio do brasileiro. Outros produtos como manteiga, macarrão e frios tiveram pesos menores no padrão de gastos das regiões. Vale ressaltar que os dados da Tabela 4.6 também apresentam grande variabilidade entre as regiões, denotando as preferências características da população local.

**Tabela 4.6 Despesa média com os 20 produtos básicos na sub-amostra (em R\$)**

Produtos	BEL	FOR	REC	SAL	BH	RJ	SP	CUR	POA	GOI	BRS	Média das Regiões
Açúcar	6,58	8,20	7,95	8,25	12,59	11,17	8,83	10,32	5,95	6,95	13,90	8,65
Arroz	9,75	14,48	8,11	8,07	21,48	21,77	18,22	14,21	8,84	23,29	28,58	14,10
Batata e mandioca	2,85	2,25	4,10	2,99	5,72	5,66	4,58	5,44	5,52	3,37	4,52	3,91
Biscoitos	6,24	9,57	12,44	11,20	8,83	8,36	9,42	9,91	8,35	7,55	10,06	9,37
Café (moído)	8,40	7,27	8,45	8,74	12,96	10,46	10,25	16,50	9,92	9,97	11,18	9,68
Carne de primeira	24,88	18,70	16,24	18,80	19,98	23,03	37,60	24,40	16,23	22,84	29,62	21,50
Carne de segunda	22,23	9,58	10,11	13,85	9,10	7,98	13,36	8,16	14,95	9,98	12,31	12,47
Farinha (trigo e mandioca)	14,02	3,92	5,21	7,25	3,20	3,31	1,98	8,26	4,52	3,01	4,76	6,07
Feijão	7,17	10,62	8,76	9,46	9,72	14,27	9,64	6,25	4,66	8,35	11,62	9,05
Frango	22,26	18,20	16,87	19,52	12,97	15,98	23,63	12,35	14,06	12,92	20,84	17,61
Frios (Presunto e mortadela)	1,62	1,53	2,07	1,25	3,93	2,90	5,53	2,86	3,72	3,18	4,20	2,53
Leite (pasteurizado e em pó)	18,99	20,95	21,18	22,51	21,35	22,51	28,66	25,75	22,51	17,17	28,12	21,91
Macarrão (com ovos)	0,96	1,40	1,66	2,88	3,32	4,31	5,29	6,79	4,69	1,90	3,59	2,78
Manteiga	1,00	1,05	2,76	2,76	2,50	2,44	1,54	0,45	0,64	0,88	3,31	1,73
Margarina	4,21	4,28	5,49	5,26	3,70	3,96	2,98	5,00	3,13	3,52	5,75	4,41
Óleos	3,93	4,06	4,72	4,49	10,09	7,92	7,53	8,29	5,24	10,71	10,35	6,11
Pão Francês	20,28	16,24	20,12	19,51	13,83	15,50	16,44	12,84	14,73	11,68	16,77	16,97
Peixes	14,34	6,95	6,73	8,32	3,51	9,52	6,68	2,11	2,10	4,10	6,66	7,21
Queijos	3,52	3,68	11,71	7,97	14,42	11,01	19,65	9,15	8,48	8,98	14,55	8,90
Tomate	2,50	1,53	3,10	2,96	2,80	3,01	4,35	3,00	3,58	3,27	2,99	2,80

## 4.2 Os Modelos de Demanda Condicional e Incondicional

No desenvolvimento do modelo a ser utilizado nesse capítulo, novamente lança-se mão do sistema de equações derivado do modelo de Working, com preços incorporados através da abordagem diferencial da demanda. No entanto, serão consideradas, agora, duas possibilidades: um modelo representando as preferências independentes e outro que leva em conta a separabilidade fraca das preferências. Como ponto de partida, será reproduzido o sistema composto pelas equações (3.6a) à (3.6b), formulado segundo a hipótese de preferência independente, com alteração do subscrito, de  $t$  para  $d$ , indicando, dessa feita, o domicílio:

$$\begin{aligned}
w_{id} = & (\mathbf{a}_i + \mathbf{b}_i q_d) + (\mathbf{a}_i + \mathbf{b}_i q_d) \left[ \ln \frac{P_{id}}{\bar{P}_i} - \sum_{j=1}^n (\mathbf{a}_j + \mathbf{b}_j q_d) \ln \frac{P_{jd}}{\bar{P}_j} \right] + \\
& + \mathbf{f}(\mathbf{a}_i + \mathbf{b}_i q_d^*) \left[ \ln \frac{P_{id}}{\bar{P}_i} - \sum_{j=1}^n (\mathbf{a}_j + \mathbf{b}_j q_d^*) \ln \frac{P_{jd}}{\bar{P}_j} \right] + \mathbf{e}_{id}
\end{aligned} \tag{4.2}$$

em que: em que:  $w_{id}$ , é a participação do produto  $i$  no total de gastos mensais com alimentação do domicílio  $d$ ,  $q_d$  é log de  $Q_d$ , ou seja, a despesa mensal com alimentação do domicílio  $d$ ;  $q_d^* = 1 + q_d$  é a despesa marginal;  $p_{id}$  é o preço da mercadoria  $i$  para o domicílio  $d$ ;  $\bar{p}_d$  é a média dos preços da mercadoria  $i$  para os  $N$  domicílios, conforme calculado na seção 4.1; e  $\mathbf{f}$  representa a flexibilidade de renda, sendo constante no modelo.

A interpretação dos termos linear, quadrático e cúbico da equação (4.2), bem como o cálculo dos efeitos marginais são as mesmas que a verificada nos dois capítulos precedentes. Entretanto, esse modelo será, de agora em diante, chamado de *condicional*, pois retrata apenas as elasticidades da demanda dentro do segundo estágio de decisão orçamentária para os produtos básicos definidos dentro do grupo alimentação.

O segundo modelo a ser utilizado é denominado de Flórida-Slutsky, e assume separabilidade fraca das preferências no lugar de preferência independente.<sup>58</sup> Similar ao modelo Flórida, o modelo Flórida-Slutsky possui três componentes: um termo renda-real (linear); um termo preço-puro (quadrático); e um termo substituição (linear) que substitui o termo cúbico do modelo anterior (Theil, Chung e Seale, 1989, p. 183):

$$\begin{aligned}
w_{id} = & (\mathbf{a}_i + \mathbf{b}_i q_d) + (\mathbf{a}_i + \mathbf{b}_i q_d) \left[ \ln \frac{P_{id}}{\bar{P}_i} - \sum_{j=1}^n (\mathbf{a}_j + \mathbf{b}_j q_d) \ln \frac{P_{jd}}{\bar{P}_j} \right] + \\
& + \sum_{j=1}^n \mathbf{p}_{ij} \left[ \ln \frac{P_{jd}}{\bar{P}_j} \right] + \mathbf{e}_{id}
\end{aligned} \tag{4.3}$$

Particularmente, o modelo representado da equação (4.3) é obtido diretamente da equação (2.24), do Capítulo 2, a partir a exclusão da hipótese de preferência independente. Os  $\mathbf{p}_{ij}$ , na e-

---

<sup>58</sup> Esse modelo foi denominado por Theil, Chung e Seale (1989, p. 184) de Working-Slutsky. No entanto, preferiu-se utilizar a designação de Florida-Slutsky atribuído à Seale, Regmi e Bernstein (2003, p. 17).

quação (4.3), representam os coeficientes de preço de Slutsky da matriz de preços compensada e são constantes no modelo. Esses coeficientes estão sujeitos às restrições de *simetria*,  $\mathbf{p}_{ij} = \mathbf{p}_{ji}$ ; *homogeneidade*,  $\mathbf{p}_{i1} + \dots + \mathbf{p}_{in} = 0$  e de *negatividade semidefinida* da matriz  $[\mathbf{p}_{ij}]$  de tamanho  $n \times n$  e posto  $n - 1$ . Similar ao modelo Flórida, as elasticidades-renda e preço do modelo Flórida-Slutsky podem ser calculadas a partir da média de preços usando o tradicional diferencial total do termo linear do modelo de Working:

$$\mathbf{h}_i = \frac{(\bar{w}_{id} + \mathbf{b}_i)}{\bar{w}_{id}} = 1 + \frac{\mathbf{b}_i}{\bar{w}_{id}} \quad (4.4)$$

em que:

$$\bar{w}_{id} = \mathbf{a}_i + \mathbf{b}_i q_{gd} \quad (4.5)$$

O modelo Flórida-Slutsky pode ser escrito em termos de um sistema de demanda condicional. Isto é, a demanda do bem  $i$  contida no grupo  $S_g$  é condicional ao gasto do grupo.<sup>59</sup> Esse modelo condicional é similar ao observado na equação (4.3):

$$\begin{aligned} w_{id}^* = & (\mathbf{a}_i^* + \mathbf{b}_i^* q_{gd}) + (\mathbf{a}_i^* + \mathbf{b}_i^* q_{gd}) \left[ \ln \frac{P_{i \in S_g, d}}{\bar{P}_{i \in S_g}} - \sum_{j \in S_g=1}^n (\mathbf{a}_j^* + \mathbf{b}_j^* q_{gd}) \ln \frac{P_{jd}}{\bar{P}_j} \right] + \\ & + \sum_{j \in S_g=1}^n \mathbf{p}_{ij}^* \left[ \ln \frac{P_{jd}}{\bar{P}_j} \right] + \mathbf{e}_{id} \end{aligned} \quad (4.6)$$

em que,  $w_{id}^* = w_{id} / W_{gd}$ ,  $w_{id}$  é a participação orçamentária do bem  $i \in S_g$  e  $W_{gd}$  é a participação orçamentária do grupo  $S_g$  no domicílio  $d$ ;  $\bar{P}_i$  é a média de preço do bem  $i \in S_g$ ;  $q_{gd}$  é o logaritmo do gasto com o grupo  $S_g$  (Alimentos *in natura*, nesse caso); e  $\mathbf{a}_i^*$ ,  $\mathbf{b}_i^*$  e  $\mathbf{p}_{ij}^*$  são os parâmetros condicionais a serem estimados. Em particular, os  $\mathbf{p}_{ij}^*$  são os parâmetros de preço condicionais de Slutsky e devem obedecer a restrição de simetria, ou seja,  $\mathbf{p}_{ij}^* = \mathbf{p}_{ji}^*$ .

<sup>59</sup> Uma discussão ampla a respeito dos modelos a respeito da demanda por um grupo (*block independence*), ou equações de demanda condicionais, é encontrada em Theil, Chung e Seale (1989, pp.129-136).

As elasticidades-preço e renda estimadas desse modelo são condicionais a um dado gasto com o grupo alimentação. As elasticidades da demanda *incondicionais* podem, entretanto, ser obtidas usando os parâmetros estimados na análise do primeiro estágio de decisão orçamentária. Logo, a elasticidade-renda incondicional ( $\mathbf{h}_{id}^U$ ) é simplesmente a elasticidade-renda condicional:

$$\mathbf{h}_{id}^* = 1 + \frac{\mathbf{b}_i^*}{\bar{w}_{id}^*} \quad (4.7)$$

em que  $\bar{w}_{id}^* = \mathbf{a}_i^* + \mathbf{b}_i^* \mathbf{q}_{gd}$ , multiplicada pela elasticidade-renda da demanda pelo grupo alimentação ( $\mathbf{h}_i$ ) obtida do modelo Florida no capítulo anterior. Logo:

$$\mathbf{h}_{id}^U = \mathbf{h}_i \cdot \mathbf{h}_{id}^*, \quad i \in S_g \quad (4.8)$$

A elasticidade-preço direta incondicional de Frisch é dada por:

$$F_i^U = \mathbf{f} \frac{\mathbf{T}_{gd}}{\bar{W}_{gd}} \frac{\mathbf{q}_{id}^*}{w_{id}^*} = \mathbf{f} \cdot \mathbf{h}_{gd} \cdot \mathbf{h}_i^* \quad (4.9)$$

em que  $\mathbf{T}_{gd}$  é a participação marginal do grupo  $S_g$  no domicílio  $d$ ;  $\mathbf{q}_{id}^* = \mathbf{q}_i / \mathbf{T}_g$  é a participação marginal condicional do bem  $i \in S_g$ ;  $\mathbf{q}_i$  é a participação marginal incondicional do bem  $i$ ; e  $\mathbf{f}$  é o parâmetro de flexibilidade de renda estimado no primeiro estágio do modelo Florida.

A elasticidade-preço incondicional de Slutsky é dada por:

$$\mathbf{e}_{ij,d} = \frac{\mathbf{p}_{ij}}{w_{id}^*} = \mathbf{e}_{ij,d}^* + \mathbf{F}_{gd} \mathbf{h}_{id}^* \mathbf{h}_{jd}^* \bar{w}_{jd}^* (1 - \bar{W}_{gd} \mathbf{h}_{gd}) \quad (4.10)$$

em que  $\mathbf{e}_{ij,d}^* = \mathbf{p}_{ij}^* / \bar{w}_{id}^*$  é a elasticidade-preço condicional de Slutsky, do domicílio  $d$ , da demanda do bem  $i$  com respeito ao bem  $j$ .  $\mathbf{p}_{ij}^*$  são os coeficientes condicionais de Slutsky;  $\bar{w}_{id}^*$  é a participação orçamentária condicional de  $i \in S_g$  no domicílio  $d$ ;  $\mathbf{F}_{gd} = \mathbf{f} \mathbf{T}_{gd} / \bar{W}_{gd}$ ;  $\mathbf{T}_{gd}$  é a participação marginal do grupo  $S_g$  no domicílio  $d$ ;  $\mathbf{f}$  é a flexibilidade de renda estimado no primeiro estágio;  $\bar{W}_{gd}$  é a participação do grupo  $S_g$  no domicílio  $d$  à média aritmética de preços (do grupo);



$h_{id}^*$  e  $h_{jd}^*$  são as elasticidades-renda condicionais dos bens  $i$  e  $j$ , respectivamente, no domicílio  $d$ , e  $h_{gd}$  é a elasticidade-renda incondicional do grupo  $g$  no domicílio  $d$ .

A elasticidade-preço incondicional de Cournot pode ser estimada usando a elasticidade-preço de Slutsky, como segue:

$$C_{ij,d}^U = e_{ij,d} - h_{id}^* w_{id}^* \cdot h_{gd} \bar{W}_{gd} \quad (4.11)$$

### 4.3 Resultados

O grande inconveniente na apuração dos estimadores de máxima verossimilhança do segundo estágio encontra-se no grande número de parâmetros a serem estimados. Enquanto o modelo Flórida condicional produz  $2n + 1$  parâmetros, o modelo Flórida-Slutsky gera  $n(n + 5)/2$  coeficientes. Como não há meio de contornar o problema, e por questões de limitação de tempo e espaço, optou-se, num primeiro passo da análise, por estimar os dois modelos apenas para a Região Metropolitana do Rio de Janeiro, a qual acabou servindo de protótipo da análise econométrica.

A Tabela 4.7 apresenta as estimativas de MV obtidas a partir dos dados da POF 1995/96, para os 21 produtos alimentares definidos na seção 4.1, utilizando o modelo Flórida condicional (4.3) e o modelo Flórida-Slutsky (4.5), para a Região Metropolitana do Rio de Janeiro. Os coeficientes de Slutsky da estimação do modelo de preferências fracas, com seus respectivos erros padrão, estão demonstrados na Tabela 4.8.

A primeira impressão tirada dos resultados é a de que os valores dos parâmetros não mudam significativamente de uma estimação para outra. Nem, tampouco, os erros padrão assintóticos e os coeficientes de determinação possuem valores distintos entre si. No entanto, o modelo Flórida-Slutsky apresentou um  $R^2$  um pouco maior em relação ao modelo Flórida condicional (0,6281 contra 0,6072). Isso é surpreendente, a despeito do modelo de preferências fracas apresentar um número de coeficientes maior. No entanto, o tempo de estimação do modelo Flórida-Slutsky representa um fator limitador importante. Nesse caso, preferiu-se seguir com a análise das demais regiões através do modelo Flórida condicional, ao passo que a Região Metropolitana do Rio de Janeiro terá a comparação de elasticidades feita pelos dois modelos. A Tabela 4.9 apresenta os estimadores das demais regiões metropolitanas, calculadas pelo Modelo Flórida condicional.

**Tabela 4.7 Estimativas de MV de 21 itens alimentícios, para a RM do Rio de Janeiro**

Parâmetros	Modelo Flórida condicional			Modelo Flórida Slutsky		
	Coef.	Erro padrão	t-assint.	Coef.	Erro padrão	t-assint.
$\alpha_1$	0,0723	0,0266	2,72	0,0850	0,0285	2,98
$\alpha_2$	0,1220	0,0273	4,47	0,1087	0,0282	3,86
$\alpha_3$	0,0657	0,0264	2,49	0,0707	0,0276	2,56
$\alpha_4$	0,0254	0,0272	0,93	0,0345	0,0286	1,21
$\alpha_5$	0,0890	0,0268	3,33	0,1128	0,0282	4,00
$\alpha_6$	-0,0029	0,0271	-0,11	0,0016	0,0284	0,06
$\alpha_7$	0,1185	0,0268	4,42	0,1119	0,0284	3,94
$\alpha_8$	0,0296	0,0272	1,09	0,0221	0,0287	0,77
$\alpha_9$	0,0970	0,0274	3,55	0,0993	0,0281	3,53
$\alpha_{10}$	0,0385	0,0274	1,41	0,0207	0,0283	0,73
$\alpha_{11}$	0,0079	0,0272	0,29	0,0066	0,0284	0,23
$\alpha_{12}$	0,1276	0,0271	4,72	0,1430	0,0283	5,05
$\alpha_{13}$	0,0091	0,0276	0,33	0,0088	0,0286	0,31
$\alpha_{14}$	0,0335	0,0270	1,24	0,0360	0,0293	1,23
$\alpha_{15}$	0,0047	0,0271	0,17	-0,0017	0,0289	-0,06
$\alpha_{16}$	0,0515	0,0272	1,89	0,0512	0,0290	1,77
$\alpha_{17}$	0,2252	0,0277	8,12	0,2214	0,0284	7,80
$\alpha_{18}$	-0,0241	0,0267	-0,90	-0,0569	0,0253	-2,25
$\alpha_{19}$	-0,0195	0,0268	-0,73	-0,0077	0,0281	-0,27
$\alpha_{20}$	0,0395	0,0269	1,47	0,0443	0,0275	1,61
$\alpha_{21}$	-0,1106	0,0273	-4,05	-0,1121	0,5251	-0,21
$\beta_1$	-0,0065	0,0048	-1,36	-0,0084	0,0051	-1,67
$\beta_2$	-0,0085	0,0049	-1,74	-0,0061	0,0050	-1,22
$\beta_3$	-0,0081	0,0047	-1,71	-0,0091	0,0049	-1,84
$\beta_4$	0,0002	0,0049	0,05	-0,0014	0,0051	-0,27
$\beta_5$	-0,0093	0,0048	-1,94	-0,0134	0,0050	-2,67
$\beta_6$	0,0130	0,0049	2,66	0,0120	0,0050	2,37
$\beta_7$	-0,0157	0,0048	-3,27	-0,0146	0,0051	-2,90
$\beta_8$	-0,0033	0,0049	-0,67	-0,0022	0,0051	-0,43
$\beta_9$	-0,0090	0,0049	-1,83	-0,0095	0,0050	-1,89
$\beta_{10}$	0,0022	0,0049	0,44	0,0051	0,0050	1,02
$\beta_{11}$	0,0002	0,0049	0,05	0,0005	0,0051	0,11
$\beta_{12}$	-0,0094	0,0048	-1,93	-0,0119	0,0050	-2,37
$\beta_{13}$	0,0007	0,0049	0,14	0,0007	0,0051	0,13
$\beta_{14}$	-0,0044	0,0049	-0,90	-0,0048	0,0052	-0,92
$\beta_{15}$	0,0013	0,0049	0,26	0,0021	0,0051	0,42
$\beta_{16}$	-0,0045	0,0049	-0,92	-0,0046	0,0052	-0,89
$\beta_{17}$	-0,0294	0,0050	-5,93	-0,0286	0,0050	-5,70
$\beta_{18}$	0,0083	0,0048	1,74	0,0140	0,0045	3,13
$\beta_{19}$	0,0091	0,0048	1,90	0,0071	0,0050	1,42
$\beta_{20}$	-0,0051	0,0048	-1,05	-0,0060	0,0049	-1,23
$\beta_{21}$	0,0780	0,0049	15,95	0,0791	0,0052	15,06
$f$	-0,4711	0,0897	-5,25			
RSS			45,2363			46,2645
ESS			19,3441			18,3158
TSS			64,5804			64,5804
TSS (corrigido)			49,2470			49,2470
R <sup>2</sup>			0,6072			0,6281
Número de Parâmetros			43			273
Tempo			03:15:10			59:05:58



**Tabela 4.9** Estimativas de MV do modelo Flórida Condicional, para todas as RM, excetuando o Rio de Janeiro

Parâmetros	São Paulo		Belo Horizonte		Ponto Alegre		Curitiba		Brasília		Goiânia		Salvador		Recife		Fortaleza		Belém	
	Coef.	Erro padrão	Coef.	Erro padrão	Coef.	Erro padrão	Coef.	Erro padrão	Coef.	Erro padrão	Coef.	Erro padrão	Coef.	Erro padrão	Coef.	Erro padrão	Coef.	Erro padrão	Coef.	Erro padrão
$\alpha_1$	0,0554	0,0284	0,1467	0,0201	0,0879	0,0248	0,0840	0,0261	0,1044	0,0280	0,0795	0,0249	0,0879	0,0163	0,1025	0,0131	0,0772	0,0161	0,0507	0,0161
$\alpha_2$	0,1635	0,0299	0,2413	0,0240	0,0735	0,0255	0,1065	0,0273	0,1818	0,0304	0,2172	0,0282	0,1034	0,0191	0,0890	0,0153	0,1536	0,0171	0,0873	0,0179
$\alpha_3$	0,0689	0,0285	0,0317	0,0224	0,0706	0,0227	0,1020	0,0259	0,0254	0,0239	0,0490	0,0266	0,0199	0,0183	0,0086	0,0149	-0,0003	0,0165	0,0176	0,0168
$\alpha_4$	0,0393	0,0298	0,0400	0,0220	0,0642	0,0244	0,0657	0,0249	0,0629	0,0303	-0,0075	0,0263	0,0492	0,0190	0,0492	0,0154	0,0538	0,0166	0,0280	0,0174
$\alpha_5$	0,0884	0,0285	0,1135	0,0232	0,0478	0,0250	0,0787	0,0258	0,0695	0,0303	0,0754	0,0276	0,1033	0,0191	0,1034	0,0154	0,1109	0,0165	0,0320	0,0177
$\alpha_6$	0,0335	0,0296	-0,0050	0,0241	-0,0488	0,0258	-0,0715	0,0272	0,0418	0,0324	0,0274	0,0271	-0,0867	0,0191	-0,0592	0,0153	-0,1153	0,0167	-0,0986	0,0184
$\alpha_7$	0,1148	0,0291	0,1513	0,0236	0,1684	0,0247	0,1375	0,0268	0,1590	0,0300	0,1847	0,0271	0,1820	0,0184	0,1386	0,0147	0,1426	0,0166	0,3009	0,0180
$\alpha_8$	0,0067	0,0290	0,0385	0,0211	0,0557	0,0242	0,0224	0,0259	0,0277	0,0232	0,0223	0,0272	0,0910	0,0195	0,0875	0,0155	0,0697	0,0165	0,1902	0,0180
$\alpha_9$	0,0966	0,0292	0,1040	0,0231	0,0660	0,0255	0,0829	0,0254	0,1428	0,0306	0,1279	0,0267	0,1040	0,0184	0,1076	0,0153	0,1484	0,0170	0,0718	0,0175
$\alpha_{10}$	0,0791	0,0291	0,1665	0,0212	0,1908	0,0242	0,0916	0,0261	0,1198	0,0300	0,1072	0,0265	0,1714	0,0185	0,2050	0,0152	0,2574	0,0168	0,1805	0,0182
$\alpha_{11}$	-0,0128	0,0260	0,0052	0,0198	-0,0020	0,0236	0,0199	0,0246	-0,0905	0,0296	-0,0295	0,0263	-0,0669	0,0187	-0,0197	0,0148	0,0090	0,0166	-0,0108	0,0181
$\alpha_{12}$	0,1868	0,0303	0,1301	0,0249	0,2170	0,0262	0,2516	0,0272	0,1761	0,0320	0,1473	0,0280	0,0794	0,0191	0,0583	0,0151	0,1130	0,0166	0,0143	0,0181
$\alpha_{13}$	0,0078	0,0285	0,0215	0,0227	0,0638	0,0240	0,0639	0,0246	0,0176	0,0276	-0,0099	0,0265	-0,0042	0,0192	0,0003	0,0151	-0,0088	0,0168	0,0011	0,0177
$\alpha_{14}$	0,0140	0,0293	-0,0351	0,0242	-0,0081	0,0252	-0,0014	0,0270	0,0006	0,0307	0,0002	0,0275	-0,0173	0,0186	-0,0165	0,0151	-0,0039	0,0166	-0,0063	0,0177
$\alpha_{15}$	0,0370	0,0287	0,0171	0,0230	0,0221	0,0243	0,0164	0,0269	0,0413	0,0308	0,0310	0,0273	0,0365	0,0188	0,0294	0,0148	0,0339	0,0168	0,0337	0,0170
$\alpha_{16}$	0,0110	0,0290	0,0251	0,0225	0,0209	0,0255	0,0294	0,0260	0,0832	0,0297	0,0816	0,0276	0,0235	0,0193	0,0501	0,0156	0,0487	0,0167	0,0326	0,0180
$\alpha_{17}$	0,1974	0,0280	0,1486	0,0243	0,2697	0,0256	0,1933	0,0272	0,1572	0,0320	0,1648	0,0274	0,3142	0,0192	0,2836	0,0154	0,2157	0,0168	0,2562	0,0185
$\alpha_{18}$	0,0239	0,0272	0,0233	0,0223	0,0007	0,0231	-0,0453	0,0235	-0,0315	0,0297	-0,0225	0,0286	-0,0179	0,0184	0,0069	0,0148	-0,0163	0,0170	0,0335	0,0179
$\alpha_{19}$	0,0064	0,0283	-0,0385	0,0226	-0,0008	0,0238	0,0146	0,0254	-0,0785	0,0295	-0,0566	0,0272	-0,0759	0,0185	-0,0906	0,0147	-0,0322	0,0165	-0,0419	0,0176
$\alpha_{20}$	0,0276	0,0287	0,0000	0,0223	0,0238	0,0230	0,0517	0,0263	0,0091	0,0315	0,0538	0,0251	0,0379	0,0178	0,0319	0,0150	0,0176	0,0164	0,0185	0,0168
$\alpha_{21}$	-0,2466	0,0302	-0,3257	0,0257	-0,3532	0,0270	-0,2937	0,0278	-0,2596	0,0331	-0,2433	0,0279	-0,1879	0,0197	-0,1262	0,0158	-0,2777	0,0167	-0,1914	0,0184
$\beta_1$	-0,0056	0,0048	-0,0190	0,0034	-0,0118	0,0044	-0,0091	0,0046	-0,0122	0,0042	-0,0101	0,0044	-0,0107	0,0029	-0,0131	0,0023	-0,0080	0,0030	-0,0053	0,0029
$\beta_2$	-0,0186	0,0051	-0,0296	0,0042	-0,0067	0,0046	-0,0103	0,0048	-0,0181	0,0051	-0,0235	0,0048	-0,0133	0,0034	-0,0070	0,0028	-0,0167	0,0032	-0,0093	0,0033
$\beta_3$	-0,0097	0,0048	-0,0025	0,0039	-0,0091	0,0040	-0,0147	0,0045	-0,0022	0,0050	-0,0064	0,0048	-0,0019	0,0033	0,0009	0,0027	0,0017	0,0031	-0,0015	0,0030
$\beta_4$	-0,0028	0,0051	-0,0024	0,0038	-0,0064	0,0044	-0,0062	0,0044	-0,0063	0,0051	0,0054	0,0047	-0,0021	0,0034	-0,0012	0,0028	-0,0025	0,0031	-0,0010	0,0031
$\beta_5$	-0,0102	0,0048	-0,0125	0,0040	-0,0027	0,0045	-0,0045	0,0045	-0,0070	0,0051	-0,0071	0,0049	-0,0125	0,0034	-0,0128	0,0028	-0,0144	0,0031	-0,0010	0,0032
$\beta_6$	0,0059	0,0050	0,0105	0,0042	0,0179	0,0046	0,0239	0,0048	0,0042	0,0055	0,0086	0,0050	0,0253	0,0095	0,0195	0,0028	0,0339	0,0031	0,0315	0,0033
$\beta_7$	-0,0136	0,0049	-0,0208	0,0041	-0,0201	0,0044	-0,0188	0,0047	-0,0201	0,0050	-0,0259	0,0048	-0,0227	0,0033	-0,0175	0,0027	-0,0180	0,0031	-0,0378	0,0033
$\beta_8$	-0,0001	0,0049	-0,0062	0,0036	-0,0069	0,0043	0,0007	0,0046	-0,0027	0,0049	-0,0021	0,0049	-0,0113	0,0095	-0,0065	0,0028	-0,0085	0,0031	-0,0239	0,0033
$\beta_9$	-0,0118	0,0049	-0,0124	0,0040	-0,0085	0,0046	-0,0107	0,0045	-0,0192	0,0052	-0,0171	0,0048	-0,0124	0,0035	-0,0131	0,0028	-0,0187	0,0032	-0,0079	0,0032
$\beta_{10}$	-0,0059	0,0049	-0,0215	0,0037	-0,0238	0,0043	-0,0081	0,0046	-0,0112	0,0050	-0,0108	0,0047	-0,0182	0,0033	-0,0251	0,0027	-0,0321	0,0031	-0,0173	0,0033
$\beta_{11}$	0,0044	0,0044	0,0007	0,0034	0,0026	0,0042	-0,0018	0,0043	0,0101	0,0050	0,0069	0,0047	0,0018	0,0034	0,0047	0,0027	-0,0004	0,0031	0,0028	0,0033
$\beta_{12}$	-0,0192	0,0051	-0,0110	0,0044	-0,0238	0,0047	-0,0299	0,0048	-0,0176	0,0054	-0,0152	0,0050	-0,0012	0,0034	0,0019	0,0027	-0,0050	0,0031	0,0079	0,0033
$\beta_{13}$	0,0010	0,0048	-0,0017	0,0039	-0,0083	0,0043	-0,0074	0,0043	-0,0016	0,0046	0,0029	0,0047	0,0025	0,0095	0,0008	0,0027	0,0022	0,0031	0,0004	0,0032
$\beta_{14}$	-0,0017	0,0050	0,0075	0,0042	0,0020	0,0045	0,0005	0,0048	0,0009	0,0052	0,0005	0,0049	0,0044	0,0034	0,0042	0,0027	0,0014	0,0031	0,0016	0,0032
$\beta_{15}$	-0,0048	0,0049	-0,0011	0,0040	-0,0017	0,0044	-0,0001	0,0047	-0,0046	0,0052	-0,0033	0,0049	-0,0033	0,0034	-0,0017	0,0027	-0,0030	0,0031	-0,0032	0,0031
$\beta_{16}$	0,0018	0,0049	0,0013	0,0039	-0,0003	0,0046	-0,0006	0,0046	-0,0097	0,0050	-0,0078	0,0050	-0,0012	0,0035	-0,0058	0,0028	-0,0057	0,0031	-0,0032	0,0033
$\beta_{17}$	-0,0250	0,0047	-0,0176	0,0043	-0,0384	0,0046	-0,0258	0,0048	-0,0187	0,0054	-0,0212	0,0049	-0,0417	0,0035	-0,0377	0,0028	-0,0259	0,0031	-0,0315	0,0034
$\beta_{18}$	-0,0018	0,0046	-0,0027	0,0039	0,0011	0,0041	0,0088	0,0045	0,0076	0,0050	0,0061	0,0048	0,0085	0,0033	0,0025	0,0027	0,0081	0,0032	0,0031	0,0032
$\beta_{19}$	0,0051	0,0048	0,0133	0,0039	0,0047	0,0042	0,0015	0,0044	0,0179	0,0050	0,0148	0,0049	0,0030	0,0033	0,0217	0,0026	0,0082	0,0031	0,0092	0,0032
$\beta_{20}$	-0,0033	0,0048	0,0016	0,0039	-0,0019	0,0041	-0,0072	0,0046	-0,0001	0,0053	-0,0071	0,0045	-0,0035	0,0092	-0,0037	0,0027	-0,0020	0,0031	-0,0017	0,0030
$\beta_{21}$	0,1162	0,0051	0,1252	0,0045	0,1420	0,0048	0,1201	0,0049	0,1106	0,0056	0,1127	0,0050	0,0967	0,0035	0,0890	0,0028	0,1062	0,0031	0,0981	0,0033
<b>f</b>	-0,9929	0,1088	-1,6243	0,1148	-1,2042	0,1047	-1,1308	0,1033	-1,3623	0,1322	-0,8560	0,1172	-1,1330	0,0785	-1,0369	0,0596	-0,6222	0,0686	-1,0645	0,0631
RSS	50,9574		62,7174		67,4426		53,2367		45,2363		50,0768		79,7341		114,7753		101,5980		91,5178	
ESS	12,5122		18,6961		17,0864		15,3128		19,3441		13,7269		29,7488		34,7616		42,2814		39,2109	
TSS	63,4696		81,4135		84,5289		68,5492		64,5804		63,8037		109,4829		149,5369		143,8393		130,7287	
TSS (corrigido)	52,3268		64,3183		67,8623		54,2162		49,2470		50,5656		84,8639		116,2512		106,4108		97,3953	
R <sup>2</sup>	0,76088		0,70932		0,74822		0,71756		0,6072		0,72853		0,64945		0,70098		0,60266		0,5974	
Tempo	02:44:30		04:12:48		08:45:26		07:22:56		03:15:10		03:09:17		05:54:01		18:11:57		18:00:53		08:13:18	

Pela Tabela 4.7 é possível destacar, a partir da estimativa do modelo Flórida condicional 12 produtos necessários, indicado por seus  $b_i$  negativos. São eles: açúcar, arroz, batata, café, carne de segunda, farinha, feijão, leite, manteiga óleos, pão francês e tomate. O modelo Flórida-Slutsky, por sua vez, apresentou um item a mais, biscoitos, com  $b_i > 0$ . Dos nove produtos considerados superiores (ou oito no caso de preferências fracas), destaca-se o alto  $b_i$  dos “Outros alimentos”, que acompanha a elevada participação desse item no orçamento familiar.

Quanto aos  $a_i$ , entretanto, verifica-se que quatro itens apresentaram valores negativos em cada modelo, todos eles não significativos, excetuando o item “Outros alimentos”. No modelo Flórida condicional, os  $a_i > 0$  foram carne de primeira, peixes, queijos e outros alimentos. O modelo Flórida-Slutsky apresentou os mesmos  $a_i > 0$ , com exceção da carne de primeira que foi substituída pela margarina. Em última instância, o  $a_i$  denota que os domicílios, no limite, deixam de consumir esses itens em favor de outros mais acessíveis monetariamente. Nota-se, também, que o parâmetro de flexibilidade de renda,  $f$ , teve um valor bem maior que o verificado no capítulo anterior, devido a maior variabilidade de renda entre os domicílios constantes na amostra.

## **4.4 A Demanda por Alimentos no Brasil**

As mais proeminentes medidas de sensibilidade de renda e preço para um bem são as elasticidades-renda e preço. Essas medidas podem variar de acordo com nível de renda e desenvolvimento regional. Nessa seção, será analisada a demanda por alimentação no domicílio no Brasil, recuperando os resultados obtidos no Capítulo 3 para o tem Alimentos *in natura*, num primeiro momento e, depois utilizando informações de elasticidades obtidas a partir dos estimadores calculados na seção 4.3.

### **4.4.1 As Elasticidades do Modelo Agregado**

A demanda do consumidor por alimentos no país, com o advento da globalização e a consequente mudança nos padrões de consumo das famílias, pode ser afetada por diversos fatores. A exemplo disso, o crescimento da renda e da população em países em desenvolvimento tem mantido uma significativa demanda por grãos e oleaginosos (Seale, Regmi e Bernstein, 2003, p. 1). No entanto, a participação da alimentação no orçamento pode estar crescendo a uma taxa relati-

vamente baixa ou até se reduzindo, em função das transformações estruturais trazidas pela globalização, tais como mudanças na composição familiar, urbanização, diminuição do crescimento demográfico etc. Os inúmeros estudos que abordam o assunto, entretanto, procuram retratar as alterações das preferências apenas dentro do grupo alimentação, no sentido de demonstrar como os padrões de nutrientes e calorias ingeridas pela população são alterados vis-à-vis às variações de preço e renda, bem como mudanças comportamentais.<sup>60</sup> No entanto, pouco tem se trabalhado no sentido de entender como essas alterações afetam a demanda de outros itens de consumo não-alimentares e vice-versa. A Tabela 4.8 recupera os resultados da estimação do modelo Flórida para Alimentos *in natura* apresentados no Capítulo 3. Ressalta-se a relativa estabilidade das elasticidades da alimentação, a alta elasticidade-renda e a baixa elasticidade-preço.

**Tabela 4.10** Demanda de alimentos *in natura* no Brasil, modelo Flórida, 1994 a 2000

Período	Participação Orçamentária	Elasticidade-renda	Elasticidades-preço		
			Frisch	Slutsky	Cournot
2000	18,45%	0,979	-0,171	-0,140	-0,325
1999	18,70%	0,979	-0,171	-0,140	-0,326
1998	18,30%	0,979	-0,171	-0,140	-0,326
1997	18,72%	0,979	-0,172	-0,140	-0,326
1996	19,21%	0,979	-0,172	-0,139	-0,326
1995	20,62%	0,979	-0,172	-0,139	-0,327
1994	22,14%	0,979	-0,172	-0,139	-0,329
Média (1994-2000)	19,45%	0,979	-0,172	-0,139	-0,327

Para efeito de comparações, cita-se inicialmente Theil, Chung & Seale (1989) que realizaram pioneiro e extenso estudo sobre as elasticidades para 10 grupos de bens, aplicando o modelo Flórida *cross-country* aos dados do ICP de 1980. Para o caso da alimentação, eles calcularam para o Brasil uma elasticidade-renda da demanda de 0,61 (incluindo bebidas e fumo) e 0,54 (só alimento). A elasticidade-preço de Cournot para alimentos nesse trabalho teve estimativa de -0,48. Esses resultados são comparáveis ao de Seale, Regmi & Bernstein (2003) que, utilizando o mesmo modelo *cross-country*, chegaram a uma elasticidade-renda da demanda de alimentos (incluindo bebidas e fumo) de 0,622. Já a elasticidade-preço de Cournot dessa estimativa foi de -0,613. Clements e Qiang (2001), utilizando o modelo de Rotterdam com preferências independentes em

<sup>60</sup> Uma importante *survey* a respeito da demanda de alimentos e nutrientes pode ser encontrado em Deaton (1997, Cap. 4). Os trabalhos mais significativos que tratam dos padrões de consumo de alimentos no Brasil, a partir de sistemas de demanda aplicados à POF, são os de Menezes *et al* (2002), Asano e Fiuza (2001) e Bertasso (2000).

uma análise entre países ricos e pobres para o ano de 1985, mostraram que a elasticidade-renda da demanda de Alimentos varia de 0,59 (para países ricos) a 0,71 (para países pobres). A elasticidade-preço, por sua vez, varia de  $-0,37$  (países ricos) a  $-0,34$  (países pobres). Essas estimativas, principalmente no tocante às elasticidades-preço, são aparentemente consistentes com as apresentadas nesta dissertação. Já a elasticidade-renda aqui calculada é um pouco maior do que as outras estimativas. Mas, recorda-se novamente o fato de que as comparações internacionais dos modelos *cross-country* captam variações de renda e preços, entre os bens necessários, muito maiores que se pode verificar na Matriz I-P.

Asano e Fiuza (2001) empregaram o modelo AIDs aos dados da POF de 1987/88 e 1995/96 para estimar elasticidades de 7 grupos de bens (“Alimentação”, “Habitação”, “Utensílios e Aparelhos Domésticos”, “Vestuário”, “Transportes e Comunicações”, “Saúde e Higiene” e “Despesas Pessoais, Educação e Cultura”). As elasticidades-renda de alimentos foram 0,749 e 0,712, para os anos de 1988 e 1996 respectivamente. Já as elasticidades-preço diretas tiveram valores de  $-0,531$  (para 1988) e  $-0,558$  (para 1996). Esses valores revelam uma sensibilidade maior àquela calculada nesta dissertação pelo modelo Flórida.<sup>61</sup> Na verdade, a matriz de coeficientes de Slutsky do modelo AIDs representa um efeito-preço puro e um efeito substituição dos preços na participação orçamentária, e não um efeito substituição total (geral e específico). Além disso, recorde-se o ponto de vista em que o índice de preços de Frisch do modelo Flórida dá menor peso às variações de preço dos bens necessários, como é o caso dos alimentos.<sup>62</sup>

Quanto às elasticidades-cruzada calculadas por Asano e Fiuza (2001), pela característica da função utilidade indireta especificada no modelo AIDs, observa-se que a maioria das elasticidades é positiva, denotando que os grupos de bens são substitutos – hipótese essa pouco plausível ao se aplicar no primeiro estágio de decisão orçamentária. Assim, para o ano de 1996 Asano e Fiuza (2001) calcularam, para um aumento no preço do grupo Alimentação em 1%, que há aumento na demanda de todos os outros bens, exceção feita a Vestuário que teve elasticidade-cruzada próxima de zero. Destaca-se que os maiores aumentos ocorrem nos itens Habitação e Transportes (1,3% e 2,6% respectivamente). Por outro lado, um aumento de 1% no preços de

---

<sup>61</sup> A exemplo do que ocorreu na análise de Asano e Fiuza (2001) para a alimentação, também observa-se estimativas superestimadas do valor da elasticidade-preço no trabalho de Breton (1997) em sua análise da demanda por energia-elétrica.

<sup>62</sup> Cf. Theil, Chung e Seale (1989, p. 186).

quaisquer outros bens eleva a demanda de Alimentação. Outra vez, o item Vestuário mantém um *status* de bem independente da Alimentação. Os itens que mais impactam no aumento da demanda de alimentos são, novamente, Habitação (2,8%) e Transportes (4,4%). Percebe-se, nesse caso, a demanda de alimentação é mais sensível a variações nos preços dos demais bens.

#### 4.4.2 As Elasticidades dos Produtos Alimentares Básicos

A análise efetuada na seção precedente deve ser complementada do ponto de vista do nível de renda das famílias. Alguns poucos estudos partiram de modelos demanda para estimar elasticidades da demanda com dados da POF. Bertasso (2000), Hoffman (2000) e Menezes *et al* (2002) realizaram ampla discussão dos padrões alimentares das regiões metropolitanas brasileiras, a partir da POF 1995/96. No entanto, a análise desses autores ficou restrita à elasticidade-renda. Asano e Fiuza (2001) estimaram um sistema de demanda completo utilizando as POFs 1987/88 e 1995/96, enfocando as elasticidade-preço, renda e preço-cruzada. No entanto, esse trabalho se ateve à análise dos itens de consumo na forma agregada, não discriminando o segundo estágio de decisão orçamentária. Thomas, Strauss e Barbosa (1989), a partir de outra fonte de dados, o EN-DEF 1974/75, estimaram elasticidades-renda e preço uniformemente para o Brasil.

**Tabela 4.11 Gasto domiciliar mensal com alimentação a partir da sub-amostra, 1995/96**

Regiões Metropolitanas	Ln do Gastos dos domicílios com alimentação					
	Média	Moda	1º. quartil	2º. quartil	3º. quartil	4º. quartil
<b>Sudeste</b>						
Rio de Janeiro	259,25	117,61	123,70	209,86	308,02	568,95
São Paulo	346,79	226,59	166,13	270,52	386,14	791,22
Belo Horizonte	283,74	118,78	137,66	228,05	336,03	610,92
<b>Sul</b>						
Porto Alegre	251,02	133,68	132,45	201,88	297,43	499,54
Curitiba	276,17	116,18	141,28	221,21	317,63	588,42
<b>Centro-Oeste</b>						
Brasília	347,04	153,92	156,23	276,30	427,22	778,35
Goiânia	253,87	165,84	119,60	204,24	311,38	533,64
<b>Norte/Nordeste</b>						
Salvador	242,24	71,72	112,50	184,86	286,50	576,32
Recife	237,84	129,78	110,36	183,51	275,37	572,55
Fortaleza	205,30	92,47	103,60	162,87	236,82	445,82
Belém	237,86	211,68	121,35	193,02	267,89	510,16
Média	267,38	139,84	129,53	212,39	313,68	588,72

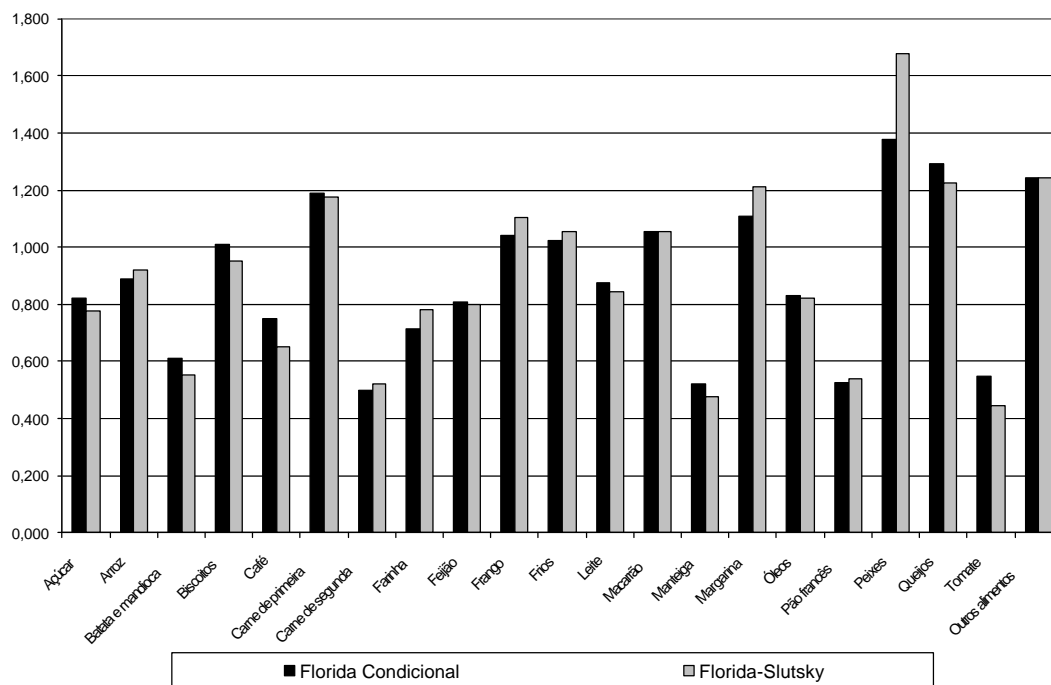
As estimativas de elasticidades-renda e preço foram calculadas para diversos níveis de renda. A Tabela 4.11 traz a média do logaritmo natural do gasto domiciliar com alimentação, obtidos da



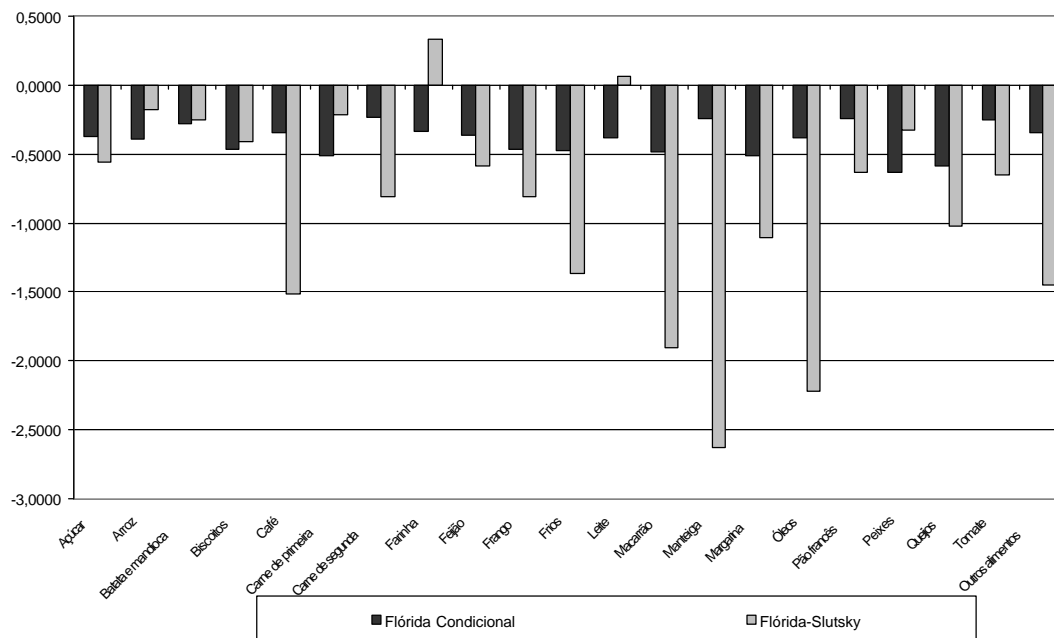
sub-amostra da POF 1995/96, bem como outros momentos da distribuição de gastos. Esses valores são diretamente aplicados à equação (4.5) para obter  $\bar{w}_{id}$  e, conseqüentemente, as estimativas das elasticidades incondicionais representadas pelas equações (4.8) a (4.11) do modelo Flórida-Slutsky. Para efeito de comparação, foram calculadas, também, as elasticidades pelo modelo Flórida condicional, utilizando-se a metodologia do Capítulo 3, para a Região Metropolitana do Rio de Janeiro.

As Figuras 4.3 e 4.4 cotejam as elasticidades dos dois modelos para os 21 produtos da sub-amostra da POF 1995/96, considerando a renda média da Região Metropolitana do Rio de Janeiro. Analisando a elasticidade-renda, a partir da Figura 4.3, nota-se que os itens arroz, carne de segunda, farinha, frango, frios, margarina, pão francês e peixes possuem maiores valores no modelo Flórida-Slutsky, embora a diferença seja razoavelmente pequena em todos os produtos. No entanto, é possível identificar, independente do método, qual o caráter desses produtos. Assim, para de renda médio do carioca, são bens superiores os seguintes produtos: carne de primeira, frango, frios, macarrão, margarina, peixes, queijos e os outros alimentos. Todos os outros itens são bens necessários. Logo, não foram verificados bens inferiores, nem se considerando a hipótese de fraca separabilidade das preferências do modelo Flórida Slutsky.

Já a elasticidade-preço calculada pelo modelo Flórida-Slutsky encontrou resultados problemáticos. O principal deles, foi a presença de dois itens, farinha e leite, com elasticidade-preço positiva, o que, por si só, seria contraintuitivo. Esses valores, entretanto, decorrem de problemas na agregação dos produtos. Ao se considerar farinha de trigo e de mandioca conjuntamente, a comparabilidade de preços é prejudicada. Pior ainda, quando se considera a composição de leite integral e leite em pó, que possuem unidades físicas diferentes. Ressalta-se, entretanto, que esse problema não aparece quando analisados pela ótica da preferência independente. Outro aspecto relevante na análise das elasticidades-preço, em comparação com o modelo Flórida condicional, é que os valores obtidos por esse método são mais inelásticos. Deve-se ter em conta, no entanto, a observação que Theil, Chung e Seale (1989, pp. 185-186) fizeram em relação ao modelo AIDs, que também é baseado na hipótese de fraca separabilidade, qual seja, modelos baseados nessa condição não apresentam efeito substituição total, que contabilize corretamente a variação de preços.



**Figura 4.3** Elasticidade-renda de 21 produtos básicos para a RM do Rio de Janeiro, modelos Flórida condicional e Flórida-Slutsky



**Figura 4.4** Elasticidade-preço de 21 produtos básicos para a RM do Rio de Janeiro, modelos Flórida condicional e Flórida-Slutsky

As Tabelas 4.12 e 4.13 apresentam as informações das elasticidades-renda e preço de Cournot para os diversos estratos de renda domiciliar da RM do Rio de Janeiro, calculados pelo modelo Flórida condicional. Nota-se claramente que as elasticidades-renda de todos os produtos são declinantes, à medida que a renda aumenta. Destaca-se, assim, a proposição de Engel em que a proporção relativamente maior do orçamento familiar com a alimentação é verificada nas classes mais baixas de renda. Outra informação importante é a de que, na média, a elasticidade-renda dos alimentos é muito próxima da calculada no capítulo anterior para Alimentos *in natura*, a partir dos dados da Matriz I-P (0,892 contra 0,979).

Alguns produtos como biscoitos, frangos e frios apresentaram, praticamente, a mesma elasticidade-renda para todos os níveis de renda. Outros itens, como batata e mandioca, carne de segunda, manteiga, pão francês e tomate acentuaram a queda com o crescimento da renda. Essas informações retratam de maneira marcante a questão da substituição entre os produtos. A exemplo disso, veja-se a diferença entre as elasticidades-renda da carne de primeira e carne de segunda e, também, entre manteiga e margarina.

Quanto à elasticidade-preço, também se verifica um aspecto declinante de seus valores em relação aos níveis de renda mais altos. A única exceção é o item outros alimentos, que teve, para o último quartil de renda, um valor maior que a média da renda do carioca. O resultado médio da elasticidade-preço de Cournot na Tabela 4.13 também pode ser diretamente comparável ao resultado obtido no capítulo anterior para Alimentos *in natura* (-0,444 contra -0,325). Ressalte-se a baixa sensibilidade dos seguintes produtos: batata e mandioca, café, manteiga, pão francês e tomate. Os produtos mais elásticos, por sua vez, foram: carne de primeira, macarrão, margarina, peixes, queijos e outros alimentos.

A Tabela 4.14 apresenta as elasticidades-preço cruzadas dos 21 produtos, segundo o modelo Flórida condicional. Como esperado, verifica-se uma alta taxa de substituição entre os itens carne de primeira e carne de segunda. Também se observa a alta sensibilidade do item outros alimentos em relação ao aumento de preços dos outros produtos. Outra característica relevante é a alta sensibilidade da maioria dos itens em relação a elevações no preço do açúcar, arroz, feijão, frango, leite e pão francês, destacando, assim, o quão representativo são esses produtos na cesta de bens da RM do Rio de Janeiro.

**Tabela 4.12 Elasticidade-renda para vários estratos de renda, RM do Rio de Janeiro, 1995/96**

Itens	Média dos ln	Moda	1o quartil	2o quartil	3o quartil	4o quartil
Açúcar	0,822	0,844	0,843	0,829	0,817	0,794
Arroz	0,887	0,896	0,896	0,890	0,885	0,876
Batata e mandioca	0,611	0,702	0,698	0,641	0,583	0,440
Biscoitos	1,009	1,009	1,009	1,009	1,009	1,009
Café	0,751	0,792	0,789	0,763	0,739	0,690
Carne de primeira	1,187	1,220	1,218	1,195	1,182	1,163
Carne de segunda	0,498	0,640	0,634	0,546	0,450	0,170
Farinha	0,715	0,767	0,764	0,731	0,700	0,632
Feijão	0,810	0,835	0,833	0,817	0,803	0,776
Frango	1,043	1,044	1,044	1,043	1,043	1,041
Frios	1,025	1,025	1,025	1,025	1,024	1,024
Leite	0,876	0,887	0,886	0,879	0,873	0,863
Macarrão	1,053	1,056	1,056	1,054	1,053	1,051
Manteiga	0,521	0,653	0,646	0,565	0,478	0,232
Margarina	1,108	1,118	1,117	1,110	1,106	1,099
Óleos	0,832	0,851	0,850	0,837	0,827	0,806
Pão francês	0,527	0,656	0,649	0,570	0,485	0,246
Peixes	1,379	1,540	1,526	1,412	1,355	1,292
Queijos	1,292	1,379	1,372	1,311	1,278	1,237
Tomate	0,551	0,668	0,663	0,590	0,513	0,305
Outros alimentos	1,242	1,299	1,294	1,255	1,232	1,203
Média	0,892	0,947	0,943	0,908	0,878	0,807

**Tabela 4.13 Elasticidade-preço de Cournot para vários estratos de renda, RM do Rio de Janeiro, 1995/96**

Itens	Média dos ln	Moda	1o quartil	2o quartil	3o quartil	4o quartil
Açúcar	-0,406	-0,419	-0,418	-0,410	-0,402	-0,389
Arroz	-0,456	-0,464	-0,464	-0,459	-0,455	-0,448
Batata e mandioca	-0,297	-0,344	-0,341	-0,312	-0,283	-0,212
Biscoitos	-0,489	-0,489	-0,489	-0,489	-0,489	-0,489
Café	-0,372	-0,395	-0,394	-0,379	-0,366	-0,339
Carne de primeira	-0,596	-0,605	-0,604	-0,598	-0,594	-0,590
Carne de segunda	-0,246	-0,321	-0,318	-0,271	-0,222	-0,083
Farinha	-0,342	-0,368	-0,367	-0,350	-0,335	-0,302
Feijão	-0,405	-0,421	-0,420	-0,409	-0,401	-0,385
Frango	-0,518	-0,518	-0,518	-0,518	-0,518	-0,518
Frios	-0,487	-0,488	-0,488	-0,488	-0,487	-0,487
Leite	-0,452	-0,461	-0,460	-0,454	-0,449	-0,441
Macarrão	-0,503	-0,504	-0,504	-0,503	-0,503	-0,502
Manteiga	-0,249	-0,313	-0,310	-0,270	-0,228	-0,110
Margarina	-0,528	-0,532	-0,532	-0,529	-0,527	-0,525
Óleos	-0,405	-0,416	-0,416	-0,408	-0,402	-0,391
Pão francês	-0,273	-0,347	-0,344	-0,297	-0,250	-0,124
Peixes	-0,660	-0,732	-0,726	-0,674	-0,650	-0,623
Queijos	-0,624	-0,661	-0,658	-0,632	-0,619	-0,603
Tomate	-0,264	-0,322	-0,319	-0,283	-0,246	-0,146
Outros alimentos	-0,751	-0,743	-0,744	-0,748	-0,754	-0,767
Média	-0,444	-0,470	-0,468	-0,452	-0,437	-0,404

**Tabela 4.14 Elasticidades-cruzada do Modelo Flórida Condicional, para a RM do Rio de Janeiro**

Ítems	$\epsilon_{Sij}$ $i=1$	$\epsilon_{Sij}$ $i=2$	$\epsilon_{Sij}$ $i=3$	$\epsilon_{Sij}$ $i=4$	$\epsilon_{Sij}$ $i=5$	$\epsilon_{Sij}$ $i=6$	$\epsilon_{Sij}$ $i=7$	$\epsilon_{Sij}$ $i=8$	$\epsilon_{Sij}$ $i=9$	$\epsilon_{Sij}$ $i=10$	$\epsilon_{Sij}$ $i=11$	$\epsilon_{Sij}$ $i=12$	$\epsilon_{Sij}$ $i=13$	$\epsilon_{Sij}$ $i=14$	$\epsilon_{Sij}$ $i=15$	$\epsilon_{Sij}$ $i=16$	$\epsilon_{Sij}$ $i=17$	$\epsilon_{Sij}$ $i=18$	$\epsilon_{Sij}$ $i=19$	$\epsilon_{Sij}$ $i=20$	$\epsilon_{Sij}$ $i=21$
Açúcar	-0,406	-0,020	-0,014	-0,022	-0,017	-0,026	-0,011	-0,016	-0,018	-0,023	-0,023	-0,020	-0,023	-0,012	-0,025	-0,019	-0,012	-0,031	-0,029	-0,012	-0,028
Arroz	-0,036	-0,456	-0,027	-0,044	-0,033	-0,052	-0,022	-0,031	-0,035	-0,045	-0,045	-0,038	-0,046	-0,023	-0,048	-0,036	-0,023	-0,060	-0,056	-0,024	-0,054
Batata e mandioca	-0,012	-0,013	-0,297	-0,015	-0,011	-0,018	-0,007	-0,011	-0,012	-0,015	-0,015	-0,013	-0,016	-0,008	-0,016	-0,012	-0,008	-0,020	-0,019	-0,008	-0,018
Biscoitos	-0,012	-0,012	-0,009	-0,489	-0,010	-0,017	-0,007	-0,010	-0,011	-0,015	-0,014	-0,012	-0,015	-0,007	-0,015	-0,012	-0,007	-0,019	-0,018	-0,008	-0,017
Café	-0,020	-0,021	-0,015	-0,024	-0,372	-0,029	-0,012	-0,017	-0,020	-0,025	-0,025	-0,021	-0,025	-0,013	-0,027	-0,020	-0,013	-0,033	-0,031	-0,013	-0,030
Carne de primeira	-0,025	-0,027	-0,019	-0,031	-0,023	-0,596	-0,015	-0,022	-0,025	-0,032	-0,031	-0,027	-0,032	-0,016	-0,034	-0,025	-0,016	-0,042	-0,039	-0,017	-0,038
Carne de segunda	-0,020	-0,021	-0,015	-0,024	-0,018	-0,028	-0,246	-0,017	-0,019	-0,025	-0,025	-0,021	-0,025	-0,012	-0,027	-0,020	-0,013	-0,033	-0,031	-0,013	-0,030
Farinha	-0,006	-0,007	-0,005	-0,008	-0,006	-0,009	-0,004	-0,342	-0,006	-0,008	-0,008	-0,007	-0,008	-0,004	-0,008	-0,006	-0,004	-0,010	-0,010	-0,004	-0,009
Feijão	-0,024	-0,026	-0,018	-0,029	-0,022	-0,035	-0,015	-0,021	-0,405	-0,030	-0,030	-0,026	-0,031	-0,015	-0,032	-0,024	-0,015	-0,040	-0,038	-0,016	-0,036
Frango	-0,021	-0,023	-0,016	-0,026	-0,019	-0,031	-0,013	-0,018	-0,021	-0,518	-0,026	-0,023	-0,027	-0,013	-0,029	-0,021	-0,014	-0,035	-0,033	-0,014	-0,032
Frios	-0,004	-0,004	-0,003	-0,005	-0,004	-0,006	-0,002	-0,003	-0,004	-0,005	-0,487	-0,004	-0,005	-0,002	-0,005	-0,004	-0,002	-0,007	-0,006	-0,003	-0,006
Leite	-0,036	-0,039	-0,027	-0,045	-0,033	-0,053	-0,022	-0,032	-0,036	-0,046	-0,045	-0,452	-0,047	-0,023	-0,049	-0,037	-0,023	-0,061	-0,057	-0,024	-0,055
Macarrão	-0,005	-0,006	-0,004	-0,007	-0,005	-0,008	-0,003	-0,005	-0,005	-0,007	-0,007	-0,006	-0,503	-0,003	-0,007	-0,005	-0,003	-0,009	-0,008	-0,004	-0,008
Manteiga	-0,006	-0,006	-0,004	-0,007	-0,005	-0,008	-0,003	-0,005	-0,006	-0,007	-0,007	-0,006	-0,007	-0,249	-0,008	-0,006	-0,004	-0,010	-0,009	-0,004	-0,009
Margarina	-0,005	-0,005	-0,003	-0,006	-0,004	-0,007	-0,003	-0,004	-0,005	-0,006	-0,006	-0,005	-0,006	-0,003	-0,528	-0,005	-0,003	-0,008	-0,007	-0,003	-0,007
Óleos	-0,013	-0,014	-0,010	-0,016	-0,012	-0,019	-0,008	-0,012	-0,013	-0,017	-0,017	-0,014	-0,017	-0,008	-0,018	-0,405	-0,009	-0,022	-0,021	-0,009	-0,020
Pão francês	-0,038	-0,041	-0,028	-0,047	-0,035	-0,055	-0,023	-0,033	-0,038	-0,049	-0,048	-0,041	-0,049	-0,024	-0,052	-0,039	-0,273	-0,064	-0,060	-0,026	-0,058
Peixes	-0,006	-0,007	-0,005	-0,008	-0,006	-0,009	-0,004	-0,005	-0,006	-0,008	-0,008	-0,007	-0,008	-0,004	-0,008	-0,006	-0,004	-0,660	-0,010	-0,004	-0,010
Queijos	-0,010	-0,011	-0,007	-0,012	-0,009	-0,015	-0,006	-0,009	-0,010	-0,013	-0,013	-0,011	-0,013	-0,006	-0,014	-0,010	-0,006	-0,017	-0,624	-0,007	-0,015
Tomate	-0,007	-0,007	-0,005	-0,008	-0,006	-0,010	-0,004	-0,006	-0,007	-0,009	-0,009	-0,007	-0,009	-0,004	-0,009	-0,007	-0,004	-0,012	-0,011	-0,264	-0,010
Outros alimentos	-0,110	-0,119	-0,082	-0,135	-0,101	-0,159	-0,067	-0,096	-0,108	-0,140	-0,137	-0,117	-0,141	-0,070	-0,148	-0,111	-0,071	-0,185	-0,173	-0,074	-0,751

As elasticidades-renda e preço da demanda por Região Metropolitana, considerando a renda média da sub-amostra, são observadas nas Tabelas 4.15 e 4.16. A maioria dos bens é considerada normal (ou necessária). Mas nota-se que alguns bens alteram de caráter dependendo da região. Por exemplo, biscoitos são considerados bens superiores no Rio de Janeiro e em Goiânia; o leite também é caracterizado como superior em Recife e Belém; margarina e frango são bens superiores apenas no Rio de Janeiro; farinha é bem superior apenas em Curitiba. Açúcar, arroz, café, carne de segunda, feijão e pão francês são bens normais em todas as regiões. Carne de primeira, frios, queijos e outros alimentos são bens superiores em todas as regiões.

Menezes *et al* (2002), também utilizando dados da POF 1995/96, mas partindo de uma expansão quadrática do modelo AIDs, realizaram estimativas de elasticidade-renda para 39 itens de consumo. Os autores, entretanto, agregaram os resultados para duas grandes regiões: Sul/Sudeste e Norte/Nordeste. A elasticidade-renda da maioria dos produtos os caracterizam como bens normais. No entanto, alguns bens como açúcar, arroz, farinha de mandioca, leite em pó e óleos tiveram elasticidade-renda negativa para a região Sul/Sudeste, o que os assinala como bens inferiores. Presunto e queijo foram considerados bens superiores para as duas regiões. As elasticidades-renda da demanda da região Norte/Nordeste ficaram, em geral, mais elevadas. Em suma, todas as elasticidades-renda encontraram-se em patamares inferiores em relação às calculadas no presente estudo, fato este que pode ser decorrência da hipótese em relação à tomada dos preços relativos desses produtos. Ademais, no estudo de Menezes *et al* (2002), não ficou caracterizada de maneira determinante a restrição orçamentária das famílias, o que pode implicar na subestimação dos resultados.<sup>63</sup>

Também aplicando o modelo AIDs aos dados do ENDEF 1974/75, Thomas, Strauss e Barbosa (1989) encontraram elasticidades-renda para o Brasil bem próximas às observadas na Tabela 4.15. Notadamente, arroz (0,580), derivados do trigo (0,881), feijão (0,282), óleos (0,635), carnes (1,025) e leite (1,045) tiveram elasticidades-renda próximas dos patamares verificado no presente estudo. Açúcar, peixes e outros alimentos tiveram elasticidades renda menores, enquanto que mandioca e derivados de milho foram considerados bens inferiores.

---

<sup>63</sup> Na especificação da forma funcional do trabalho de Menezes *et al* (2002) as restrições de aditividade e homogeneidade foram omitidas. Como não foram realizados testes de homogeneidade e de simetria aos parâmetros estimados, fica um tanto prejudicada a comparação desses resultados com o do presente estudo.

**Tabela 4.15 Elasticidade-renda para nível de gasto médio das Regiões Metropolitanas, 1995/96**

Itens	RJ	SP	BH	POA	CUR	BRS	GOI	SAL	REC	FOR	BEL
Açúcar	0,822	0,757	0,515	0,473	0,722	0,627	0,567	0,631	0,571	0,766	0,759
Arroz	0,887	0,658	0,599	0,817	0,788	0,762	0,731	0,558	0,774	0,742	0,746
Batata e mandioca	0,611	0,243	0,855	0,561	0,237	0,827	0,522	0,810	1,064	1,194	0,834
Biscoitos	1,009	0,877	0,911	0,780	0,801	0,762	1,241	0,945	0,971	0,938	0,949
Café	0,751	0,642	0,709	0,920	0,915	0,755	0,801	0,642	0,613	0,577	0,961
Carne de primeira	1,187	1,087	1,193	1,358	1,380	1,063	1,114	1,484	1,411	1,519	1,415
Carne de segunda	0,498	0,614	0,380	0,648	0,414	0,515	0,368	0,602	0,592	0,618	0,599
Farinha	0,715	0,986	0,429	0,613	1,026	0,768	0,809	0,609	0,706	0,506	0,600
Feijão	0,810	0,576	0,638	0,546	0,522	0,377	0,487	0,652	0,634	0,626	0,721
Frango	1,043	0,866	0,522	0,598	0,824	0,795	0,772	0,745	0,631	0,629	0,798
Frios	1,025	1,340	1,075	1,211	0,805	2,150	1,803	1,566	1,760	0,934	1,612
Leite	0,876	0,741	0,837	0,723	0,641	0,758	0,758	0,983	1,028	0,943	1,137
Macarrão	1,053	1,073	0,853	0,536	0,664	0,810	1,459	1,263	1,170	1,441	1,123
Manteiga	0,521	0,564	2,061	1,718	1,403	1,154	1,168	1,639	1,629	1,380	1,635
Margarina	1,108	0,447	0,895	0,864	0,993	0,687	0,733	0,816	0,915	0,835	0,797
Óleos	0,832	1,083	1,040	0,986	0,977	0,638	0,796	0,926	0,683	0,689	0,782
Pão francês	0,527	0,512	0,642	0,333	0,464	0,607	0,551	0,510	0,570	0,665	0,625
Peixes	1,379	0,870	0,674	1,163	3,066	1,593	1,544	1,295	1,122	1,301	1,061
Queijos	1,292	1,141	1,363	1,186	1,065	1,688	1,581	1,988	1,770	1,711	2,106
Tomate	0,551	0,584	1,176	0,864	0,345	0,989	0,507	0,704	0,674	0,704	0,810
Outros alimentos	1,242	1,268	1,328	1,354	1,315	1,286	1,296	1,282	1,247	1,369	1,303
Média	0,892	0,806	0,890	0,869	0,922	0,934	0,934	0,983	0,978	0,957	1,018

**Tabela 4.16 Elasticidade-preço de Corunot para nível de gasto médio das Regiões Metropolitanas, 1995/96**

Itens	RJ	SP	BH	POA	CUR	BRS	GOI	SAL	REC	FOR	BEL
Açúcar	-0,406	-0,755	-0,839	-0,574	-0,821	-0,857	-0,493	-0,720	-0,599	-0,490	-0,811
Arroz	-0,456	-0,666	-0,975	-0,985	-0,895	-1,036	-0,651	-0,638	-0,808	-0,488	-0,800
Batata e mandioca	-0,297	-0,244	-1,383	-0,679	-0,271	-1,125	-0,452	-0,918	-1,102	-0,746	-0,889
Biscoitos	-0,489	-0,874	-1,468	-0,941	-0,908	-1,037	-1,063	-1,069	-1,007	-0,600	-1,010
Café	-0,372	-0,644	-1,146	-1,104	-1,033	-1,027	-0,696	-0,734	-0,643	-0,372	-1,023
Carne de primeira	-0,596	-1,073	-1,877	-1,592	-1,511	-1,417	-0,960	-1,629	-1,432	-0,951	-1,452
Carne de segunda	-0,246	-0,618	-0,622	-0,789	-0,476	-0,708	-0,326	-0,693	-0,623	-0,402	-0,658
Farinha	-0,342	-0,979	-0,699	-0,741	-1,156	-1,046	-0,696	-0,695	-0,736	-0,321	-0,652
Feijão	-0,405	-0,579	-1,036	-0,661	-0,596	-0,520	-0,427	-0,744	-0,665	-0,409	-0,772
Frango	-0,518	-0,865	-0,852	-0,730	-0,934	-1,080	-0,675	-0,852	-0,669	-0,424	-0,860
Frios	-0,487	-1,325	-1,739	-1,452	-0,911	-2,892	-1,539	-1,771	-1,816	-0,584	-1,710
Leite	-0,452	-0,751	-1,339	-0,879	-0,740	-1,031	-0,667	-1,106	-1,061	-0,620	-1,197
Macarrão	-0,503	-1,064	-1,382	-0,649	-0,755	-1,102	-1,250	-1,426	-1,212	-0,897	-1,194
Manteiga	-0,249	-0,561	-3,313	-2,063	-1,585	-1,568	-1,002	-1,847	-1,681	-0,859	-1,737
Margarina	-0,528	-0,446	-1,449	-1,040	-1,121	-0,937	-0,632	-0,926	-0,949	-0,527	-0,851
Óleos	-0,405	-1,074	-1,666	-1,183	-1,102	-0,871	-0,693	-1,048	-0,712	-0,436	-0,835
Pão francês	-0,273	-0,521	-1,042	-0,412	-0,535	-0,831	-0,486	-0,596	-0,611	-0,444	-0,683
Peixes	-0,660	-0,865	-1,094	-1,397	-3,434	-2,146	-1,319	-1,450	-1,159	-0,816	-1,123
Queijos	-0,624	-1,127	-2,152	-1,416	-1,199	-2,243	-1,342	-2,210	-1,794	-1,063	-2,220
Tomate	-0,264	-0,582	-1,901	-1,040	-0,392	-1,345	-0,439	-0,800	-0,701	-0,441	-0,863
Outros alimentos	-0,751	-1,117	-1,571	-1,288	-1,243	-1,377	-1,057	-1,254	-1,161	-0,910	-1,240
Média	-0,444	-0,797	-1,407	-1,029	-1,029	-1,247	-0,803	-1,101	-1,007	-0,610	-1,075

Em relação às elasticidades-preço, observa-se que as regiões metropolitanas do Rio de Janeiro, São Paulo, Goiânia e Fortaleza apresentaram os menores valores. Brasília, por outro lado, apresentou elasticidades-preço, em geral, bem mais altas do que as outras regiões, fato que parece estar associado ao maior nível de renda. Os produtos mais elásticos, na maioria das regiões, foram carne de primeira, frios, peixes, queijos, outros alimentos. Thomas, Strauss e Barbosa (1989) encontraram valores extremamente altos de elasticidade-preço da demanda de arroz (-3,59), derivados do trigo (-1,971), feijão (-1,679) e leite (-3,371). A elasticidade-preço do açúcar encontrada pelos autores é quase nula. A elasticidade-preço da carne (-0,421) ficou abaixo da média das regiões brasileiras, enquanto que a de peixes (-2,561) e a de outros alimentos (-1,440) tiveram valores compatíveis com os apresentados na Tabela 4.16.

Em resumo, o conjunto de tabelas apresentados nessa seção procurou trazer uma contribuição na análise do comportamento do consumidor entre as diferentes regiões e estratos de renda. Constatou-se que preços e renda representam impactos relativamente diferenciados no consumo alimentar dos domicílios, conforme a região e o padrão de renda. Outra contribuição desse capítulo diz respeito à importância do tratamento da variável preço nos aspectos relacionados aos efeitos substituição e renda. Dessa forma, os resultados encontrados aqui podem e devem ser aprofundados no sentido de se melhor avaliar os padrões de consumo alimentar brasileiro.



# Conclusão

Foi visto nessa dissertação que poucos modelos de demanda são consistentes com a teoria econômica. Ademais, grande parte das estimações não reflete apropriadamente o comportamento do consumidor e falha ao assumir que as respostas de um “consumidor representativo” a variações de renda e preços é dependente de uma dotação inicial de renda. Em outras palavras, a maioria dos trabalhos trata as funções utilidade como homotéticas. Na verdade, as famílias possuem níveis de renda díspares e podem alocar os recursos de acordo com suas preferências.

O presente estudo permitiu cumprir dois objetivos. Primeiramente, procurou-se esmiuçar as ricas fontes de dados de renda e gastos das famílias produzidas pelo IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística), através da Pesquisa de Orçamentos Familiares (POF) e do Sistema de Contas Nacionais. Adicionalmente foi apresentado o modelo de demanda em dois estágios, que tornou possível estimar as elasticidades-renda, preço e preço-cruzada da demanda, observando as restrições teóricas que a ciência econômica impõe ao comportamento do consumidor, tais como a aditividade e a homogeneidade da demanda. Em particular, foi estimado um sistema completo de equações de demanda para um amplo grupo de bens de consumo, dentre os quais se enquadra a energia elétrica, no primeiro estágio, e a demanda de alimentação no domicílio, no segundo, de modo a se verificar a comparabilidade e substitutibilidade de cada item de consumo.

Os resultados desta dissertação se contrapõem a muitos dos resultados obtidos a partir de outros métodos. No entanto, esse estudo ilustra o papel relevante dos ajustes de preço e renda no efeito substituição de todas as categorias de consumo. Os resultados aqui obtidos permitem sofisticar AS simulações por modelos de equilíbrio geral e os estudos de padrões de concorrência que direcionam a ação das políticas públicas.

## Anexo A.1:

### Consumo Final de Energia e Água e Esgoto

Ano	Consumo Final (10 <sup>3</sup> MWh)	Preços constantes (R\$ de 2001)	IGP Médio	Preços correntes	Qtde. Consumida Eletricidade (Preços a.a.)	Qtde. consumida Eletricidade (Preços correntes)	Qtde. Consumida Água & Esgoto (Preços a.a.)	Qtde. consumida Água e Esgoto (Preços correntes)
1994	55952	194,1	70,1621	66,6	-	3.725.538	-	2.981.825
1995	63581	127,7	117,4918	73,4	4.233.512	4.664.135	3.379.345	5.871.408
1996	69056	159,4	130,5275	101,7	5.065.767	7.024.850	6.365.576	6.194.491
1997	74071	159,3	140,8549	109,7	7.535.011	8.126.083	6.681.049	7.151.791
1998	79378	164,9	146,3303	118,0	8.708.296	9.364.841	7.661.774	8.557.891
1999	81330	165,8	162,8938	132,0	9.595.133	10.739.527	8.770.163	9.599.033
2000	83494	171,8	185,3271	155,7	11.025.281	12.997.585	9.862.992	10.934.493
2001	73770	179,8	204,5289	179,8	11.483.842	13.263.846	9.411.471	14.431.299

## Anexo A.2:

### Correspondência dos produtos nível 80 com os do nível 13

Código do produto nível 80	Descrição do produto nível 80	Código do produto nível 13	Descrição do produto nível 13
0102	CANA-DE-AÇÚCAR	1	Alimentação
0107	MILHO EM GRÃO		
0109	LEITE NATURAL		
0110	AVES VIVAS		
2501	PRODUTOS DO CAFÉ		
2601	ARROZ BENEFICIADO		
2602	FARINHA DE TRIGO		
2603	OUTROS PRODUTOS VEGETAIS BENEFICIADOS		
2701	CARNE BOVINA		
2702	CARNE DE AVES ABATIDAS		
2801	LEITE BENEFICIADO		
2802	OUTROS LATICÍNIOS		
2901	AÇÚCAR		
3002	ÓLEOS VEGETAIS REFINADOS		
3101	OUTROS PRODUTOS ALIMENTARES INCLUSIVE RAÇÕES		
3102	BEBIDAS		
1702	ÁLCOOL DE CANA E DE CEREAIS	2	Combustíveis
1802	ÓLEOS COMBUSTÍVEIS		
1806	GASOALCOOL		
3301a	ENERGIA ELÉTRICA	3	Energia Elétrica
3701	COMUNICAÇÕES	4	Comunicações
1001	MATERIAL ELÉTRICO	5	Eletro-Eletrônicos
1101	EQUIPAMENTOS ELETRÔNICOS		
0401	PRODUTOS MINERAIS NÃO METÁLICOS	6	Habitação
0601	PRODUTOS METALÚRGICOS NÃO FERROSOS		
0701	OUTROS PRODUTOS METALÚRGICOS		
0801	FABRICAÇÃO E MANUTENÇÃO DE MÁQUINAS E EQUIPAMENTOS		
1401	MADEIRA E MOBILIÁRIO		
1804	PRODUTOS PETROQUÍMICOS BÁSICOS		
1902	TINTAS		
1903	OUTROS PRODUTOS QUÍMICOS		
2101	ARTIGOS DE PLÁSTICO		
3301b	ÁGUA e ESGOTO		
4101	ALUGUEL DE IMÓVEIS		
4102	ALUGUEL IMPUTADO		
4201	ADMINISTRAÇÃO PÚBLICA		
4301	SERVIÇOS PRIVADOS NÃO MERCANTIS		
2001	PRODUTOS FARMACÊUTICOS E DE PERFUMARIA	7	Higiene, Saúde e Educação
3903	SAÚDE E EDUCAÇÃO MERCANTIS		
2201	FIOS TÊXTEIS NATURAIS	8	Vestuário
2202	TECIDOS NATURAIS		
2203	FIOS TÊXTEIS ARTIFICIAIS		
2204	TECIDOS ARTIFICIAIS		
2205	OUTROS PRODUTOS TÊXTEIS		
2301	ARTIGOS DO VESTUÁRIO		
2401	PRODUTOS DE COURO E CALÇADOS		
1201	AUTOMÓVEIS, CAMINHÕES E ÔNIBUS	9	Veículos e Transportes
1301	OUTROS VEÍCULOS E PEÇAS		
1601	PRODUTOS DERIVADOS DA BORRACHA		
3601	MARGEM DE TRANSPORTE		
3801	SEGUROS	10	Serviços Financeiros
3802	SERVIÇOS FINANCEIROS		
3902	OUTROS SERVIÇOS	11	Serviços Pessoais
4001	SERVIÇOS PRESTADOS ÀS EMPRESAS		
3901	ALOJAMENTO E ALIMENTAÇÃO	12	Alojamento e Alimentação
0199	OUTROS PRODUTOS AGROPECUÁRIOS	13	Despesas Diversas
1501	PAPEL, CELULOSE, PAPELÃO E ARTEFATOS		
1803	OUTROS PRODUTOS DO REFINO		
1901	ADUBOS		
3201	PRODUTOS DIVERSOS		

# Bibliografia

- ALVES, D.C.O., BUENO, R.L.S. e SEKKEL, R. (2004). Short-run and Long-run Elasticities of Electrical Energy in Brazil. *Mimeo.*, FGV/SP.
- ANDRADE, T.A. e LOBÃO, W.J.A. (1997). Elasticidade Renda e Preço da Demanda Residencial de Energia Elétrica no Brasil. Texto para Discussão nº 489, IPEA, Rio de Janeiro.
- ASANO, S. e FIUZA, E.P.S. (2001). Estimation of the Brazilian Consumer Demand System. Texto para Discussão nº. 793, IPEA, Rio de Janeiro.
- BARBOSA, F.H. (1985). *Microeconomia: Teoria, Modelos Econométricos e Aplicações à Economia Brasileira*. IPEA/INPES, Rio de Janeiro.
- BARTEN, A.P. (1964). Consumer Demand Functions under Conditions of Almost Additive Preferences. *Econometrica*, 32: 1-38.
- BARTEN, A.P. (1969). Maximum Likelihood Estimation of a Complete System of Demand Equations. *European Economic Review*, 1: 7-73.
- BERTASSO, B.F. (2000). O Consumo Alimentar em Regiões Metropolitanas Brasileiras: Análise da Pesquisa de Orçamentos Familiares/IBGE 1995/96. Dissertação de Mestrado, USP/ESALQ, Piracicaba.
- BRENTON, P. (1997). Estimates of the Demand for Energy Using Cross-Country Consumption Data. *Applied Economics*, 29: 851-859.
- BROWN, J.A.C. e DEATON, A.S. (1972). Models of Consumer Behaviour: a Survey. *Economic Journal*, 82: 1145-1236.
- CHRISTENSEN, L.R., JORGENSON, D.W. e LAU, L.J. (1975). Transcendental Logarithmic Utility Functions. *American Economic Review*, 65: 367-283.
- CLEMENTS, K.W. e QIANG, Y. (2001). The Economics of Global Consumption Patterns. *Mimeo.*, Department of Economics – The Univesity of Western Australia.
- DEATON, A. (1986). Demand Analysis, capítulo 30 in: Z. Griliches e M.D. Intriligator (eds.), *Handbook of Econometrics*. Elsevier Science Publishers, New York, Vol.. III.
- DEATON, A. (1997). *The Analysis of Household Surveys: A Microeconomic Approach to Development Policy*. Johns Hopkins University Press, Baltimore.
- DEATON, A. e MUELLBAUER, J. (1980). *Economics and Consumer Behavior*. Cambridge University Press, Cambridge.
- DIEWERT, W.E. (1971). An Application of the Shephard Duality Theorem: a Generalised Leontief Production Function. *Journal of Political Economy*, 79: 481-507.

- EFRON, B. (1979). Bootstrap Methods: Another Look at the Jackknife. *Annals of Statistics*, 7: 1-26.
- FEIBIG, D.G., SEALE Jr., J.L. e THEIL, H. (1987). The Demand for Energy: Evidence from a Cross-Country Demand System. *Energy Economics*, 9: 149-53.
- FEIJÓ, C.A., RAMOS, R.L.O., YOUNG, C.E.F., LIMA, F.C.G.C. e GALVÃO O.J.A. (2001). *Contabilidade Social: O Novo Sistema de Contas Nacionais do Brasil*. Campus, Rio de Janeiro.
- FRISCH, R. (1959). A Complete Scheme for Computing All Direct and Cross Demand Elasticities in a Model with Many Sectors. *Econometrica*, 27: 177-96.
- GOLDBERGER, A.S. (1969). Directly Additive Utility and Constant Marginal Budget Shares. *Review of Economic Studies*, 36: 251-254.
- GREEN, H.A.J. (1971). *Consumer Theory*. MacMillan, London.
- GREENE, W.H. (2000). *Econometric Analysis*. Prentice Hall, New Jersey, 4th edition.
- HANOCH, G. (1975). Production and Demand Models with Direct or Indirect Implicit Additivity. *Econometrica*, 43: 395-419.
- HOFFMAN, R. (2000). Elasticidades-Renda das Despesas com Consumo de Alimentos em Regiões Metropolitanas do Brasil em 1995-1996. *Informações Econômicas*, vol. 30, nº. 2.
- HOUTHAKKER, H.S. (1960). Additive Preferences. *Econometrica*, 28: 224-256.
- IBGE (1997). Pesquisa de Orçamentos Familiares 1995-96: Primeiros Resultados. Rio de Janeiro.
- IBRAHIM, I.B. e HURST C. (1990). Estimating Energy and Oil Demand Functions: A Study of Thirteen Developing Countries. *Energy Economics*, 12: 93-102.
- JEHLE, G.A. e P.J. RENY (2000). *Advanced Microeconomic Theory*. Addison Wesley, Boston, 2nd. edition.
- JEONG, J. e MADDALA, G.S. (1993). A Perspective on Application of Bootstrap Methods in Econometrics, capítulo. 11 in: G.S. Maddala, C.R. Rao e H.D. Vinod (eds.), *Handbook of Statistics*. Elsevier Science Publishers, New York.
- JOHNSTON, J e DiNARDO, J. (1997). *Métodos Econométricos*. McGraw-Hill, Lisboa, 4ª. edição.
- KILSZTAJN, S. (2001). Paridade do Poder de Compra Regional da Alimentação. *Economia*, 2: 159-205.
- KRAVIS, I.B., HESTON A.W. e SUMMERS, R. (1978). *International Comparisons of Real Product and Purchasing Power*. John Hopkins University Press, Baltimore
- KRAVIS, I.B., HESTON A.W. e SUMMERS, R. (1982). *World Product and Income: International Comparisons of Real Gross Product*. John Hopkins University Press, Baltimore.
- LESER, C.E.V. (1963). Forms of Engel Functions. *Econometrica*, 31, 694-703.

- MENEZES T., SILVEIRA F.G., MAGALHÃES L.C.G., TOMICH, F.A. e VIANNA, S.W. (2002). Gastos Alimentares nas Grandes Regiões Urbanas do Brasil: Aplicação do Modelo AID aos Microdados da POF 1995/96 IBGE. Texto para Discussão n°. 896, IPEA, Brasília.
- MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA (2002). Balanço Energético Nacional – BEN 2002. Brasília.
- MODIANO, E. (1984). Elasticidade-Renda e Preços da Demanda de Energia Elétrica no Brasil. Texto para Discussão n°. 68, PUC – Departamento de Economia, Rio de Janeiro.
- PIRES, J.C., GOSTKORZEWICZ, J. e GIAMBIAGI, F. (2001). O Cenário Macroeconômico e as Condições de Oferta de Energia Elétrica no Brasil. Textos para Discussão n°. 85, IBGE, Rio de Janeiro.
- PRAIS, S.J. e HOUTHAKKER, H.S. (1955). *The Analysis of Family Budgets*. Cambridge University Press, Cambridge, 2nd. edition.
- SCHMIDT, C.A.J. e LIMA, M.A. (2002). Estimativas e Previsões da Demanda por Energia Elétrica no Brasil. Trabalho n°. 16, Secretaria de Acompanhamento Econômico (SEAE) do Ministério da Fazenda, Brasília.
- SEALE Jr., J.L., WALKER, W.E. e KIM, I-M. (1991). The Demand for Energy: Cross-Country Evidence Using the Florida Model. *Energy Economics*, 13: 33-40.
- SEALE Jr., J.L., REGMI, A. e BERSTEIN, J. (2003). International Evidence on Food Consumption Patterns. Technical Bulletin n°. 1904, United States Department of Agriculture, Washington. Disponível em [www.ers.usda.gov](http://www.ers.usda.gov).
- SELVANTHAN, E.A. e SELVANATHAN, S. (1993). A Cross-Country Analysis of Consumption Patterns. *Applied Economics*, 25: 1245-59.
- SHEPHERD, L. (1997). *Second-Order Methods for Neural Networks*. Springer, New York.
- SLUTSKY, E.E. (1915). On the Theory of the Budget of the Consumer, capítulo. 2 in: G.J. Stigler e K.E. Boulding (eds.), *Readings of Price Theory*. Chicago University Press, Chicago, 1952.
- STONE, J.R.N. (1954). Linear Expenditure Systems and Demand Analysis: an Application to the Pattern of British Demand. *Economic Journal*, 64: 511-527.
- TAYLOR, L.D. (1975). The Demand for Electricity: A Survey. *The Bell Journal of Economics*, 6: 74-110.
- THEIL, H. (1965). The Information Approach to Demand Analysis. *Econometrica*, 33: 67-87.
- THEIL, H. (1970). Value Share Transitions in Consumer Demand Theory. *Econometrica*, 38: 118-27.
- THEIL, H. (1975). *Theory and Measurement of Consumer Demand*. North-Holland, Amsterdam, Vol. I.
- THEIL, H. (1980). *The System-Wide Approach to Microeconomics*. The University of Chicago Press, Chicago.

- THEIL, H. (1987). The Econometrics of Demand Systems, capítulo 3 in: H. Theil e K.W. Clements, *Applied Demand Analysis: Results from System-Wide Approaches*. Ballinger Publishing, Cambridge.
- THEIL, H., CHUNG, C-F. e SEALE Jr., J.L. (1989). *Advances in Econometrics, A Research Annual – Supplement 1, 1989: International Evidence on Consumption Patterns*. Jai Press, London.
- THEIL, H. e CLEMENTS, K.W. (1987). *Applied Demand Analysis: Results from System-Wide Approaches*. Ballinger Publishing, Cambridge
- THEIL, H., FINKE, R. e ROSALSKY, M.C. (1983). Verifying a Demand System by Simulation. *Economic Letters*, 13: 15-18.
- THEIL, H. e SUHM, F.E. (1981). *International Consumption Comparisons: A System-Wide Approach*. North-Holland, Amsterdam.
- THOMAS, D., STRAUSS, J. E BARBOSA, M.M.T. Estimating the Impact of Income and Price Changes on Consumption in Brazil. Yale Economic Growth Center Discussion Paper nº. 589, Yale University, New Haven.
- WORKING, H. (1943). Statistical Laws of Family Expenditure. *Journal of the American Statistical Association*, 38: 43-56.