



ESCOLA DE ADMINISTRAÇÃO DE EMPRESAS DE SÃO PAULO
FUNDAÇÃO GETÚLIO VARGAS

2

**Previsão de Volatilidade no Brasil : RiskMetrics™,
GARCH, Volatilidade Implícita ou uma Combinação
desses Modelos ? Um Estudo Empírico**

CDA - CURSO DE DOUTORADO EM ADMINISTRAÇÃO

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO : Administração Contábil-Financeira
PROFESSOR ORIENTADOR : Prof. Dr. William Eid Jr.
ALUNO : José Evaristo dos Santos

1997



Fundação Getúlio Vargas
Escola de Administração
de Empresas de São Paulo
Biblioteca



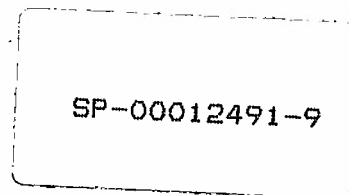
146/99



1199900146

Exlib

Escola de Administração de Empresas de São Paulo	
Data 03-02	Nº de Chamada 330.131.7
Tombo 146/99	S237P Tese e.1



0075-25460

SANTOS, José Evaristo dos. Previsão de Volatilidade no Brasil : RiskMetrics™, GARCH, Volatilidade Implícita ou uma Combinação desses Modelos? Um Estudo Empírico. São Paulo : EAESP/FGV, 1997, 125 p. (Tese de Doutorado apresentada ao Curso de Doutorado em Administração, Área de Concentração : Administração Contábil e Financeira).

Resumo : Testa o poder de previsão de volatilidade dos modelos RiskMetrics™, GARCH e Volatilidade Implícita, contrastando-os com um modelo ingênuo, do tipo *martingale*. GARCH mostra-se superior, com base em medidas estatísticas, mas não chega a gerar regras de negociação (*trading rules*) de que decorram lucros estatisticamente diferentes de zero.

Palavras-chaves : Volatilidade - Séries Temporais - GARCH - Eficiência de Mercado.

A meus pais, João e Narcisa.
À minha mulher, Elusa, e a nossos filhos,
Mônica, Karla e Wagner.
Elusa merece referência especial : a quem a
conhece, nada preciso dizer; a quem não
a conhece, tudo o que eu dissesse não seria
suficiente. Ela é o meu herói.

**Previsão de Volatilidade no Brasil : RiskMetrics™,
GARCH, Volatilidade Implícita ou uma Combinação
desses Modelos ? Um Estudo Empírico**

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. William Eid Jr.	EAESP/FGV
Prof. Dr. Georges Hegedus	FEA/PUC SP
Prof. Dr. João Carlos Douat	EAESP/FGV
Prof. Pedro Luiz Valls Pereira, Ph.D.	IME/USP e UNICAMP
Prof. Richard Saito, Ph.D.	EAESP/FGV

ESCOLA DE ADMINISTRAÇÃO DE EMPRESAS DE SÃO PAULO
FUNDAÇÃO GETÚLIO VARGAS

JOSÉ EVARISTO DOS SANTOS

**Previsão de Volatilidade no Brasil : RiskMetrics™,
GARCH, Volatilidade Implícita ou uma Combinação
desses Modelos ? Um Estudo Empírico**

Tese apresentada ao Curso de Pós-Graduação da Escola de Administração de Empresas de São Paulo da Fundação Getúlio Vargas, Área de Concentração Administração Contábil Financeira, como requisito para a obtenção do título de Doutor em Administração.

Orientador : Prof. Dr. William Eid Jr.

São Paulo
1997

RESUMO DO TRABALHO

O trabalho testa o poder de previsão da volatilidade futura, de cinco modelos : um modelo ingênuo, do tipo *martingale*, o modelo sugerido pelo JPMorgan em seu RiskMetrics™, o modelo GARCH-*Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*, o modelo da volatilidade implícita e combinações de RiskMetrics™ com volatilidade implícita e de GARCH com volatilidade implícita. A série estudada é a volatilidade para vinte e cinco dias, dos retornos diários do contrato futuro de Ibovespa, negociado na BM&F - Bolsa de Mercadorias e Futuros. Particularidades brasileiras são introduzidas na estimação dos parâmetros do modelo GARCH.

O poder de previsão é testado com medidas estatísticas, envolvendo equações de perdas (*loss functions*) simétricas e assimétricas, e com uma medida econômica, dada pelo lucro obtido a partir da simulação da realização de operações *hedgeadas*, sugeridas pelas previsões de volatilidade.

Tanto com base nas medidas estatísticas como na medida econômica, o modelo GARCH emerge como o de melhor desempenho. Com base nas medidas estatísticas, esse modelo é particularmente melhor em período de mais alta volatilidade. Com base na medida econômica, contudo, o lucro obtido não é estatisticamente diferente de zero, indicando eficiência do mercado de opções de compra do contrato futuro de Ibovespa, negociado na mesma BM&F.

AGRADECIMENTOS

Um trabalho da natureza do presente somente é possível graças à ajuda de várias pessoas e instituições.

Inicialmente, agradeço ao meu Orientador, Prof. William Eid. Jr. Retornando a uma vida acadêmica mais “pura” em 1995 — da qual estava afastado há algum tempo ... — tive a felicidade e o prazer de encontrar o Prof. William. Ele desempenhou papel fundamental num verdadeiro processo de “atualização” com a literatura financeira recente, por que tive que passar no retorno citado : seu conhecimento do que está sendo produzido em Finanças é impressionante, e suas indicações muito me ajudaram. No que se refere especificamente à escolha do tópico desta tese e ao seu desenvolvimento, suas observações sobre que linhas não perseguir foram tão importantes quanto aquelas referentes às linhas a perseguir.

Agradeço também aos demais membros da Banca Examinadora, Profs. Georges Hegedus, João Carlos Douat, Pedro Valls L. Pereira e Richard Saito, pelos seus comentários e sugestões. Não cometo injustiça se particularizar a ajuda que recebi do Prof. Pedro Valls. Os resultados finais deste trabalho devem-se, em muito, aos seus questionamentos e sugestões. Tão competente quanto acessível, o Prof. Pedro Valls honra o mundo acadêmico brasileiro, e constitui exemplo a ser seguido.

O Núcleo de Pesquisas e Publicações da ESESP/FGV proporcionou suporte financeiro para a pesquisa; a BM&F—Bolsa de Mercadorias e Futuros gentilmente cedeu os dados nela utilizados. A essas instituições, o meu agradecimento.

ÍNDICE GERAL

	<u>Pág.</u>
1 Introdução	1
2 RiskMetrics™, GARCH, Volatilidade Implícita e Combinação de Previsões - Conceitos Básicos	5
2.1 RiskMetrics™	5
2.2 GARCH	11
2.3 Volatilidade Implícita	15
2.4 Avaliação e Combinação de Previsões	22
3 Previsão de Volatilidade - Uma Revisão da Literatura	29
3.1 GARCH versus Modelos Simples	29
3.2 GARCH versus Volatilidade Implícita	39
3.3 Volatilidade Implícita versus Volatilidade Histórica	61
4 Testes Empíricos	80
4.1 Os Modelos Utilizados	80
4.2 Testes Preliminares	90
4.3 Previsão de Volatilidade	94
5 Resumo e Conclusões	111
Bibliografia	115
Apêndice 1 - Especificações do Contrato Futuro de Ibovespa	120
Apêndice 2 - Especificações do Contrato de Opção de Compra sobre Futuro de Ibovespa	123

ÍNDICE DE TABELAS

<u>TAB.</u>	<u>TÍTULO</u>	<u>PÁG.</u>
2.1	Média Ponderada Simples versus Média Exponencial	9
2.2	Volatilidade Calculada com o Esquema Recursivo	11
2.3	Aplicação do Método de Bissecção	20
2.4	Aplicação do Algoritmo de Newton-Raphson	21
3.1	Akigiray[1989] - Erros das Previsões	30
3.2	Brailsford and Faff[1996] - Erros das Previsões	33
3.3	Franses and Dijk[1996] - Mediana do Erro Quadrático	35
3.4	West and Cho[1995] - Erros das Previsões	37
3.5	Boudoukh, Richardson and Whitelaw[1996] - Erros das Previsões	39
3.6	Randolph and Najand[1995] - Erros das Previsões	41
3.7	Jorion[1995] - Regressão da Volatilidade Realizada contra a Volatilidade Prevista	42
3.8	Jorion[1995] - Regressões com Volatilidade Implícita e Modelos Históricos	43
3.9	Xu and Taylor[1995] - Erros das Previsões	46
3.10	Day and Lewis[1992] - Regressões de Valores Realizados contra Valores Previstos	48
3.11	Vasilellis and Meade[1996] - Classificação dos Modelos Segundo o <i>MSE</i>	51
3.12	Kroner, Kneafsey and Claessens[1995] - <i>Mean Square Errors</i>	55
3.13	Noh, Engle and Kane[1994] - Retorno Diário (%), 03-Nov-1986 a 31-Dez-1991	60
3.14	Noh, Engle and Kane[1994] - Retorno Diário (%), 03-Nov-1986 a 14-Out-1987 e 01-Nov-1987 a 31-Dez-1991	60
3.15	Gemmil[1986] - Erros das Previsões	62
3.16	Scott and Tucker[1989] - Resultados de Regressões	64
3.17	Scott and Tucker[1989] - Resultados de Regressões, Incluindo Volatilidade Histórica	65
3.18	Feinstein[1989] - Erro Médio	68
3.19	Feinstein[1989] - Erro Quadrático Médio	70
3.20	Feinstein[1989] - Erro Absoluto Médio	72
3.21	Wilson and Fung[1990] - Correlação entre Volatilidade Implícita e Volatilidade Histórica	74
3.22	Wilson and Fung[1990] - Estatísticas t	76

ÍNDICE DE TABELAS - CONTINUAÇÃO

<u>TAB.</u>	<u>TÍTULO</u>	<u>PÁG.</u>
3.23	Harvey and Whaley[1992]-Retorno Médio Diário (%)	79
4.1	Contratos Negociados na BM&F - 1996	81
4.2	Retornos Diários - Estatísticas Descritivas e Teste de Normalidade	91
4.3	Retornos Diários - Testes de Autocorrelação	93
4.4	Retornos Diários - Testes de Raiz Unitária	93
4.5	Comparação das Previsões	95
4.6	Comparação das Previsões - Equações de Perdas Simétricas e Assimétricas	100
4.7	Regressões da Volatilidade Realizada contra a Prevista - Agosto de 1995 a Janeiro de 1997	102
4.8	Regressões da Volatilidade Realizada contra a Prevista - Agosto de 1995 a Abril de 1996	104
4.9	Regressões da Volatilidade Realizada Contra a Prevista - Maio de 1996 a Janeiro de 1997	107
4.10	Retornos Diários de Operações Delta-Neutro - Agosto de 1995 a Janeiro de 1997	109
4.11	Retornos Diários de Operações Delta-Neutro - Agosto de 1995 a Abril de 1996 e Maio de 1996 a Janeiro de 1997	110

ÍNDICE DE FIGURAS

<u>FIG.</u>	<u>TÍTULO</u>	<u>PÁG.</u>
4.1	Retornos Diários	82
4.2	Volatilidade Realizada (ao ano)	84

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

O conceito de volatilidade desempenha papel fundamental na precificação de ativos financeiros. Tratando-se de derivativos em particular, o conceito assume ainda maior importância — a volatilidade é a única variável não-observável em modelos tipo Black&Scholes.¹ Administrar os efeitos de mudanças na volatilidade sobre os ativos de sua carteira é fundamental para os que operam com opções.² Nesse sentido, esforços objetivando identificar modelos que auxiliem na previsão de volatilidade têm-se multiplicado, ultimamente.

Este trabalho relata pesquisa sobre o poder de previsão de volatilidade, de seis modelos dessa natureza :

- um “modelo ingênuo” (*naive model*), do tipo *martingale* (“a melhor previsão que tenho para amanhã é o que aconteceu hoje”);
- o modelo sugerido pelo JPMorgan em seu RiskMetrics™;
- o modelo GARCH;

¹ Ver Black and Scholes[1973], um verdadeiro “marco” em Finanças.

² Um conjunto de operações nesse mercado é denominado de *volatility spreads*, indicando que o que está sendo negociado é a volatilidade! Natenberg[1994] elabora sobre esses e outros aspectos de negociação com opções.

- o modelo de volatilidade implícita;
- uma combinação de RiskMetrics™ com Volatilidade Implícita;
- uma combinação de GARCH com Volatilidade Implícita.

Estudamos a volatilidade para um período de 25 dias úteis, da série de retornos diários do contrato futuro de Ibovespa, negociado na BM&F-Bolsa de Mercadorias e Futuros, no período compreendido entre 30 de junho de 1994 e 05 de fevereiro de 1997, num total de 643 observações.³

No capítulo 2, apresentamos as noções básicas associadas aos modelos objeto do estudo. Colocamos o modelo utilizado pelo RiskMetrics™ no contexto daquilo a que esse sistema se propõe, isto é, estimar o *VaR-Value at Risk* de carteiras de investimentos, apresentamos as idéias básicas associadas ao modelo GARCH e suas principais variantes, apresentamos as noções centrais ao conceito de volatilidade implícita e suas formas de cálculo, e por fim elaboramos sobre as justificativas teóricas para a utilização de combinação de previsões e formas alternativas de estimações dos respectivos pesos.

³ De nosso conhecimento, as características empíricas dessa série não foram objeto de qualquer estudo anterior.

No capítulo 3, fazemos uma revisão da literatura sobre previsão de volatilidade. Conforme veremos, a evidência empírica sobre o assunto é inconclusiva : a depender da série financeira, do período ou da medida de qualidade de previsão adotada, um modelo prevalece sobre os outros.

O capítulo 4 constitui o foco do trabalho, relatando os resultados empíricos obtidos. Apresentam-se as estatísticas descritivas da série, e bem assim, testes de normalidade, de autocorrelação e de existência de raiz unitária, além dos resultados do poder de previsão de volatilidade, propriamente ditos. O poder de previsão é avaliado segundo dois enfoques : um, estatístico; outro, econômico. No enfoque estatístico, utilizamos duas metodologias. A primeira, a que poderíamos denominar de análise de eficiência (*efficiency analysis*), avalia cada modelo segundo as medidas usuais de mensuração de erros, a saber :

- raiz do erro quadrático médio (*RMSE-Root Mean Square Error*);
- erro absoluto médio(*MAE-Mean Absolute Error*);
- raiz do erro quadrático percentual médio (*RMSPE-Root Mean Square Percent Error*); e

- erro absoluto percentual médio (*MAPE-Mean Absolute Percent Error*).

As medidas acima pressupõem equações de perdas (*loss functions*) simétricas, de modo que também são utilizadas duas outras medidas que implicam perdas assimétricas — uma, que atribui maior penalidade a previsões a menor; outra, a previsões a maior. Afinal, a depender do uso que se deseja dar às previsões realizadas, o agente econômico que as efetua pode querer atribuir maior peso a uma ou a outra.

A segunda metodologia do enfoque estatístico envolve efetuar regressões dos valores realizados da volatilidade contra os valores previstos por cada modelo.

O enfoque econômico é implementado através da simulação da realização de operações *hedgeadas*, sugeridas pela análise das previsões de volatilidade.

O capítulo 5 finaliza o trabalho, resumindo-o e apontando direções que pesquisas futuras podem seguir.

CAPÍTULO 2

RiskMetrics™, GARCH, VOLATILIDADE IMPLÍCITA E COMBINAÇÃO DE PREVISÕES - CONCEITOS BÁSICOS

Conforme seu título sugere, este capítulo apresenta, na ordem, os conceitos básicos associados ao RiskMetrics™, ao modelo GARCH, à volatilidade implícita e à avaliação e combinação de previsões.

2.1 - RiskMetrics™

Alguns desenvolvimentos nos mercados financeiros desde o início da década de 80 têm levado a que os participantes desses mercados cada vez mais se preocupem com o chamado risco de mercado (*market risk*), isto é, perdas potenciais associadas a variações nos preços e taxas de mercado. Entre esses desenvolvimentos, identificam-se securitização, preocupações com medidas de desempenho e o crescimento do mercado de derivativos.

A securitização de instrumentos anteriormente ilíquidos — empréstimos, hipotecas, valores a receber, etc. — tem implicado que uma visão anteriormente contábil dos instrumentos securitizados venha se transformando numa preocupação com os preços de mercado dos

instrumentos agora securitizados. Semelhantemente, com o passar do tempo, cada vez mais ficou claro que as medidas de desempenho — anteriormente focadas somente no retorno — precisavam incorporar o aspecto do risco associado à obtenção do retorno relatado, reforçando a necessidade de se desenvolverem medidas de risco adequadas. Claramente, aqui também, valores de mercado deveriam ter precedência sobre valores meramente contábeis. Por fim, mas não menos importante, alguns grandes colapsos no mercado de derivativos também vieram reforçar a idéia de se computar o risco de mercado.⁴

Uma das abordagens que floresceu nos últimos anos para cálculo do risco de mercado é a abordagem do *VaR - Value at Risk*.⁵ O VaR é uma medida da alteração máxima do valor de um ativo (ou carteira de ativos), com uma dada probabilidade, dentro de um horizonte de tempo predeterminado. Suponhamos, por exemplo, que a carteira de uma instituição americana seja constituída apenas por uma posição no mercado de câmbio igual a 140 milhões de marcos alemães, equivalentes a 100

⁴Esses casos famosos de perdas no mercado de derivativos são descritos em Jorion[1997] e Kuprianov[1995].

⁵É importante ressaltar que VaR procura captar o risco de mercado, e não outros tipos de risco (como, por exemplo, o risco de crédito, o risco operacional e o risco de liquidez). Para uma taxonomia dos riscos, ver Eid. Jr.[1996].

milhões de dólares americanos, à taxa pronta de 1,40 marcos por dólar.⁶ Sendo a volatilidade histórica da taxa de câmbio dólares por marco igual 0,565% ao dia, admitindo-se que as variações na citada taxa de câmbio sigam uma distribuição normal e estando-se disposto a assumir 5% de probabilidade que o *VaR* relatado seja superado, ter-se-ia que o *VaR* dessa posição seria de :

$$\text{Var} = 100 \times (1,65 \times 0,00565) = 0,932 \text{ milhões de dólares ,}$$

onde se está fazendo uso da conhecida propriedade da distribuição normal segundo a qual 90% das observações estão compreendidas no intervalo de -1,65 a 1,65 desvios-padrão em torno da média.

Fica claro pelo exemplo acima que o que interessa é a volatilidade prevista para o período para o qual se deseja calcular o *VaR*. Como estimador da volatilidade prevista, podem-se utilizar estimadores baseados na volatilidade histórica. A alternativa mais simples é, evidentemente, uma média dos quadrados dos desvios em relação ao retorno médio :

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{j=0}^{T-1} \left(r_{t-j} - \bar{r} \right)^2} \quad , \text{ em que}$$

⁶ Neste e em outros exemplos nesta seção, estamos seguindo JPMorgan[1996].

$r_t = \ln P_t - \ln P_{t-1}$, retorno do preço (geralmente,
preço diário);

\bar{r} = retorno médio no período considerado;

T = número de dias sobre os quais se deseja estimar
a volatilidade.

Alternativamente, pode-se estimar a volatilidade por uma média ponderada exponencial, como o faz o RiskMetrics™ :

$$\sigma_t = \sqrt{(1-\lambda) \sum_{j=0}^{T-1} \lambda^j \left(r_{t-j} - \bar{r} \right)^2} , 0 < \lambda < 1$$

pela qual observações mais recentes recebem um “peso” maior que observações mais antigas, em oposição ao estimador anterior, cujas observações recebem o mesmo peso. A tabela 2.1 ilustra esse aspecto, adotando-se $\lambda=0,94$ e retorno médio igual a zero, conforme admitido pelo RiskMetrics™.

TABELA 2.1 - MÉDIA PONDERADA SIMPLES versus MÉDIA EXPONENCIAL

<u>OBSER- VAÇÃO</u>	<u>A:RE- TORNO</u> (%)	<u>B:QUA- DRADO</u> <u>DO RET.</u>	<u>C:PESO</u> <u>MÉDIA</u> <u>SIMPLES</u>	<u>D:PESO</u> <u>MÉDIA</u> <u>EXP. (λ</u> <u>= 0,94)</u>	<u>BxC, MÉ-</u> <u>DIA SIM-</u> <u>PLES</u>	<u>BxD, MÉ-</u> <u>DIA EX-</u> <u>PONEN-</u> <u>CIAL</u>
1	0,634	0,402	0,05	0,019	0,020	0,007
2	0,115	0,013	0,05	0,020	0,001	0,000
3	-0,460	0,211	0,05	0,021	0,011	0,004
4	0,094	0,009	0,05	0,022	0,000	0,000
5	0,176	0,031	0,05	0,024	0,002	0,001
6	-0,088	0,008	0,05	0,025	0,000	0,000
7	-0,142	0,020	0,05	0,027	0,001	0,001
8	0,324	0,105	0,05	0,029	0,005	0,003
9	-0,943	0,889	0,05	0,030	0,044	0,027
10	-0,528	0,279	0,05	0,032	0,014	0,009
11	-0,107	0,011	0,05	0,034	0,001	0,000
12	-0,160	0,026	0,05	0,037	0,001	0,001
13	-0,445	0,198	0,05	0,039	0,010	0,008
14	0,053	0,003	0,05	0,041	0,000	0,000
15	0,152	0,023	0,05	0,044	0,001	0,001
16	-0,318	0,101	0,05	0,047	0,005	0,005
17	0,424	0,180	0,05	0,050	0,009	0,009
18	-0,708	0,501	0,05	0,053	0,025	0,027
19	-0,105	0,011	0,05	0,056	0,001	0,001
20	-0,257	0,066	0,05	0,060	0,003	0,004

Desvio-padrão = volatilidade , média simples 0,393

Desvio-padrão = volatilidade, média exponencial 0,333

Conforme se observa na tabela, enquanto a média simples atribui o mesmo peso de 0,05 a todas as observações, a média exponencial atribui o peso de 0,06 à observação mais recente, contra um peso de 0,019 à observação mais antiga.⁷

⁷ O valor de 0,06, constante da coluna D, observação 20, é dado por :

$$(1 - \lambda)\lambda^0 = (1 - 0,94) \left[(0,94)^0 \right] = 0,0600 ,$$

enquanto que o da observação 19 é igual a

Uma característica adicional da média exponencial é que ela pode ser escrita numa forma recursiva, da qual podem-se derivar previsões de volatilidade. Com efeito, pode-se demonstrar⁸ que :

$$\sigma_{t+1|t}^2 = \lambda \sigma_{t|t-1}^2 + (1-\lambda) r_t^2 ,$$

em que a notação $t+1|t$ tem o significado usual.

A tabela 2.2, a seguir, ilustra uma aplicação dessa idéia, admitindo-se média dos retornos igual a zero, $\lambda=0,94$ e $\sigma_0^2 = r_0^2$.

$(1-\lambda)\lambda^1 = (1-0,94)\left[(0,94)^1\right] = 0,056$, e assim sucessivamente, até a observação 1 :

$$(1-\lambda)\lambda^{19} = (1-0,94)\left[(0,94)^{19}\right] = 0,019$$

⁸ Ver JPMorgan[1996].

TABELA 2.2 - VOLATILIDADE CALCULADA COM O ESQUEMA RECURSIVO

<u>OBSERVAÇÃO</u>	<u>RETORNO(%)</u>	<u>VARIÂNCIA RECURSIVA</u>
0	0,633	0,401
1	0,115	0,378
2	-0,459	0,368
3	0,093	0,346
4	0,176	0,327
5	-0,087	0,308
6	-0,142	0,291
7	0,324	0,280
8	-0,943	0,316
9	-0,528	0,314
10	-0,107	0,296
11	-0,159	0,280
12	-0,445	0,275
13	0,053	0,258
14	0,152	0,244
15	-0,318	0,236
16	0,424	0,232
17	-0,708	0,248
18	-0,105	0,234
19	-0,257	0,224

2.2 - GARCH

Desde os trabalhos pioneiros de Mandelbrot[1963] e Fama[1965], uma série de regularidades empíricas têm sido identificadas nos retornos diários de variáveis financeiras⁹, das quais as principais são :

- a distribuição dos retornos apresenta caudas grossas (*fat tails*), isto é, a frequência de observações muito distantes

⁹ Taylor[1986] analisa a maioria dessas evidências.

da média da distribuição é muito maior do que a indicada pela distribuição normal;

- o “pico” em torno da média é muito mais alto do que o previsto pela distribuição normal;
- os retornos muitas vezes apresentam uma assimetria negativa, isto é, há mais observações na cauda esquerda que na cauda direita;
- os retornos apresentam pequena autocorrelação, estatisticamente diferente de zero, mas não grande o suficiente para gerar regras de operação (*trading rules*) cujo lucro supere os custos de transação (*transaction costs*);
- a volatilidade dos retornos tende a se agrupar (*volatility clustering*), isto é, altos retornos tendem a se suceder, e bem assim, baixos retornos.

A última regularidade empírica sempre se mostrou uma dificuldade adicional para a realização de estudos empíricos em Finanças, dada a inexistência de um modelo relativamente simples em que a volatilidade variasse com o tempo. Engle[1982] concebeu um modelo dessa natureza -

o famoso *ARCH-Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*. Na versão mais simples desse modelo, os retornos, r_t , de uma série financeira são modelados como :

$$r_t = c + \varepsilon_t,$$

$$E(\varepsilon_t) = 0,$$

$$E(\varepsilon_t^2) = 1,$$

$$E(\varepsilon_t^2 | I_{t-1}) = \sigma_t^2, \text{ } I_{t-1} = \text{conjunto de informações}$$

(*information set*) disponíveis em $t-1$;

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2, \text{ } \omega > 0, \text{ } \alpha > 0$$

Bollerslev[1986] posteriormente ampliou essa formulação para, também na especificação mais simples, GARCH(1,1) :

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2, \text{ } \omega > 0, \text{ } \alpha > 0, \text{ } \beta > 0, \text{ } \alpha + \beta < 1,$$

em que α e β são conhecidos como o termo ARCH e o termo GARCH, respectivamente.

Conforme se observa na expressão acima, a variância de hoje depende de uma constante, do quadrado do erro observado ontem e da variância de ontem. Se se defasa essa expressão sucessivamente, chega-se a :

$$\sigma_t^2 = \frac{\omega}{1-\beta} + \alpha \sum_{j=1}^{\infty} \beta^{j-1} \varepsilon_{t-j}^2 ,$$

por onde se observa que a variância derivada do modelo GARCH atribui maior peso às observações mais recentes, em oposição a uma variância “tradicional”, que pondera igualmente as observações.

Extensões dos modelos básicos logo foram concebidas. Entre elas, citam-se o GARCH-M, o TARCH e o EGARCH.¹⁰

O GARCH-M tem como motivação o fato de a teoria financeira moderna preconizar que o retorno esperado de um ativo é função do seu risco. A equação do retorno, dada acima, passa então a ser :

$$r_t = c + \lambda \sigma_t + \varepsilon_t .$$

O modelo TARCH procura refletir a comprovação empírica que movimentos de baixa nos retornos são acompanhados de volatilidades mais altas do que quando o movimento é de alta.¹¹ A especificação da variância segundo esse modelo é dada por : ¹²

¹⁰ Muitas outras extensões existem, resenhadas em Engle[1993]. Os principais artigos são reproduzidos em Engle, ed.,[1995]. Ainda hoje, Bollerslev, Chou, and Kroner[1992] constitui uma boa referência sobre o uso de modelos GARCH em Finanças.

¹¹ Esse é o chamado “efeito assimetria”, para o qual Black[1976] primeiramente chamou a atenção. Sobre o mesmo tema, ver também Christie[1982].

¹² Ver Glosten, Jagannathan and Runkle[1994].

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma \varepsilon_{t-1}^2 d_{t-1} + \beta \sigma_{t-1}^2, \text{ em que}$$

$$d_t = 1 \text{ se } \varepsilon_t < 0 \text{ e } d_t = 0 \text{ se } \varepsilon_t \geq 0, \text{ e}$$

$$\omega > 0, \alpha > 0, \gamma > 0, \beta > 0, \alpha + \gamma + \beta < 1, .$$

Outro modelo que também procura captar o chamado efeito assimetria é o EGARCH, associado a Nelson[1991]. Sua especificação é dada abaixo :

$$\ln(\sigma_t^2) = \omega + \alpha \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + \gamma \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + \beta \ln \sigma_{t-1}^2,$$

$$|\beta| < 1.$$

Trabalhando com logaritmos, essa especificação garante a não-negatividade da variância.

2.3 - VOLATILIDADE IMPLÍCITA

Um verdadeiro “marco” em Finanças é o modelo de precificação de opções de compra européias derivado em Black and Scholes[1973] :

$$c = SN(d_1) - e^{-rT} N(d_2),$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{E}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}, \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}, \quad \text{em que}$$

- c = prêmio “justo” de uma opção de compra européia referenciada numa ação que não paga dividendos;
- E = preço de exercício da opção de compra;
- S = preço à vista da ação-objeto; pressupõe-se que siga uma distribuição lognormal;
- $N(.)$ = valor acumulado de uma distribuição normal reduzida;
- r = taxa de juros sem risco (com capitalização contínua), da época atual até o vencimento da opção; essa taxa é considerada constante;
- T = prazo até o vencimento da opção de compra;
- σ = volatilidade dos retornos da ação-objeto, suposta constante.

É claro que o modelo foi concebido para ser utilizado em sua forma “direta”, isto é, estimar o prêmio de uma opção de compra, dados os parâmetros dos quais ele depende — taxa de juros, preço à vista do objeto da opção, seu preço de exercício, seu prazo até o vencimento e volatilidade dos retornos da ação-objeto. Ocorreu a Latané and

Rendleman[1976], contudo, utilizar o modelo “ao contrário”, isto é, indagar qual a volatilidade que, de acordo com o modelo citado, está “implícita” no preço de mercado da opção de compra. Surgia, então, o conceito de volatilidade implícita.¹³

A fórmula acima não permite que se deduza a volatilidade como função do preço de mercado da opção e dos demais parâmetros envolvidos. Necessita-se recorrer, então, a métodos numéricos de solução de equações. Dois são os métodos geralmente utilizados : o método da bissecção e o método de Newton-Raphson, a seguir descritos.

No método da bissecção, atribui-se um primeiro valor à volatilidade — digamos, σ_0 . Com esse valor da volatilidade, entra-se no modelo e calcula-se o prêmio justo da opção de compra. (O valor de σ_0 deve ser tal que o prêmio justo calculado pelo modelo nessa primeira rodada seja superior ao preço da opção observado no mercado.) Efetua-se uma segunda rodada, agora com uma volatilidade σ_1 , dada por

$$\sigma_1 = \frac{1}{2} \sigma_0 .$$

¹³ Para uma aplicação a dados brasileiros, ver Melagi Filho e Sanvicente[1987].

O valor da volatilidade para a nova rodada, σ_2 , dependerá de $c(\sigma_1)$, o prêmio justo obtido com σ_1 . Se $c(\sigma_1)$ for maior que o preço de mercado, então

$$\sigma_2 = \sigma_1 - \frac{\sigma_0}{4} \quad ; \text{ se for menor,}$$

$$\sigma_2 = \sigma_1 + \frac{\sigma_0}{4} .$$

De uma forma geral,

$$\sigma_k = \sigma_{k-1} \pm \frac{\sigma_0}{2^k} .$$

Dado um nível de aproximação desejado igual ou inferior a ε , entre a volatilidade implícita calculada e a volatilidade implícita “exata”, demonstra-se que k , o número de rodadas necessário a atingir esse grau de tolerância, é dado por¹⁴ :

$$k > \frac{\ln\left(\frac{\sigma_0}{\varepsilon}\right)}{\ln 2}$$

Como exemplo, consideremos a situação em que o preço de mercado de uma opção de compra européia sobre um ativo-objeto que não apresenta rendimentos seja de \$8,61, quando o preço à vista da ação é de

¹⁴ A demonstração é apresentada em Chriss[1997], de onde também reproduzimos os exemplos utilizados nesta seção.

\$100, o preço de exercício da opção também é de \$100, o prazo até o vencimento da opção é de 2 anos e a taxa de juros sem risco é de 3% a.a. Suponhamos que se deseja uma tolerância de 0,0001. Admitindo uma rodada inicial com uma volatilidade de 0,20 (20% a.a.), o modelo indica um prêmio justo de \$14,0736, que é maior que o preço de mercado da opção, \$8,61. O valor de 0,20 qualifica-se, então, como σ_0 . Para atingir a precisão desejada (0,0001), devemos esperar que tenhamos 11 rodadas — o primeiro inteiro superior a

$$k = \frac{\ln\left(\frac{\sigma_0}{\varepsilon}\right)}{\ln 2} = \frac{\ln\left(\frac{0,20}{0,0001}\right)}{\ln 2} = 10,97 .$$

A Tabela 2.3, a seguir, registra os dados observados em cada rodada. Chega-se à volatilidade implícita de 9,4824 % a.a., e sabe-se que se está a menos de 0,01% do valor da volatilidade “exata”.

TABELA 2.3 - APLICAÇÃO DO MÉTODO DE BISSECÇÃO

<u>RODADA(k)</u>	<u>VOL. IMPLÍCITA(A.A.)</u>	<u>PRÊMIO JUSTO(\$)</u>
0	0,200000	14,0736
1	0,100000	8,8692
2	0,050000	6,5799
3	0,075000	7,6573
4	0,087500	8,2530
5	0,093750	8,5590
6	0,096875	8,7136
7	0,095313	8,6362
8	0,094531	8,5976
9	0,094922	8,6169
10	0,094727	8,6072
11	0,094824	8,6120

Um problema com o método de bissecção é que ele converge muito demoradamente. O método de Newton-Raphson, por sua vez, converge mais rapidamente. Esse método invoca os primeiros termos de uma Expansão de Taylor, e, conseqüentemente, faz uso da primeira derivada da função em foco — no caso presente, o chamado vega da opção, isto é, a sensibilidade do prêmio da opção de compra a variações na volatilidade dos retornos do ativo-objeto :

$$\frac{\partial}{\partial \sigma} = v = \frac{e^{-d_1/2} S \sqrt{T}}{\sqrt{2\pi}} .$$

Os passos na aplicação do algoritmo de Newton-Raphson são os seguintes. Inicialmente, atribui-se um valor σ_1 à volatilidade. Entrando-se nas fórmulas do modelo e do vega, encontram-se os respectivos prêmios

justos e vega — digamos $c(\sigma_1)$ e $v(\sigma_1)$. A partir daí, cada novo valor de σ é calculado de acordo com a seguinte expressão :

$$\sigma_k = \sigma_{k-1} - \frac{c - c(\sigma_{k-1})}{v(\sigma_{k-1})}, \text{ onde } c = \text{preço de mercado}$$

da opção de compra.

A Tabela 2.4, abaixo, ilustra a aplicação desse algoritmo aos mesmos dados utilizados na exposição do método de bissecção. Observa-se que com apenas três rodadas se obtém a convergência que somente foi obtida com onze rodadas no último método.

TABELA 2.4
APLICAÇÃO DO ALGORITMO DE NEWTON-RAPHSON

<u>RODADA(k)</u>	<u>VOLATILIDADE(A.A.)</u>	<u>PRÊMIO(\$)</u>	<u>VEGA</u>
1	0,2000	14,0736	53,0007
2	0,0969	8,7144	49,6346
3	0,0948	8,6103	

As primeiras aplicações do conceito de volatilidade implícita estão associadas à previsão da volatilidade futura. Os principais estudos nessa linha estão resenhados no Capítulo 3. Mais recentemente, a idéia tem sido estendida à análise de uma série de outros parâmetros, relatados em Mayhew[1995].

2.4 - AVALIAÇÃO E COMBINAÇÃO DE PREVISÕES

Num exercício de previsão um passo adiante, chega-se a uma série temporal

$$f_{t+1|I_t}, f_{t+2|I_{t+1}}, f_{t+3|I_{t+2}}, \dots, f_{t+n|I_{t+n-1}},$$

que, em última análise, precisa ser comparada com os valores realizados

$$x_{t+1}, x_{t+2}, x_{t+3}, \dots, x_{t+n}.$$

Um método aparentemente “razoável” para avaliação das previsões seria comparar os gráficos dos valores previstos contra os realizados. Poder-se-ia pensar que, se f_{t+1} é uma boa previsão de x_{t+1} , os dois gráficos deveriam se mostrar bastante semelhantes. Tal não é o caso, conforme Granger[1989] salienta. Num caso extremo, admita-se que x_t é um ruído branco com média zero, isto é,

$$x_t = \varepsilon_t, \quad E(\varepsilon_t) = 0, \quad E(\varepsilon_t^2) = \sigma^2, \quad E(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = 0, \quad t \neq s.$$

Nessas condições, f_{t+1} , a previsão um passo adiante, será igual a zero, enquanto que o gráfico de x_t , sendo um ruído branco, será bastante irregular. De uma forma geral, as propriedades da série temporal f_{t+1} não serão as mesmas que as de x_{t+1} , conforme também se verifica no caso em que x_t é gerado por um processo de média móvel de ordem 1, MA(1) :

$$x_{t+1} = \varepsilon_{t+1} + b\varepsilon_t .$$

Nesse caso, a melhor previsão de x_{t+1} é

$$f_{t+1} = b\varepsilon_t ,$$

cujo gráfico também é o de um ruído branco — portanto, bastante irregular.

Granger[1989] ainda apresenta uma razão adicional para que os dois gráficos — valores previstos um passo à frente e valores realizados — sejam diferentes. Considerando

$$x_{t+1} = f_{t+1} + e_{t+1} ,$$

em que e_{t+1} é o erro de previsão, tem-se então que

$$Var(x_{t+1}) = Var(f_{t+1}) + Var(e_{t+1}) ,$$

utilizando-se a propriedade que, se f_{t+1} é uma previsão ótima, e_{t+1} será um ruído branco com média zero, não correlacionado com f_{t+1} .¹⁵ Daí, decorre que

$$Var(x_{t+1}) > Var(f_{t+1}) ,$$

¹⁵ Granger[1989] demonstra essa propriedade.

uma vez que é de se esperar que a variância do erro de previsão seja diferente de zero. Em outras palavras, as duas séries terão variâncias diferentes, e os seus gráficos contra o tempo não serão semelhantes.

Tendo em vista que a simples comparação entre os gráficos citados não é suficiente, parte-se para medidas quantitativas de avaliação da qualidade de previsões. Dentre estas, as medidas mais utilizadas são : o erro absoluto médio (*MAE-Mean Absolute Error*), o erro absoluto percentual médio (*MAPE-Mean Absolute Percent Error*), a raiz do erro quadrático médio (*RMSE-Root Mean Square Error*) e a raiz do erro quadrático percentual médio (*RMSPE-Root Mean Square Percent Error*). Conforme se verá pelas definições formais dessas medias — dadas abaixo — as duas primeiras medidas baseiam-se no valor absoluto do erro de previsão; as duas últimas, no quadrado do erro. O erro de previsão é dado por :

$$e_t = f_t - x_t .$$

As medidas de qualidade da previsão citadas acima são assim computadas: ¹⁶

¹⁶ Uma outra medida é o chamado Índice U de Theil (*Theil's U*). Ver Gaynor and Kirkpatrick[1994].

$$MAE = \frac{\sum_{t=1}^n |e_t|}{n}$$

$$MAPE = \frac{\sum_{t=1}^n \left(\frac{|e_t|}{x_t} \right)}{n}$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n e_t^2}{n}}$$

$$RMSPE = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n \left(\frac{e_t}{x_t} \right)^2}{n}} .$$

Cada uma dessas medidas é adequada conforme as perdas associadas aos erros de previsão (*loss function*) dependam, respectivamente, do valor absoluto do erro, do erro absoluto percentual, do quadrado do erro e do quadrado do erro percentual.

Qualquer que seja a medida de qualidade da previsão adotada, algumas vezes se parte para combinar previsões decorrentes de métodos alternativos. A idéia é que um determinado método pode não gerar previsões muito precisas, à luz de alguma das medidas citadas acima. Contudo, ainda assim essas previsões podem conter informação relevante

para a previsão da variável em estudo, sendo válida a combinação de um método menos preciso com um outro mais preciso. Isso é tanto mais válido quanto as previsões se originem de métodos baseados em “filosofias” diferentes — como, por exemplo, uma previsão decorrente de modelos econométricos com equações simultâneas (*simultaneous equation models*, em que cada equação coloca uma variável endógena como função de variáveis exógenas e outras variáveis endógenas) e uma outra decorrente de séries temporais (em que uma variável é colocada como função de valores defasados da própria variável).

Formalmente, a combinação de previsões é justificada por raciocínios semelhantes ao que se desenvolve a seguir. Suponhamos duas previsões, f_t e g_t , que desejamos combinar, atribuindo a cada uma os pesos k e $1-k$, isto é, a previsão combinada, C_t , é dada por :

$$C_t = kf_t + (1-k)g_t.$$

Admitamos que e_f e e_g — os erros de previsão de f_t e g_t — tenham média igual a zero. Então, e_c — o erro da previsão combinada — será dado por

$$e_c = ke_f + (1-k)e_g.$$

Como consequência, $Var(e_c)$ — a variância da previsão combinada — será dada por

$$Var(e_c) = k^2 Var(e_f) + (1-k)^2 Var(e_g) + 2k(1-k)Cov(e_f, e_g) ,$$

em que $Cov(e_f, e_g)$ é igual à covariância dos erros de e_f e e_g . Pode-se, então, escolher k que minimize a variância do erro da previsão combinada, a saber :

$$k = \frac{Var(e_g) - Cov(e_f, e_g)}{Var(e_g) + Var(e_f) - 2Cov(e_f, e_g)}$$

Esse valor de k , como se sabe, leva a valores de $Var(e_c)$ que geralmente serão menores que o menor entre $Var(e_g)$ e $Var(e_f)$.

A extensão de idéias semelhantes a essa leva a vários esquemas de ponderação, dos quais o mais simples seria utilizar a média aritmética das previsões. Alguns desses esquemas são resenhados por Ramanathan[1995] e são a seguir relatados, admitindo-se o caso mais simples de combinação de duas previsões.

Método A - Regressão do valor realizado contra a diferença entre os valores previstos, sem o termo constante. Nesse método, os pesos somam um.

Método B - Regressão do valor realizado contra os dois valores previstos, também sem o termo constante. Nesse caso, a soma dos pesos não é um.

Método C - Regressão do valor realizado contra os dois valores previstos e uma constante. Segundo Ramanathan[1995], esse método apresenta o menor erro quadrático médio e é não viesado, mesmo que as previsões individuais o sejam.

CAPÍTULO 3 - PREVISÃO DE VOLATILIDADE : UMA REVISÃO DA LITERATURA

Neste capítulo, faremos uma resenha dos principais trabalhos sobre previsão de volatilidade. Esses trabalhos serão apresentados em três seções. Na primeira, abordaremos trabalhos que comparam o poder de previsão dos modelos GARCH contra modelos mais simples de séries temporais; na segunda, trabalhos que comparam GARCH com volatilidade implícita; na última, volatilidade implícita versus volatilidade histórica.

3.1 - GARCH VERSUS MODELOS SIMPLES

Um trabalho pioneiro nessa área é Akigiray [1989]. O autor estuda os retornos diários do índice ponderado pelo valor de mercado elaborado pelo *CRSP-Center for Research in Securities Prices*, da University of Chicago. O período de janeiro de 1963 a dezembro de 1986 é subdividido em 4 subperíodos iguais, cada qual com 1.500 observações. O período para o qual a volatilidade é prevista corresponde a 20 dias. São comparados os modelos da volatilidade histórica, da média móvel ponderada exponencialmente, ARCH(1) e GARCH(1,1). Os parâmetros são estimados com base numa “janela” de 420 observações. Para cada

período, são feitas 24 previsões de volatilidade, estimada pelo desvio-padrão dos retornos diários.

As medidas de qualidade da previsão utilizadas foram o erro médio (*ME-Mean Error*), a raiz do erro quadrático médio (*RMSE-Root Mean Square Error*), o erro absoluto médio (*MAE-Mean Absolute Error*) e o erro absoluto percentual médio (*MAPE-Mean Absolute Percent Error*).

Os resultados são apresentados na Tabela 3.1, a seguir.

TABELA 3.1
AKIGIRAY[1989] - ERROS DAS PREVISÕES

<u>ESPECIFICAÇÃO</u>	<u>ME</u>	<u>RMSE</u>	<u>MAE</u>	<u>MAPE</u>
• 1963-1968				
Histórica	0,000341(4)	0,000748(4)	0,000460(3)	0,559(2)
Média exponencial	0,000108(3)	0,000722(3)	0,000518(4)	0,736(4)
ARCH(1)	0,000071(2)	0,000643(2)	0,000455(2)	0,653(3)
GARCH(1,1)	0,000069(1)	0,000587(1)	0,000387(1)	0,525(1)
• 1969-1974				
Histórica	0,004292(4)	0,005428(4)	0,001423(4)	0,722(4)
Média exponencial	0,003643(3)	0,004762(3)	0,001220(3)	0,603(3)
ARCH(1)	0,000746(2)	0,002970(2)	0,001012(2)	0,367(2)
GARCH(1,1)	0,000011(1)	0,002081(1)	0,000780(1)	0,338(1)
• 1975-1980				
Histórica	0,001333(4)	0,001940(4)	0,000608(1)	0,487(3)
Média exponencial	0,001072(3)	0,001769(3)	0,000627(3)	0,428(2)
ARCH(1)	0,000471(2)	0,001326(2)	0,000724(4)	0,502(4)
GARCH(1,1)	0,000150(1)	0,001052(1)	0,000615(2)	0,389(1)
• 1981-1986				
Histórica	-0,000018(1)	0,000772(2)	0,000608(1)	0,557(3)
Média exponencial	0,000431(4)	0,000873(4)	0,000627(3)	0,425(1)
ARCH(1)	-0,000422(3)	0,000854(3)	0,000724(4)	0,786(4)
GARCH(1,1)	-0,000251(2)	0,000693(1)	0,000615(2)	0,465(2)

Valores entre parênteses significam a classificação do modelo.

O autor observa que GARCH(1,1) apresenta o melhor desempenho em quase todos os períodos e sob quase todas as medidas. Destaca também que esse desempenho, em termos relativos com a volatilidade histórica, é particularmente melhor nos dois subperíodos 1969-1974 e 1975-1980, que o autor identifica como períodos de alta volatilidade. Nesses dois subperíodos, o ganho, medido pelo RMSE, é da ordem de 62% e 46%, respectivamente.

O autor finaliza observando que “... none of the forecasts are as accurate as desirable - the smallest MAPE is greater than 30%.”

Um segundo trabalho é Brailsford and Faff[1996], que estuda a volatilidade mensal do índice de ações da *Australian Stock Exchange* no período janeiro de 1974 a junho de 1992, num total de 234 meses. Os primeiros 144 meses são utilizados para estimar os parâmetros iniciais dos diversos modelos considerados; os últimos noventa, para realizar o exercício de previsão de volatilidade. O estimador da volatilidade considerado foi o tradicional desvio-padrão dos retornos diários.

Os autores consideraram os seguintes modelos :

1) Modelo ingênuo (*naive model*), do tipo *martingale* :
“minha melhor previsão para amanhã é o que aconteceu hoje”;

2) Média histórica da volatilidade observada desde o primeiro mês da amostra;

3) Média móvel aritmética da volatilidade observada nos últimos 60 meses e nos últimos 144 meses;

4) Alisamento exponencial (*exponential smoothing*) da volatilidade;

5) Média móvel ponderada exponencialmente;

6) Regressão da volatilidade prevista contra a volatilidade observada;

7) GARCH(1,1);

8) GARCH(3,1);

9) TAR(1,1);

10) TAR(3,1).

As medidas de qualidade das previsões utilizadas foram o erro absoluto médio (*MAE*), a raiz do erro quadrático médio (*RMSE*) e o erro absoluto percentual médio (*MAPE*). Os resultados são apresentados na Tabela 3.2, a seguir.

TABELA 3.2
BRAILSFORD AND FAFF[1996] - ERROS DAS PREVISÕES

<u>ESPECIFICAÇÃO</u>	<u>MAE</u>	<u>RMSE</u>	<u>MAPE</u>
Ingênuo	0,004277(10)	0,01870(11)	1,06022(5)
Média histórica	0,00318(5)	0,01442(2)	1,39229(7)
Média móvel, 5 anos	0,00405(9)	0,01455(6)	2,36932(11)
Média móvel, 12 anos	0,00327(7)	0,01446(3)	1,47063(8)
Alisamento exponencial	0,00449(11)	0,01477(7)	2,29353(10)
Média móvel exponencial	0,00361(8)	0,01453(5)	1,74513(9)
Regressão	0,00315(3)	0,01441(1)	1,37149(6)
GARCH(1,1)	0,00324(6)	0,01542(10)	0,57398(2)
GARCH(3,1)	0,00317(4)	0,01537(9)	0,86086(4)
TGARCH(1,1)	0,00292(1)	0,01449(4)	0,56895(1)
TGARCH(3,1)	0,00310(2)	0,01527(8)	0,76393(3)

Valores entre parênteses significam a classificação do modelo.

Analizando-se a tabela, observa-se que os modelos da família ARCH têm o melhor desempenho segundo a primeira e a última medidas, mas que esse desempenho não é tão bom quando se usa a raiz do erro quadrático médio. Os autores concluem que “... the various model rankings are shown to be sensitive to the error statistic used to assess the accuracy of the forecasts; ...a clear message is that volatility forecasting is a notoriously difficult task.”

Também recente como o estudo anterior é o trabalho de Franses and Dijk[1996]. Os autores estudam a volatilidade dos retornos semanais dos índices de ações de Alemanha (DAX), Holanda (EOE), Espanha (MAD), Itália (MIL) e Suécia (VEC). O período analisado vai do início de 1986 ao

término de 1994. Os anos de 1986 a 1989 são utilizados para a estimativa dos parâmetros iniciais dos modelos analisados, seguindo-se, então, uma “janela móvel” de quatro anos; os anos de 1990 a 1994, para o exercício de previsão de volatilidade. A previsão é feita para o período de uma semana. A medida de qualidade da previsão utilizada é a mediana do erro quadrático. A volatilidade realizada é estimada como o quadrado da diferença entre o retorno na semana e a média dos retornos semanais nos últimos quatro anos.

Os modelos considerados foram os seguintes :

1) GARCH(1,1)

2) QGARCH

3) TARCH

4) Modelo ingênuo, em que a volatilidade semanal é estimada da mesma forma que a volatilidade realizada, exposta acima.

Os resultados são apresentados na Tabela 3.3, a seguir.

TABELA 3.3
FRANSES AND DIJK[1996] - MEDIANA DO ERRO
QUADRÁTICO($\times 10^{-7}$)

<u>MODELO</u>	<u>1990</u>	<u>1991</u>	<u>1992</u>	<u>1993</u>	<u>1994</u>
Alemanha					
GARCH	4,395(3)	3,359(3)	1,520(3)	1,775(3)	2,854(2)
QGARCH	3,146(1)	3,322(2)	1,425(2)	0,877(1)	2,780(1)
TARCH	178,417(4)	13,821(4)	5,585(4)	6,717(4)	75,495(4)
Ingênuo	3,566(2)	0,585(1)	0,230(1)	1,013(2)	3,219(3)
Holanda					
GARCH	1,305(2)	1,050(2)	0,848(3)	0,767(3)	0,928(1)
QGARCH	1,497(3)	1,076(3)	0,707(2)	0,552(1)	1,006(3)
TARCH	126,656(4)	61,713(4)	3,779(4)	2,545(4)	11,725(4)
Ingênuo	1,146(1)	0,090(1)	0,090(1)	0,633(2)	0,983(2)
Espanha					
GARCH	3,249(2)	1,118(3)	2,717(3)	2,076(3)	2,423(2)
QGARCH	3,298(3)	1,085(2)	1,839(2)	1,008(1)	1,962(1)
TARCH	116,116(4)	125,261(4)	23,442(4)	16,193(4)	47,612(4)
Ingênuo	1,112(1)	1,062(1)	0,859(1)	1,214(2)	5,021(3)
Itália					
GARCH	1,130(2)	2,358(3)	3,351(2)	8,895(2)	8,444(1)
QGARCH	1,083(1)	1,943(2)	2,349(1)	6,047(1)	8,479(2)
TARCH	21,923(4)	10,170(4)	65,221(4)	71,364(4)	35,197(4)
Ingênuo	1,173(3)	1,664(1)	6,736(3)	19,851(3)	10,803(3)
Suécia					
GARCH	3,027(2)	2,396(2)	3,040(3)	6,067(4)	3,098(1)
QGARCH	3,462(3)	2,978(3)	2,279(1)	5,357(3)	3,200(3)
TARCH	48,520(4)	218,769(4)	67,610(4)	3,497(2)	4,476(4)
Ingênuo	2,483(1)	1,104(1)	2,554(2)	1,621(1)	3,103(2)

Valores entre parênteses significam a classificação do modelo.

Observa-se a seguinte distribuição de frequências com que cada modelo tem o melhor desempenho :

<u>MODELO</u>	<u>1990 A 1994</u>	<u>1992 A 1994</u>
GARCH	3	3
QGARCH	10	8
TARCH	0	0
<u>Ingênuo</u>	<u>12</u>	<u>4</u>
Total	25	15

Os autores comentam que os modelos da família GARCH batem o modelo ingênuo por pequena margem (13 contra 12 dos vinte e cinco casos possíveis) quando se considera o período total da análise, isto é, 1990 a 1995. Quando se consideram apenas os três últimos anos — excluindo-se, assim, o ano de 1987, em que ocorreu o famoso *crash* — os modelos GARCH são claramente superiores ao modelo ingênuo (11 contra 4). Os autores salientam então que “the forecasting performance of the GARCH-type models appear sensitive to extreme within-sample observations.”

Um quarto trabalho sobre o tema é West and Cho[1995], que analisam os retornos semanais das taxas de câmbio do dólar americano contra o dólar canadense, o franco francês, o marco alemão, o iene e a libra, no período de 1973 a 1989, compreendendo 863 semanas. A volatilidade é estimada pela média da soma dos quadrados dos retornos.

Os autores estudam previsão de volatilidade para os períodos de 1 semana, 12 semanas e 24 semanas. Os seguintes modelos são avaliados :

- 1) Modelo ingênuo;
- 2) GARCH(1,1);
- 3) IGARCH(1,1);

4) Um modelo autoregressivo no quadrado do termo aleatório, com defasagem de 12 semanas;

5) Um modelo autoregressivo no valor absoluto do termo aleatório, com defasagem de 12 semanas;

6) Um modelo não-paramétrico (*kernel* gaussiano).

Os modelos são avaliados com base na raiz do erro quadrático médio (*RMSE*). Os resultados são apresentados na Tabela 3.4, a seguir.

TABELA 3.4
WEST AND CHO[1995] - ERROS DAS PREVISÕES

<u>ESPECIF.</u>	<u>CANADÁ</u>	<u>FRANÇA</u>	<u>ALEM.</u>	<u>JAPÃO</u>	<u>INGLAT.</u>
• Horizonte = 1 semana					
Ingênuo	0,714(5)	5,167(2)	4,704(2)	4,380(3)	5,745(4)
GARCH(1,1)	0,702(1)	5,351(6)	4,783(5)	4,323(1)	5,632(2)
IGARCH(1,1)	0,706(3)	5,161(1)	4,695(1)	4,343(2)	5,563(1)
Auto, e^2	0,712(4)	5,273(5)	4,925(6)	4,411(5)	6,033(5)
Auto, $ e $	0,704(2)	5,200(3)	4,767(4)	4,388(4)	5,726(3)
Não-param.	0,737(6)	5,201(4)	4,724(3)	4,442(6)	6,537(6)
• Horizonte = 12 semanas					
Ingênuo	0,695(1)	5,219(1)	4,754(1)	4,435(3)	5,794(5)
GARCH(1,1)	0,697(2)	5,696(6)	4,831(6)	4,451(5)	5,756(4)
IGARCH(1,1)	0,731(6)	5,268(5)	4,817(5)	4,454(6)	5,692(2)
Auto, e^2	0,700(3)	5,251(3)	4,796(4)	4,433(2)	5,726(3)
Auto, $ e $	0,701(4)	5,267(4)	4,785(3)	4,430(1)	5,674(1)
Não-param.	0,704(5)	5,250(2)	4,762(2)	4,447(4)	5,841(6)
• Horizonte = 24 semanas					
Ingênuo	0,694(1)	5,094(3)	4,500(3)	4,424(2)	5,770(4)
GARCH(1,1)	0,703(5)	5,694(6)	4,490(1)	4,498(6)	5,708(1)
IGARCH(1,1)	0,743(6)	5,060(1)	4,509(5)	4,483(5)	5,834(5)
Auto, e^2	0,695(2)	5,087(2)	4,498(2)	4,422(1)	5,721(2)
Auto, $ e $	0,697(3)	5,109(4)	4,505(4)	4,441(4)	5,729(3)
Não-param.	0,702(4)	5,131(5)	4,535(6)	4,436(3)	5,943(6)

Valores entre parênteses significam a classificação do modelo.

Observa-se que nenhum “padrão” emerge dos dados, exceto, talvez, que os modelos GARCH apresentam melhor desempenho quando o horizonte é de curto prazo (1 semana). Contudo, os autores testam formalmente se os *RMSE's* são diferentes entre si, para cada moeda. A hipótese nula de igualdade entre esses parâmetros não pode ser rejeitada, levando os autores a afirmarem que “it appears that GARCH models leave something to be desired, even at the one-week horizon.”

Por fim, Boudoukh, Richardson, and Whitelaw[1996] analisam a volatilidade das mudanças diárias na taxa de juros de curto prazo (três meses) dos E.U.A., no período de 1983 a 1992. Quatro modelos são considerados, com parâmetros estimados através de uma janela móvel de 150 dias.

- 1) Volatilidade histórica, estimada pelo desvio-padrão das mudanças diárias;
- 2) O modelo sugerido por JPMorgan[1996] para uso no seu RiskMetrics™;
- 3) GARCH(1,1);
- 4) Um modelo não-paramétrico.

A volatilidade prevista refere-se a um dia. A volatilidade realizada é estimada pela média do quadrado das mudanças diárias observadas no período de cinco dias cujo primeiro dia é aquele cuja volatilidade se deseja prever. Os modelos são avaliados com a utilização do erro quadrático médio (*MSE*) e de regressão dos valores realizados contra os valores previstos.

Os *MSE*'s dos modelos são apresentados na Tabela 3.5, a seguir.

TABELA 3.5
BOUDOUKH, RICHARDSON AND WHITELAW [1996] -
ERROS DAS PREVISÕES

<u>MODELO</u>	<u>MSE</u>
Histórica	0,999(3)
RiskMetrics™	0,930(2)
Não-paramétrico	0,887(1)
GARCH(1,1)	1,115(4)

Observa-se que o modelo GARCH não se mostra superior à volatilidade histórica ou ao RiskMetrics™. O mesmo resultado se obtém quando se considera a regressão citada.

3.2 - GARCH VERSUS VOLATILIDADE IMPLÍCITA

O primeiro estudo resenhado nesta seção é Randolph and Najand[1991], que estudam os retornos diários do contrato futuro de *S&P-*

500 - *Standard & Poor's 500*, no período de 1986 a 1988. Os primeiros 81 dias úteis de 1986 são utilizados para estimar os parâmetros iniciais dos modelos considerados; o período restante, para a realização do exercício de previsão da volatilidade para 20 dias úteis (33 previsões).

Os seguintes modelos foram analisados :

- 1) Modelo ingênuo;
- 2) Volatilidade implícita na opção de compra mais próxima do dinheiro (*nearest the money*), sobre o contrato futuro a vencer;
- 3) GARCH(1,1).

As medidas de qualidade das previsões foram o erro médio (*ME*), a raiz do erro quadrático médio (*RMSE*), o erro absoluto médio (*MAE*) e o erro percentual médio (*MAPE*). A volatilidade realizada foi estimada pelo desvio-padrão dos retornos diários.

Os resultados são apresentados na Tabela 3.6, a seguir, a qual apresenta dois painéis : um, correspondente ao período total da amostra; outro, correspondente ao período pré-*crash* de 1987.

TABELA 3.6
RANDOLPH AND NAJAND(1995) - ERROS DAS PREVISÕES

<u>MODELO</u>	<u>ME</u>	<u>RMSE</u>	<u>MAE</u>	<u>MAPE</u>
• Todo o período, 1986 a 1988				
Ingênuo	0,0145	0,6985(2)	0,4790(3)	0,3486(3)
Implícita	-0,0627	0,8053(3)	0,4738(1)	0,3172(1)
GARCH	0,0136	0,6886(1)	0,4742(2)	0,3461(2)
• Período antes do <i>crash</i> de outubro de 1987				
Ingênuo	-0,0243	0,4333(3)	0,3585(3)	0,3166(3)
Implícita	-0,1764	0,4029(1)	0,3228(1)	0,2692(1)
GARCH	0,0087	0,4081(2)	0,3415(2)	0,3058(2)

Valores entre parênteses significam a classificação do modelo.

Observa-se que, considerando-se o período total da amostra, a volatilidade implícita tem o melhor desempenho segundo duas das três medidas (*MAE* e *MAPE*), enquanto que GARCH o tem na outra medida (*RMSE*). Quando se considera o período pré-crash, contudo, volatilidade implícita tem o melhor desempenho em todas as medidas.

Um segundo estudo é Jorion[1995], que estuda os retornos diários de opções sobre futuros de marco alemão, iene e franco suíço, no período de janeiro de 1985 a fevereiro de 1992, num total de 1810 observações. Através de regressões da volatilidade realizada até o vencimento de opções sobre os contratos acima — estimada pela média dos quadrados dos retornos — contra a volatilidade prevista, ele analisa o poder de previsão dos seguintes modelos :

1) Modelo ingênuo, com a volatilidade estimada pela média dos quadrados dos retornos nos últimos vinte dias;

2) GARCH(1,1)

3) Volatilidade implícita, estimada pela média da opção de compra e da opção de venda mais próximas do dinheiro, em cada dia.

Os resultados são apresentados na Tabela 3.7, a seguir (a correção de Hansen-White foi utilizada).

TABELA 3.7
JORION[1995] - REGRESSÃO DA VOLATILIDADE REALIZADA
CONTRA A VOLATILIDADE PREVISTA

<u>MOEDA</u>	<u>INTER- CEPTO</u>	<u>IMPLÍCITA</u>	<u>INGÊNUO</u>	<u>GARCH</u>	<u>R²</u>
Marco	0,323*	0,547**	0,190 ⁻	0,478**	0,1564(1)
	0,602*				0,0540(2)
	0,366				0,0499(3)
Iene	0,327*	0,496**	0,134 ⁻	1,017*	0,0965(1)
	0,563*				0,0233(3)
	-0,063				0,0495(2)
Franco suíço	0,392*	0,520**	0,182 ⁻	0,650*	0,1454(1)
	0,658*				0,0542(2)
	0,267				0,0531(3)

* Estatisticamente diferente de zero ao nível de 5%.

* Estatisticamente diferente de um ao nível de 5%.

Valores entre parênteses significam a classificação do modelo.

Analisando a tabela, o autor conclui que:

1) a volatilidade implícita é um estimador viesado da volatilidade futura, na medida em que o intercepto das três regressões é significativamente diferente de zero;

2) a volatilidade contém “a substantial amount of information for future volatility”, na medida em que as inclinações das regressões têm um valor médio da ordem de 0,520, estatisticamente diferente de zero.

Procurando verificar se os modelos GARCH e ingênuo acrescentam informação à informação proporcionada pela volatilidade implícita, o autor faz novas regressões, em que novos termos, correspondentes a esses modelos, são agregados como variável explicativa. Os resultados são apresentados na Tabela 3.8, a seguir.

TABELA 3.8
JORION[1995] - REGRESSÕES COM VOLATILIDADE
IMPLÍCITA E MODELOS HISTÓRICOS

<u>MOEDA</u>	<u>INTERCEPTO</u>	<u>IMPLÍCITA</u>	<u>INGÊNUO</u>	<u>GARCH</u>	<u>R²</u>
Marco	0,303*	0,669*	-0,099		0,1632
	0,401*	0,622*		-0,173	0,1599
Iene	0,322*	0,578*	-0,073		0,1094
	0,042	0,421*		0,474	0,1051
Franco suíço	0,370*	0,647*	-0,097		0,1521
	0,526*	0,609*		-0,240	0,1490

* Estatisticamente diferente de zero ao nível de 5%

+ Estatisticamente diferente de um ao nível de 5%

Os coeficientes dos novos termos não são significativamente diferentes de zero, levando o autor a concluir que “... results indicate that options provide informative forecasts of future volatility that are superior to those of time series models.”

Um outro estudo que compara GARCH com volatilidade implícita é Xu and Taylor[1995], que comparam o poder de previsão da volatilidade derivada de modelos GARCH contra a volatilidade implícita nos prêmios de opções de compra de libras, marcos alemães, ienes e francos suíços negociadas na *PHLX-Philadelphia Stock Exchange*. Os parâmetros são estimados com base numa janela móvel de 250 semanas; a volatilidade prevista corresponde a um período de 4 semanas. O período da análise se estende de janeiro de 1985 a fevereiro de 1992. Prêmios de opções de compra e taxas de câmbio *spot* são simultâneos.

Os modelos considerados foram os seguintes :

- 1) Modelo ingênuo;
- 2) GARCH(1,1), com distribuição normal dos erros;
- 3) GARCH(1,1), com distribuição de erros generalizada (*GED-Generalised Error Distribution*);

4) Volatilidade implícita, estimada com um modelo de estrutura temporal (*term structure*);

5) Volatilidade implícita, estimada com casamento de prazos.

As medidas de qualidade de previsão utilizadas foram o erro médio (*ME*), o erro absoluto médio (*MAE*) e a raiz do erro quadrático médio (*RMSE*). A volatilidade realizada é estimada como a raiz quadrada da soma dos quadrados dos retornos. Os resultados são apresentados na Tabela 3.9, a seguir.

TABELA 3.9

XU AND TAYLOR[1995] - ERROS DAS PREVISÕES

<u>MODELO</u>	<u>ME</u>	<u>MAE</u>	<u>RMSE</u>
• Libra			
Ingênuo	-0,001038(1)	0,033370(5)	0,041493(5)
GARCH, normal	0,001737(2)	0,029240(3)	0,036214(3)
GARCH, ged	0,002015(3)	0,029384(4)	0,036531(4)
Implícita, estr. temp.	0,005234(5)	0,028412(1)	0,032527(1)
Implícita, prazo	0,004447(4)	0,029083(2)	0,033399(2)
• Marco alemão			
Ingênuo	-0,001736(5)	0,032874(5)	0,040840(5)
GARCH, normal	0,001095(4)	0,032247(4)	0,040525(4)
GARCH, Gd	0,000083(1)	0,031692(3)	0,039836(3)
Implícita, estr. temp.	0,000788(3)	0,025364(1)	0,032931(1)
Implícita, prazo	0,000279(2)	0,025945(2)	0,034312(2)
• Iene			
Ingênuo	-0,000217(1)	0,037799(5)	0,045695(5)
GARCH, normal	0,007983(4)	0,030106(3)	0,034854(3)
GARCH, Gd	0,008441(5)	0,030415(4)	0,035267(4)
Implícita, estr. temp.	0,000469(3)	0,025612(1)	0,030865(2)
Implícita, prazo	-0,000369(2)	0,025727(2)	0,030763(1)
• Franco suíço			
Ingênuo	-0,001915(4)	0,028903(5)	0,034371(5)
GARCH, normal	0,000674(2)	0,023740(2)	0,029103(4)
GARCH, Gd	0,000355(1)	0,023654(1)	0,029066(3)
Implícita, estr. temp.	-0,001246(3)	0,024342(4)	0,028720(2)
Implícita, prazo	-0,002130(5)	0,023883(3)	0,028315(1)

Valores entre parênteses significam a classificação do modelo.

Segundo os autores, os dados da tabela “clearly demonstrate the superiority of the two volatility forecasts computed from option prices.”

Quando se consideram o *MAE* e o *RMSE*, esses previsores ocupam sempre os primeiros lugares, exceto no caso do *MAE* do franco suíço.

Além disso, apesar de tais previsores não ocuparem as primeiras posições

pelo ME, os respectivos valores não são estatisticamente diferentes de zero.

Day and Lewis[1992] estudam os retornos semanais do S&P 500 - *Standard & Poor's 500* no período de 730 semanas compreendidas entre o início de 1974 e o final de 1989. Os retornos são calculados com base no preço de fechamento do índice às quartas-feiras. As primeiras 410 semanas são utilizadas para estimar os parâmetros iniciais dos modelos; as 320 últimas, para o exercício de previsão de volatilidade. Os autores comparam o poder previsão dos seguintes modelos :

- 1) Modelo ingênuo
- 2) GARCH(1,1);
- 3) EGARCH(1,1);
- 4) Volatilidade implícita, estimada a partir do preço de fechamento da opção de compra sobre o índice, com menor prazo até o vencimento (superior a 7 dias corridos).

As previsões um passo à frente (*one step ahead*) dos diversos modelos são comparadas com a variância observada em uma semana, estimada segundo duas formas :

- 1) O quadrado do retorno semanal;

2) Variância dos retornos diários durante a semana, multiplicada pelo número de dias úteis na semana.

Foram realizadas regressões das previsões contra os valores observados, obtendo-se os resultados relatados na Tabela 3.10, a seguir.

TABELA 3.10
DAY AND LEWIS[1992] - REGRESSÕES DE VALORES
REALIZADOS CONTRA VALORES PREVISTOS

<u>MODELO</u>	<u>VARIÂNCIA</u> <u>REALIZADA</u>	<u>CONSTANTE</u>	<u>COEFICIENTE</u>	<u>R²</u>
Ingênuo	RQ	0,0004(5,60)	0,129(21,18)	0,094
GARCH(1,1)	RQ	0,0002(1,02)	0,671(2,10)	0,039
EGARCH(1,1)	RQ	0,0000(0,05)	1,075(2,06)	0,022
Implícita	RQ	0,0022(2,22)	0,357(1,82)	0,037
Ingênuo	VS	0,0005(2,90)	0,154(7,58)	0,024
GARCH(1,1)	VS	0,0002(1,07)	1,074(3,34)	0,018
EGARCH(1,1)	VS	-0,0001(-0,48)	1,529(2,58)	0,008
Implícita	VS	0,0005(0,389)	0,718(1,95)	0,026

RQ=retorno ao quadrado; VS=variância semanal. Os valores entre parênteses são estatísticas t, usando correção para heteroscedasticidade.

Os autores não ficam muito entusiasmados com os baixos R² obtidos, e observam que quase todos os coeficientes b₁ são significativos ao nível de 5%. Chamam também a atenção para o fato de que, tomando-se o R² como medida de avaliação das previsões, os modelos GARCH não batem os modelos ingênuos por qualquer das duas medidas de variância *ex-post*, enquanto que o modelo de volatilidade implícita

somente é superior, por pequena margem, ao modelo ingênuo quando a segunda medida de variância ex-post é utilizada.

O último trabalho resenhado nesta seção é Vasilellis and Meade[1996], que analisam a previsão da volatilidade trimestral de 13 ações negociadas na *London Stock Exchange*, no período de março de 1986 a setembro de 1991. Utilizam preços de fechamento diários dessas ações e de opções de compra sobre elas. Vinte e sete modelos são avaliados, a saber :

1) Modelo ingênuo, estimado pelo desvio-padrão dos retornos diários observados nos últimos 3 meses;

2) Média ponderada exponencialmente (*EWMA*), com parâmetro também estimado com base nos retornos diários dos últimos três meses;

3) GARCH(1,1), também estimado com uma janela móvel de três meses;

4) Vinte e quatro modelos de volatilidade implícita. Esses modelos compreendem três alternativas de modelo de precificação de opções, 4 alternativas de ponderação da volatilidade implícita e 2 alternativas de observações.

A volatilidade realizada é estimada pelo desvio-padrão dos retornos diários. Os modelos são avaliados com a utilização do erro quadrático médio (*MSE*). Para cada ação, cada modelo é classificado de acordo com o erro quadrático médio. A média da classificação que cada modelo obtém, ao longo das treze ações, é apresentada na Tabela 3.11, a seguir.

TABELA 3.11
VASILELLIS AND MEADE[1996] - CLASSIFICAÇÃO DOS
MODELOS SEGUNDO O MSE

<u>MODELO</u>	<u>CLASSIF.</u> <u>MÉDIA</u>	<u>CLASSIF.</u> <u>MÍNIMA</u>	<u>CLASSIF.</u> <u>MÁXIMA</u>
• Primeiro grupo			
Implícita #2	4,88	1	11
Implícita #10	6,13	1	16
Implícita #6	6,88	1	18
Implícita #18	6,92	2	17
Implícita #14	7,88	1	17
Implícita #22	8,50	2	24
Implícita #1	9,38	3	20
• Segundo grupo			
Implícita #21	10,25	5	22
GARCH(1,1)	10,42	1	27
Implícita #9	10,46	1	20
Implícita #8	11,04	2	16,5
Média exponencial	12,25	2	26
Implícita #24	12,67	6	18
Implícita #16	12,71	3	19
Ingênuo	13,17	3	27
• Terceiro grupo			
Implícita #5	15,96	4	24
Implícita # 20	16,63	2	23
Implícita # 4	16,79	19	22,5
Implícita # 21	17,42	3	26
Implícita # 13	17,46	12	26
• Quarto grupo			
Implícita #12	17,92	11	24
Implícita #7	19,29	9	25
Implícita #15	20,21	6	27
Implícita #23	20,50	8	24
• Quinto grupo			
Implícita #3	23,71	19	26
Implícita #11	24,29	11	27
Implícita #19	24,33	19	27

Na tabela, os “grupos” significam conjunto de modelos cuja classificação média não é estatisticamente diferente, de acordo com o teste não-paramétrico de Friedman.¹⁷ Observa-se que, no primeiro grupo, somente constam modelos que utilizam volatilidade implícita, enquanto que GARCH, média móvel exponencial e modelo ingênuo se encontram no segundo grupo, caracterizando uma superioridade do modelo de volatilidade implícita sobre os demais.

Kroner, Kneafsey, and Claessens[1995] estudam a volatilidade dos retornos diários para um período de 225 dias corridos, das seguintes mercadorias : cacau, milho, algodão, ouro, prata, açúcar e trigo. O período da análise se estende de janeiro de 1987 a julho de 1991, com as últimas 40 observações sendo utilizadas para o exercício de previsão. A volatilidade realizada é estimada pelo desvio-padrão dos retornos diários no citado período de 225 dias corridos.

Os modelos considerados são :

- um modelo ingênuo, em que a volatilidade futura é estimada como o desvio-padrão dos retornos diários

¹⁷ Detalhes sobre o teste não-paramétrico de Friedman podem ser vistos em Berenson and Levine[1996].

observados nas sete semanas que antecedem o período de previsão;

- três modelos de volatilidade implícita, estimada a partir de opções de compra sobre as *commodities* citadas,¹⁸ a saber:

- volatilidade implícita estimada a partir da opção *nearest to the money*;
- volatilidade implícita estimada com o esquema de Beckers[1981], que escolhe a volatilidade implícita que minimiza a função

$$f(VI) = \sum_{j=1}^N \frac{\partial C_j^*}{\partial \sigma} (C_j - C_j^*)^2 / \sum_{j=1}^N \frac{\partial C_j}{\partial \sigma}, \text{ em que}$$

- VI = volatilidade implícita
- C_j = preço de mercado da opção
- C_j^* = prêmio justo da opção, dado pelo modelo Black-Scholes
- volatilidade implícita média, obtida pela ponderação pelos vegas das opções;

¹⁸ Os prêmios das opções de compra e os preços à vista dos respectivos objetos não são contemporâneos.

- o modelo GARCH(1,1);
- combinação de GARCH(1,1) com volatilidade implícita, segundo dois esquemas :
 - inclusão da volatilidade implícita defasada um período na equação da volatilidade do modelo GARCH(1,1);
 - regressão da volatilidade prevista contra os valores previstos por GARCH(1,1) e volatilidade implícita *nearest-to-the money*.

A volatilidade realizada é estimada pelo desvio-padrão dos retornos diários observados nos 225 dias corridos. A Tabela 3.12, a seguir, apresenta os resultados obtidos por esses autores, com base no Erro Quadrático Médio (*MSE-Mean Square Error*).¹⁹

¹⁹ Os autores não relatam resultados com o Erro Absoluto Médio (*MAE-Mean Absolute Error*), mas registram que as conclusões são as mesmas.

TABELA 3.12
KRONER, KNEAFSEY, AND CLAESSENS[1995] - MEAN
SQUARE ERRORS (x 100)

<u>MODELO</u>	<u>CACAU</u>	<u>ALGODÃO</u>	<u>MILHO</u>	<u>OURO</u>	<u>PRATA</u>	<u>ACÚCAR</u>	<u>TRIGO</u>
1. Ingênuo	1,958(6)	0,080(6)	0,335(6)	0,414(7)	0,363(5)	0,374(4)	0,055(3)
2. Implícita. <i>nearest</i>	0,311(3)	0,018(3)	0,196(3)	0,227(4)	0,231(3)	1,283(7)	0,065(5)
3. Implícita. Beckers	0,300(1)	0,020(4)	0,261(5)	0,216(5)	0,235(4)	0,716(5)	0,066(6)
4. Implícita. regressão	0,301(2)	0,021(5)	0,209(4)	0,219(6)	0,224(2)	0,936(6)	0,062(4)
5. GARCH(1,1)	2,788(7)	0,091(7)	0,399(7)	0,007(2)	0,831(7)	0,295(3)	0,120(7)
6. Combinação. inclusão	1,927(5)	0,015(2)	0,090(2)	0,106(3)	0,145(1)	0,239(2)	0,011(2)
7. Combinação. regressão	1,170(4)	0,012(1)	0,003(1)	0,001(1)	0,441(6)	0,190(1)	0,009(1)

Números entre parênteses significam a classificação do modelo.

Analisando-se a tabela, observa-se que, exceto no caso do cacau, um ou outro dos dois modelos que envolvem combinação de GARCH(1,1) com volatilidade implícita aparece com a melhor classificação. Isso leva os autores a comentarem que “This suggests that options markets are inefficient and/or the option pricing formula we used is incorrect. This implies it is possible that our volatility forecast can be used to identify mispriced options, and a profitable trading rule could be established based on the difference between the ISD-Implied Standard Deviation and the combined forecast.”

O último trabalho resenhado nesta seção é Noh, Engle and Kane[1994]. Em oposição à quase totalidade dos trabalhos que avaliam modelos de previsão de volatilidade, que utilizam medidas estatísticas de

avaliação,²⁰ Noh, Engle and Kane[1994] recorrem a uma medida econômica, qual seja, o lucro a que se chega pela aplicação de uma certa regra de operação (*trading rule*), decorrente das previsões de volatilidade de que se dispõe.

Especificamente, Noh, Engle and Kane[1994] elaboram previsões de volatilidade para o prazo até o vencimento de opções de compra e opções de venda sobre o índice S&P-500, com base no modelo GARCH(1,1), e em regressão da volatilidade realizada contra a volatilidade implícita nessas opções. A partir dessas previsões, comparam o prêmio das opções previsto para o dia seguinte com o seu prêmio de mercado, e simulam a montagem de um *straddle*²¹, diariamente: 1) se o prêmio do *straddle* previsto para o dia seguinte for superior ao prêmio hoje, compre o *straddle*; se inferior, venda-o. A operação é liquidada no dia seguinte. O *straddle* é sempre *nearest-to-the-money* e tem pelo menos quinze dias de prazo até o vencimento. Os prêmios das opções e os preços do índice não são contemporâneos.

²⁰ Uma exceção é Harvey and Whaley[1992], que será resenhado na seção 3.3.

²¹ Um *straddle* é uma estratégia no mercado de opções, que envolve a compra simultânea de uma opção de compra e uma opção de venda, ambas com mesmo vencimento, referenciadas no mesmo ativo-objeto e com mesmo preço de exercício. Quando as opções são no dinheiro (*at-the-money*), a estratégia é delta-neutro (*delta neutral*), no sentido de que um decréscimo no preço à vista do ativo-objeto é exatamente compensado por um acréscimo no preço de mercado da estratégia. Para detalhes, ver Hull[1997].

O período de análise se estende de 03 de novembro de 1986 a 31 de dezembro de 1991. Uma vez que esse período cobre a famosa segunda quinzena de outubro de 1987, os autores relatam os resultados da simulação inclusive e exclusive essa quinzena. Esses resultados estão reproduzidos nas Tabelas 3.13 e 3.14, a seguir. Em ambas, distinguem-se dois painéis : no superior, as taxas de retorno não consideram os respectivos custos de transação (*transaction costs*); no inferior, custos de transação de US\$0,25 por operação. Dentro de cada painel, três “filtros” :

1 - filtro de US\$0,00 : opere diariamente, sem qualquer restrição;

2 - opere apenas se o lucro previsto na operação for superior a US\$0,25;

3 - opere apenas se o lucro previsto for superior a US\$0,50.

Analisando-se inicialmente a Tabela 3.13, que apresenta o retorno diário para todo o período do estudo (3 de novembro de 1986 a 31 de dezembro de 1991), verifica-se que :

- antes dos custos de transação, a estratégia que utiliza o modelo GARCH(1,10) apresenta retorno positivo, significativamente diferente de zero, para todos os filtros,

enquanto que a estratégia que utiliza a previsão dada pela volatilidade implícita não apresenta retornos estatisticamente diferentes de zero;

- após os custos de transação, a estratégia que utiliza a volatilidade implícita apresenta retornos negativos, estatisticamente diferentes de zero, para o filtro de US\$0,00, e retornos não diferentes de zero para os outros dois filtros, enquanto que a estratégia com GARCH(1,1) leva a retornos não diferentes de zero nos dois primeiros filtros e retorno positivo e estatisticamente diferente de zero para o filtro de US\$0,50. Antes e depois dos custos de transação, portanto, GARCH(1,1) conduz a melhores resultados.

Passando para a Tabela 3.14, em que os retornos associados à quinzena do *crash* de outubro de 1987 não são considerados, os autores laconicamente registram que “The rate of return from the GARCH is still higher than that from the implied volatility regressions”. Na realidade, análise mais detalhada dos dados leva à conclusão que :

- antes dos custos de transação, os retornos com ambos os modelos são positivos e estatisticamente diferentes de zero, porém os com o GARCH(1,1) são mais altos;
- após os custos de transação, os retornos referentes à estratégia com volatilidade implícita são estatisticamente negativos com o filtro de US\$0,00 e não diferentes de zero com os outros dois filtros, enquanto o modelo GARCH(1,1) conduz a retornos não estatisticamente diferentes de zero. A conclusão que se tira é que o melhor desempenho obtido pelo GARCH(1,1) no período total da amostra está influenciado pelos resultados obtidos na segunda quinzena de outubro de 1987, período de altíssima volatilidade, como se sabe. Em outras palavras, em linha com a evidência empírica apontada por outros autores,²² a capacidade de previsão de volatilidade dos modelos GARCH é maior em períodos de maior turbulência.

²² Ver, por exemplo, Akigiray[1989].

TABELA 3.13
NOH, ENGLE AND KANE[1994] - RETORNO DIÁRIO (%),
03-NOV-1986 A 31-DEZ-1991

<u>FILTRO</u> <u>(US\$)</u>	<u>G A R C H (1,1)</u>			<u>VOLATILIDADE IMPLÍCITA</u>		
	<u>MÉDIA</u>	<u>DESVIO-</u> <u>PADRÃO</u>	<u>ESTAT.</u> <u>t</u>	<u>MÉDIA</u>	<u>DESVIO-</u> <u>PADRÃO</u>	<u>ESTAT.</u> <u>t</u>
• Antes dos custos de transação						
0,00	1,363	10,736	4,490	0,441	10,812	1,442
0,25	1,645	11,316	4,715	0,329	12,914	0,665
0,50	2,009	11,977	4,952	-0,074	17,650	-0,074
• Após os custos de transação						
0,00	0,189	10,794	0,619	-0,831	10,847	-2,709
0,25	0,486	11,373	1,386	-0,942	12,955	-1,899
0,50	0,885	12,013	2,176	-1,255	17,682	-1,248

TABELA 3.14
NOH, ENGLE AND KANE[1994] - RETORNO DIÁRIO (%),
03-NOV-1986 A 14-OUT-1987 E 01-NOV-1987 A 31-DEZ-1991

<u>FILTRO</u> <u>(US\$)</u>	<u>G A R C H (1,1)</u>			<u>VOLATILIDADE IMPLÍCITA</u>		
	<u>MÉDIA</u>	<u>DESVIO-</u> <u>PADRÃO</u>	<u>ESTAT.</u> <u>t</u>	<u>MÉDIA</u>	<u>DESVIO-</u> <u>PADRÃO</u>	<u>ESTAT.</u> <u>t</u>
• Antes dos custos de transação						
0,00	1,057	7,189	5,175	0,734	7,228	3,576
0,25	1,283	7,251	5,710	0,792	7,105	2,894
0,50	1,575	7,256	6,371	0,955	7,373	2,243
• Após os custos de transação						
0,00	-0,124	7,269	-0,602	-0,544	7,289	-,2628
0,25	0,117	7,332	0,513	-0,487	7,183	-1,760
0,50	0,443	7,308	1,780	-0,243	7,445	-0,566

3.3 - VOLATILIDADE IMPLÍCITA VERSUS VOLATILIDADE HISTÓRICA

Cinco estudos que analisam o poder de previsão da volatilidade implícita serão resenhados, a saber, Gemmil[1986], Scott and Tucker[1989], Feinstein[1989], Wilson and Fung[1990] e Harvey and Whaley[1992].

Gemmil[1986] compara o poder de previsão da volatilidade histórica e de vários esquemas de estimação da volatilidade implícita de opções de compra sobre 13 ações negociadas no mercado de Londres, para as 20 semanas seguintes. O estudo abrange o preço de fechamento das opções de compra e das ações, observado no último dia de cada mês do período de maio de 1978 a julho de 1983.

A volatilidade histórica é medida pelo desvio-padrão dos retornos das ações. Os seguintes esquemas de estimação da volatilidade são considerados :

- 1) o esquema de Chiras and Manaster[1978], que pondera as volatilidades implícitas pelas respectivas elasticidades do prêmio em relação à volatilidade;
- 2) o esquema de Beckers[1981], referido anteriormente;

- 3) a média das volatilidades implícitas;
- 4) a volatilidade implícita da opção mais próxima à situação “no dinheiro” (*nearest the money*);
- 5) a volatilidade implícita da opção mais fora do dinheiro (*farthest out of the money*); e
- 6) a volatilidade implícita da opção mais dentro do preço (*farthest in the money*).

Como medida da qualidade das previsões, o autor considera a raiz do erro quadrático médio (*RMSE*) e o erro absoluto médio (*MAE*). Os resultados são apresentados na Tabela 3.15.

TABELA 3.15
GEMMIL[1986] - ERROS DAS PREVISÕES

<u>ESPECIFICAÇÃO</u>	<u>ME</u>	<u>RMSE</u>	<u>MAE</u>
Histórica	0,0255(3)	0,3202(2)	0,2369(2)
Chiras & Manaster	0,0464(5)	0,3384(4)	0,2464(4)
Beckers	-0,1255(6)	0,5154(7)	0,3710(7)
Média	0,0218(2)	0,3205(3)	0,2419(3)
No dinheiro	-0,0177(1)	0,3573(5)	0,2660(5)
Dentro do dinheiro	0,0339(4)	0,2951(1)	0,2219(1)
Fora do dinheiro	0,1615(7)	0,4321(6)	0,3199(6)

Valores entre parênteses significam a classificação do modelo.

Concentrando a atenção na raiz do erro quadrático médio e no erro absoluto médio, na medida em que o erro médio é apenas uma medida do viés (*bias*), observa-se que a classificação dos esquemas é a mesma. Nota-

se também que apenas a volatilidade implícita da opção “mais dentro do dinheiro” teve melhor poder de previsão que a volatilidade histórica, com uma redução da ordem de 7,8 % e 6,3 %, respectivamente, segundo as duas medidas.

O autor também divide o período total em dois subperíodos iguais, não obtendo resultados diferentes dos relatados acima.

Scott and Tucker[1989] estudam o poder de previsão da volatilidade implícita em opções de compra de libras, dólares canadenses, marcos alemães, ienes e francos suíços, negociadas na *PHLX-Philadelphia Stock Exchange*. O estudo compreende o período de março de 1983 a março de 1987, com um total de 195 observações. Os prêmios das opções de compra e as respectivas taxas de câmbio são coletados simultaneamente.

As volatilidades implícitas seguem três esquemas :

- 1) Ponderação pelo vega de cada opção;
- 2) Regressão por mínimos quadrados ponderados;
- 3) Escolha da opção mais próxima do dinheiro (*nearest the money*).

A avaliação da qualidade da previsão é feita mediante regressão do valor observado da volatilidade (estimada pelo desvio-padrão dos retornos diários) contra o valor previsto, indicado pela volatilidade implícita. Os resultados são apresentados na Tabela 3.16, a seguir.

TABELA 3.16
SCOTT AND TUCKER[1989] - RESULTADOS DE REGRESSÕES

<u>MODELO</u>	<u>CONSTANTE</u>	<u>COEFICIENTE</u>	<u>\bar{R}^2</u>
Vega	0,018*	0,604*	0,488
Regressão	0,024*	0,617*	0,492
No dinheiro	0,025*	0,611*	0,490

Um asterisco indica significância ao nível de 1%.

Os autores ressaltam que os coeficientes são positivos e estatisticamente significativos, independentemente do esquema de escolha da volatilidade implícita. Os coeficientes de determinação ajustados situam-se em torno de 0,490. Para os autores, esse é um valor perfeitamente aceitável, e indicativo de que o mercado prevê a volatilidade com razoável grau de aproximação. Além disso, na medida em que os \bar{R}^2 não divergem muito entre si, argumentam que esquemas mais simples de ponderação de volatilidade implícita devem ser preferidos a esquemas mais complexos.

Procurando investigar se a volatilidade histórica (estimada pelo tradicional desvio-padrão dos retornos diários) acrescenta informação à volatilidade implícita, os autores introduzem esse parâmetro como uma segunda variável explicativa. Os novos resultados são apresentados na Tabela 3.17, a seguir.

TABELA 3.17
SCOTT AND TUCKER[1989] - RESULTADOS DE REGRESSÕES,
INCLUINDO VOLATILIDADE HISTÓRICA

<u>MODELO</u>	<u>CONSTANTE</u>	<u>VOL.IMPL.</u>	<u>VOL.HIST.</u>	<u>\bar{R}^2</u>
Vega	0,020*	0,512*	0,084	0,435
Regressão	0,017*	0,533*	0,110	0,421
No dinheiro	0,022*	0,505*	0,096	0,439

Um asterisco indica significância ao nível de 1%.

Os coeficientes da volatilidade histórica não são estatisticamente diferentes de zero e os coeficientes de determinação ajustados se reduzem, quando comparados ao caso anterior, levando à conclusão que a volatilidade histórica não acrescenta informação à volatilidade implícita.

Feinstein[1989] analisa o poder de previsão da volatilidade para os próximos 57, 38 e 19 dias úteis, de sete esquemas de estimação da volatilidade implícita, contrastando-os com um modelo ingênuo, em que a volatilidade futura é estimada como o desvio-padrão dos retornos dos últimos vinte dias úteis. A série estudada é o contrato futuro do índice

S&P-500, no período global de março de 1983 a setembro de 1988 e no período março de 1983 a setembro de 1987 — antes do *crash* de outubro de 1987, portanto.

Os sete esquemas de volatilidade implícita são descritos a seguir (o autor utiliza preços de fechamento para chegar à volatilidade implícita).

- Volatilidade implícita básica — a volatilidade implícita na opção de compra *just-out-of-the-money*;
- Volatilidade implícita média — a média aritmética das opções de compra com mesmo prazo de vencimento;
- O esquema de Latané and Rendleman[1976], que pondera as volatilidades implícitas pelos respectivos vegas;
- O esquema de Chiras and Manaster[1978], que pondera as volatilidades implícitas pelas respectivas elasticidades do prêmio em relação à volatilidade;
- A volatilidade implícita no prêmio da opção de venda *just-out-of-the-money*;
- A média das volatilidades implícitas da opção de compra *just-out-of-the-money* e da opção de venda *just-out-of-the-money*;

- Volatilidade implícita Atlanta Fed — a média aritmética das volatilidades implícitas das opções de compra *just-out-of-the-money* nos últimos cinco dias.

O autor divide sua análise em análise de viés (*bias analysis*) e análise de eficiência (*efficiency analysis*). A primeira é realizada através do cálculo do erro médio (ME-*Mean Error*); a última, através do Erro Quadrático Médio (MSE-*Mean Square Error*) e do Erro Absoluto Médio (MAE-*Mean Absolute Error*).

A Tabela 3.18 ilustra a análise de viés.

TABELA 3.18
FEINSTEIN[1989] - ERRO MÉDIO

<u>MODELO</u>	<u>MAR'83 A SET'88</u>	<u>MAR'83 A SET'87</u>
• Previsão para 57 dias		
Ingênuo	-0,00201	-0,000210
Básica	-0,00116	-0,000228
Média	-0,00102	-0,000342
Latané-Rendleman	-0,00100	0,000367
Chiras-Manaster	-0,00101	0,000303
<i>Put</i>	-0,00099	0,000321
<i>Put e call</i>	-0,00107	0,000275
Atlanta Fed	-0,00127	0,000222
• Previsão para 38 dias		
Ingênuo	0,004421	0,000598
Básica	0,002917	0,000660
Média	0,003050	0,000826
Latané-Rendleman	0,003104*	0,000900*
Chiras-Manaster	0,003072	0,000760
<i>Put</i>	0,003123	0,000775
<i>Put e call</i>	0,003020	0,000717
Atlanta Fed	0,002605*	0,000614
• Previsão para 19 dias		
Ingênuo	0,000814	0,000212
Básica	0,001440*	0,000746
Média	0,001717*	0,000964
Latané-Rendleman	0,001771*	0,001054*
Chiras-Manaster	0,001880*	0,000973
<i>Put</i>	0,001719*	0,000876
<i>Put e call</i>	0,001580*	0,000811
Atlanta Fed	0,001636*	0,000912

Um asterisco significa valor estatisticamente diferente de zero a 5%.

Analisando a tabela, o autor observa que :

- antes do crash de 1987, e para os três períodos de previsão, todos os estimadores mostraram-se não-

viesados, na medida em que seus erros médios não são significativamente diferentes de zero;

- com a inclusão do crash, os erros são sistematicamente maiores (para o período de 38 dias, chegam a ser quatro vezes maiores) e, para a previsão para 19 dias, os modelos estimam uma volatilidade superior à volatilidade realizada, exceto o modelo ingênuo.

A análise de eficiência com o uso do Erro Quadrático Médio (MSE-*Mean Square Error*) é ilustrada na Tabela 3.19.

TABELA 3.19
FEINSTEIN[1989] - ERRO QUADRÁTICO MÉDIO($\times 10^4$)

<u>MODELO</u>	<u>MAR'83 A SET'88</u>	<u>MAR'83 A SET'87</u>
• Previsão para 57 dias		
Ingênuo	0,925160(8)	0,057465(8)
Básica	0,911502(2)	0,021930(2)
Média	0,913429(3)	0,023230(4)
Latané-Rendleman	0,913626(4)	0,023640(5)
Chiras-Manaster	0,916063(6)	0,022796(3)
<i>Put</i>	0,919392(7)	0,026653(7)
<i>Put e call</i>	0,915179(5)	0,024107(6)
Atlanta Fed	0,898366(1)	0,020959(1)
• Previsão para 38 dias		
Ingênuo	2,089594(8)	0,074591(8)
Básica	0,622101(4)	0,045031(2)
Média	0,613298(2)	0,046580(5)
Latané-Rendleman	0,613702(3)	0,046010(4)
Chiras-Manaster	0,629718(6)	0,048418(7)
<i>Put</i>	0,636279(7)	0,047388(6)
<i>Put e call</i>	0,628733(5)	0,045916(3)
Atlanta Fed	0,411145(1)	0,037958(1)
• Previsão para 19 dias		
Ingênuo	0,133162(8)	0,054929(1)
Básica	0,091484(1)	0,062446(2)
Média	0,104832(4)	0,065595(4)
Latané-Rendleman	0,105135(5)	0,067284(7)
Chiras-Manaster	0,120698(7)	0,066718(6)
<i>Put</i>	0,110382(6)	0,065824(5)
<i>Put e call</i>	0,100337(2)	0,063854(3)
Atlanta Fed	0,102795(3)	0,070297(8)

Observa-se que, exceto no curto prazo (previsão para 19 dias) e na situação *pré-crash*, os modelos de volatilidade implícita batem o modelo ingênuo. A primeira classificação que o modelo ingênuo obtém nesse caso pode ser uma indicação, conforme o Autor, que "... the naive predictor

functions well over short horizons in normal circumstances...” Nota-se, também, que o esquema mais simples de volatilidade implícita — aquele que o Autor denomina de volatilidade implícita básica, isto é, considerar a volatilidade implícita na opção de compra *just-out-of-the-money* — somente perde para o esquema que utiliza a média das volatilidades das opções de compra *just-out-of-the-money*, observadas nos últimos cinco dias.

A análise de eficiência sob a ótica do Erro Absoluto Médio (MAE- *Mean Absolute Error*) encontra-se na Tabela 3.20, a seguir. Por ela, percebe-se que as mesmas considerações feitas quando da utilização do Erro Quadrático Médio continuam aplicáveis, exceto que, agora, o modelo ingênuo também ocupa a primeira colocação no curto prazo (19 dias) quando todo o período da amostra é levado em conta.

TABELA 3.20
FEINSTEIN[1989] - ERRO ABSOLUTO MÉDIO

<u>MODELO</u>	<u>MAR'83 A SET'88</u>	<u>MAR'83 A SET'87</u>
• Previsão para 57 dias		
Ingênuo	0,003750(8)	0,001914(8)
Básica	0,003463(2)	0,001158(2)
Média	0,003576(4)	0,001246(5)
Latané-Rendleman	0,003592(6)	0,001269(6)
Chiras-Manaster	0,003590(5)	0,001210(3)
<i>Put</i>	0,003658(7)	0,001299(7)
<i>Put e call</i>	0,003556(3)	0,001223(4)
Atlanta Fed	0,003317(1)	0,001122(1)
• Previsão para 38 dias		
Ingênuo	0,005504(8)	0,001982(8)
Básica	0,003617(2)	0,001554(2)
Média	0,003715(4)	0,001675(6)
Latané-Rendleman	0,003719(5)	0,001686(7)
Chiras-Manaster	0,003787(6)	0,001673(5)
<i>Put</i>	0,003806(7)	0,001648(4)
<i>Put e call</i>	0,003712(3)	0,001601(3)
Atlanta Fed	0,003275(1)	0,001471(1)
• Previsão para 19 dias		
Ingênuo	0,002274(1)	0,001820(1)
Básica	0,002305(2)	0,001851(2)
Média	0,002469(4)	0,001924(4)
Latané-Rendleman	0,002511(6)	0,002000(7)
Chiras-Manaster	0,002644(8)	0,001949(6)
<i>Put</i>	0,002547(7)	0,001934(5)
<i>Put e call</i>	0,002426(3)	0,001892(3)
Atlanta Fed	0,002490(5)	0,002004(8)

Wilson and Fung[1990] analisam o poder de previsão da volatilidade implícita em opções de compra sobre contratos futuros de grãos, conforme abaixo :

- contrato futuro de soja, com vencimento em novembro de 1985 e novembro de 1986, negociados na CBT-*Chicago Board of Trade*;
- contrato futuro de milho, com vencimento em dezembro de 1985 e dezembro de 1986, também negociado na CBT-*Chicago Board of Trade*;
- contrato futuro de trigo, com vencimento em julho de 1985 e julho de 1986, negociado na KCBT-*Kansas City Board of Trade*; e
- contrato futuro de trigo, com vencimento em julho de 1985 e setembro de 1986, negociado na MGE-*Minneapolis Grain Exchange*.

Cada contrato envolve cerca de 190 observações diárias; o respectivo vencimento foi escolhido de modo a coincidir com o período da safra de cada mercadoria. A volatilidade realizada foi estimada como o desvio-padrão dos retornos diários do preço futuro. Os preços utilizados na estimativa da volatilidade implícita não são contemporâneos.

Os autores utilizaram duas metodologias para avaliação da qualidade da previsão. A primeira envolveu correlação entre a volatilidade

implícita e a volatilidade histórica para várias defasagens (*lags*) e antecipações (*leads*), medidas em dias. A volatilidade histórica foi estimada pelo desvio-padrão dos retornos diários observados nos últimos vinte dias. O raciocínio implícito nessa metodologia é que, se a volatilidade implícita é um bom previsor da volatilidade futura, a correlação entre a volatilidade implícita e a volatilidade histórica com antecipações (*leads*) deveria superior à correlação com a volatilidade histórica com defasagens (*lags*). Os resultados são apresentados na Tabela 3.21.

TABELA 3.21
WILSON AND FUNG[1990] - CORRELAÇÃO ENTRE
VOLATILIDADE IMPLÍCITA E VOLATILIDADE HISTÓRICA

<i>t+n</i>	<u>M I L H O. C B T</u>		<u>S O J A. C B T</u>		<u>T R I G O. K C B T</u>		<u>T R I G O. M G E</u>	
	1985	1986	1985	1986	1985	1986	1985	1986
t+10	0.35*	0.61*	0.40*	0.67*	-0.04	0.73*	0.23*	0.05
t+5	0.39*	0.65*	0.28*	0.83*	-0.01	0.94*	0.25*	0.22
t+2	0.41*	0.65*	0.23*	0.85*	0.02	0.96*	0.28*	0.29*
t+1	0.42*	0.65*	0.21*	0.84*	0.05	0.96*	0.29*	0.30*
t	0.42*	0.64*	0.20*	0.83*	0.07	0.96*	0.30*	0.35*
t-1	0.42*	0.64*	0.20*	0.80*	0.05	0.95*	0.31*	0.39*
t-2	0.41*	0.63*	0.20*	0.77*	0.02	0.93*	0.31*	0.42*
t-5	0.35*	0.60*	0.19*	0.62*	-0.09	0.80*	0.31*	0.51*
t-10	0.19*	0.50*	0.15*	0.29*	-0.19	0.57*	0.22*	0.66*

Um asterisco significa valor estatisticamente diferente de zero a 10%.

Analisando esses resultados, os autores chamam a atenção para as relativamente altas correlações observadas no contrato de trigo negociado na *KCBT*, com vencimento em 1986, seguidas pelos contratos

de soja e milho, também com vencimentos em 1986 — indicativas de poder de previsibilidade futura. Nesses contratos, também se verifica que a mais alta correlação obtida com antecipações (0,85 para $t+2$ no caso de soja, vencimento em 1986) normalmente é maior que a mais alta correlação obtida com defasagens (0,80, nesse mesmo contrato).

A segunda metodologia aplicada pelos autores recorre aos modelos abaixo :

- $ASD_{it} = \beta_0 + \beta_1 ISD_{it} + e_{it}$
- e
- $ASD_{it} = \delta_0 + \delta_1 ISD_{it} + \delta_2 HSD_{t-n} + E_{it}$,

em que

- ASD_{it} = volatilidade realizada do contrato futuro i , entre t e o vencimento da respectiva opção de compra;
- ISD_{it} = volatilidade implícita na opção compra referenciada no contrato futuro i , entre t e o vencimento da opção;
- HSD_{it-n} = volatilidade histórica do contrato futuro i , computado n dias antes do dia t .

Se a volatilidade histórica não agrega informação à volatilidade implícita, o termo aleatório E_{it} não deveria ser significativamente diferente de e_{it} . Os autores então concebem uma estatística que testa formalmente essa hipótese, a qual se consubstancia na estatística t , relatada na Tabela 3.22, que também contempla a ordem das estruturas autoregressivas consideradas na formulação da estatística citada. Todos os valores são significativos a 5%, concluindo-se que “implied volatility captures insufficient information about actual volatility and that incorporating data such as historical volatility improves the forecast of the actual volatility over the remaining life of the contract”, nas palavras dos próprios autores.

TABELA 3.22
WILSON AND FUNG[1990] - ESTATÍSTICAS t

<u>ESTRUT.</u> <u>AUTO-</u> <u>REGRES-</u> <u>SIVA</u>	<u>SOJA</u> <u>1985</u>	<u>MILHO</u> <u>1985</u>	<u>TRIGO</u> <u>KCBT</u> <u>1985</u>	<u>TRIGO</u> <u>MGE</u> <u>1985</u>	<u>SOJA</u> <u>1986</u>	<u>MILHO</u> <u>1986</u>	<u>TRIGO</u> <u>KCBT</u>
• Primeira ordem							
HSD _{t-1}	6.01	15.65	6.31	4.48	2.80	16.93	6.30
HSD _{t-10}	10.42	13.18	6.09	8.55	2.79	7.41	5.38
Observ.	196	145	110	140	191	169	38
• Segunda ordem							
HSD _{t-1}	3.31	15.54	2.02	4.72	2.77	17.70	5.51
HSD _{t-10}	5.73	13.09	1.96	8.71	2.76	9.75	4.71
Observ.	194	142	104	139	186	162	33
• Terceira ordem							
HSD _{t-1}	6.26	15.37	5.93	4.58	2.72	17.98	5.62
HSD _{t-10}	10.77	12.95	5.72	8.74	2.71	7.43	4.81
Observ.	192	139	98	138	181	155	30

Por fim, Harvey and Whaley[1992] estudam o poder de previsão da volatilidade implícita de opções de compra e opções de venda sobre o índice S&P-100. Para isso, utilizam *transaction data* dessas opções, obtidos junto à CBOE-Chicago Board Options Exchange, onde elas são negociadas. Os preços do respectivo índice-objeto, utilizados na estimativa da volatilidade implícita, são contemporâneos com os prêmios das opções. Somente opções de compra e opções de venda *nearest-to-the-money* foram consideradas. O período analisado foi o de outubro de 1985 a julho de 1989.

Em vez de medidas estatísticas de qualidade de previsão, os autores desenvolveram alguns testes preliminares, pelos quais puderam determinar que a volatilidade implícita era previsível, estatisticamente. A partir dessa constatação, simularam a realização de operações delta-neutro (*delta neutral*), obedecendo à seguinte regra : se a volatilidade prevista para amanhã é superior (inferior) à volatilidade implícita, compre (venda) opções. No dia seguinte, desfça a operação. A Tabela 3.23 apresenta os resultados dessa simulação, nas alternativas antes e depois dos custos de transação. Cada uma dessas alternativas, por sua vez, contempla três regras de operação (*trading rules*) : negocie todos os dias, negocie caso o

lucro previsto seja superior a US\$0,25 e negocie caso o lucro previsto seja superior a US\$0,50. Observa-se que, antes dos custos de transação, a estratégia apresenta lucros médios positivos e estatisticamente diferente de zero, apesar dos altos desvios-padrão, indicando que de maneira nenhuma esse lucro é “garantido”. Quando os custos de transação são considerados, contudo, esses lucros não mais se tornam estatisticamente diferentes de zero. “Our results support the notion that S&P-100 Index option market is allocationally efficient”, finalizam os autores.

TABELA 3.23

HARVEY AND WHALEY[1992] - RETORNO MÉDIO DIÁRIO(%)

<u>FILTRO(US\$)</u>	<u>CALL ou PUT</u>	<u>RETORNO MÉDIO</u>	<u>DESVIO- PADRÃO</u>	<u>ESTATÍSTICA t</u>
• Antes dos custos de transação				
0,00	Ambas	1,380	10.878	5,20
	Call	1,283	11.254	3,30
	Put	1,476	10.496	4,07
0,25	Ambas	2,339	12.491	4,53
	Call	2,257	13.425	3,02
	Put	2,439	11.274	3,51
0,50	Ambas	3,799	13.872	3,86
	Call	3,330	13.135	2,68
	Put	4,402	14.823	2,77
• Após os custos de transação				
0,00	Ambas	-1,525	10.946	-5,71
	Call	-1,657	11.180	-4,29
	Put	-1,394	10.713	-3,77
0,25	Ambas	-0,252	12.484	-0,49
	Call	-0,433	13.301	-0,58
	Put	-0,031	11.432	-0,04
0,50	Ambas	1,525	13.670	1,57
	Call	0,934	12.725	0,78
	Put	2,284	14.839	1,44

CAPÍTULO 4

TESTES EMPÍRICOS

Neste capítulo, relatamos os resultados obtidos em nossa pesquisa. Na primeira seção, indicamos os modelos estudados; na segunda e na terceira, os resultados empíricos propriamente ditos.

4.1 - OS MODELOS UTILIZADOS

Nosso estudo focalizou a volatilidade dos retornos diários do Contrato Futuro de Ibovespa, negociado na BM&F—Bolsa de Mercadorias e Futuros. Esse contrato apresenta alta liquidez, com o terceiro maior em volume de negociação naquela Bolsa em 1996 (média de sessenta mil contratos por dia), conforme Tabela 4.1, a seguir.

TABELA 4.1
CONTRATOS NEGOCIADOS NA BM&F(*) - 1996

<u>CONTRATO</u>	<u>CONTRATOS NEGOCIADOS</u>	<u>VOL. FIN. US\$MIL</u>
Futuro de DI de 1 dia	49.541.598	2.752.025.952
Futuro de dólar comercial	43.827.484	1.150.963.586
Futuro de IBOVESPA	15.122.751	266.947.066
Opção de compra de disponível de dólar com.	4.976.854	178.795
Futuro de dólar flutuante	1.304.651	27.049.513
Futuro de C-Bond	608.798	39.526.905
Opção de venda de futuro de DI de 1 dia	559.591	13.092
Futuro de ouro	219.567	2.776.825
Opção de compra de futuro de DI de 1 dia	201.950	7.270
Opção de venda de disponível de ouro	198.280	128.775
Opção de compra de disponível de ouro	164.809	96.319
Opção de compra de futuro de IBOVESPA	164.012	190.333
Disponível de ouro	138.896	440.791
<u>Opção de compra de disponível de dólar flut.</u>	<u>129.650</u>	<u>11.022</u>
TOTAL	117.158.891	4.240.356.244

(*) Contratos com volume médio diário superior a 500 contratos, negociados no sistema de pregão. Fonte : BM&F - Bolsa de Mercadorias e Futuros.

O vencimento do contrato futuro em foco se dá na quarta-feira mais próxima dos meses pares. A quantidade de vencimentos em aberto pode ser no máximo de seis, mas somente o primeiro contrato a vencer tem liquidez efetiva.²³

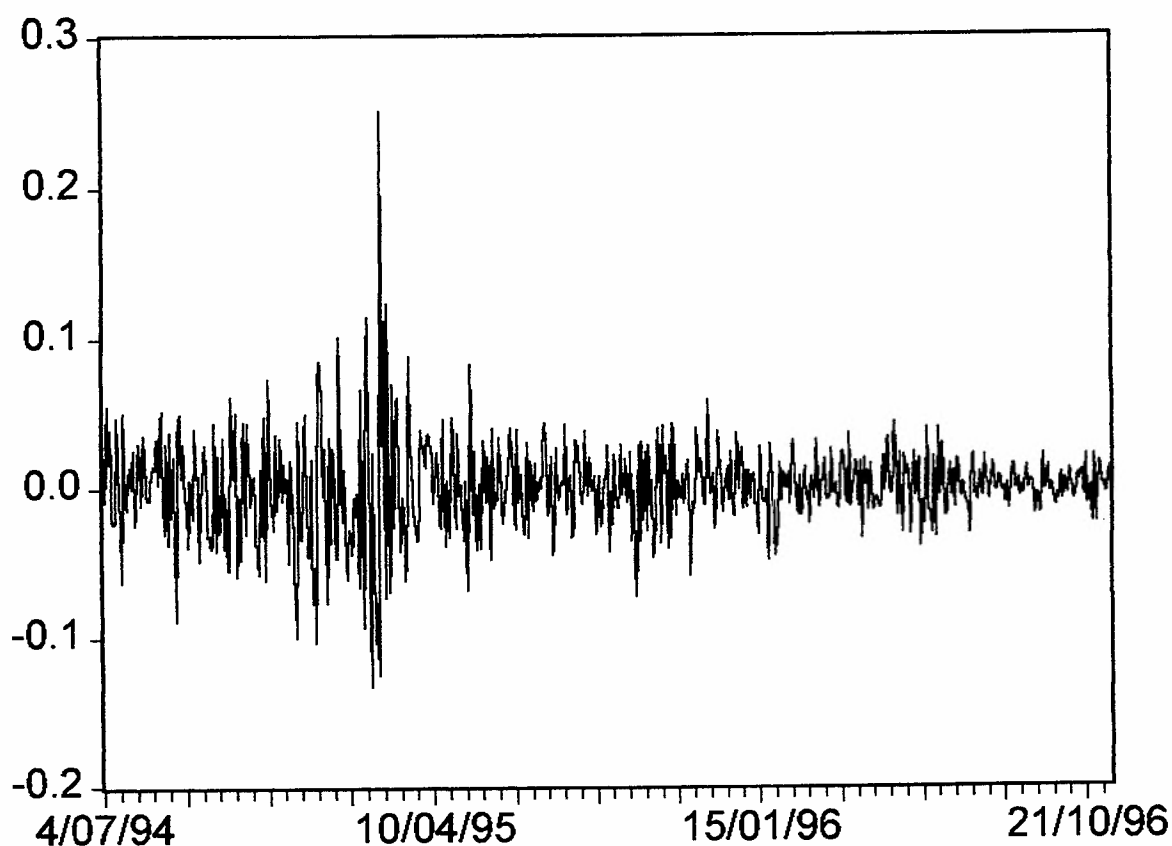
Os retornos diários foram estimados como o logaritmo natural da razão entre os preços de fechamento de dois pregões sucessivos :

- $r_t = \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right)$
- P_t = preço de fechamento diário do contrato futuro de IBOVESPA

²³ As especificações completas desse contrato encontram-se no Apêndice 1.

O período de estudo compreendeu de 04 de julho de 1994 a 05 de fevereiro de 1997, num total de 641 retornos. A Figura 4.1, a seguir, mostra o desenvolvimento desses retornos. Por ela, observam-se duas características usuais em séries de retornos diários de variáveis financeiras, a saber, retorno médio próximo de zero e agrupamento de volatilidade (*volatility clustering*). Claramente, a volatilidade ao longo do primeiro semestre de 1995 é bastante superior à do restante do período analisado.

Figura 4.1 - Retornos Diários



A volatilidade, por sua vez, foi estimada pelo desvio-padrão dos retornos diários de cada intervalo de 25 dias úteis compreendidos no período de estudo:

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{\sum_{j=0}^{24} (r_{t-j} - \bar{r})^2}{24}}$$

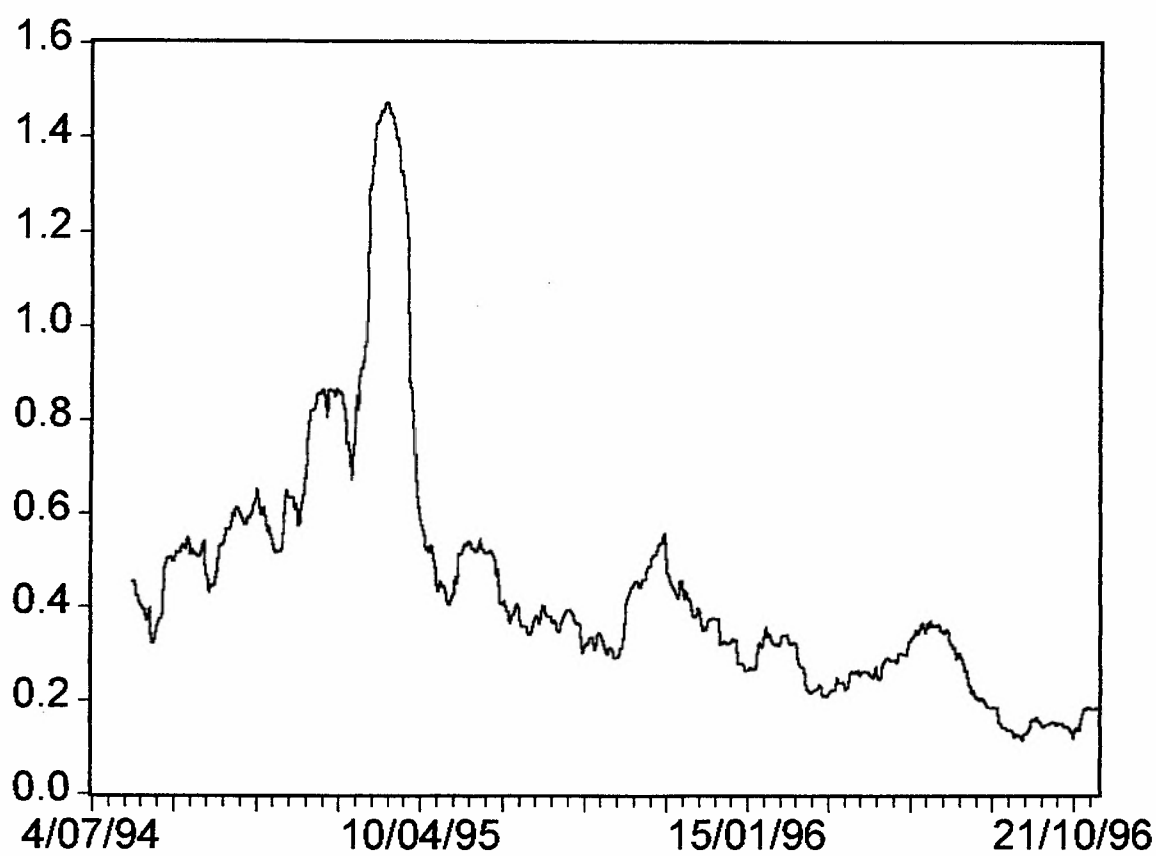
O ano compreendido pelo segundo semestre de 1994 e o primeiro semestre de 1995 foi utilizado para a estimação da volatilidade prevista para o primeiro intervalo de 25 dias úteis do segundo semestre de 1995, de modo que temos um total de 366 “observações”²⁴ da volatilidade, abrangendo o período de dezoito meses existentes entre agosto de 1995 e janeiro de 1997.

A Figura 4.2 mostra essa volatilidade realizada, cujos valores os modelos a seguir descritos tentarão prever. Observa-se, conforme o gráfico dos retornos diários já tinha sugerido, que a volatilidade realizada no primeiro semestre de 1995 é anormalmente alta, particularmente em março de 1995. Esse é o mês em que finalmente os reflexos da crise do balanço de pagamentos do México, ocorrida no final de 1994, se abateram sobre a economia brasileira, levando nossas autoridades econômicas a

²⁴ As aspas devem-se, é claro, ao fato de a volatilidade não ser realmente observável.

rever os limites da banda cambial dentro da qual a taxa de câmbio Reais por Dólar Americano se vinha mantendo.

Figura 4.2 - Volatilidade Realizada (ao ano)



- **Modelo “Ingênuo”**

Essa é a formulação mais simples que consideramos. Trata-se de uma extensão, para o âmbito da volatilidade, do famoso *martingale model* de formação de preços de ativos financeiros :

$$E\left[P_{t+1}|P_t, P_{t-1}, \dots\right] = P_t ,$$

P_t = o preço do ativo no período t .

Segundo essa hipótese, o preço esperado para amanhã é o preço do ativo hoje, dada a história dos preços. No contexto de volatilidade, esse modelo toma a forma

$$E\left[\sigma_{t+1}|\sigma_t, \sigma_{t-1}, \dots\right] = \sigma_t ,$$

em que σ_t é a volatilidade realizada no período t , conforme definida anteriormente. Em palavras, a melhor estimativa para a volatilidade do próximo período de 25 dias é a volatilidade realizada no período de 25 dias que hoje se encerra.

- **RiskMetrics™**

Conforme elaboramos no Capítulo 2, o JPMorgan, em seu famoso sistema de estimação do *Var-Value at Risk*, estima a volatilidade através

de um sistema de média móvel ponderada exponencialmente (*ewma*, *exponentially weighted moving average*) :

$$\sigma_{t,t+1} = \lambda \sigma_{t-1,t}^2 + (1 - \lambda) r_t^2, \quad 0 < \lambda < 1,$$

isto é, a expectativa da volatilidade para amanhã, formada hoje, é uma média ponderada da expectativa da volatilidade para hoje, formada ontem, e da inovação observada hoje.

Seguindo o RiskMetrics™ adotamos o valor de $\lambda=0,94$ e extrapolamos a volatilidade diária para a volatilidade para 25 dias com a aplicação da “regra da raiz quadrada” :

$$\sigma_{t,t+25} = \sigma_{t,t+1} \sqrt{25},$$

$$\sigma_{t,t+25} = \text{estimativa da volatilidade para o}$$

período de 25 dias que se encerra no dia $t+25$, realizada no dia t . A estimativa de $\sigma_{t,t+1}$ foi elaborada com uma janela móvel de 150 dias,

também seguindo as recomendações do RiskMetrics™.

- GARCH

O terceiro modelo que estudamos foi o popular GARCH(1,1), associado a Engle[1982] e Bollerslev[1986], descrito no Capítulo 2.

Estimamos os parâmetros desse modelo para cada um dos 366 dias úteis compreendidos entre julho de 1995 e dezembro de 1996, com a utilização de uma “janela móvel” de 250 observações. A primeira volatilidade prevista é aquela correspondente ao primeiro período de 25 dias úteis do segundo semestre de 1995; a última, para o primeiro período de 25 dias úteis de 1997. A volatilidade prevista para cada período de 25 dias foi tomada como a média da volatilidade prevista para cada um dos 25 dias seguintes.²⁵

Às equações da média e da volatilidade, contempladas no GARCH(1,1), acrescentamos as seguintes variáveis artificiais (*dummy variables*):²⁶

- segunda, terça, quinta e sexta, que procuram captar o efeito dia da semana, também algumas vezes observado em contratos futuros de índice;²⁷

²⁵ Esse é o procedimento também utilizado por, por exemplo, Noh, Engle and Kane[1994].

²⁶ A utilização dessas variáveis foi sugerida por Pedro Valls Pereira, do IME-Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo. Elas vieram a se mostrar fundamentais na obtenção do desempenho do modelo GARCH, relatado na seção 4.3.

²⁷ Ver Sofianos[1994].

- dias até o vencimento do contrato futuro, que procura captar o efeito dia de vencimento do contrato (*expiration day effect*), registrado, por exemplo, em Sofianos[1994];
- março de 1995, que procura refletir a altíssima volatilidade observada nesse mês, sobre que já nos referimos anteriormente.

Os parâmetros foram estimados com a aplicação do procedimento de Newey and West[1987] para levar em conta autocorrelação e heteroscedasticidade dos erros.

• VOLATILIDADE IMPLÍCITA

O quarto modelo estudado foi o modelo da volatilidade implícita. Conforme elaborado no Capítulo 2, esse conceito trabalha “ao contrário” com algum modelo de precificação de opções. Em sua forma usual, um modelo de precificação de opções utiliza a volatilidade do ativo-objeto como um *input*, gerando então o chamado preço justo da opção. Trabalhando-se “ao contrário”, o preço de mercado da opção é agora

considerado um *input*, e se procura verificar qual a volatilidade que gera aquele preço de mercado observado.²⁸

Utilizamos preços de fechamento das opções de compra sobre o contrato futuro de Ibovespa, negociadas na BM&F.²⁹ Essas opções são do tipo americana, e tiveram sua primeira negociação em 24-10-1994. Seu volume médio de negociação em 1996 foi de 650 contratos por dia.³⁰ Para diminuir os problemas associados à “estrutura temporal da volatilidade implícita” (*term structure of implied volatility*), trabalhamos apenas com as opções de prazo até o vencimento igual ou inferior a 30 dias.³¹ Utilizamos a volatilidade implícita da opção com preço de exercício mais próximo ao preço futuro do dia (*nearest to the money option*). A volatilidade implícita foi calculada com a aproximação de Baroni-Adesi & Whaley para precificação de opções americanas sobre contratos futuros.³² A taxa de juros adotada foi a taxa SELIC.

²⁸ Mayhew[1995] revê a literatura correspondente.

²⁹ Idealmente, usariamos preços contemporâneos das opções de compra e dos contratos futuros de Ibovespa. Esses dados, contudo, não são disponíveis.

³⁰ As especificações desse contrato se encontram no Apêndice 2.

³¹ As idéias associadas à estrutura temporal da volatilidade implícita podem ser vistas em Chriss[1997] e em Xu and Taylor[1994], entre outros. Quando trabalhamos com todos os prazos, o desempenho do modelo de volatilidade implícita, relatado na seção 4.3, piorou. Os resultados não serão relatados.

³² Ver Baroni-Adesi and Whaley[1987]. André Dauben, ex-aluno da EAESP/FGV e atual Mestrando do IME/USP, ajudou-nos na elaboração do respectivo “macro”, pelo que agradecemos.

• COMBINAÇÃO DE PREVISÕES

O quinto e sexto modelos estudados foram uma combinação das previsões de volatilidade derivadas dos modelos RiskMetrics™ e GARCH com o modelo da Volatilidade Implícita. A idéia central é combinar uma previsão dada por um modelo que utiliza dados históricos – RiskMetrics™ e GARCH, o passado – com um outro, associado a expectativas quanto ao futuro – a volatilidade implícita. Adotamos uma média aritmética simples das previsões como a “previsão combinada”.

4.2 - TESTES PRELIMINARES

A série de retornos diários foi submetida a alguns testes, usuais em estudos da natureza do presente.³³ Esses testes envolvem teste de normalidade, teste de autocorrelação e teste de raiz unitária. Os testes foram aplicados ao período total estudado (julho de 1995 a janeiro de 1997), ao período com dados de que o primeiro modelo GARCH foi estimado (julho de 1994 até julho de 1995), ao período de dez meses compreendido entre agosto de 1995 e abril de 1996, e ao período de nove meses compreendido entre maio de 1996 e janeiro de 1997.

³³ Ver, por exemplo, Eid Jr.[1995].

A Tabela 4.2 mostra estatísticas descritivas dos retornos diários, além da estatística de Jarque-Bera, que testa a normalidade dos mesmos.

TABELA 4.2
RETORNOS DIÁRIOS - ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS E
TESTE DE NORMALIDADE

<u>ESPECIFICAÇÃO</u>	<u>JUL'94 -</u> <u>JAN'97</u>	<u>JUL'94 A</u> <u>JUN'95</u>	<u>JUL'95 A</u> <u>ABR'96</u>	<u>MAI'96 A</u> <u>JAN'97</u>
Quant. observações	641	250	208	183
Média	0,000173	-0,001149	0,000566	0,001510
Mediana	0,000000	-0,002043	0,000000	0,000753
Máximo	0,251314	0,251314	0,058998	0,043972
Mínimo	-0,133108	-0,133108	-0,072377	-0,039494
Desvio padrão	0,031481	0,044480	0,022210	0,014677
Assimetria	0,587148	0,640500	-0,257418	-0,035487
Curtose	10,81829	6,871835	3,146904	3,358077
Jarque-Bera	1666,792	172,5577	2,496127	1,016080
Valor-p	0,000000	0,000000	0,287060	0,601674

Concentrando a atenção, inicialmente, no período total (julho de 1994 a janeiro de 1997), os resultados usuais de estatísticas descritivas de séries financeiras emergem : retorno médio próximo de zero (0,0173% ao dia), um certo grau de assimetria (0,587148) e elevada curtose (10,81829). Os dois últimos parâmetros sugerem a não-normalidade dos retornos, confirmada pela alta estatística de Jarque-Bera (1666,792). Esse “padrão geral” é confirmado no período de julho de 1994 a junho de 1995 (o período no qual os parâmetros do primeiro modelo GARCH são estimados), enquanto que isso não acontece nos período de julho de 1995

a abril de 1996 e de maio de 1996 a janeiro de 1997 : a hipótese de normalidade dos retornos não pode ser rejeitada (estatísticas de Jarque-Bera de 2,496127 e 1,016080, com *p-values* de 0,287060 e 0,601674, respectivamente). Em outras palavras, a não-normalidade dos retornos, observada no período total do estudo (julho de 1994 a janeiro de 1997) é devida ao período de julho de 1994 a junho de 1995.

A tabela 4.3 mostra os resultados de testes de autocorrelação dos retornos. Comentários semelhantes aos associados à tabela 4.2 também se aplicam agora : a rejeição da hipótese de não autocorrelação dos retornos no período total da análise (julho de 1994 a janeiro de 1997, estatística $Q(20)$ igual a -0,086 com um *p-value* de 0,001) está associada à rejeição da hipótese no primeiro ano da amostra (julho de 1994 a junho de 1995, estatística $Q(20)$ igual a -0,099 significativa a 5%), uma vez que no período restante a hipótese não pode ser rejeitada a 5% (*p-values* de 0,215 e 0,387, respectivamente).

TABELA 4.3
RETORNOS DIÁRIOS - TESTES DE AUTOCORRELAÇÃO

<u>ESPECIFICAÇÃO</u>	<u>JUL'94 A</u> <u>JAN'97</u>	<u>JUL'94 A</u> <u>JUN'95</u>	<u>JUL'95 A</u> <u>ABR'96</u>	<u>MAI'96 A</u> <u>JAN'97</u>
Quant. observações	641	250	208	183
Estatística Q(20)	-0,086	-0,099	-0,091	-0,014
Valor-p	0,001	0,034	0,215	0,387

Partindo agora para testes de raiz unitária, os resultados apresentados na tabela 4.4 nos fazem rejeitar, em todos os períodos, a hipótese de não-estacionariedade dos retornos, indicando não haver necessidade de trabalharmos com as primeiras diferenças dos valores da série de retornos diários do contrato futuro de Ibovespa.³⁴

TABELA 4.4
RETORNOS DIÁRIOS - TESTES DE RAIZ UNITÁRIA

<u>ESPECIFICAÇÃO</u>	<u>JUL'94 A</u> <u>JAN'97</u>	<u>JUL'94 A</u> <u>JUN'95</u>	<u>JUL'95 A</u> <u>ABR'96</u>	<u>MAI'96 A</u> <u>JAN'97</u>
Quant. observações	641	250	208	183
Estatística ADF	-13,84284	-8,674270	-7,594794	-6,712901
Valor crítico a 1%	-2,5689	-2,5740	-2,57754	-4,0109

³⁴ Pereira[1997] nos alerta que “Testes de raiz unitária são usados neste contexto para verificar se a variância é finita, visto que estes testes são sensíveis a quebras estruturais e *span* dos dados — este último, crucial, pois a potência destes testes é função do *span* e não da frequência dos dados.”

4.3 - PREVISÃO DE VOLATILIDADE

Avaliamos o poder de previsão da volatilidade dos modelos analisados segundo um enfoque estatístico e segundo um enfoque econômico. O enfoque estatístico envolveu :

1) análise de eficiência , através da verificação da Raiz do Erro Quadrático Médio (*RMSE-Root Mean Square Error*), da Raiz do Erro Quadrático Percentual Médio (*RMSPE-Root Mean Square Percent Error*), do Erro Absoluto Médio (*MAE-Mean Absolute Error*) e do Erro Absoluto Percentual Médio (*MAPE-Mean Absolute Percent Error*);

2) regressão dos valores realizados contra os valores previstos.

O enfoque econômico consistiu na simulação da realização de operações delta-neutro (*delta neutral*), sugeridas pelas previsões de volatilidade a que chegamos.

Os resultados associados às duas abordagens acima serão a seguir relatados, na ordem.

• ANÁLISE DE EFICIÊNCIA

Os erros nas previsões, segundo as quatro medidas citadas anteriormente, estão apresentados na Tabela 4.5, que contém três “painéis” : “a”, considerando-se os dezoito meses para os quais temos previsão de volatilidade (de agosto de 1995 a janeiro de 1997); “b”, o período de nove meses de agosto de 1995 a abril de 1996, e “c”, de maio de 1996 a janeiro de 1997 (nove meses, também).

TABELA 4.5
COMPARAÇÃO DAS PREVISÕES

<u>MODELO</u>	<u>RMSE</u>	<u>RASPE</u>	<u>MAE</u>	<u>MAPE</u>
a) AGOSTO DE 1995 A JANEIRO DE 1997				
Modelo Ingênuo	8.42%(5)	33.16%(3)	6.74%(4)	25.60%(3)
RiskMetrics	7.95%(2)	32.80%(2)	6.38%(2)	24.83%(2)
GARCH	6.60%(1)	32.53%(1)	5.41%(1)	22.89%(1)
Volatilidade Implícita	11.33%(6)	61.61%(6)	9.13%(6)	45.76%(6)
RiskMetrics & Vol. Implícita	8.22%(3)	46.00%(4)	6.55%(3)	33.35%(4)
GARCH & Vol. Implícita	8.33%(4)	49.40%(5)	6.79%(5)	35.62%(5)
b) AGOSTO DE 1995 A ABRIL DE 1996				
Modelo Ingênuo	9.55%(4)	28.24%(3)	7.79%(4)	23.32%(3)
RiskMetrics	8.96%(3)	26.95%(2)	7.32%(3)	22.04%(2)
GARCH	6.48%(1)	21.49%(1)	5.43%(1)	16.89%(1)
Volatilidade Implícita	11.05%(6)	37.63%(6)	8.52%(6)	28.79%(6)
RiskMetrics & Vol. Implícita	10.37%(5)	33.88%(5)	8.01%(5)	26.91%(5)
GARCH & Vol. Implícita	8.85%(2)	31.75%(4)	7.25%(2)	25.15%(4)
c) MAIO DE 1996 A JANEIRO DE 1997				
Modelo Ingênuo	7.11%(3)	37.47%(1)	5.69%(3)	27.90%(2)
RiskMetrics	6.78%(2)	37.77%(2)	5.43%(2)	27.63%(1)
GARCH	6.72%(1)	40.72%(3)	5.39%(1)	28.94%(3)
Volatilidade Implícita	11.40%(6)	65.88%(6)	9.27%(6)	49.65%(6)
RiskMetrics & Vol. Implícita	7.64%(4)	48.35%(4)	6.22%(4)	34.83%(4)
GARCH & Vol. Implícita	8.21%(5)	52.62%(5)	6.68%(5)	38.02%(5)

Valores entre parênteses significam a classificação do modelo

Considerado o período global (agosto de 1995 a janeiro de 1997), o modelo GARCH é o primeiro colocado, qualquer que seja a medida de avaliação da qualidade das previsões. Medido pela redução na raiz do erro quadrático médio, o ganho desse modelo contra o RiskMetrics™ e contra o Modelo Ingênuo é de 17% e 22% , respectivamente. Também qualquer que seja a medida, RiskMetrics™ é o segundo classificado e volatilidade implícita, o último. Quando a volatilidade implícita é combinada com o RiskMetrics™, a combinação bate o Modelo Ingênuo segundo as medidas absolutas (raiz do erro quadrático médio e erro absoluto médio), mas não segundo as medidas percentuais (raiz do erro quadrático percentual médio e erro absoluto percentual médio), indicando que o Modelo Ingênuo tem melhor desempenho a mais baixos níveis da volatilidade.

Analisando-se o painel “b” (primeiro subperíodo, agosto de 1995 a abril de 1996, em que a volatilidade foi superior à do segundo subperíodo), verifica-se também que GARCH é o melhor modelo, qualquer que seja a medida. O ganho contra o RiskMetrics™ e contra o Modelo Ingênuo é, agora, de 28% e 32%, respectivamente (medido pela raiz do erro quadrático médio). Volatilidade Implícita, novamente, é o pior modelo. A combinação GARCH e Volatilidade Implícita, contudo, é o

segundo melhor modelo, de acordo com as medidas absolutas. RiskMetrics™ vem em terceiro lugar de acordo com essas medidas absolutas, mas ocupa o segundo lugar segundo as medidas percentuais. Tem-se uma situação, portanto, que parece indicar que a “contribuição” do modelo GARCH à combinação com a Volatilidade Implícita é menos importante a níveis mais baixos da volatilidade realizada.

Por fim, observa-se que, no segundo subperíodo (maio de 1996 a janeiro de 1997, caracterizado por volatilidade mais baixa que no primeiro subperíodo), GARCH não é mais o melhor modelo qualquer que seja a medida de avaliação da qualidade das previsões. Ele somente o é nas medidas absolutas, perdendo o primeiro lugar para o Modelo Ingênuo, de acordo com a raiz do erro quadrático percentual médio, e para o RiskMetrics™, de acordo com o erro absoluto percentual médio — uma clara indicação de que o desempenho do GARCH não é tão bom para níveis “bem comportados” de volatilidade. O ganho (medido pela raiz do erro quadrático médio) com relação ao RiskMetrics™ e ao Modelo Ingênuo são agora bem mais modestos : 1% e 5,5%, respectivamente. Volatilidade Implícita classifica-se mais uma vez em último lugar,

qualquer que seja a medida. Suas combinações com RiskMetrics™ e GARCH não chegam a bater o Modelo Ingênuo.

O “quadro geral” que emerge, portanto, é que o modelo GARCH tem o melhor desempenho, isoladamente ou em combinação com a Volatilidade Implícita, quando a volatilidade se apresenta a níveis mais altos — em linha com a evidência internacional, resenhada no capítulo anterior — e que Volatilidade Implícita isoladamente não apresenta bom desempenho de previsão da volatilidade.

O “quadro” acima relatado, contudo, tem uma particularidade : ele decorre de equações de perdas (*loss functions*) simétricas, isto é, que “penalizam” igualmente previsões superestimadas ou subestimadas. Importa saber se esse quadro se mantém quando se consideram equações de perdas assimétricas. Afinal, conforme o objetivo da previsão, pode-se ter maior preocupação com previsões subestimadas do que com superestimadas, ou vice-versa. Ao vender uma opção de compra, por exemplo, é muito mais “grave” para o lançador basear o prêmio da opção numa previsão de volatilidade que futuramente se mostrou menor que a volatilidade realizada (o inverso vale para o titular). Com base em raciocínio desse tipo, Brailsford and Faff[1996] sugerem o que

denominam *MMEU - Mean Mixed Error, Underpredictions* e *MMEO - Mean Mixed Error, Overpredictions*, assim definidos :

$$MMEU = \frac{1}{N} \left[\sum_{T=1}^O |e_T| + \sum_{T=1}^U \sqrt{|e_T|} \right] \quad e$$

$$MMEO = \frac{1}{N} \left[\sum_{T=1}^O \sqrt{|e_T|} + \sum_{T=1}^U |e_T| \right], \text{ em que}$$

N = quantidade de previsões;

O = quantidade de previsões superestimadas, isto é, valor previsto superior ao valor realizado;

U = quantidade de previsões subestimadas;

e_T = erro de previsão .

Focalizando a primeira medida, percebe-se que, quando a previsão é subestimada, a “penalidade” é maior, uma vez que o erro de previsão é menor do que 1.

Os resultados obtidos com essas equações de perdas assimétricas são apresentados na Tabela 4.6, a seguir, juntamente com os valores apresentados na Tabela 4.5, para fins de comparação. Observa-se que, o “quadro geral” que emergia do uso de *loss functions* simétricas não se altera, quando se considera a medida que atribui maior penalidade a

subestimativas da volatilidade futura. Quando se considera a que atribui maior peso a superestimativas, o desempenho do modelo GARCH se mantém o melhor, no período de mais alta volatilidade (agosto de 1995 a abril de 1996), mas se deteriora no período de baixa volatilidade (maior de 1996 a janeiro de 1997) : isoladamente ou em conjunto com Volatilidade Implícita, GARCH não bate o Modelo Ingênuo. Em outras palavras, também com as equações de perdas assimétricas, GARCH tem melhor desempenho a níveis mais altos de volatilidade.

TABELA 4.6
COMPARAÇÃO DAS PREVISÕES - EQUAÇÕES DE PERDAS
SIMÉTRICAS E ASSIMÉTRICAS

<u>MODELO</u>	<u>RMSE</u>	<u>RASPE</u>	<u>MAE</u>	<u>MAPE</u>	<u>MMEU</u>	<u>MMEO</u>
a) AGOSTO DE 1995 A JANEIRO DE 1997						
Modelo Ingênuo	8.42%(5)	33.16%(3)	6.74%(4)	25.60%(3)	14,35%(5)	16,31%(1)
RiskMetrics	7.95%(2)	32.80%(2)	6.38%(2)	24.83%(2)	12,58%(3)	17,12%(2)
GARCH	6.60%(1)	32.53%(1)	5.41%(1)	22.89%(1)	9,56%(1)	17,43%(4)
Volatilidade Implícita	11.33%(6)	61.61%(6)	9.13%(6)	45.76%(6)	15,07%(6)	21,76%(6)
RiskMetrics & Vol. Implícita	8.22%(3)	46.00%(4)	6.55%(3)	33.35%(4)	12,88%(4)	17,24%(3)
GARCH & Vol. Implícita	8.33%(4)	49.40%(5)	6.79%(5)	35.62%(5)	11,70%(2)	19,09%(5)
b) AGOSTO DE 1995 A ABRIL DE 1996						
Modelo Ingênuo	9.55%(4)	28.24%(3)	7.79%(4)	23.32%(3)	13,68%(6)	19,98%(2)
RiskMetrics	8.96%(3)	26.95%(2)	7.32%(3)	22.04%(2)	12,05%(4)	20,52%(3)
GARCH	6.48%(1)	21.49%(1)	5.43%(1)	16.89%(1)	9,86%(2)	17,31%(1)
Volatilidade Implícita	11.05%(6)	37.63%(6)	8.52%(6)	28.79%(6)	12,82%(5)	22,23%(5)
RiskMetrics & Vol. Implícita	10.37%(5)	33.88%(5)	8.01%(5)	26.91%(5)	11,87%(3)	21,91%(4)
GARCH & Vol. Implícita	8.85%(2)	31.75%(4)	7.25%(2)	25.15%(4)	9,82%(1)	22,41%(6)
c) MAIO DE 1996 A JANEIRO DE 1997						
Modelo Ingênuo	7.11%(3)	37.47%(1)	5.69%(3)	27.90%(2)	15,02%(5)	12,61%(1)
RiskMetrics	6.78%(2)	37.77%(2)	5.43%(2)	27.63%(1)	13,12%(4)	13,70%(2)
GARCH	6.72%(1)	40.72%(3)	5.39%(1)	28.94%(3)	9,26%(1)	17,54%(4)
Volatilidade Implícita	11.40%(6)	65.88%(6)	9.27%(6)	49.65%(6)	15,58%(6)	21,65%(6)
RiskMetrics & Vol. Implícita	7.64%(4)	48.35%(4)	6.22%(4)	34.83%(4)	13,11%(3)	16,18%(3)
GARCH & Vol. Implícita	8.21%(5)	52.62%(5)	6.68%(5)	38.02%(5)	12,13%(2)	18,33%(5)

Valores entre parênteses significam a classificação do modelo

- **REGRESSÃO DA VOLATILIDADE REALIZADA CONTRA A VOLATILIDADE PREVISTA**

Conforme dissemos anteriormente, a segunda metodologia que adotamos para avaliar a qualidade das previsões, dentro daquilo que denominados enfoque estatístico, consiste em efetuar regressões da volatilidade realizada contra a volatilidade prevista. A exemplo do que fizemos na análise de eficiência, analisaremos o período global (agosto de 1995 a janeiro de 1997) e os dois subperíodos iguais em que esse período global pode ser dividido, isto é, agosto de 1995 a abril de 1996 e maio de 1996 a janeiro de 1997.

As regressões associadas ao período global são apresentadas na Tabela 4.7, que apresenta dois painéis. No primeiro, temos regressões da volatilidade realizada contra a volatilidade prevista por cada um dos modelos “básicos” que estamos considerando, isto é, Modelo Ingênuo, RiskMetrics™, GARCH e Volatilidade Implícita; no segundo, regressões contra as diversas combinações de dois regressores que podem ser feitas, considerados os quatro modelos citados.

TABELA 4.7
REGRESSÕES DA VOLATILIDADE REALIZADA CONTRA A PREVISTA
AGOSTO DE 1995 A JANEIRO DE 1997

<u>ESPECIFICAÇÃO</u>	<u>CONSTANTE</u>	<u>INGÊNUO</u>	<u>RISKMETRICS</u>	<u>GARCH</u>	<u>IMPLÍCITA</u>	<u>BIC(*)</u>
a) 1 REGRESSOR						
Coefficiente	0,0962**	0,6376**				-5,1315
Estatística t	11,4986	23,4886				(3)
Coefficiente	0,0700**		0,7120**			-5,2063
Estatística t	8,0845		26,9461			(2)
Coefficiente	0,0010			0,8988**		-5,6785
Estatística t	0,0976			29,2929		(1)
Coefficiente	0,1645**				0,2576*	-4,8663
Estatística t	4,8326				2,1219	(4)
b) 2 REGRESSORES						
Coefficiente	0,0656**	-0,2789*	0,9998**			-5,1977
Estatística t	7,0745	-2,0416	6,8181			(6)
Coefficiente	0,0012	-0,0096		0,9071**		-5,66248
Estatística t	0,1225	-0,1763		14,0415		(2)
Coefficiente	0,0670**	0,7101**			0,0049	-5,3660
Estatística t	2,6992	6,6177			0,0818	(4)
Coefficiente	0,0006		0,0124	0,8882**		-5,66251
Estatística t	0,0583		0,1907	12,2031		(1)
Coefficiente	0,0685**		0,7422**		-0,0550	-5,3308
Estatística t	2,7237		6,9772		-0,9013	(5)
Coefficiente	0,0268			0,8661**	-0,1064	-5,6295
Estatística t	0,7936			6,6405	-1,7630	(3)

(*) Significativamente diferente de zero, a 5%

(**) Significativamente diferente de zero, a 1%.

(') BIC=Bayesian Information Criterion. Números entre parênteses significam a classificação do modelo.

Utilizado o procedimento de Newey-West para levar em conta autocorrelação e heteroscedasticidade dos erros.

Analizando-se o painel que apresenta as regressões com apenas um regressor, verifica-se que o modelo GARCH é o único que não apresenta

viés (o termo constante na regressão não é significativamente diferente de zero) e é o que apresenta o maior coeficiente (0,8988) e o menor BIC³⁵ (-5,6785). Sob esses aspectos, GARCH é o melhor modelo. Pelo painel que apresenta as combinações de regressores, verifica-se que as regressões em que GARCH está presente são aquelas com os menores BIC e que, qualquer que seja o outro modelo agregado ao GARCH, esse outro modelo não acrescenta informação, pois o coeficiente do modelo adicionado não é significativamente diferente de zero. Novamente, a conclusão é que, no período global de agosto de 1995 a janeiro de 1997, GARCH tem o melhor poder de previsão da volatilidade, confirmando a conclusão a que tínhamos chegado na análise de eficiência.

Passemos agora para o primeiro subperíodo (agosto de 1995 a abril de 1996, caracterizado por volatilidade mais alta do que no segundo subperíodo). As regressões respectivas se encontram na Tabela 4.8.

³⁵ BIC é a sigla de Bayesian Information Criterion (também conhecido como SIC-Schwarz Information Criterion), uma medida de seleção de modelos. Para detalhes, ver Mills[1993].

TABELA 4.8
REGRESSÕES DA VOLATILIDADE REALIZADA CONTRA A PREVISTA
AGOSTO DE 1995 A ABRIL DE 1996

<u>ESPECIFICAÇÃO</u>	<u>CONSTANTE</u>	<u>INGÊNUO</u>	<u>RISKMETRICS</u>	<u>GARCH</u>	<u>IMPLÍCITA</u>	<u>BIC(*)</u>
a) 1 Regressor						
Coeficiente	0,2896**	0,1614*				-5,0550
Estatística t	8,7685	2,0363				(3)
Coeficiente	0,2396**		0,2925**			-5,0827
Estatística t	5,6532		2,8557			(2)
Coeficiente	0,0555*			0,7819**		-5,6608
Estatística t	2,4486			13,0711		(1)
Coeficiente	0,2458				0,2383	-4,4271
Estatística t	1,3315				0,5333	(4)
b) 2 Regressores						
Coeficiente	0,2334**	-0,4595**	0,7620**			-5,0780
Estatística t	5,6636	-2,8013	3,5360			(4)
Coeficiente	0,1137**	-0,2681**		0,8906**		-5,7034
Estatística t	4,6785	-3,5002		12,4095		(1)
Coeficiente	0,2305	0,0962			0,1872	-4,2851
Estatística t	1,0931	0,4693			0,4498	(6)
Coeficiente	0,1067**		-0,2277*	0,8728**		-5,6704
Estatística t	3,9539		-2,4226	11,0575		(2)
Coeficiente	0,2164		0,3373		-0,0191	-4,3105
Estatística t	1,0229		1,1034		-0,0439	(5)
Coeficiente	-0,0804			1,3255**	-0,2565	-5,2725
Estatística t	-0,8075			3,5720	-0,6536	(3)

(*) Significativamente diferente de zero, a 5%

(**) Significativamente diferente de zero, a 1%.

(*) BIC=Bayesian Information Criterion. Números entre parênteses significam a classificação do modelo.

Utilizado o procedimento de Newey-West para levar em conta autocorrelação e heteroscedasticidade dos erros.

Novamente, considerando-se apenas um regressor, o modelo em que esse regressor é o GARCH é o que apresenta o menor BIC (-5,6608)

e o maior coeficiente (0,7819), embora GARCH não mais seja não viesado (o termo constante, igual a 0,0555, é significativamente diferente de zero a 5%). O coeficiente da Volatilidade Implícita não é estatisticamente diferente de zero. Considerando-se as regressões com dois regressores, também novamente as regressões em que GARCH está presente são as que apresentam os menores BIC, caracterizando “melhor poder de explicação”; agora, contudo, a inclusão do Modelo Ingênuo e do RiskMetrics™ agregam informação à apresentada por GARCH, na medida em que seus coeficientes (-0,2681 e -0,2277) são estatisticamente diferentes de zero a 5% e 1%, respectivamente. Repetindo o que acontece no “período global”, Volatilidade Implícita não agrega informação à proporcionada pelo GARCH (o coeficiente da primeira é -0,2565, não diferente de zero, estatisticamente).

Analisando-se o segundo subperíodo (maio de 1996 a janeiro de 1997, Tabela 4.9), as conclusões não se alteram quando se considera apenas um regressor (GARCH continua sendo o modelo com maior coeficiente e menor BIC). Com dois regressores, contudo, as três primeiras classificações não são obtidas pelos modelos em que GARCH aparece : o terceiro melhor modelo (sempre julgando pelo BIC) é o

modelo que combina o Modelo Ingênuo com a Volatilidade Implícita. Além disso, os coeficientes do termo GARCH são agora menores do que os observados no primeiro subperíodo — novamente, indicação de que o desempenho do modelo GARCH se deteriora a mais baixos níveis de volatilidade — e que o Modelo Ingênuo, o RiskMetrics™ e a Volatilidade Implícita voltam a não acrescentar informação à informação proporcionada por GARCH (seus coeficientes não são estatisticamente diferentes de zero).

TABELA 4.9
REGRESSÕES DA VOLATILIDADE REALIZADA CONTRA A PREVISTA
MAIO DE 1996 A JANEIRO DE 1997

<u>ESPECIFICAÇÃO</u>	<u>CONSTANTE</u>	<u>INGÊNUO</u>	<u>RISKMETRICS</u>	<u>GARCH</u>	<u>IMPLÍCITA</u>	<u>BIC(*)</u>
a) 1 Regressor						
Coeficiente	0,1059**	0,5185**				-5,5053
Estatística t	8,8389	8,5443				(2)
Coeficiente	0,0847**		0,5948**			-5,5051
Estatística t	6,1416		9,0945			(3)
Coeficiente	0,0326**			0,7365**		-5,7756
Estatística t	2,6527			14,6435		(1)
Coeficiente	0,2035**				0,0406	-5,2295
Estatística t	7,7467				0,4824	(4)
b) 2 Regressores						
Coeficiente	0,0932**	0,2658	0,3006			-5,4828
Estatística t	6,1894	1,0228	1,0432			(6)
Coeficiente	0,0322**	0,0302		0,7112**		-5,7478
Estatística t	2,6241	0,4079		8,9899		(2)
Coeficiente	0,0723*	0,7092**			-0,0294	-5,7443
Estatística t	2,3910	5,1561			-0,4509	(3)
Coeficiente	0,0356		-0,1022	0,8168**		-5,7517
Estatística t	2,8247		-1,0533	8,8982		(1)
Coeficiente	0,0795*		0,7011**		-0,0763	-5,6256
Estatística t	2,3352		4,4664		-1,1634	(5)
Coeficiente	0,0650*			0,7090**	-0,1133	-5,7221
Estatística t	2,0815			5,2448	-1,8840	(4)

(*) Significativamente diferente de zero, a 5%

(**) Significativamente diferente de zero, a 1%.

(*) BIC=Bayesian Information Criterion.

Utilizado o procedimento de Newey-West para levar em conta autocorrelação e heteroscedasticidade dos erros.

• ENFOQUE ECONÔMICO

O poder de previsão da volatilidade futura dos modelos Ingênuo, RiskMetrics™ e GARCH foi analisado também com base em simulação

de qual teria sido o retorno da montagem de operações delta-neutro, decorrente das previsões de volatilidade desses modelos contra a previsão extraída dos dados do mercado, isto é, a volatilidade implícita. A operação obedece à seguinte linha de raciocínio : se a volatilidade prevista pelo, digamos, Modelo Ingênuo, é superior à previsão dada pela volatilidade implícita, compre a opção de compra; se inferior, venda-a. Simultaneamente à operação no mercado de opções de compra, realize uma operação oposta no mercado futuro, obedecendo à proporção de delta contratos futuros para cada opção — a essência de uma operação delta-neutro. No dia seguinte, liquide as duas operações citadas.

Os resultados da simulação encontram-se na Tabela 4.10, distinguindo-se os retornos antes e depois dos custos de transação.³⁶ Observa-se que, tanto antes como depois dos custos de transação, o modelo GARCH apresenta melhor desempenho. Contudo, mesmo no caso desse modelo, o retorno médio não é significativamente diferente de zero, dados os valores da estatística t, obtidos.³⁷

³⁶ Os seguintes custos de transação foram considerados : taxa operacional básica, taxa da bolsa, taxa de registro e taxa de liquidação, cobradas pela BM&F. Comissões de corretagem não foram consideradas. Quando os custos de transação são considerados, a estratégia somente é implementada se o lucro previsto é superior aos custos de transação.

³⁷ Aplicação do teste não-paramétrico de Wilcoxon revelou que a hipótese nula de mediana dos retornos igual a zero também não pode ser rejeitada. (Para detalhes sobre esse teste, ver Berenson and Levine[1996]). Além disso, o coeficiente de correlação dos retornos obtidos nas simulações com os

TABELA 4.10
RETORNOS DIÁRIOS DE OPERAÇÕES DELTA-NEUTRO
AGOSTO DE 1995 A JANEIRO DE 1997

<u>MODELO</u>	<u>RETORNO MÉDIO</u>	<u>ESTATÍSTICA t</u>
• Antes dos custos de transação		
Ingênuo	-0,003570(3)	-0,22
RiskMetrics™	0,000256(2)	0,02
GARCH	0,013653(1)	0,85
• Após os custos de transação		
Ingênuo	-0,004320(3)	-0,22
RiskMetrics™	0,002122(2)	0,02
GARCH	0,012540(1)	0,89

Valores entre parênteses significam a classificação do modelo

As conclusões extraídas acima não se modificam quando se consideram os dois subperíodos em que o período total foi dividido, conforme indicam os números da Tabela 4.11. Também dentro de cada subperíodo, GARCH tem melhor desempenho — com a qualificação de que, no subperíodo de maior volatilidade, agosto de 1995 a maio de 1996, GARCH é o menos ruim dos modelos ... — mas que nenhum dos retornos médios é estatisticamente diferente de zero. Sob o enfoque econômico, portanto, teríamos, aí, uma indicação de que o mercado de opções de compra de futuros de índice mostrou-se eficiente no período analisado.

retornos do mercado não se mostrou significativamente diferente de zero, de modo que tais retornos são retornos excedentes (*abnormal returns*). Engle, Noh and Kane [1994] obtêm o mesmo resultado.

2) Regressões da volatilidade realizada contra a volatilidade prevista.

O enfoque econômico consistiu na montagem de operações delta-neutro (*delta neutral*), sugeridas pela previsão de volatilidade dada pelos modelos ingênuo, RiskMetrics™ e GARCH, à luz da volatilidade implícita nos prêmios de opções de compra : se a volatilidade prevista pelo, digamos, modelo ingênuo, for superior à volatilidade implícita, ter-se-ia que a opção de compra está “barata”, devendo então ser comprada, com venda simultânea de delta contratos futuros.

Nossos resultados indicam que:

a) O modelo GARCH é flagrantemente preferível em situações em que a volatilidade está se alterando muito, mas que não traz maiores ganhos, em comparação com o modelo RiskMetrics™ e com o Modelo Ingênuo, em situações em que a volatilidade está mais “bem comportada”.

b) Volatilidade Implícita, derivada a partir da aproximação de Baroni-Adesi & Whaley, não bate um Modelo Ingênuo. É possível que o mercado esteja sistematicamente superestimando a volatilidade futura, cobrando um prêmio pela liquidez não tão alta, das opções de compra

sobre futuro de Ibovespa, utilizadas para a estimativa da volatilidade implícita. Combinações da volatilidade implícita com RiskMetrics™ e com GARCH se mostram superiores à volatilidade implícita isoladamente, mas, no geral, não são superiores ao RiskMetrics™ e ao GARCH, sozinhos.

c) Quando cotejadas com a previsão de volatilidade dada pela volatilidade implícita, as previsões de volatilidade dos modelos ingênuo, RiskMetrics™ e GARCH não permitem a montagem de operações hedgeadas que proporcionem retornos excedentes (*abnormal returns*) estatisticamente positivos.

Extensões deste trabalho certamente envolvem :

- a avaliação de previsões com base na utilização de equações de perdas calcadas no conceito de utilidade, na linha de West, Edison, and Cho [1993] e/ou com base na montagem de *straddles*, como realizado em Noh, Engle and Kane[1994];
- a derivação de volatilidade implícita com base em algum modelo de volatilidade estocástica, conforme o recente trabalho de Guo[1996]; e

- a utilização de operações individuais (*transaction data*) na derivação de previsões de volatilidade com o modelo GARCH, lançando mão da demonstração contida em Andersen and Bollerslev[1997]³⁸: as previsões decorrentes do modelo GARCH são tão mais precisas quanto mais se aumenta a frequência intra-dia, de cálculo dos respectivos retornos.

³⁸ Essa fonte nos foi indicada por Pedro Valls Pereira, do IME/USP.

BIBLIOGRAFIA

- Akigiray, Vedat A., 1989, Conditional Heteroscedasticity in Time Series Returns : Evidence and Forecasts, *Journal of Business* 62(1), 55-80
- Andersen, Torben G., and Tim Bollerslev, 1997, Answering the Critics : Yes, ARCH Modelos do Provide Good Volatility Forecasts, NBER Working Paper 6023
- Barcinski, Alexandre, Bernardo C. Almeida, Márcio G.P. Garcia e Marcos A. C. da Silveira, 1997, Estimação da Volatilidade do Retorno das Ações Brasileiras - Um Método Alternativo à Família GARCH, *Resenha BM&F* 116, junho
- Baroni-Adesi, G. and Robert E. Whaley, 1987, Efficient Analytic Approximation of American Option Values, *Journal of Finance* 42, 301-320
- Beckers, S., 1981, Standard Deviations Implied in Option Prices as Predictors of Future Stock Price Variability, *Journal of Banking and Finance* 5, 363-381
- Berenson, Mark L., and David M. Levine, 1996, Basic Business Statistics : Concepts and Applications, 6th. ed., Prentice-Hall
- Black, Fischer and Myron Scholes, 1973, The Pricing of Options and Corporate Liabilities, *Journal of Political Economy* 81, 637-657
- Black, Fischer, 1976, Studies of Stock Price Volatility Changes, *Proceedings of the American Statistical Association Business and Economics Section*, 177-181
- Bollerslev, Tim, 1986, Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, *Journal of Econometrics* 31, 307-327
- Bollerslev, Tim, Ray Y. Chou and Kenneth F. Kroner, 1992, ARCH Modeling in Finance : A Review of the Theory and Empirical Evidence, *Journal of Econometrics* 52, 5-59
- Boudoukh, Jacob, Matthew Richardson, and Robert F. Whitelaw, 1995, Taking the Pain Out of Volatility Estimation, New York University, mimeo
- Brailsford, Timothy and Robert W. Faff, 1996, An Evaluation of Volatility Forecasting Techniques, *Journal of Banking & Finance* 20, 419-438
- Campa, José M., and P.H. Kevin Chang, 1997, The Forecasting Ability of Correlations Implied in Foreign Exchange Options, NBER Working Paper 5974

- Chiras, D.P., and S. Manaster, 1978, The Information Content of Option Prices and a Test of Market Efficiency, *Journal of Financial Economics* 6, 213-234
- Chriss, Neil A., 1997, Black-Scholes and Beyond : Option Pricing Models, Richard Irwin
- Christie, Andrew, 1982, The Stochastic Behavior of Common Stock Variance : Value, Leverage and Interest Rate Effects, *Journal of Financial Economics* 10, 407-432
- Day, Theodore, and Craig M. Lewis, 1992, Stock Market Volatility and the Information Content of Stock Index Options, *Journal of Econometrics* 52, 267-287
- Duarte Jr., Antônio Marcos, Tatiana B.B. Heil e Marcelo de A. Pinheiro, 1996, Previsão da Volatilidade de Ativos e Índices Brasileiros, *Resenha BM&F* 112. Agosto-Setembro, 15-27
- Duffie, Darrell, 1996, Dynamic Asset Pricing Theory, 2nd. ed., Princeton University Press
- Eid Jr., William, 1995, Avaliação de Opções : O Caso Brasileiro - Utilização de Modelos ARCH na Estimação dos Parâmetros, Tese de Doutorado, EAESP/FGV
- Eid Jr., William, 1996, Riscos, EAESP/FGV, mimeo
- Engle, Robert F., 1982, Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of UK Inflation, *Econometrica* 50(4), 987-1007
- Engle, Robert F., 1993, Statistical Models for Financial Volatility, *Financial Analysts Journal*, January-February, 72-78
- Engle, Robert F., ed., 1995, ARCH : Selected Readings, Oxford University Press
- Fama, Eugene, 1965, The Behavior of Stock Market Prices, *Journal of Business* 38, 34-105
- Feinstein, Steven P., 1989, Forecasting Stock Market Volatility Using Options on Index Futures, *Federal Reserve Bank of Atlanta Economic Review* 20, 12-30
- Franses, Philip Hans and Dick van Dijk, 1996, Forecasting Stock Market

Volatility Using (Non-Linear) GARCH Models, *Journal of Forecasting* 15, 229-235

Gaynor, Patricia E., and Rickey C. Kirkpatrick, 1994, Introduction to Time-Series Modeling and Forecasting in Business and Economics, McGraw-Hill

Gemmil, Gordon, 1986, The Forecasting Performance of Stock Options on the London Traded Options Market, *Journal of Business Finance & Accounting* 13(4), 535-546

Glosten, Lawrence R., Ravi Jagannathan, and David E. Runkle, 1994, On the Relation Between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks, *Journal of Finance* 48(5), 1779-1801

Granger, Clive W. J., 1989, Forecasting in Business and Economics, 2nd. ed., Academic Press

Guo, Dajiang, 1996, The Predictive Power of Implied Stochastic Variance from Currency Options, *Journal of Futures Markets* 16(8), 915-942

Harvey, Campbell R., and Robert E. Whaley, 1992, Market Volatility Prediction and the Efficiency of the S&P 100 Index Option Market, *Journal of Financial Economics* 31, 43-73

Hull, John, 1997, Options, Futures, and Other Derivatives, 3rd. ed., Prentice-Hall

Jorion, Philippe, 1995, Predicting Volatility in the Foreign Exchange Market, *Journal of Finance* 50(2), 507-528

Jorion, Philippe, 1996, Risk² : Measuring the Risk in Value at Risk, *Financial Analysts Journal*, November/December, 47-56

Jorion, Philippe, 1997, Value at Risk : The New Benchmark for Controlling Derivatives Risk, Richard D. Irwin

JPMorgan, 1996, RiskMetrics™ Technical Document, 4th ed., JPMorgan

Kroner, Kenneth F., Kevin P. Kneafsey, and Stijn Claessens, 1995, Forecasting Volatility in Commodity Markets, *Journal of Forecasting* 14, 77-95

Kuprianov, Anatoli, 1995, Derivatives Debacles : Case Studies of Large Losses in Derivatives Markets, *Federal Reserve Board of Richmond Economic Quarterly* 81(4), 1-39

- Latané, Henry A., and Richard J. Rendleman, 1976, Standard Deviations of Stock Price Ratios Implied in Option Prices, *Journal of Finance* 31, 369-382
- Lopez, José A., 1996, Evaluating the Predictive Accuracy of Volatility Models, *Federal Reserve Bank of New York Research Paper No. 9524*
- Mandelbrot, Benoit, 1963, The Variations of Certain Speculative Prices, *Journal of Business* 36, 394-419
- Mayhew, Stewart, 1995, Implied Volatility, *Financial Analysts Journal*, July-August, 8-20
- Melagi Filho, Armando e Antônio Z. Sanvicente, Metodologia de Estimação do Desvio-Padrão Implícito nos Preços de Mercado de Opções : Uma Aplicação à Alta de Cotações Quando do Anúncio do Plano Cruzado, ABAMEC, 1987
- Merton, Robert C., 1980, On Estimating the Expected Returns on the Market : an Exploratory Investigation, *Journal of Financial Economics* 8, 323-361
- Mills, Terence C., The Econometric Modelling of Financial Time Series, Cambridge University Press, 1993
- Natenberg, Sheldon, 1994, Option Volatility & Pricing : Advanced Trading Strategies and Techniques, rev. ed., Richard D. Irwin
- Nelson, Daniel, 1991, Conditional Heteroscedasticity in Asset Returns : A New Approach, *Econometrica* 52, 245-266
- Newey, W., and West, K., 1987, A Simple Positive-Definite, Heteroscedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix, *Econometrica* 55, 703-708
- Noh, Jaesun, Roberto F. Engle, and Alex Kane, 1994, Forecasting Volatility and Option Prices of the S&P 500 Index, *Journal of Derivatives* 5(1), 17-30
- Pereira, Pedro Valls, 1997, Comunicação Particular
- Ramanathan, Ramu, 1995, Introductory Econometrics, 3rd. ed., Harcourt Brace & Co.
- Randolph, W. L. and Mohammad Najand, 1991, A Test of Two Models in Forecasting Stock Index Futures Price Volatility, *Journal of Futures Markets* 11(2), 179-190

Scott, Elton and Alan L. Tucker, 1989, Predicting Currency Return Volatility, *Journal of Banking and Finance* 13, 839-851

Sofianos, George, 1994, Expirations and Stock Price Volatility, *Review of Futures Markets* 12(3), 39-69

Taylor, Stephen J., 1986, Modelling Financial Time Series, Richar D. Irwin

Vasilellis, George A. and Nigel Meade, 1996, Forecasting Volatility for Portfolio Selection, *Journal of Business Finance & Accounting* 23(1), 125-143

West, Kenneth D. and Dongchui Cho, 1995, The Predictive Ability of Several Models of Exchange Rate Volatility, *Journal of Econometrics* 69, 367-391

West, Kenneth, Hali J. Edison, and Dongchul Cho, 1993, A Utility-Based Comparison of Some Models of Exchange Rate Volatility, *Journal of International Economics* 35, 23-45

Wilson, William W., and Hung-Gay Fung, 1990, Information Content of Volatilities Implied by Option Premiums in Grain Futures Markets, *Journal of Futures Markets* 10(1), 13-27

Xu, Xinzhong, and Stephen J. Taylor, 1994, The Term Structure of Volatility Implied by Foreign Exchange Options, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 29, 57-74

Xu, Xinzhong, and Stephen J. Taylor, 1995, Conditional Volatility and the Informational Efficiency of the PHLX Currency Options Market, *Journal of Banking & Finance* 19, 803-821

APÊNDICE 1 - ESPECIFICAÇÕES DO CONTRATO FUTURO DE IBOVESPA

1. Objeto de negociação

Índice de ações da Bolsa de Valores de São Paulo (Índice Bovespa-Ibovespa)

2. Cotação

Pontos do índice, sendo cada ponto equivalente ao valor em reais estabelecido pela BM&F.

3. Variação mínima de apregoação

50 pontos.

4. Oscilação máxima diária

5% sobre o valor do terceiro vencimento em aberto, calculados sobre o preço de ajuste do pregão anterior. Os dois primeiros vencimentos abertos à negociação não estão sujeitos a limites de oscilação. A Bolsa poderá, a qualquer momento, alterar os limites de oscilação, bem como sua aplicação aos diversos vencimentos, inclusive para aqueles que habitualmente não têm limites.

5. Unidade de negociação

Ibovespa futuro multiplicado pelo valor em reais de cada ponto do índice, estabelecido pela BM&F.

6. Meses de vencimento

Meses pares. A BM&F poderá, a seu critério, quando as condições assim exigirem, autorizar a negociação para vencimento em meses ímpares.

7. Número de vencimentos em aberto

No máximo seis.

8. Data de vencimento e último dia de negociação

Quarta-feira mais próxima do dia 15 do mês de vencimento. Se esse dia for feriado ou não houver pregão na BM&F, a data de vencimento será o dia útil subsequente.

9. Day trade

São admitidas operações de compra e venda para liquidação diária (*day trade*), desde que realizadas no mesmo pregão, pelo mesmo cliente (ou operador especial), intermediadas pela mesma corretora de mercadorias e registradas pelo mesmo membro de compensação. Os resultados auferidos nessas operações são movimentados financeiramente no dia útil seguinte ao de sua realização.

10. Ajuste diário

As posições em aberto ao final de cada pregão serão ajustadas com base no preço de ajuste do dia, determinado pela média ponderada das cotações dos negócios realizados nos últimos 30 minutos do pregão, conforme regras da Bolsa, com movimentação financeira em D+1.

O ajuste diário será calculado de acordo com as seguintes fórmulas :

a) ajuste das operações realizadas no dia

$$AD = (PA^t - PO) \times M \times n$$

b) ajuste das posições em aberto no dia anterior

$$AD = (PA^t - PA^{t-1}) \times M \times n$$

onde :

AD = valor do ajuste diário;

Pa^t = preço (em pontos) do ajuste do dia;

PO = preço (em pontos) da operação;

M = valor em reais de cada ponto do índice, estabelecido pela BM&F;

n = número de contratos;

Pa^{t-1} = preço (em pontos) de ajuste do dia anterior.

O valor do ajuste diário, se positivo, será creditado ao comprador e debitado ao vendedor. Caso o valor seja negativo, será debitado ao comprador e creditado ao vendedor.

11. Condições de liquidação no vencimento

Na data de vencimento, as posições em aberto, após o último pregão, serão liquidadas financeiramente pela Bolsa, mediante o registro de operação de natureza inversa (compra ou venda) à da posição, na mesma quantidade de contratos, pela média do Ibovespa a vista nessa data, observada nos últimos 30 minutos de negócios da sessão do pregão de viva voz da Bolsa de Valores de São Paulo, de acordo com a seguinte fórmula :

$$VL = P \times M, \text{ onde:}$$

VL = valor de liquidação por contrato;

P = média do Ibovespa a vista, observada nos últimos 30 minutos de negócios da sessão do pregão de vida voz da Bolsa de Valores de São Paulo, no último dia de negociação;

M = valor em reais de cada ponto do índice, estabelecido pela BM&F.

Os resultados financeiros da liquidação serão movimentados no dia útil subsequente à data de vencimento.

12. Hedgers

Fundações de seguridade, seguradoras, fundos mútuos de ações, clubes de investimento em ações, fundos de investimento e demais investidores institucionais.

13. Margem de garantia

Valor fixo por contrato, estabelecido com base na volatilidade do índice de referência. A margem de garantia é devida em D+1, com redução de 20% para *hedgers*, podendo ser alterada a qualquer momento, a critério da Bolsa.

14. Ativos aceitos como margem

Dinheiro, ouro, cotas do FIF e, a critério da Bolsa, títulos públicos e privados, cartas de fiança, apólices de seguro, ações e cotas de fundos fechados de investimento em ações.

15. Custos operacionais

- Taxa operacional básica

Operação normal : 0,25%; *day trade* : 0,15%.

A taxa operacional básica, sujeita a valor mínimo estabelecido pela bolsa, é calculada sobre o preço de ajuste do pregão anterior do primeiro vencimento em aberto.

- Taxas da Bolsa (emolumentos e fundos)
4,5% da taxa operacional básica.

- Taxa de registro

Valor fixo divulgado pela BM&F.

Os custos operacionais são devidos no dia útil seguinte ao de realização da operação no pregão. Os sócios efetivos pagarão no máximo 75% da taxa operacional básica e da taxa de liquidação no vencimento e 75% dos demais custos operacionais (taxas de registro e da Bolsa).

16. Normas complementares

Fazem parte integrante deste contrato a legislação em vigor e as normas e os procedimentos da BM&F, definidos em seus Estatutos Sociais, Regulamento de Operações e ofícios circulares, bem como no Protocolo de Intenções firmado entre as bolsas de valores, de mercadorias e de mercados de liquidação futura, de 25.5.88, observadas, adicionalmente, as regras específicas da Comissão de Valores Mobiliários.

17. Observação

Considerando-se que a carteira teórica do Ibovespa é atualizada quadrimestralmente pela Bolsa de Valores de São Paulo, a BM&F ressalta o fato de que poderá ocorrer mudança em sua composição durante o período de vigência de um contrato futuro nele referenciado.

ÚLTIMA ATUALIZAÇÃO : OFÍCIO CIRCULAR 089/96-SG, DE 13.6.96
--

APÊNDICE 2 - ESPECIFICAÇÕES DO CONTRATO DE OPÇÃO DE COMPRA SOBRE FUTURO DE IBOVESPA

1. Objeto da opção

O contrato futuro de Ibovespa negociado na BM&F, com vencimento no mesmo mês de vencimento da opção.

2. Cotação

Prêmio da opção, expresso em pontos, sendo cada ponto equivalente ao valor em reais estabelecido pela BM&F.

3. Variação mínima de apregoação

1 ponto de índice.

4. Oscilação máxima diária

Não há limites de oscilação diária, podendo a Bolsa, excepcionalmente e a seu critério, estabelecê-los.

5. Unidade de Negociação

Cada opção refere-se a um contrato futuro de Ibovespa, cujo lote padrão é o Ibovespa futuro multiplicado pelo valor em reais de cada ponto do índice, estabelecido pela BM&F.

6. Preços de exercício

As séries de preços de exercício serão estabelecidas e divulgadas pela BM&F, sendo expressas em pontos do índice, para cada mês de vencimento.

7. Meses de vencimento

Meses pares. A BM&F poderá, a seu critério, quando as condições de mercado assim exigirem, autorizar a negociação para vencimento em meses ímpares.

8. Número de vencimentos em aberto

No máximo seis.

9. Data de vencimento e último dia de negociação

Primeiro dia útil do mês de vencimento do contrato futuro objeto da opção, para o vencimento agosto/96, e primeiro dia útil (dia de pregão) da semana em que ocorrerá o vencimento do contrato futuro objeto da opção, para os vencimentos posteriores. Nesses dias, não se admitirá *day trade* nem a abertura de novas posições para esse vencimento.

10. Day trade

São admitidas operações de compra e venda para liquidação diária (*day trade*), desde que realizadas no mesmo pregão, pelo mesmo cliente (ou operador especial),

intermediadas pela mesma corretora de mercadorias e registradas pelo mesmo membro de compensação. Os resultados auferidos nessas operações são movimentados financeiramente no dia útil seguinte ao de sua realização.

11. Movimentação financeira do prêmio

Pagamentos e recebimentos de prêmios são efetuados no dia útil seguinte ao de realização da operação no pregão.

12. Horário de exercício

Conforme determinação da BM&F.

13. Exercício

As opções poderão ser exercidas pelos titulares a partir do primeiro dia útil seguinte à data de abertura da posição, até a data de vencimento.

14. Condições de liquidação no exercício

No exercício das opções, o titular assume uma posição comprada no futuro de Ibovespa, pelo preço de exercício da opção, e o lançador assume uma posição vendida no contrato futuro de Ibovespa, pelo preço de exercício da opção. O ajuste referente às posições assumidas no mercado futuro de Ibovespa, em decorrência do exercício de opções, será, de acordo com as especificações daquele contrato, movimentado financeiramente no dia útil subsequente ao de exercício.

15. Margem de garantia para o lançador

A margem é determinada pela BM&F, com base no prêmio médio de cada pregão, sujeita a valor mínimo estabelecido em D+1, podendo ser alterada a qualquer momento, a critério da Bolsa.

16. Ativos aceitos como margem

Dinheiro, ouro, cotas do FIF e, a critério da Bolsa, títulos públicos e privados, cartas de fiança, apólices de seguro, ações e cotas de fundos fechados de investimentos em ações.

17. Custos operacionais

- Taxa operacional básica

Operações (normal e *day trade*) : 50% do valor da taxa operacional básica do contrato futuro de Ibovespa, aplicados sobre o preço de ajuste do dia anterior do primeiro vencimento em aberto; exercício : mesmo valor da taxa operacional básica do contrato futuro de Ibovespa, aplicado sobre o preço de ajuste do dia anterior do primeiro vencimento em aberto.

Nos casos abaixo, desde que as operações sejam de um mesmo cliente (ou operador especial), realizadas, no mesmo dia, através da mesma corretora de mercadorias e registradas pelo mesmo membro de compensação, o valor da taxa operacional básica será idêntico àquele fixado para as operações *day trade* no contrato

futuro de Ibovespa, aplicado sobre o preço de ajuste do dia anterior do primeiro vencimento em aberto :

- a) exercer uma opção de compra e ser exercido em outra opção de compra;
- b) exercer uma opção de compra e exercer uma opção de venda;
- c) ser exercido numa opção de compra e ser exercido numa opção de venda;
- d) exercer uma opção de compra e vender um contrato futuro objeto da opção;
- e) exercer uma opção de compra e vender um contrato futuro objeto da opção.

- **Taxas da Bolsa (emolumentos e fundos)**

6,32% da taxa operacional básica.

- **Taxa de registro**

Valor fixo divulgado pela BM&F.

Os custos operacionais são devidos no dia útil seguinte ao de realização da operação no pregão ou do exercício. Os sócios efetivos pagarão no máximo 75% da taxa operacional básica e 75% dos demais custos operacionais (taxas de registro e da Bolsa). Os investidores institucionais pagarão 75% das taxas de registro e da Bolsa.

18. Normas complementares

Fazem parte integrante deste contrato a legislação e as normas e os procedimentos da BM&F, definidos em seus Estatutos Sociais, Regulamento de Operações e ofícios circulares, bem como no Protocolo de Intenções firmado entre as bolsas de valores, de mercadorias e de mercados de liquidação futura, de 25.5.88, observadas, adicionalmente, as regras específicas da Comissão de Valores Mobiliários.

ÚLTIMA ATUALIZAÇÃO : OFÍCIO CIRCULAR 096/96-SG, DE 20.06.96

..... XXXXX