

**FUNDAÇÃO GETÚLIO VARGAS**  
**ESCOLA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA**

DÉBORA ITAGIBA DE MORAIS

**ESTIMANDO A TAXA DE JUROS REAL NEUTRA  
BRASILEIRA VIA MODELO DSGE**

Rio de Janeiro

2012

DÉBORA ITAGIBA DE MORAIS

**ESTIMANDO A TAXA DE JUROS REAL NEUTRA BRASILEIRA VIA  
MODELO DSGE**

Dissertação para obtenção do grau de mestre em finanças e economia  
empresarial apresentada à Escola de Pós-Graduação em Economia da  
Fundação Getúlio Vargas.

Área de concentração: Macroeconomia, Modelos DSGE

Orientadora: Silvia Maria Matos

Rio de Janeiro

2012

Morais, Debora Itagiba de

Estimando a taxa de juros real neutra brasileira via modelo DSGE / Debora Itagiba de Moraes. – 2012.

44 f.

Dissertação (mestrado) - Fundação Getulio Vargas, Escola de Pós-Graduação em Economia.

Orientadora: Silvia Maria Matos.

Inclui bibliografia.

1. Taxas de juros. 2. Produtividade. 3. Despesa pública. 4. Equilíbrio econômico. 5. Política monetária. I. Matos, Silvia Maria. II. Fundação Getúlio Vargas. Escola de Pós- Graduação em Economia. III. Título.

CDD – 332.456



FUNDAÇÃO  
GETULIO VARGAS

**EPGE**

Escola de Pós-Graduação  
em Economia

## DÉBORA ITAGIBA DE MORAES

### ESTIMANDO A TAXA DE JUROS REAL NEUTRA BRASILEIRA VIA MODELO DSGE

Dissertação apresentada à Escola de Pós-Graduação em Economia (EPGE) da Fundação Getúlio Vargas (FGV) para obtenção do grau de Mestre em Economia Empresarial e Finanças.

Data da defesa: 28/05/2012

Aprovada em: 28/8/12

### ASSINATURA DOS MEMBROS DA BANCA EXAMINADORA

Profª Silvia Maria Matos  
Orientadora  
IBRE-FGV

Prof. Marco Antonio Cesar Bonomo  
EPGE-FGV

Prof. Fernando Augusto Adeodato Veloso  
IBRE/FGV

## RESUMO

Este trabalho objetiva estimar uma série trimestral para a taxa de juros real neutra brasileira via modelo de Equilíbrio Geral Dinâmico Estocástico (DSGE), para o período compreendido entre o primeiro trimestre de 2000 e o último de 2011. O modelo representa uma economia fechada, com famílias maximizando utilidade do tipo CRRA, firmas maximizando lucro em um mercado de concorrência imperfeita e um governo com política fiscal de orçamento equilibrado e regra de política monetária à la Taylor, em um contexto de rigidez de preços. Neste arcabouço, a taxa de juros real neutra foi calculada com base nos choques de produtividade e de gastos de governo, que foram considerados os mais relevantes para a economia brasileira.

Adicionalmente, analisou-se o impacto dos choques de produtividade e gastos do governo sobre a taxa neutra, assim como seu comportamento ao longo do período estimado e sua sensibilidade à calibrações alternativas. Por fim, ao comparar o comportamento do hiato de taxa de juros vis-à-vis à inflação, encontramos correlações negativas de 56% e 83% para todo o período estimado e para uma amostra mais recente (do primeiro trimestre de 2006 até o último de 2011), respectivamente, indicando certa consistência na série obtida.

Palavras-chave: Taxa de juros real neutra, DSGE, produtividade, gastos do governo.

## **ABSTRACT**

This study aims to estimate a natural real rate of interest quarterly series for Brazil through a Dynamic Stochastic General Equilibrium (DSGE) model, from 2000's first quarter to 2011's fourth. The model represents a closed economy with households maximizing CRRA, profit maximizing firms in imperfect competition and a government with a balanced budget fiscal policy and a Taylor type monetary policy rule, in a context of price rigidity. In this framework, the neutral real interest rate was calculated based on productivity and government spending shocks, which were considered the most appropriate ones for the Brazilian economy.

Moreover, we analyze the responses of the natural rate to productivity and government spending shocks, its behavior thru the estimated period and its sensibility to alternative calibrations. Finally, by comparing the behavior of the interest rate gap and inflation, we found negative correlations of 56% and 83% for the full period estimated and for a latter-day sample (from 2006's first quarter to 2011's last), respectively, indicating some reliability in the obtained series.

**Keywords:** Natural real rate of interest, DSGE, productivity, government spending.

## SUMÁRIO

<b>1. Introdução .....</b>	<b>7</b>
<b>2. Modelo .....</b>	<b>10</b>
<b>2.1. Famílias .....</b>	<b>10</b>
<b>2.2. Governo .....</b>	<b>13</b>
<b>2.3. Firms .....</b>	<b>14</b>
<b>2.3.1. Determinação de Preços .....</b>	<b>14</b>
<b>2.4. Market Clearing .....</b>	<b>17</b>
<b>2.4.1. Market Clearing no Mercado de Bens .....</b>	<b>17</b>
<b>2.4.2. Market Clearing no Mercado de Trabalho .....</b>	<b>18</b>
<b>2.5. Regra de Política Monetária .....</b>	<b>22</b>
<b>2.6. Sistema Dinâmico de Equilíbrio .....</b>	<b>22</b>
<b>3. Calibragem do Modelo .....</b>	<b>23</b>
<b>4. Impacto dos Choques Modelados Sobre as Variáveis Econômicas .....</b>	<b>25</b>
<b>4.1. Choque Positivo de Produtividade .....</b>	<b>25</b>
<b>4.2. Choque Positivo de Gastos do Governo .....</b>	<b>26</b>
<b>5. Estimando a Taxa de Juros Real de Equilíbrio para o Brasil .....</b>	<b>28</b>
<b>5.1. Construção da Série de Produtividade Total dos Fatores .....</b>	<b>30</b>
<b>5.2. Construção da Série de Gastos do Governo .....</b>	<b>32</b>
<b>5.3. Série da Taxa de Juros Real Natural Estimada .....</b>	<b>33</b>
<b>5.4. Teste de Sensibilidade .....</b>	<b>36</b>
<b>6. Hiato de Taxa de Juros vs Inflação .....</b>	<b>38</b>
<b>7. Conclusões .....</b>	<b>40</b>
<b>Referências Bibliográficas: .....</b>	<b>42</b>

## 1. Introdução

A taxa de juros real de equilíbrio, quando comparada à taxa de juros real observada, pode ser uma boa medida da postura de política monetária, especialmente em economias onde a taxa de juros nominal é o principal instrumento utilizado. Por definição, a taxa de juros real de equilíbrio, ou neutra, é a taxa à qual o produto da economia se iguala ao seu nível neutro e a inflação iguala-se a zero. Sendo assim, pode-se dizer que a política monetária será contracionista quando a taxa de juros real observada estiver acima do nível de equilíbrio, reduzindo a demanda agregada e, conseqüentemente, a inflação. Por outro lado, quando a taxa de juros real estiver abaixo do nível de equilíbrio, a política monetária será expansionista, estimulando a demanda e pressionando os preços. Em outras palavras, quando o hiato da taxa de juros reais ( $r_t - r_t^n$ ) for positivo (negativo), a política monetária será contracionista (expansionista). Conseqüentemente, quanto maior for a taxa de juros real neutra maior será a taxa de juros nominal da economia, mesmo com inflação zero. Relembrando a equação de Fisher:  $(1 + i_t) = (1 + r_t)(1 + \pi_t)$ . Deste modo, a análise da taxa de juros real neutra também pode contribuir para a compreensão do comportamento da taxa de juros nominal, que no Brasil tem atraído bastante atenção por ser uma das mais elevadas do mundo.

Entretanto, a não observância desta variável permite o surgimento das mais variadas formas de estimação, das mais simples às mais complexas. Uma forma simples seria extrair alguma média da taxa real efetiva em certo período, com o argumento de que choques aleatórios teriam média zero em longos períodos de tempo. Gerlach e Schnabel (2000), por exemplo, calculam uma taxa de juros real neutra de 3,55% para a Zona do Euro extraíndo uma média ponderada da taxa real *ex-post* entre 1982 e 1997. Uma opção um pouco mais elaborada seria estimar a taxa de juros real neutra com base em uma regra de política monetária com intercepto fixo. O artigo de Taylor (1993) estima uma função de reação  $[i_t = r^* - 0,5\pi^* + 1,5\pi_t + 0,5\tilde{y}_t]$  que considera, além da taxa real neutra ( $r^*$ ), a meta de inflação ( $\pi^*$ ), a inflação no período ( $\pi_t$ ) e o hiato do produto ( $\tilde{y}_t$ ), computando  $r^* = 2\%$  para a economia americana. Adicionalmente, é possível combinar uma regra do tipo Taylor com um VAR (Vetores Auto-regressivos) estrutural, como

Rotemberg e Woodford (1997), que calcularam uma taxa real neutra de 3% para os Estados Unidos entre o primeiro trimestre de 1980 e o último de 1995. Outra abordagem mais sofisticada seria combinar um VAR estrutural com filtro de Kalman, como em Laubach e Williams (2001). Além disso, também é possível obter a taxa neutra via modelo CAPM (Capital Asset Pricing Model) ou, ainda, derivando-a da paridade descoberta da taxa de juros. Alternativamente, a taxa de juros real neutra pode ser estimada via Modelo de Equilíbrio Geral Dinâmico Estocástico (DSGE), como em Neiss e Nelson (2000) e Smets e Wouters (2002) que derivam um modelo macroeconômico de pequeno e médio porte para o Reino Unido e a Zona do Euro, respectivamente.

Na literatura nacional, Miranda e Muinhos (2003) estimam a taxa de juros real natural Brasileira por diferentes métodos. Um destes consiste em calcular a média aritmética da série de taxa de juros real histórica, com base na série anual de MMR (Money Market Rates) e na Inflação anual pelo CPI (Consumer Price Index) do ISF (International Financial Statistics) do Fundo Monetário Internacional. As taxas médias encontradas para os períodos de 1980-99, 1990-94 e 1994-99 foram, respectivamente, 11,94%, 13,06% e 20,55%. Outra metodologia abordada estima diversas especificações de curvas IS (diferenciando-se na escolha da série de produto e de índices de inflação) e calcula a taxa real neutra quando o hiato do produto iguala-se a zero. Considerando o período de 1980-2000, as taxas estimadas ficaram entre 4% e 7%, enquanto no período de 1999-2002 ficaram entre 4,5% e 5%. Um terceiro método analisado é o modelo de crescimento de Ramsey, que supõe uma economia fechada, famílias de vida infinita e função de produção Cobb-Douglas. Neste modelo, a taxa de juros no estado estacionário será dada por  $r^* = \rho + \theta x$ , onde  $\rho$  é a taxa de desconto intertemporal do consumidor,  $\theta$  é o inverso da elasticidade de substituição intertemporal do consumo e  $x$  é a taxa de crescimento do índice de tecnologia. As simulações feitas para valores distintos de  $\rho$ ,  $\theta$  e  $x$  geram valores entre 6,7% e 15,3% para a taxa de juros real neutra. Percebe-se, portanto, que a taxa de juros real neutra estimada pode variar bastante, dependendo da metodologia utilizada.

Dentre as diversas metodologias citadas acima, a escolhida será a estimação da taxa natural de juros via modelo DSGE. Segundo Woodford (2000), a taxa de juros real de equilíbrio será aquela que prevalece quando todas as fricções nominais são

eliminadas (ou todos os preços são flexíveis). Neste arcabouço, a principal variável para a análise das pressões inflacionárias é o hiato da taxa de juros real, onde o banco central controla os juros observados. A representação estrutural da economia definida pelos modelos DSGE é especialmente vantajosa para a estimação da taxa de juros real de equilíbrio, pois permite identificar quais choques determinam sua flutuação. Além disso, esta abordagem afasta, em parte, a crítica de Lucas aos modelos tradicionais, uma vez que é baseada em micro fundamentos (as condições de equilíbrio derivam de problemas de maximização das famílias e firmas, dadas preferências, tecnologia e restrições) e não apenas em relações econométricas.

Esta tese é estruturada como se segue. A seção 2 deriva o arcabouço do modelo de equilíbrio dinâmico a ser utilizado e a regra de política monetária. A seção 3 define a calibragem do modelo com base em dados da economia brasileira. A seção 4 analisa o impacto dos choques de produtividade e gastos do governo sobre as principais variáveis econômicas. Na seção 5, estimamos uma série para a taxa de juros real brasileira com base nos choques estruturais modelados, analisando seu comportamento ao longo do tempo e sua sensibilidade à calibrações alternativas. A seção 6 compara o comportamento do gap de taxa de juros com a inflação, a fim de verificar a consistência de nosso resultado. Por fim, a seção 7 apresenta as conclusões finais.

## 2. Modelo

A modelagem econômica é feita com base em um DSGE com rigidez de preços e concorrência imperfeita no mercado de bens, para uma economia fechada, seguindo Gali (2008). Do lado da demanda, as famílias adquirem bens, fornecem trabalho e investem em títulos de um período, maximizando seu bem estar (utilidade) em função de consumo e lazer, enquanto o governo faz suas escolhas de consumo financiado por impostos do tipo lump-sum, seguindo uma política fiscal de orçamento equilibrado. Do lado da produção, as firmas produzem bens diferenciados e maximizam lucro, ajustando preços à la Calvo.

### 2.1. Famílias

Assumindo que existe um contínuo de bens no intervalo  $[0,1]$ , agregados pelo índice de consumo  $C_t$ :

$$C_t \equiv \left( \int_0^1 C_t(i)^{1-\frac{1}{\epsilon}} di \right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$$

Onde  $C_t(i)$  denota a quantidade do bem  $i$  consumida no período  $t$  e  $\epsilon > 1$  a elasticidade de substituição entre as variedades de bens produzidos.

A família representativa maximiza a utilidade esperada no período  $t$ , em função da quantidade ótima de consumo ( $C_t$ ) e de horas de trabalho ( $N_t$ ), sujeita às restrições orçamentárias de cada período, dados preços ( $P_t(i)$ ), salário ( $W_t$ ) e preço do título de um período ( $Q_t$ ). Sendo assim, seja  $\beta$  a taxa de desconto intertemporal do consumidor, temos:

$$\max E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_t, N_t) \quad (1)$$

$$\text{s.a. } \int_0^1 P_t(i) C_t(i) di + Q_t B_t \leq B_{t-1} + W_t N_t + T_t + D_t \quad (2)$$

Para  $t=0,1,2,\dots$ , onde  $P_t(i)$  representa o preço do bem  $i$ ,  $N_t$  as horas de trabalho,  $W_t$  o salário nominal,  $B_t$  títulos de renda fixa de um período (ao preço  $Q_t$ ),  $T_t$  tributos do tipo lump-sum e  $D_t$  outros componentes do tipo lump-sum (como, por exemplo, dividendos pagos pelas firmas). Adicionalmente, vamos assumir que a família deve se manter solvente no longo prazo introduzindo a restrição  $\lim_{T \rightarrow \infty} E_t\{B_T\} \geq 0$ .

Neste contexto, a alocação de consumo ótima para cada categoria de bem será atingida maximizando o consumo total ( $C_t$ ), dado um nível de gastos qualquer ( $Z_t$ ). Isto é:

$$\max \left[ \int_0^1 C_t(i)^{1-\frac{1}{\epsilon}} di \right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} \quad \text{s.a.} \quad \int_0^1 P_t(i) C_t(i) di \equiv Z_t$$

Obtendo-se as seguintes equações de demanda por cada bem ( $i$ ):

$$C_t(i) = \left( \frac{P_t(i)}{P_t} \right)^{-\epsilon} C_t \quad (3)$$

Para qualquer  $i$  no intervalo  $[0,1]$ , onde  $P_t$  é um índice de preços agregados:

$$P_t \equiv \left[ \int_0^1 P_t(i)^{1-\epsilon} di \right]^{\frac{1}{1-\epsilon}} \quad (4)$$

Dado tal comportamento, podemos definir o gasto total com consumo como o somatório do produto dos índices de preço e quantidade. Ou seja:

$$\int_0^1 P_t(i) C_t(i) di = P_t C_t \quad (5)$$

Substituindo a expressão anterior (5) na restrição orçamentária (2) ficamos com:

$$P_t C_t + Q_t B_t \leq B_{t-1} + W_t N_t + T_t + D_t \quad (6)$$

De agora em diante, iremos assumir uma função de utilidade do tipo CRRA (Constant Relative Risk Aversion) para a família:

$$U(C_t, N_t) = \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{N_t^{1+\varphi}}{1+\varphi}$$

Onde  $\sigma \geq 0$  denota o inverso da elasticidade de substituição intertemporal do consumo e  $\varphi \geq 0$  a elasticidade inversa da oferta de trabalho em relação ao salário real.

Maximizando a utilidade intertemporal (1), incorporando a utilidade CRRA acima, sujeita a sequência de restrições orçamentárias (6), derivamos as seguintes condições de primeira ordem:

$$\frac{w_t}{P_t} = C_t^\sigma N_t^\varphi \quad (7)$$

$$Q_t = \beta E_t \left\{ \left( \frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{-\sigma} \frac{P_t}{P_{t+1}} \right\} \quad (8)$$

Log-linearizando (7) e (8) em torno do estado estacionário - com taxa de inflação e taxa de crescimento do consumo constantes - ficamos com:

$$w_t - p_t = \sigma c_t + \varphi n_t \quad (9)$$

$$c_t = E_t \{ c_{t+1} \} - \frac{1}{\sigma} (i_t - E_t [\pi_{t+1}] - \rho) \quad (10)$$

Onde  $i_t \equiv -\log Q_t$ ,  $\rho \equiv -\log \beta$  e  $\pi_t = p_t - p_{t-1}$  é a taxa de inflação para o período t. As variáveis em letras minúsculas denotam o log natural de suas respectivas variáveis originais.

Definindo  $Q_t \equiv (1 + yield_t)^{-1}$ , podemos considerar  $i_t$  como a *yield* de um título com vencimento de um período, pois  $i_t \equiv -\log Q_t = \log(1 + yield_t) \cong yield_t$ . Com isso, iremos nos referir a  $i_t$  como a taxa de juros nominal da economia e a  $\rho$  como a taxa de desconto intertemporal das famílias.

## 2.2. Governo

O governo arrecada tributos do tipo lump-sum ( $T_t$ ) e consome quantidades  $G_t(i)$  de cada bem  $i$ , para todo  $i$  no intervalo  $[0,1]$ . O consumo agregado do governo será dado pelo índice:

$$G_t \equiv \left( \int_0^1 G_t(i)^{1-\frac{1}{\epsilon}} di \right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} \quad (11)$$

Assumindo que a regra de política fiscal é de orçamento equilibrado, o problema do governo passa a ser semelhante ao da família: maximizar o gasto total, dado um nível de arrecadação. Isto é:

$$\max \left[ \int_0^1 G_t(i)^{1-\frac{1}{\epsilon}} di \right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} \quad \text{s.a.} \quad \int_0^1 P_t(i) G_t(i) di \equiv T_t$$

Então, a demanda do governo pelo bem  $i$  será análoga à da família:

$$G_t(i) = \left( \frac{P_t(i)}{P_t} \right)^{-\epsilon} G_t \quad (12)$$

Adicionalmente, vamos assumir que os gastos do governo seguem um processo estocástico auto-regressivo de primeira ordem:

$$g_t = \rho_g g_{t-1} + \varepsilon_t^g \quad (13)$$

Onde  $g_t$  representa o log natural dos gastos do governo,  $0 < \rho_g < 1$ , e  $\varepsilon_t^g$  é um ruído branco iid.

### 2.3. Firmas

Existe um contínuo de firmas  $i \in [0,1]$  atuando em um mercado de concorrência monopolística e produzindo bens diferenciados, mas utilizando a mesma tecnologia. A função de produção da firma  $i$  é representada por:

$$Y_t(i) = A_t N_t(i)^{1-\alpha} \quad (14)$$

Onde  $A_t$  é o nível de tecnologia, que assumiremos evoluir de forma exógena,  $N_t(i)$  a quantidade de horas empregadas na produção do bem  $i$  e  $1-\alpha$  denota a participação do trabalho na produção ( $0 < \alpha < 1$ ).

As firmas tomam o nível de preços ( $P_t$ ) como dado e enfrentam demandas totais idênticas. Considerando a demanda das famílias (3) e do governo (12), a firma que produz o bem  $i$  se depara com:

$$\begin{aligned} Y_t(i) &= C_t(i) + G_t(i) \\ &= \left( \frac{P_t(i)}{P_t} \right)^{-\epsilon} (C_t + G_t) \end{aligned} \quad (15)$$

#### 2.3.1. Determinação de Preços

Seguindo o proposto por Calvo (1983), cada firma poderá reajustar o preço do bem produzido com probabilidade  $(1-\theta)$ , em qualquer período, independente de quando foi o último reajuste. Isto é, em cada período teremos uma fração  $(1-\theta)$  de firmas que reajustam preços, enquanto a fração  $\theta$  mantém seus preços inalterados. Neste contexto, podemos interpretar o parâmetro  $\theta$  como uma medida do grau de rigidez dos preços nominais da economia (quanto mais próximo de zero, maior a flexibilidade).

Dessa forma, uma firma reajustando preços em  $t$  escolherá  $P_t^*$  que maximizará o valor presente dos lucros esperados para a sua vigência, isto é, para os próximos  $k$

períodos, com uma probabilidade  $\theta$ . Formalmente, o problema de otimização da firma é representado por:

$$\max_{P_t^*} \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left\{ Q_{t,t+k} \left( P_t^* Y_{t+k/t} - \Psi_{t+k}(Y_{t+k/t}) \right) \right\}$$

Sujeito a sequência de restrições de demanda análogas a equação (15):

$$Y_{t+k/t} = \left( \frac{P_t^*}{P_{t+k}} \right)^{-\epsilon} (C_{t+k} + G_{t+k}) \quad (16)$$

Para  $k=0,1,2,\dots$  Onde  $Q_{t,t+k} \equiv \beta^k (C_{t+k}/C_t)^{-\sigma} (P_t/P_{t+k})$  é o fator estocástico de desconto para os resultados nominais,  $\Psi_t(\cdot)$  é uma função custo e  $Y_{t+k/t}$  denota o produto em  $t+k$  da firma que escolhe preços em  $t$ .

A condição de primeira ordem para o problema acima é:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left\{ Q_{t,t+k} Y_{t+k/t} (P_t^* - \mathcal{M} \psi_{t+k/t}) \right\} = 0 \quad (17)$$

Onde  $\psi_{t+k/t} = \Psi'_{t+k}(Y_{t+k/t})$  denota o custo marginal nominal no período  $t+k$  para a firma que reajusta preços em  $t$  e  $\mathcal{M} \equiv \epsilon/(\epsilon - 1)$  é o mark-up das firmas no caso de flexibilidade total de preços. Note que, sem rigidez de preços ( $\theta=0$ ), a equação acima se reduziria a  $P_t^* = \mathcal{M} \psi_{t/t}$ .

Para reescrever (17) em função das variáveis relevantes ao estado estacionário vamos dividi-la por  $P_{t-1}$  e definir  $\Pi_{t,t+k} \equiv P_{t+k}/P_t$ , ficando com:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left\{ Q_{t,t+k} Y_{t+k/t} \left( \frac{P_t^*}{P_{t-1}} - \mathcal{M} MC_{t+k/t} \Pi_{t-1,t+k} \right) \right\} = 0 \quad (18)$$

Onde  $MC_{t+k/t} = \psi_{t+k/t}/P_{t+k}$  é o custo marginal real no período  $t+k$  para uma firma que reajusta preços em  $t$ .

Para um estado estacionário com inflação zero devemos ter  $P_t^*/P_{t-1} = 1$  e  $\Pi_{t-1,t+k} = 1$ . Preços constantes implicarão em  $P_t^* = P_{t+k}$ . Consequentemente, teremos  $Y_{t+k/t} = Y$  e  $MC_{t+k/t} = MC$ , dado que todas as firmas estarão produzindo a

mesma quantidade. Além disso,  $Q_{t,t+k} \equiv \beta^k$  se mantém no estado estacionário. Assim, teremos  $MC = 1/\mathcal{M}$ . Uma expansão de Taylor de primeira ordem em (17), em torno do estado estacionário com inflação zero, resultará em:

$$p_t^* - p_{t-1} = (1 - \beta\theta) \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta)^k E_t \{ \widehat{mc}_{t+k/t} + (p_{t+k} - p_{t-1}) \} \quad (19)$$

Onde  $\widehat{mc}_{t+k/t} \equiv mc_{t+k/t} - mc$  denota o log desvio do custo marginal de seu valor no estado estacionário  $mc = -\mu$  e  $\mu \equiv \log \mathcal{M}$  é o log do mark-up das firmas.

Neste contexto, utilizando a definição de nível de preços agregados e o fato de que as firmas reajustando preços em  $t$  irão escolher um mesmo  $P_t^*$  (pois se defrontam com o mesmo problema), teremos uma dinâmica de preços agregados igual à:

$$P_t = [\theta(P_{t-1})^{1-\epsilon} + (1 - \theta)(P_t^*)^{1-\epsilon}]^{\frac{1}{1-\epsilon}}$$

Dividindo ambos os lados por  $P_{t-1}$ , ficamos com:

$$\Pi_t^{1-\epsilon} = \theta + (1 - \theta) \left( \frac{P_t^*}{P_{t-1}} \right)^{1-\epsilon} \quad (20)$$

Onde  $\Pi_t \equiv P_t/P_{t-1}$  representa a inflação entre o período  $t$  e  $t-1$ . Note que no estado estacionário de inflação zero ( $\Pi = 1$ ) teremos  $P_t^* = P_{t-1} = P_t$ , para qualquer  $t$ .

A aproximação log-linear de (20) em torno do estado estacionário assume a forma:

$$\pi_t = (1 - \theta)(p_t^* - p_{t-1}) \quad (21)$$

## 2.4. Market Clearing

### 2.4.1. Market Clearing no Mercado de Bens

O equilíbrio no mercado de bens requer que:

$$Y_t(i) = C_t(i) + G_t(i)$$

Definindo o produto agregado da economia como  $Y_t \equiv \left( \int_0^1 Y_t(i)^{1-\frac{1}{\epsilon}} di \right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$ , temos:

$$\begin{aligned} Y_t &= \left( \int_0^1 Y_t(i)^{1-\frac{1}{\epsilon}} di \right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} \\ &= \left[ \int_0^1 (C_t(i) + G_t(i))^{1-\frac{1}{\epsilon}} di \right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} \\ &= \left[ \int_0^1 \left( \frac{P_t(i)}{P_t} \right)^{1-\epsilon} (C_t + G_t)^{1-\frac{1}{\epsilon}} di \right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} \\ &= (C_t + G_t) \left[ \int_0^1 \left( \frac{P_t(i)}{P_t} \right)^{1-\epsilon} di \right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}} \\ &= C_t + G_t \end{aligned} \tag{22}$$

A passagem da quarta para a quinta linha considera o índice de preços  $P_t$  como definido na equação (4). Note que, no estado estacionário, a equação (22) se tornaria  $Y = C + G$ . Dividindo ambos os lados por  $Y$  e definindo  $s_g \equiv G/Y$  como a participação do governo sobre o produto no estado estacionário, podemos escrever a participação do consumo das famílias como  $s_c = 1 - s_g$ . Fazendo uma aproximação log-linear de (22) em torno do estado estacionário e assumindo a definição de  $s_g$  acima, temos:

$$y_t = (1 - s_g)c_t + s_g g_t \tag{23}$$

Combinando a condição de market clearing (23) com a equação de Euler para o consumo (10) e reorganizando os termos ficamos com:

$$y_t = E_t\{y_{t+1}\} - \frac{(1-s_g)}{\sigma} (i_t - E_t\{\pi_{t+1}\} - \rho) - s_g E_t\{\Delta g_{t+1}\} \quad (24)$$

#### **2.4.2. Market Clearing no Mercado de Trabalho**

O equilíbrio no mercado de trabalho é dado por:

$$N_t = \int_0^1 N_t(i) di$$

Utilizando a função de produção (14) temos:

$$N_t = \int_0^1 \left( \frac{Y_t(i)}{A_t} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} di$$

Combinando a equação (15) com a condição de market clearing (22) podemos substituir  $Y_t(i)$  na equação acima, ficando com:

$$N_t = \left( \frac{Y_t}{A_t} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \int_0^1 \left( \frac{P_t(i)}{P_t} \right)^{-\frac{\epsilon}{1-\alpha}} di$$

Log-linearizando a equação acima em torno do estado estacionário sem inflação, desconsiderando termos iguais à zero (para uma aproximação linear de primeira ordem) e reorganizando os termos, ficamos com:

$$y_t = a_t + (1 - \alpha)n_t \quad (25)$$

Vamos assumir que  $a_t$  segue um processo estocástico auto-regressivo de primeira ordem:

$$a_t = \rho_a a_{t-1} + \varepsilon_t^a \quad (26)$$

Onde  $0 < \rho_a < 1$  e  $\varepsilon_t^a$  é um ruído branco iid.

Retomando o problema da firma, vamos escrever o custo marginal real individual ( $mc_t$ ) em função do salário real e do custo marginal real médio da economia ( $mpn_t$ ).

$$\begin{aligned} mc_t &= (w_t - p_t) - mpn_t \\ &= (w_t - p_t) - (a_t - \alpha n_t) - \log(1 - \alpha) \end{aligned} \quad (27)$$

A passagem para a segunda linha considera um custo marginal real médio consistente com a função de produção agregada (25). Substituindo o trabalho ( $n_t$ ) da equação (25) na equação (27) e reorganizando os termos temos:

$$mc_t = (w_t - p_t) - \frac{1}{1-\alpha} (a_t - \alpha y_t) - \log(1 - \alpha) \quad (28)$$

Analogamente, a firma que reajusta preços em  $t$  terá custo marginal em  $t+k$ :

$$\begin{aligned} mc_{t+k/t} &= (w_{t+k} - p_{t+k}) - mpn_{t+k/t} \\ &= (w_{t+k} - p_{t+k}) - \frac{1}{1-\alpha} (a_{t+k} - \alpha y_{t+k/t}) - \log(1 - \alpha) \end{aligned} \quad (29)$$

Adiantando a equação (28) em um período e a combinando com a equação (29), podemos reescrever esta última em função do custo marginal real individual.

$$mc_{t+k/t} = mc_{t+k} + \frac{\alpha}{1-\alpha} (y_{t+k/t} - y_{t+k}) \quad (30)$$

Combinando a demanda da firma que reajusta preços em  $t$  (16) com a condição de market clearing (22) e substituindo em (30), ficamos com:

$$mc_{t+k/t} = mc_{t+k} - \frac{\alpha \varepsilon}{1-\alpha} (p_t^* - p_{t+k}) \quad (31)$$

Substituindo a equação (31) na equação (19) e reorganizando os termos obtemos:

$$\begin{aligned}
 p_t^* - p_{t-1} &= (1 - \beta\theta) \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta)^k E_t \{ \Theta \widehat{mc}_{t+k} + (p_{t+k} - p_{t-1}) \} \\
 &= (1 - \beta\theta)\Theta \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta)^k E_t \{ \widehat{mc}_{t+k} \} + \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta)^k E_t \{ \pi_{t+k} \} \\
 &= \beta\theta E_t \{ p_{t+1}^* - p_t \} + (1 - \beta\theta)\Theta \widehat{mc}_t + \pi_t
 \end{aligned} \tag{32}$$

Onde  $\Theta \equiv \frac{1-\alpha}{1-\alpha+\alpha\epsilon} \leq 1$ .

Por fim, combinando as equações (21) e (32) chegamos à expressão que descreve a dinâmica de inflação:

$$\pi_t = \beta E_t \{ \pi_{t+1} \} + \lambda \widehat{mc}_t \tag{33}$$

Onde  $\lambda \equiv \frac{(1-\theta)(1-\beta\theta)}{\theta} \Theta$ .

Agora vamos derivar uma expressão que relacione o desvio de custo marginal real em relação seu estado estacionário com o desvio do produto. Primeiramente, vamos calcular o produto natural. Isolando o trabalho na função de produção (25), substituindo na equação (9) temos:

$$w_t - p_t = \sigma c_t + \frac{\varphi}{(1-\alpha)} (y_t - a_t) \tag{34}$$

Substituindo (34) em (28) e reorganizando os termos ficamos com:

$$mc_t = \sigma c_t + \left( \frac{\varphi+\alpha}{1-\alpha} \right) y_t - \left( \frac{1+\varphi}{1-\alpha} \right) a_t - \text{Log}(1-\alpha) \tag{35}$$

Por fim, isolando o consumo na condição de market clearing log-linearizada (23), substituindo em (35) e reorganizando os termos:

$$mc_t = \left[ \frac{\sigma(1-\alpha) + (1-s_g)(\varphi+\alpha)}{(1-\alpha)(1-s_g)} \right] y_t - \left( \frac{\sigma s_g}{1-s_g} \right) g_t - \left( \frac{1+\varphi}{1-\alpha} \right) a_t - \text{Log}(1-\alpha) \tag{36}$$

Definindo o produto natural da economia ( $y_t^n$ ) como aquele observado no caso de preços flexíveis e considerando que, nessas condições,  $mc = -\mu$ , podemos reescrever a equação (36) da seguinte forma:

$$-\mu = \left[ \frac{\sigma(1-\alpha) + (1-s_g)(\varphi + \alpha)}{(1-\alpha)(1-s_g)} \right] y_t^n - \left( \frac{\sigma s_g}{1-s_g} \right) g_t - \left( \frac{1+\varphi}{1-\alpha} \right) a_t - \text{Log}(1-\alpha) \quad (37)$$

Reorganizando os termos, chegamos a seguinte expressão para o produto natural:

$$y_t^n = \psi_{yg}^n g_t + \psi_{ya}^n a_t + \vartheta_y^n \quad (38)$$

Onde:

$$\psi_{yg}^n = \frac{\sigma s_g(1-\alpha)}{\sigma(1-\alpha) + (1-s_g)(\varphi + \alpha)} \quad \psi_{ya}^n = \frac{(1-s_g)(1+\varphi)}{\sigma(1-\alpha) + (1-s_g)(\varphi + \alpha)} \quad \vartheta_y^n = \frac{(1-s_g)(1-\alpha)(\text{Log}(1-\alpha) - \mu)}{\sigma(1-\alpha) + (1-s_g)(\varphi + \alpha)}$$

Deste modo, o desvio do custo marginal real pode ser calculado subtraindo-se a equação (37) da (36):

$$\widehat{mc}_t = \left[ \frac{\sigma(1-\alpha) + (1-s_g)(\varphi + \alpha)}{(1-\alpha)(1-s_g)} \right] (y_t - y_t^n) \quad (39)$$

Por convenção, vamos chamar  $\tilde{y}_t = (y_t - y_t^n)$  de hiato do produto.

Substituindo (39) na equação (33) chegamos, finalmente, à curva de Phillips novo-Keynesiana do modelo, em termos do hiato do produto:

$$\pi_t = \beta E_t\{\pi_{t+1}\} + \kappa \tilde{y}_t \quad (40)$$

$$\text{Onde } \kappa = \lambda \left[ \frac{\sigma(1-\alpha) + (1-s_g)(\varphi + \alpha)}{(1-\alpha)(1-s_g)} \right].$$

Para chegar a IS dinâmica, vamos reescrever a equação (24) em termos do hiato do produto. Deste modo, subtraindo a equação (38) da (24) e reorganizando os termos, obtemos:

$$\tilde{y}_t = E_t\{\tilde{y}_{t+1}\} - \frac{(1-s_g)}{\sigma} (i_t - E_t\{\pi_{t+1}\} - r_t^n) \quad (41)$$

Onde  $r_t^n$  é a taxa de juros real neutra para o período t, dada por:

$$r_t^n = \rho - \left[ \frac{\sigma(s_g - \psi_{yg}^n)}{(1-s_g)} \right] E_t\{\Delta g_{t+1}\} + \left[ \frac{\sigma\psi_{ya}^n}{(1-s_g)} \right] E_t\{\Delta a_{t+1}\} \quad (42)$$

## 2.5. Regra de Política Monetária

Para fechar o modelo, adotaremos uma regra de política monetária à la Taylor:

$$i_t = \rho + \phi_\pi \pi_t + \phi_y \tilde{y}_t \quad (43)$$

Onde  $\phi_\pi$  e  $\phi_y$  são parâmetros positivos.

## 2.6. Sistema Dinâmico de Equilíbrio

O sistema dinâmico se resume a seis equações básicas: curva de Phillips novo-Keynesiana (I), IS dinâmica (II), definição da taxa de juros real neutra (III), regra de Taylor (IV), evolução da produtividade (V) e de gastos do governo (VI).

- (I)  $\pi_t = \beta E_t\{\pi_{t+1}\} + \kappa \tilde{y}_t$
- (II)  $\tilde{y}_t = E_t\{\tilde{y}_{t+1}\} - \frac{(1-s_g)}{\sigma} (i_t - E_t\{\pi_{t+1}\} - r_t^n)$
- (III)  $r_t^n = \rho - \left[ \frac{\sigma(s_g - \psi_{yg}^n)}{(1-s_g)} \right] E_t\{\Delta g_{t+1}\} + \left[ \frac{\sigma\psi_{ya}^n}{(1-s_g)} \right] E_t\{\Delta a_{t+1}\}$
- (IV)  $i_t = \rho + \phi_\pi \pi_t + \phi_y \tilde{y}_t$
- (V)  $a_t = \rho_a a_{t-1} + \varepsilon_t^a$
- (VI)  $g_t = \rho_g g_{t-1} + \varepsilon_t^g$

### 3. Calibragem do Modelo

Considerando periodicidade trimestral, calibraremos os parâmetros estruturais do modelo de acordo com a economia brasileira, conforme a tabela 1 abaixo:

Tabela 1: Calibragem dos Parâmetros do Modelo

Parâmetros	Descrição	Valor
$\beta$	Fator de desconto intertemporal	0,9804
$\sigma$	Elasticidade inversa de substituição intertemporal do consumo	1,3000
$\phi$	Elasticidade inversa da oferta de trabalho em relação ao salário real	1,0000
$\epsilon$	Elasticidade de substituição entre bens	5,5000
$\theta$	Probabilidade da firma não reajustar preço	0,6500
$(1-\alpha)$	Participação do trabalho na renda	0,5520
$s_g$	Participação do governo na renda do estado estacionário	0,2000
$\varphi_\pi$	Coeficiente da inflação na Regra de Taylor	2,0000
$\varphi_y$	Coeficiente do hiato do produto na Regra de Taylor	0,2500
$\rho_a$	Coeficiente auto-regressivo da produtividade	0,9015
$\rho_g$	Coeficiente auto-regressivo dos gastos do governo	0,5551

O fator de desconto intertemporal ( $\beta$ ) foi fixado em 0,9804, que corresponde a uma taxa de juros real de aproximadamente 2% a.t. no estado estacionário, consistente com a média da taxa de juros real trimestral efetiva observada no Brasil no período compreendido entre o primeiro trimestre de 2000 e o último de 2011. Escolhemos começar nossa análise em 2000, após a adoção do regime de metas de inflação, quando a taxa de juros passou a ter papel de destaque na formulação da política monetária. Devido à relevância do fator de desconto intertemporal ( $\beta$ ) na estimação da taxa de juros real neutra, faremos uma análise de sensibilidade da taxa neutra às variações deste parâmetro na seção 5.4.

A elasticidade de substituição entre os bens ( $\epsilon$ ) foi fixada em 5,5, o que corresponde a um mark-up de estado estacionário de 20% para as firmas, como adotado na literatura nacional por Araújo, Bugarin, Muinhos e Silva (2006). Este valor está dentro do intervalo usualmente adotado na literatura internacional, onde encontramos mark-ups de estado estacionário entre 10% e 25%. Rotemberg e

Woodford (1997) e Juillard, Karam, Laxton e Pesenti (2006), por exemplo, assumem mark-ups de 15% e 23%, respectivamente.

Os demais parâmetros, exceto os coeficientes auto-regressivos, foram calibrados seguindo Castro, Gouvea, Minella, Santos e Souza (2011) em Stochastic Analytical Model with Bayesian Approach (SAMBA), artigo que descreve o modelo DSGE utilizado pelo Banco Central do Brasil (BCB) para a análise da economia brasileira. Destaque-se que o valor de 0,2 atribuído aos gastos do governo na renda do estado estacionário ( $s_g$ ) é consistente com a média de gastos do governo sobre o PIB, com base nos dados divulgados pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) nas contas nacionais trimestrais (utilizados futuramente na estimação da taxa neutra), para o período entre 2000:1 e 2011:4.

Os coeficientes auto-regressivos da produtividade e de gastos do governo foram estimados com base em suas respectivas séries, cujas construções estão detalhadas na seção 5. Os valores em parênteses representam o desvio padrão dos parâmetros estimados.

$$\begin{array}{ll} a_t = 0,9015 a_{t-1} + \varepsilon_t^a & g_t = 0,5551 g_{t-1} + \varepsilon_t^g \\ (0,0505) & (0,1021) \end{array}$$

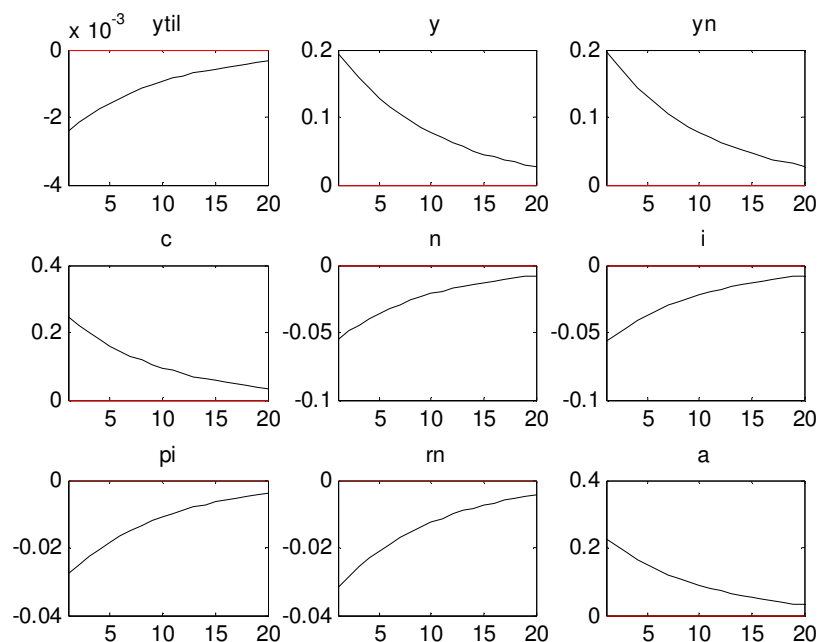
#### 4. Impacto dos Choques Modelados Sobre as Variáveis Econômicas

Nesta seção, analisaremos o comportamento da inflação ( $\pi$ ), hiato do produto ( $y_{til}$ ), renda ( $y$ ), produto natural ( $y_n$ ), consumo ( $c$ ), horas trabalhadas ( $n$ ), taxa de juros nominal ( $i$ ) e taxa de juros real neutra ( $rn$ ) frente a choques de produtividade ( $a$ ) e de gastos do governo ( $g$ ). A análise será feita com base em funções de impulso-resposta derivadas do modelo descrito na seção 2 e calibrado conforme a seção 3.

##### 4.1. Choque Positivo de Produtividade

A figura 1 abaixo mostra as funções de impulso-resposta das variáveis citadas acima frente um choque positivo de um desvio padrão na produtividade.

Figura 1: Efeitos Dinâmicos de um Choque de Produtividade



Um ganho de produtividade implicará em um aumento na produção pelas firmas, elevando o produto potencial. Note que, inicialmente as firmas irão demandar menos horas de trabalho, devido à rigidez de preços da economia, que impede que o custo

marginal real se reduza igualmente para todas elas. Por outro lado, haverá um aumento no salário real. Com isso, o aumento na produção levará a um aumento no consumo das famílias e, conseqüentemente, na renda nacional.

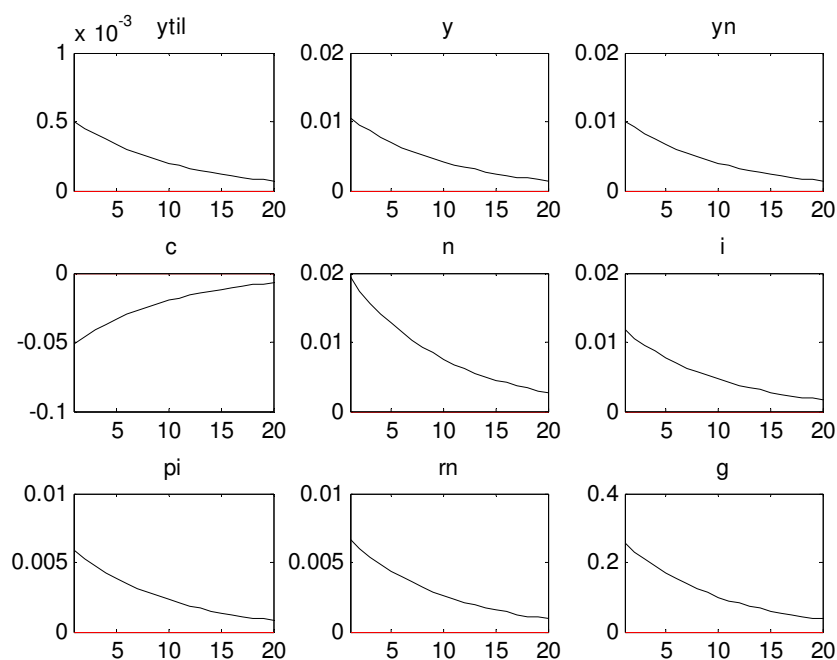
Dado que os ganhos de produtividade não afetam os gastos do governo, a renda crescerá menos que o produto potencial, reduzindo o hiato do produto. Logo, esse excesso de oferta, aliado a redução dos custos marginais, implicará em redução da taxa de inflação. Neste contexto, a taxa de juros real neutra necessária para igualar o produto efetivo ao natural será menor.

Como resposta à queda no hiato e na taxa de inflação, o Banco Central optará por uma política monetária expansiva, reduzindo a taxa de juros nominal da economia.

#### **4.2. Choque Positivo de Gastos do Governo**

A figura 2 abaixo mostra as funções de impulso-resposta das variáveis citadas acima frente um choque positivo de um desvio padrão nos gastos do governo.

**Figura 2: Efeitos Dinâmicos de um Choque de Gastos do Governo**



Um aumento nos gastos do governo eleva a demanda pelos bens produzidos pelas firmas, que tentarão corresponder elevando a produção. Com isso, haverá um aumento na demanda por horas de trabalho, resultando em aumento do salário e dos custos marginais nominais. Em contra partida à elevação de custos, as firmas irão reajustar preços, assim que puderem, gerando inflação.

Por outro lado, as famílias irão reduzir consumo, em resposta ao aumento na tributação. Lembre-se que o governo não pode se endividar, sendo obrigado a aumentar tributos quando há um aumento de gastos, para manter seu orçamento equilibrado. Além disso, haverá uma redução no salário real, uma vez que o aumento de preços será maior que o de salários. Assim, o aumento na renda será proporcionalmente menor do que o aumento de gastos do governo (haverá um *crowding out* do consumo).

Sem ganhos de produtividade, as firmas esbarram em aumento de custos, não sendo capazes de elevar o produto natural na mesma proporção que a renda, resultando em um aumento do hiato do produto. Neste contexto, a pressão de demanda imposta pelo aumento de gastos do governo faz com que a taxa de juros real neutra necessária para que o produto se iguale ao potencial seja maior.

O Banco Central, por sua vez, responderá à elevação de preços (e aumento do hiato do produto) com um aperto na política monetária. Ou seja, irá elevar a taxa de juros nominal da economia.

### 5. Estimando a Taxa de Juros Real de Equilíbrio para o Brasil

A estimação da série temporal para a taxa de juros real neutra brasileira será baseada nos choques de produtividade e de gastos do governo, como desenvolvido no modelo DSGE acima:

$$r_t^n = \rho - \left[ \frac{\sigma(s_g - \psi_{yg}^n)}{(1-s_g)} \right] E_t\{\Delta g_{t+1}\} + \left[ \frac{\sigma\psi_{ya}^n}{(1-s_g)} \right] E_t\{\Delta a_{t+1}\} \quad (42)$$

Conforme definido anteriormente,  $a_t$  e  $g_t$  seguem um processo estocástico auto-regressivo, gerando os seguintes valores esperados para a primeira diferença de um período à frente:

$$E_t\{\Delta a_{t+1}\} = -(1 - \rho_a)a_t$$

$$E_t\{\Delta g_{t+1}\} = -(1 - \rho_g)g_t$$

Substituindo na equação da taxa de juros real acima ficamos com:

$$r_t^n = \rho + \left[ \frac{\sigma(s_g - \psi_{yg}^n)(1 - \rho_g)}{(1-s_g)} \right] g_t - \left[ \frac{\sigma\psi_{ya}^n(1 - \rho_a)}{(1-s_g)} \right] a_t \quad (44)$$

Onde todos os parâmetros são positivos e  $s_g$ ,  $\rho_a$  e  $\rho_g \in (0,1)$ . Note que o efeito de um ganho de produtividade sobre a taxa de juros real neutra será negativo, enquanto o impacto de um aumento de gastos do governo dependerá de sua participação no estado estacionário e do coeficiente dos gastos do governo no produto natural. Se:

$$\begin{cases} s_g > \psi_{yg}^n, \text{ o impacto será positivo.} \\ s_g < \psi_{yg}^n, \text{ o impacto será negativo.} \end{cases}$$

Intuitivamente, espera-se um efeito positivo para os gastos do governo, uma vez que um aumento de gastos implica em maior demanda, elevando o produto acima do natural, pressionando a inflação e, conseqüentemente, a taxa de juros. Portanto,

vamos resolver a inequação para um impacto positivo, a fim de verificar as condições necessárias para tal:

$$s_g > \psi_{yg}^n$$

$$s_g > \frac{\sigma s_g (1 - \alpha)}{\sigma (1 - \alpha) + (1 - s_g)(\varphi + \alpha)}$$

$$s_g < 1$$

Como, por definição,  $s_g < 1$  (fração do produto agregado no estado estacionário), o impacto dos gastos do governo será sempre positivo. Note que, este resultado está em linha com a função de impulso-resposta da taxa de juros real neutra da seção 4.2.

Ambas as séries utilizadas na constituição da taxa de juros real neutra têm periodicidade trimestral. Além disso, para resolvermos o problema de não estacionariedade, filtramos as séries utilizando uma tendência linear e depois ajustamos pelas médias das mesmas, seguindo a metodologia adotada por Smets e Wouters (2002). Ou seja,  $x_t = (X_t - X)/X$ , onde  $X_t$  representa a série sem tendência e  $X$  a média da série sem tendência para a sua extensão. Ressalte-se que a série de produtividade vai de 1992:1 a 2011:4, enquanto a série de gastos do governo (impostos) vai de 1996:1 a 2011:4. Após esse procedimento, estimamos os coeficientes auto-regressivos citados anteriormente na seção 3. Entretanto, vamos estimar a taxa de juros real neutra apenas para o período compreendido entre 2000:1 e 2011:4, após a implementação do sistema de metas para a inflação, quando os juros passam a ser o principal instrumento de controle da política monetária.

### 5.1. Construção da Série de Produtividade Total dos Fatores

A série da produtividade total dos fatores utilizada foi a fornecida pelo Instituto Brasileiro de Economia (IBRE), cuja construção segue a metodologia desenvolvida por Pessoa (ver Ferreira et. al. (2008) e Pessoa e Matos (2010)).

Como a PTF é não observada, ela é obtida pelo resíduo da função de produção. Assim:

$$A_t = \frac{Y_t}{(K_t NUCI_t)^\alpha (N_t(1 - U_t))^{1-\alpha}}$$

Onde:

$A_t$  = Produtividade total dos fatores (PTF)

$Y_t$  = Produto agregado da economia

$K_t$  = Estoque de capital

$NUCI_t$  = Nível de utilização da capacidade instalada

$N_t$  = População economicamente ativa (PEA)

$U_t$  = Taxa de desemprego

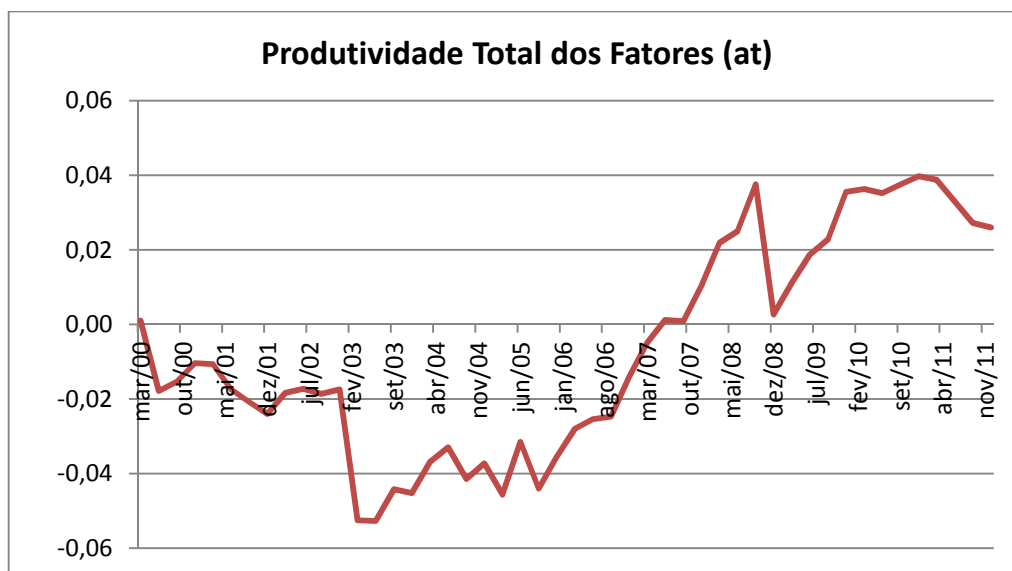
$\alpha$  = Participação do fator capital no valor adicionado total

Para o produto agregado ( $Y_t$ ), foi utilizada a série do Produto Interno Bruto (PIB) retirada das Contas Nacionais divulgadas pelo IBGE. Para o nível de utilização da capacidade instalada ( $NUCI_t$ ), foi utilizada a série de mesmo nome, fornecida pelo Instituto Brasileiro de Economia (IBRE) da FGV. O termo  $N_t(1 - U_t)$  foi substituído pela série  $HORAS_t$ , formada a partir de dados da Pesquisa Mensal de Emprego (PME) e da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD), ambas do IBGE (ver Barbosa Filho e Pessoa (2009)). A primeira foi utilizada para observar as variações de curto prazo, enquanto a segunda forneceu a tendência e o nível de horas de trabalho representativas para o país. A participação do capital no valor adicionado ( $\alpha$ ) foi fixada em 0,4.

Por fim, a série do estoque de capital ( $K_t$ ) foi elaborada a partir do método de investimento perpétuo, descrito pela equação  $K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + I_t$ , fixando o valor inicial como  $K_{1992} = \gamma Y_{1992}$ . A taxa de depreciação ( $\delta$ ) foi fixada em 3,5% (0,86% ao trimestre), a relação entre capital e produto ( $\gamma$ ) em 2,7 e a série para investimento ( $I_t$ )

utilizada foi retirada das Contas Nacionais divulgadas pelo IBGE. A série sem tendência e ajustada pela média segue na figura 3 abaixo.

**Figura 3: Série de Produtividade Total dos Fatores**

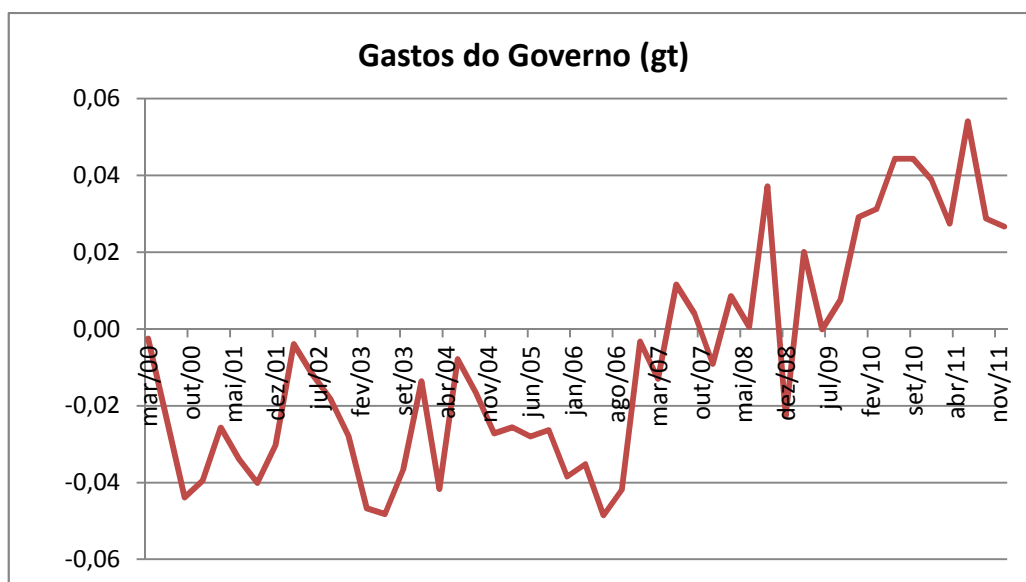


No final de 2002 há uma forte redução na produtividade, associada, provavelmente, à instabilidade econômica no período pré-eleitoral do presidente Lula, com elevação do risco país. Retomada a confiança, a produtividade voltou a crescer. Em especial, observa-se um grande ganho de produtividade entre meados de 2005 e setembro de 2008, pressionando a taxa de juros real para baixo. Este ciclo de prosperidade se interrompe com o estouro da bolha imobiliária americana e o rápido desenvolvimento da crise no âmbito global. Após o ápice da crise, há uma recuperação na produtividade, no período compreendido entre o início de 2009 e o início de 2011, que também deve contribuir para a queda da taxa neutra. A partir de meados de 2011, a produtividade parece cair novamente, o que levaria a um aumento na taxa neutra.

## 5.2. Construção da Série de Gastos do Governo

Para a construção dos gastos do governo, vamos utilizar a série “consumo da administração pública” (valores encadeados a preços de 1995), divulgada pelo IBGE nas contas nacionais trimestrais. A série foi dessazonalizada pelo programa X12 Arima, elaborado e disponibilizado pelo United States Census Bureau (<http://www.census.gov/srd/www/x12a/>), utilizando-se sua programação *default*. Após este procedimento iremos retirar a tendência e ajustá-la pela média, como descrito anteriormente. A figura 4 apresenta a série dessazonalizada sem tendência e ajustada pela média.

Figura 4: Série de Gastos do Governo

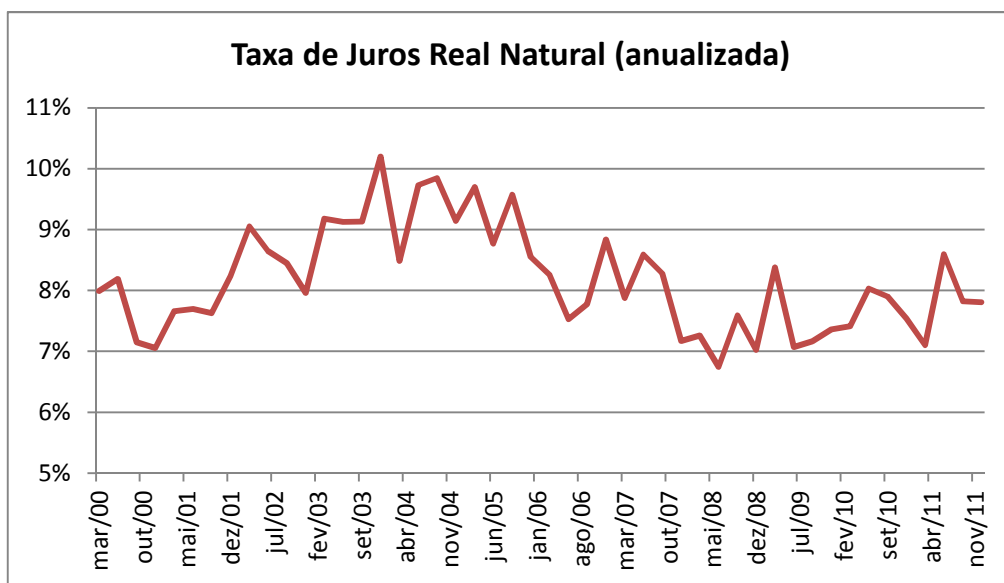


Para o período de interesse, observamos um forte aumento nos gastos do governo no período compreendido entre o segundo trimestre de 2006 e o segundo trimestre de 2011, pressionando a taxa real neutra para cima. No final de 2008 e princípio de 2009 houve queda nos gastos, o que levaria a uma redução na taxa de juros natural, mas este alívio não durou muito.

### 5.3. Série da Taxa de Juros Real Natural Estimada

A série foi construída com base na equação (44), considerando a calibragem descrita na seção 3 e as séries de produtividade e gastos do governo apresentadas acima. A figura 5 abaixo demonstra a série trimestral estimada anualizada.

Figura 5: Série da Taxa de Juros Real Natural Estimada (anualizada)

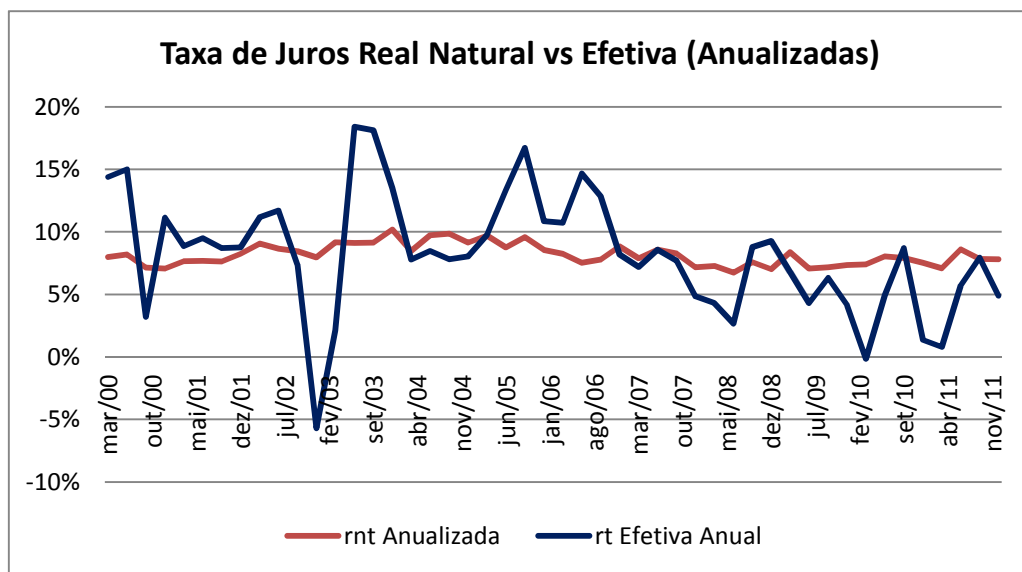


No início do governo Lula (entre 2003 e 2005), podemos observar uma elevação no patamar da taxa de juros real neutra, para algo entre 9% e 10%, atribuída a uma forte redução na produtividade. Apesar do aumento nos gastos do governo no período posterior a 2005, podemos observar uma redução na taxa de juros real, chegando a ficar abaixo de 7%, indicando que o efeito do ganho de produtividade superou o efeito do aumento de gastos. Com a eclosão da crise financeira mundial no final de 2008, a produtividade passa a crescer menos do que os gastos do governo, pressionando a taxa de juros real natural novamente para cima. Para o último trimestre de 2011, encontramos uma taxa de juros real natural de 1,90% a.t., ou 7,80% a.a.

Deste modo, considerando uma continuidade no crescimento dos gastos do governo, podemos dizer que só seria possível obter uma redução na taxa de juros, se houvesse um ganho de produtividade mais acentuado na economia brasileira.

A fim de analisar o comportamento da política monetária, vamos comparar as taxas natural e real. A série da taxa de juros real efetiva trimestral foi construída descontando-se a taxa do Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA), divulgado pelo IBGE, da taxa Selic, divulgada pelo Banco Central do Brasil (ambas acumuladas no trimestre). Ou seja,  $r_t = \log(1 + i_t) - \log(1 + \pi_t)$ . A figura 6 abaixo faz uma comparação entre a taxa de juros real natural trimestral e a efetiva, anualizadas.

Figura 6: Taxa de Juros Real Natural vs Efetiva (anualizadas)



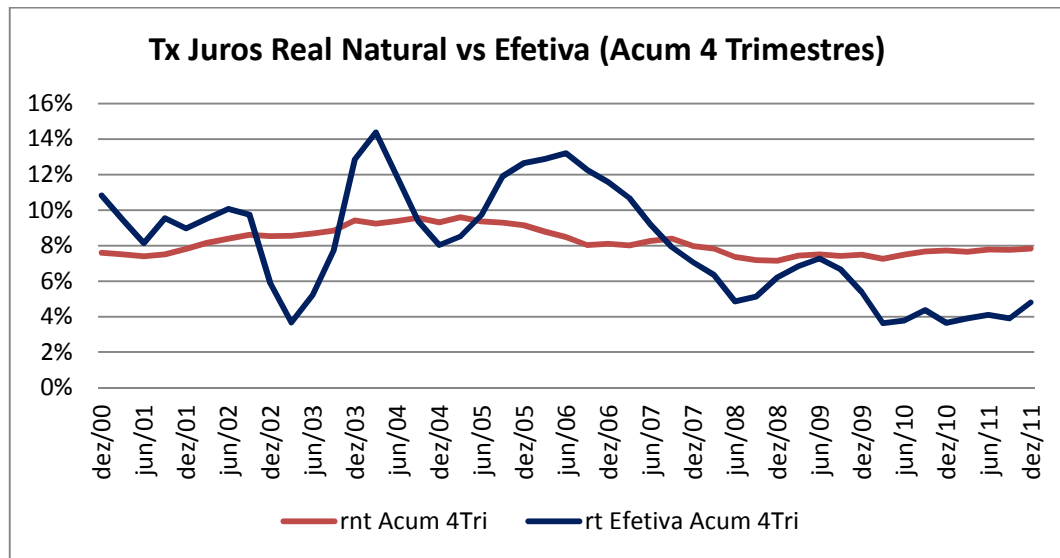
Podemos observar que a taxa efetiva oscila em torno da natural, como esperado, indicando períodos de aperto (taxa efetiva maior que natural) e de alívio (taxa efetiva menor que a natural) monetário. Por exemplo, podemos notar um forte aperto monetário no início de 2003, em resposta ao surto inflacionário que antecedeu a posse do presidente Lula (observe, inclusive, que a taxa real efetiva chega a ficar negativa no final de 2002 em função deste). Além disso, àquela época, o aperto monetário tinha também o objetivo de demonstrar que o sistema de metas para inflação não seria abandonado pelo novo governo. Observando o período mais recente, podemos dizer que, aparentemente, o Banco Central teria baixado demasiadamente a taxas de juros no ano de 2007, na ausência de choques externos, permitindo que a inflação se acelerasse, sendo necessário corrigir isso no ano seguinte. Com a eclosão da crise de 2008, foi imprescindível afrouxar novamente a política monetária, em resposta à grande retração econômica que se

sucedeu. A retomada do crescimento e a elevação de preços, por sua vez, levaram o Banco Central a elevar os juros em abril de 2010 interrompendo o ciclo de alta em junho. À época, o Banco Central foi criticado por interromper o ciclo de alta, que, segundo alguns analistas de mercado, deveria ser mais longo. De fato, após a interrupção, a taxa real efetiva tornou a ficar abaixo da neutra, o que indica uma política monetária frouxa, permitindo a aceleração da inflação. O Banco Central voltou a elevar os juros em janeiro de 2011, passando a exercer, segundo nosso gráfico, uma política neutra. Já no final de 2011, o Banco Central reduziu a taxa de juros, adotando uma política monetária mais frouxa, prevendo um cenário externo desfavorável (agravamento da crise fiscal na Europa e Estados Unidos).

Com base nessa análise histórica, acreditamos que a série de taxa de juros real neutra estimada seja consistente com o comportamento da política monetária adotada pelo banco central nos últimos anos. Adicionalmente, testaremos nosso resultado de forma mais robusta na seção 6, comparando o comportamento do hiato da taxa de juros com a inflação.

Para termos uma visão mais suavizada do comportamento da taxa de juros real neutra e da efetiva, podemos acumulá-las em 12 meses (ao invés de anualizá-las), como no gráfico 7 abaixo. Esta análise não é relevante para a decisão de política monetária, dado que apenas as variáveis trimestrais são consideradas no modelo, mas nos dá uma ideia de tendência para as séries. Neste contexto, podemos observar que a taxa de juros natural acumulada tem ficado bem acima da taxa efetiva, desde meados de 2009. É possível que nosso modelo não tenha sido capaz de capturar o forte choque externo derivado da crise financeira mundial, por tratar de uma economia fechada. Voltaremos a essa questão na seção 7.

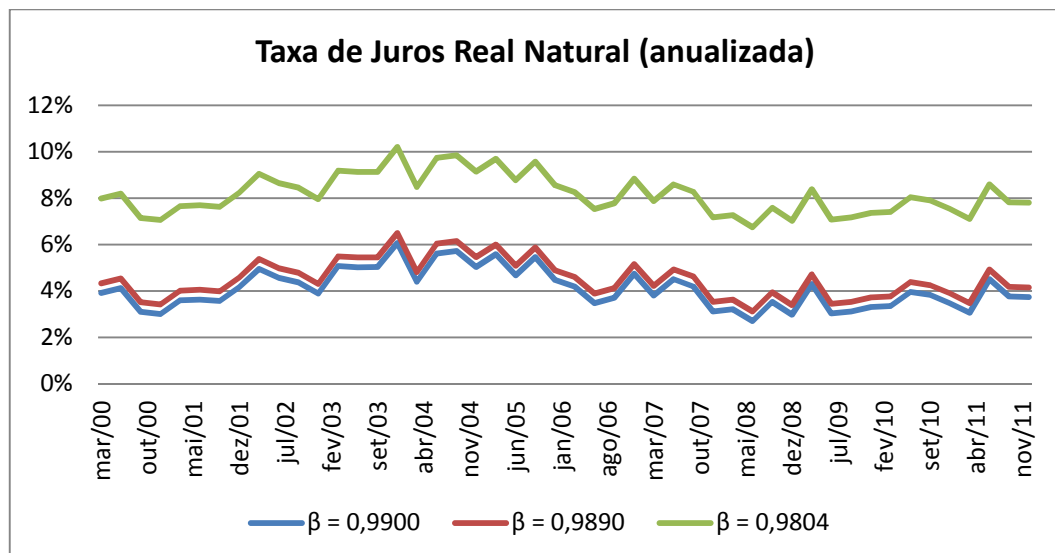
Figura 7: Taxa de Juros Real Natural vs Efetiva (acumuladas em 4 trimestre)



#### 5.4. Teste de Sensibilidade

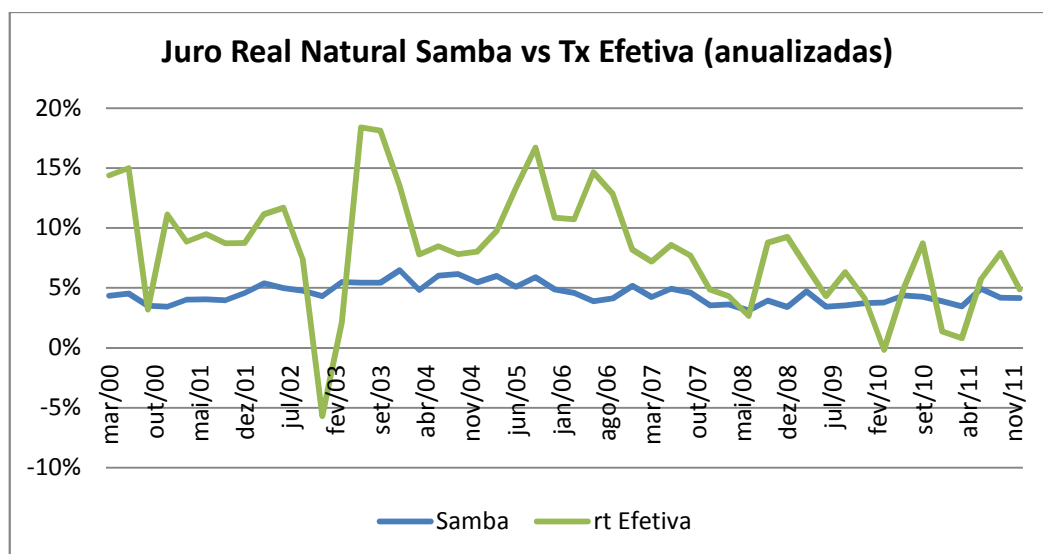
Na literatura nacional, é possível encontrar valores diferentes para o fator de desconto intertemporal das famílias ( $\beta$ ). Vamos testar os valores de 0,9900 e 0,9890, presentes nos artigos de Araújo, Bugarin, Muinhos e Silva (2006) e do modelo Samba, respectivamente. Note que estes valores estão acima do utilizado em nosso modelo (0,9804). A figura 8 abaixo mostra as séries estimadas.

Figura 8: Taxa de Juros Real Natural – Calibrações Alternativas –  $\beta$



Dado que  $\rho = -\log(\beta)$ , quanto maior o fator de desconto, menor será  $\rho$  e mais baixa será a taxa de juros real neutra. Portanto, para os valores citados acima, encontramos séries de taxa de juros reais flutuando em torno de 4%, bem abaixo da nossa. Considerando os parâmetros do Samba, por exemplo, teríamos uma taxa de juros real neutra anualizada de 4,16% a.a. (ou 1,02% a.t.). Entretanto, acreditamos que estas séries não sejam consistentes com os dados brasileiros. Observando a figura 9 abaixo, podemos perceber que, considerando o parâmetro  $\beta$  do modelo Samba (0,9890), a taxa de juros real efetiva estaria sistematicamente acima da taxa neutra entre 2003 e 2007, indicando uma política monetária apertada, o que impediria que a inflação se elevasse. Contudo, ao contrário do esperado, a inflação se acelerou durante o ano de 2004 e, novamente, de meados de 2006 até o segundo trimestre de 2008.

**Figura 9: Taxa de Juros Real Natural ( $\beta=0,9890$ ) vs Efetiva (anualizadas)**



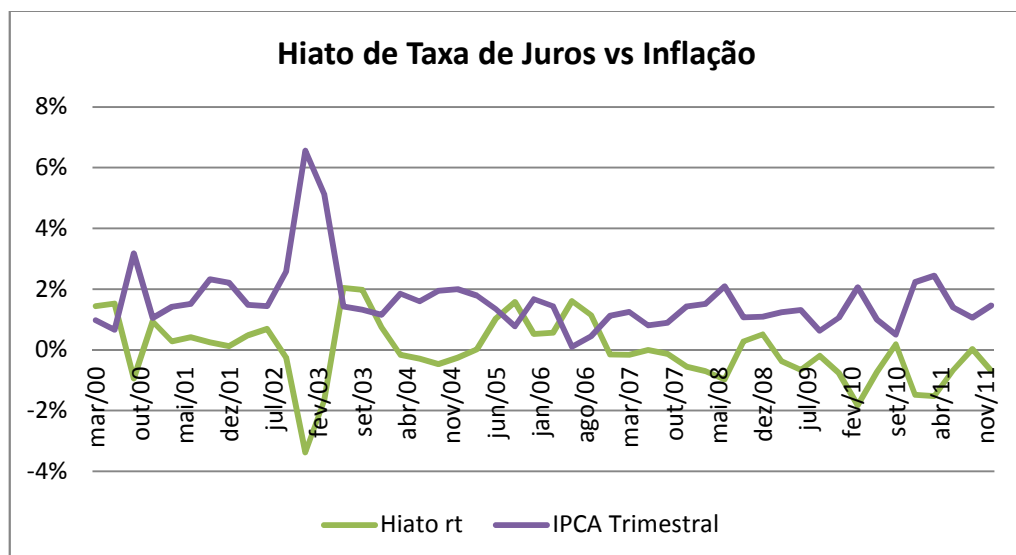
## 6. Hiato de Taxa de Juros vs Inflação

A fim de testar nosso resultado, vamos fazer uma comparação entre o hiato da taxa de juros real e a taxa de inflação. Em resumo, devemos esperar uma queda (aumento) na taxa de inflação, quando o hiato da taxa de juros reais ( $r_t - r_t^n$ ) for positivo (negativo).

Para isto, precisamos construir uma série para o hiato da taxa de juros real e outra para a taxa de inflação. A série do hiato de taxa de juros foi estabelecida subtraindo a taxa de juros real neutra estimada da taxa real efetiva, ambas calculadas na seção 5.3. Formalmente:  $hiato(r_t) = \log(1 + r_t) - \log(1 + r_t^n)$ . Para a taxa de inflação, utilizou-se o IPCA acumulado no trimestre.

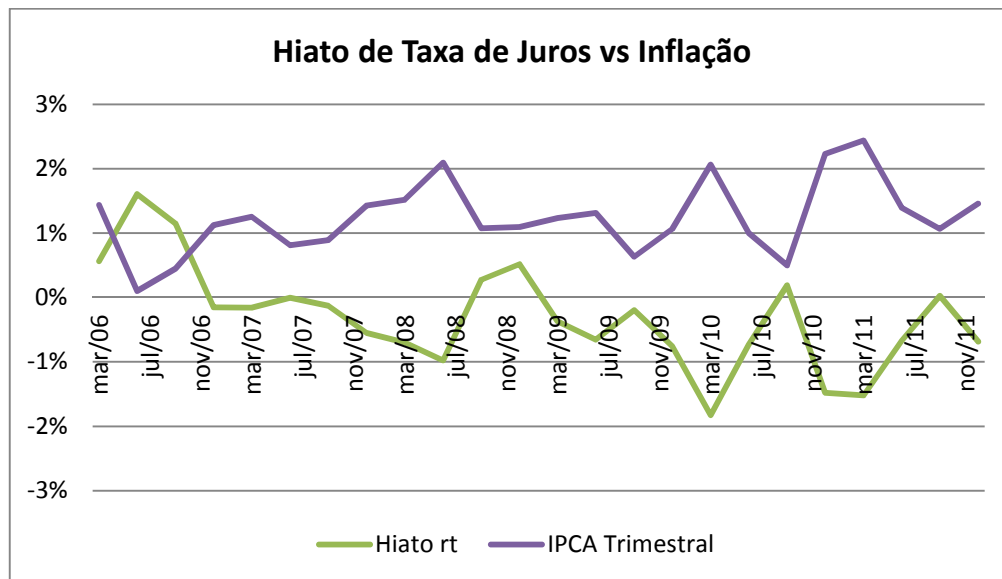
A figura 10 abaixo apresenta as séries de hiatos de taxa de juros real e de inflação, demonstrando uma correlação negativa entre as séries (quando uma aumenta, a outra cai), conforme o esperado. Vale ressaltar que a correlação encontrada no período compreendido entre 2000:1 e 2011:4 foi de aproximadamente -56%, indicando um resultado razoavelmente consistente.

Figura 10: Hiato de Taxa de Juros Real vs Inflação (trimestral) – 2000-2011



Se analisarmos uma amostra mais recente, as séries se mostram ainda mais correlacionadas (negativamente). No período 2006:1-2011:4, foi encontrada correlação negativa de 83%, o que apontaria para uma série de taxa de juros real bastante consistente. As séries com amostra reduzida encontram-se na figura 11 abaixo.

**Figura 11: Hiato de Taxa de Juros Real vs Inflação (trimestral) – 2006-2011**



## **7. Conclusões**

Este trabalho procurou construir uma série para a taxa de juros real neutra, baseado em um modelo de Equilíbrio Geral Dinâmico Estocástico (DSGE), que representa uma economia fechada com famílias maximizando utilidade do tipo CRRA, um governo com política fiscal de orçamento equilibrado e regra de política monetária à la Taylor e firmas com função de produção Cobb-Douglas, maximizando lucro em um mercado com concorrência imperfeita e rigidez de preços. Neste arcabouço, a taxa de juros real neutra foi calculada com base nos choques de produtividade e de gastos de governo, que consideramos serem os mais relevantes para a economia brasileira. A série estimada apresentou comportamento decrescente no período recente, em função dos ganhos de produtividade, elevando-se no último ano, quando o aumento de gastos do governo passou a apresentar maior crescimento. Para o último trimestre de 2011, por exemplo, calculamos uma taxa real neutra de 7,80%. Destaque-se que a taxa real natural se apresentou bastante elevada no período analisado, o que pode ser uma explicação para as altas taxas de juros nominais do Brasil. Por fim, a análise do comportamento do hiato de taxa de juros vis a vis a inflação no trimestre nos leva a crer que a série estimada para a taxa neutra é razoavelmente consistente.

Por outro lado, acreditamos ser possível aprimorar este resultado introduzindo alterações em nosso modelo base. Podemos pensar, por exemplo, no que aconteceria caso o governo pudesse se endividar. Se só tivéssemos famílias ricardianas (com acesso aos mercados de crédito e títulos), como em nosso modelo, é provável que a taxa de juros natural estimada não se alterasse muito. Famílias ricardianas irão suavizar consumo, reduzindo-o no presente (aumentando a poupança), mesmo se o aumento de gastos for financiado por aumento na dívida, pois irão prever aumento de tributos no futuro. Com isso, acreditamos que a demanda agregada responderia da mesma forma que em nosso modelo, assim como o hiato do produto e a taxa neutra. Entretanto, é possível que um aumento de gastos do governo leve a um aumento do consumo, como em Gali, Lopezz-Salido e Valles (2004), potencializando o efeito sobre a demanda agregada. Os autores obtêm este resultado assumindo que uma fração das famílias não tem acesso aos mercados e crédito e títulos, consumindo apenas a renda corrente. Na ausência de

choques de produtividade, uma demanda mais pressionada aumentará ainda mais o hiato do produto, o que levaria a uma taxa de juros real natural mais elevada que a nossa. Outra possível alteração seria abrir a economia. Neste caso, a taxa de juros real estimada também dependeria de choques na renda (ou produto) do exterior. Como descrito no capítulo sobre economias abertas em Gali (2008), a taxa real neutra ficaria mais elevada (baixa) no caso de um choque positivo (negativo) na renda mundial. Com isso, provavelmente nossa série de taxa real neutra ficaria mais baixa no período após a crise de 2008, dada a desaceleração do crescimento mundial que se seguiu. Deste modo, podemos pensar nestas alterações como possíveis extensões de nosso trabalho.

### ***Referências Bibliográficas:***

ARAÚJO, M.; BUGARIN, M.; KFOURY, M.; SILVA, J. **The Effect of Adverse Supply Shocks on Monetary Policy and Output**, Banco Central do Brasil Working Paper, n.103, Brasília, 2006.

BARBOSA FILHO, F.H.; PESSOA, S. **Série de Horas Mensais da Economia Brasileira**, IBRE/FGV, Nota técnica, 2009.

CALVO, G.A. Staggered contracts in a utility-maximizing framework, **Journal of Monetary Economics**, v.12, p.383-398, Sep. 1983.

CASTRO, M.; GOUVEA, S.; MINELLA, A.; SANTOS, R.; SOUZA, N. **SAMBA: Stochastic Analytical Model with a Bayesian Approach**, Banco Central do Brasil Working Paper, n.238, Brasília, 2011.

CLARIDA, R.; GALI, J.; GERTLER, M. The science of monetary policy: A new Keynesian Perspective, **Journal of Economic Literature**, v.37, p.1661-1707, 1999.

FERREIRA, P.; PESSOA, S.; VELOSO, F. The evolution of international output differences (1960-2000): From factors to productivity, **The B.E. Journal of Macroeconomics**, v.8(1), 2008.

GALI, J.; LÓPEZ-SALIDO, J.; VALLÉS, J. **Understanding the effects of government spending on consumption**, European Central Bank Working Paper, n.339, 2004.

GALI, J. **Monetary Policy, Inflation, and the Business Cycle: An Introduction to the New Keynesian Framework**, Princeton University Press, 2008.

GERLACH, S.; SCHNABEL, G. The Taylor rule and interest rates in the EMU area, **Economics Letters**, Elsevier, v. 67(2), p.165-171, May 2000.

GIAMMARIOLI, N.; VALLA, N. **The natural real rate of interest in the euro area**, European Central Bank Working Paper, n.233, 2003.

GIAMMARIOLI, N.; VALLA, N. The natural real interest rate and monetary policy: a review, **Journal of Policy Modeling**, v.26, p.641–660, 2004.

JUILLARD, M.; KARAM, P.; LAXTON, D.; PESENTI, P. **Welfare-based monetary policy rules in an estimated DSGE model of the US economy**, European Central Bank Working Paper, n.613, 2006.

KFOURY, M.; NAKANE, M. **Comparing Equilibrium Real Interest Rates: Different Approaches to Measure Brazilian Rates**, Banco Central do Brasil Working Paper, n.101, 2006.

LAUBACH, T.; WILLIAMS, J.C. **Measuring the natural rate of interest**, Board of Governors of the Federal Reserve System, Nov. 2001.

MATOS, S.; PESSOA, S. **O Modelo Macroeconômico do IBRE/FGV**, IBRE, mimeo, 2010.

MIRANDA, P.; KFOURY, M. **A Taxa de Juros de Equilíbrio: uma Abordagem Múltipla**, Banco Central do Brasil Working Paper, n.66, 2003.

LAM, J.; TKACZ, G. **Estimating Policy-Neutral Interest Rates for Canada Using a Dynamic Stochastic General-Equilibrium Framework**, Bank of Canada Working Paper, n.2004-9, 2004.

NEISS, K. S.; NELSON, E. **The real interest rate gap as an inflation indicator**, Bank of England Working Paper, n.130, 2001.

ROTEMBERG, J.; WOODFORD, M. An optimization-based econometric framework for the evaluation of monetary policy, In: Bernanke, B.S, Rotemberg, J.J. (Eds.), **NBER Macroeconomics Annual 1997**. MIT Press, Cambridge, p. 297-346, 1997.

SMETS, S.; WOUTERS, R. **An Estimated Stochastic Dynamic General Equilibrium Model of The Euro Area**, European Central Bank Working Paper, n.171, 2002.

TAYLOR, J.B. Discretion versus policy rules in practice, **Carnegie-Rochester Series on Public Policy**, v.39(1), p.195-214, 1993.

TOVAR, C. **DSGE models for policy analysis at central banks: an overview of issues and challenges**, Bank of International Settlements Working Paper, n.258, 2007.

WOODFORD, M. **A Neo-Wicksellian framework for the analysis of monetary policy**, Princeton University, manuscript, Sep. 2000.