

**FUNDAÇÃO GETÚLIO VARGAS
ESCOLA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA
MESTRADO EM FINANÇAS E ECONOMIA EMPRESARIAL**

LUIZ FELIPE MONTEIRO CONSTANTINO

**CONTRATOS DE PERFORMANCE SOB RISCO E NA AUSÊNCIA DE
INCENTIVO**

RIO DE JANEIRO

2011

LUIZ FELIPE MONTEIRO CONSTANTINO

**CONTRATOS DE PERFORMANCE SOB RISCO E NA AUSÊNCIA DE
INCENTIVO**

Dissertação de Mestrado apresentada à Escola de
Pós-Graduação em Economia da Fundação Getúlio Vargas
como requisito para a obtenção do título de
Mestre em Finanças e Economia Empresarial

Orientador: Prof. Dr. Humberto Luiz Ataíde Moreira

Co-orientador: Prof. Dr. Juliano Assunção

RIO DE JANEIRO

2011

Constantino, Luiz Felipe Monteiro

Contratos de performance sob risco e na ausência de incentivo / Luiz Felipe Monteiro Constantino. – 2011.

40 f.

Dissertação (mestrado) - Fundação Getulio Vargas, Escola de Pós-Graduação em Economia.

Orientador: Humberto Luiz Ataide Moreira.

Coorientador: Juliano Assunção.

Inclui bibliografia.

1. Contrato de trabalho. 2. Sistemas de bonificações. 3. Risco (Economia). I. Moreira, Humberto Ataide. II. Assunção, Juliano Junqueira. III. Fundação Getulio Vargas. Escola de Pós- Graduação em Economia. IV. Título.

CDD – 332



FUNDAÇÃO
GETULIO VARGAS

EPGE

Escola de Pós-Graduação
em Economia

LUIZ FELIPE MONTEIRO CONSTANTINO

CONTRATOS DE PERFORMANCE SOB RISCO E NA AUSÊNCIA DE INCENTIVO

Dissertação apresentada à Escola de Pós-Graduação em Economia (EPGE) da Fundação Getúlio Vargas (FGV) para obtenção do grau de Mestre em Economia Empresarial e Finanças.

Data da defesa: 31/08/2011

Aprovada em: 31/08/11

ASSINATURA DOS MEMBROS DA BANCA EXAMINADORA

Prof. Humberto Luiz Ataide Moreira
Orientador

Prof. Juliano Assunção
Coorientador

Prof. Luis Henrique Bertolino Braido

Prof. Rafael Coutinho Costa Lima

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer, inicialmente, ao Juliano Assunção pela importante contribuição para esse trabalho. Desde o incentivo em transformar uma ideia que tive em uma reunião de trabalho no tema dessa dissertação até as discussões e ideias durante a construção do trabalho que adicionaram ao resultado final.

Ao Humberto Moreira pela atenção e orientação dessa minha dissertação.

Aos meus pais e ao meu irmão, pela dedicação, amor e educação que me deram durante toda minha vida e por terem sido sempre uma referência pra mim.

À minha esposa Bruna, meu amor, por toda felicidade que me traz, além do apoio e compreensão que teve durante todo o Mestrado.

RESUMO

Este trabalho mostra que a solução ótima do contrato de remuneração do empregado não é de salário fixo quando sua utilidade reserva é uma função de um fator que pode variar. A remuneração ótima do empregado incluirá um bônus que será também uma função do mesmo fator que modifica sua utilidade reserva, mesmo que tal fator não dependa do seu esforço e que o agente seja avesso ao risco. Esse resultado contrasta com a teoria clássica segundo a qual só se deveria alocar risco ao funcionário quando tal contrato fosse necessário para prover os incentivos para um esforço maior do agente. Outra conclusão desse trabalho é que existe um limite para o tamanho do risco que o funcionário assume no contrato ótimo, ou seja, o valor do bônus é uma função crescente da diferença dos valores da utilidade reserva nos diferentes cenários possíveis até certo ponto apenas e a partir de determinado valor para essa diferença, a magnitude do bônus se mantém estável.

Palavras-Chave: Contrato de Remuneração. Bônus. Aversão ao Risco. Utilidade Reserva.

ABSTRACT

This paper shows that fixed wages are not the optimal solution for a labour contract when the worker's outside option is a function of a factor that can vary. The worker's contract will include a bonus that will also be a function of the same factor that modifies its outside option, even though this factor does not depend on his effort and the agent is risk-averse. This result contrasts with the classical theory according to which one should only allocate risk to the employee when such contract is necessary to provide incentives for greater effort from the agent. Another conclusion of this paper is that there is a limit to the risk the employee assumes in the optimal contract, i.e., the value of the bonus is an increasing function of the difference of the values of the worker's outside options between the possible scenarios only until a certain point, after which the size of the bonus is fixed.

Keywords: Labour Contract. Bonus. Risk Aversion. Outside Option.

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Bônus do funcionário em função da diferença da remuneração reserva entre os dois cenários de preço do níquel.	24
Gráfico 2: Valores para a remuneração anual do funcionário em função de p com α de $1 \cdot 10^{-5}$	25
Gráfico 3: Valores para a remuneração anual do funcionário em função de p com α de $2 \cdot 10^{-5}$	26
Gráfico 4: Valores para a remuneração anual do funcionário em função de p com α de $5 \cdot 10^{-5}$	27
Gráfico 5: Valores do bônus em função de p com α de $2 \cdot 10^{-5}$	28

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	9
2. MODELO.....	14
3. RESULTADOS.....	20
4. EXERCÍCIOS NUMÉRICOS	24
5. CONCLUSÃO	30
REFERÊNCIAS.....	31
APÊNDICE 1.....	33
APÊNDICE 2.....	35
APÊNDICE 3.....	38

1. INTRODUÇÃO

Em julho de 2010, após um ano de greve, os funcionários das minas de níquel da Vale Inco em Ontário, Canadá chegaram a um acordo com a empresa. O motivo da greve era as divergências sobre o contrato de trabalho que iria vigorar para os próximos cinco anos. Um dos principais pontos de discordância tratava sobre a cláusula vigente desde 1988 na qual os trabalhadores recebiam um bônus de acordo com o preço do níquel. Esse bônus começava para preços de níquel superiores a \$2.25/Pound e não havia limite para essa remuneração variável. A proposta inicial da empresa rejeitada pelos trabalhadores estabelecia um ponto de gatilho superior de \$5/Pound e limitava o bônus ao teto de 20% dos salários. No acordo final, estabeleceu-se um gatilho de \$3.75/Pound, e o bônus ficou limitado a 25% do salário anual.

Essa característica do contrato é interessante porque não parece encontrar suporte na teoria de contratos existente. Segundo Kihlstrom e Laffont (1979), sendo o funcionário mais avesso ao risco, a alocação eficiente é salário fixo para o empregado e a flutuação de resultados deve ser assumida integralmente pela empresa. O funcionário só deve assumir parte do risco quando tal contrato gere o incentivo necessário para que se esforce mais e que tal benefício seja superior ao custo da alocação de risco ineficiente. No entanto, no caso apresentado, a remuneração está atrelada ao preço do níquel, uma variável que não depende do esforço do funcionário. Assim, o bônus de níquel não altera os incentivos de esforço do agente e o *trade-off* entre risco e incentivos presente no contrato parece inadequado.

Esta dissertação mostra que esses contratos com esse tipo de cláusula são ótimos em ambientes em que a utilidade reserva do agente depende de um fator que pode apresentar flutuações. No caso apresentado acima, tal fator é o preço do níquel. Assim, teremos um contrato de remuneração contingente como solução mesmo que

tal acordo não incentive o empregado a se esforçar mais e que os empregados sejam avessos ao risco. A empresa busca encontrar a menor remuneração que seja suficiente para reter o funcionário. Como o custo de oportunidade do empregado se altera com o preço do níquel, essa remuneração que a firma precisa oferecer para mantê-lo no emprego também se modifica. Assim, se a empresa escolhesse um salário fixo independente do preço de níquel vigente, ela não estaria minimizando seus custos porque para manter o funcionário em todos os períodos, isso implicaria que a remuneração no caso de preço de níquel baixo seria superior a necessária. Ou seja, a firma não estaria minimizando o valor esperado dos seus custos. Logo, em ambientes em que a utilidade reserva do empregado se altera com algum fator, a empresa não absorve todo o risco de flutuação de tal fator, atrelando pelo menos uma parte dessa variação no contrato de remuneração do empregado.

Um contrato de trabalho pode ser visto como uma simples situação de troca de dinheiro por horas trabalhadas entre duas partes: empresa e empregado. Nos modelos antigos, apesar da possível dependência de diversos fatores como o valor do produto final, da produtividade e do custo de oportunidade do trabalhador, entre outros, a determinação dos valores desses contratos era simples e bastante direta.

Ao longo do tempo, novas dimensões e restrições ao problema foram sendo adicionadas para torná-los mais aderentes a realidade. Uma dessas novas dimensões tratou da alocação e compartilhamento de risco em um contrato através da introdução da incerteza nos modelos. Arrow (1953) e Debreu (1959) foram os primeiros a explorar tal extensão ao introduzirem o conceito de bens contingentes aos estados da natureza. Eles definiram o estado da natureza como qualquer evento futuro que pudesse afetar a utilidade de um indivíduo e os bens contingentes como aqueles que tinham seu valor alterado de acordo com o estado da natureza. A solução dos modelos de decisão sob incerteza tiveram uma contribuição fundamental de Von Neumann e Morgenstern (1944). Eles foram responsáveis pela definição da função de utilidade ex-ante como o valor esperado das funções de utilidade ex-post em cada estado da natureza.

Uma das condições de primeira ordem de um problema de maximização do excedente conjunto num contrato de trabalho sob incerteza ficou conhecida como Regra de Borch após ser explicitada matematicamente em Borch (1962). Segundo esta regra, o co-seguro ótimo requer a igualdade das utilidades marginais do dinheiro ao longo dos estados. Um indivíduo neutro ao risco é indiferente entre uma renda garantida e uma incerta com o mesmo valor esperado, apresentando uma utilidade marginal do dinheiro constante. Assim, se uma das partes é neutra ao risco e a outra é avessa ao risco, a regra de Borch diz que o co-seguro ótimo implica que o indivíduo avesso ao risco também deve apresentar utilidade marginal do dinheiro constante ao longo dos estados. Ou seja, o indivíduo avesso ao risco deve ter seguro completo. Esse resultado no qual a empresa deve arcar com todo o risco do negócio inerente a firma, oferecendo seguro completo ao empregado é demonstrado em Kihlstrom e Laffont (1979).

Outro grande avanço na teoria de contratos foi a introdução do conceito de assimetria de informação nos modelos utilizados. A assimetria de informação poderia estar presente através de informações ocultas em problemas de seleção adversa ou através de ações ocultas em problemas de risco moral. Esse novo conceito ajudou a explicar a existência de diversos contratos nos quais os empregados não possuíam seguro completo por parte do empregador. Se a remuneração e a estabilidade do empregado fosse independente de sua performance, porque ele deveria se esforçar no trabalho? Assim, modelos passaram a incluir esses conceitos e a solução dos contratos que maximiza o excedente das partes considera a melhor relação no trade-off entre incentivos e seguro. Ou seja, empregadores vão buscar balancear os benefícios de prover mais incentivo ao esforço no contrato contra os custos de uma remuneração esperada mais alta que será demandada pelos empregados para compensar o maior risco assumido.

Prendergast (2002) analisa esse trade-off entre risco e incentivo e seus dados indicam uma relação positiva entre os dois fatores, diferentemente da relação

negativa proposta pelos modelos de agência. Nos modelos de agência, essa relação negativa ocorre porque a incerteza tem o efeito de adicionar erros de observação às medidas de performance. Prendergast argumenta que existe outro efeito da incerteza sobre a provisão de incentivos ainda mais forte: a delegação de responsabilidade aos empregados. Segundo seu artigo, a delegação de responsabilidades deve ser maior quanto maior for a incerteza do ambiente; e uma maior discricionariedade do empregado nas decisões a serem tomadas deve se refletir em uma remuneração com maior foco nos resultados. Dessa forma, incerteza e risco seriam positivamente correlacionados.

Os efeitos da presença de utilidade reserva endógena também estão presentes na literatura de *countervailing incentives*. Nessa parte da literatura, existe assimetria de informação e a utilidade reserva do agente depende do seu tipo. Essa característica torna o contrato de performance mais poderoso, minimizando a renda informacional dos agentes decorrentes do problema de seleção adversa. Dentro desse contexto, Jullien (2000) demonstra que a renda informacional passa a ser não-monotônica e pode inclusive desaparecer para tipos interiores, diferente do esperado pela teoria de contratos tradicional na qual a renda informacional do agente aumenta de acordo com o seu tipo.

A seção seguinte a esta introdução explica o modelo teórico proposto. Iniciando pelas hipóteses utilizadas, apresenta-se, também, a função de maximização da empresa e as restrições de participação do empregado.

Na sequência, está a seção que contém os resultados. Essa parte do texto apresenta as proposições do modelo, como a inexistência de remuneração fixa no contrato ótimo e a relação do bônus do empregado com as remunerações oferecidas no mercado à vista.

Depois da seção de resultados, apresentamos alguns exercícios numéricos. Tal parte apresenta algumas sensibilidades do contrato ótimo a diferentes variáveis como o fator de desconto intertemporal, a aversão ao risco do empregado, a probabilidade do cenário de preço alto do níquel e as remunerações oferecidas pelo mercado à vista.

A última seção traz as conclusões do trabalho.

2. MODELO

O modelo trata do contrato ótimo de remuneração que uma empresa pode desenhar de modo a reter o empregado. O empregado pode escolher entre duas formas de trabalho. Pode ser contratado por uma empresa com sua remuneração especificada para a vigência do contrato ou trabalhar sem vínculos a uma empresa específica de acordo com uma remuneração do mercado à vista. O trabalhador pode desistir do contrato com a empresa a qualquer momento, migrando para o mercado livre. No entanto, se decidir rescindir o contrato com a empresa, não poderá depois voltar para esse contrato de remuneração.

Hipótese 1: Utilidade reserva do agente é uma função do preço do níquel.

$$\bar{U} = \bar{U}(P)$$

A hipótese fundamental do modelo é o fato da utilidade reserva do agente depender de um fator que pode variar ao longo do contrato. No caso da mina de níquel, o custo de oportunidade do empregado depende do preço do níquel (**P**).

No caso apresentado, a relação entre o preço do níquel e a utilidade-reserva do agente decorre de outras interações. Quando o preço do níquel se eleva, a operação de extração se torna mais rentável. Logo, as mineradoras buscarão ampliar sua oferta para atender essa demanda aquecida. Tentarão fazê-lo seja via o aumento da produção nas minas existentes ou através da produção em novas minas. Fora algum avanço tecnológico que possibilite um incremento da produtividade da mão-de-obra, qualquer aumento de produção demandará mais homens-horas de trabalho. No entanto, a oferta de mão-de-obra não é totalmente elástica no curto-prazo seja por especificidade de conhecimento, tempo de recrutamento e treinamento necessário. Assim, como o contingente de trabalhadores disponíveis para a função não aumenta

de imediato, a maior demanda por mão-de-obra resultará na elevação do valor da hora-homem.

Hipótese 2: O preço do níquel segue um processo estocástico com as seguintes características:

$$(P^t)_{t=1,2,K}, P^t \in \{P_L, P_H\}$$

$$\Pr(P^t = P_H | P^{t-1}, P^{t-2}, K) = \Pr(P^t = P_H) = p$$

O preço do níquel segue um processo estocástico podendo assumir dois estados apenas: preço alto P_H e preço baixo P_L . Os preços entre períodos diferentes são independentes e identicamente distribuídos, sendo a probabilidade de preço alto igual a p para qualquer instante.

O modelo é de tempo discreto e horizonte infinito. O fator de desconto intertemporal β é comum ao agente e à empresa.

Por hipótese, a empresa é neutra ao risco e o empregado é avesso ao risco. Para o empregado, utilizaremos uma função de utilidade côncava do formato CARA - aversão a risco absoluta constante.

Hipótese 3: Empregado é avesso ao risco e apresenta utilidade do formato CARA:

$$U(w_h) = 1 - e^{-\alpha w_h}$$

$$U(w_l) = 1 - e^{-\alpha w_l}$$

A utilidade do empregado depende do valor da sua remuneração e do seu coeficiente de aversão ao risco (α). Este formato implica que a utilidade do empregado não depende do seu estado de riqueza inicial nem da trajetória de preços ao longo do contrato. Dessa forma, o contrato de remuneração apresentará uma precificação estacionária para cada um dos dois cenários de preço. Ou seja, sempre que o preço de níquel estiver alto, a remuneração entre diferentes instantes de tempo será a mesma. O mesmo ocorrerá no cenário de preço baixo.

Os empregados são homogêneos e não há assimetria de informação. Assim como no exemplo da mina de níquel, os empregados tem seu nível de esforço bem medidos através das horas trabalhadas e quantidade produzida (extração de níquel).

Definiremos a parte comum da remuneração do agente entre os dois cenários de preço como o salário s e a diferença como o bônus b .

$$w_h = s + b$$

$$w_l = s$$

$$b = w_h - w_l$$

Vale destacar que sempre que mencionarmos a remuneração do agente, estaremos tratando da remuneração do empregado por quantidade produzida.

Nesse contexto, a empresa buscará oferecer um contrato para o agente que maximize seu lucro mas que sempre mantenha o empregado dentro do contrato. Em outras palavras, o contrato de remuneração oferecido pela empresa deverá apresentar ao agente uma utilidade superior ao seu custo de oportunidade de ter uma remuneração à vista (r) ao longo do tempo, para quaisquer cenário de preços vigente.

Trataremos os outros custos da empresa além dos relativos a mão-de-obra como irrelevantes. Assim, a margem operacional da empresa determinada pela diferença entre o preço do níquel e o custo unitário relativo à mão-de-obra representa o lucro da empresa por quantidade produzida.

O lucro esperado por quantidade produzida pela empresa em determinado instante de tempo pode ser representado da seguinte forma:

$$\pi_t = p(P_h - w_h) + (1 - p)(P_l - w_l)$$

Dessa forma, a função que representa o valor presente dos lucros esperados por quantidade produzida pela empresa é:

$$\begin{aligned} \pi = & p(P_h - w_h) + (1 - p)(P_l - w_l) + \beta[p(P_h - w_h) + (1 - p)(P_l - w_l)] + \\ & + \beta^2[p(P_h - w_h) + (1 - p)(P_l - w_l)] + \dots \end{aligned}$$

A função pode ser simplificada ao seguinte formato:

$$\pi = \frac{1}{1 - \beta} [p(P_h - w_h) + (1 - p)(P_l - w_l)]$$

O custo de oportunidade do empregado depende dos valores da remuneração à vista para os cenários de preço de níquel alto (r_H) e de preço baixo (r_L). Sua utilidade reserva será determinada pela utilidade advinda da remuneração à vista do cenário vigente assim como pelo valor presente esperado das suas utilidades nos períodos futuros.

Assim, a utilidade reserva do agente para os cenários de preço alto \bar{U}_h e de preço baixo \bar{U}_l podem ser definidos pela seguinte forma recursiva:

$$\bar{U}_h = U(r_h) + \beta(p\bar{U}_h + (1-p)\bar{U}_l)$$

$$\bar{U}_l = U(r_l) + \beta(p\bar{U}_h + (1-p)\bar{U}_l)$$

Resolvendo o sistema acima, temos:

$$\bar{U}_h = \frac{(1-\beta(1-p))}{1-\beta} U(r_h) + \frac{\beta(1-p)}{1-\beta} U(r_l)$$

$$\bar{U}_l = \frac{\beta p}{1-\beta} U(r_h) + \frac{1-\beta p}{1-\beta} U(r_l)$$

O contrato ótimo desenhado pela empresa deverá atender a maximização do valor presente dos seus lucros esperados por quantidade produzida sujeito às restrições de participação dos empregados.

$$\max \pi = \left[\frac{p}{(1-\beta)} (P_h - w_h) + \frac{(1-p)}{(1-\beta)} (P_l - w_l) \right]$$

s.a.

$$U_h \geq \bar{U}_h$$

$$U_l \geq \bar{U}_l$$

Vale lembrar que como estamos querendo buscar o contrato ótimo num cenário que a utilidade-reserva do trabalhador aumenta com cenários de preços altos, temos que

$$\bar{U}_h > \bar{U}_l, \text{ ou seja, } r_h > r_l.$$

As utilidades do agente para os contratos oferecidos nos cenários de preço alto e preço baixo são resolvidos pelo mesmo modo recursivo utilizado para as utilidades reservas:

$$U_h = \frac{(1 - \beta(1 - p))}{1 - \beta} U(w_h) + \frac{\beta(1 - p)}{1 - \beta} U(w_l)$$

$$U_l = \frac{\beta p}{1 - \beta} U(w_h) + \frac{1 - \beta p}{1 - \beta} U(w_l)$$

3. RESULTADOS

Proposição 1: A solução do contrato ótimo pode adotar dois formatos: com as duas restrições de participação ativas ($U_h = \bar{U}_h$ e $U_l = \bar{U}_l$) ou com apenas a restrição do cenário de preço alto ativa ($U_h = \bar{U}_h$ e $U_l > \bar{U}_l$).

Pelo menos uma das restrições de participação deve estar ativa. Caso contrário, a empresa sempre poderia aumentar seu lucro ao reduzir w_H e/ou w_L até que uma das restrições se tornasse ativa.

Um contrato que a empresa pode claramente implementar é o caso no qual as remunerações oferecidas são iguais às remunerações à vista e assim as duas restrições de participação são ativas.

Considerando a aversão a risco do agente, a empresa consegue diminuir a remuneração esperada do funcionário ao tornar seus rendimentos nos dois cenários de preço de níquel mais próximos entre si. Assim, a empresa pode aumentar w_L e reduzir w_H tornando as utilidades dos dois cenários para o empregado mais próximas entre si também: aumentando U_L e diminuindo U_H . Nesse caso, a restrição do cenário alto será a única ativa.

Proposição 2: Remuneração fixa não é solução ótima.

Quando as duas restrições são ativas, a solução é trivial (como demonstrado no apêndice): $w_L = r_L$ e $w_H = r_H$.

Assim, $\mathbf{s} = \mathbf{r}_L$ e $\mathbf{b} = \mathbf{r}_H - \mathbf{r}_L$. E como $r_h > r_l$, existe a presença de bônus (parcela variável) na remuneração quando o preço do níquel está alto, sendo maior que a remuneração do cenário de preço baixo.

No caso em que apenas a restrição de participação do cenário de preço alto é ativa, para termos remuneração fixa com $w_h = w_l$, a seguinte equação deve ser válida (prova no apêndice):

$$U(r_h) = -U(r_l) \frac{\beta(1-p)}{1-\beta(1-p)} + \frac{1}{1-\beta(1-p)}.$$

Como $U(r_h) \in [0,1]$ e $U(r_l) \in [0,1]$ considerando $U(r_h) = 1 - e^{-\alpha r_h}$ e $U(r_l) = 1 - e^{-\alpha r_l}$, o único caso que teremos $w_h = w_l$ será quando $U(r_h) = U(r_l) = 1$, ou seja, $r_h = r_l$. Tal condição viola a hipótese inicial que a utilidade reserva mudaria com o preço do níquel ($\bar{U}_h > \bar{U}_l$).

Logo, pode-se constatar que para $U(r_h) > U(r_l)$ (utilidade reserva do empregado aumenta para preços de níquel mais elevados), não existe equilíbrio com salário igual para os dois cenários (de preço do níquel alto e baixo).

Em ambos os casos, mostra-se que o contrato ótimo não estipula uma remuneração igual entre os diferentes cenários de preço do níquel. A solução ótima fará com que o empregado assuma pelos menos uma parte do risco da variação do preço do níquel em sua remuneração mesmo sendo avesso a risco.

Conseguimos demonstrar que em um cenário no qual o custo de oportunidade do trabalhador aumenta com a elevação de outra variável (preço do níquel), o contrato

ótimo de remuneração não será fixo e deverá apresentar alguma sensibilidade a tal variável, mesmo no caso do agente ser avesso ao risco e não ter influencia alguma sobre esta.

Mas qual deve ser a sensibilidade da remuneração do trabalhador a essa variável? Em outras palavras, o quanto de risco a empresa vai alocar no trabalhador? E como essa decisão, se altera a medida que outros parâmetros vão mudando?

Proposição 3: Existe um limite para o risco que o empregado assume no contrato ótimo e esse limite independe da diferença da remuneração à vista entre os dois cenários.

Já sabemos que em um ambiente no qual a utilidade reserva do trabalhador varia com o preço do níquel, a sua remuneração vai ser diferente nos dois cenários de preço. Mas como funciona essa relação entre a remuneração do trabalhador e o seu custo de oportunidade? A medida que a diferença da remuneração à vista entre os dois cenários de preços aumentar, o risco assumido pelo empregado (o valor do seu bônus) também deve se elevar?

A diferença dos valores de remuneração entre os dois cenários, ou seja, o bônus do empregado não aumenta com a diferença da remuneração à vista e obedece a seguinte fórmula (prova no apêndice 3):

$$b = w_h - w_l = \frac{\ln\left(\frac{(1 - \beta(1 - p))}{\beta p}\right)}{\alpha}$$

Podemos reparar que a medida que o risco aumenta, a variação assumida pelo empregado não se altera e todo o risco excedente é assumido pela empresa.

No entanto, quando a diferença da remuneração reserva do trabalhador (salário à vista na indústria) for inferior a esse valor (solução quando as duas restrições de participação do agente estão ativas $U_h = \bar{U}_h$ e $U_l = \bar{U}_l$), o contrato será igual ao mercado à vista ($\mathbf{w}_H = \mathbf{r}_H$ e $\mathbf{w}_L = \mathbf{r}_L$).

4. EXERCÍCIOS NUMÉRICOS

No gráfico abaixo, pode-se observar a relação entre o bônus do funcionário e a diferença de remuneração reserva entre os dois cenários de preço do níquel. O gráfico apresenta três curvas: cada uma das curvas se refere a um valor diferente (25%; 50%; 75%) para a probabilidade p para o cenário de preço de níquel alto.

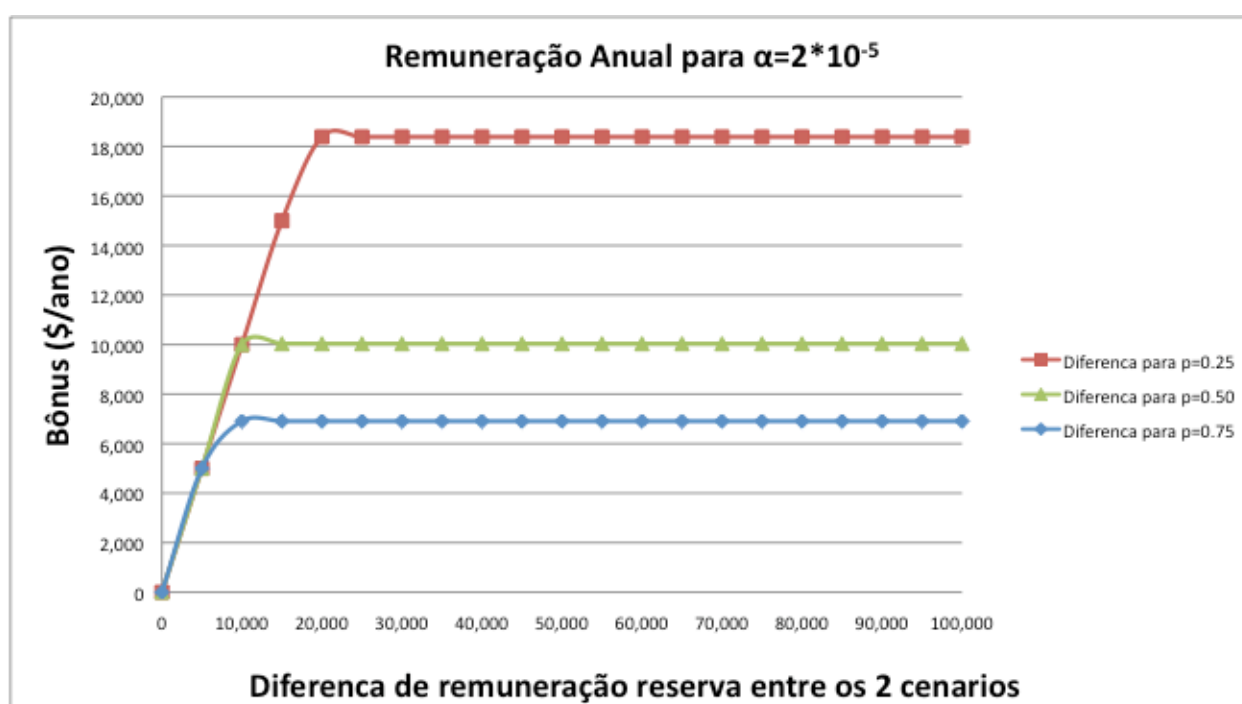


Gráfico 1: Bônus do funcionário em função da diferença da remuneração reserva entre os dois cenários de preço do níquel.

Fica claro que quando os valores da remuneração à vista entre os dois cenários são próximos, o contrato ótimo replica o mercado à vista (caso no qual as duas restrições de participação são ativas). No entanto, a medida que a remuneração à vista apresenta uma variação maior entre os dois cenários, o bônus implícito do contrato passa a independe dos valores da remuneração do mercado à vista e se mantém num valor fixo. E quanto maior for a probabilidade esperada para o cenário de preço alto, menor o bônus de equilíbrio já que a empresa consegue reduzir a remuneração esperada do agente ao aumentar significativamente w_L (probabilidade baixa) e reduzir w_H (probabilidade alta).

Apresentamos abaixo, uma sequência de três gráficos que demonstram a relação entre os valores das remunerações do empregado para os cenários de preço alto e baixo dado a probabilidade p . Cada um dos gráficos apresenta seis curvas, sendo três para os valores da remuneração do empregado no cenário de preço de níquel alto e três para o cenário de preço baixo. Essas três curvas para cada cenário de preço são diferentes entre si apenas pela premissa do fator de desconto intertemporal (β), para os valores de 0.5; 0.7; e 0.9. Os três gráficos são diferentes entre si apenas pela aversão ao risco do empregado (α), variando entre os valores de $1 \cdot 10^{-5}$; $2 \cdot 10^{-5}$; e $5 \cdot 10^{-5}$. Todos os três gráficos abaixo utilizam as mesmas premissas para o mercado à vista: $r_L = \$ 50 \text{ mil / ano}$ e $r_H = \$ 100 \text{ mil / ano}$.

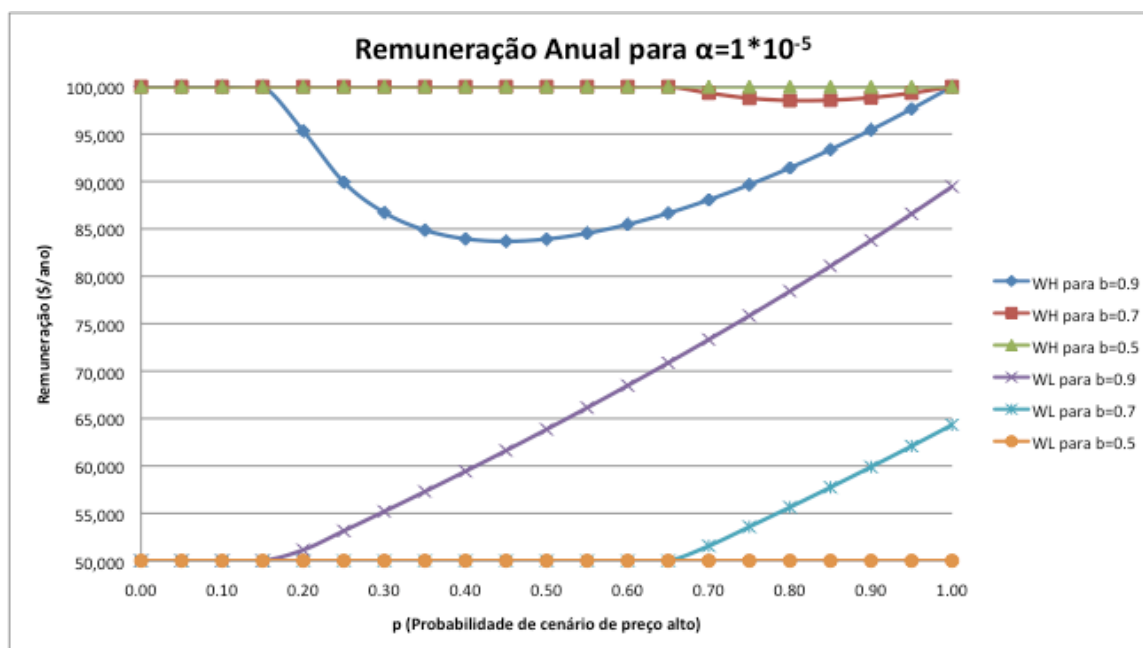


Gráfico 2: Valores para a remuneração anual do funcionário em função de p com α de $1 \cdot 10^{-5}$.

No gráfico acima, no qual o coeficiente de aversão ao risco do agente é $1 \cdot 10^{-5}$, pode ser observado que quanto menor o fator de desconto intertemporal β (ou seja, maior a impaciência do agente), maior será a diferença entre as remunerações dos cenários de preço alto e de preço baixo. Nota-se também que quanto maior a probabilidade p do cenário de preço alto, menor o bônus implícito (diferença da remuneração entre os dois cenários de preço) no contrato ótimo. Além disso, observa-se que a remuneração do cenário de preço baixo é um função monótona

não-decrescente em p e a remuneração do cenário de preço alto é não monotônica. Essas duas características ocorrem porque dado a aversão a risco do agente, a firma tentará minimizar seu custo esperado com mão-de-obra ao tornar o risco de variação da remuneração do empregado menor. Para isso, deverá aumentar w_L e reduzir w_H , e assim obter um custo esperado menor para um mesmo valor da utilidade obtido pelo agente. No entanto, a medida que a probabilidade p aumenta, a magnitude possível de redução da remuneração w_H diminui pois caso contrário quando ocorrer o cenário de preço alto, o custo de oportunidade do empregado será superior ao benefício do seu contrato com a empresa e ele deixará a firma para buscar o contrato do mercado à vista.

No caso de $\beta = 0.5$, o contrato se torna idêntico as remunerações oferecidas no mercado à vista para qualquer probabilidade esperada p de preço alto. No caso em que $\beta = 0.7$ e $\beta = 0.9$, para alguns valores de p , o contrato ótimo será diferente do mercado spot e a diferença de remuneração entres os dois cenários será menor.

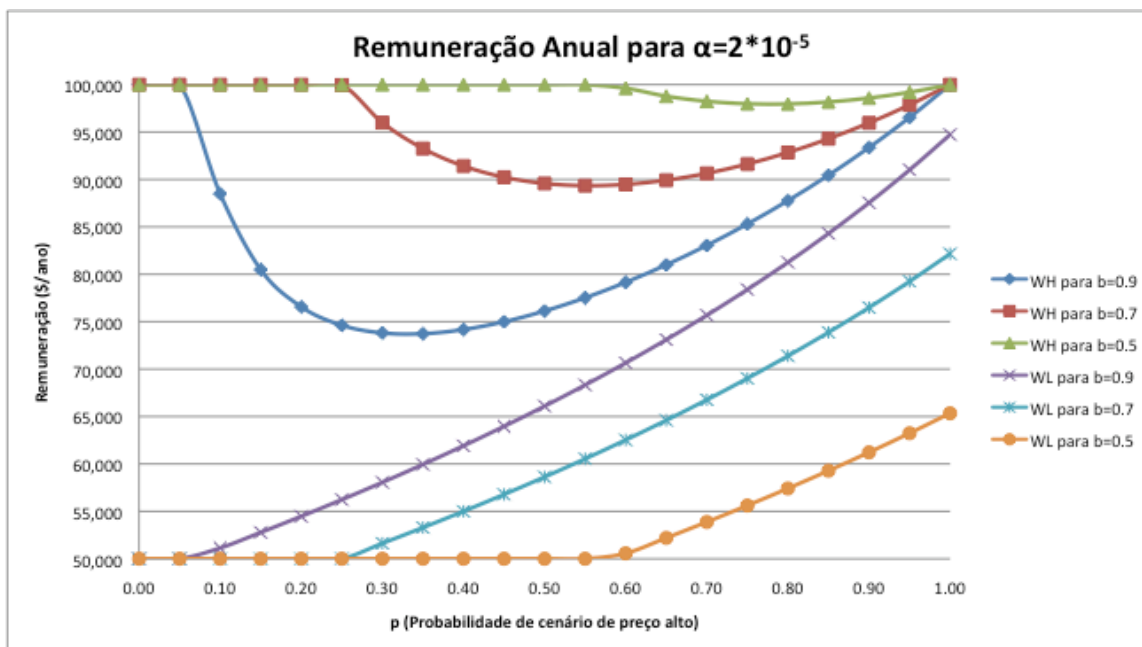


Gráfico 3: Valores para a remuneração anual do funcionário em função de p com α de $2 \cdot 10^{-5}$.

No gráfico acima, assim como no gráfico anterior pode ser observado que quanto maior a taxa de desconto intertemporal e maior o valor da probabilidade p de cenário de preço alto, menor é a diferença da remuneração entre os dois cenários de preço presente no contrato ótimo. No entanto, no gráfico acima com o agente mais avesso ao risco comparado ao anterior, nota-se contratos ótimos que implicam em uma variação de remuneração menor para outros fatores fixos como β e p .

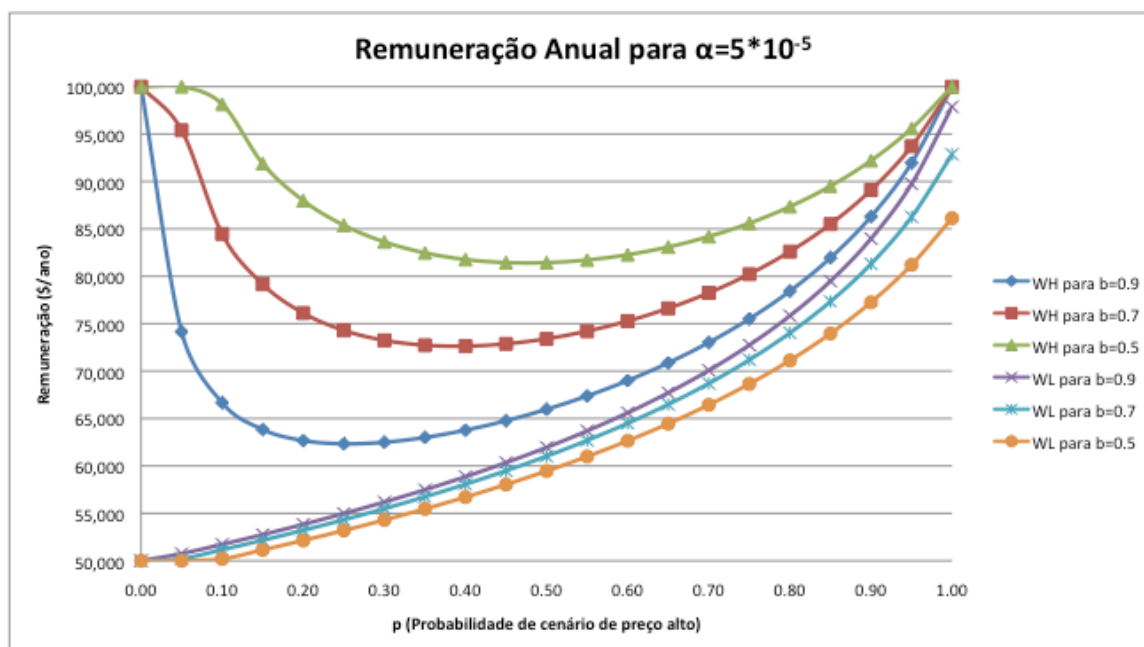


Gráfico 4: Valores para a remuneração anual do funcionário em função de p com α de $5 \cdot 10^{-5}$.

No gráfico acima, pode ser observado que o bônus implícito nos contratos ótimos são menores que nos gráficos anteriores dado o maior coeficiente de aversão a risco do agente: $5 \cdot 10^{-5}$. As relações inversas entre o fator de desconto intertemporal e o bônus e entre a probabilidade esperada p do cenário de preço alto e o bônus também continuam válidas.

O gráfico abaixo, apresenta informação similar ao dos gráficos acima mas o faz de outra forma. Ao invés de apresentar as três curvas para a remuneração quando o preço está alto e as três quando o preço está baixo, o gráfico abaixo mostra apenas a diferença de remuneração entre os dois cenários, ou seja, o bônus do funcionário.

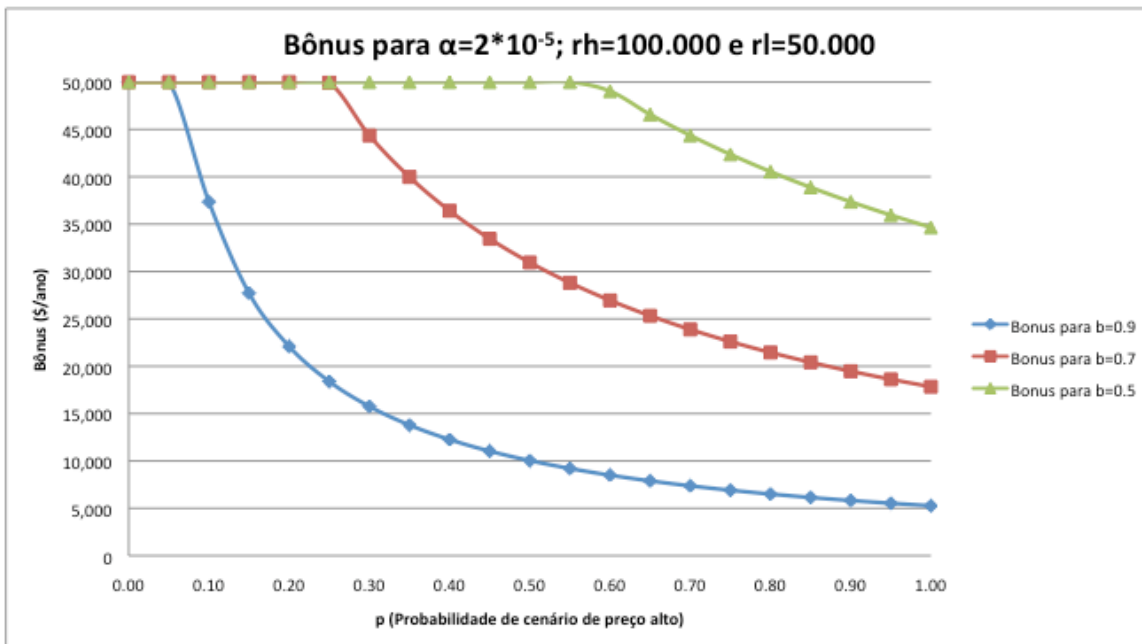


Gráfico 5: Valores do bônus em função de p com α de $2 \cdot 10^{-5}$.

Consegue se observar através dos gráficos acima apresentados que:

- Quanto maior o fator de desconto utilizado (ou seja, menor impaciência do agente), menor a diferença entre as remunerações dos cenários de preço alto e de preço baixo.
- Quanto maior a probabilidade do cenário de preço alto, menor a diferença entre as remunerações dos cenários de preço alto e de preço baixo, já que a empresa consegue reduzir a remuneração esperada do agente ao aumentar significativamente w_L (probabilidade baixa) e reduzir w_H (probabilidade alta).
- Quanto maior o coeficiente α de aversão ao risco, menor a diferença entre as remunerações dos cenários de preço alto e de preço baixo.
- Podemos inclusive reparar que apenas quando o coeficiente α de aversão ao risco tendesse a infinito, chegaríamos numa solução de remuneração fixa.

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} w_h - w_l = \lim_{\alpha \rightarrow \infty} \frac{\ln\left(\frac{(1 - \beta(1 - p))}{\beta p}\right)}{\alpha} = 0$$

5. CONCLUSÃO

O modelo demonstra que em contextos nos quais a utilidade reserva do agente pode variar ao longo do contrato de trabalho, remuneração fixa não é solução ótima do contrato. Nesses casos, a empresa deverá atrelar a remuneração do agente ao mesmo fator que causa variações na sua utilidade reserva. Esse formato do contrato deve existir mesmo que o agente seja avesso ao risco e as variações de tal fator independam do seu esforço. A parcela de risco que a empresa deverá absorver e a parcela que repassará ao agente vai depender: (i) do fator de desconto intertemporal; (ii) da aversão ao risco do agente; (iii) da distribuição do fator que afeta sua utilidade reserva (probabilidades dos cenários do preço do níquel); e (iv) a diferença de sua remuneração à vista entre os diferentes cenários. Nos casos em que a diferença de remuneração à vista é suficientemente grande, as parcelas de risco que cada um assume no contrato passa a ser independente dessa diferença, sendo determinada apenas pelos três primeiros pontos apresentados.

REFERÊNCIAS

ARROW, K. J. **The Role of Securities in the Optimal Allocation of Risk-Bearing.** *Review of Economic Studies*, 1964. 31: 91 – 96.

BORCH, K. **Equilibrium in a reinsurance market.** *Econometrica*, 1962. 30: 424 – 444.

DEBREU, G. **The Theory of Value.** (New York: John Wiley), 1959.

FUDENBERG, D., HOLMSTROM, B. e MILGROM, P. **Short-term contracts and long-term agency relationships.** *Journal of Economic Theory*, 1990. 52: 194 – 206.

GROSSMAN, S. J. e HART, O. D. **An analysis of the principal-agent problem.** *Econometrica*, 1983. 51: 7-45.

HOLMSTROM, B. e MILGROM, P. **Agreggation and linearity in the provision of intertemporal incentives.** *Econometrica*, 1987. 55: 303-28.

HOLMSTROM, B. **Managerial Incentive Problems: A Dynamic Perspective.** *Review of Economic Studies*, 1998. 66: 169-182.

JULLIEN, B. **Participation Constraints in Adverse Selection Models.** *Journal of Economic Theory*, 2000. 93: 1-47.

KIHLSTROM, R. e LAFFONT, J. J. **A general equilibrium entrepreneurial theory of firm formation based on risk aversion.** *Journal of Political Economy*, 1979. 719–748.

MAGGI, G. e RODRIGUEZ-CLARE, A. **On countervailing incentives.** *Journal of Economic Theory*, 1995. 66: 238-263.

MOORE, J. **Optimal labour contracts when workers have a variety of privately observed reservation wages.** *Review of Economic Studies*, 1985. 52: 37-67.

PRENDERGAST, C. **The Tenuous Tradeoff Between Risk and Incentives.** *Journal of Political Economy*, 2002. Vol. 110, No. 5: 1071-1102.

VON NEUMANN, J. e MORGENSTERN, O. **Theory of Games and Economic Behavior.** Princeton University Press, 2nd edition, 1947.

APÊNDICE 1

O modelo de maximização de lucro da empresa sujeito as restrições de participação do empregado pode ser definido pela seguinte equação:

$$L = \frac{p}{(1-\beta)}(P_h - w_h) + \frac{(1-p)}{(1-\beta)}(P_l - w_l) - \lambda_1 \left(\frac{1-\beta(1-p)}{1-\beta} U(w_h) + \frac{\beta(1-p)}{1-\beta} U(w_l) - \frac{1-\beta(1-p)}{1-\beta} U(r_h) - \frac{\beta(1-p)}{1-\beta} U(r_l) \right) - \lambda_2 \left(\frac{\beta p}{1-\beta} U(w_h) + \frac{1-\beta p}{1-\beta} U(w_l) - \frac{\beta p}{1-\beta} U(r_h) - \frac{1-\beta p}{1-\beta} U(r_l) \right)$$

Resolvendo o sistema, temos as seguintes condições de primeira ordem:

$$(1) \quad \frac{\partial L}{\partial w_h} = \frac{-p}{1-\beta} - \lambda_1 \frac{1-\beta(1-p)}{1-\beta} \frac{\partial U(w_h)}{\partial w_h} - \lambda_2 \frac{\beta p}{1-\beta} \frac{\partial U(w_h)}{\partial w_h} = 0$$

$$(2) \quad \frac{\partial L}{\partial w_l} = \frac{-(1-p)}{1-\beta} - \lambda_1 \frac{\beta(1-p)}{1-\beta} \frac{\partial U(w_l)}{\partial w_l} - \lambda_2 \frac{1-\beta p}{1-\beta} \frac{\partial U(w_l)}{\partial w_l} = 0$$

$$(3) \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = \frac{1-\beta(1-p)}{1-\beta} U(w_h) + \frac{\beta(1-p)}{1-\beta} U(w_l) - \frac{1-\beta(1-p)}{1-\beta} U(r_h) - \frac{\beta(1-p)}{1-\beta} U(r_l) = 0$$

$$(4) \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda_2} = \frac{\beta p}{1-\beta} U(w_h) + \frac{1-\beta p}{1-\beta} U(w_l) - \frac{\beta p}{1-\beta} U(r_h) - \frac{1-\beta p}{1-\beta} U(r_l) = 0$$

Se as duas restrições de participação forem ativas, ou seja, $U_h = \bar{U}_h; U_l = \bar{U}_l$, a única solução para o sistema das equações (3) e (4) é:

$$U(w_h) = U(r_h) \text{ e } U(w_l) = U(r_l) .$$

APÊNDICE 2

No caso em que apenas a restrição de participação do cenário de preço alto está ativa ($\lambda_2 = 0$), a solução é determinada pelo sistema formado pelas seguintes equações:

$$(1) \quad \frac{-p}{1-\beta} - \lambda_1 \frac{1-\beta(1-p)}{1-\beta} \frac{\partial U(w_h)}{\partial w_h} = 0$$

$$(2) \quad \frac{-(1-p)}{1-\beta} - \lambda_1 \frac{\beta(1-p)}{1-\beta} \frac{\partial U(w_l)}{\partial w_l} = 0$$

$$(3) \quad \frac{1-\beta(1-p)}{1-\beta} U(w_h) + \frac{\beta(1-p)}{1-\beta} U(w_l) - \frac{1-\beta(1-p)}{1-\beta} U(r_h) - \frac{\beta(1-p)}{1-\beta} U(r_l) = 0$$

Utilizando a função de utilidade do tipo CARA que define a aversão ao risco do agente:

$$\frac{\partial U(w_h)}{\partial w_h} = \alpha e^{-\alpha w_h} \text{ e como } e^{-\alpha w_h} = 1 - U(w_h), \text{ temos: } \frac{\partial U(w_h)}{\partial w_h} = \alpha e^{-\alpha w_h} = \alpha(1 - U(w_h)).$$

$$\frac{\partial U(w_l)}{\partial w_l} = \alpha e^{-\alpha w_l} = \alpha(1 - U(w_l)).$$

Utilizando esses resultados nas equações (1) e (2), temos:

$$p\beta(1-p)(1-U(w_l)) = (1-p)[1-\beta(1-p)](1-U(w_h)).$$

$$U(w_l) = \left[\frac{(1-p)(1-\beta(1-p))}{p\beta(1-p)} \right] U(w_h) - \frac{(1-\beta(1-p)-p)}{p\beta(1-p)}$$

Substituindo essa relação na equação (3), temos:

$$U(w_h) = pU(r_h) + p \frac{\beta(1-p)}{1-\beta(1-p)} U(r_l) + \frac{(1-\beta(1-p)-p)}{1-\beta(1-p)}$$

$$U(w_l) = (1-p) \frac{1-\beta(1-p)}{\beta(1-p)} U(r_h) + (1-p)U(r_l) - \frac{(1-\beta(1-p)-p)}{\beta(1-p)}$$

Para não haver parcela variável na remuneração do agente, necessitamos então que $w_H = w_L$, ou seja, $U(w_h) = U(w_l)$. Para isso, deve valer a seguinte igualdade:

$$U(r_h) = -U(r_l) \frac{\beta(1-p)}{1-\beta(1-p)} + \frac{1}{1-\beta(1-p)}.$$

Substituindo:

$$d = \frac{\beta(1-p)}{1-\beta(1-p)}$$

Temos a seguinte forma equivalente:

$$U(r_h) = -U(r_l)d + (1+d)$$

Sabemos que d é um numero positivo para quaisquer p e β , dado $0 < p < 1$ e $0 < \beta < 1$. Dado $U(r_h) \in [0,1]$ e $U(r_l) \in [0,1]$ considerando $U(r_h) = 1 - e^{-\alpha r_h}$ e $U(r_l) = 1 - e^{-\alpha r_l}$, o único caso que teremos $U(w_h) = U(w_l)$ será quando $U(r_h) = U(r_l) = 1$, ou seja, $r_h = r_l$. Tal condição viola a hipótese inicial que a utilidade reserva mudaria com o preço do níquel ($\bar{U}_h > \bar{U}_l$).

Logo, pode-se constatar que para $U(r_h) > U(r_l)$ (utilidade reserva do empregado aumenta para preços de níquel mais elevados), não existe equilíbrio com salário fixo e igual para os 2 cenários (de preço do níquel alto e do preço do níquel baixo).

Dessa forma, o contrato ótimo fará com que o empregado assuma o risco da variação do preço do níquel em sua remuneração mesmo sendo avesso a risco.

APÊNDICE 3

Encontramos na sessão anterior que a solução do contrato de remuneração ou será igual a remuneração à vista (reserva) do agente: $w_H = r_H$ e $w_L = r_L$ (no caso em que as 2 restrições de participação estejam ativas); ou será definida pelas equações abaixo (no caso em que apenas a restrição de participação para o cenário de preço alto esteja ativa):

$$U(w_h) = pU(r_h) + p \frac{\beta(1-p)}{1-\beta(1-p)} U(r_l) + \frac{(1-\beta(1-p)-p)}{1-\beta(1-p)}$$

$$U(w_l) = (1-p) \frac{1-\beta(1-p)}{\beta(1-p)} U(r_h) + (1-p)U(r_l) - \frac{(1-\beta(1-p)-p)}{\beta(1-p)}$$

Lembrando que:

$$U(w_h) = 1 - e^{-\alpha w_h}$$

$$U(w_l) = 1 - e^{-\alpha w_l}$$

$$U(r_h) = 1 - e^{-\alpha r_h}$$

$$U(r_l) = 1 - e^{-\alpha r_l}$$

Assim, temos:

$$1 - e^{-\alpha w_h} = p(1 - e^{-\alpha r_h}) + p \frac{\beta(1-p)}{1-\beta(1-p)} (1 - e^{-\alpha r_l}) + 1 - \frac{p}{1-\beta(1-p)} = -p e^{-\alpha r_h} - p \frac{\beta(1-p)}{1-\beta(1-p)} e^{-\alpha r_l} + 1$$

$$1 - e^{-\alpha w_l} = (1-p) \frac{1-\beta(1-p)}{\beta(1-p)} (1 - e^{-\alpha r_h}) + (1-p)(1 - e^{-\alpha r_l}) - \frac{(1-\beta(1-p)-p)}{\beta(1-p)} =$$

$$= -(1-p) \frac{1-\beta(1-p)}{\beta(1-p)} e^{-\alpha r_h} - (1-p) e^{-\alpha r_l} + 1$$

Ou seja,

$$e^{-\alpha w_h} = \frac{p}{1 - \beta(1 - p)} [(1 - \beta(1 - p))e^{-\alpha r_h} + \beta(1 - p)e^{-\alpha r_l}]$$

$$e^{-\alpha w_l} = \frac{(1 - p)}{\beta(1 - p)} [(1 - \beta(1 - p))e^{-\alpha r_h} + \beta(1 - p)e^{-\alpha r_l}]$$

Fazendo o logaritmo de ambos os lados das equações, temos:

$$\begin{aligned} -\alpha w_h &= \ln \left(\frac{p}{1 - \beta(1 - p)} [(1 - \beta(1 - p))e^{-\alpha r_h} + \beta(1 - p)e^{-\alpha r_l}] \right) = \\ &= \ln [(1 - \beta(1 - p))e^{-\alpha r_h} + \beta(1 - p)e^{-\alpha r_l}] + \ln \left(\frac{p}{1 - \beta(1 - p)} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -\alpha w_l &= \ln \left(\frac{(1 - p)}{\beta(1 - p)} [(1 - \beta(1 - p))e^{-\alpha r_h} + \beta(1 - p)e^{-\alpha r_l}] \right) = \\ &= \ln [(1 - \beta(1 - p))e^{-\alpha r_h} + \beta(1 - p)e^{-\alpha r_l}] + \ln \left(\frac{1 - p}{\beta(1 - p)} \right) \end{aligned}$$

Logo, o bônus (a diferença entre os valores de remuneração) apresentará a seguinte formula:

$$b = w_h - w_l = \frac{\ln \left(\frac{1 - p}{\beta(1 - p)} \right) - \ln \left(\frac{p}{1 - \beta(1 - p)} \right)}{\alpha} = \frac{\ln \left(\frac{1 - p}{p} \frac{1 - \beta(1 - p)}{\beta(1 - p)} \right)}{\alpha} = \frac{\ln \left(\frac{(1 - \beta(1 - p))}{\beta p} \right)}{\alpha}$$

No entanto, quando a diferença da remuneração reserva do trabalhador (salário à vista na indústria) for inferior a esse valor (solução quando as 2 restrições de participação do agente estão ativas $U_h = \bar{U}_h$ e $U_l = \bar{U}_l$), o contrato será igual ao mercado à vista ($w_H = r_H$ e $w_L = r_L$).

Interessante notar que a partir de determinada diferença dos valores de remuneração à vista ($r_H - r_L$), a remuneração do agente independe desses valores (r_H e r_L) e depende apenas dos parâmetros, p , β e α .