



**FUNDAÇÃO GETÚLIO VARGAS
ESCOLA DE ADMINISTRAÇÃO DE EMPRESAS DE SÃO PAULO**

ANTONIO COELHO BEZERRA DE FARIAS FILHO

**AVALIAÇÃO DO *VALUE AT RISK* DO ÍNDICE BOVESPA USANDO
OS MODELOS GARCH, TARCH E RISKMETRICS™ PARA SE
ESTIMAR A VOLATILIDADE**

Dissertação apresentada ao Curso de
Pós-Graduação da FGV/EAESP
Area de Concentração: Administração
Contábil Financeira, como requisito para
obtenção de título de mestre em
Administração

Orientador: Prof. João Carlos Douat

**SÃO PAULO
1997**



Fundação Getúlio Vargas
Escola de Administração
de Empresas de São Paulo
Biblioteca



934/98



1199800934

CD 107

Escola de Administração de Empresas de São Paulo	
Data 21.5	Nº de Chamada 336 F2242
Tombo 934/98	Dis. E. 1

2017-94960

**Avaliação do *value at risk* do índice bovespa usando os modelos
GARCH, TARCH e RiskMetricsTM para se estimar a
volatilidade**

Banca examinadora

**Prof. Orientador: João Carlos Douat
Prof. Abraham Laredo Sicsu
Prof. Jean Jacques Salim**

FARIAS FILHO, Antonio Coelho Bezerra de, Avaliação do *Value at Risk* do índice Bovespa usando os modelos GARCH, TARCH e *RiskMetrics*TM para se estimar a volatilidade. São Paulo, EAESP/FGV, 1997, 60 p. (Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Pós-Graduação da EAESP/FGV, Área de Concentração: Administração Contábil e Financeira).

Resumo: Apresenta o método *value at risk* (VaR) para se mensurar o risco de mercado, sob diferentes abordagens. Analisa a série histórica do índice Bovespa no período de 1995 a 1996 por meio de testes econométricos de normalidade, autocorrelação dos retornos e raiz unitária. Compara o VaR obtido a partir dos diferentes modelos de estimação de volatilidade propostos e verifica qual dos modelos foi o mais adequado para o caso estudado.

Palavras-chave: *Value at Risk* - Risco de mercado - Volatilidade - Modelo GARCH - Modelo TARCH - *RiskMetrics*TM.

AGRADECIMENTO

**Agradeço a duas pessoas:
ao professor João Carlos Douat
e à pessoa jurídica do Banco Central**

ABSTRACT

The purpose of this dissertation is to compare the performance of three methods of volatility estimating used for value at risk models: an exponentially weighted moving average (RiskMetricsTM), GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity) and TARCH (Threshold model). Concerning the latter, we decided to test it, given that GARCH models cannot properly capture the leverage effect (negative shocks have a larger impact on volatility than positive shocks).

The sample covers the daily São Paulo Stock Exchange index from 2 January 1995 to 30 December 1996. The test results indicated that the alternative models did not outperform RiskMetricsTM under the particular market conditions observed in the time period studied. Despite the fact that TARCH model can cope with negative or positive skewness, this model did not provide better results than RiskMetricsTM.

It seems to be reasonable not to attempt to make any general statement that one method is undoubtedly superior to another, given that test results may depend on the data period employed.

ÍNDICE

Introdução	1
Capítulo 1	4
1.1 Riscos Financeiros	4
1.2 Mensuração do Risco de Mercado	7
1.3 O <i>value at risk</i> e seus diferentes métodos	13
1.3.1 Delta-normal	13
1.3.2 Simulação de Monte Carlo	16
1.3.3 Simulação histórica	18
1.3.4 Testes de <i>stress</i>	19
Capítulo 2	20
2.1 Estimador de média móvel	22
2.2 GARCH	23
2.3 TARCH	27
2.4 <i>RiskMetrics</i>TM	28

Capítulo 3	30
3.1 Revisão Bibliográfica	30
3.2 Teste Preliminares	33
3.2.1 Normalidade dos Retornos	35
3.2.2 Independência dos Retornos	38
3.2.3 Estacionaridade dos Retornos	39
3.3 Estimativa da Volatilidade	41
3.4 Análise do <i>value at risk</i>	45
Conclusão	50
Bibliografia	52
Anexo	55

INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, o método *value at risk* (VaR)¹ vem sendo bastante utilizado no gerenciamento e controle da exposição a riscos de mercado. Segundo Hull e White (1997), as razões fundamentais são: a ampla divulgação do método quando o Banco *JP Morgan* disponibilizou o *RiskMetrics*², os prejuízos e quebras em decorrência de transações no mercado de derivativos³ e a proposta do Comitê de Supervisão Bancária do Banco para Compensações Internacionais (BIS) de estabelecer as exigências de capital das instituições financeiras com base no método⁴.

¹ O conceito de "valor sujeito a risco" será abordado no primeiro capítulo.

² O documento técnico do Banco *J.P. Morgan* disponibiliza uma descrição da metodologia denominada *RiskMetrics*TM para se quantificar o risco de mercado de *portfolios* compostos de ações, moeda estrangeira, títulos de renda fixa, *commodities* ou derivativos. A primeira edição foi liberada em outubro de 1994. A quarta, em 1996 (*RiskMetrics*TM - Technical Document. New York: Morgan Guaranty Trust Co., 284 p).

³ Casos de grande repercussão foram: a falência do banco inglês *Barings*, do condado de *Orange* na Califórnia (EUA) e da subsidiária americana do conglomerado alemão *Metallgesellschaft*. Jorion (1996 a) faz uma exposição detalhada desses casos. Embora os derivativos estejam associados a quebras e prejuízos, podem também ser usados para fins de *hedge* (diminuindo o risco).

⁴ Em abril de 1993, o Comitê para Supervisão da Atividade Bancária do Banco para Compensações Internacionais (BIS) produziu uma série de propostas sobre risco de mercado. Pelo modelo padrão, calcula-se a exposição dos *portfolios* a cada um dos fatores de risco: taxa de juros, taxa de câmbio, preço de ações e *commodities*. Depois, soma-se os VaRs dos quatro blocos para se obter a exposição total da instituição. Este modelo não leva em conta o efeito da diversificação. Em abril de 1995, surgiu a abordagem alternativa. Embora não determine nenhum modelo específico a ser utilizado, estabelece padrões para os modelos internos desenvolvidos pelos bancos. O *value at risk*, usando dados históricos de pelo menos 12 meses, deve ser calculado para um período de 10 dias úteis, com um intervalo de confiança de 99%. Neste caso, as correlações podem ser incorporadas. O BIS estabelece ainda três zonas para os modelos internos em função de um número *n* de vezes em que o VaR for superado em um período de 250 dias: zona verde (*n* menor do que 5); zona amarela (*n* entre 5 e 9) e zona vermelha (*n* maior ou igual a 10). Segundo Jackson et al (1997), o critério do BIS é bem mais rigoroso do que o adotado no *RiskMetrics*TM que utiliza um VaR diário com um intervalo de confiança de 95%. Comparando-se os critérios, o VaR proposto pelo BIS é 4,45 vezes o VaR do *RiskMetrics*TM. Considerando ainda que há um fator multiplicador, de no mínimo 3, o resultado final chega a 13,35 vezes o valor do *RiskMetrics*TM. Se testes retrospectivos, comparando o desempenho realizado *ex post* contra estimativas de risco ou perdas máximas *ex ante*, indicarem que o modelo do banco quantifica sistematicamente a menor seus riscos, há uma penalização adicional. Para maiores detalhes, ver: *Overview of the Amendment to the Capital Accord to Incorporate Market Risk. Basle Committee on Banking Supervision, 1996.*

Para o cálculo do *value at risk* é fundamental uma boa estimativa da volatilidade. Figlewski (1997) chega a afirmar que o VaR é essencialmente uma forma de se estimar a volatilidade.

A dissertação tem como objetivo, então, comparar o desempenho de três modelos de estimação da volatilidade para o cálculo do *value at risk* diário do Índice Bovespa, relativo ao ano de 1996:

- o modelo *RiskMetrics*TM;
- o modelo GARCH (1,1);
- o modelo TARCH (1,1).

O modelo GARCH foi testado em função de o *RiskMetrics*TM resultar de uma simplificação dos modelos GARCH⁵.

Quanto ao modelo TARCH⁶, o teste foi realizado em razão de os modelos GARCH apresentarem uma limitação, qual seja: não captar o efeito assimetria - o fato de choques positivos e negativos de mesma magnitude, no retorno dos ativos, exercerem impactos diferenciados sobre a volatilidade.

⁵ O *RiskMetrics*TM é o modelo GARCH (1,1) com duas restrições. É o chamado IGARCH (GARCH integrado) sem constante.

⁶ Foi introduzido por Zakoian, "Threshold Heteroskedastic Model" INSEE, Paris, 1990, e Glosten, Jaganathan e Runkle, "Relationship between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks" Northwestern University, 1991

No capítulo 1, discriminamos os diversos tipos de riscos financeiros e apresentamos os conceitos básicos do *value at risk* e seus diferentes métodos.

No capítulo 2, expomos as características básicas de um modelo média móvel simples de estimação da volatilidade, e dos modelos a serem testados: média móvel ponderada exponencialmente (*RiskMetricsTM*), modelos GARCH e TARCH.

No capítulo 3, fazemos uma revisão bibliográfica restrita ao objetivo do estudo e apresentamos os resultados dos testes empíricos: estatísticas descritivas da série de retornos do Ibovespa, bem como testes econométricos de normalidade, autocorrelação e existência de raiz unitária. São efetuadas, ainda, as estimativas da volatilidade a partir dos diferentes modelos, calculados os *value at risk* e comparados os resultados obtidos. Por fim, são apresentadas as conclusões.

CAPÍTULO 1

RISCOS FINANCEIROS, MENSURAÇÃO DO RISCO DE MERCADO, O *VALUE AT RISK* (VaR) E SEUS DIFERENTES MÉTODOS

1.1 - Riscos Financeiros

Segundo Jorion (1996 a), os riscos financeiros podem ser classificados em cinco categorias, a saber: risco de mercado, risco de crédito, risco de liquidez, risco operacional e risco legal.

- **Risco de mercado:**

resulta da variação no valor de um *portfolio* qualquer de ativos e passivos financeiros, em razão de variações nos preços desses instrumentos. Há denominações específicas para subgrupos de risco de mercado, caso do risco de base (risco associado a um *hedge* quando se usa contratos futuros, em que é desconhecida a diferença entre o preço a vista do ativo "hedgeado" e o preço futuro do contrato). O risco de mercado pode ser designado segundo sua fonte, ou seja, um risco associado a uma variável financeira: risco de taxa de câmbio, risco de taxa de juros, risco dos preços das ações e risco dos preços de *commodities*.

- Risco de crédito:

resulta da possibilidade de inadimplência por parte do devedor, impossibilitando-o de cumprir com as obrigações relativas ao crédito assumido. Sob o ponto de vista do credor, este tipo de risco pode ocorrer em função de uma possível desvalorização dos títulos de crédito adquiridos, como consequência de uma redução da qualidade do crédito do emissor ou por concordata e falência. Esta definição embute o risco de soberania, em que a liquidação do crédito é impedida por decisão de autoridade governamental. Conforme o *timing* das obrigações, o risco de crédito pode ser visto de duas formas: risco prévio à liquidação e risco de liquidação. A primeira é a situação de *default* por parte do devedor; a segunda, é conhecida como risco *Herstatt*⁷, própria de transações internacionais com diferença de fuso horário significativa (uma das partes pode não honrar o contrato, após a contraparte já ter cumprido sua obrigação).

- Risco de liquidez:

resulta da incapacidade da instituição de honrar suas obrigações imediatas de caixa, o que muitas vezes leva a instituição à venda de ativos, a preços desfavoráveis, na tentativa de obter uma cobertura de suas obrigações.

⁷ Em 1974, o Banco *Herstatt* faliu em função da contraparte não ter liquidado sua posição a tempo. Este fato acabou incentivando a criação do Comitê da Basileia.

- Risco operacional:

associa-se à possibilidade de perda em função de sistemas inadequados, falha gerencial, controles defeituosos, fraude ou erro humano. Incluem-se o risco de execução (atraso nas operações ou falhas de processamento pelo *back office*); risco tecnológico (custo de substituição de equipamentos tornados obsoletos pelo avanço tecnológico, dentre outros) e o risco de modelagem (erros provenientes de falhas na elaboração de um modelo).

- Risco legal:

ocorre quando uma parte, desejando a anulação de uma transação ou ressarcimento por perdas incorridas, ajuíza processo. Inclui-se o *compliance and regulatory risk* (relativo a violações de regulamentos ou normas governamentais).

1.2 - Mensuração do risco de mercado

Dentre os tipos de risco discriminados, o *value at risk* objetiva quantificar os riscos de mercado. Conforme já abordado, este tipo de risco resulta de quatro fontes, quais sejam: risco de taxa de câmbio, risco de taxa de juros, risco dos preços de ações e risco dos preços de *commodities*.

Os prejuízos podem ocorrer em função da exposição a uma dessas fontes de risco e da volatilidade de uma variável financeira a ela associada. A volatilidade é dada pela dispersão em torno da média amostral, ou seja, é o desvio-padrão da variável.

Existem diversas medidas de exposição a variações, de acordo com o fator de risco:

- instrumentos de renda fixa: a exposição a variações nas taxas de juros é denominada *duration*⁸.

⁸ *duration* é a média ponderada do tempo em que se espera receber os juros e o principal de um título. Os pesos são os valores presentes relativos de cada recebimento nesse fluxo de caixa. É medida em unidades de tempo, isto é, meses ou anos. Mas, o conceito de *duration* foi elaborado supondo-se pequenas alterações nas taxas de juros. Para grandes aumentos de taxas de juros, a *duration* superestima a queda dos preços dos títulos. Por outro lado, subestima o aumento nos preços dos títulos para grandes reduções nos juros. Isto se deve ao fato de que a curva que representa a relação preço versus juros não é linear, mas convexa. Para grandes oscilações, uma aproximação mais rigorosa é obtida com a inclusão de um fator de correção: a convexidade, que é a segunda derivada do preço em relação à taxa de juros. A relação entre *duration* e *value at risk* é a seguinte: $VaR = (duration) \times (valor\ do\ portfolio) \times (variação\ mais\ desfavorável\ da\ taxa\ de\ juros)$. Ver VAN HORNE, J. C. *Financial market rates and flows* USA: Prentice Hall, 1994.

- instrumentos de renda variável (ações): a exposição é denominada risco sistemático - *beta* (β)⁹.
- instrumentos derivativos: a exposição a variações do valor do ativo-objeto, é denominada *delta* (Δ). Sensibilidade de segunda ordem: *gamma* (γ)¹⁰.

O *value at risk* (VaR) procura capturar o efeito da volatilidade de um fator de risco e da exposição a esse fator. O VaR, para um determinado intervalo de confiança e horizonte temporal, é o produto da exposição, sensibilidade e volatilidade de uma variável financeira, seja taxa ou preço de um ativo negociável.

⁹ O *beta* é a contribuição de um ativo para o risco total de um *portfolio*, base do modelo CAPM - *Capital Asset Pricing Model* - desenvolvido por Sharpe. Este autor dividiu o risco total em dois componentes: risco diversificável ou não sistemático e risco não diversificável ou sistemático. O risco diversificável está relacionado com o próprio título e independe da economia. Pode ser, então, eliminado pela diversificação. Já o risco não diversificável não pode ser eliminado, pois é função do comportamento do mercado. Como consequência, a moderna teoria financeira diz que apenas o risco não diversificável ou sistemático é o que interessa. O mercado só paga um prêmio por esse tipo de risco. Ver, Sharpe, W. *Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk*. *Journal of Finance* 19 (1964), pp. 425-442.

¹⁰ O *delta* faz parte das chamadas gregas, assim como o *gamma*, o *vega* e o *theta*. O *delta* indica a variação do preço de uma opção para uma variação unitária no preço do ativo-objeto, ou seja, é a primeira derivada da função prêmio em relação ao ativo-objeto; O *gamma* de uma opção é a taxa de variação do delta em relação ao preço do ativo-objeto, ou seja, é a derivada do delta; O *vega* reflete a mudança no preço da opção, dada uma variação na volatilidade do ativo-objeto; O *teta* é a taxa de variação do valor da opção ao longo do tempo.

Para tornar mais claro essa definição, tomemos como exemplo, a ação mais negociada na Bolsa de Valores de São Paulo, a Telebrás PN. Deve-se inicialmente identificar a exposição da posição em relação ao fator de risco - o preço da ação da Telebrás. A exposição é expressa pelo produto entre a quantidade de ações e o valor de cada ação.

Considerando que no dia 16 de setembro de 1997, a Telebrás PN estava cotada a R\$ 138,10, o lote de mil ações, a exposição de uma instituição financeira com um *portfolio* composto por 5.000.000 de ações é de R\$ 690.500,00, o que representa o valor de mercado desta posição.

Calculada a exposição, deve-se procurar uma medida que reflita a sensibilidade dessa exposição em função de variações no fator de risco, representado pelo impacto das oscilações de preço das ações da Telebrás no valor do *portfolio*.

A sensibilidade é a relação entre a variação do valor do *portfolio* e o retorno da ação. Neste exemplo é igual a 1, pois a uma variação de 3,83% no preço da ação, caso do dia 16 de setembro, também corresponde uma variação de 3,83% no valor do *portfolio*, já que existe uma relação linear entre a posição e o fator de risco.

No entanto, o fator de sensibilidade pode ser diferente de 1. É o caso dos contratos de opções, em que a relação entre a variação do preço da opção e do ativo-objeto é dado pelo *delta*¹¹.

Calculadas a exposição e a sensibilidade, deve-se estimar a volatilidade dos retornos da ação da Telebrás. Supondo uma volatilidade de 1,20% ao dia e um intervalo de confiança de 95%, teríamos:

$$\text{VaR}_{\text{Telebrás}} = 690.500,00 \times 1,00 \times 1,65 \times 0,012$$

$$\text{VaR}_{\text{Telebrás}} = \text{R\$ } 13.671,90$$

Interpretando este resultado, temos: sob condições normais de mercado, há somente 5% de probabilidade de ocorrer uma perda diária maior do que R\$ 13.671,90.

¹¹ O delta é dado por: $\Delta = \delta V / \delta S$, onde V é o valor da opção e S o preço do ativo-objeto. Por exemplo, uma posição comprada (*long position*) em uma opção de compra *at-the-money*, $\Delta = 0,50$, implica que a opção é substituída por uma posição equivalente a 50% do valor do ativo-objeto. No caso de uma opção de compra, a opção estará *at-the-money*, se o preço do ativo-objeto for igual ao preço de exercício; *in-the-money*, se o preço do ativo-objeto for maior do que o preço de exercício; e *out-of-the-money*, se o preço do ativo-objeto for menor do que o preço de exercício.

De uma forma mais elaborada, calcular o VaR de um ativo ou *portfolio*¹² de instrumentos financeiros é encontrar o valor W^* ($VaR = W_{ref} - W^*$), de forma que $P(W$

$$< W^*) = \alpha \%, \text{ com } P(W < W^*) = \int_{-\infty}^{W^*} fdp(W)dW, \text{ onde:}$$

W = valor de mercado do *portfolio* num determinado instante;

W_{ref} = valor qualquer do *portfolio*, denominado valor de referência;

α = um valor entre 0 e 100%;

fdp = uma função de densidade de probabilidade dos valores de mercado do *portfolio* num determinado instante no futuro.

Considerando o valor de referência do *portfolio* em t_0 (W_0), temos: VaR (Absoluto) = $W_0 - W^*$. Se o valor de referência for o valor esperado do *portfolio* em t_1 , temos: VaR (Média) = $E(W) - W^*$.

Em palavras, é a perda que o *portfolio* pode vir a sofrer em relação ao valor de referência, num determinado horizonte temporal, com uma probabilidade $\alpha\%$.

¹² O VaR de um *portfolio* procura refletir a diversificação e o efeito *hedge*. A teoria da diversificação de *portfolio* foi elaborada por Harry Markowitz. Este autor desenvolveu um modelo de seleção de *portfolios* baseado na média e variância dos retornos. Ele propunha que os investidores deveriam selecionar os *portfolios*, por ele chamados de eficientes, considerando que para um dado retorno esperado apresentassem mínima variância ou, para uma dada variância, apresentassem o máximo retorno. Ver Markowitz, Harry M. Portfolio Selection, *Journal of Finance*, vol. 7, mar 1952, pp 77-91.

De acordo com Jorion (1996 b), se assumirmos como premissa a normalidade da distribuição, o VaR pode ser obtido diretamente do desvio-padrão do *portfolio*, usando-se um fator multiplicador (α).

Assumindo-se uma distribuição normal padrão $\Phi(\varepsilon)$, na qual a variável aleatória ε tem média zero e desvio-padrão 1, o VaR pode ser obtido a partir do valor α , de forma que $\int_{-\infty}^{-\alpha} \Phi(\varepsilon) d\varepsilon$. Uma vez determinado o valor α , que é função do intervalo de confiança adotado, o VaR pode ser calculado como:

$$VaR = W_0 \cdot \alpha \cdot (\sigma \cdot \sqrt{\Delta t}) \quad , \text{ onde:}$$

W_0 = valor do investimento inicial;

$\alpha = 1,65$ para um intervalo de confiança de 95%;

σ = desvio-padrão do *portfolio*;

$\sqrt{\Delta t}$ = raiz quadrada de um determinado intervalo de tempo.¹³

¹³ Ao contrário do retorno esperado e da variância, a volatilidade não se relaciona de forma linear com o tempo, mas sim, com sua raiz quadrada: uma volatilidade diária de 1,50% equivale a 3,35% semanal, valor obtido ao se multiplicar 1,5% pela raiz quadrada de 5 (número de dias úteis na semana). De acordo com Alexander e Leigh (1997), a aplicação da regra da raiz quadrada do tempo é feita com a premissa de que os retornos diários são normais, independentes e identicamente distribuídos.

1.3 - O *value at risk* e seus diferentes métodos

A existência de vários métodos para se calcular o VaR deve-se, segundo Hopper (1996), a duas questões básicas:

- as variações de preços e taxas no futuro podem ser descritas usando-se os parâmetros de uma distribuição normal?
- o valor de uma determinada posição varia de forma linear com as variações de preços e taxas?

1.3.1 - Método delta-normal, linear valuation ou paramétrico

Este método tem como hipóteses:

- os retornos dos fatores de risco têm uma função de distribuição de probabilidades normal;
- os retornos dos ativos componentes do *portfolio* são funções lineares do retorno dos fatores de risco a eles associados.

Este método não é adequado, portanto, para *portfolios* que contenham derivativos - instrumentos não-lineares.

Segundo Jorion (1996 a), no caso de *portfolios*, cuja composição varia com o tempo, o retorno em $t+1$ é dado por: $(R_{p,t+1}) = \sum_{i=1}^N w_{i,t} R_{i,t+1}$, onde os pesos $w_{i,t}$ estão relacionados com o tempo para refletir a natureza dinâmica do *portfolio*.

Levando em conta que o método considera os retornos dos ativos normalmente distribuídos, o retorno do *portfolio* - uma combinação linear de variáveis normais - também é normalmente distribuído. Em notação matricial, a variância do *portfolio* é dada por: $V(R_{p,t+1}) = w_t^T \Sigma_{t+1} w_t$, onde:

w_t = matriz dos pesos de cada ativo;

$\Sigma_{(t+1)}$ = matriz de covariância em $t + 1$;

w_t^T = matriz transposta dos pesos de cada ativo.

O VaR pode, então, ser calculado diretamente da matrizes de covariância e dos pesos das posições, considerando um horizonte temporal e um número de desvios-padrão correspondente a um determinado intervalo de confiança.

De acordo com Hull e White (1997), a fim de que o método *delta-normal* incorpore o risco *gamma*, no caso de opções (instrumentos não-lineares), pode-se utilizar a expansão de Taylor:

$$\Delta P = \sum_i \alpha_i \Delta x_i + \sum_i \beta_i \Delta x_i^2$$

onde:

ΔP = variação no valor do *portfolio* em um determinado dia;

Δx_i = variação proporcional no valor de uma variável de mercado i ;

$\alpha_i = S_i \delta_i$ (S_i é o valor da variável i e δ_i , o delta do

portfolio em relação a essa variável : $\delta_i = \frac{\partial P}{\partial S_i}$);

$\beta_i = \frac{S_i^2 \gamma_i}{2}$ (γ_i é o *gamma* do *portfolio* em relação à variável i :

$$\gamma_i = \frac{\partial^2 P}{\partial S_i^2})$$

1.3.2 - Simulação de Monte Carlo

A simulação de Monte Carlo faz parte dos chamados métodos numéricos, ou seja, métodos utilizados quando não se dispõe de uma fórmula matemática para descrever um determinado fenômeno. É utilizada para a solução de sistemas não-lineares. A idéia básica é gerar múltiplos cenários (conjunto dos diversos preços dos fatores de risco) simulados para um determinado horizonte temporal. O VaR do *portfolio* pode ser extraído diretamente da distribuição de seus valores, obtida pela valorização da posição em cada um dos cenários simulados.

Para se determinar o preço de um ativo, monta-se um algoritmo para se elaborar um modelo e faz-se a simulação em três etapas:

- Na primeira, o computador escolhe ao acaso uma das variáveis do modelo, assume que esta variará aleatoriamente e simulará, de acordo com uma distribuição estatística, um grande número de valores;

- Na segunda etapa, simula-se o caminho que o ativo poderia percorrer, com a volatilidade variando estocasticamente. Obtém-se, dessa forma, um preço final teórico;

• A terceira etapa, consiste em se repetir as duas primeiras milhares de vezes (10.000, por exemplo). Faz-se a distribuição dos preços finais e calcula-se o preço mais provável (a média simples de todos os preços encontrados).

É um instrumento, portanto, que ao considerar um grande número de combinações, levaria em tese, a uma distribuição completa.

Vose (1996), no entanto, argumenta que a simulação de Monte Carlo, embora seja o método mais conhecido e utilizado, é menos sofisticado e eficiente do que a simulação *Latin Hypercube*¹⁴.

Hull e White (1997) propõem como alternativa à simulação de Monte Carlo, uma aproximação da relação entre a mudança de valor do *portfolio* em um determinado dia, ΔP , e a mudança proporcional no valor de uma variável de mercado i , Δx_i , com a utilização dos dois primeiros termos da expansão da série de Taylor, de forma que:

$$\Delta P = \sum_{i=1}^n \frac{\partial P}{\partial x_i} \Delta x_i + 0,5 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 P}{\partial x_i \partial x_j} \Delta x_i \Delta x_j$$

Segundo os autores, essa técnica é conhecida como simulação parcial, já que o *portfolio* não necessita ser reavaliado para cada simulação.

¹⁴ Vose, David. Quantitative Risk Analysis: a guide do Monte Carlo simulation modelling. London: Wiley, 1996. pp. 40-45.

1.3.3 - Simulação histórica

Para Hull e White (1997) é o método mais simples quando se trata de *full valuation*. Neste caso, ao invés de um modelo que defina o comportamento estatístico das variáveis, utilizam-se dados históricos.

O método consiste em se produzir uma série hipotética de retornos que o *portfolio* atual, com sua composição mantida constante, teria em cada um dos últimos n dias, considerando os preços dos fatores de risco observados nesses mesmos dias. Dessa forma, os preços futuros hipotéticos são obtidos aplicando-se aos preços correntes, as variações históricas dos preços.

A mudança no valor do *portfolio* é calculada para cada simulação e o VaR obtido a partir da distribuição de probabilidades desses valores.

Segundo Hull e White (1997) o método admite quaisquer distribuições probabilísticas bem como não-linearidades, captando o risco *gamma* e *vega*, as correlações entre os ativos além de não considerar hipóteses específicas sobre modelos de precificação.

1.3.4 - Testes de *Stress*

Segundo Jorion (1996 a), o método consiste na valorização de um *portfolio* a partir de vários cenários, onde cada cenário corresponde ao conjunto dos valores atribuídos às variáveis financeiras e fatores de risco, aos quais o *portfolio* está exposto.

O objetivo de cada cenário é simular o comportamento do *portfolio* para valores extremos das variáveis e dos fatores de risco, a fim de incorporar quebras de mercado e eventos extraordinários. Os ativos componentes do *portfolio* são valorizados para cada cenário. Associando-se probabilidades, tem-se uma distribuição, a partir da qual o VaR é determinado.

De acordo com esse autor, uma das limitações do método é considerar de forma bastante restritiva as correlações entre os ativos. Como os cenários refletem os fatores de risco de uma determinada posição, uma outra limitação se dá no caso dos *portfolios* dinâmicos, em que os fatores de risco variam com o tempo, o que pode resultar em variações abruptas do VaR.

Para Jorion (1996 a), este método é altamente subjetivo, mas pode ser apropriado para os casos em que o *portfolio* dependa basicamente de uma única fonte de risco. O método deve ser considerado complementar e não substitutivo em relação aos demais.

CAPÍTULO 2

MODELOS PARA SE ESTIMAR A VOLATILIDADE:

ESTIMADOR DE MÉDIA MÓVEL SIMPLES, GARCH, TARCH E

RiskMetrics™

Existem dois tipos de volatilidade: histórica e implícita. O primeiro usa dados de preços; o segundo, cotações de opções sobre o ativo-objeto. Uma outra diferença é que a volatilidade histórica é obtida através de estimadores estatísticos, enquanto a volatilidade implícita depende de modelos para precificação de opções.

A volatilidade histórica é definida como o desvio-padrão de uma série de preços medidos em intervalos regulares. Estas variações de preços, os retornos, podem ser definidas de duas formas: em termos percentuais [$x_i = (P_{i+1} - P_i)/P_i$] ; ou logarítmicos [$x_i = \ln(P_{i+1}/P_i)$]. No primeiro caso, a premissa é de que os preços mudam em intervalos de tempo finitos e regulares; no segundo, as mudanças ocorrem continuamente.

Os modelos mais difundidos para o cálculo da volatilidade histórica são: média móvel simples, média móvel exponencial e modelos da classe GARCH. A seguir, é feita uma revisão sucinta das características destes principais modelos.

2.1 - Estimador de Média Móvel Simples

É o método recomendado pelo *Bank for International Settlements (BIS)* para modelos internos baseados no *value at risk*. Trata-se de uma média que confere pesos iguais a todas as observações. Utiliza-se uma janela móvel (à medida que se inclui um novo dado, elimina-se o mais antigo) com um número fixo de dias: 20 ou 60 dias, por exemplo.

Considerando os retornos observados (R_t) nos últimos M dias, a volatilidade estimada é obtida a partir de uma média móvel:

$$\sigma_t^2 = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M R_{t-i}^2$$

No que se refere ao valor de M , quanto maior o horizonte a ser estimado, maior a quantidade de dados que deve ser utilizada. Uma alternativa é tomar um período longo, dividi-lo em sub-períodos e realizar um teste de igualdade de variâncias. Caso seja rejeitada a hipótese de igualdade, repete-se o procedimento com o sub-período mais recente, até a obtenção de dois sub-períodos com volatilidade estável.

Este método é bastante deficiente tanto por incorporar com atraso choques de mercado, quanto por causar uma persistência indevida destes choques nos valores da volatilidade.

2.2 - GARCH

Os modelos para o cálculo do *value at risk* pressupõem hipóteses sobre o processo estocástico seguido pelos preços, o que implica a identificação da forma da distribuição de probabilidades dos retornos e do comportamento da volatilidade.

Desde os estudos empíricos pioneiros de Mandelbrot e Fama¹⁵ têm sido identificadas propriedades estatísticas comuns a maioria das séries financeiras, que estão em desacordo com hipóteses formuladas por diversos modelos, quais sejam:

- as distribuições dos retornos apresentam *fat tails* ou excesso de curtose (há mais observações distantes da média do que numa distribuição normal);
- o pico em torno da média da distribuição dos retornos é mais alto do que numa distribuição normal;
- os retornos dos ativos apresentam uma assimetria negativa (há mais observações na calda esquerda do que na direita);
- os retornos dos ativos apresentam pequenas autocorrelações;
- a variância é heterocedástica, ou seja, varia com o tempo;

¹⁵ Para uma revisão do tema, ver Taylor, S. J. (1986), *Modeling Financial Time Series*, John Wiley, Chichester, UK.

- a volatilidade dos retornos tem uma tendência de reversão à média, o que contradiz a hipótese frequentemente assumida, de que os preços seguem um movimento do tipo browniano, que considera a volatilidade crescente proporcionalmente com a raiz quadrada do tempo;
- a volatilidade dos retornos tende a se agrupar: altas volatilidades são seguidas por altas volatilidades e baixas volatilidades, por baixas volatilidades.

Os modelos mais simples não consideravam o fato de a volatilidade variar com o tempo. Engle (1982) desenvolveu, então, um modelo que levava em conta a heterocedasticidade - ARCH (*Autoregressive Conditional Heterocedasticity*). Considerando-se que a variância é heterocedástica, ou seja, não é constante ao longo do tempo, um estimador mais eficiente pode ser obtido ao se tentar modelar a variância dos erros. Os retornos r_t , na versão mais simples, são modelados da seguinte forma:

$r_t = c + \varepsilon_t$, (o retorno em t é igual a uma constante acrescida do erro residual do modelo em t);

$$E(\varepsilon_t) = 0, \quad E(\varepsilon_t^2) = 1,$$

$$E(\varepsilon_t^2 | I_{t-1}) = \sigma_t^2, \quad I_{t-1} \text{ (informações disponíveis em } t-1\text{)};$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2, \quad \text{com } \omega > 0 \text{ e } \alpha > 0$$

Bollerslev (1986) generalizou a formulação de Engle, no que passou a ser conhecido como modelo GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heterocedasticity*). A variância é dada por:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{k=1}^g \alpha_k \sigma_{t-k}^2 + \sum_{l=1}^f \beta_l \varepsilon_{t-l}^2$$

onde:

$\omega, \alpha_1, \dots, \alpha_g, \beta_1, \dots, \beta_f$ são coeficientes não negativos e todos os parâmetros desconhecidos são estimados por máxima verossimilhança. Diz-se, então, que σ_t^2 segue um modelo GARCH (g,f).

O modelo GARCH (1,1) é a versão mais simples e mais utilizada. Supondo que os erros são normalmente distribuídos, a variância é dada por:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2, \text{ com } \omega, \alpha, \beta \geq 0$$

A variância em t depende de três fatores: uma constante, a informação passada sobre a volatilidade, que é determinada pelo quadrado dos resíduos de $t-1$ (o termo ARCH) e a variância estimada de $t-1$ (o termo GARCH). O (1,1) neste tipo de modelo GARCH se refere aos termos ARCH 1 e GARCH 1.

A esperança condicional de σ_t^2 é dada por: $E_{t-1}(\sigma_t^2) = \omega + (\alpha + \beta)\sigma_{t-1}^2$. O coeficiente (α) mede a extensão em que um choque no retorno hoje afeta a volatilidade do retorno do dia seguinte. A soma ($\alpha + \beta$) revela a medida de persistência da volatilidade, ou seja, a taxa que reflete como o impacto de um choque no retorno hoje se propaga ao longo do tempo, sobre a volatilidade dos retornos futuros.

A partir do conceito de persistência tem-se a vida média, medida em dias úteis. No modelo GARCH (1,1) é dada por:

$$VM = \frac{\ln 0,5}{\ln(\alpha + \beta)}$$

Se a vida média for, por exemplo, 23 dias úteis, significa que se houver um choque na série, seus efeitos irão se dissipar, em média, após um mês.

2.3 - TARCH

Também denominado GJR¹⁶, é uma generalização direta do GARCH (1,1). Os modelos GARCH tradicionais não conseguem captar o efeito assimetria, ou seja, o fato de choques negativos no retorno corrente dos ativos apresentarem um impacto maior do que os positivos, de mesma proporção, sobre a volatilidade dos retornos futuros.

No caso do mercado acionário, estudos empíricos demonstram que frequentemente movimentos de baixa são seguidos de volatilidades mais altas, do que movimentos de alta de mesma magnitude, o que caracteriza o chamado efeito assimetria. Os modelos TARCH procuram captar este tipo de efeito. O modelo para a variância é dado por:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma \varepsilon_{t-1}^2 d_{t-1} + \beta \sigma_{t-1}^2$$

onde, $d_t = 1$ se $\varepsilon_t < 0$ e $d_t = 0$ se $\varepsilon_t \geq 0$, com

$$\omega > 0, \alpha > 0, \gamma > 0, \beta > 0, \alpha + \gamma + \beta < 1$$

Se γ é significativamente diferente de zero, implica a existência do efeito assimetria.

¹⁶ Foi introduzido por Zakoian, "Threshold Heteroskedastic Model" INSEE, Paris, 1990, e Glosten, Jaganathan e Runkle, "Relationship between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks" Northwestern University, 1991.

2.4 - RiskMetricsTM

É um estimador de média móvel com amortecimento exponencial (EMMAE).

Ao invés de ponderar igualmente, como no caso da média móvel, confere um maior peso às observações mais recentes. Assim, obtém-se uma reação mais rápida aos choques. O peso é função do fator de decaimento (λ).

A variância é dada por:

$$\sigma_t^2 = (1 - \lambda) \sum_{j=0}^{T-1} \lambda^j (R_{t-j} - \mu)^2, \text{ com } 0 < \lambda < 1, \text{ onde:}$$

σ = volatilidade dos retornos;

R_t = retorno ($\ln P_t - \ln P_{t-1}$);

μ = média dos retornos no período considerado;

T = número de dias para os quais se deseja estimar a volatilidade;

λ = fator de decaimento.

O *RiskMetricsTM* é um caso especial de um processo do tipo GARCH, em que:

$\omega = 0$ e $\alpha + \beta = 1$. (É o chamado GARCH integrado, sem constante).

Segundo o documento do *RiskMetricsTM* (1996), o método é recursivo, pois a variância estimada para um dia t pode ser calculada a partir da variância estimada para o dia $t-1$, ajustada com a última observação, ou seja:

$$\sigma_t^2 = \lambda \sigma_{t-1}^2 + (1 - \lambda)(R_{t-1} - \mu_{t-1})^2$$

O valor ótimo do fator de decaimento (λ) é obtido a partir da comparação da volatilidade estimada pelo modelo, com a volatilidade observada. Segundo a metodologia proposta no *RiskMetricsTM* (1996), calcula-se a volatilidade estimada para um determinado dia e a volatilidade verificada para um período subsequente de n dias. O fator de decaimento ótimo é o que minimiza o erro quadrático médio.

CAPÍTULO 3

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA, TESTES EMPÍRICOS E ANÁLISE DO *VALUE AT RISK*

Antes de apresentarmos os resultados dos testes empíricos, foi feita uma revisão bibliográfica restrita aos estudos mais recentes e mais diretamente relacionados com o objeto do estudo.

3.1 - Revisão Bibliográfica

Boudoukh et al. (1996) afirmam que o método *RiskMetrics*TM apresentou resultados superiores em relação ao modelo GARCH (1,1) na previsão da volatilidade diária das taxas de juros de curto prazo (três meses) dos EUA, no período de 1983 a 1992. Os modelos foram avaliados com a utilização do erro quadrático médio (MSE) e da regressão dos valores realizados contra os valores previstos.

Silveira et al. (1997) compararam os modelos *RiskMetrics*TM, GARCH (1,1), EGARCH (GARCH Exponencial) e TARCH na estimação da volatilidade de uma carteira teórica composta por três ações negociadas na Bovespa, no segundo semestre de 1996: Telebrás PN (TEL4), Eletrobrás PN (ELE 6) e Petrobrás PN (PET 4). Os autores concluem que, com relação à atividade de gerenciamento de risco, o modelo *RiskMetrics*TM apresenta um desempenho satisfatório em relação aos demais modelos analisados.

Segundo os autores, assumindo a hipótese de normalidade condicional do retorno dos ativos, apesar de refutada pela evidência empírica, testes de *stress* apontam para o melhor desempenho do *RiskMetrics*TM. No entanto, os autores alertam que, com relação ao mercado de opções, seria precipitado concluir que os modelos TARCH e EGARCH não proporcionem ganhos significativos.

Franses e Van Dick (1996) compararam os modelos GARCH, QGARCH (*Quadratic* GARCH) e TARCH na previsão da volatilidade semanal, no período de 1986 a 1994, dos índices dos mercados de ações dos seguintes países: Alemanha (DAX), Holanda (EOE), Espanha (MAD), Itália (MIL) e Suécia (VEC). Os autores concluíram que o modelo QGARCH foi superior, enquanto que o modelo TARCH não foi recomendado para previsões. A medida de qualidade da previsão utilizada foi a mediana do erro quadrático.

Alexander e Leigh (1997) fizeram um estudo comparativo entre o modelo proposto pelo Comitê da Basileia do *Bank for International Settlements* (BIS), o *RiskMetrics*TM e o GARCH (1,1), relativo ao ano de 1996, tomando como base de dados os seguintes índices de ações: Grã-Bretanha (FTSE 100), EUA (S&P 500), França (CAC 40), Alemanha (DAX) e Japão (Nikkei 225). Foram analisados também, no mesmo período, os mercados de moeda estrangeira considerando a cotação do dólar norte-americano frente as moedas dos demais países em estudo.

Os resultados finais, levando em conta os diversos mercados para diferentes períodos de previsão da volatilidade, demonstraram que em 36 situações o modelo *RiskMetrics*TM apresentou um desempenho superior em 30 ocasiões, contra 5 do modelo do BIS e apenas 1 do modelo GARCH (1,1). Os resultados podem ser melhor visualizados na tabela abaixo - o asterisco indica o modelo que apresentou o menor RMSE (*root mean squared error*):

Quadro comparativo: BIS, RiskMetrics e GARCH (1,1) - índices de ações e moeda

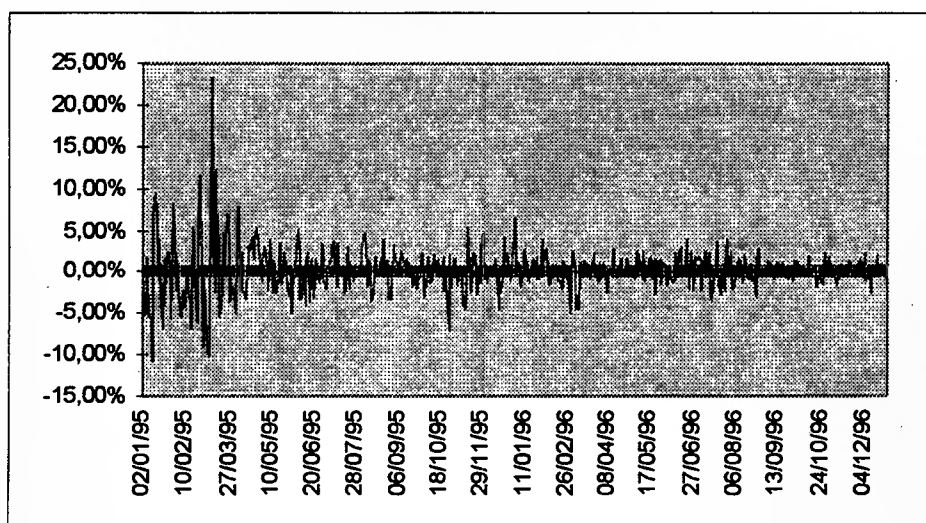
	1 dia			5 dias			10 dias			25 dias		
	BIS	R	G	BIS	R	G	BIS	R	G	BIS	R	G
Alemanha	*				*			*			*	
França		*			*			*			*	
GB	*				*			*			*	
Japão		*			*			*			*	
EUA	*			*			*					*
Marco		*			*			*			*	
Franco		*			*			*			*	
Libra		*			*			*			*	
Yen		*			*			*			*	

3.2 -Testes Preliminares

A amostragem histórica compreendeu as cotações diárias de fechamento do índice Bovespa, no período de 02.01.95 a 30.12.96, num total de 493 observações.

Segundo Duffie e Pan (1997), o uso da série histórica dos retornos é preferível ao da série histórica dos preços, por questão de estacionaridade¹⁷. Calculou-se, então, os retornos nominais diários compostos continuamente, $R_t = \ln(S_t / S_{t-1})$, onde S_t é o preço de fechamento do pregão em t .

Gráfico 3.1 - Retornos nominais diários do Ibovespa (1995/96)



A série de retornos diários foi submetida a testes de normalidade, de autocorrelação e de raiz unitária.

¹⁷ Um processo estocástico é dito estacionário quando apresenta média e variância independentes do tempo e covariâncias dependentes da diferença entre instantes de tempo. Caso a média e/ou variância não sejam independentes do tempo, deve-se tomar diferenças de alguma ordem para se induzir a estacionaridade.

3.2.1 - Normalidade dos Retornos

Para se verificar a normalidade dos retornos foi examinada sua distribuição de frequência e realizados os testes paramétricos de assimetria, curtose e Jarque-Bera.

O coeficiente de assimetria determina se a distribuição de uma variável é simétrica em relação à sua média. A estimativa amostral é dada pela seguinte equação:

$$S = \frac{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_t - x)^3}{\sigma^3}$$

onde:

T = o tamanho da amostra;

y_t = o retorno no período t ;

x = a média da amostra;

σ = o desvio-padrão da amostra;

S = a estimativa amostral do coeficiente de assimetria.

Se a distribuição for normal, a assimetria é igual a zero e o seu desvio-padrão $(\sigma/N)^{1/2}$, onde N é o número de observações. Se S for positivo, haverá um maior número de valores à direita da média; se S for negativo, um maior número de valores à esquerda.

O coeficiente de curtose caracteriza a forma da distribuição quanto ao seu achatamento. É dado pela seguinte fórmula:

$$K = \frac{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_t - x)^4}{\sigma^4}$$

onde: T , y_t , x , e σ são os mesmos termos da equação anterior.

Uma alta curtose indica uma concentração de valores em torno da média. Se a distribuição for normal a curtose é igual a 3 e seu desvio-padrão, $(24/N)^{1/2}$.

O teste Jarque-Bera é dado por:

$$\frac{T-k}{6} \left[S^2 + \frac{1}{4} (K-3)^2 \right]$$

onde, T é o número de observações, S , o coeficiente de assimetria e K , o coeficiente de curtose.

Sob a hipótese nula de normalidade, a estatística tem uma distribuição qui-quadrado com 2 graus de liberdade.

Na tabela 3.1, observamos as estatísticas descritivas dos retornos.

Tabela 3.1 - Estatísticas descritivas

n	493
Média	0,00098
Máximo	0,22281
Mínimo	-0,10384
Desvio-padrão	0,02739
Assimetria	1,08565
Curtose	14,70315

A distribuição possui um excesso de curtose de 11,70315 e apresenta uma assimetria positiva. Estes dois parâmetros sugerem a não-normalidade dos retornos. A rejeição da hipótese nula de que os retornos têm uma distribuição normal é confirmada pelo alto valor do teste paramétrico Jarque-Bera [JB = 2.910,306].

Quanto à análise dos resíduos, de acordo com os coeficientes de assimetria [-0,0442] e curtose [3,7025], não se pode rejeitar a hipótese de normalidade dos resíduos normalizados.

3.2.2 - Independência dos Retornos

Para se verificar se os retornos são independentes, ou seja, se existe autocorrelação na série amostral, foi realizado o teste de Ljung-Box. O objetivo é testar se os retornos podem ser representados por um ruído branco, ou seja, $R_t = \varepsilon_t$, onde $E(\varepsilon_t) = 0$, $E(\varepsilon_t^2) = \sigma^2$ e $E(\varepsilon_t \varepsilon_s) = 0$ para $t \neq s$.

A estatística (Q) de Ljung-Box¹⁸ é dada por:

$$Q_{LB} = T(T+2) \sum_{j=1}^p \frac{r_j^2}{T-j}$$

onde:

T = número de observações;

r_j = autocorrelação de ordem j ;

p = número de autocorrelações;

A hipótese nula se refere ao caso de inexistência de autocorrelação serial, o que significa que a série é do tipo ruído branco.

¹⁸ Para maiores detalhes, ver: Box and Pierce, "Distribution of Residual Autocorrelations in Autoregressive Integrated Moving Average Time Series Models" Journal of the American Statistical Association, vol, 65, (1970), pp. 1509-1526.

A estatística Q (12) Ljung-Box dos retornos [44,725] é superior ao valor crítico a 5%, o que faz rejeitar a hipótese nula, implicando a existência de autocorrelação serial.

Quanto à análise dos resíduos, a estatística Q (12) de Ljung-Box [16,213] é inferior ao valor crítico a 5%, o que descarta a hipótese de resíduos autocorrelacionados.

3.2.3 - Estacionaridade dos Retornos

Um processo gerador do tipo *random walk*, ou passeio aleatório, significa uma total imprevisibilidade do retorno de um ativo financeiro. A análise dos dados históricos pouco contribui para a previsão dos preços. O preço do ativo em $t+1$ é o preço em t acrescido de um fator aleatório.

Foi utilizado o teste Dickey-Fuller ampliado (ADF).

Neste teste, mínimos quadrados ordinários são usados para estimar os modelos:

- restrito $\Delta R_t = \alpha + \lambda \Delta R_{t-1}$ e
- não restrito $\Delta R_t = \alpha + \beta t + (\rho - 1)R_t + \lambda \Delta R_{t-1}$.

Testa-se a hipótese nula de que $\beta = 0$ e $\rho = 1$, com:

$$F_{DF} = (T - k)(SQR_r - SQR_{nr}) / q(SQR_{nr})$$

onde:

T = número de observações;

K = número de parâmetros estimados do modelo não restrito;

q = número de restrições dos parâmetros;

SQR = soma dos quadrados dos resíduos.

A hipótese nula se refere ao caso de existência de uma raiz unitária, e dessa forma, o processo gerador é do tipo *random walk*. Se a estatística t for menor, em valor absoluto, do que o valor crítico, não se pode rejeitar a hipótese de não-estacionaridade e a existência de uma raiz unitária. A conclusão é que a série pode não ser estacionária. Um alto valor negativo da estatística t rejeita a hipótese de uma raiz unitária e sugere que a série é estacionária.

Tabela 3.2 - Teste de raiz unitária Dickey-Fuller Ampliado

ADF: RAIZ UNITÁRIA		
Estatística t Dickey-Fuller		(12,31395)
Valores críticos (Mackinnon):	1%	(3,4460)
	5%	(2,8677)
	10%	(2,5701)

De acordo com a tabela 3.2, rejeita-se a hipótese de que os retornos sejam um passeio aleatório. A rejeição da hipótese nula da existência de raiz unitária, implica que os erros seguem um processo estacionário autoregressivo.

3.3 - Estimativa da volatilidade

Partindo da premissa de que a distribuição condicional dos retornos é normal, os parâmetros dos modelos foram estimados por máxima verossimilhança¹⁹. Embora tenha sido demonstrado que a hipótese de normalidade não se comprovou, Bollerslev (1986) sustenta que se os dois primeiros momentos condicionais forem corretamente especificados, esse método acaba proporcionando estimadores consistentes e assintoticamente normais.

A série estimada, aplicando-se o modelo *RiskMetricsTM*, foi obtida de forma recursiva, com um fator de decaimento de 0,94. Um estimador inicial da variância σ_0^2 foi calculado com base nas últimas n observações, igualmente ponderadas ($n = 74$).

$$\sigma_0^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{(n-1)} (R_{t-i})^2$$

O estimador exponencial é dado por:

$$\sigma_t^2 = 0,94\sigma_{t-1}^2 + (1 - 0,94)(R_{t-1} - \mu_{t-1})^2$$

¹⁹ Embora a distribuição não seja normal, ao se estimar por máxima verossimilhança assumindo-se a normalidade da distribuição, tem-se o que se chama de estimadores de quasi-máxima verossimilhança.

A princípio, como a volatilidade é obtida a partir dos desvios da média dos retornos, uma estimativa pouco acurada da média, reduziria a precisão da volatilidade. No entanto, Figlewski (1997) considera mais adequado simplesmente "impor" um valor para a média ao invés de tentar estimá-la. Uma abordagem viável, com dados diários, segundo esse autor, é supor que a média amostral é zero, principalmente quando se considera períodos mais curtos e mercados mais voláteis.

Por essa razão, optamos por considerar a média amostral zero. O estimador exponencial utilizado passou a ser:

$$\sigma_t^2 = 0,94\sigma_{t-1}^2 + (1 - 0,94)(R_{t-1})^2$$

A variância condicional dos retornos do índice Bovespa foi parametrizada a partir dos modelos GARCH (1,1) e TARCH (1,1). As estimativas dos parâmetros²⁰, obtidas por meio do algoritmo de Marquadt¹⁶, estão dispostas nas tabelas 3.3 e 3.4, com as respectivas estatísticas *t* e *p-value*. Estimados os parâmetros do modelo, a série estimada da volatilidade condicional para o período amostral é obtida recursivamente.

²⁰ Foi utilizado o *software* EVIEWS, já que os modelos testados são de ordem 1: GARCH (1,1) e TARCH (1,1). A evidência empírica registra que modelos de ordem maior do que 1, raramente trazem ganhos significativos que justifiquem sua aplicação. Para estes modelos, os *softwares* mais adequados são RATS e GAUSS.

¹⁶ Ver Marquardt, D. W., An algorithm for least squares estimation of non-linear parameters, Soc. Indust. Appl. Math., 11 (1963), 431-441.

Tabela 3.3 - GARCH(1,1)

Variáveis	Coefficientes	t	p-value
C	0,0000	2,0907	0,0371
ARCH (1)	0,1270	3,0637	0,0023
GARCH (1)	0,8583	23,7077	0,0000

Tabela 3.4 - TARCH (1,1)

Variáveis	Coefficientes	t	p-value
C	0,0000	2,4614	0,0142
ARCH (1)	0,0533	1,8190	0,0695
γ	0,1293	2,2378	0,0257
GARCH (1)	0,8605	26,2704	0,0000

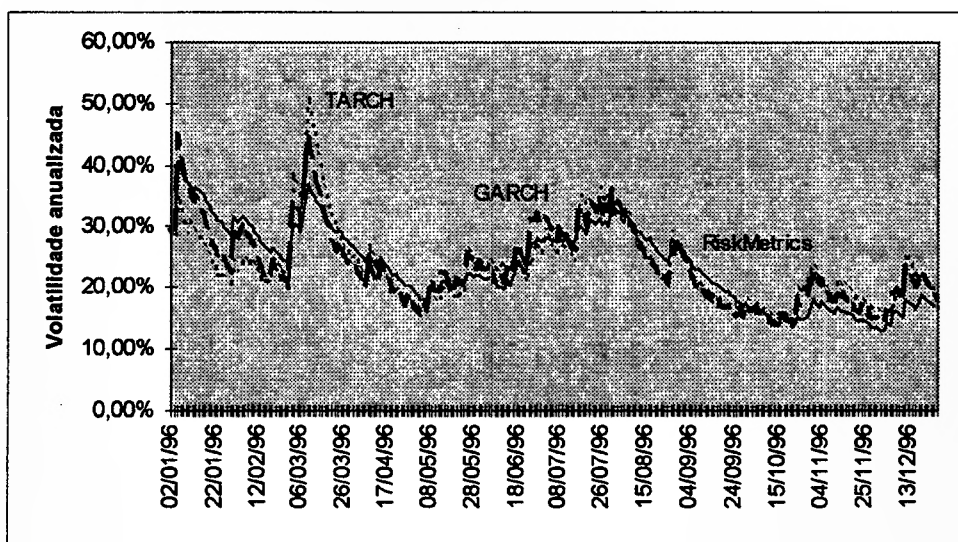
O coeficiente γ , que captura o efeito assimetria no modelo TARCH (1,1), é positivo e significamente diferente de zero [0,1293], ao nível de significância de 5%, o que implica que o impacto de um choque negativo no retorno do dia t , sobre a volatilidade do retorno do dia $t+1$, é mais significativo do que um choque positivo de mesmo valor absoluto.

Os coeficientes que capturam o grau de persistência de um choque no retorno sobre a volatilidade do Ibovespa são positivos e significativos, tanto no modelo GARCH (1,1) [0,8583], quanto no modelo TARCH (1,1) [0,8605].

Os parâmetros α e β do modelo GARCH (1,1) são significativos a um nível de significância de 5%, o que nos faz rejeitar a hipótese de variância constante, no período amostral.

As estimativas das volatilidades podem ser comparadas no gráfico 3.2. As volatilidades diárias foram anualizadas multiplicando-se os valores por $\sqrt{250}$. Observa-se que as obtidas com base nos modelos GARCH(1,1) e TARCH (1,1) tendem a se afastar da estimativa do *RiskMetrics*TM quando há choques de alta magnitude no retorno, ocorrendo o inverso nos períodos assinalados por choques de pequena magnitude.

Gráfico 3.2 - Estimativa da volatilidade dos retornos do Ibovespa



3.4 Análise do *value at risk*

Calculou-se o *value at risk* diário do índice Bovespa para o ano de 1996, com um intervalo de confiança de 95%. Um investimento inicial de R\$ 100.000,00 (cem mil reais) foi efetuado no dia 28.12.95 numa carteira teórica, cujos retornos diários fossem idênticos aos do Ibovespa. Os VaRs obtidos usando os diferentes modelos encontram-se na tabela em anexo. (em negrito e itálico, os VaRs que foram superados pelos retornos efetivos).

Para verificarmos se o número x de vezes em que as perdas efetivas superaram as perdas estimadas pelos modelos pode ser considerado aceitável, no período estudado, recorremos a Kupiec (1995). Este autor desenvolveu, para vários períodos, intervalos²¹ de não-rejeição da hipótese nula de que p é a correta probabilidade a um nível de significância de 5%, conforme indicado na tabela 3.5.

²¹ Os intervalos são definidos pelos valores extremos da *log-likelihood ratio* expressa por:
 $-2 \text{ Log } [(1-p^*)^{n-x} (p^*)^x] + 2 \text{ Log } [(1-[x/n])^{n-x} (x/n)^x]$, onde, p^* é a probabilidade de insucesso, n é o tamanho da amostra e x o número de insucessos. Sob a hipótese nula, o teste apresenta uma distribuição qui-quadrado com 1 grau de liberdade.

Tabela 3.5- Intervalos de não-rejeição de H_0 a 5%

$p = p^*$	$n = 255$ dias	$n = 510$ dias	$n = 1.000$ dias
1,0%	$x < 7$	$1 < x < 11$	$4 < x < 17$
2,5%	$2 < x < 12$	$6 < x < 21$	$15 < x < 36$
5,0%	$6 < x < 21$	$16 < x < 36$	$37 < x < 65$
7,5%	$11 < x < 28$	$27 < x < 51$	$59 < x < 92$
10,0%	$16 < x < 36$	$38 < x < 65$	$81 < x < 120$

O número x indica a quantidade de insucessos que poderia ser observado numa amostra de tamanho n , sem rejeitar a hipótese nula de que p é a correta probabilidade a um nível de significância de 5%. Tomando o período de um ano ($n = 255$), espera-se obter um valor de x igual a aproximadamente 13 ($0,05 \times 255$). Mas, não se pode rejeitar a hipótese nula, desde que x esteja entre 6 e 21.

Analisando a tabela em anexo, observamos que os VaRs obtidos a partir dos modelos *RiskMetrics*TM e GARCH (1,1) foram superados 9 vezes quando comparado com os retornos efetivos em 1996, enquanto com o modelo TARCH (1,1), 8 vezes. De acordo com tais resultados, não se pode rejeitar nenhum dos modelos.

Por este critério, pode-se afirmar que os métodos alternativos propostos não apresentaram um desempenho superior em relação ao método do decaimento exponencial adotado no *RiskMetrics*TM.

Nos gráficos 3.3, 3.4 e 3.5, observamos as séries dos VaRs na linha inferior, os valores simétricos na linha superior, e os retornos efetivos do índice Bovespa no ano de 1996. Podemos constatar que os limites são ultrapassados sempre nos mesmos dias, independentemente do modelo adotado.

Gráfico 3.3 - VaR (RiskMetrics™) e Retornos efetivos do Ibovespa

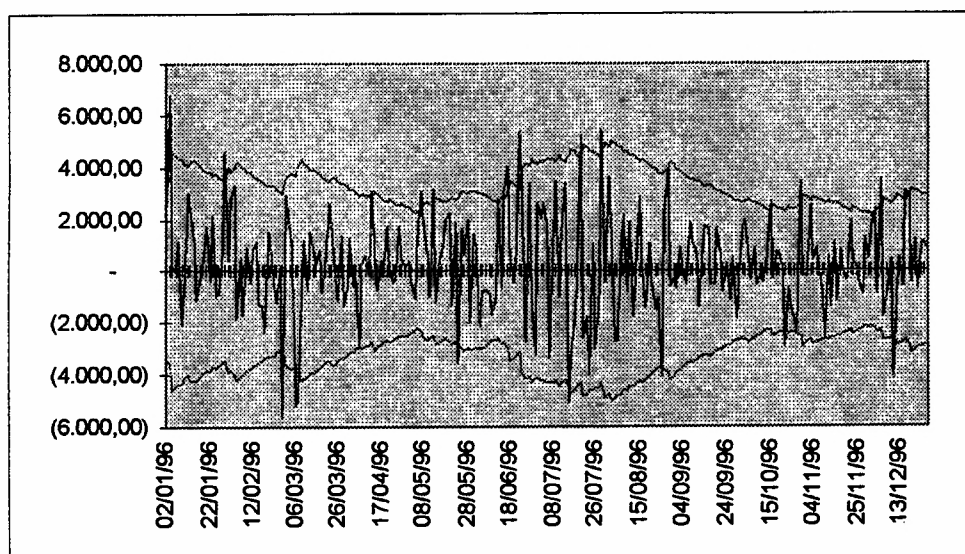


Gráfico 3.4 - VaR (GARCH) e Retornos efetivos do Ibovespa

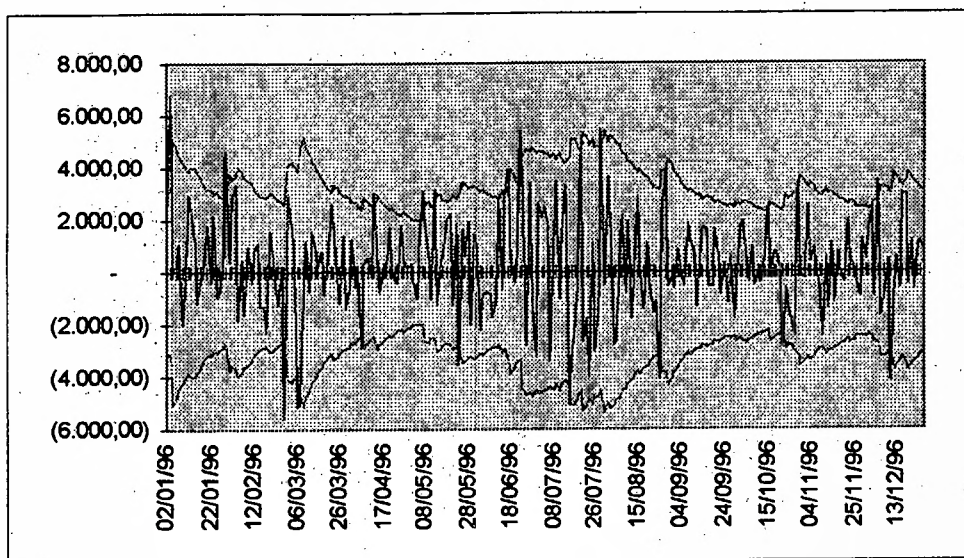
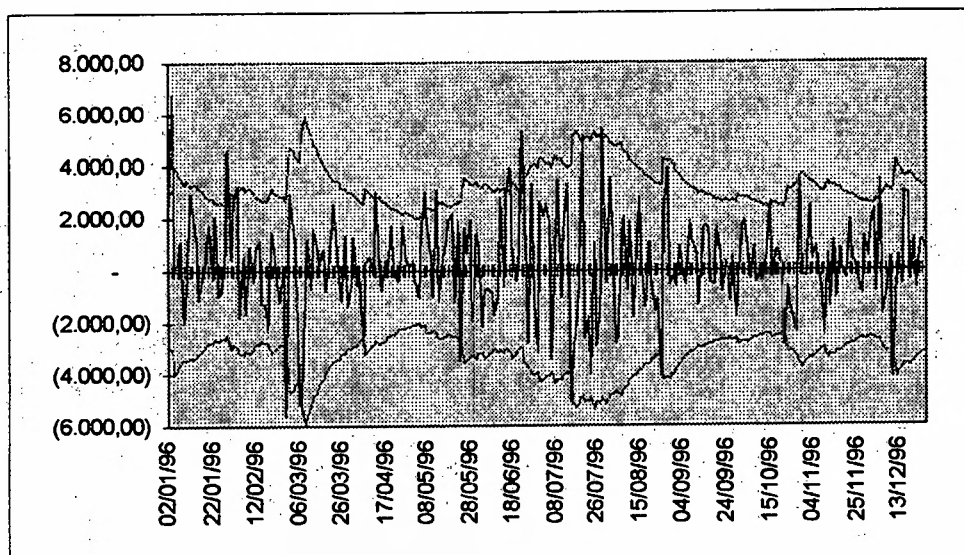


Gráfico 3.5 - VaR (TARCH) e Retornos efetivos do Ibovespa



Calculamos o RMSE (*Root mean squared error*) entre os retornos diários de 1996 e a estimativa da variância diária correspondente, conforme propõem Alexander e Leigh (1997). O método que apresentou o menor erro foi o *RiskMetricsTM*. Os resultados estão dispostos na tabela 3.6:

Tabela 3.6 - RMSE x 1.000

RiskMetrics	0,4274
GARCH	0,4300
TARCH	0,4309

Considerando somente os dias em que os retornos foram negativos, calculamos o RMSE (*Root mean squared error*) entre as perdas efetivas e os VaRs correspondentes. O método que apresentou o menor erro foi o *RiskMetricsTM*. Os resultados estão dispostos na tabela 3.7:

Tabela 3.7 - RMSE (em reais)

RiskMetrics	1.599,37
GARCH	1.599,40
TARCH	1.605,74

CONCLUSÃO

O objetivo da dissertação foi comparar o desempenho de três modelos de estimação da volatilidade para o cálculo do *value at risk* diário do índice Bovespa relativo ao ano de 1996. Foram testados dois modelos alternativos ao *RiskMetrics*TM: GARCH (1,1) e TARCH (1,1).

Testamos o modelo GARCH (1,1) em função de o método do decaimento exponencial usado no *RiskMetrics*TM resultar de restrições paramétricas aplicadas aos modelos GARCH.

Por sua vez, os modelos GARCH têm o inconveniente de não capturar o efeito assimetria, ou seja, o fato de choques positivos e negativos no retorno dos ativos, com a mesma magnitude, exercerem impactos diferenciados sobre a volatilidade - os choques negativos apresentam impacto maior do que os positivos. Este fato nos levou a testar o modelo TARCH (1,1), que procura capturar esse tipo de efeito.

O resultado final mostrou que, com base na série histórica do índice Bovespa no período considerado, os modelos alternativos não proporcionaram ganhos significativos que justifiquem suas aplicações em detrimento do modelo *RiskMetrics*TM.

O resultado obtido está de acordo com estudos realizados anteriormente em que foram utilizados índices de ações de mercados de outros países, conforme citado na revisão bibliográfica.

Por fim, não podemos generalizar afirmando que um método é indiscutivelmente superior a outro, já que para diferentes mercados e períodos utilizados, resultados contraditórios podem ser obtidos.

BIBLIOGRAFIA

ALEXANDER, C. O, e LEIGH C. T. (1997), On the Covariance Matrices Used in Value at Risk Models, *Journal of Derivatives*, v. 4, n. 3, pp. 50-62.

BOLLERSLEV, Tim. (1986) Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity, *Journal of Econometrics*, 31, p. 307-327.

BOLLERSLEV, Tim, CHOU R., KRONER K. (1992), ARCH Modeling in Finance: a Review of the Theory and Empirical Evidence, *Journal of Econometrics*, v. 52, n. 1, p. 52-59.

BOUDOUKH, J. et al (1996), Investigation of a Class of Volatility Estimators, *Journal of Derivatives*, v. 4, n 3, pp. 63-72.

CHAPPELL, D. et al. (1996), A Threshold Model for the French Franc/Deutschmark Exchange Rate. *Journal of Forecasting*, v. 15, p. 155-164.

DUARTE JR., A. M., HEIL, T. B. e PINHEIRO, M. A. (1996), Previsão da Volatilidade de Ativos e Índices Brasileiros, *Resenha BM&F*, n. 112, p. 15-27.

DUFFIE, D e PAN, J. (1997), An Overview of Value at Risk, *Journal of Derivatives*, v. 4, n. 3, pp. 7-49.

ENDERS, W. (1995), *Applied Econometric Time Series*, USA: Wiley, 433 p.

ENGLE, Robert F. (1982), Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation, *Econometrica*, 50, p.987-1007.

FIGLEWSKI, Stephen. (1997), Forecasting Volatility, *Financial Markets, Institutions & Instruments*, New York University Salomon Center, v. 6, n.1, 87 p.

FRANSES, P. e VAN DIJK, D. (1996), Forecasting Stock Market Volatility Using (non-linear) Garch Models. *Journal of Forecasting*, v. 15, p. 229-235.

GALLISPERIS, E. A. (1991), *Variabilidade do Risco Sistemático no ICAPM: Evidências Usando GARCH*, São Paulo: FEA USP, (Tese de Doutorado, Finanças).

GLOSTEN, Lawrence R., JAGANATHAN Ravi e RANKLE, David (1993), On the Relation Between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks, *Journal of Finance*, 48, p. 1779-1881.

GREENE, W. H. (1997), *Econometric Analysis*, EUA, Prentice Hall, 1075 p.

HENDRICKS, Darryll. (1996) Evaluation of Value-at-risk Models Using Historical Data. *Economic Policy Review*, v. 2, n. 1, p. 39-69,

HOPPER, Gregory. (1996), Value at Risk: A New Methodology for Measuring Portfolio Risk. *Business Review (Federal Reserve Bank of Philadelphia)*, p. 19-31, Jul./Ago..

HULL. J. e WHITE, A., (1997), *Taking Account of the Kurtosis in Market Variables When Calculating Value at Risk*, University of Toronto, April, 10 p.

JACKSON, P. et al, (1997), Bank Capital and Value at Risk, *Journal of Derivatives*, v. 4, n. 3, pp. 73-89.

JORION, P. (1996), *Value at risk: The New Benchmark for Controlling Market Risk*. Chicago: Irwin Professional Publishing, , 332 p.

_____ (1996) Risk 2: Measuring the Risk in Value at Risk, *Financial Analysts Journal*, V. 52, N. 6, p. 47-56.

KUPIEC, P. (1995), Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models, *Journal of Derivatives*, v. 2, December, p. 73-84.

LONGERSTAEY, Jacques et al. (1996), *RiskMetrics*TM - Technical Document. New York: Morgan Guaranty Trust Co., 4 th ed., 284 p.

MARSHALL, C. e SIEGEL, M. (1997), Value at Risk: Implementing a Risk Measurement Standard, *Journal of Derivatives*, v. 4, n. 3, pp. 91-111.

MARTIN, D. M. L. (1996), *Precificação de Opção de Compra com Variância Estocástica: Opções de compra das Ações Preferenciais da Telebrás no período de agosto de 1992 a agosto de 1994*. São Paulo, FGV/Escola de Administração de Empresas de São Paulo, 151 p. (Tese, Doutorado, Finanças).

MENDES, B. V. M e DUARTE Jr., A. M. (1995), Robust Estimation of Risk in the Brazilian Stock Market, *Relatório Técnico*, Departamento de Métodos Estatísticos, Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro.

MILLS, Terence C. (1996), Non-linear Forecasting of Financial Time Series: An Overview and Some New Models. *Journal of Forecasting*, v. 15, p. 127-135.

NELKEN, Israel, (1997), *Volatility in the Capital Markets State-of-the-Art Techniques for Modeling, Managing and Trading Volatility*, EUA, 220 p.

SILVA NETO, L. A. (1996), *Opções: Do tradicional ao Exótico*, 2a. edição, São Paulo, Ed. Atlas, 291 p.

SILVEIRA, M. A. et al. (1997), Estimação da Volatilidade do Retorno das Ações Brasileiras - Um Método Alternativo à Família GARCH - *Resenha da BM&F*, n. 116, p. 21- 39.

SIMONS, Katerina, (1996) Value at risk - New Apporaches to Risk Management. *New England Economic Review*, p. 3-13, sep/oct.

SMITHSON, Charles, (1996) Value at Risk. *Risk*, v. 9, n. 1, p. 25-27.

VAN HORNE, J. C., (1994), *Financial Markets Rates and Flows*, USA: Prentice Hall, 338 p.

VOSE, David, (1996), *Quantitative Risk Analysis: a guide to Monte Carlo Simulation Modelling*. London: Wiley.

Anexo - VaRs obtidos a partir dos diferentes modelos de volatilidade

Dias	RiskMetrics	GARCH	TARCH	Retornos
02/01/96	3.410,95	3.082,45	3.024,50	2.116,77
03/01/96	3.490,46	3.164,87	3.006,47	6.778,32
04/01/96	4.617,14	5.098,98	3.994,51	60,48
05/01/96	4.479,04	4.750,30	3.747,29	239,59
08/01/96	4.353,24	4.435,48	3.525,93	1.086,30
09/01/96	4.285,88	4.209,95	3.367,73	(2.028,38)
10/01/96	4.159,55	4.068,53	3.464,39	(737,38)
11/01/96	4.016,82	3.811,15	3.295,02	2.942,54
12/01/96	4.187,47	4.007,98	3.365,86	2.277,27
15/01/96	4.251,13	4.014,80	3.337,62	1.137,47
16/01/96	4.189,90	3.828,67	3.200,47	(1.132,82)
17/01/96	4.048,13	3.630,07	3.125,09	(244,24)
18/01/96	3.917,55	3.400,40	2.959,33	(55,83)
19/01/96	3.796,39	3.189,03	2.803,95	1.749,24
22/01/96	3.806,30	3.175,17	2.770,58	(353,57)
23/01/96	3.681,75	2.990,86	2.647,99	2.130,73
24/01/96	3.738,88	3.085,45	2.678,10	(935,10)
26/01/96	3.615,41	2.954,76	2.643,02	(872,30)
29/01/96	3.497,09	2.831,70	2.600,34	630,38
30/01/96	3.419,30	2.695,10	2.498,39	4.619,68
31/01/96	3.946,54	3.741,98	3.028,65	421,03
01/02/96	3.843,62	3.518,82	2.883,36	2.740,17
02/02/96	3.983,85	3.694,14	2.973,76	3.293,79
05/02/96	4.192,17	3.998,89	3.142,29	(1.814,38)
06/02/96	4.075,71	3.877,06	3.249,41	490,81
07/02/96	3.972,24	3.648,85	3.091,36	(1.651,55)
08/02/96	3.858,72	3.549,89	3.162,36	921,14
09/02/96	3.788,43	3.381,03	3.032,73	(400,09)
12/02/96	3.664,90	3.187,72	2.898,00	779,25
13/02/96	3.590,14	3.037,06	2.784,72	1.083,97
14/02/96	3.538,62	2.932,94	2.702,05	(1.272,39)
15/02/96	3.435,40	2.877,95	2.748,74	(1.328,22)
16/02/96	3.340,61	2.838,20	2.798,63	(2.344,73)
22/02/96	3.319,17	3.024,19	3.147,94	1.507,33
23/02/96	3.317,27	2.983,85	3.061,87	851,36
26/02/96	3.257,85	2.857,41	2.936,25	(676,90)
27/02/96	3.153,82	2.735,07	2.838,10	(1.214,24)
28/02/96	3.068,98	2.695,11	2.843,94	144,22
29/02/96	2.979,63	2.553,41	2.708,89	(5.617,59)

Dias	RiskMetrics	GARCH	TARCH	Retornos
01/03/96	3.580,43	4.066,45	4.678,41	2.921,61
04/03/96	3.763,34	4.217,40	4.613,45	1.612,00
05/03/96	3.757,34	4.078,62	4.413,92	1.053,73
06/03/96	3.701,24	3.878,65	4.187,90	(5.177,95)
07/03/96	4.032,51	4.657,41	5.264,19	(5.103,51)
08/03/96	4.255,95	5.152,08	5.934,42	(790,88)
11/03/96	4.109,70	4.797,49	5.532,15	1.158,41
12/03/96	4.054,68	4.552,22	5.229,44	(751,34)
13/03/96	3.916,67	4.252,05	4.890,18	1.537,57
14/03/96	3.902,11	4.100,25	4.663,48	830,43
15/03/96	3.826,26	3.875,09	4.401,57	262,85
18/03/96	3.719,89	3.631,04	4.131,02	800,19
19/03/96	3.647,38	3.440,79	3.908,22	(823,45)
20/03/96	3.527,36	3.257,42	3.706,43	390,79
21/03/96	3.435,56	3.068,96	3.496,91	2.591,30
22/03/96	3.571,41	3.273,88	3.496,25	1.663,18
25/03/96	3.578,14	3.234,34	3.390,92	(455,92)
26/03/96	3.460,81	3.051,86	3.215,94	(1.160,74)
27/03/96	3.354,78	2.953,88	3.147,92	1.346,82
28/03/96	3.335,97	2.893,03	3.045,37	(1.374,74)
29/03/96	3.243,80	2.849,57	3.045,97	(595,49)
01/04/96	3.138,09	2.713,65	2.916,95	1.263,08
02/04/96	3.119,29	2.664,31	2.828,21	(551,29)
03/04/96	3.018,35	2.545,78	2.719,89	(186,09)
08/04/96	2.822,71	2.417,59	2.595,12	(2.882,07)
09/04/96	3.007,25	2.866,64	3.208,23	297,74
10/04/96	2.925,89	2.707,24	3.037,01	537,33
11/04/96	2.858,93	2.574,29	2.890,27	(102,35)
12/04/96	2.769,66	2.438,73	2.743,50	3.033,26
15/04/96	3.027,03	2.909,95	2.898,15	158,18
16/04/96	2.939,50	2.745,80	2.754,01	(767,62)
17/04/96	2.848,76	2.638,46	2.682,43	339,61
18/04/96	2.773,70	2.503,00	2.562,78	(44,20)
19/04/96	2.688,24	2.375,73	2.449,89	1.712,03
22/04/96	2.739,54	2.456,73	2.453,32	93,04
23/04/96	2.658,44	2.334,50	2.352,59	(411,72)
24/04/96	2.573,97	2.243,60	2.287,60	(346,59)
25/04/96	2.492,23	2.157,65	2.223,39	1.739,94
26/04/96	2.557,51	2.279,27	2.258,42	483,83
29/04/96	2.497,52	2.187,10	2.189,49	155,85
30/04/96	2.425,46	2.093,11	2.119,13	344,27

Dias	RiskMetrics	GARCH	TARCH	Retornos
02/05/96	2.362,47	2.013,17	2.061,14	(421,03)
03/05/96	2.288,84	1.963,90	2.037,68	(1.037,45)
06/05/96	2.239,63	2.012,11	2.136,82	1.200,28
07/05/96	2.248,72	2.037,01	2.126,75	3.044,89
08/05/96	2.571,80	2.618,47	2.388,07	1.781,81
09/05/96	2.636,45	2.682,53	2.412,44	651,31
10/05/96	2.583,23	2.567,71	2.341,61	(1.002,56)
13/05/96	2.518,61	2.523,65	2.387,57	3.135,61
14/05/96	2.822,51	3.007,63	2.620,69	(1.211,91)
15/05/96	2.757,07	2.935,96	2.670,75	469,88
16/05/96	2.690,03	2.787,35	2.567,87	635,03
17/05/96	2.634,51	2.662,92	2.482,70	1.970,23
20/05/96	2.721,29	2.765,27	2.521,88	2.216,79
21/05/96	2.833,86	2.913,94	2.589,55	(1.249,13)
22/05/96	2.769,95	2.866,44	2.660,95	1.851,59
23/05/96	2.832,20	2.913,96	2.666,98	(3.505,47)
24/05/96	3.021,71	3.452,17	3.572,94	1.623,63
27/05/96	3.040,54	3.388,01	3.463,05	635,03
28/05/96	2.973,58	3.212,36	3.297,74	1.928,36
29/05/96	3.035,70	3.232,44	3.244,08	(1.979,53)
30/05/96	3.011,20	3.269,61	3.389,52	1.442,20
31/05/96	3.012,51	3.195,21	3.282,26	935,10
03/06/96	2.965,99	3.063,08	3.150,33	(2.160,97)
04/06/96	2.965,04	3.172,68	3.371,10	(828,10)
05/06/96	2.876,44	3.038,16	3.251,52	(735,05)
07/06/96	2.789,60	2.909,26	3.133,42	(874,62)
10/06/96	2.710,12	2.809,11	3.047,30	(1.700,40)
11/06/96	2.682,75	2.856,86	3.146,11	(1.016,52)
12/06/96	2.613,51	2.777,60	3.076,86	2.768,09
13/06/96	2.830,66	3.082,23	3.149,47	(667,60)
14/06/96	2.744,35	2.940,77	3.033,30	3.049,55
17/06/96	3.014,04	3.302,45	3.154,90	3.954,41
18/06/96	3.443,07	3.897,14	3.416,59	693,18
19/06/96	3.367,15	3.684,97	3.262,16	(407,07)
20/06/96	3.259,00	3.473,82	3.118,76	137,24
21/06/96	3.163,43	3.274,08	2.973,44	5.352,41
24/06/96	3.880,47	4.435,39	3.569,49	3.458,94
25/06/96	4.110,28	4.662,96	3.689,49	(2.777,39)
26/06/96	4.070,18	4.630,31	4.007,51	3.365,90
27/06/96	4.272,50	4.805,83	4.062,18	(1.060,71)
28/06/96	4.135,44	4.529,03	3.908,88	(3.203,07)

Dias	RiskMetrics	GARCH	TARCH	Retornos
01/07/96	4.127,39	4.608,30	4.319,31	2.612,24
02/07/96	4.213,38	4.609,36	4.246,21	2.079,55
03/07/96	4.235,34	4.507,83	4.124,89	2.565,71
04/07/96	4.313,88	4.508,98	4.066,03	1.772,51
05/07/96	4.294,81	4.367,62	3.935,27	(3.386,83)
08/07/96	4.290,36	4.532,23	4.416,41	1.216,56
09/07/96	4.225,13	4.317,61	4.213,50	3.470,57
10/07/96	4.435,10	4.562,05	4.261,14	(1.009,54)
11/07/96	4.291,64	4.312,83	4.086,04	1.488,72
12/07/96	4.247,44	4.150,12	3.932,28	3.340,31
15/07/96	4.438,29	4.382,31	3.993,74	(5.098,86)
16/07/96	4.646,44	5.047,34	5.187,57	(3.244,94)
17/07/96	4.594,27	5.048,83	5.334,84	(1.832,98)
18/07/96	4.460,14	4.818,29	5.139,66	(602,47)
19/07/96	4.313,20	4.516,32	4.833,96	5.184,93
22/07/96	4.838,75	5.280,03	5.086,71	(2.616,89)
23/07/96	4.729,02	5.129,61	5.088,43	(1.781,81)
24/07/96	4.586,88	4.883,61	4.917,19	(3.991,63)
25/07/96	4.613,30	5.078,18	5.350,15	1.056,06
26/07/96	4.527,59	4.802,26	5.060,46	(2.975,11)
29/07/96	4.470,04	4.780,33	5.144,71	(1.374,74)
30/07/96	4.326,91	4.525,04	4.898,08	5.443,13
31/07/96	4.912,90	5.390,60	5.194,67	(467,55)
01/08/96	4.751,59	5.033,08	4.876,93	3.584,55
02/08/96	4.959,24	5.211,92	4.873,20	2.005,12
05/08/96	4.943,59	5.042,42	4.692,84	(2.777,39)
06/08/96	4.840,42	4.953,44	4.804,44	(2.637,82)
07/08/96	4.727,99	4.850,08	4.854,08	802,51
08/08/96	4.621,62	4.571,65	4.589,82	2.140,03
09/08/96	4.630,83	4.484,33	4.444,60	(802,51)
12/08/96	4.477,39	4.224,19	4.221,48	1.893,46
13/08/96	4.468,73	4.128,84	4.085,87	(1.777,16)
14/08/96	4.343,11	4.010,58	4.055,76	(13,96)
15/08/96	4.210,40	3.770,22	3.832,99	2.821,59
16/08/96	4.323,59	3.923,05	3.833,95	102,35
19/08/96	4.195,00	3.693,03	3.634,62	(1.411,96)
20/08/96	4.069,17	3.583,13	3.599,44	1.046,76
21/08/96	3.996,34	3.433,78	3.457,09	(521,05)
22/08/96	3.866,79	3.264,59	3.316,72	(1.530,59)
23/08/96	3.761,42	3.231,99	3.355,41	(1.074,67)
26/08/96	3.645,69	3.134,85	3.294,62	(4.063,74)
27/08/96	3.811,04	3.820,44	4.249,07	2.281,93
28/08/96	3.873,04	3.841,60	4.146,52	3.921,84
29/08/96	4.197,11	4.305,17	4.268,99	(574,55)
30/08/96	4.060,06	4.051,65	4.047,06	(246,57)

Dias	RiskMetrics	GARCH	TARCH	Retornos
02/09/96	3.931,03	3.810,64	3.829,75	(625,73)
03/09/96	3.803,86	3.607,40	3.655,87	872,30
04/09/96	3.727,51	3.438,79	3.497,51	158,18
05/09/96	3.618,48	3.250,72	3.328,17	(530,36)
06/09/96	3.502,25	3.099,84	3.201,00	1.874,85
09/09/96	3.523,15	3.125,84	3.161,82	1.118,86
10/09/96	3.473,01	3.028,72	3.066,39	767,62
11/09/96	3.399,74	2.907,12	2.961,90	(1.342,17)
12/09/96	3.311,69	2.900,45	3.020,81	765,29
13/09/96	3.242,43	2.790,74	2.920,13	1.705,05
16/09/96	3.255,23	2.824,26	2.898,04	1.628,29
17/09/96	3.261,57	2.839,65	2.873,00	(507,09)
18/09/96	3.158,67	2.739,67	2.805,88	(530,36)
19/09/96	3.059,51	2.652,79	2.749,01	1.642,24
20/09/96	3.073,27	2.693,74	2.743,17	651,31
23/09/96	3.004,17	2.600,42	2.672,18	(849,03)
24/09/96	2.916,73	2.569,11	2.683,30	279,13
25/09/96	2.835,31	2.472,68	2.606,87	(1.160,74)
26/09/96	2.768,00	2.509,04	2.691,81	514,07
27/09/96	2.701,27	2.425,88	2.619,76	(1.793,44)
30/09/96	2.690,71	2.608,39	2.878,05	(279,13)
01/10/96	2.606,41	2.516,92	2.787,79	1.742,27
02/10/96	2.656,08	2.597,09	2.785,96	1.956,27
04/10/96	2.735,15	2.713,79	2.808,47	490,81
07/10/96	2.668,01	2.610,39	2.725,82	(332,64)
08/10/96	2.584,67	2.527,04	2.663,70	904,86
09/10/96	2.548,35	2.474,43	2.615,51	(476,86)
10/10/96	2.470,63	2.419,89	2.582,74	(100,02)
11/10/96	2.394,17	2.346,30	2.523,29	(421,03)
14/10/96	2.321,51	2.302,38	2.495,69	528,03
15/10/96	2.269,31	2.245,05	2.449,52	2.642,47
16/10/96	2.496,76	2.625,35	2.612,56	(265,18)
17/10/96	2.419,09	2.539,60	2.563,66	755,99
18/10/96	2.377,61	2.474,37	2.523,17	746,69
21/10/96	2.336,84	2.416,41	2.488,12	18,61
22/10/96	2.265,93	2.344,48	2.442,46	(2.868,11)
23/10/96	2.458,04	2.891,08	3.189,27	(628,05)
24/10/96	2.387,17	2.799,68	3.101,48	(1.391,02)
25/10/96	2.365,15	2.826,85	3.157,09	(1.988,83)
28/10/96	2.405,43	2.974,67	3.358,82	(2.379,62)
29/10/96	2.495,53	3.186,40	3.634,94	3.458,94
30/10/96	2.871,64	3.626,09	3.748,87	(151,20)
31/10/96	2.782,08	3.427,97	3.564,38	(234,94)

Dias	RiskMetrics	GARCH	TARCH	Retornos
01/11/96	2.694,90	3.250,88	3.400,77	2.512,21
04/11/96	2.853,48	3.401,67	3.414,57	404,75
05/11/96	2.778,77	3.229,60	3.268,68	907,19
06/11/96	2.735,81	3.105,00	3.158,07	165,15
07/11/96	2.656,14	2.957,01	3.033,60	(883,93)
08/11/96	2.585,73	2.885,63	3.002,33	(2.491,28)
11/11/96	2.672,71	3.154,72	3.412,49	544,31
12/11/96	2.609,95	3.009,87	3.269,37	(1.386,37)
13/11/96	2.568,83	3.000,42	3.293,61	1.107,23
14/11/96	2.550,09	2.917,48	3.188,78	(1.116,54)
18/11/96	2.495,73	2.878,40	3.170,58	774,60
19/11/96	2.452,59	2.774,68	3.059,65	16,28
20/11/96	2.378,14	2.657,00	2.941,11	(362,88)
21/11/96	2.304,89	2.568,16	2.853,07	1.967,90
22/11/96	2.406,88	2.692,39	2.869,04	448,94
25/11/96	2.347,54	2.589,86	2.779,19	93,04
26/11/96	2.277,72	2.493,01	2.693,06	(411,72)
27/11/96	2.208,88	2.430,39	2.643,10	(923,47)
28/11/96	2.162,34	2.436,31	2.674,28	1.232,84
29/11/96	2.174,88	2.436,14	2.645,49	493,14
02/12/96	2.125,39	2.363,09	2.582,13	1.618,98
03/12/96	2.186,20	2.443,64	2.599,37	2.354,04
04/12/96	2.364,27	2.692,66	2.700,44	(911,84)
05/12/96	2.309,74	2.665,19	2.728,85	3.477,55
06/12/96	2.707,42	3.232,00	2.986,48	(1.725,98)
09/12/96	2.693,98	3.260,80	3.161,96	(851,36)
10/12/96	2.621,64	3.152,59	3.114,19	453,59
11/12/96	2.555,71	3.009,38	3.005,04	(4.142,82)
12/12/96	2.932,25	3.796,44	4.141,23	(472,20)
13/12/96	2.840,72	3.595,90	3.935,70	528,03
16/12/96	2.771,92	3.411,67	3.745,89	(600,14)
17/12/96	2.688,27	3.258,71	3.591,21	3.028,61
18/12/96	2.943,44	3.548,99	3.650,84	2.928,59
19/12/96	3.147,91	3.761,74	3.691,63	(437,31)
20/12/96	3.049,16	3.568,37	3.536,90	1.177,02
23/12/96	3.017,41	3.441,55	3.420,99	(690,86)
26/12/96	2.926,87	3.299,23	3.321,29	1.051,41
27/12/96	2.889,38	3.185,68	3.219,69	1.142,13
30/12/96	2.859,87	3.094,21	3.135,06	769,95