

FUNDAÇÃO GETÚLIO VARGAS
ESCOLA DE ADMINISTRAÇÃO DE EMPRESAS DE SÃO PAULO

LUIZ AUGUSTO MARTITS

**PREFERÊNCIAS ASSIMÉTRICAS EM DECISÕES DE
INVESTIMENTO NO BRASIL**

SÃO PAULO

2008

LUIZ AUGUSTO MARTITS

**PREFERÊNCIAS ASSIMÉTRICAS EM DECISÕES DE
INVESTIMENTO NO BRASIL**

Tese apresentada à Escola de Administração de Empresas de São Paulo da Fundação Getúlio Vargas como requisito para obtenção do título de Doutor em Administração de Empresas.

Campo de conhecimento:
Administração Financeira

Orientador: Prof. Dr. William Eid Jr.

Martits, Luiz Augusto.

Preferências assimétricas em decisões de investimento no Brasil / Luiz Augusto Martits. - 2008.

142 f.

Orientador: William Eid Júnior.

Tese (doutorado) - Escola de Administração de Empresas de São Paulo.

1. Investimentos - Análise. 2. Investimentos – Processo decisório - Brasil. 3. Bolsa de valores – Brasil. I. Eid Júnior, William. II. Tese (doutorado) - Escola de Administração de Empresas de São Paulo. III. Título.

CDU 336.722.8(81)

LUIZ AUGUSTO MARTITS

**PREFERÊNCIAS ASSIMÉTRICAS EM DECISÕES DE
INVESTIMENTO NO BRASIL**

Tese apresentada à Escola de Administração de Empresas de São Paulo da Fundação Getúlio Vargas como requisito para obtenção do título de Doutor em Administração de Empresas.

Campo de conhecimento:
Administração Financeira

Data de aprovação:
20/02/2008

Banca Examinadora:

Prof. Dr. William Eid Júnior (Orientador)
FGV-EAESP

Prof. Dr. Rodrigo De Losso da Silveira Bueno
FGV-EAESP

Prof. Dr. Ricardo Ratner Rochman
FGV-EAESP

Prof. Dr. Ricardo Pereira Câmara Leal
COPPEAD-UFRJ

Prof. Dr. José Roberto Securato
FEA-USP

AGRADECIMENTOS

Gostaria de registrar os seguintes agradecimentos:

Ao Professor William Eid Júnior pela orientação, críticas e sugestões ao longo do desenvolvimento deste trabalho.

Aos Professores Rodrigo De Losso da Silveira Bueno e Ricardo Ratner Rochman pelas críticas e sugestões durante as várias etapas do desenvolvimento da proposta da tese e pela participação na banca final da tese.

Aos Professores Ricardo Pereira Câmara Leal e José Roberto Securato pela disponibilidade e participação na banca final da tese.

À minha família e namorada pelo apoio ao longo do desenvolvimento deste trabalho.

A todos amigos que de alguma forma apoiaram, direta ou indiretamente, a conclusão deste trabalho.

À GVPesquisa e ao CAPES pelas bolsas oferecidas.

À *University of Texas at Austin* pela oportunidade de intercâmbio oferecida.

Aos participantes das apresentações nos congressos FMA 2007 e Balas 2007 pelas sugestões de melhorias apresentadas.

SUMÁRIO

RESUMO.....	3
ABSTRACT	4
1 OBJETIVO E JUSTIFICATIVA.....	5
2 EMBASAMENTO TEÓRICO	8
2.1 CRÍTICAS À TEORIA DA UTILIDADE	8
<i>Rejeição do Axioma da Independência</i>	9
<i>Proposição de um Novo Embasamento Axiomático</i>	10
<i>Formulação de uma Teoria Descritiva em Substituição à Teoria Normativa</i>	12
2.2 OUTRAS CONTRIBUIÇÕES NA ABORDAGEM AO PROBLEMA DE ADEQUAÇÃO DA FUNÇÃO UTILIDADE TRADICIONAL.....	15
<i>Loterias de Rabin</i>	15
<i>Utilidade Simultaneamente Côncava e Convexa de Friedman e Savage e de Markowitz</i>	16
<i>Teoria do Arrependimento de Loomes e Sugden</i>	20
<i>Aversão a Perdas e o “Equity Premium Puzzle”</i>	22
<i>Aplicação de Preferências com Aversão a Perdas no Brasil</i>	23
3 METODOLOGIA PARA TESTE DA HIPÓTESE CENTRAL.....	26
3.1 DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS ACEITÁVEIS COM BASE NAS LOTERIAS DE RABIN	29
<i>Aversão ao Risco</i>	29
<i>Aversão a Perdas</i>	32
3.2 CARACTERIZAÇÃO DOS INVESTIDORES	34
<i>Investidor Pessoa Física (Investidor Individual)</i>	35
<i>Fundos de Pensão</i>	41
4 TESTE DA HIPÓTESE CENTRAL	45
4.1 DADOS <i>EX-POST</i> COMO PARÂMETROS PARA EXPECTATIVAS	47
4.2 DADOS <i>EX-ANTE</i> COMO PARÂMETROS PARA EXPECTATIVAS	54
4.3 TAXA LIVRE DE RISCO COMO VALOR REFERENCIAL PARA DIFERENCIAÇÃO DE GANHOS E PERDAS	62
5 DETERMINAÇÃO DO MODELO MAIS ADEQUADO PARA O PERÍODO AMOSTRAL E SIMULAÇÕES COM ESTIMATIVAS FUTURAS	66
6 DO COMPORTAMENTO AGREGADO AO COMPORTAMENTO INDIVIDUAL.....	72
<i>Investidor Pessoa Física</i>	72

<i>Fundos de Pensão</i>	78
7 IMPLICAÇÕES DAS PREMISSAS E DA METODOLOGIA DOS TESTES.....	80
7.1 QUANTO AO PRAZO DE REAVALIAÇÃO DOS INVESTIMENTOS	80
7.2 QUANTO AO USO DE FUNÇÃO NA FORMA CRRA.....	85
7.3 QUANTO AO USO DO IBOVESPA COMO ÍNDICE DE MERCADO	88
7.4 QUANTO AO USO DA DISTRIBUIÇÃO NORMAL COMO PARÂMETRO DA DISTRIBUIÇÃO DOS RETORNOS.....	90
7.5 ADIÇÃO DE CUSTOS DE TRANSAÇÃO E DE IMPOSTOS AO MODELO.....	93
7.6 QUANTO À FORMA DE ESTIMAÇÃO DO ALFA REAL HISTÓRICO DOS INVESTIDORES INDIVIDUAIS.....	97
8 IMPLICAÇÕES ECONÔMICAS DOS RESULTADOS DOS TESTES.....	101
9 CONCLUSÃO.....	105
BIBLIOGRAFIA.....	112
 APÊNDICE I	 119
APÊNDICE II.....	120
APÊNDICE III.i	121
APÊNDICE III.ii	122
APÊNDICE III.iii	124
APÊNDICE IV	127
APÊNDICE V.....	133

RESUMO

O principal objetivo deste trabalho é analisar se o uso de preferências que incorporem assimetria na reação do investidor frente a ganhos e perdas permite gerar resultados mais coerentes com o comportamento real de investidores brasileiros na seleção de portfólios ótimos de investimento do que a função utilidade tradicional. Uma das formas de tratar o comportamento assimétrico se dá através da introdução do coeficiente de aversão a perdas (ou ao desapontamento) na função utilidade tradicional, coeficiente este que aumenta o impacto das perdas frente aos ganhos. A aplicação deste ajuste na função utilidade tradicional decorre de recentes avanços na teoria de finanças, mais especificamente daqueles estudos que buscam solucionar as violações dos axiomas da teoria da utilidade esperada, violações estas já demonstradas empiricamente através de testes de laboratório.

A análise das implicações do uso deste tipo de função é feita através da comparação dos resultados quanto à participação do ativo com risco (mercado acionário) na composição do portfólio ótimo (aquele que maximiza a utilidade) do investidor gerados por dois tipos de função utilidade: tradicional e com aversão a perdas. Os resultados são comparados com dados reais de participação do mercado acionário nos investimentos totais de dois tipos de investidores brasileiros - fundos de pensão e investidores individuais - visando verificar a adequação dos resultados de cada função em relação ao comportamento destes investidores.

Os resultados mostram que não é possível rejeitar a função utilidade tradicional como modelo representativo do comportamento agregado dos fundos de pensão. Por outro lado, as simulações indicam que a função utilidade tradicional deve ser rejeitada como modelo representativo do comportamento dos investidores individuais, sendo o comportamento destes investidores melhor representado por uma função que incorpora aversão a perdas.

PALAVRAS-CHAVE: maximização da utilidade, aversão a perdas, mercado acionário brasileiro, portfólio ótimo de investimentos, teoria da perspectiva

ABSTRACT

The main objective of this thesis is to test the hypothesis that utility preferences that incorporate asymmetric reactions between gains and losses generate better results, when applied to the Brazilian market, than the classic Von Neumann-Morgenstern expected utility function. The asymmetric behavior can be computed through the introduction of a disappointment (or loss) aversion coefficient in the classical expected utility function, which increases the impact of losses against gains. This kind of adjustment is supported by recent developments in financial theory, specially those studies that try to solve the violations of the expected utility axioms.

The analysis of the implications of such adjustment is made through the comparison of the results regarding the participation of the risky asset (stock market) in the composition of the optimum portfolio (the one that maximizes utility) generated by both types of preferences: expected utility and loss aversion utility functions. The results are then compared with real data from two types of Brazilian investors (pension funds and households) aiming at verifying the capacity of each utility function to replicate real investment data from these investors.

The results of the tests show that it is not possible to reject the expected utility function as an adequate representative model for the aggregate behavior of Brazilian pension funds. However, the simulations indicate that this type of function should be rejected as an adequate model to replicate real investment decisions of Brazilian individual investors (households). The behavior of this type of investors can be better replicated by applying a loss aversion utility function.

KEY-WORDS: utility maximization, loss aversion, Brazilian stock market, optimum investment portfolio, prospect theory

1 OBJETIVO E JUSTIFICATIVA

O objetivo deste trabalho é testar, no mercado brasileiro, se o uso de preferências que incorporem aversão assimétrica entre ganhos e perdas (presença de aversão a perdas ou ao desapontamento) permite gerar resultados que representam melhor o comportamento dos investidores do que uma função utilidade tradicional (função utilidade na forma proposta por Von Neumann-Morgenstern, 1944) em termos de participação do mercado acionário no portfólio ótimo de investimentos. Conforme já antecipado por alguns autores, além da incapacidade em incorporar o comportamento previsto no Paradoxo de Allais (Allais, 1953) entre outras violações dos axiomas da teoria da utilidade esperada, a função utilidade tradicional também não permite acomodar em seus resultados decisões de investimento onde o investidor apresenta baixas taxas de investimento no mercado acionário (Ang, Bekaert e Liu, 2005). A maior flexibilidade do modelo de preferência com aversão a perdas, por outro lado, indica ser este um modelo mais adequado para acomodar os diversos tipos de comportamento presentes no mercado brasileiro.

O foco da tese será especificamente em dois tipos de investidores, que serão melhor caracterizados mais adiante: investidor individual e fundos de pensão.

O modelo testado parte da premissa de que o investidor possui duas alternativas de investimento (ativo com risco e ativo sem risco) e busca maximizar a utilidade gerada pelo seu portfólio de investimentos através da composição ótima do ativo com risco (mercado acionário, referenciado pelo Ibovespa) e do ativo sem risco (títulos do governo, referenciados pela taxa CDI). O modelo pressupõe ainda que o investidor reavalia seus investimentos em determinados horizontes de decisão (uma vez ao ano ou uma vez ao mês, por exemplo), e toma decisões sobre os investimentos nestes horizontes de decisão com base nas expectativas de risco e retorno dos ativos mencionados acima.

Especificamente, as hipóteses a serem testadas neste trabalho são:

Hipótese nula (H_0): O comportamento agregado dos investidores brasileiros quanto à taxa de investimento no mercado acionário é adequadamente representado por uma função utilidade na sua forma tradicional (que só leva em conta a aversão ao risco de segunda ordem).

A eventual rejeição da hipótese acima levará automaticamente à análise da hipótese alternativa:

Hipótese alternativa (H_1): O comportamento agregado dos investidores brasileiros quanto à taxa de investimento no mercado acionário é melhor representado por uma função

preferência que incorpora aversão a perdas (aversão ao risco de primeira ordem) do que por uma função utilidade na sua forma tradicional.

Dados agregados de investimentos no mercado financeiro brasileiro sugerem que os investidores individuais investiram, no período de 1997 a 2006, entre 6,2% e 14,0% do seu portfólio em ações. A participação do mercado acionário no portfólio de investimentos destes investidores indica que o retorno deste tipo de investimento ainda é baixo em relação ao seu risco, ou que o grau de aversão ao risco destes investidores é elevado, e não justificaria maiores investimentos neste mercado. Por outro lado, dados da ABRAPP (Associação Brasileira das Entidades Fechadas de Previdência Complementar) indicam que, no mesmo período, os fundos de pensão brasileiros aplicaram, em média, entre 27,0% e 41,4% de sua carteira de investimentos em renda variável (mercado acionário e fundos de renda variável), sugerindo uma aversão ao risco sensivelmente menor por parte destes investidores institucionais. O efeito do fundo Previ, cuja representatividade entre os fundos é bastante elevada, será discutido mais adiante.

A aplicação de uma função utilidade na sua forma tradicional, ao considerar em seu modelo teórico apenas a aversão ao risco de segunda ordem (aversão à variância), implica pressupor graus de aversão ao risco mais elevados do que uma função preferência que incorpora o coeficiente de aversão a perdas (ou aversão ao risco de primeira ordem) para justificar o baixo nível de investimento em ações no mercado brasileiro. Por outro lado, a baixa taxa de investimento no mercado acionário pelos investidores individuais poderia ser mais facilmente justificável com a aplicação de uma função preferência que permita aumentar o peso das perdas, sem que isto tenha implicações econômicas mais fortes, mas apenas de permitir acomodar um tipo de reação não previsto nos axiomas da teoria da utilidade esperada.

A adequação de cada função utilidade será testada com base na análise dos parâmetros resultantes da otimização de cada função que permitem gerar resultados coerentes com o comportamento real dos investidores no mercado brasileiro. No caso da função utilidade tradicional, o parâmetro a ser verificado será a aversão ao risco de segunda ordem (γ) e no caso da função preferência com aversão a perdas, os parâmetros a serem verificados serão, conforme detalhado mais adiante, a própria aversão ao risco de segunda ordem (γ) e a aversão a perdas (D), também chamada de aversão ao risco de primeira ordem. A rejeição ou não das funções dependerá dos graus de aversão ao risco e aversão a perdas resultantes das simulações estarem dentro de intervalos considerados aceitáveis, como será visto mais adiante na descrição da metodologia.

O resultado da análise do comportamento destes dois tipos de investidores traz contribuições interessantes no sentido de aprofundar a compreensão das eventuais diferenças entre estes comportamentos e suas implicações econômicas. Se, por um lado, os fundos de pensão têm apresentado uma crescente participação na economia do país e nos grupos de controle das empresas, os investidores individuais mostram um maior apetite pelo mercado acionário à medida que melhora a relação retorno/risco oferecida por este tipo de investimento. A possibilidade de encontrar modelos matemáticos que melhor representem o comportamento destes investidores, e que eventualmente os diferencie, permite ainda extrair inferências úteis para avaliar o impacto do crescimento dos fundos de pensão e suas implicações na demanda por investimentos de maior risco e de maturação mais demorada.

O restante deste trabalho está dividido da seguinte forma: a Seção 2 apresenta o embasamento teórico para a aplicação de uma função preferência com aversão a perdas na forma apresentada, assim como uma revisão bibliográfica sobre diversas abordagens utilizadas para substituir a teoria da utilidade esperada. A Seção 3 detalha a metodologia dos testes de hipótese. A Seção 4 apresenta os resultados dos testes de hipótese. A Seção 5 sugere o modelo mais adequado frente aos resultados dos testes e desenvolve uma análise de sensibilidade para cenários futuros. A Seção 6 discute a adequação de cada modelo de preferência para o nível de decisão individual. A Seção 7 apresenta as implicações das premissas adotadas para os resultados dos testes de hipótese. A Seção 8 analisa as implicações econômicas dos resultados dos testes e a Seção 9 conclui o trabalho e apresenta algumas sugestões de pesquisa que poderiam complementar e aprofundar os resultados obtidos neste estudo.

2 EMBASAMENTO TEÓRICO

2.1 CRÍTICAS À TEORIA DA UTILIDADE

O conceito de maximização da utilidade surgiu da microeconomia e tem sido muito utilizado em finanças, principalmente nas três últimas décadas, como instrumento de análise do comportamento dos investidores, seja como indivíduo, seja de forma agregada. A função utilidade pode ser utilizada de forma concorrente ou complementar a outros modelos de apreçamento (como o CAPM), e serve como importante ferramenta para analisar se o comportamento do mercado e de seus participantes reflete o que seria considerado adequado do ponto de vista da racionalidade e do grau de aversão ao risco.

Da mesma forma que em microeconomia, a aplicação da teoria da utilidade em finanças parte do pressuposto que o investidor toma suas decisões de investimento e consumo buscando maximizar a utilidade do seu consumo (ou da riqueza disponível para consumo) ao longo do tempo. Neste raciocínio, portanto, está implícito que o agente representativo utiliza uma determinada forma funcional da função utilidade (seja ela potência, logarítmica, exponencial, entre outras) para maximizar a utilidade da sua decisão de investimento/consumo.

No entanto, os paradoxos que surgiram em decorrência da aplicação dos axiomas que sustentam a teoria da utilidade, e a incapacidade do modelo de gerar resultados compatíveis com os dados reais dos mercados de alguns países, têm gerado diversas discussões quanto à sua adequação como melhor modelo representativo para as decisões de investimento e consumo dos investidores.

Existem muitos trabalhos que contestam a teoria da utilidade esperada na forma proposta por Von Neumann-Morgenstern (1944), e os enfoques utilizados variam muito de artigo para artigo. As diversas contribuições destes artigos vão desde a contestação dos axiomas que sustentam a teoria da utilidade até a proposição de uma teoria totalmente nova. Conforme Gul (1991), estes trabalhos podem ser classificados em três categorias:

- a) Aqueles que rejeitam o axioma da independência, mas não propõem uma solução alternativa (e.g., Allais, 1953; Machina, 1982);
- b) Aqueles que propõem um novo embasamento axiomático (e.g., Gul, 1991);
- c) Aqueles que formulam uma teoria descritiva em substituição à teoria normativa da utilidade e/ou propõem novas funções de preferência em substituição à função utilidade esperada (e.g., Kahneman e Tversky (1979, 1992)).

Rejeição do Axioma da Independência

Uma das primeiras e mais importantes contribuições empíricas no sentido de testar a adequação dos axiomas da teoria da utilidade esperada partiu de Maurice Allais (1953), que contesta o embasamento axiomático desta teoria, mais especificamente o axioma da independência, por não refletir adequadamente o comportamento do consumidor. Através de um conjunto de loterias apresentadas na forma de testes de laboratório para uma amostra de indivíduos, o autor mostra que as pessoas podem tomar decisões de investimento que contradizem o axioma da independência, pois suas decisões podem variar de acordo com a forma que as loterias são apresentadas, mesmo que tenham resultados e probabilidades finais iguais, no que ficou conhecido como Paradoxo de Allais.

Conforme exemplo apresentado por Gul (1991), considere os dois pares de loterias abaixo:

Situação A:

Loteria 1: paga \$200 com certeza

Loteria 2: paga \$300 com 80% de probabilidade e \$0 com 20% de probabilidade

Situação B:

Loteria 3: paga \$200 com 50% de probabilidade e \$0 com 50% de probabilidade

Loteria 4: paga \$300 com 40% de probabilidade e \$0 com 60% de probabilidade

Conforme comprovado por Allais, ao deparar com estas duas escolhas, os respondentes tendem a escolher a loteria 1 na situação A e a loteria 4 na situação B, comportamento este que não é consistente com o axioma da independência que sustenta a teoria da utilidade esperada. Com base neste axioma, a preferência da loteria 1 sobre a loteria 2 deveria implicar necessariamente na preferência da loteria 3 sobre a loteria 4. A contradição é mostrada abaixo:

Se respondente prefere loteria 1 sobre loteria 2, então:

$$u(200) > 0.8u(300) + 0.2u(0)$$

Se respondente prefere loteria 4 sobre loteria 3, então:

$$0.5u(200) + 0.5u(0) < 0.4u(300) + 0.6u(0)$$

No entanto, isolando $u(200)$ na inequação acima, temos que:

$$u(200) < 0.8u(300) + 0.2u(0)$$

O que contradiz o axioma da independência.

Proposição de um Novo Embasamento Axiomático

Partindo do comportamento assimétrico do investidor apresentado no artigo de Allais (1953), Gul (1991) desenvolve um modelo de preferências sobre loterias que seja consistente com o comportamento apresentado naquele estudo. Apesar da existência de outras violações dos axiomas da teoria da utilidade esperada, Gul (1991) justifica seu foco na análise no Paradoxo de Allais devido ao apelo intuitivo e ao pioneirismo do teste desenvolvido por Allais, sendo um “*ponto de partida natural para qualquer tentativa de reconciliar a teoria normativa de decisão sob incerteza com as evidências empíricas existentes.*” (Gul, 1991, p. 669, tradução minha).

O autor levanta a hipótese de que uma possível explicação para o comportamento dos decisores no teste de Allais está na possibilidade destes darem maior peso aos resultados negativos do que aos resultados positivos. Assim, para sustentar seu modelo, Gul (1991) apenas substitui o axioma da independência da teoria da utilidade esperada por um novo axioma, mudança esta que não conflita com a busca da maximização da utilidade. O novo axioma, chamado de axioma da “*independência fraca*”, ajusta o axioma da independência original de forma a permitir comportamentos assimétricos em relação a perdas e ganhos. Este novo conjunto de axiomas supõe a divisão dos resultados das loterias em duas partes: aqueles resultados superiores ao equivalente-certo da loteria (chamados de resultados bons), e aqueles resultados inferiores ao equivalente-certo da loteria (chamados de resultados desapontadores).

A função utilidade é então ajustada através da inclusão de um novo coeficiente, o coeficiente de aversão ao desapontamento, que permite diferenciar a ponderação dos ganhos e perdas. Assim, o modelo desenvolvido por Gul possui apenas um parâmetro a mais do que o modelo padrão da função utilidade esperada e inclui a teoria da utilidade esperada como um caso especial (quando ganhos e perdas têm a mesma ponderação).

A inclusão deste coeficiente permite “acomodar” o comportamento apontado no Paradoxo de Allais com o objetivo de maximização da utilidade, mantendo-se dentro do contexto de racionalidade previsto pela teoria da utilidade. O autor não se propõe a apresentar uma teoria alternativa à teoria da utilidade, buscando essencialmente um embasamento axiomático mais adequado que permita manter o problema básico de maximização da utilidade.

Ang, Bekaert e Liu (2005) se baseiam no conjunto axiomático e no conceito de aversão ao desapontamento proposto por Gul para demonstrar que a função utilidade com aversão ao desapontamento permite gerar soluções mais compatíveis com o comportamento

real do mercado. Uma das contradições decorrentes da aplicação da teoria da utilidade esperada, chamada de “*portfolio puzzle*”, surge da impossibilidade da aplicação da função utilidade esperada gerar resultados onde não haja participação do ativo com risco (i.e., investimento em ações). Conforme os autores, a impossibilidade de atingir estes resultados com valores razoáveis de aversão ao risco não é coerente com a realidade do mercado americano, onde uma porção razoável da população não possui investimentos em ações.

Utilizando uma função utilidade com aversão a perdas (ou ao desapontamento), conforme abaixo:

$$E[U(W)] = \frac{1}{K} \left(\int_{-\infty}^{u_w} U(W) dF(W) + D \int_{u_w}^{+\infty} U(W) dF(W) \right)$$

onde D = coeficiente de aversão ao desapontamento ($D \leq 1$).

u_w = parâmetro para determinar se houve perda ou ganho (os autores utilizam o equivalente certo como referência)

$F(W)$ = função distribuição cumulativa do retorno do investimento

K = Probabilidade ($W < u_w$) + D Probabilidade($W > u_w$)

os autores demonstram que este modelo permite gerar soluções ótimas de investimento onde não haja participação do ativo com risco.

Neste caso, temos que se $D < 1$, os resultados abaixo do equivalente certo terão peso maior que os resultados acima do equivalente certo, refletindo a aversão ao desapontamento no comportamento do investidor.

O problema de maximização da utilidade proposto pelos autores parte da premissa de que existem apenas duas oportunidades de investimento (o portfólio de mercado e o ativo sem risco). O problema de maximização é proposto, então, da seguinte forma:

$$\text{Max}_{(\alpha)} E[U(W, u_w)]$$

Ou seja, a utilidade gerada é função não só da riqueza final W , mas também do valor referencial u_w . A restrição é imposta com base na riqueza no período $t+1$:

$$W = \alpha W_0 (\exp(y) - \exp(r)) + W_0 \exp(r)$$

onde α = percentual da riqueza inicial investida no ativo com risco

W = riqueza em $t+1$ (final do período)

W_0 = riqueza inicial

y = retorno (composto supondo tempo contínuo) do ativo com risco

r = retorno (composto supondo tempo contínuo) do ativo sem risco

Os autores ressaltam que o uso da restrição na forma da riqueza final, conforme proposto acima, permite resolver o problema de maximização da utilidade sem levar em conta as decisões de consumo.

Os autores utilizam uma função utilidade na forma potência, que apresenta preferências do tipo CRRA (*Constant Relative Risk Aversion*):

$$U(W) = \frac{W^{1-\gamma}}{1-\gamma}$$

onde γ = grau de aversão ao risco

W = riqueza no final do período

Supondo $W_0=1$ (como a função utilidade na forma potência apresenta aversão relativa ao risco constante, a premissa quanto à riqueza inicial W_0 não afeta os resultados), os autores comparam os resultados com o problema de maximização da função utilidade na forma tradicional:

$$\text{Max}_{(\alpha)} E[U(W)]$$

Ainda utilizando a função utilidade na forma potência, os autores derivam a condição de primeira ordem para o problema de maximização padrão:

$$\frac{\delta E(U(W))}{\delta \alpha} = 0$$

onde:

$$E[U(W)] = \int_{-\infty}^{+\infty} U(W) dF(W)$$

Conforme os autores, uma das principais contribuições do conceito de aversão ao desapontamento está em permitir soluções ótimas que não incluam participação do ativo com risco na composição do portfólio de investimentos. Em outras palavras, dependendo do grau de aversão ao risco e do grau de desapontamento do investidor, é possível chegar a soluções onde o investidor não investe nenhuma porção de sua riqueza no mercado acionário, solução esta mais compatível com a realidade do mercado americano.

Formulação de uma Teoria Descritiva em Substituição à Teoria Normativa

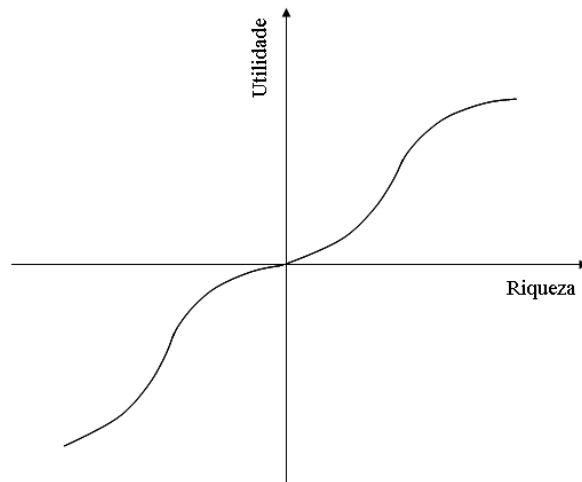
A dificuldade dos modelos derivados da teoria da utilidade esperada em representar adequadamente o comportamento dos investidores acarretou também o aparecimento de novas teorias, principalmente aquelas que se encaixam no que é chamado campo de estudo das Finanças Comportamentais, que pressupõe que as decisões financeiras não se baseiam apenas em modelos racionais, mas estão sujeitas também a influências psicológicas e

comportamentais dos investidores, que não são previstas adequadamente na forma proposta pela teoria da utilidade esperada.

A contribuição teórica mais importante no campo das Finanças Comportamentais vem da teoria da perspectiva (*Prospect Theory*) de Kahneman e Tversky (1979) que pressupõe, entre outras coisas, que o investidor pode reagir com desapontamento caso sua escolha de investimento gere um resultado ruim. Para incorporar este tipo de comportamento, um modelo de maximização de utilidade deve permitir um tratamento assimétrico dos ganhos e das perdas.

Para justificar sua teoria, os autores apresentam diversos testes de laboratório nos quais um grupo de respondentes recebem várias opções de loterias, e mostram, com base nos resultados dos testes, que o comportamento do decisor não segue os axiomas pressupostos pela teoria da utilidade. Como consequência, os autores propõem um novo modelo onde o decisor dá pesos diferentes para resultados positivos e negativos, e a função é côncava para ganhos e convexa para perdas. Uma das diferenças entre as duas teorias estaria, portanto, no fato da teoria da utilidade prever a maximização do resultado final absoluto, enquanto a teoria da perspectiva pressupõe que os resultados devem ser tratados de forma diferente de acordo com seu impacto na riqueza inicial, se positivo ou negativo. A teoria da perspectiva exige, portanto, que se considere algum ponto referencial de riqueza em relação ao qual os resultados serão classificados como bons ou ruins. Conforme os autores, vários trabalhos empíricos mostraram que o comportamento dos decisores pode ser melhor representado por funções-utilidade côncavas para ganhos e convexas para perdas.

Antes de Kahneman e Tversky (1979), outros autores já haviam proposto o cálculo da utilidade de forma diferenciada para ganhos e para perdas. Markowitz (1952), por exemplo, propôs que a função utilidade refletisse comportamentos diversos para perdas e ganhos, ao invés de ser uma função homogênea para qualquer resultado final. Especificamente, Markowitz (1952) sugere que o comportamento do decisor pode ser melhor explicado se a função utilidade for inicialmente convexa e depois côncava à direita do ponto que indica riqueza inicial, ao mesmo tempo em que apresenta comportamento inverso à esquerda deste ponto, conforme gráfico abaixo (este comportamento será melhor explicado na Seção 2.2):



Seguindo as contribuições de Kahneman e Tversky (1979), Barberis, Huang e Santos (2001) propõem um modelo onde os investidores derivam a utilidade não apenas com base no poder de consumo que a riqueza final irá gerar, mas levando em conta também a variação da riqueza em torno de um valor referencial. Os autores incorporam no seu modelo o conceito de aversão a perdas, que reflete um comportamento onde o investidor é sensível às perdas e aos ganhos passados, e seu comportamento futuro depende destes resultados. Com base neste conceito, após um aumento elevado no preço das ações, o decisor apresenta menor aversão a perdas, pois estes ganhos irão “cobrir” eventuais perdas futuras. O contrário ocorre após uma queda forte no preço das ações, quando os decisores passam a apresentar maior aversão a perdas.

A metodologia de Barberis, Huang e Santos (2001) é diferente da adotada por Ang, Bekaert e Liu (2005), entre outras coisas, pelo fato de utilizarem um valor referencial diferente para determinar o que é ganho e o que é perda. Barberis, Huang e Santos (2001) não utilizam o embasamento axiomático de Gul (1991) como referência, mas principalmente as violações da teoria da utilidade apresentadas por autores como Kahneman e Tversky (1979). Desta forma, o valor referencial para diferenciar ganhos e perdas não é o equivalente-certo, mas o valor da riqueza inicial acrescido da taxa livre de risco. Com base neste valor referencial, os autores medem a utilidade gerada pelo retorno do ativo com risco como sendo uma função dos resultados gerados pelos investimentos em anos anteriores. Desta forma, por exemplo, uma perda que ocorra logo após períodos de ganhos substanciais terá um impacto em termos de utilidade menor do que perdas que ocorram de forma seqüencial. Com base neste raciocínio, portanto, a reação do investidor perante perdas muda conforme os resultados históricos dos últimos anos.

Os autores ressaltam que, ao contrário de alguns artigos da teoria comportamental que pressupõem comportamento não-racional do investidor, o modelo desenvolvido no seu artigo não fere a premissa de racionalidade do investidor, presumindo, na realidade, um comportamento consistente ao longo do tempo. Os autores partem da premissa de que o investidor se preocupa apenas com a flutuação do ativo com risco, e trabalham com intervalos de um ano, considerado como um período adequado de reavaliação do portfólio de investimentos por parte de um investidor. Assim, o investidor reavalia seu portfólio uma vez ao ano, período em que calcula a utilidade gerada pelos retornos dos investimentos do ano anterior.

2.2 OUTRAS CONTRIBUIÇÕES NA ABORDAGEM AO PROBLEMA DE ADEQUAÇÃO DA FUNÇÃO UTILIDADE TRADICIONAL

De forma complementar aos artigos mencionados na seção anterior, os próximos parágrafos apresentam outras contribuições relacionadas ao problema de adequação da função utilidade tradicional que de alguma forma se relacionam ou sustentam o modelo proposto neste trabalho.

Loterias de Rabin

Rabin (2000) aponta alguns problemas decorrentes da aplicação da função utilidade esperada na forma clássica de ponderação. Em seu artigo, o autor demonstra que a rejeição de loterias com pequena variação da riqueza implica que o investidor rejeitará grande parte das loterias com variações maiores de riqueza, mesmo que as possibilidades de ganho sejam extremamente altas. O exemplo a seguir demonstra com clareza esta situação.

Considere a seguinte loteria:

Ganhar \$110 (com probabilidade de 50%)

Perder \$100 (com probabilidade de 50%)

Pressupondo uma função utilidade na forma potência, já apresentada anteriormente, e um investidor com riqueza inicial de \$10.000, o autor demonstra que se o investidor rejeitar a aposta acima (se tiver aversão ao risco de $\gamma=10$, por exemplo), ele rejeitará qualquer aposta com 50% de probabilidade de perder \$1.000 e 50% de probabilidade de ganhar qualquer valor, por maior que seja. Em outras palavras, utilizando a função utilidade esperada e valores razoáveis de aversão ao risco, o investidor não aceitaria investir toda sua riqueza em um ativo

que apresentasse retornos extremamente elevados se tivesse como contrapartida a possibilidade de perdas de 10% da sua riqueza inicial.

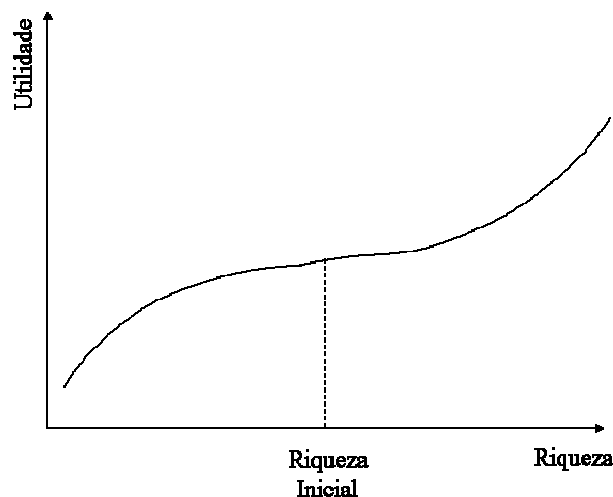
Resumidamente, Rabin (2000) mostra que o uso da mesma função utilidade esperada para estimar a utilidade obtida tanto de pequenas como de grandes variações na riqueza gera resultados não compatíveis com o comportamento que seria esperado na vida real. Estes resultados decorrem da concavidade da função utilidade esperada, a qual apresenta quase neutralidade em relação ao risco em situações de pequena variação na riqueza.

Como o próprio Rabin propõe, uma das formas de resolver este problema é através do uso de modelos alternativos que permitam um comportamento com maior aversão ao risco em pequenas variações, mantendo uma aversão ao risco razoável para grandes variações de riqueza, modelos estes que calculam a utilidade com ponderações que não se baseiam apenas na probabilidade de cada estado. Uma das formas de modelar este tipo de comportamento é através do uso de funções com aversão a perdas, que permitem conciliar aversão ao risco mais altas para pequenas variações na riqueza com aversão ao risco razoáveis para variações maiores na riqueza.

Seguindo o raciocínio de Rabin (2000), Ang, Bekaert e Liu (2005) demonstram que o uso de modelos de preferência com aversão a perdas permite que o investidor rejeite a loteria inicial proposta acima sem que esta rejeição tenha implicações sensíveis em como ele se comportará em outras loterias com resultados de maior impacto na sua riqueza inicial. Assim, por exemplo, para uma função de preferência com aversão ao desapontamento com coeficiente $D=0,90$, temos que, mesmo que rejeite a aposta inicial de perder \$110 ou ganhar \$100, o investidor ainda estará disposto a aceitar diversas loterias, mesmo aquelas onde possa perder 10% de sua riqueza inicial, desde que estas loterias ofereçam uma possibilidade de ganho razoável com a mesma probabilidade da perda.

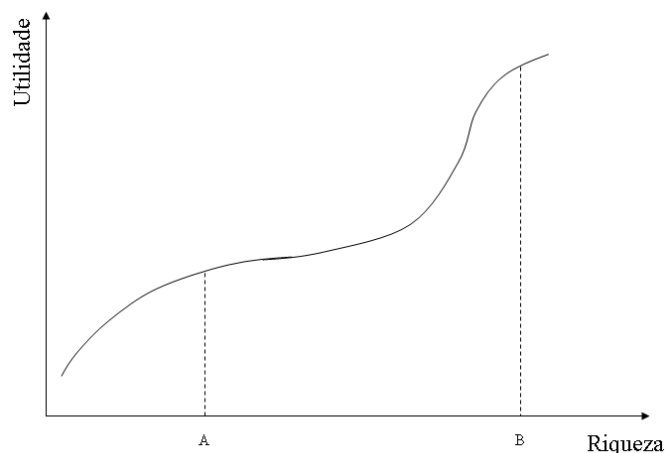
Utilidade Simultaneamente Côncava e Convexa de Friedman e Savage e de Markowitz

Tendo em vista o comportamento de investidores que participam tanto de jogos lotéricos (comportamento que indica atração pelo risco) e que adquirem seguros contra perda de ativos (comportamento com aversão ao risco), Friedman e Savage (1948) apresentam em seu artigo uma nova forma para a função utilidade tradicional, com um segmento côncavo e outro convexo, que permite justificar este comportamento:



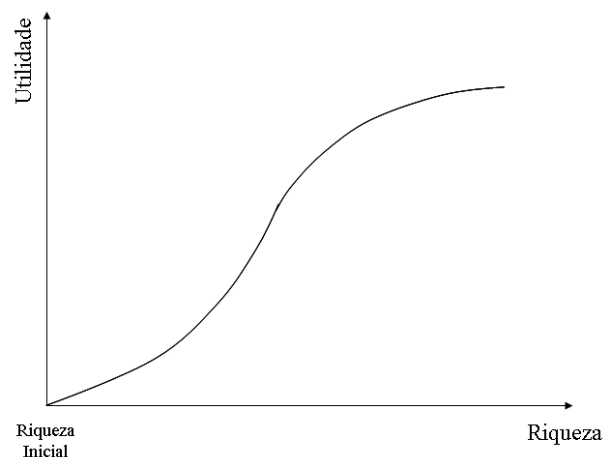
Nota-se que a função utilidade apresentada acima é côncava para perdas de riqueza e também para pequenos ganhos e passa a ser convexa para grandes variações positivas. Conforme explicam os autores, esta forma de função utilidade permite justificar ao mesmo tempo a aquisição de seguros (a concavidade inicial implica em aversão ao risco para perdas ou para pequenas variações positivas na riqueza) e a participação em jogos lotéricos (a convexidade posterior da função utilidade reflete o gosto pelo risco quando se trata da possibilidade de se obter grandes variações positivas na riqueza). Os autores ressaltam, no entanto, que esta forma funcional seria adequada apenas para o comportamento de consumidores de baixa renda, não sendo necessariamente compatível com o comportamento de consumidores de alta renda.

Os autores propõem ainda uma outra forma funcional para a função utilidade que permite incorporar outra premissa imposta pelos autores: a de que as loterias apresentam mais de um prêmio. Para justificar que este tipo de loteria seja adquirida pelos consumidores, os autores demonstram matematicamente que a forma funcional mostrada acima não é suficiente, sendo necessária uma nova forma funcional que apresenta dupla mudança de concavidade, conforme gráfico a seguir:



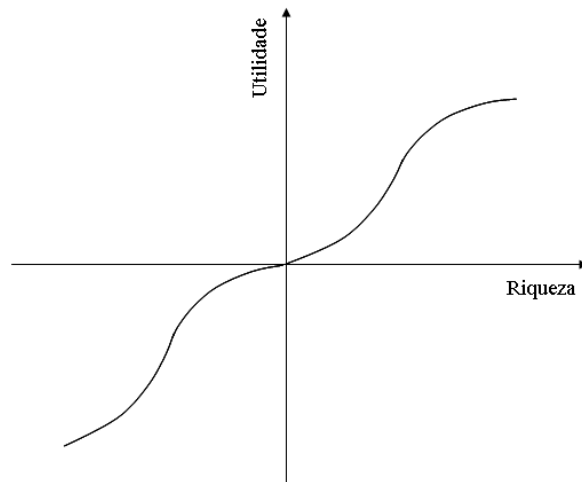
Os autores sugerem ainda que os diferentes padrões de concavidade acima podem representar decisores de diferentes classes sociais (A sendo um decisor pobre e B sendo um decisor rico) e justificam o uso desta forma de função utilidade com base nas seguintes colocações: i) a forma funcional não implica que os decisores *explicitamente* calculem e comparem as utilidades esperadas na forma proposta, mas apenas que, ao tomar alguns tipos de decisão, os indivíduos se comportam como *se estivessem* utilizando uma função com esta forma, mesmo que não a utilizem conscientemente; ii) o teste busca determinar se o modelo é consistente com os resultados reais, independentemente do decisor utilizá-lo conscientemente (e certamente não o fazem). Assim, enquanto não se conseguir provar, através de dados reais, que o modelo testado é inconsistente, não é possível rejeitá-lo, por mais estranha que possa parecer sua forma funcional.

Conforme já visto anteriormente, no entanto, Markowitz (1952) sugere uma função que apresenta um comportamento diferente do proposto acima, onde a utilidade é calculada separadamente para perdas e ganhos, mas independe do nível de riqueza do decisor. Especificamente, ele sugere que o comportamento do decisor pode ser melhor explicado se a função utilidade for inicialmente convexa e depois côncava, conforme gráfico a seguir:



Markowitz (1952) ressalta que a função proposta por Friedman e Savage (1948) contradiz premissas básicas de comportamento dos investidores ao permitir comportamentos não-observáveis na prática, como a aceitação de loterias com grandes valores envolvidos ou a rejeição de seguros onde normalmente estes são aceitos. Markowitz (1952) mostra através de um conjunto de loterias que, enquanto as alternativas propostas envolvem valores baixos (\$1 com certeza ou qualquer loteria com o mesmo valor esperado, por exemplo), os decisores tendem a preferir a loteria do que o valor garantido. Por outro lado, quando os valores envolvidos aumentam (\$100 com certeza ou qualquer loteria com o mesmo valor esperado, por exemplo), os decisores tendem a preferir o valor certo do que a loteria com o mesmo valor esperado. Este comportamento é coerente com a forma de função utilidade acima proposta por Markowitz (1952), e não com as duas figuras anteriores propostas por Friedman e Savage (1948).

Quando são apresentadas loterias onde o decisor tem que pagar algo ao invés de receber algo, o comportamento se inverte. Assim, o decisor normalmente prefere dever \$1 com certeza do que uma chance em dez de dever \$10. No entanto, quando o valor da dívida aumenta, os decisores tendem a preferir a loteria do que o valor certo (a probabilidade de 10% de pagar \$10.000.000 é preferível a uma dívida certa de \$1.000.000). Este comportamento sugere que a função utilidade se inverte abaixo do ponto da riqueza inicial, conforme abaixo:



Apesar das suas diferenças, tanto a abordagem de Friedman e Savage (1948) como a de Markowitz (1952) indicam que a função utilidade tradicional peca ao não permitir incorporar no processo decisório de um investidor um comportamento diferenciado entre perdas e ganhos.

Teoria do Arrependimento de Loomes e Sugden

Seguindo uma linha de raciocínio próxima aos modelos de preferência com aversão a perdas, Loomes e Sugden (1982) também propõem um modelo de análise da reação do investidor à variação na sua riqueza onde esta reação será de prazer ou desprazer conforme o resultado obtido pela sua escolha seja melhor ou pior, respectivamente, do que os resultados que teriam sido obtidos caso a escolha do investidor tivesse sido outra.

Os autores utilizam este conceito, proveniente do campo de estudo da psicologia, para criar o que chamam de “função utilidade modificada”, onde a utilidade é função não só do retorno do ativo escolhido pelo investidor, como também do resultado de outras alternativas de investimento que ele não escolheu. Supondo uma situação onde o investidor tivesse apenas duas alternativas de investimento (X e Y) e o estado realizado fosse o estado j, a utilidade modificada no estado j seria função dos resultados dos dois ativos neste estado, conforme abaixo:

$$m_{xj}^y = f(x_j, y_j)$$

e não apenas do resultado do ativo selecionado pelo investidor, conforme seria previsto pela função utilidade esperada na sua forma tradicional.

Loomes e Sugden (1982) contestam a premissa de que os axiomas da teoria da utilidade esperada sejam a única forma de permitir racionalidade no comportamento do investidor. De acordo com eles, o comportamento previsto na teoria do arrependimento

também é compatível com um comportamento racional, sem que para tanto se imponha todas as condições restritivas que são colocadas no embasamento axiomático da teoria da utilidade esperada. Ainda conforme os autores, se um investidor experimenta sensação de prazer ou arrependimento como resultado de suas decisões de investimento, não é irracional que os decisores levem em conta estes sentimentos experimentados no passado para tomar suas decisões futuras. Entre outras contestações, os autores buscam demonstrar principalmente que os axiomas da transitividade e da equivalência não são condições necessárias para que se assuma racionalidade no comportamento de um investidor. Por trás destes axiomas está a idéia de que o valor da utilidade gerada pelo resultado de um investimento é independente do retorno que seria obtido pelas outras alternativas de investimento, o que permite concluir que existe transitividade na ordenação das preferências. No entanto, os autores demonstram que se os investidores sentem prazer ou arrependimento através da comparação dos resultados da sua decisão com os resultados alternativos, então as suposições que embasam os axiomas da transitividade e equivalência não são necessárias.

Assim, a teoria do arrependimento proposta por Loomes e Sugden (1982) se aproxima do conceito de aversão a perdas na medida em que incorpora ao modelo de aferição da utilidade a idéia de que a utilidade não resulta somente da análise isolada do retorno obtido por um investimento, mas também através da comparação deste retorno com algum outro valor referencial. A teoria do arrependimento, no entanto, define explicitamente o valor referencial como sendo o retorno que seria obtido se o investidor tivesse escolhido investimentos alternativos.

Em um trecho de sua tese, Muramatsu (2006) apresenta uma descrição clara e objetiva da teoria do arrependimento de Loomes e Sugden, na qual fica clara a grande similaridade entre esta teoria e o modelo de preferência com aversão a perdas:

*“Given that Loomes and Sugden see utility as having an explicit affective foundation, they assume that an agent’s perception that she or he satisfied a particular desire will elicit particular emotional experiences. (...) This is partly so because an **individual anticipates intense feelings of regret at the perception of a huge difference between what she or he actually gets from a chosen prospect and what could have been received had she selected any other (foregone) prospect.**”* (Muramatsu, 2006, p. 127, negrito meu)

Aversão a Perdas e o “Equity Premium Puzzle”

Apesar de não ser o foco desta tese a análise do “*equity premium puzzle*”, seria interessante descrever brevemente os resultados do trabalho de Benartzi e Thaler (1995) sobre a aplicação do conceito de aversão a perdas para análise desta contradição que resulta da aplicação da teoria da utilidade esperada. Resumidamente, conforme demonstrado por Mehra e Prescott (1985), o “*equity premium puzzle*” decorre do fato do mercado acionário americano pagar um prêmio pelo risco historicamente alto, prêmio este que só se justificaria se fosse assumido um grau extremamente elevado de aversão ao risco na aplicação da teoria da utilidade esperada.

Aplicando o conceito de aversão a perdas, onde os investidores são mais sensíveis a reduções na sua riqueza do que a incrementos, Benartzi e Thaler (1995) demonstram que o tamanho do prêmio pelo risco pago no mercado americano é consistente com as premissas da teoria da perspectiva proposta por Kahneman e Tversky (1979).

Benartzi e Thaler (1995) utilizam um exemplo real bastante simples feito por Samuelson (1963) para mostrar como pode funcionar o raciocínio humano na tomada de decisões de investimento. Neste exemplo, o respondente é indagado se aceitaria fazer uma aposta onde teria 50% de probabilidade de ganhar \$200 e 50% de probabilidade de perder \$100. O respondente rejeita a aposta e justifica sua resposta pelo fato de que seu sofrimento por perder \$100 seria maior do que o prazer que teria se ganhasse \$200. Em que pese a simplicidade do exemplo, ele ilustra com clareza o raciocínio que está por trás do comportamento de investidores que apresentam aversão a perdas.

Ao mesmo respondente foi proposta a alternativa de se jogar 100 vezes a mesma loteria acima e, neste caso, o respondente afirmou que aceitaria este segundo jogo, comportamento este descrito por Kahneman e Tversky (1979) como “*mental accounting*”, que reflete a forma que o decisor contabiliza as perdas e os ganhos mentalmente. Assim, se as perdas são apresentadas de forma isolada, como é o caso da primeira loteria, o investidor pode ter uma reação diferente do que teria se fosse apresentado somente para as probabilidades acumuladas dos diversos jogos. No caso anterior, por exemplo, se fossem feitas duas jogadas, as probabilidades finais seriam: ganhar \$400 com probabilidade de 25%, ganhar \$100 com probabilidade de 50% e perder \$200 com probabilidade de 25%. Desta forma, a redução na probabilidade de perda (apesar do valor perdido ser maior) pode gerar reações diferentes do que se as duas apostas fossem apresentadas separadamente.

Trazendo o exemplo acima para a economia real, este comportamento tem implicações importantes quando se leva em conta diferentes horizontes de investimento. Assim, a rejeição de investir no mercado acionário para horizontes de um ano, por exemplo, não implica necessariamente que este investimento seja rejeitado pelo mesmo investidor para um horizonte maior, desde que o investimento não seja reavaliado freqüentemente.

Ao invés de buscar a justificativa para o elevado prêmio pelo risco do mercado acionário americano com base na análise do grau de aversão ao risco, enfoque usualmente utilizado pelos artigos que analisam o “*equity premium puzzle*”, Benartzi e Thaler (1995) propõem uma nova forma de abordar a questão: eles buscam analisar, com base nos conceitos da teoria da perspectiva e de aversão a perdas, qual seria o prazo necessário de reavaliação dos investimentos para justificar o prêmio pelo risco. Sua indagação se baseia na premissa de que o investidor reavalia seus investimentos constantemente. Nestes períodos de reavaliação eles calculam a utilidade gerada pelo retorno dos investimentos e refazem a composição do seu portfólio. Com base em seus testes, os autores concluem que o “*equity premium puzzle*” decorre do impacto conjunto de duas características no comportamento dos investidores: i) a constante reavaliação do portfólio de investimentos; ii) a premissa de que os investidores apresentam aversão a perdas. Em outras palavras, os autores concluem que o “*equity premium puzzle*” só pode ser encarado como tal (como um *puzzle*) caso se busque modelar o comportamento do investidor utilizando a teoria da utilidade esperada. Quando se pressupõe comportamento com aversão a perdas e reavaliação constante do portfólio de investimentos, não é possível identificar este tipo de violação.

Aplicação de Preferências com Aversão a Perdas no Brasil

Pessoa, Bonomo e Garcia (2007) aplicam o conceito de aversão a perdas no Brasil através de um modelo CCAPM (*Consumption Capital Asset Pricing Model*) com o principal objetivo de tentar solucionar o *Equity Premium Puzzle* (EPP). Apesar do artigo utilizar uma metodologia diferente da pretendida aqui e ter um objetivo diferente desta tese, é importante analisar os resultados do artigo pois trata-se de um bom exemplo de aplicação empírica, no mercado brasileiro, do conceito de aversão a perdas (ou ao desapontamento).

Visando solucionar o EPP, os autores testam no artigo quatro tipos de preferências, sendo duas na forma de utilidade esperada tradicional, e duas preferências com aversão ao desapontamento. Como trata-se de um modelo CCAPM, há a necessidade de modelar o comportamento tanto do consumo como dos dividendos (retorno) das ações. Estas séries são modeladas através de um processo *Markov switching* supondo dois estados. Através deste

processo, o comportamento destas duas séries é tratado de forma independente, ao contrário da modelagem normalmente utilizada por outros autores, onde as séries de consumo e dividendos são tratadas de forma dependente. Conforme os autores, esta flexibilização no modelo inicial de Mehra e Prescott (1985), juntamente com a adoção de um modelo com aversão ao risco de primeira ordem (aversão ao desapontamento), permitem solucionar o EPP. Os autores tratam a aversão ao risco do investidor de forma “contra-cíclica”, onde o investidor age de forma diferente dependendo do estado atual (se é de baixo ou alto consumo) e do estado futuro. Neste modelo, tanto o coeficiente de aversão ao risco como o fator de desconto intertemporal são funções do estado da natureza, e o investidor age com elevada aversão ao risco durante recessões e baixa aversão nos períodos de expansão econômica.

Utilizando séries dessazonalizadas de consumo, dividendos (Ibovespa) e taxa livre de risco (Selic), os autores chegam aos seguintes resultados, resumidamente: i) na aplicação do modelo de utilidade esperada, a aversão ao risco ficou próxima do razoável, mas o fator de desconto intertemporal ficou muito baixo; ii) no modelo com aversão ao desapontamento generalizada, a presença do coeficiente de aversão ao desapontamento permite elevar o fator de desconto intertemporal ao mesmo tempo em que se mantém baixa a aversão ao risco. Assim, os autores concluem que o modelo com aversão ao desapontamento generalizada permite replicar o primeiro e o segundo momentos do ativo livre de risco e da carteira de mercado utilizando parâmetros razoáveis de aversão ao risco e de taxa de desconto intertemporal, solucionando o *Equity Premium Puzzle* brasileiro.

Em outro artigo aplicado ao mercado brasileiro, Iglesias, Battisti e Pacheco (2006) utilizam a forma de função preferência com aversão a perdas proposta por Tversky e Kahneman (1992) para testar quais coeficientes replicam melhor o comportamento de um grupo de respondentes brasileiros para um conjunto de loterias apresentadas em testes de laboratório. A função utilidade aplicada ($V(x)$), que é côncava no domínio dos ganhos e convexa no domínio das perdas, é definida da seguinte forma:

$$\text{Se } x \geq 0, V(x) = x^\alpha$$

$$\text{Se } x < 0, V(x) = -\lambda(-x)^\beta$$

Onde λ é definido como o coeficiente de aversão a perdas, α e β são coeficientes de aversão ao risco e x é o valor resultante da loteria.

Os testes desenvolvidos por Tversky e Kahneman (1992) geraram estimativas de 2,25 para λ e 0,88 tanto para α como para β . Os testes de Iglesias, Battisti e Pacheco (2006) encontraram valores muito similares: 2,21 para λ , 0,95 para α e 0,98 para β .

3 METODOLOGIA PARA TESTE DA HIPÓTESE CENTRAL

Conforme apresentado no objetivo da tese, a hipótese nula a ser testada é:

Hipótese nula (H_0): O comportamento agregado dos investidores brasileiros quanto à taxa de investimento no mercado acionário é adequadamente representado por uma função utilidade na sua forma tradicional (que só leva em conta a aversão ao risco de segunda ordem).

E a hipótese alternativa é:

Hipótese alternativa (H_1): O comportamento agregado dos investidores brasileiros quanto à taxa de investimento no mercado acionário é melhor representado por uma função preferência que incorpora aversão a perdas (aversão ao risco de primeira ordem) do que por uma função utilidade na sua forma tradicional.

Os testes de hipótese têm como principais referências os modelos apresentados por Ang, Bekaert e Liu (2005) e Barberis, Huang e Santos (2001). Ambos permitem ampliar o peso das perdas frente aos ganhos, mas o valor referencial utilizado por cada um para determinar o que é ganho e o que é perda é diferente. Enquanto Ang, Bekaert e Liu (2005) utilizam o embasamento axiomático de Gul (1991) para justificar o uso do equivalente-certo como valor referencial para ganhos e perdas, Barberis, Huang e Santos (2001) utilizam uma variável exógena ao problema de maximização (a riqueza inicial mais o retorno do ativo livre de risco, por exemplo) como valor referencial, tendo por base evidências comportamentais apresentadas em artigos como Kahneman e Tversky (1979).

Os testes pressupõem as seguintes premissas:

1. O investidor possui duas opções de investimento: ativo com risco (mercado acionário) e ativo sem risco (CDI);
2. Conforme embasamento teórico de Benartzi e Thaler (1995), o investidor reavalia seus investimentos com uma determinada frequência (anual ou mensal), e realoca seu portfólio de investimentos no fim de cada período com base nas suas expectativas de retorno e risco dos dois ativos para o período seguinte;
3. O investidor não faz venda a descoberto do Ibovespa, assim como não toma dinheiro emprestado para investir mais do que 100% do seu portfólio no ativo com risco (apesar de ser factível realizar estas duas operações, preferiu-se assumir que o investidor não efetuará nenhuma delas, uma vez que não acrescentariam nenhuma contribuição para o objetivo da tese);

4. A composição anual (ou mensal) do portfólio de investimentos é definida com o objetivo de maximizar a utilidade gerada pelo portfólio supondo dois modelos alternativos de preferência, conforme especificado abaixo:

Modelos de maximização testados:

1. Função utilidade tradicional:

$$\text{Max}_{(\alpha)} E[U(W)]$$

Tal que:

$$E[U(W)] = \int_{-\infty}^{\infty} U(W) dF(W)$$

e

$$U(W) = \frac{W^{1-\gamma}}{1-\gamma}$$

Sujeito à:

$$W = 1 + (1-\alpha)r_f + \alpha r_m$$

2. Função preferência com aversão a perdas (ou ao desapontamento):

$$\text{Max}_{(\alpha)} E[U(W, V_r)]$$

Tal que:

$$E[U(W, V_r)] = \frac{1}{K} \left(\int_{-\infty}^{V_r} U(W) dF(W) + D \int_{V_r}^{+\infty} U(W) dF(W) \right)$$

e

$$U(W) = \frac{W^{1-\gamma}}{1-\gamma}$$

Sujeito à:

$$W = 1 + (1-\alpha)r_f + \alpha r_m$$

Onde:

r_f = retorno do ativo sem risco (CDI)

r_m = retorno do ativo com risco (Ibovespa)

α = percentual investido no ativo com risco

γ = coeficiente de aversão ao risco (de segunda ordem)

D = coeficiente de aversão a perdas ou ao desapontamento ($D \leq 1$)

V_r = valor referencial para diferenciar ganhos e perdas

$F(W)$ = função distribuição cumulativa do retorno do investimento
(assumida como sendo uma distribuição normal)

K = Probabilidade ($W < V_r$) + $D \times$ Probabilidade($W > V_r$)

A forma funcional da função preferência com aversão a perdas é similar àquela adotada no artigo de Ang, Bekaert e Liu (2005). No entanto, ao contrário do critério adotado por estes autores, o valor referencial (V_r) para determinar se houve ganho ou perda não será o equivalente-certo, que apresenta dificuldades computacionais por ser uma variável endógena ao problema. Em substituição, será inicialmente utilizado como referência para determinar o que é ganho e o que é perda a riqueza inicial (W_0) do investidor. Posteriormente, a análise será refeita utilizando-se o retorno do ativo livre de risco como referência para diferenciar ganhos e perdas, conforme metodologia de Barberis, Huang e Santos (2001).

A função utilidade potência foi selecionada por apresentar preferências do tipo CRRA (*Constant Relative Risk Aversion*), tendo sido extensamente utilizada em artigos acadêmicos, como no próprio artigo de Ang, Bekaert e Liu (2005). A discussão quanto as implicações desta premissa em seção mais a frente permitirá compreender as razões de sua adoção e suas implicações.

Quanto aos coeficientes de aversão ao rico e aversão a perdas, foram simulados diferentes valores para γ e D dentro do intervalo de parâmetros razoáveis para estes coeficientes conforme critério apresentado na próxima seção.

Na análise ex-post foram considerados dois horizontes de decisão (anual e mensal), enquanto na análise ex-ante foram considerados horizontes de decisão anuais. O horizonte de decisão se refere ao período em que o investidor reavalia seus investimentos, e não ao horizonte em que este planeja usufruir dos seus resultados. Esta diferenciação entre horizontes de avaliação e de usufruto, que é feita por Kahneman e Tversky (1979) na aplicação da teoria da perspectiva e também é utilizada por Benartzi e Thaler (1995), é importante em modelos comportamentais, pois, mesmo que o investidor vá usufruir dos resultados dos seus investimentos só na sua aposentadoria, este avalia e calcula a utilidade dos retornos em períodos menores, e realoca seus investimentos nestes períodos de reavaliação. Esta premissa se baseia no comportamento dos investidores verificado por estes autores, que sugerem que os investidores extraem a utilidade dos seus investimentos toda vez que reavaliam seus portfólios, e não só no período final de usufruto.

As seções 4.1 e 4.2 apresentam maiores detalhes da metodologia e dos prazos considerados nas análises ex-post e ex-ante, respectivamente, enquanto a Seção 7.1 apresenta uma discussão mais detalhada quanto às implicações das premissas destes prazos.

As simulações foram desenvolvidas através da função “Solver” do software Excel da Microsoft, que permite resolver o problema de maximização de utilidade condicionado às premissas de que as participações do ativo com risco e do ativo sem risco devem somar 1 e de

que α não pode ser negativo. Apesar da discretização da distribuição normal ser uma aproximação da função contínua, é uma aproximação adequada desde que utilizado um grande número de intervalos para a discretização, conforme mostrado por Bussab e Morettin (2004).

3.1 DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS ACEITÁVEIS COM BASE NAS LOTERIAS DE RABIN

A forma de determinação dos parâmetros aceitáveis de aversão ao risco (γ) e aversão a perdas (D) é de fundamental importância na rejeição ou não das hipóteses testadas. No caso da aversão ao risco, a definição incorreta de limites máximos muito altos como parâmetro para este coeficiente pode resultar na aceitação incorreta da hipótese H_0 (de que a função utilidade tradicional é uma representação adequada do comportamento decisório do investidor) ou, inversamente, a definição de limites máximos muito baixos para este coeficiente poderia resultar na rejeição indevida desta hipótese.

Ainda que a determinação de parâmetros aceitáveis de aversão ao risco não seja um processo que resulte em respostas absolutas, não sendo possível identificar com clareza a partir de que grau a aversão ao risco se torna rejeitável de forma mais contundente, alguns artigos dão indicações de quais intervalos podem ser considerados razoáveis. Friend e Blume (1975), por exemplo, analisaram dados de consumidores norte-americanos e acharam evidências de que seu comportamento pode ser melhor replicado por graus de aversão ao risco em torno de 2, mas trabalharam com uma função quadrática. Mehra e Prescott (1985), em seu trabalho sobre *equity premium puzzle*, utilizam uma função utilidade do tipo CRRA e assumem de forma arbitrária, ainda que baseados em indicações de outros autores, que graus de aversão ao risco acima de 10 seriam inaceitáveis, deixando claro que consideram um grau propositadamente muito alto para dar-lhes maior confiabilidade nos resultados. No entanto, os próprios autores mencionam vários outros trabalhos, inclusive de Arrow (1971), cujos resultados sugerem como razoáveis graus de aversão ao risco entre 0 e 2. Benartzi e Thaler (1995) mencionam como razoáveis graus de aversão ao risco em torno de 1.

Aversão ao Risco

Visando dar maior abrangência aos resultados dos testes, decidiu-se utilizar a metodologia de Rabin (2000), também aplicada por Ang, Bekaert e Liu (2005), para a determinação de parâmetros adequados para o grau de aversão ao risco e aversão a perdas.

Esta metodologia apresenta como vantagens a possibilidade de simular diferentes variações representativas em relação à riqueza inicial do investidor, assim como permite uma interpretação fácil do comportamento implícito em cada grau de aversão ao risco. Com base nesta metodologia, é possível identificar quais níveis de aversão ao risco (ou a perdas) implicam em comportamentos exagerados quando trazidos para um conjunto de decisões mais simples.

Conforme descrito na Seção 2.2, as loterias de Rabin (2000) consistem em loterias com dois cenários possíveis, um de ganho e outro de perda, com probabilidades p e $(1-p)$ de ocorrência, respectivamente.

No presente trabalho, a determinação dos limites máximos aceitáveis para os coeficientes de aversão ao risco (γ) e aversão a perdas (D) será feita através da identificação de graus de aversão ao risco (ou a perdas) que resultam na rejeição de loterias onde as possibilidades de ganho são infinitamente altas e as de perda reduzidas, loterias estas cuja rejeição não seriam economicamente aceitáveis para a grande maioria dos investidores em condições normais de decisão de investimento.

Considere uma loteria onde o investidor aplica \$1,00 e tem os dois cenários possíveis abaixo e suas respectivas probabilidades (o valor da riqueza inicial não interfere nos resultados dado que se trata de uma função CRRA):

Cenário 1: riqueza final de R_1 (probabilidade=50%)

Cenário 2: riqueza final de \$0,90 (probabilidade=50%)

Os gráficos do Apêndice I apresentam a utilidade resultante deste tipo de loteria para diferentes valores de *payoff* no cenário 1 (R_1) e para diferentes graus de aversão ao risco (γ), supondo que o investidor possui uma função utilidade na forma tradicional de ponderação. Nota-se pelos gráficos do apêndice que, para $\gamma \geq 8$, o investidor rejeitará esta loteria, independentemente do *payoff* do cenário 1. Ou seja, um investidor com este grau de aversão ao risco jamais aceitaria apostar em um jogo onde tem 50% de chance de perder 10% da sua riqueza, mesmo que o cenário positivo (e com a mesma probabilidade) lhe ofereça ganhos infinitos. Este resultado mostra que o comportamento representado por $\gamma \geq 8$ reflete um grau de aversão ao risco muito elevado, e que dificilmente poderia ser considerado aceitável em situações normais de decisão de investimento.

O irrealismo deste comportamento pode ser melhor compreendido se considerarmos que o investidor pode dividir sua riqueza em parcelas iguais e investir estas n parcelas em n loterias equivalentes à loteria acima. Suponha, por exemplo, que o retorno da loteria no

cenário 1 seja de 100%, ou seja, $R_1=2,0$ (o retorno no cenário 1 poderia ser maior, já que o gráfico para $\gamma=8$ no Apêndice I indica que o investidor rejeita até mesmo loterias que tenham *payoff* infinito neste cenário). Supondo que o investidor divida sua riqueza em cinco porções iguais, teremos que o retorno x deste conjunto de cinco loterias tem um valor esperado, dado por $E(x) = r_1 p + r_2 (1 - p)$, de $E(x)=45,0\%$, enquanto a probabilidade do investidor obter um retorno final negativo, dada por $(1-p)^5$, é de apenas 3,1% (já que o saldo final conjunto das cinco loterias só será negativo se todas as cinco loterias gerarem o cenário 2). E, mesmo que o cenário 2 ocorra para as cinco loterias, o investidor perderá apenas 10% da sua riqueza.

Em seu artigo, Rabin (2000) ressalta que comportamentos do tipo apresentado acima, onde o investidor rejeita loterias com possibilidades infinitas de ganho devido à possibilidade, mesmo que remota, de valores não tão significativos, são comportamentos inaceitáveis. Em determinado trecho de seu artigo, o autor afirma:

*“A person who would always turn down 50-50 lose \$1,000 / gain 1,050 bets would always turn down 50-50 bets of losing \$20,000 or gaining any sum. **These are implausible degrees of risk aversion.**”* (Rabin, 2000, p. 1282, negrito meu)

Ainda que a loteria anterior permita determinar que $\gamma \geq 8$ representa um grau de aversão ao risco extremamente elevado, não deixa claro as implicações de considerar valores inferiores a $\gamma=8$ que, conforme indicado por alguns artigos, podem representar graus também elevados. Visando dar maior abrangência no critério de rejeição das hipóteses testadas, decidiu-se classificar o grau de rejeição em quatro níveis:

- Rejeição forte: graus de aversão ao risco que implicam na rejeição da loteria acima com possibilidade de perda de 10% no cenário ruim, por melhor que seja o retorno do cenário bom;
- Rejeição média: graus de aversão ao risco que implicam na rejeição da loteria acima com possibilidade de perda de 15% no cenário ruim, por melhor que seja o retorno do cenário bom;
- Rejeição fraca: graus de aversão ao risco que implicam na rejeição da loteria acima com possibilidade de perda entre 20% e 30% no cenário ruim, por melhor que seja o retorno do cenário bom;
- Não-rejeição: graus de aversão ao risco que não geram rejeição da loteria de forma independente do retorno no cenário bom.

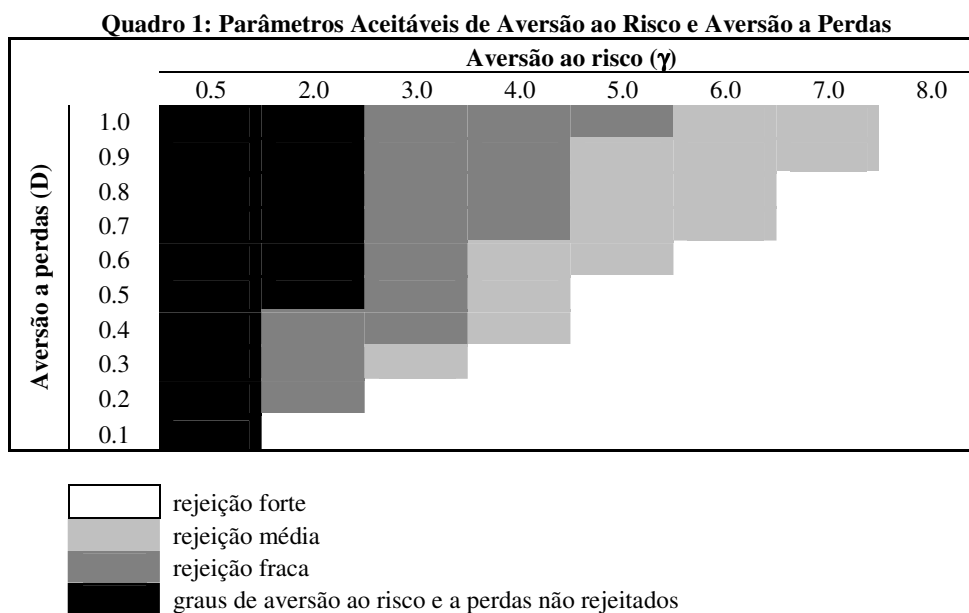
Utilizando a lógica acima, chegou-se à seguinte classificação dos graus de aversão ao risco quanto ao grau de rejeição:

- Rejeição forte: $\gamma > 7$
- Rejeição média: $5 < \gamma \leq 7$
- Rejeição fraca: $2 < \gamma \leq 5$
- Não-rejeição: $\gamma \leq 2$

Aversão a Perdas

A determinação de parâmetros aceitáveis de aversão a perdas (D) segue a mesma metodologia utilizada acima na determinação de parâmetros aceitáveis para o coeficiente de aversão ao risco (γ). O Apêndice II apresenta os gráficos de utilidade resultante de diferentes valores de *payoff* no cenário 1 para a mesma loteria de Rabin descrita anteriormente (onde o cenário ruim gera perda de 10% da riqueza), mas agora com a adição do coeficiente de aversão a perdas na função utilidade. Através destes gráficos, é possível identificar quais graus de aversão a perdas são rejeitados de forma forte.

O quadro abaixo apresenta a classificação das diversas combinações de aversão ao risco e aversão a perdas de acordo com os quatro graus de rejeição propostos anteriormente:



A interpretação do quadro acima pode ser feita da seguinte forma:

- Se para replicar o alfa real dos investidores é necessário assumir qualquer combinação de aversão ao risco (γ) e aversão a perdas (D) dentro da região não-achurada do quadro, a função utilidade (seja ela uma função utilidade tradicional ou uma função com aversão a perdas) é rejeitada de forma forte,

uma vez que supor qualquer combinação de γ e D nesta região implica em supor que o investidor tem um comportamento equivalente àquele investidor que rejeita loterias de Rabin com 50% de probabilidade de perder 10% da riqueza e 50% de probabilidade de receber uma riqueza infinita, um comportamento tido como inaceitável. Esta lógica vale também para todos outros valores de $\gamma > 8$ (eles não foram apresentados no quadro acima por simplificação, mas qualquer valor de aversão ao risco acima de 8 implica também na rejeição forte da hipótese testada). Exemplificando numericamente, digamos que em determinado ano os investidores individuais apresentaram um alfa real (taxa de investimento em ações) de 6%. Se para replicar este comportamento com base nas expectativas de retorno e risco do mercado acionário e do CDI é necessário um grau de aversão ao risco maior do que 7, esta função utilidade é rejeitada na forma forte como modelo representativo destes investidores, pois implicaria em supor um tipo de comportamento não-aceito. O mesmo vale para qualquer combinação de γ e D na região não-achurada do quadro;

- Uma lógica similar é utilizada para as outras áreas (achuradas) do quadro, mudando apenas o grau de rejeição e o tipo de comportamento que representam: por exemplo, na área do quadro achurada com cor cinza claro (rejeição média), caso o alfa real dos investidores possa ser replicado por uma combinação de aversão ao risco (γ) e aversão a perdas (D) nesta região, isto implica em supor que o investidor tem um comportamento equivalente àquele investidor que rejeita loterias de Rabin com 50% de probabilidade de perder 15% da riqueza e 50% de probabilidade de receber uma riqueza infinita, mas não rejeitam a loteria com perda de riqueza de 10% no cenário ruim. Apesar de ser ainda um comportamento extremado e não-aceitável, é menos extremado do que o comportamento anterior;
- A área cinza escura do quadro (rejeição fraca) representa combinações de γ e D onde os investidores rejeitam loterias de Rabin com 50% de probabilidade de perder entre 20% e 30% da riqueza e 50% de probabilidade de receber uma riqueza infinita, mas não rejeitam a loteria com perda de riqueza de 15% no cenário ruim;

- A área preta do quadro (não-rejeição) representa combinações de γ e D onde os investidores não rejeitam nenhuma loteria de Rabin de forma independente do resultado no cenário bom. Em outras palavras, um investidor que apresente combinações de aversão ao risco (γ) e aversão a perdas (D) nesta região poderá aceitar loterias com perdas no cenário ruim, por maiores que sejam, desde os retornos no cenário bom sejam altos o suficiente de forma a compensar o potencial de perda no cenário ruim.

A identificação da rejeição ou não das loterias descritas acima foi feita através da comparação da utilidade esperada de cada loteria com a utilidade esperada de manter a riqueza inicial. Assim, se a utilidade esperada da loteria é menor do que a utilidade esperada de manter a riqueza inicial, isto implica que o investidor rejeita a loteria. No caso, por exemplo, de $\gamma=8$, a utilidade esperada de manter a riqueza inicial é maior do que a utilidade esperada de jogar uma loteria de Rabin com 50% de probabilidade perder 10% da riqueza e 50% de probabilidade de ganhar uma riqueza infinita, mostrando portanto um comportamento considerado inaceitável. Desta forma, funções utilidade com este grau de aversão ao risco não devem ser aceitas como modelos adequados, indicando alguma falha na função em incorporar outras variáveis do comportamento do investidor.

Apesar do critério de rejeição acima ser subjetivo, é importante ressaltar, conforme já descrito no início desta seção, que vários autores já indicaram, no caso de uma função utilidade tradicional, que graus de aversão ao risco razoáveis se situam entre 0 e 2, e que valores acima de $\gamma=2$ são considerados elevados.

Para desenvolver os testes das hipóteses H_0 e H_1 , os alfas ótimos resultantes das simulações de cada combinação de γ e D acima, para cada cenário, foram comparados com os alfas reais dos investidores de forma a identificar qual o grau de aversão ao risco e a perdas estaria implícito se consideradas diferentes formas de função utilidade.

3.2 CARACTERIZAÇÃO DOS INVESTIDORES

O teste de hipótese tem como referência o comportamento real, no Brasil, de dois tipos de investidores: investidores pessoa física (também chamados “investidores individuais” ao longo da tese) e fundos de pensão. Apesar da análise ter como foco o comportamento agregado destes investidores, será feita mais à frente uma discussão da adequação de cada função utilidade para as decisões tomadas no nível individual.

A seleção destes dois tipos de investidores tem como justificativa dar maior abrangência aos modelos testados e à inferência dos resultados, de forma a permitir uma análise comparativa entre dois investidores com comportamentos supostamente diferenciados: i) investidores mais suscetíveis à influência de decisões não-rationais ou emotivas (caso dos investidores pessoa física) e ii) investidores supostamente mais racionais (caso dos fundos de pensão). Mais à frente, a comparação dos resultados permitirá ainda fazer algumas inferências sobre as implicações do comportamento destes investidores na economia brasileira e no nível de investimento em ativos com maior risco.

Os parágrafos a seguir apresentam a descrição destes investidores:

Investidor Pessoa Física (Investidor Individual)

O investidor pessoa física, ou investidor individual, do ponto de vista deste trabalho é caracterizado essencialmente como o agente decisor que investe sua própria riqueza, sendo o principal prejudicado ou beneficiado por eventuais variações negativas ou positivas no seu patrimônio decorrentes das suas decisões de investimento. Apesar da possibilidade de intermediação e influência de terceiros no seu processo decisório (e.g., gerentes de banco, administradores de fundos, conselheiros de investimentos, etc), a responsabilidade pela decisão final é totalmente sua, e o patrimônio envolvido, em última instância, é essencialmente o seu próprio. O investidor pessoa física é o equivalente ao termo em inglês “*household*”, comumente utilizado em microeconomia como a unidade básica de análise quanto as decisões de consumo e poupança. O investidor pessoa física se contrapõe ao investidor institucional, caracterizado como uma pessoa jurídica que administra o patrimônio de terceiros e recebe uma comissão ou taxa de administração por este tipo de serviço (e.g., fundos de pensão, fundos de investimento, fundos de *private equity*, etc).

No Brasil, assim como em grande parte dos países desenvolvidos e em desenvolvimento, o investidor pessoa física possui acesso a uma grande variedade de opções de investimento, podendo, no entanto, este acesso estar limitado conforme a situação patrimonial do investidor. As opções de investimento variam desde o ativo de menor risco, como a poupança, até investimentos muito alavancados, como especulação com derivativos, passando por investimentos imobiliários, investimento direto em ações, fundos de investimento, entre outros. Para efeito da análise da composição agregada do portfólio destes investidores no Brasil, no entanto, considerou-se apenas algumas categorias de investimento que representam a maior parte do patrimônio das aplicações financeiras destes investidores, conforme listado abaixo:

- Poupança
- Fundos de investimento em geral (renda fixa, DI, fundos multimercado, fundos de ações, fundos cambiais, etc)
- CDB
- Investimento direto em ações

Estas quatro categorias de investimento se caracterizam como as principais opções de investimento em ativos financeiros disponíveis à maior parte da população. Outros tipos de aplicações financeiras, como investimento direto em contratos derivativos, têm baixa representatividade sobre o total investido por pessoas físicas, e sua exclusão não impacta nos resultados dos modelos. Além dos investimentos em ativos financeiros, os investidores pessoa física podem investir em ativos não-financeiros, dentre os quais o investimento em imóveis é provavelmente o principal exemplo. Este trabalho, no entanto, se restringe apenas à análise da composição da carteira de investimento em ativos financeiros, pressupondo que as decisões de investimento em ativos não-financeiros não influem na composição do portfólio de investimentos financeiros dos investidores pessoa física.

Os fundos de pensão corporativos, apesar de também serem um possível destino da alocação financeira dos investidores pessoa física, se caracterizam como uma alocação compulsória, uma vez que estes fundos são capitalizados através da dedução automática dos salários mensais dos funcionários de cada empresa. A descrição destes fundos é apresentada no próximo item e será tratada à parte como um dos focos deste trabalho.

Dado que o modelo de simulação testado pressupõe, de forma simplificada, dois tipos de investimentos (ativo livre de risco e ativo com risco), a participação real das ações na carteira de investimentos dos investidores pessoa física no Brasil foi estimada como a soma de investimento direto em ações e fundos de ações.

A poupança, apesar de oferecer um rendimento abaixo da taxa CDI (taxa considerada como referência para o ativo livre de risco no modelo testado neste trabalho), é considerada uma opção de investimento menos arriscada que os investimentos em títulos do governo, e portanto pode ser classificada como ativo livre de risco. O fato do seu rendimento estar historicamente abaixo da taxa CDI poderia gerar dúvidas quanto à adequação da sua classificação como um ativo que rende taxa CDI, podendo causar viés nos resultados de otimização dos modelos testados. Neste caso, no entanto, como o rendimento da poupança é menor que o CDI, ao se supor que o investimento em poupança rende a taxa CDI, o viés do modelo será um resultado de participação do ativo com risco (ações) no portfólio ótimo abaixo do que seria esperado para cada nível de aversão ao risco (ou a perdas) caso se

estivesse utilizando o rendimento da poupança. A rejeição da hipótese nula, neste caso, será mais difícil de ocorrer (teste de hipótese mais conservador), pois será exigido um menor grau de aversão ao risco para justificar baixos índices de participação do ativo com risco no portfólio ótimo.

Ainda na classificação de ativo livre de risco, os investimentos em fundos de renda fixa, fundos DI e Certificados de Depósito Bancário (CDBs), por terem seus rendimentos atrelados a títulos do governo, podem ser adequadamente representados pela taxa CDI.

Os fundos multimercado são compostos por diversos tipos de investimentos e, apesar da sua participação ainda não ser preponderante entre os fundos de investimento em geral, têm aumentado sua representatividade à medida que cai o rendimento dos títulos do governo e os investidores migram para fundos com maior risco em busca de maiores rendimentos. Atualmente, estes fundos representam em torno de 23% do patrimônio total dos fundos de investimento (ANBID, 2006). Dado seu perfil diversificado e a personalização na administração destes fundos, os fundos multimercado representam um desafio maior na classificação como ativo com risco ou sem risco.

Dados da ANBID mostram que os fundos multimercado aumentaram drasticamente sua participação a partir de 2001. Até este ano, estes fundos representavam apenas em torno de 5% do patrimônio total dos fundos de investimento. A partir de 2001, a participação dos fundos multimercado subiu sensivelmente, tendo variado entre 17% e 30% no período de 2001 a 2006. No entanto, a análise dos dados dos fundos entre 2000 e 2001 deixa claro que a principal razão desta alteração foi uma reclassificação ou uma migração de grande parte dos fundos de renda fixa para fundos multimercado: entre 2000 e 2001, a participação dos fundos de renda fixa caiu repentinamente de 55% para 37%, e a participação dos fundos multimercado aumentou de 4% para 22%, enquanto a representatividade dos outros fundos se manteve estável. Assim, grande parte dos fundos multimercado criados naquele período tinham um perfil similar aos antigos fundos de renda fixa mais agressivos, apenas tendo alterado sua classificação, possivelmente por razões regulatórias, legais ou administrativas.

Dados mais recentes e detalhados da composição dos fundos multimercado mostram que 64% destes fundos têm como benchmark a taxa CDI e apenas 28% são classificados como renda variável, sendo que pouquíssimos têm como benchmark o mercado acionário. Neste caso, dada a maior representatividade dos fundos que têm como referência a taxa CDI, decidiu-se classificar neste trabalho todos investimentos dos fundos multimercado na categoria “ativo livre de risco”. Apesar da simplificação deste critério, o impacto nos números finais é muito pequeno tendo em vista a pequena representatividade dos fundos multimercado

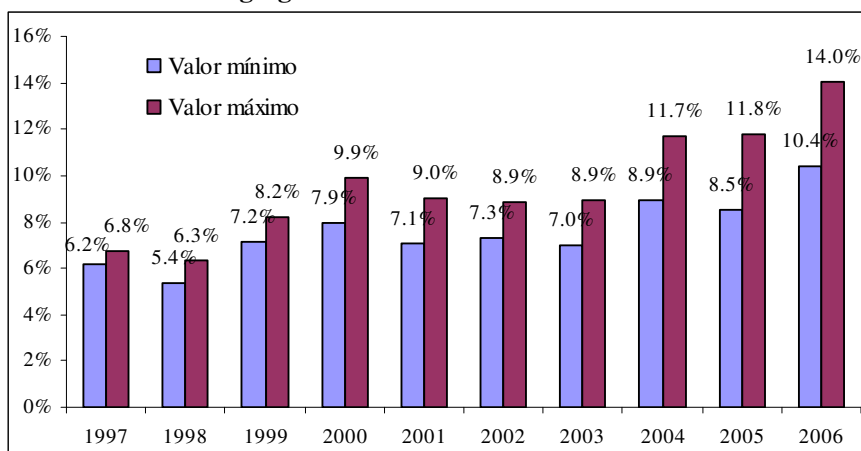
que não têm o CDI como benchmark (no ano de maior representatividade dos fundos multimercado, a porção “não-classificável” destes fundos representava apenas 8% do patrimônio total dos fundos de investimento e 4% do patrimônio total dos investidores individuais).

Ao contrário dos dados de composição dos portfólios dos fundos de pensão, que são publicados e disponibilizados ao público em geral, facilitando o trabalho de coleta e estimação de dados, a estimação da composição do portfólio agregado dos investidores individuais é bastante dificultada pela inexistência de dados específicos para este público. Para contornar esta dificuldade, a estimação da composição do portfólio destes investidores foi feita em três etapas: i) estimação do patrimônio total anual de cada categoria de ativo listada acima; ii) estimação da participação dos investidores individuais em cada categoria; iii) estimação do alfa anual (investimento em ações sobre patrimônio total dos investimentos financeiros dos investidores individuais).

A maior dificuldade na estimação da composição final do portfólio destes investidores consiste na estimação dos investimentos diretos na bolsa, uma vez que os dados de participação dos investidores individuais na capitalização de mercado bursátil são poucos e superficiais, exigindo a estimação com base em números secundários, como participação no volume negociado, composição da estrutura acionária das maiores empresas, volume de ADRs, etc. Dada a subjetividade envolvida neste processo de estimação, preferiu-se trabalhar com intervalos ao invés de valores absolutos anuais. Desta forma, apesar da menor precisão dos valores apresentados na forma de intervalos, eles são mais confiáveis no sentido de compreenderem estas variações decorrentes da subjetividade das estimações.

O gráfico abaixo apresenta os intervalos de participação do investimento em ações no portfólio total de investimentos anuais dos investidores pessoa física (que compreende fundos de investimento, poupança, CDB e investimento direto em ações) no período de 1997 a 2006 (a Seção 7.6 detalha o critério de estimação dos valores investidos em cada opção de investimento):

**Gráfico 1: Participação das Ações no Portfólio
Agregado de Investidores Individuais**



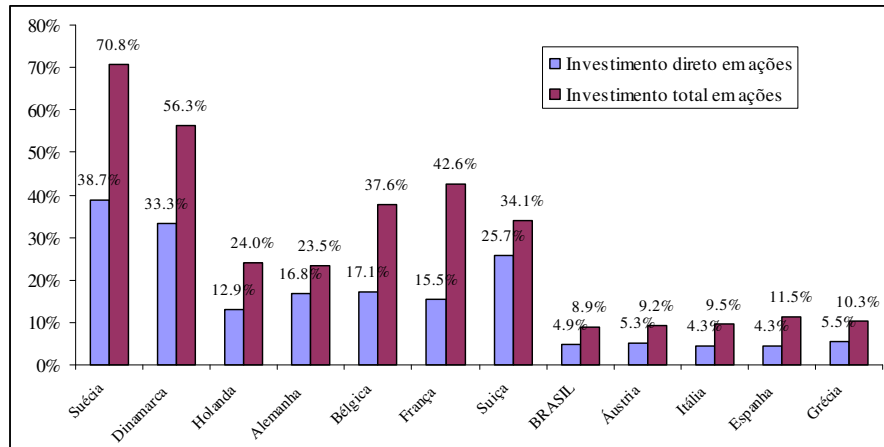
Nota: investimento em ações = investimento direto em ações + fundos de ações

Fonte: ANBID (fundos), CETIP (CDB), IPEADData (poupança), Bovespa. Dados trabalhados pelo autor.

É possível verificar que a participação dos investimentos em ações no portfólio agregado dos investidores pessoa física variou entre 6,2% e 14,0% no período de 1997 a 2006. Este valor representa um percentual sensivelmente menor do que a taxa investida pelos fundos de pensão no mercado acionário, como será mostrado mais adiante, indicando um grau de aversão ao risco bastante elevado ou, eventualmente, um tipo de comportamento que sugere outros tipos de aversão não adequadamente representado pela aversão ao risco.

Apenas como curiosidade, e de forma a se ter uma idéia da posição do Brasil frente a outros países, Christelis, Jappelli e Padula (2006) apresentam os percentuais de participação do investimento em ações (investimento direto ou via fundos mútuos) no portfólio de investidores pessoa física em alguns países europeus, conforme replicado no gráfico abaixo. A base de dados utilizada pelos autores engloba apenas a parcela da população com idade igual ou superior a 50 anos (em sua grande maioria, de profissionais aposentados), e os valores apresentados se referem à média de investimento em ações da amostra coletada de cada país.

Gráfico 2:
Investimento Direto e Total em Ações em Alguns Países Europeus
(Média dos Investidores Individuais)



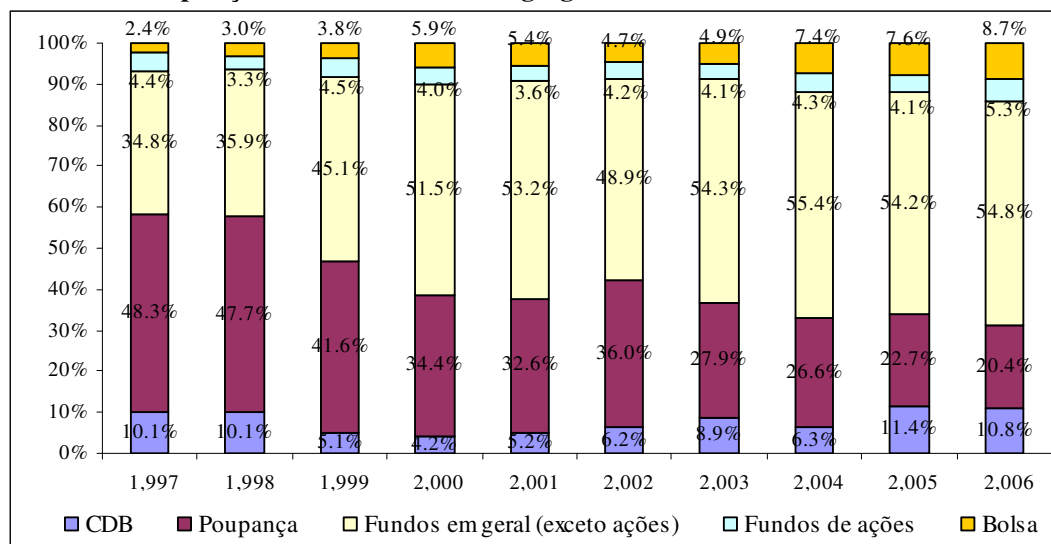
Fonte: Survey of Health, Ageing and Retirement in Europe (2003)

Dados do Brasil foram incluídos no gráfico apenas para comparação e também se referem ao ano de 2003

O gráfico acima permite identificar que os investidores individuais brasileiros apresentam, de forma agregada, um nível de investimento médio próximo ao de países da Europa meridional, onde os mercados acionários ainda apresentam um apelo menor do que nos países centrais e do norte europeu. Conforme os autores, os dados dos países europeus sugerem que características culturais de cada país podem influenciar o comportamento dos investidores quanto às taxas de investimento no mercado acionário. No entanto, este tipo de inferência depende de um conhecimento mais profundo das características de cada mercado para confirmar se a baixa relação retorno/risco não justificariam este comportamento. Neste caso, a justificativa seria muito mais econômica do que cultural.

O gráfico a seguir, que apresenta a composição anual do portfólio agregado dos investidores individuais brasileiros por tipo de aplicação, mostra que a aplicação em poupança sofreu uma sensível redução ao longo dos anos analisados, redução esta justificada pela queda no rendimento desta aplicação e compensada pelo aumento da participação dos fundos e investimento direto em ações (o investimento em fundos, no entanto, também apresenta redução de participação em 2005 e 2006).

Gráfico 3:
Composição Anual do Portfólio Agregado dos Investidores Individuais



Fontes: ANBID (fundos de investimento), CETIP (CDB), IPEADData (poupança), Bovespa. Dados trabalhados pelo autor.
Nota: os dados se referem à estimativa que resulta no limite superior do investimento em ações.

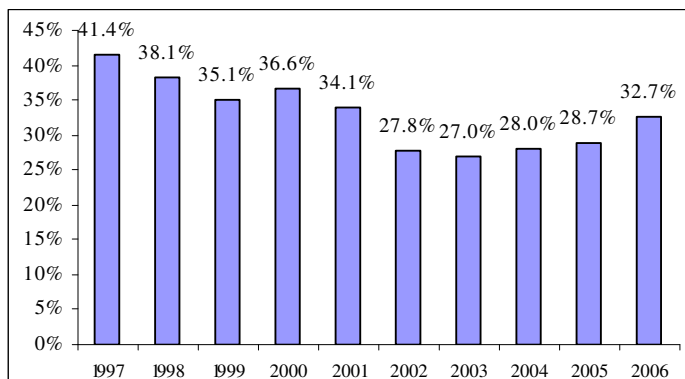
Fundos de Pensão

Foram considerados como fundos de pensão todas as entidades fechadas de previdência complementar cujo objetivo é oferecer uma aposentadoria complementar à oferecida pelo sistema público. Conforme dados da Secretaria de Previdência Complementar (SPC), no ano de 2006 os fundos de pensão compreendiam um total de 369 instituições, administrando aproximadamente R\$380 bilhões em recursos de 2,5 milhões de funcionários participantes ou assistidos, dos setores público e privado. O fundo Previ, dos funcionários do Banco do Brasil, representa atualmente em torno de 28% do total de recursos administrados por fundos de pensão brasileiros, tendo portanto uma representatividade bastante significativa. Por esta razão, e devido à sua forte participação no mercado acionário brasileiro, a análise do resultado dos testes mais à frente será feita considerando-se o comportamento agregado dos fundos de duas formas: incluindo-se e excluindo-se o fundo Previ.

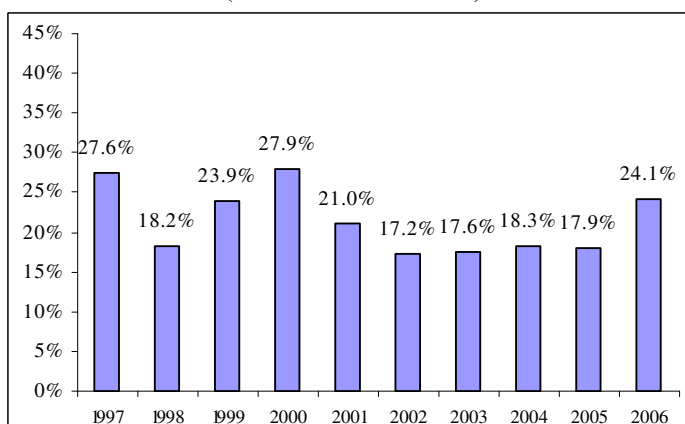
No período de 1997 a 2006, os investimentos em ações representaram entre 27% e 41% do total dos ativos destes fundos. No entanto, ao se excluir o fundo Previ, a taxa de investimento em ações cai para valores entre 17% e 28%, conforme gráficos abaixo:

Gráfico 4:
Composição Anual da Carteira de Investimentos dos Fundos de Pensão Brasileiros

**4.A. Participação dos Investimentos em Ações na Carteira Total dos Fundos de Pensão
(incluindo Fundo Previ)**



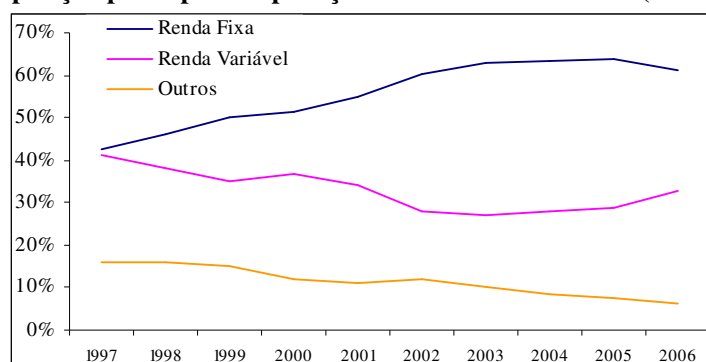
**4.B. Participação dos Investimentos em Ações na Carteira Total dos Fundos de Pensão
(excluindo Fundo Previ)**



Nota: dados de 1997 e 1998 são estimados
Fontes: ABRAPP, SPC e Previ

O gráfico a seguir permite identificar que a queda da participação da renda variável na composição da carteira de investimentos destes fundos entre 1997 e 2003 foi compensada pelo aumento da participação dos investimentos em renda fixa. Esta queda é possivelmente justificada por dois fatores principais: i) pela alta volatilidade e pelas crises cambiais ocorridas no mercado financeiro mundial, e principalmente nos países emergentes, durante a década de 1990; e ii) pelo risco político que a eleição de Lula representou em 2002. A partir de 2004, a taxa de investimento em ações pelos fundos de pensão mostra um início de recuperação, possivelmente justificada pela queda na taxa básica de juros e pelos retornos mais elevados que o mercado acionário passou a proporcionar a partir de 2003.

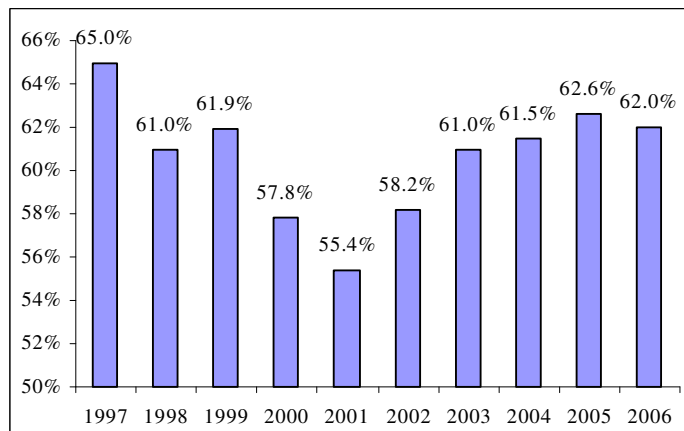
Gráfico 5:
Composição por Tipo de Aplicação dos Fundos de Pensão (com Previ)



Nota: o item “Outros” compreende investimentos imobiliários e operações com participantes.
Fontes: ABRAPP (1997 a 2004) e SPC (2005 e 2006)

Pelo fato de possuir uma política mais agressiva de investimento em ações comparativamente à média dos outros fundos brasileiros, o fundo Previ aumenta sensivelmente a média da taxa de investimento em ações dos fundos em geral. O gráfico a seguir apresenta a taxa de investimento em ações exclusiva do fundo Previ, para comparação:

Gráfico 6:
Participação dos Investimentos em Ações no Portfólio do Fundo Previ



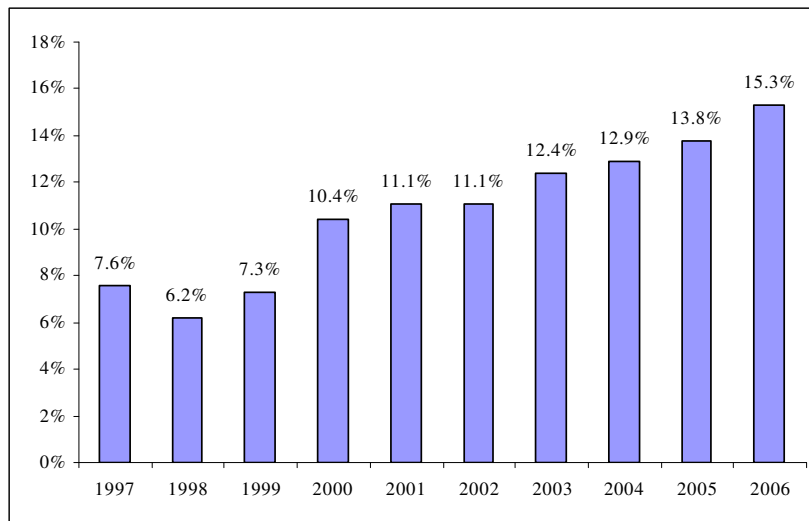
Nota: considera investimentos diretos na bolsa e via fundos de ações.
Fonte: Previ. Dados de 1997 e 1998 estimados.

Excluindo-se, portanto, os dados do fundo Previ das estatísticas dos fundos, a taxa média de investimento dos fundos restantes cai sensivelmente. Em 2006, por exemplo, a taxa média de investimento em ações era de 32,7% com o fundo Previ, caindo para 24,1% ao se excluir este fundo. De qualquer forma, mesmo excluindo-se o fundo Previ, as taxas médias de investimento em ações dos fundos de pensão se mantiveram em patamares sensivelmente maiores do que o investimento agregado médio dos investidores individuais neste tipo de aplicação.

Desde 1994, as normas do Conselho Monetário Nacional (CMN) estabelecem um limite máximo para aplicação em renda variável do ativo total dos fundos de pensão. Na maior parte do período analisado, este limite esteve fixado em 50%, tendo apenas sido elevado para 60% entre os anos de 2000 e 2003. Dado que a maioria dos fundos aplicou uma taxa sensivelmente menor do que este percentual, é razoável supor que esta restrição não teve efeito prático para a maioria dos fundos no período estudado, com exceção do fundo Previ.

O gráfico abaixo mostra a evolução da importância dos fundos de pensão no PIB brasileiro, crescimento este que tem implicações importantes na economia uma vez que o processo decisório destes fundos na alocação dos seus ativos pode gerar maior demanda por ativos de maior risco, conforme será analisado no final da tese.

Gráfico 7:
Participação dos Ativos Administrados por Fundos de Pensão em Relação ao PIB



Fontes: ABRAPP e SPC (dados dos fundos de pensão), IpeaData (PIB)

4 TESTE DA HIPÓTESE CENTRAL

Dada a dificuldade em se estimar expectativas de retorno e risco para o mercado acionário, o teste das hipóteses H_0 e H_1 foram efetuados utilizando-se duas metodologias para estimar estas expectativas, visando dar maior robustez aos resultados e permitir o entendimento das implicações de cada tipo de premissa no resultado das decisões de otimização:

- i) Metodologia ex-post: estimativa de retorno e risco com base em médias históricas móveis;
- ii) Metodologia ex-ante: estimativa de retorno e risco com base nos seguintes critérios:
 - Retorno do CDI estimado com base no retorno embutido em contratos futuros da BM&F;
 - Risco (desvio-padrão) de mercado estimado com base no método EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*);
 - Prêmio pelo risco de mercado estimado pelo índice de Sharpe.

O uso de dados históricos (análise ex-post) para estimar retorno e risco dos ativos é uma prática comum em artigos acadêmicos, conforme ressaltado por Minardi e Sanvicente (2006), ainda que estes autores critiquem esta metodologia por não levar em conta as expectativas dos investidores.

O uso do índice de Sharpe na metodologia ex-ante, por outro lado, tem a vantagem de utilizar um intervalo de parâmetros razoáveis de prêmio pelo risco, evitando assim o risco de se basear apenas em dados históricos, que pecam por não permitir incorporar expectativas futuras, conforme mencionado acima. O uso do índice de Sharpe segue uma lógica similar à metodologia utilizada por Friend e Blume (1975), onde o alfa ótimo (e o grau de aversão relativa ao risco) é determinado em função da relação retorno/risco oferecida pelo ativo com risco. Christelis, Jappelli e Padula (2006) também estimam a participação do mercado acionário no portfólio ótimo como função do índice de Sharpe.

Além de estimar o prêmio pelo risco com base no índice de Sharpe, a análise ex-ante tem a vantagem de utilizar a metodologia EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*) para estimar o risco de mercado, metodologia esta que incorpora as mudanças mais recentes na volatilidade do retorno, conforme será explicado mais adiante na Seção 4.2. Esta metodologia, ainda que menos rebuscada que os modelos ARCH e GARCH, apresenta maior facilidade de tratamento e identificação de parâmetros que minimizam a diferença entre

desvio-padrão realizado e estimado. Pereira (2005) apresenta uma revisão de diversas formas de estimação de volatilidade futura de mercados acionários, e mostra que o método EWMA é uma opção testada por vários autores, assim como ARCH, GARCH e outros métodos, não havendo no entanto um consenso quanto à melhor metodologia.

O uso das duas metodologias propostas (ex-post e ex-ante) oferece uma maior confiabilidade e robustez aos resultados dos testes tendo em vista a importância das expectativas de retorno e risco nos testes de hipótese. Premissas exageradamente altas ou baixas quanto ao retorno ou risco do mercado acionário ou à taxa CDI poderiam levar à rejeição ou aceitação incorreta de alguma hipótese.

O uso de dados históricos como referência de expectativas tem como base a suposição de eficiência de mercado: em um mercado eficiente, retornos e riscos históricos (realizados) são estimativas não-viesadas para os valores esperados destas variáveis. Conforme afirmam Gebhardt, Lee e Swaminathan (2001):

“The widespread use of realized returns is necessitated, in part, by the fact that expected returns are not observable. Moreover, as the argument goes, in an efficient market where risk is appropriately priced, the average ex post realized returns should be an unbiased estimator of the unobservable ex ante expected returns.”

Se, por um lado, o uso de dados históricos traz a vantagem de utilizar dados observáveis, esta metodologia apresenta como grande desvantagem sua incapacidade de lidar com mudanças nas expectativas de mercado. Principalmente em períodos de crises econômicas, como aquelas vividas na segunda metade da década de 90, o uso de dados históricos pode sujeitar o modelo a graves erros de previsão. Neste caso, modelos que utilizam expectativas estimadas de forma ex-ante podem acrescentar informações importantes na análise e apontar eventuais falhas da metodologia anterior.

Utilizando as palavras de Minardi e Sanvicente (2006):

“A prática mais corrente para estimar o prêmio de mercado é a utilização de prêmios realizados e observáveis em séries históricas muito longas. Entretanto, existem diversas discussões no sentido de que esse prêmio não corresponde às expectativas dos investidores na hora em que tomaram a decisão de investir. Afinal, o que conta é o custo de oportunidade do capital, o qual só está disponível e só é relevante no momento em que a decisão de investimento deve ser tomada. Isso, por sua vez, pressupõe levar em conta as condições correntes de mercado. Questiona-se, portanto, se não seria mais adequado utilizar prêmios que refletissem essas expectativas.”

A análise ex-ante pode ser ainda justificada do ponto de vista econômico, pois o prêmio pelo risco é estabelecido pelo mercado de forma prévia, e não após o acontecimento. Conforme Sassatani e Securato (1998, p. 14), “*Do ponto de vista econômico, somente faz sentido se falar em prêmio se o mesmo for estabelecido previamente. Tal como numa apólice de seguro, o valor do prêmio é formado de antemão.*” Assim, apesar da dificuldade de estimação das expectativas de prêmios pelo risco, a metodologia ex-ante faz mais sentido econômico do que o uso de dados históricos. E quanto maior o viés apresentado pelos dados históricos como estimativas de retornos futuros, maior a justificativa para o uso de dados estimados de forma ex-ante.

Todos os cálculos de estimativas foram feitos utilizando-se dados deflacionados. Este critério foi adotado para neutralizar o impacto da inflação na estimação das expectativas, principalmente na estimação do risco (desvio-padrão) do mercado acionário, que seria superavaliado se fossem utilizados dados nominais.

Como *benchmark* para o retorno do mercado acionário brasileiro, foi utilizada a variação do índice Ibovespa (com base na cotação de fechamento do último dia do período analisado, seja mensal ou anual). Apesar da concentração presente na sua composição, este índice apresenta as vantagens de ter um histórico mais antigo e de ser a referência mais divulgada pelos meios de comunicação e pelos fundos de investimento. Este índice também é comumente utilizado em trabalhos acadêmicos (e.g., Leal, Silva e Ribeiro, 2002; Cysne, 2006; Pessoa, Bonomo e Garcia, 2007). As implicações do uso deste índice em substituição a outros índices do mercado acionário brasileiro (como FGV100 e IBRX) serão analisadas mais adiante na Seção 7.3.

4.1 DADOS EX-POST COMO PARÂMETROS PARA EXPECTATIVAS

A dificuldade de estimação da taxa livre de risco e do retorno esperado de mercado em países emergentes e, mais especificamente, no Brasil, já foi levantada por vários autores (e.g., Damodaran, 1999; Sanvicente e Minardi, 1999; Tomazoni e Menezes, 2002; Iglesias, Battisti e Pacheco, 2006). Ao contrário dos EUA, onde a estimação do retorno de mercado e do prêmio pelo risco com base em dados históricos gera resultados relativamente próximos mesmo quando utilizados critérios diferentes, no Brasil este tipo de estimação gera valores extremamente discrepantes dependendo do período analisado e do critério utilizado. Adicionalmente, o retorno do mercado acionário brasileiro apresenta uma volatilidade muito

mais elevada do que a americana, o que dificulta ainda mais o uso de médias históricas de retorno para efeito de simulações de curto prazo.

Damodaran (1999), por exemplo, estima que o prêmio médio anual do mercado acionário americano no período entre 1926 e 1997 varia entre 5,6% e 12,0%, dependendo do período e da forma de estimação, enquanto o desvio-padrão do retorno anual de mercado é estimado em 20,0%. No Brasil, a estimação do retorno de mercado e do prêmio pelo risco gera resultados muito discrepantes dependendo do período analisado. Adicionalmente, o curto histórico de dados resulta em estimações estatisticamente menos confiáveis.

Como exemplo, o quadro abaixo apresenta a média e o desvio-padrão do retorno anual do Ibovespa, assim como a taxa CDI, para o período de 1974 a 2006 e para dois sub-períodos (apesar da existência do índice Ibovespa desde 1968, a base de dados para a taxa CDI compreende apenas o período a partir de 1974).

Tanto o retorno do mercado acionário como a variação da taxa CDI foram deflacionados pelo índice IPC-FIPE. A escolha do índice de inflação foi arbitrária uma vez que o objetivo é neutralizar o efeito da inflação na volatilidade dos ativos, tendo o mesmo impacto na taxa livre de risco e no retorno do ativo com risco. A mudança do índice de inflação utilizado para deflacionar os retornos não altera os resultados dos testes.

Quadro 2: Histórico Anual de Retorno e Risco: Ibovespa e CDI
(dados deflacionados pelo IPC-FIPE)

Período	Ibovespa	CDI	Prêmio	Sharpe
Média Aritmética				
1974-2006	31.11%	9.92%	21.19%	0.25
1974-1996	34.78%	7.91%	26.87%	0.28
1997-2006	22.67%	14.55%	8.12%	0.16
Desvio-Padrão				
1974-2006	84.23%	15.39%	80.98%	
1974-1996	95.79%	17.68%	91.10%	
1997-2006	51.78%	6.66%	52.51%	

Fonte: IpeaData (cotações). Estatísticas estimadas pelo autor

Nota-se, pelos dados acima, que no período total de existência conjunta das duas séries estudadas (1974-2006), o retorno anual do Ibovespa apresentou um desvio-padrão de 84,2% e o prêmio pelo risco um desvio-padrão de 80,9%, o que confirma a elevada volatilidade e a conseqüente dificuldade em se estimar o prêmio pelo risco de mercado no Brasil. Adicionalmente, observa-se ainda que no sub-período amostral que é foco deste estudo (1997 a 2006), o mercado acionário apresentou, comparativamente ao sub-período de 1974 a 1996, um retorno médio anual sensivelmente menor, ao mesmo tempo em que a taxa CDI apresentou um retorno sensivelmente maior, resultando em um prêmio médio pelo risco

bastante divergente entre os dois períodos. Por outro lado, o desvio-padrão do retorno anual do mercado acionário também sofreu uma redução sensível.

Quanto à questão do curto período de dados históricos, uma forma de tentar reduzir, ao menos parcialmente, este problema é utilizar dados mensais, conforme apresentado no quadro abaixo:

**Quadro 3: Histórico Mensal de Retorno e Risco: Ibovespa e CDI
(dados deflacionados pelo IPC-FIPE)**

Período	Ibovespa	Over/CDI	Prêmio	Sharpe *
Média Aritmética				
1974-2006	2.24%	0.74%	1.50%	0.09
1974-1996	2.51%	0.57%	1.94%	0.10
1997-2006	1.63%	1.13%	0.50%	0.05
Desvio-Padrão				
1974-2006	16.44%	2.52%	16.26%	
1974-1996	18.55%	2.96%	18.32%	
1997-2006	10.03%	0.73%	10.04%	

* Índice de Sharpe mensal.

Fonte: IpeaData (cotações). Estatísticas estimadas pelo autor

O uso de dados mensais permite aumentar sensivelmente o tamanho da amostra (de 33 observações anuais para 402 observações mensais), resultando em estimativas estatisticamente mais confiáveis, além de apresentarem uma distribuição mais próxima da normal (conforme será visto mais adiante), de acordo com a premissa do modelo.

Uma dificuldade adicional encontrada nas simulações foi o fato de alguns portfólios gerarem retornos abaixo de -100% - isto ocorre principalmente nas simulações com premissas anuais. Assim, se o retorno esperado de mercado é de 30% ao ano e seu desvio-padrão é de 60%, a premissa de distribuição normal resulta em uma probabilidade razoável de ocorrerem cenários com retornos abaixo de -100% (considerando um intervalo de confiança de 3 desvios-padrão, por exemplo). Como na prática este resultado é impossível de acontecer (ao menos no mercado a vista), o número de desvios-padrão considerados da distribuição destes portfólios foi reduzido até o ponto onde não são gerados retornos abaixo de -100%. O corte foi feito nos dois extremos da distribuição, de forma simétrica.

A decisão quanto ao uso de média aritmética ou geométrica dos retornos é uma questão de extrema importância na determinação dos parâmetros das simulações. Se o impacto de assumir uma ou outra média no mercado americano já resulta em divergências razoáveis, no caso do mercado brasileiro as divergências decorrentes do uso de um ou outro critério são muito grandes, principalmente devido à correlação negativa entre os retornos e à grande volatilidade do mercado acionário no Brasil. Exemplos de estimativas do mercado americano mostram que o prêmio pelo risco anual estimado com base na média aritmética

resulta em valores entre 150 e 200 pontos-base (1,5% a 2,0%) acima do prêmio pelo risco anual estimado pela média geométrica para o período de 1926 a 1997 (Damodaran, 1999). No caso brasileiro, a diferença de prêmio pelo risco estimado por uma média e outra pode chegar a mais de 1800 pontos-base (18%) ao ano para o período de 1974 a 2006.

De forma geral, os autores apresentam desvantagens para as duas metodologias *quando o objetivo é estimar retornos no longo prazo*: enquanto o uso da média aritmética tem o defeito de superestimar os retornos no longo prazo, a média geométrica tem o defeito inverso, de subestimar os retornos de longo prazo (Blume, 1974; Indro e Lee, 1997).

Apesar de não haver um consenso para estimativas de longo prazo, diversos autores consideram adequado o uso da média aritmética quando se tratam de estimativas de curto prazo, sendo a média geométrica mais indicada para estimações de longo prazo. Damodaran (1999), por exemplo, menciona as vantagens de cada forma de cálculo, indicando que a média aritmética é adequada para estimativas de prêmio pelo risco de curto prazo (um ano, por exemplo), mas ressaltando que se os retornos históricos forem negativamente correlacionados, a média aritmética tenderá a superestimar o prêmio pelo risco, sendo então mais adequada a média geométrica, principalmente quando os prazos de estimação forem mais longos (5 ou 10 anos). Varga (2001) reforça o uso da média aritmética para períodos intermediários (ou de curto prazo) em contrapartida ao uso da média geométrica para análises de longo prazo. Bodie, Kane e Marcus (2006) também indicam a média aritmética como adequada para referências de curto prazo. Tanto Blume (1974) como Indro e Lee (1997) mostram que quanto menor o horizonte de investimento (N) vis-à-vis o horizonte da amostra histórica (T), maior é a adequação da média aritmética. Inversamente, à medida que N aumenta e se aproxima de T , a média geométrica se torna mais adequada. No limite mínimo, quando $N=1$, a média aritmética é a forma correta de estimar os retornos.

Dado o embasamento teórico apresentado acima, que considera adequado o uso da média aritmética para análises de curto prazo, foi decidido utilizar este critério na estimação dos parâmetros de retorno e risco das simulações do presente trabalho. Assim, para horizontes de decisão mensais, foi utilizada a média aritmética histórica mensal, e para horizontes de decisão anuais, foi utilizada a média aritmética do retorno anual. A média aritmética ainda se justifica pela forma que as informações quanto ao retorno dos ativos chega aos investidores e como estes incorporam mentalmente esta informação (principalmente os investidores individuais): os relatórios das instituições financeiras e as notícias dos jornais normalmente apresentam as taxas de retorno do CDI e do mercado acionário em prazos *anuais* ou *mensais*. Assim, é razoável supor que o investidor toma suas decisões raciocinando nas mesmas

medidas das informações que lhe são apresentadas, e não na forma de uma média geométrica estimada com base em retornos de prazos mais longos.

Deve ficar claro ainda que as médias aritméticas encontradas não foram utilizadas para estimar o retorno de longo prazo, o que certamente seria incorreto, conforme já mostrado pelos autores citados anteriormente (Blume, 1974; Indro e Lee, 1997).

Nesta primeira etapa de simulações, baseada em dados *ex-post*, decidiu-se utilizar como referência três tipos de dados para dar maior abrangência e robustez na análise dos resultados:

- i) média aritmética anual dos dois sub-períodos apresentados acima (1974-1996 e 1997-2006);
- ii) média aritmética móvel anual histórica de 10 anos; e
- iii) médias aritméticas móveis mensais históricas de 10 anos e 5 anos.

Em que pese o fato do sub-período de 1997 a 2006 ter como premissa dados do próprio período amostral, seu uso se justifica pela eventual mudança estrutural de parâmetros que os dados estatísticos acima sugerem.

Os Apêndices III.i a III.iii apresentam as tabelas com os valores de α ótimo (aqueles que maximizam a utilidade esperada da riqueza final do investidor) para diferentes premissas de γ e D e de acordo com cada critério de estimação de expectativas expostos acima (os resultados para valores de γ e D que são classificados como rejeição forte não foram apresentados, conforme definido anteriormente na Seção 3.1). Os anos cujas premissas indicavam prêmio de risco negativo foram excluídos da amostra, já que seus resultados gerariam 100% de investimento em CDI, independentemente do coeficiente de γ e D. O Apêndice III.i apresenta as tabelas resultantes das simulações com base no critério (i) (sub-períodos amostrais de 1974-1996 e 1997-2006). O Apêndice III.ii apresenta o resultado das simulações anuais tendo por base o critério (ii) (média móvel anual histórica de 10 anos) e o Apêndice III.iii apresenta o resultado das simulações anuais tendo por base o critério (iii) (média móvel mensal histórica de 10 e 5 anos).

Com base nos resultados destas simulações, é possível fazer, resumidamente, as seguintes inferências prévias (estas inferências serão complementadas na análise das simulações que utilizam dados *ex-ante* mais à frente):

- A função utilidade tradicional com graus de aversão ao risco (γ) entre 0,5 e 2 gera resultados compatíveis com o comportamento dos fundos de pensão (*incluindo*

fundo Previ) no período de 1997 a 2006 na maioria dos cenários de expectativas com base em dados *ex-post*;

- A função utilidade tradicional com graus de aversão ao risco entre $\gamma=0,5$ e $\gamma=4$ gera resultados compatíveis com o comportamento médio dos fundos de pensão, *excluindo* o fundo Previ, na maioria dos cenários de expectativas com base em dados *ex-post*;
- O comportamento agregado dos investidores individuais é passível de ser replicado pela função utilidade tradicional apenas em alguns anos/cenários. No caso da função com aversão a perdas, o comportamento pode ser replicado por esta função para todo período apenas se considerado um horizonte mensal para tomada de decisão.

Visando evitar a rejeição indevida da hipótese H_0 , a análise acima foi feita utilizando os patamares máximos de cada ano para o alfa real agregado dos investidores individuais, conforme Gráfico 1 da Seção 3.2.

Estas conclusões sugerem, primeiramente, não ser possível rejeitar a hipótese H_0 na forma média ou forte para os fundos de pensão independentemente do prazo utilizado para a estimativa das premissas de retorno e risco, e independentemente de considerar ou não o fundo Previ no cálculo do alfa real.

No caso dos investidores individuais, a análise dos resultados ainda não é conclusiva. Se tomada como base a média histórica entre 1974 e 1996, a função utilidade tradicional gera alfa ótimo de 9,2% para $\gamma=7$. Ou seja, permite replicar o resultado de alguns anos, mas não justifica o baixo investimento da maioria dos anos, principalmente dos primeiros anos da amostra. Se tomada por base a média do próprio período amostral (1997-2006), que ofereceu um prêmio pelo risco menor, é possível replicar o comportamento dos investidores individuais nos 10 anos da amostra com graus de aversão ao risco entre $\gamma=3$ e $\gamma=7$, dentro portanto do intervalo de rejeição (ainda que graus de aversão ao risco entre 3 e 5 sejam rejeitados apenas na forma fraca, graus de aversão ao risco entre 6 e 7 são rejeitados na forma média).

A análise dos resultados com base na média móvel anual de 10 anos (Apêndice III.ii) mostra que o comportamento dos investidores individuais seria rejeitado na forma forte para os anos 1997, 1998, 2000 e 2001 ($\gamma > 7$), enquanto a rejeição na forma média ($5 < \gamma \leq 7$) ocorreria para o ano de 1999. Nos outros anos, o comportamento dos investidores individuais não seria rejeitado ou seria rejeitado apenas na forma fraca.

Quando utilizada a média móvel *mensal* de 10 anos (Apêndice III.iii), é possível rejeitar o comportamento dos investidores individuais na forma forte para os anos 1998 e 2001, e na forma média para os anos 1997, 1999 e 2000. Para a média móvel mensal de 5 anos, a rejeição na forma forte ocorre para os anos 1998, 2001 e 2004, enquanto a rejeição na forma média ocorre para os anos 1997 e 2000. Nos outros anos, a rejeição é apenas fraca ou não há rejeição (os anos de 1999, 2003 e 2005 não foram apresentados na análise com média móvel mensal de 5 anos pois o prêmio pelo risco era negativo).

A comparação dos alfas ótimos gerados pela função preferência com aversão a perdas ($D < 1$) com os alfas reais dos investidores individuais, apesar de apresentar um grau de rejeição menor, também não permite replicar todos cenários de forma adequada. Se utilizada a média do período de 1974 a 1996 como base para expectativas, a função com aversão a perdas permite replicar o comportamento de todos anos, exceto 1997 e 1998. O período de 1999 em diante pode ser replicado, por exemplo, por valores de $\gamma=2$ e $0,6 < D < 0,7$, não sendo possível rejeitar a função preferência com aversão a perdas nestes anos para qualquer nível de rejeição. No entanto, se tomado como base expectativas estimadas com base nos dados do próprio período de 1997 a 2006, a função preferência com aversão a perdas pouco agrega aos resultados da função utilidade tradicional. Isto ocorre porque, à medida que se analisa portfólios com baixo investimento em ações, as possibilidades de retorno negativo são mínimas, neutralizando o impacto da aversão a perdas. O uso de uma função preferência com aversão a perdas que tem como valor referencial (para diferenciar ganhos e perdas) o retorno do ativo livre de risco é menos suscetível a este tipo de problema, como será visto mais adiante. A análise dos resultados com base na média móvel anual de 10 anos mostra resultados similares ao período de 1997 a 2006: a função preferência com aversão a perdas pouco agrega aos resultados obtidos pela função tradicional.

Quando utilizada a média móvel *mensal* de 10 ou 5 anos como premissa para expectativas, nota-se que não é possível rejeitar a função com aversão a perdas em nenhum ano entre 1997 e 2006, já que parâmetros nos intervalos $0,5 \leq \gamma \leq 2$ e $0,6 \leq D \leq 1$ permitem replicar o comportamento destes investidores em todos anos.

Resumidamente, os resultados gerais das simulações dos modelos com dados ex-post sugerem que a hipótese nula (H_0) não deve ser rejeitada para os fundos de pensão. No caso do comportamento agregado dos investidores individuais, a rejeição ou não da hipótese nula é menos clara dada a dificuldade do modelo em replicar o comportamento dos investidores em alguns anos e em alguns cenários. A aplicação de uma função com aversão a perdas se

mostrou uma substituição mais adequada para horizontes de decisão mensais, mas sua adequação para horizontes de decisão anuais também não é óbvia.

A análise com dados ex-ante (com a aplicação do índice de Sharpe) na próxima parte permitirá compreender melhor o comportamento de cada modelo em diferentes cenários de prêmio pelo risco. A terceira parte completará esta seção apresentando os resultados de simulações de uma função preferência com aversão a perdas com valor referencial equivalente ao retorno do ativo livre de risco.

4.2 DADOS EX-ANTE COMO PARÂMETROS PARA EXPECTATIVAS

Apesar da importância do uso de dados históricos como referência para o comportamento real dos ativos, o uso de dados passados não permite incorporar eventuais expectativas de mudanças que os investidores tenham quanto ao comportamento futuro dos retornos. A existência de novas informações que não são captadas nos dados históricos (e.g., expectativa de maior ou menor volatilidade no mercado, ciclos econômicos, mudanças de política econômica, etc) pode reduzir substancialmente a capacidade das informações passadas em refletir adequadamente a expectativa dos investidores quanto ao comportamento futuro dos ativos, principalmente quando se tratam de decisões de curto prazo.

Minardi e Sanvicente (2006) ressaltam a importância de se estimar expectativas de mercado com base em dados ex-ante, já que este tipo de metodologia pode gerar prêmios pelo risco bastante diferentes daqueles estimados com base em dados históricos. O trecho abaixo, extraído do artigo, justifica este raciocínio:

“O prêmio de mercado medido em Mehra e Prescott (1985), e que deu origem à discussão do enigma, foi medido de maneira ex post, ou seja, a partir das diferenças históricas entre os retornos de mercado, ou seja, de um índice de ações, e a taxa livre de risco, apurada pela taxa de retorno de títulos governamentais.

Existe uma outra maneira de medir o prêmio pelo risco de mercado, através de um conceito ex ante. Essa medida olha à frente e consiste no prêmio pelo risco que se espera vigorar no futuro, ou ainda, o prêmio de mercado condicionado ao estado corrente da economia. Após um mercado aquecido, as ações estão muito altas relativamente aos seus fundamentos, o mercado subiu rapidamente, e o prêmio ex post ou realizado é muito alto. Neste período, entretanto, é quando o prêmio ex ante ou esperado é menor. Após um período de baixa do mercado, o prêmio realizado é muito baixo, enquanto o prêmio esperado é alto.

(...) Qual dessas interpretações de prêmio pelo risco - ex post ou ex ante – é relevante para um investidor? A escolha depende do horizonte planejado. O prêmio pelo risco realizado, documentado por Mehra e Prescott (1985), certamente reflete horizontes de investimento muito longos, e não está relacionado com o prêmio que deverá prevalecer nos dois próximos anos.”

O uso de dados ex-ante torna-se uma metodologia mais adequada, portanto, principalmente quando trata-se de análise de curto prazo, pois permite ao modelo incorporar a chegada de novas informações e estimar o prêmio pelo risco de mercado com base nestas novas informações. Modelos que pressupõem horizontes de decisão de curto prazo exigem premissas coerentes com este comportamento. Desta forma, referências de retorno e risco derivadas de modelos de equilíbrio de longo prazo não são adequadas a este tipo de análise.

Visando compatibilizar a forma de estimação das expectativas com o horizonte de decisão de curto prazo, decidiu-se adotar referências de expectativas de retorno e risco que estivessem mais próximas da realidade do período amostral analisado. Para tanto, decidiu-se utilizar as seguintes metodologias para estimar as expectativas para cada uma das três variáveis em questão (estas metodologias serão melhor detalhadas a seguir):

- taxa livre de risco: estimada com base no retorno implícito nos contratos futuros de DI negociados na BM&F nos primeiros meses de vencimento de cada ano (foram considerados apenas os contratos com liquidez diária);
- risco (desvio-padrão) de mercado: estimado pelo método EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*);
- retorno de mercado: estimado com base no índice de Sharpe, tendo por base quatro diferentes parâmetros de prêmio pelo risco para cada ano determinados de acordo com dados realizados deste índice nos mercados brasileiro e americano.

As metodologias são detalhadas a seguir:

Para a expectativa de retorno anual do ativo livre de risco (CDI), foi utilizado o retorno embutido nos contratos futuros de taxa de juros (DI) negociados na BM&F com vencimentos mais próximos à data da decisão (ou seja, os primeiros vencimentos de cada ano). Dada a baixa liquidez dos contratos futuros com vencimento em um prazo maior do que três meses da data de referência (principalmente nos primeiros anos da amostra), foi utilizada a variação média prevista pelos contratos com alguma liquidez (volume negociado maior do que zero).

O quadro abaixo apresenta os retornos anuais nominais esperados do CDI estimados com base na metodologia descrita acima, assim como o valor do CDI deflacionado pela inflação prevista em cada ano e as taxas anuais efetivas do CDI (para comparação):

Quadro 4: Expectativa de Rendimento Anual do Ativo Livre de Risco (CDI)

Ano	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
CDI estimado nominal *	21.82%	35.59%	27.94%	18.25%	14.94%	18.02%	24.24%	15.20%	17.05%	16.32%
Inflação estimada **	7.50%	5.00%	7.00%	6.40%	4.34%	4.84%	13.24%	5.92%	6.08%	4.46%
CDI estimado real (deflacionado)	13.32%	29.13%	19.57%	11.13%	10.16%	12.57%	9.72%	8.76%	10.35%	11.35%
CDI realizado nominal	24.78%	28.79%	25.59%	17.43%	17.32%	19.17%	23.35%	16.25%	19.05%	15.08%

* Estimativa com base nos contratos futuros de DI negociados na BM&F no início de cada ano. Fonte: BM&F

** Inflação estimada no início de cada ano. Fonte: relatórios do Banco Central e IPEADData (1999 a 2006), dados do autor (1997 e 1998)

Os dados utilizados nas simulações são as taxas estimadas *deflacionadas* do CDI, uma vez que o objetivo é identificar o portfólio ótimo sem considerar o efeito da inflação no processo decisório do investidor.

Para a estimação da expectativa de risco (desvio-padrão) do mercado acionário para cada ano foi utilizada a metodologia do EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*), uma média móvel das observações históricas que permite dar maior peso aos eventos mais recentes. O conceito da média móvel geométrica foi inicialmente desenvolvido por Roberts (1959) para determinar novas formas de controlar processos na área de engenharia e posteriormente aplicado pelo banco J.P. Morgan para previsão da volatilidade do retorno de ativos através da seguinte fórmula (RiskMetrics, 1996):

$$\sigma_t^2 = EWMA = (1 - \lambda) \sum_{j=1}^L \lambda^{j-1} r_{t-j}^2$$

onde σ_{t+1}^2 = previsão da variância para t

λ = fator de decaimento

r_{t-j} = retorno do período t-j

L = número de observações consideradas

Apesar de não haver um valor pré-determinado para λ , a grande maioria dos artigos de finanças que aplicam esta metodologia para estimar o risco do mercado acionário utilizam fatores de decaimento que variam entre 0,90 e 0,97, sendo que parte deles aplica o fator de decaimento de 0,94 inicialmente proposto pela Riskmetrics (RiskMetrics, 1996; Sant'anna e Rossi, 2002; Bertucci, Souza e Felix, 2006). O fator de decaimento adequado é aquele que minimiza o quadrado da diferença entre o valor previsto e o valor real.

Através da minimização dos erros ao quadrado de previsão da volatilidade do mercado acionário para o período de 1997-2006, encontrou-se um fator de decaimento de $\lambda=0,91$. Para estimar este fator, foram consideradas todas observações mensais de retorno desde 1974 até o

mês anterior a cada ano que se deseja prever o desvio-padrão. Assim, a fórmula do EWMA apresentada acima foi utilizada para prever o desvio-padrão do retorno mensal, e este desvio-padrão foi posteriormente anualizado pela fórmula $DP_{\text{anual}} = DP_{\text{mensal}} \times \sqrt{12}$. Este critério permitiu utilizar uma base histórica maior, necessária para a aplicação desta metodologia.

O quadro a seguir apresenta o desvio-padrão anualizado previsto pelo EWMA, assim como o desvio-padrão anualizado estimado com base nas variações mensais do Ibovespa de cada ano do período de 1997 a 2006. Os valores do retorno do Ibovespa utilizados para cálculo do desvio-padrão foram deflacionados pelo IPC-FIPE.

Quadro 5: Desvio-Padrão Realizado e Estimado

Ano	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Desvio-padrão real *	41.0%	59.1%	35.3%	30.5%	34.2%	35.2%	23.9%	18.1%	27.9%	20.6%
Desvio-padrão estimado **	46.6%	44.6%	56.3%	49.9%	38.5%	34.8%	36.0%	33.4%	24.5%	25.4%

* Desvio-padrão anualizado do retorno mensal deflacionado

** Estimado pelo método EWMA

Os desvios-padrão estimados acima serão, portanto, utilizados como parâmetros para a expectativa de risco do retorno anual do mercado acionário brasileiro.

O uso do índice de Sharpe para se estimar o prêmio pelo risco de mercado tem a vantagem de ser calculado em função das expectativas de retorno do CDI e do risco de mercado, evitando resultados distorcidos onde o prêmio é muito baixo ou até negativo, caso em que os investidores não investiriam no mercado acionário. Este tipo de distorção pode ocorrer quando se utiliza modelos de previsão onde as estimativas de risco e prêmio pelo risco não estão vinculadas, como o método dos dividendos descontados. Desta forma, com o índice de Sharpe a estimativa de retorno de mercado fica restrita à análise e à discussão de patamares adequados de um único índice.

O uso do índice de Sharpe apresenta ainda a vantagem de incorporar no modelo a premissa econômica do prêmio pelo risco, coerente com modelos econômicos e financeiros, como o CAPM ou o CCAPM. Adicionalmente, permite obter uma melhor sensibilidade de cada função utilidade para variações do prêmio pelo risco, como será visto a seguir, possibilitando interpretações mais adequadas dos resultados de cada função utilidade, das justificativas para determinados tipos de comportamento e de suas implicações econômicas.

Várias outras metodologias de estimação de expectativa de retorno de mercado foram descartadas por diversas razões, entre as quais:

- Método dos dividendos descontados: dificuldade de se estimar o retorno de mercado dada a alta volatilidade dos dividendos distribuídos pelas empresas brasileiras; falta de vínculo com risco, gerando resultados conflitantes, como

retorno de mercado menor que taxa livre de risco; dependência da alta volatilidade do lucro das empresas brasileiras (foram feitas tentativas de se estimar o retorno esperado do mercado acionário com base na fórmula de Gordon e com dados de dividendos distribuídos pelas empresas brasileiras, mas não foi possível chegar a resultados razoáveis devido à volatilidade dos dividendos distribuídos);

- CAPM internacional: metodologia sugerida por Damodaran (1999), mas que gera retornos em dólar, incompatível com o modelo desta tese, que busca replicar o comportamento de investidores brasileiros, e que portanto não têm o dólar como referência monetária;
- Retorno implícito em contratos futuros do Ibovespa negociados na BM&F: os contratos futuros da BM&F apresentam *backwardation* (preço futuro menor do que preço a vista) em vários vencimentos, comportamento este que sugere concentração de *hedgers* em uma ponta do contrato, conforme identificado por Sassatani e Securato (1998). Este comportamento foi confirmado em testes com dados mais recentes (resultados não apresentados no trabalho);
- Estimativa de analistas: alguns autores estimam o retorno de mercado com base em previsão de analistas. Este método, além de se basear em previsões possivelmente viesadas (Fama e French, 2002; Gu e Wu, 2003), é inviável no Brasil por não existir ainda um histórico sistemático e organizado por um longo período para este tipo de previsão.

Foram utilizados quatro valores para o índice de Sharpe (IS): IS=0,15, IS=0,2, IS=0,3 e IS=0,4, tendo como referência os prêmios historicamente pagos pelo mercado brasileiro e, secundariamente, pelo mercado americano. Conforme sugerem os dados apresentados por Damodaran (1999), o prêmio pelo risco do mercado acionário americano equivale a um índice de Sharpe entre IS=0,3 e IS=0,4, dependendo dos parâmetros utilizados para medir os retornos de mercado e do ativo livre de risco. No período de 1974 a 2006 (mesmo período da amostra de dados do mercado brasileiro), por exemplo, o índice S&P500, ajustado pelos dividendos distribuídos, e o Treasury Bill geraram retorno médio aritmético deflacionado de 8,4% e 1,6%, respectivamente. Considerando-se ainda o desvio-padrão do retorno anual deflacionado do índice S&P500 de 16,8%, o índice de Sharpe resultante para o mercado americano é de 0,40, conforme fórmula abaixo:

$$IS = \frac{R_m - R_f}{\sigma_m} = \frac{6,8\%}{16,8\%} = 0,40$$

Se a estimação fosse feita com base em um período mais longo, entre 1928 e 2006 por exemplo, o índice de Sharpe se manteria praticamente o mesmo, passando para $IS=0,38$. Ainda que a relação histórica de *prêmio pelo risco / risco incorrido* no Brasil tenha sido menor do que a apresentada no mercado americano, é interessante ter a sensibilidade dos modelos para estes índices, uma vez que o mercado acionário americano é mais maduro e tido como mais eficiente, sendo portanto uma referência plausível do prêmio pelo risco exigido dos investidores ao investir no mercado acionário. Adicionalmente, a forte presença de investidores estrangeiros no mercado acionário brasileiro e a crescente participação de ADRs de empresas brasileiras nas bolsas americanas contribuem para uma aproximação dos prêmios pelo risco pagos nestes mercados, ainda que os dados históricos sugiram que o mercado brasileiro tenha pago prêmios pelo risco proporcionalmente menores em relação ao risco incorrido, conforme será visto a seguir.

O quadro abaixo, que já foi apresentado na seção anterior, replica os dados históricos do mercado brasileiro calculados com base em retornos anuais (média aritmética dos dados deflacionados). Através deste quadro é possível observar que o índice de Sharpe no Brasil se situa no intervalo entre 0,16 e 0,28.

Quadro 6: Mensuração do Índice de Sharpe no Brasil

Base: Dados Anuais

Período	Retorno Médio		Desvio		Índice de Sharpe
	Ibovespa	CDI	Ibovespa	Prêmio	
1974-2006	31.1%	9.9%	84.2%	21.2%	0.25
1974-1996	34.8%	7.9%	95.8%	26.9%	0.28
1997-2006	22.7%	14.5%	51.8%	8.1%	0.16

Nota: dados deflacionados

Portanto, os quatro valores adotados para o índice de Sharpe abrangem praticamente todos valores factíveis tendo por base o histórico dos mercados brasileiro e americano.

A primeira página do Apêndice IV apresenta o conjunto de premissas da análise ex-ante para os 10 anos do período amostral analisado e para cada valor do índice de Sharpe determinado anteriormente. O índice de Sharpe de $IS=0,2$ gera prêmios anuais pelo risco variando entre 5,2% e 9,6%, próximos ao prêmio médio realizado no período entre 1997 e 2006, de 8,1%, conforme mostrado no quadro acima. Apesar do histórico anual do período 1974-1996 mostrar um prêmio médio de 26,9%, não é possível replicar estes valores para o período de 1997-2006, mesmo ao se assumir um índice de Sharpe elevado (e.g., $IS=0,4$). Isto decorre da redução da volatilidade do mercado acionário brasileiro no período mais recente, o que implica na redução do prêmio pelo risco absoluto exigido nos 10 anos da amostra.

As páginas seguintes do Apêndice IV apresentam o valor de α ótimo (portfólio que maximiza a utilidade) para os quatro cenários do índice de Sharpe e para diferentes valores de aversão ao risco (γ) e aversão a perdas (D). Comparando os resultados deste apêndice com os alfas reais dos fundos de pensão e dos investidores individuais, é possível fazer as seguintes inferências (conforme ressaltado anteriormente, a análise utiliza como referência o teto máximo do alfa real anual no caso dos investidores individuais, de forma a tornar a rejeição das hipóteses mais conservadora):

- Quando considerados cenários com índices de Sharpe dentro de um intervalo coerente com o histórico do mercado brasileiro (entre 0,15 e 0,3), a função utilidade tradicional permite replicar o comportamento médio dos fundos de pensão (incluindo o fundo Previ) para graus de aversão ao risco (γ) entre 0,5 e 5,0. Mesmo quando considerado índice de Sharpe de 0,4 (que é elevado comparativamente ao histórico brasileiro), é possível replicar o comportamento destes investidores com graus de aversão ao risco até $\gamma=5,0$, exceto para os anos 2005 e 2006. Portanto, o uso da função utilidade tradicional não é rejeitado, ou é rejeitado apenas na forma fraca, sugerindo que a hipótese H_0 não deve ser rejeitada para estes investidores;
- O comportamento agregado dos fundos de pensão, excluindo-se o fundo Previ, pode ser replicado por uma função utilidade tradicional com graus de aversão ao risco até $\gamma=5,0$ para índices de Sharpe de 0,15 e 0,2, exceto para o ano de 2005, quando o comportamento agregado destes fundos só pode ser replicado com grau de aversão ao risco acima de $\gamma=5,0$ no cenário com índice de Sharpe de 0,2. Para expectativas de prêmios altos ($IS=0,3$ ou $0,4$), no entanto, a função utilidade tradicional é rejeitada na forma média ou na forma forte em vários anos;
- O uso da função utilidade tradicional para replicar o comportamento dos investidores individuais (hipótese H_0) é rejeitado na forma forte ou média para a maioria dos cenários, exceto em alguns anos/cenários, quando é rejeitado na forma fraca. O uso de uma função preferência com aversão a perdas (hipótese H_1) também é rejeitado na forma forte ou média na maioria dos cenários/anos, exceto no cenário com índice de Sharpe de 0,15, quando é rejeitado na forma fraca em alguns anos, e na forma média e forte em outros.

As colocações acima reforçam as duas principais conclusões feitas anteriormente na análise *ex-post*, de que: i) não é possível rejeitar a hipótese nula para o comportamento

agregado dos fundos de pensão *com* o fundo previ; e ii) tanto a hipótese H_0 como a hipótese alternativa H_1 , apesar de não rejeitadas completamente, apresentam baixa capacidade de replicação do comportamento dos investidores individuais. No caso dos fundos de pensão *sem* o fundo Previ, apesar da não-rejeição da hipótese nula não ser clara, sugere que, supondo que as expectativas de prêmio pelo risco sejam definidas ex-ante de forma coerente com o histórico brasileiro (índice de Sharpe entre 0,15 e 0,3), a função utilidade tradicional é rejeitada na forma média e forte em vários anos.

A rejeição da função com aversão a perdas como modelo representativo do comportamento agregado dos investidores individuais, no entanto, se refere à forma do modelo onde o valor referencial que diferencia ganhos e perdas (V_r) equivale ao retorno nulo (ou, em outras palavras, a manter a riqueza inicial W_0). Como será visto a seguir, a definição do valor referencial é subjetiva, mas alguns autores sugerem utilizar como retorno mínimo exigido a taxa livre de risco (e.g., Barberis, Huang e Santos, 2001)

A incapacidade da função preferência com aversão a perdas em replicar melhor o comportamento dos investidores individuais pode ser explicada matematicamente pela probabilidade de ocorrência de retornos negativos quando se supõe uma distribuição normal. Dada a premissa de que o ativo sem risco (R_f) tem desvio-padrão igual a zero, o risco da carteira composta pelo ativo com risco e pelo ativo sem risco é dado por:

$$DP(R_p) = \alpha DP(R_m)$$

Onde $DP(R_p)$ = desvio-padrão do retorno do portfólio

$DP(R_m)$ = desvio-padrão do retorno do ativo com risco

α = participação do ativo com risco no portfólio

Como o intervalo de três desvios-padrão acima e abaixo da média abrangem praticamente 100% da probabilidade de ocorrências em uma distribuição normal, é possível inferir que, se:

$$E(R_p) > 3DP(R_p),$$

então todos os possíveis estados de ocorrência terão retornos positivos, o que anula o impacto da presença da aversão a perdas (D). E como o risco do portfólio cai a uma velocidade maior do que a queda do retorno à medida que α diminui (uma vez que $E(R_p) = E(R_m)\alpha + E(R_f)(1-\alpha)$), a inequação acima se torna verdadeira antes que α se aproxime de zero.

4.3 TAXA LIVRE DE RISCO COMO VALOR REFERENCIAL PARA DIFERENCIAÇÃO DE GANHOS E PERDAS

As simulações feitas até agora tinham como pressuposto que o valor referencial (V_r da função preferência com aversão a perdas, conforme apresentado na Seção 3) utilizado para diferenciar ganhos e perdas é dado pelo retorno nulo. Ou seja, na distribuição de possíveis retornos do portfólio do investidor, todos aqueles retornos negativos são considerados perdas e todos retornos positivos são considerados ganhos.

A premissa quanto ao valor de referência é subjetiva e vários autores, como Barberis, Huang e Santos (2001), já aplicaram em seus modelos valores de referência diferentes do retorno nulo, sendo que normalmente a própria taxa livre de risco é utilizada como valor de referência. No mercado brasileiro, não há um consenso de qual seria a melhor referência para taxa livre de risco: o rendimento da poupança ou a taxa Selic/CDI. Dado que a taxa CDI foi utilizada como referência para taxa livre de risco nos modelos deste trabalho, será utilizada também como valor referencial na função preferência com aversão a perdas na presente análise.

Além das implicações comportamentais, esta nova configuração da função preferência com aversão a perdas torna-a mais sensível a mudanças no horizonte de reavaliação do portfólio: a premissa de $V_r > W_0$ permite “calibrar” o modelo de preferência com aversão a perdas para variações no horizonte de reavaliação de forma que o aumento do prazo seja de alguma forma acompanhado pelo aumento do ponto de impacto do coeficiente de aversão a perdas (D). Isto ocorre pois, ao se considerar uma determinada taxa de retorno como referência, ela aumenta com o prazo de reavaliação, comportamento este que não ocorre quando se assume valor referencial igual à riqueza inicial W_0 . Quando $V_r = W_0$, a ampliação do horizonte de decisão gera redução do impacto da aversão a perdas, tornando o impacto tão menor quanto maior for o horizonte de decisão.

É importante lembrar que, caso fosse utilizado o rendimento da poupança como referência de retorno livre de risco, as simulações de maximização gerariam α s maiores do que os obtidos anteriormente – isto ocorre porque, como a poupança tem um retorno menor do que o CDI, o investidor teria menor incentivo para deixar parte da sua riqueza rendendo a esta taxa menor. Adicionalmente, a substituição do rendimento do CDI pela poupança como valor referencial (V_r) para diferenciar ganhos e perdas também resultaria em α s mais altos, pois haveria uma probabilidade menor de perdas em relação ao total da distribuição para um mesmo conjunto de premissas, resultando em um impacto menor do coeficiente de aversão a

perdas. Desta forma, o uso do CDI torna os testes das hipóteses H_0 e H_1 mais conservadores (no sentido de rejeitar as hipóteses com menor frequência do que seriam rejeitadas se fosse utilizada a poupança no lugar do CDI).

O Apêndice V apresenta os resultados das simulações com as premissas ex-ante tendo como valor de referência a riqueza inicial mais a expectativa de retorno do CDI de cada ano. Neste modelo, todos cenários com retornos abaixo da taxa do CDI recebem um peso maior do que os cenários com retornos acima desta taxa (impacto do coeficiente de aversão a perdas), e não somente aqueles com retorno menor do que zero. Desta forma, neste tipo de configuração da função preferência com aversão a perdas, a utilidade resultante de um determinado investimento no ativo com risco é menor do que quando o valor referencial é a riqueza inicial investida, *ceteris paribus*.

O Apêndice V mostra que, sob esta nova configuração, a função preferência com aversão a perdas permite gerar resultados coerentes com o comportamento real dos investidores individuais nos 10 anos da amostra. Para cenários de expectativas de $IS=0,15$ ou $IS=0,2$ (próximos portanto ao índice efetivamente realizado no período da amostra), os níveis reais de investimento dos investidores individuais no mercado acionário podem ser replicados por uma função preferência com aversão a perdas que tenha, por exemplo, coeficiente de aversão ao risco de $\gamma=2$ e coeficiente de aversão a perdas (D) entre 0,6 e 0,9. Outras combinações de aversão ao risco e aversão a perdas também permitem gerar resultados similares ao comportamento real dos investidores individuais no período da amostra, mas teriam níveis de rejeição mais elevados (note que o intervalo mencionado acima se situa na região onde não há rejeição da hipótese H_1 em nenhum nível, conforme parâmetros definidos na Seção 3.1).

Mesmo se considerado um índice de Sharpe de 0,3 (elevado portanto para os parâmetros históricos de prêmio pelo risco no Brasil), ainda é possível replicar o comportamento dos investidores individuais utilizando a função preferência com aversão a perdas dentro de um intervalo de parâmetros aceitáveis, mesmo que com coeficientes de aversão a perdas mais baixos (por exemplo, $\gamma=2,0$ e $0,5 \leq D \leq 0,6$). Em outras palavras, mesmo que os investidores individuais tivessem uma expectativa elevada em relação ao prêmio pelo risco esperado do mercado acionário, não é possível rejeitar a hipótese H_1 (é importante lembrar aqui que a hipótese H_0 já havia sido rejeitada para os investidores individuais na análise desenvolvida nas seções anteriores e, portanto, a análise nesta seção se restringe apenas ao teste da hipótese H_1).

Por outro lado, se for considerada como premissa adequada um prêmio pelo risco equivalente ao do mercado americano ($IS=0,4$), o comportamento dos investidores individuais passa a ser coerente apenas se considerados coeficientes mais baixos de aversão a perdas, ainda que dentro de um nível de rejeição apenas fraco para a hipótese H_1 ($\gamma=2,0$ e $0,4 \leq D < 0,5$). No entanto, o índice de Sharpe de 0,4 pressupõe um prêmio pelo risco fora dos padrões históricos do mercado brasileiro e representa portanto uma expectativa pouco razoável para os investidores locais tendo em vista que o prêmio pelo risco local se situou entre 0,16 e 0,28 dependendo do período/critério utilizado.

Estes resultados permitem concluir que a rejeição anterior da preferência com aversão a perdas seja em decorrência do uso de um valor referencial inadequado, e sugere que, na média, o investidor individual brasileiro possivelmente apresenta aversão a perdas para retornos abaixo da taxa livre de risco. Ainda que a taxa livre de risco não seja a única forma de determinação do valor referencial para diferenciar ganhos e perdas, as simulações mostram que um valor referencial equivalente à riqueza inicial não permite replicar o comportamento agregado destes investidores. Este resultado é justificável do ponto de vista comportamental, uma vez que, dada a existência de uma opção de investimento sem risco e com um retorno elevado, é razoável supor que os investidores que apresentem aversão a perdas na forma proposta utilizem como referência este retorno mínimo, abaixo do qual os retornos sofrerão o impacto do coeficiente de aversão a perdas.

Resumidamente, é possível extrair os seguintes resultados das simulações como um todo:

- i) a função utilidade tradicional *não* é rejeitada como modelo representativo do comportamento agregado dos fundos de pensão;
- ii) a função utilidade tradicional *é rejeitada* como modelo representativo do comportamento agregado dos investidores individuais (rejeição da hipótese H_0);
- iii) não é possível rejeitar a adequação da função preferência com aversão a perdas como modelo representativo do comportamento agregado dos investidores individuais *desde que se considere como valor referencial a riqueza inicial mais a taxa livre de risco*.

Ainda que não seja possível compreender com mais detalhes o processo decisório de cada indivíduo a partir dos dados agregados (questão que será discutida mais adiante), esta análise permite antecipar que, uma vez rejeitada a adequação da função utilidade tradicional para os dados agregados, é possível rejeitá-la como modelo adequado também para o nível de

decisão individual, ao menos para a maior parte dos investidores (caso contrário, não seria possível rejeitar o comportamento agregado, já que este representa a média do comportamento dos indivíduos isolados).

Exemplificando, suponha uma economia composta por apenas dois investidores individuais, I_1 e I_2 , respectivamente com 20% e 80% do total de ativos. Caso o alfa real (participação das ações no portfólio ótimo) agregado destes investidores individuais seja de 7%, a hipótese H_0 seria rejeitada para o comportamento agregado destes investidores na maioria dos anos/cenários. Neste caso, a análise agregada poderia ser criticada por não permitir interpretar o comportamento individual de cada um dos dois investidores, I_1 e I_2 , mas certamente a rejeição da hipótese H_0 continuaria válida para pelo menos um dos investidores. Caso o alfa real do investidor I_1 seja, por exemplo, de 35%, a hipótese H_0 não seria rejeitada especificamente para este investidor, mas certamente seria rejeitada para o investidor I_2 (que, por dedução, tem alfa real de 0%). É fácil notar que esta lógica é válida para qualquer combinação de alfas, quantidade de investidores e percentuais de participação na economia. De fato, no exemplo acima é possível rejeitar H_0 para ambos investidores para várias combinações de alfa real e participação na economia, mas sob nenhuma condição é possível aceitar a hipótese H_0 para todos investidores enquanto a hipótese H_0 for rejeitada para o alfa agregado.

5 DETERMINAÇÃO DO MODELO MAIS ADEQUADO PARA O PERÍODO AMOSTRAL E SIMULAÇÕES COM ESTIMATIVAS FUTURAS

Esta seção tem dois objetivos: i) identificar o modelo com melhor capacidade para replicar os alfas reais de 1997 a 2006 para os dados agregados de cada um dos dois investidores analisados; e ii) avaliar os resultados que os modelos geram para anos futuros supondo alguns cenários de retorno e risco para os dois ativos considerados no modelo (ativo com risco e sem risco). A primeira etapa servirá para estimar quais valores de aversão ao risco (γ) e aversão a perdas (D) geram resultados mais próximos aos dados reais de investimento em ações entre 1997 e 2006 para os dois tipos de investidores em análise. A segunda etapa, que utilizará como referência os resultados da primeira, permitirá verificar a sensibilidade do comportamento dos dois tipos de investidores para variações nas premissas de retorno e risco dos dois ativos.

A metodologia da primeira etapa consiste em encontrar os valores ótimos de γ e D que minimizam a diferença entre os α s reais e os α s estimados no período entre 1997 e 2006 para cada tipo de investidor. Supondo, por exemplo, um índice de Sharpe de 0,2 (próximo portanto ao realizado no período amostral), a forma funcional que se situa na região de não-rejeição que tem a melhor capacidade de replicar o comportamento dos *investidores individuais* no período analisado é aquela com aversão ao risco $\gamma=2,0$ e aversão a perdas $D=0,7$ e com valor referencial (para diferenciar ganhos e perdas) equivalente à taxa CDI. Esta função permite replicar o alfa real anual destes investidores de forma bastante similar, como um erro anual médio de apenas 1,2%, tendo por base o conjunto de expectativas ex-ante descritas anteriormente. (O erro representa a diferença média anual, em módulo, entre o alfa ótimo estimado pela função e o alfa real dos investidores individuais entre 1997 e 2006. A base para comparação são os valores máximos do intervalo de α s reais dos investidores individuais apresentados no Gráfico 1).

No caso dos *fundos de pensão*, dado que a função utilidade tradicional não foi rejeitada, a seleção da forma ótima ficará restrita a este tipo de função (i.e., sem aversão a perdas). Neste caso, a função que melhor representa o comportamento destes investidores é a função com grau de aversão ao risco $\gamma=2$. Ao contrário dos investidores individuais, no entanto, esta função apresenta um erro anual médio (em módulo) mais elevado, em torno de 9,5%. A dificuldade de replicação do comportamento dos fundos de pensão poderia ser justificada possivelmente por uma, ou uma combinação, das razões a seguir: i) impacto das restrições regulatórias na flexibilidade dos fundos em escolher a composição ótima dos seus

portfólios; ii) mudança de grau de aversão ao risco dos fundos ao longo do período; iii) horizonte de reavaliação dos fundos mais longo, menos suscetível portanto a variações nas expectativas de curto prazo; iv) incapacidade das premissas de refletir as expectativas reais dos fundos de pensão quanto ao retorno e risco dos ativos.

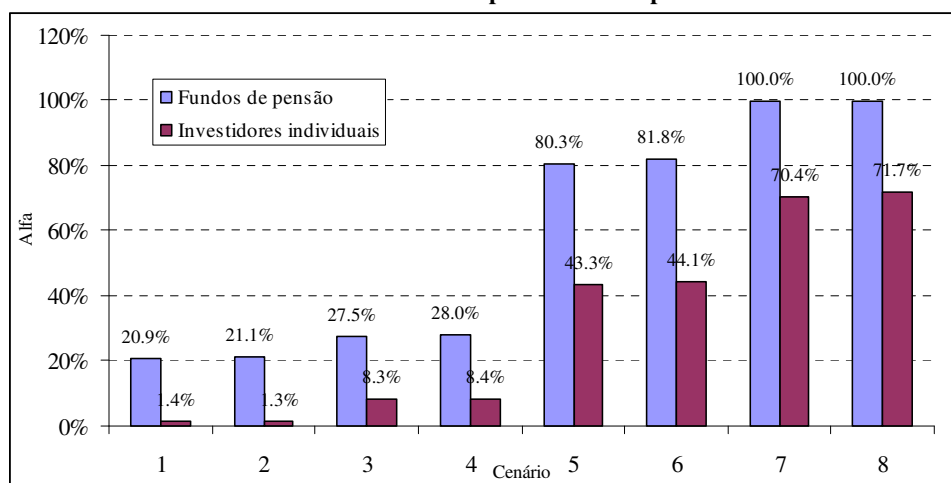
É importante ressaltar que a análise acima não implica na inadequação da função utilidade tradicional, mas apenas na instabilidade do grau de aversão ao risco, pois a análise ano a ano dos resultados das simulações demonstra que é possível replicar o comportamento dos fundos de pensão através da função utilidade tradicional com graus de aversão ao risco até $\gamma=4$ para praticamente todo período amostral quando considerado índice de Sharpe de 0,2, não permitindo portanto a rejeição média ou forte da hipótese H_0 para os dados agregados dos fundos de pensão.

Para desenvolver a análise de sensibilidade dos investidores a mudanças de cenários, foi escolhida a combinação de coeficientes de aversão ao risco e aversão a perdas que melhor representaram o comportamento de cada investidor no período amostral, conforme apresentado acima. No caso dos fundos de pensão, portanto, os cenários que serão simulados a seguir supõem uma função utilidade tradicional com grau de aversão ao risco de $\gamma=2$ e para os investidores individuais supõem a função preferência com aversão a perdas com $\gamma=2$ e $D=0,7$.

Foram simulados oito cenários futuros resultantes da combinação das seguintes premissas: taxa CDI real de 6% e 8% ao ano, desvio-padrão do retorno anual deflacionado do mercado acionário de 20% e 40% e prêmio anual pelo risco de 6% e 8% (estes prêmios pelo risco resultam em índices de Sharpe equivalentes aos testados anteriormente). O quadro abaixo apresenta as premissas de cada cenário, enquanto o gráfico que segue apresenta os alfas ótimos resultantes da otimização das duas funções selecionadas para cada cenário:

Quadro 7: Conjunto de Premissas para os Cenários Simulados

Cenário	Retorno Mercado	Taxa CDI	Desvio Mercado	Prêmio Risco	Índice Sharpe
1	12.0%	6.0%	40.0%	6%	0.15
2	14.0%	8.0%	40.0%	6%	0.15
3	14.0%	6.0%	40.0%	8%	0.20
4	16.0%	8.0%	40.0%	8%	0.20
5	12.0%	6.0%	20.0%	6%	0.30
6	14.0%	8.0%	20.0%	6%	0.30
7	14.0%	6.0%	20.0%	8%	0.40
8	16.0%	8.0%	20.0%	8%	0.40

Gráfico 8: Investimento Ótimo por Cenário/Tipo de Investidor

Nota: Para os fundos de pensão foi considerada a função utilidade tradicional com $\gamma=2$ e para os investidores individuais foi assumida a função preferência com $\gamma=2$ e $D=0,7$

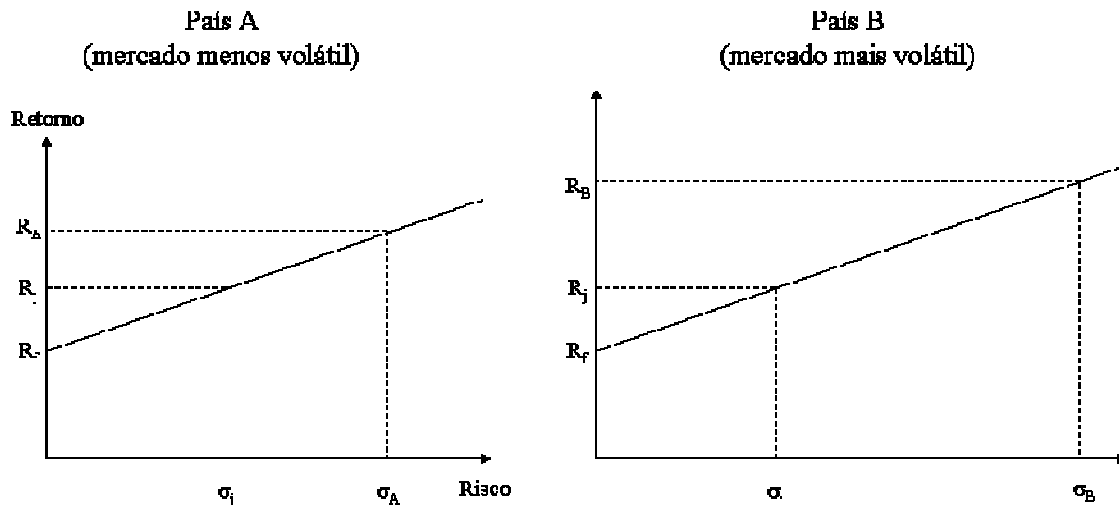
É possível notar pelos resultados acima que aqueles cenários que têm como premissa o mesmo índice de Sharpe e o mesmo prêmio pelo risco, apresentam os mesmos resultados de alfa ótimo. Ainda que este comportamento esteja em conformidade com a expectativa de racionalidade do investidor, que mantém sua opção de portfólio ótimo para cenários que apresentam a mesma relação retorno/risco, falha em prever mudanças na composição do portfólio para reduções na taxa básica de juros. No caso específico dos fundos de pensão, é esperado que a queda na taxa de juros sirva de incentivo para migração de parte dos ativos para o mercado acionário, mesmo que a expectativa quanto ao índice de Sharpe se mantenha constante. Este comportamento, não previsto nas funções utilidade testadas, se justifica pela necessidade destes fundos em manter o rendimento próximo à meta atuarial, que se torna cada vez mais difícil de atingir através de investimentos sem risco à medida que a taxa básica de juros cai.

Esta estabilidade no alfa entre cenários que apresentam a mesma relação retorno/risco (índice de Sharpe) também é válida para a função preferência com aversão a perdas. Assim, é

fácil notar que os pares de cenários 1-2, 3-4, 5-6 e 7-8 apresentam os mesmos percentuais de alfa ótimo (a pequena diferença é consequência da modelagem em tempo discreto, que resulta em uma pequena discrepância nos resultados).

É importante ressaltar, no entanto, que alguns resultados podem levantar dúvidas quanto à estabilidade deste comportamento. Tomemos, por exemplo, o cenário 3 acima e um novo cenário (chamemos de cenário 9) com as seguintes premissas: retorno de mercado=10%, CDI=6% e desvio-padrão de mercado=20%. Note que ambos cenários apresentam o mesmo índice de Sharpe de 0,2 e portanto seria de se esperar o mesmo comportamento dos investidores em termos de escolha do portfólio ótimo. A maximização da utilidade dos investidores individuais para o cenário 9, no entanto, gera alfa ótimo de 16%, o dobro portanto do alfa ótimo para estes investidores no cenário 3. Apesar de aparentar incoerência à primeira vista, é fácil notar que este resultado na verdade representa exatamente o mesmo portfólio ótimo escolhido, com retorno esperado de 6,6% ($E(R_p) = \alpha E(R_m) + (1-\alpha)R_f$) e desvio-padrão de 3,2% ($\sigma_p = \alpha \sigma_m$). O alfa ótimo do cenário 3 é a metade do alfa ótimo do cenário 9 apenas por uma questão matemática decorrente do “achatamento” da distância entre R_f e R_m no cenário 9, não sendo portanto uma mudança de comportamento (o mesmo raciocínio também é válido para a função utilidade tradicional e, conseqüentemente, para o alfa ótimo dos fundos de pensão).

A explicação acima mostra que variações no alfa ótimo podem ser mera decorrência de mudanças na escala de expectativas de retorno e risco, não representando efetivamente variações reais no comportamento dos investidores. Esta mudança de resultados devido à escala tem implicações também na comparação do comportamento dos investidores entre diferentes países. Ainda que este tipo de comparação não seja foco desta tese, é interessante notar que em um país cujo mercado acionário tenha retorno e risco elevados, é de se esperar alfas reais menores do que em países onde o mercado acionário ofereça retorno e risco menores, mesmo que os investidores de cada país apresentem, na média, o mesmo grau de aversão ao risco. Isto decorre da explicação dada nos parágrafos acima: quanto maior a escala, menor será o alfa que representa um mesmo portfólio ótimo. Assim, países emergentes tenderiam a ter alfas ótimos menores do que países desenvolvidos tendo em vista seus mercados acionários serem mais voláteis e seus retornos esperados supostamente maiores. Esta diferença de escala fica mais clara nos dois gráficos abaixo:



Considere que o ponto (R_j, σ_j) representa o portfólio ótimo dos investidores individuais e os pontos (R_A, σ_A) e (R_B, σ_B) representam o retorno esperado e o risco dos mercados acionários dos países A e B, respectivamente. Pelos gráficos, percebe-se que os investidores individuais de ambos os países possuem o mesmo portfólio ótimo, mas no país A este portfólio representa um alfa maior do que no país B. Assim, ainda que à primeira vista possa parecer que os investidores do país A apresentam menor aversão ao risco, na realidade eles estão se comportando exatamente da mesma forma que os investidores do país B. Em outras palavras, o que mudou foram as variáveis retorno e risco de mercado, e não o grau de aversão ao risco dos investidores (note que o índice de Sharpe é o mesmo nos dois países).

Encerrando o “parênteses” acima e voltando à análise da simulação de cenários, o Gráfico 8 mostra que o investidor individual (quando representado pela função preferência com aversão a perdas) apresenta grande sensibilidade a variações na relação retorno/risco de mercado. Tomemos como exemplo o cenário 4, que apresenta premissas próximas do que ocorreu entre 1997 e 2006, e o cenário 6, que pressupõe um prêmio pelo risco absoluto menor, de 6%, e um risco próximo ao do mercado acionário americano (desvio-padrão de 20%), resultando em um índice de Sharpe maior ($IS=0,3$). A evolução do alfa ótimo entre estes cenários sugere que, supondo adequada a função preferência com $\gamma=2$ e $D=0,7$, os investidores individuais apresentam potencial para elevar seu investimento em ações para 44% do seu portfólio se houver um aumento sensível na relação “prêmio pelo risco / risco” do mercado acionário.

Esta comparação indica que o baixo investimento atual em ações por parte dos investidores individuais é perfeitamente justificável por um modelo de preferências com aversão a perdas diante do elevado risco do mercado acionário no Brasil. Mais

especificamente, se o mercado acionário brasileiro apresentasse patamares de risco e prêmio pelo risco equivalentes ao mercado acionário americano, os investidores teriam potencial para aumentar sensivelmente seus investimentos em ações.

No caso dos fundos de pensão, também haveria grande potencial para crescimento dos investimentos em ações, mesmo que a uma taxa de crescimento menor do que os investidores individuais. Esta menor sensibilidade a variações do risco decorre da representação do comportamento destes investidores através da função utilidade tradicional, função esta que não foi rejeitada como modelo representativo. No entanto, estes fundos estariam limitados, de acordo com a regulamentação, ao máximo de 50% do portfólio em ações.

A sensibilidade dos investidores a variações do risco e prêmio pelo risco também pode ser percebida nos cenários 7 e 8, onde existe uma combinação de retorno alto/risco baixo (índice de Sharpe de 0,4 e desvio-padrão de apenas 20%). Este cenário, no entanto, representa uma realidade ainda distante da brasileira.

6 DO COMPORTAMENTO AGREGADO AO COMPORTAMENTO INDIVIDUAL

A análise e as simulações efetuadas até agora trataram apenas do comportamento *agregado* dos investidores. Se, por um lado, seus resultados têm implicações macroeconômicas interessantes, por outro lado não permitem ainda compreender suas implicações no campo das decisões individuais. Na presente seção, será feita uma extensão da análise e das simulações para o comportamento individual de cada tipo de investidor. Este tipo de análise permite trazer algumas contribuições adicionais quanto à adequação das diferentes formas de função utilidade para processos decisórios individuais, principalmente para o caso dos investidores pessoa física.

Apesar da importância desta análise, a inexistência de dados disponíveis que permitam inferir a distribuição dos comportamentos individuais de investidores pessoa física restringe a capacidade de testar a adequação de cada modelo para o processo decisório tomado no nível microeconômico. Esta restrição poderia ser eventualmente contornada por uma pesquisa amostral estratificada para diferentes categorias de investidores pessoa física, mas este tipo de pesquisa está fora do escopo deste trabalho.

Desta forma, tentando contornar esta restrição, a análise das decisões individuais dos investidores pessoa física se restringirá a entender a capacidade que cada função preferência tem de acomodar diferentes categorias de comportamento, como será mostrado a seguir.

Investidor Pessoa Física

Conforme já ressaltado anteriormente, uma das principais contribuições da função preferência com aversão a perdas está em permitir gerar resultados de baixa participação de ações no portfólio ótimo de investimentos, mais em conformidade com o comportamento real dos investidores. A função utilidade tradicional, quando modelada dentro de parâmetros aceitáveis de aversão ao risco, gera valores elevados de investimento em ações no portfólio ótimo de investimento, não sendo portanto uma forma de representação adequada do comportamento dos investidores individuais.

A flexibilidade da preferência com aversão a perdas no sentido de permitir incorporar uma gama bem maior de decisões em seus resultados torna-o um modelo mais indicado para representar os investidores individuais, cujo comportamento pode variar facilmente entre extremos, ao mesmo tempo em que se mostra mais sensível a variações nas expectativas de retorno e risco do que a função utilidade tradicional permite incorporar. Adicionalmente, a função com aversão a perdas incorpora em seu modelo a função tradicional como um caso especial (quando $D=1$), não sendo portanto excludente, mas apenas complementar.

Ainda que esta flexibilidade da função com aversão a perdas não fique clara na análise dos dados agregados, já que o uso da média do comportamento das decisões individuais não permite extrair informações quanto à distribuição do comportamento de cada indivíduo, é de conhecimento geral que grande parte da população brasileira não tem acesso, conhecimento ou condições financeiras/estruturais de participar do mercado acionário, seja através de fundos, seja através de compra direta de ações.

Uma forma de sensibilizar o modelo quanto a esta impossibilidade seria isolando esta parte da população do restante. Para desenvolver esta análise, decidiu-se excluir da base de dados o patrimônio investido em caderneta de poupança, partindo da premissa de que o tipo de investidor que investe em poupança se diferencia do resto do conjunto de investidores pelo baixo conhecimento do mercado financeiro ou por ter um perfil de investimento extremamente conservador e, conseqüentemente, incompatível com o mercado acionário (levando-se em conta que a poupança ofereceu retornos sensivelmente abaixo dos fundos de investimento em renda fixa até recentemente, com um nível de segurança muito parecido).

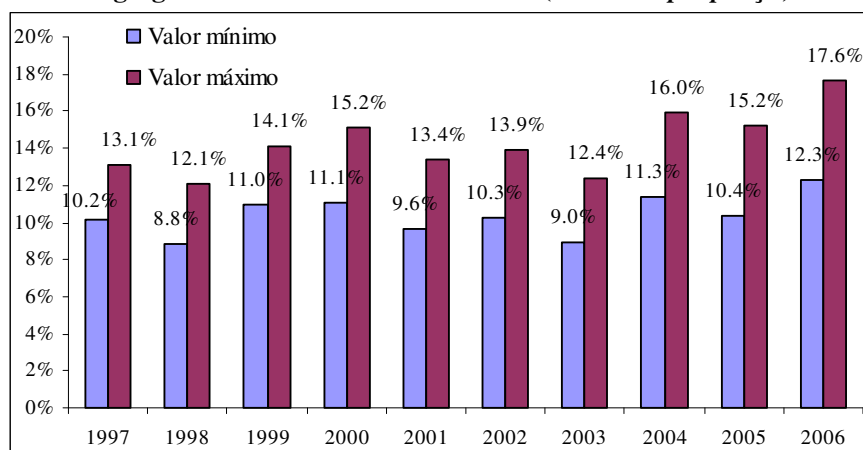
A premissa acima poderia ser contestada com base em alguns argumentos importantes: i) apesar do baixo rendimento bruto até recentemente, a poupança oferece a vantagem de não ser tributada e não sofrer a incidência de taxas de administração dos bancos; ii) o governo oferece garantia para a poupança (de até R\$60.000 por indivíduo atualmente), tornando-a um investimento mais seguro, pelo menos para este patamar de investimento, do que outras alternativas de investimento como os fundos de investimento. Quanto ao fato de não ser tributada ou sofrer incidência de taxas, é importante lembrar que o rendimento líquido dos fundos de renda fixa (excluindo taxas e impostos) foi maior do que a poupança, pelo menos no período amostral estudado, desde que se considere fundos que cobrem até em torno de 2% de taxa de administração. Portanto, investidores que optaram pela poupança pela primeira justificativa são normalmente investidores com pequeno capital para ser investido, encaixando-se assim no perfil de investidores com baixo acesso ao mercado acionário. Quanto à proteção oferecida pelo governo, a existência de um limite sugere que apenas parte da riqueza total poderia ser direcionada para poupança por esta razão, lembrando ainda que o risco oferecido pelos fundos de renda fixa em grandes bancos é muito baixo, sendo praticamente nula a possibilidade de *default*, indicando novamente o perfil conservador de um investidor que opta pela poupança. É importante lembrar ainda que o Fundo Garantidor de Crédito também oferece para os CDBs a mesma garantia oferecida para a caderneta de poupança e, portanto, esta característica isolada não seria a única justificativa para se investir neste tipo de aplicação.

Em que pese o fato de existirem muitos investidores em poupança que não se encaixam na descrição anterior, a análise resultante do “isolamento” destes investidores permite contribuir no sentido de ter uma sensibilidade do possível impacto da sua exclusão na capacidade de representação dos dois tipos de função utilidade, não tendo a pretensão de ser precisa, mas apenas de oferecer uma referência para esta análise de sensibilidade.

A exclusão da poupança da base de dados também pode ser justificada pelas evidências apresentadas em alguns artigos de finanças comportamentais (e.g., Christelis, Jappelli e Padula, 2006; Benjamin, Brown e Shapiro, 2006; Frederick, 2005) que indicam que indivíduos com formação mais simples e com habilidades cognitivas menos desenvolvidas tomam decisões de investimento menos eficientes e tendem a evitar opções de investimentos mais complexas, para as quais não têm habilidades e conhecimentos suficientes que lhes permitam tomar decisões satisfatórias. Desta forma, estes investidores não chegariam mesmo a avaliar a possibilidade de investir em ações, direcionando sua riqueza para opções de investimento mais fáceis de serem compreendidas e com menos variáveis a serem analisadas, como é o caso da poupança.

Com base no gráfico abaixo, que apresenta o percentual investido em ações do total dos investimentos de pessoas físicas *excluindo-se* os investimentos em poupança da base de dados, é possível notar que o investimento em ações passou a representar entre 12,1% e 17,6% do portfólio de investimentos desta categoria de investidores no período analisado, contra um intervalo que variava entre 6,3% e 14,0% quando a análise incluía investimentos em poupança, representando um aumento entre 3,6% e 5,8% no alfa real de cada ano (comparando-se os limites máximos dos intervalos do Gráfico 1 com os limites máximos do gráfico abaixo).

**Gráfico 9: Participação das Ações no Portfólio
Agregado de Investidores Individuais (*excluindo poupança*)**



A comparação destes resultados com as tabelas apresentadas no Apêndice IV para índice de Sharpe de 0,2 mostra que os alfas reais destes investidores é replicado com graus de aversão ao risco no intervalo $3 \leq \gamma \leq 5$, dentro portanto da região de rejeição na forma fraca, não permitindo rejeitar o uso da função utilidade tradicional na forma média ou forte.

A exclusão dos investimentos em poupança da base de dados, ainda que não seja uma medida adequada dos investidores que não têm acesso ao mercado acionário (provavelmente superestimando sua representatividade já que muitas pessoas com poder aquisitivo para investir em ações ou renda fixa ainda preferem a poupança, ou tem parte do seu portfólio na poupança), dá uma medida do possível impacto da exclusão dos poupadores mais simples. Já que esta exclusão provavelmente superestima o patrimônio dos investidores sem acesso ao mercado de capitais, o alfa real do portfólio dos investidores *com* acesso ao mercado acionário seria menor do que o apresentado no gráfico acima. De qualquer forma, a representatividade da poupança no patrimônio total dos investimentos financeiros dos investidores individuais vem diminuindo sensivelmente nos últimos anos, de 48,3% para 20,4% entre 1997 e 2006, como pode ser visto no Gráfico 3 da Seção 3.2, mostrando que os investidores individuais efetivamente têm dado preferência a investimentos com uma melhor relação retorno/risco, como mostra o crescimento dos investimentos em fundos e no próprio mercado acionário.

Quanto à capacidade de cada função preferência em representar o comportamento individual de cada investidor, é possível extrair as seguintes conclusões:

- A função preferência com aversão a perdas abrange uma gama bem maior de resultados passíveis de serem aceitos do que a função utilidade tradicional. A imposição de apenas um tipo de coeficiente para aversão ao risco – a aversão de segunda ordem (γ) – implica em restringir a capacidade do modelo em replicar outras formas de raciocínio que não estão previstos, ou não são sustentados, pelos axiomas da teoria da utilidade esperada. A função preferência com aversão a perdas tem como caso especial a própria função utilidade tradicional (quando $D=1$) e seu uso, portanto, não implica na rejeição desta última – mas o raciocínio inverso não é válido;
- Mais especificamente, investimentos muito baixos ou nulos no mercado acionário são praticamente injustificáveis através de uma função utilidade tradicional dentro de parâmetros razoáveis de retorno e risco. Mesmo que esta função consiga representar, no limite máximo dos parâmetros aceitáveis de aversão ao risco, o comportamento agregado de uma classe de investidores, como justificar a

impossibilidade de replicar o comportamento de grande parte dos investidores que se situa na parte inferior da distribuição?

Tome-se como exemplo o caso extremo do investidor que não investe no mercado acionário, comportamento este facilmente identificável no dia-a-dia, mesmo entre investidores com conhecimento e condições financeiras para ter acesso a este mercado. Este comportamento não pode ser replicado por uma função utilidade tradicional, como já foi provado matematicamente (Mas-Colell, Whinston e Green, 1995). Através da aplicação da função preferência com aversão a perdas, é possível encontrar valores de alfa muito próximos de zero dentro de parâmetros razoáveis de aversão ao risco e aversão a perdas. Por exemplo, em um cenário com as seguintes premissas:

- $E(R_m)=18\%$
- $\sigma_{R_m}=40\%$
- $R_f=10\%$

É possível atingir alfa ótimo de 0% tendo como premissa uma função preferência com $\gamma=0,5$ e $D=0,5$ que, conforme visto no Apêndice II, não indica um comportamento fora dos parâmetros aceitáveis. Comparativamente, na função utilidade tradicional só é possível acomodar alfas menores do que 1% supondo-se graus de aversão ao risco irrealisticamente altos, como $\gamma > 55$.

A função preferência com aversão a perdas, ao contrário da função utilidade tradicional, permite englobar praticamente todas opções de alfas ótimos (0% a 100%) dentro de parâmetros aceitáveis de aversão ao risco e aversão a perdas, partindo de cenários razoáveis de expectativas de retorno e risco. Supondo novamente o cenário com as premissas acima, o quadro a seguir apresenta os alfas ótimos para diferentes valores de aversão ao risco e aversão a perdas (a função preferência com aversão a perdas é aquela que tem o CDI como valor referencial):

**Quadro 8: Alfas Ótimos para Cenário com $E(R_m)=18\%$, $\sigma_{R_m}=40\%$ e $R_f=10\%$
(Índice de Sharpe=0,20)**

D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	96.6%	28.2%	18.9%	14.2%	11.4%	9.5%	8.1%
0.90	82.4%	22.5%	15.0%	11.3%	9.0%	7.5%	6.4%
0.80	61.4%	15.9%	10.6%	8.0%	6.4%	5.3%	
0.70	33.5%	8.4%	5.6%	4.2%	3.4%	2.8%	
0.60	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%		
0.50	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.40	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						

Com base nestes resultados, é possível notar que a função preferência com aversão a perdas permite gerar alfas ótimos entre 0% e 100% para coeficientes de aversão ao risco (γ) entre 0,5 e 2,0 e coeficientes de aversão a perdas (D) acima de 0,6. Dentro do intervalo de não-rejeição para os graus de aversão ao risco ($\gamma \leq 2$), a função utilidade tradicional só permite replicar alfas ótimos maiores ou iguais a 28,2%. Mesmo se considerados graus de aversão ao risco com rejeição fraca ($\gamma \leq 5$), esta função só permite replicar alfas ótimos acima de 11,4%.

Mesmo que se suponha que os investidores têm expectativas de prêmio pelo risco mais pessimistas (índice de Sharpe de 0,15 por exemplo), a função utilidade tradicional ainda é pouco adequada para replicar o comportamento identificado em grande parte dos investidores, como pode ser visto abaixo:

**Quadro 9: Alfas Ótimos para Cenário com $E(R_m)=16\%$, $\sigma_{R_m}=40\%$ e $R_f=10\%$
(Índice de Sharpe=0,15)**

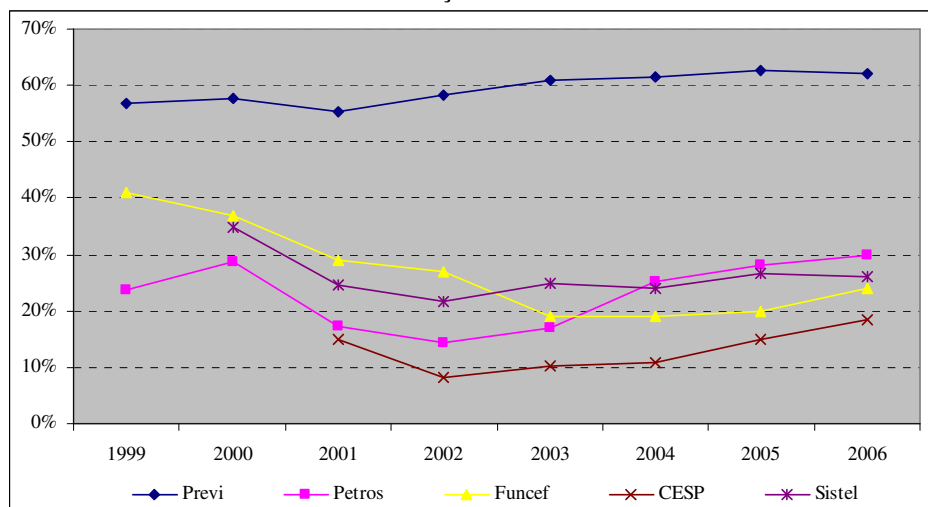
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	78.2%	21.2%	14.2%	10.7%	8.5%	7.1%	6.1%
0.90	59.2%	15.4%	10.3%	7.7%	6.2%	5.1%	4.4%
0.80	34.8%	8.8%	5.9%	4.4%	3.5%	2.9%	
0.70	5.2%	1.3%	0.9%	0.6%	0.5%	0.4%	
0.60	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%		
0.50	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.40	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						

Neste cenário, a função utilidade tradicional só permite replicar alfas ótimos a partir de 8,5% dentro do intervalo de parâmetros com rejeição fraca, e a partir de 21,2% dentro do intervalo sem rejeição.

Fundos de Pensão

Ao contrário da dificuldade apresentada pela falta de dados para análise do comportamento individual dos investidores pessoa física, é possível encontrar dados da composição da carteira individual dos fundos de pensão em seus relatórios administrativos, ao menos para os anos mais recentes. O gráfico abaixo mostra a participação da categoria de investimentos “renda variável” (ações e fundos de ações) no total da carteira dos 5 maiores fundos de pensão brasileiros. Estes cinco fundos representavam 50% do total de ativos administrados por fundos de pensão em dezembro de 2006, sendo que o fundo Previ representa 28% do total dos fundos.

Gráfico 10: Investimento em Ações dos 5 Maiores Fundos de Pensão



Notas: Sistel - dados encontrados a partir de 2000; CESP - dados encontrados a partir de 2001
Fonte: sites e relatórios dos fundos

A comparação do comportamento recente destes cinco fundos permite identificar estratégias de investimento bastante diferenciadas entre eles. Enquanto o fundo Previ apresenta uma menor aversão ao risco, maximizando o investimento em ações praticamente no limite (ou até acima) da legislação, os outros quatro fundos apresentam um perfil de administração de recursos mais conservador, principalmente o fundo da CESP, cuja taxa de investimento em ações não ultrapassa 20% em nenhum ano. A única similaridade clara na evolução da carteira destes fundos consiste no aumento gradual do investimento em ações a partir de 2002, sugerindo uma expectativa de melhora na relação retorno / risco do mercado acionário por parte dos fundos a partir desta data. Entre 1999 e 2002, os fundos mostram, com exceção do Previ, uma queda no percentual investido em ações, mais acentuadamente no fundo Funcef, queda esta revertida a partir de 2003. No caso do fundo Petros, deve-se ressaltar que este fundo possuía um crédito pendente com a Petrobrás (de aproximadamente

R\$5 bilhões), que foi recebido e computado como investimento em renda fixa somente a partir de 2001, superestimando os investimentos em ações nos anos anteriores, já que esta pendência não era contabilizada nos ativos administrados até 2001.

A comparação dos resultados apresentados acima com o Apêndice IV (vide tabelas para índice de Sharpe de 0,2) mostra os seguintes graus de rejeição para a hipótese H_0 (teste de adequação da função utilidade tradicional) para cada fundo:

- Previ: hipótese H_0 não rejeitada;
- Sistel, Funcef e Petros: hipótese H_0 rejeitada na forma fraca na maioria dos anos e não-rejeitada em alguns anos;
- CESP: hipótese H_0 rejeitada na forma média ou forte na maioria dos anos.

É importante ressaltar que, além das restrições legais, o comportamento dos fundos de pensão está condicionado à necessidade de ter retornos que permitam atingir suas metas atuariais. Este objetivo de longo prazo pode induzir a vários tipos de comportamentos, entre os quais:

- Maior incentivo do que os investidores individuais para aplicar em ações à medida que a taxa básica de juros cai, já que aqueles investidores não têm metas mínimas de longo prazo a cumprir, ainda que tenham suas próprias expectativas a satisfazer;
- Maior instabilidade do grau de aversão ao risco, resultante da tentativa de compensar em alguns anos os resultados ruins de anos anteriores.

A análise dos cinco fundos acima permite concluir que, ainda que a função utilidade tradicional não seja rejeitada como função adequada para replicar o comportamento agregado destes fundos, na análise dos portfólios individuais dos fundos é possível identificar comportamentos que não seriam passíveis de serem replicados de forma satisfatória por uma função utilidade tradicional.

7 IMPLICAÇÕES DAS PREMISSAS E DA METODOLOGIA DOS TESTES

Os testes de hipótese efetuados nas seções anteriores pressupõem algumas premissas em relação às quais os resultados dos modelos podem ser bastante sensíveis. Dentre as principais, pode-se mencionar: i) prazo de reavaliação dos investimentos; ii) forma da função utilidade; iii) referência para retorno de mercado; iv) tipo de distribuição dos retornos; v) ausência de custos de transação; vi) forma de estimação do alfa real histórico dos investidores individuais.

O objetivo dos próximos parágrafos é discutir a razoabilidade das premissas assumidas anteriormente e apresentar as possíveis mudanças que ocorreriam nos resultados dos modelos caso estas premissas fossem alteradas.

7.1 QUANTO AO PRAZO DE REAVALIAÇÃO DOS INVESTIMENTOS

Apesar de não ser possível determinar ou generalizar o prazo no qual os investidores reavaliam seus investimentos, Benartzi e Thaler (1995) sugerem que a premissa de reavaliação anual é adequada pois reflete a frequência de publicação dos relatórios mais importantes dos fundos de investimento/pensão, assim como a frequência em que são feitas as declarações de imposto de renda dos investidores individuais. No entanto, não há um embasamento científico ou empírico que justifique pressupor uma reavaliação anual, ainda que o comportamento observado de investidores individuais e fundos de pensão indique que a reavaliação dos investimentos com certa frequência seja uma premissa comportamental adequada.

Apesar das simulações feitas na análise ex-post (que utiliza premissas tanto anuais como mensais) e na análise ex-ante (que pressupõe dados anuais na estimação do índice de Sharpe), é interessante compreender o impacto nos resultados dos testes de hipótese para premissas diferentes destas. O objetivo desta seção é, portanto, de analisar a sensibilidade dos modelos e dos testes de hipótese para duas premissas específicas: i) prazos *menores* de reavaliação dos investimentos para investidores pessoa física; ii) prazos *maiores* de reavaliação dos investimentos para fundos de pensão.

A preocupação específica com estas duas premissas distintas é explicada por sua coerência com o comportamento esperado de cada um dos investidores. Dado que a relação retorno/risco do mercado acionário melhora com o aumento do prazo de reavaliação do investimento, quanto maior o horizonte considerado de reavaliação, maior será o alfa ótimo e maior a probabilidade de haver rejeição de ambas as hipóteses testadas (H_0 e H_1).

Como a hipótese H_0 foi rejeitada para os investidores individuais, a ampliação do prazo de reavaliação dos investimentos não implicaria em mudanças na rejeição desta hipótese, podendo na realidade aumentar o poder de rejeição do modelo. O comportamento destes investidores sugere que, se o prazo anual de reavaliação dos investimentos não é adequado, sua inadequação estaria mais pelo fato de ser uma superestimação do horizonte de reavaliação real do que uma subestimação.

Assim, dado que o aumento do horizonte não mudaria o resultado do teste da hipótese H_0 para os investidores individuais, o foco da análise nesta seção para estes investidores será o impacto de horizontes *menores* de reavaliação. Ressaltando que, no caso da hipótese H_1 , ainda que a ampliação do horizonte de reavaliação para prazos entre 3 e 5 anos não resulte na rejeição desta hipótese, horizontes exageradamente altos certamente levariam à rejeição também desta hipótese. Neste caso, no entanto, a questão a ser colocada é até que ponto um horizonte muito longo é uma premissa aceitável para o processo decisório destes investidores.

Foi mostrado anteriormente (na Seção 3) que a hipótese H_0 é rejeitada para os investidores individuais na maioria dos cenários que pressupõem horizontes de reavaliação de um ano tanto na análise ex-post como na análise ex-ante. Horizontes de reavaliação de um mês também foram analisados na análise ex-post, mostrando que, se o horizonte do investidor é mensal, a função com aversão a perdas permite replicar seu comportamento mesmo sem assumir valor referencial maior do que a riqueza inicial. Horizontes mensais de reavaliação não foram propositadamente mostrados na análise ex-ante pelo fato do índice de Sharpe refletir o prêmio pelo risco *anual* esperado pelo mercado, mas este poderia ser estimado com base em dados mensais e posteriormente ajustado para dados anuais. Retomando os dados daquela seção, a análise ex-post com dados mensais tinha as seguintes premissas:

Quadro 10: Premissas Análise Ex-Post - Médias Móveis Mensais

Ano	Média Móvel Mensal 10 anos					Média Móvel Mensal 5 anos				
	Retorno		Desvio		Índice	Retorno		Desvio		Índice
	Ibovespa	CDI	Ibovespa	Prêmio		Ibovespa	CDI	Ibovespa	Prêmio	
1997	3.4%	1.2%	22.6%	2.2%	0.10	2.5%	1.8%	13.8%	0.7%	0.05
1998	4.5%	1.4%	21.9%	3.1%	0.14	2.9%	1.6%	11.6%	1.4%	0.12
1999	3.4%	1.5%	21.7%	1.9%	0.09	1.2%	1.7%	13.1%	-0.4%	(0.03)
2000	3.5%	1.3%	19.6%	2.3%	0.12	2.4%	1.6%	12.0%	0.7%	0.06
2001	3.7%	1.6%	15.6%	2.1%	0.13	2.4%	1.4%	11.5%	1.0%	0.08
2002	2.0%	1.6%	12.9%	0.4%	0.03	1.5%	1.3%	12.1%	0.1%	0.01
2003	1.7%	1.4%	11.7%	0.3%	0.03	0.4%	1.2%	11.8%	-0.7%	(0.06)
2004	1.5%	1.3%	11.5%	0.2%	0.02	1.8%	0.9%	9.8%	0.9%	0.09
2005	1.4%	1.2%	10.4%	0.2%	0.02	0.5%	0.9%	8.5%	-0.4%	(0.04)
2006	1.7%	1.2%	10.0%	0.6%	0.06	1.1%	0.9%	8.4%	0.2%	0.02

Conforme Varga (2001), o índice de Sharpe anual pode ser estimado com base em períodos menores e posteriormente anualizado. No caso do índice de Sharpe mensal, este pode ser anualizado pela fórmula:

$$IS_{anual} = IS_{mensal} \sqrt{12}$$

Assim, os índices mensais apresentados acima, que variam entre 0,01 e 0,14, passariam para valores anualizados entre 0,035 e 0,49 (note que em alguns anos, se considerado como expectativa de prêmio a média móvel mensal de 5 anos, o prêmio pelo risco seria negativo). O índice de Sharpe médio para o período de 1997 a 2006 estimado com base nos dados mensais equivale à $IS=0,07$, que, anualizado, equivale à $IS=0,25$. Os resultados dos testes de hipótese nas seções 4.2 e 4.3 (análise com dados estimados de forma ex-ante) mostram que índices de Sharpe neste intervalo mantêm a rejeição da hipótese H_0 (teste da adequação da função utilidade tradicional) para os investidores individuais, assim como mantêm a não-rejeição da hipótese H_1 (teste da adequação da função preferência com aversão a perdas) desde que considerado o modelo que utiliza como valor referencial para diferenciar ganhos e perdas a riqueza inicial mais o rendimento do ativo livre de risco.

No caso dos fundos de pensão, a premissa de prazo de reavaliação mensal dos investimentos é bem mais difícil de justificar do que para os investidores individuais. Dado que o objetivo final dos fundos de pensão é prover seus associados com um rendimento adequado nos seus anos de aposentadoria, o horizonte de reavaliação tende a ser sensivelmente maior do que dos investidores individuais e, no limite, alguns autores afirmam que este horizonte seria infinito. No entanto, ainda que o horizonte de *planejamento* possa ser infinito, o horizonte de *reavaliação do portfólio* certamente não é. O constante monitoramento e a necessidade dos administradores dos fundos de pensão apresentarem aos seus associados relatórios com uma frequência no mínimo anual os obriga a tomarem decisões que não tenham impacto negativo no curto prazo, mesmo que o horizonte de planejamento seja muito mais longo. Assim, ainda que os executivos responsáveis pela administração de um fundo de pensão entendam que o mercado acionário seja uma alternativa de investimento com melhor relação retorno/risco no longo prazo a ponto de justificar uma elevada participação na composição do fundo, a alta volatilidade deste mercado tornaria difícil justificar para seus associados a perda de patrimônio dos fundos nos períodos em que a bolsa tem retornos negativos ou, mesmo que positivos, abaixo da meta atuarial.

Os parágrafos abaixo, extraídos de artigo de Benartzi e Thaler (1995, p. 80), estabelecem com clareza a diferença entre os horizontes de reavaliação e de planejamento e seu impacto no processo decisório:

“(...) the use of prospect theory must be accompanied by a specification of frequency that returns are evaluated. We refer to the length of time over which an investor aggregates returns as the evaluation period. This is not, in any way, to be confused with the planning horizon of the investor. A young investor, for example, might be saving for retirement 30 years off in the future, but nevertheless experience the utility associated with the gains and losses of his investment every quarter when he opens a letter from his mutual fund. In this case his horizon is 30 years but his evaluation period is 3 months.

That said, in terms of the model an investor with an evaluation period of one year behaves very much as if he had a planning horizon of one year. To see this, compare two investors. Mr. X receives a bonus every year on January first and invests the money to spend on a Christmas vacation the following year. Both his planning horizon and evaluation period are one year. Ms. Y has received a bonus and wishes to invest it toward her retirement 30 years away. She evaluates her portfolio annually. Thus, she has a planning horizon of 30 years but a one-year evaluation period. Though X and Y have rather different problems, in terms of the model they will behave approximately the same way. The reason for this is that in prospect theory, the carriers of utility are assumed to be changes in wealth, or returns, and the effect of the level of wealth is assumed to be second order. Therefore, every year Y will solve her asset allocation problem by choosing the portfolio that maximizes her prospective utility one year away, just as X does. In this sense, when we estimate the evaluation period of investors below, we are also estimating their implicit time horizons.

Of course, in a model with loss aversion, the more often an investor reevaluates his portfolio, or the shorter his horizon, the less attractive he will find a high mean, high risk investment such as stocks.”

Mais a frente no mesmo artigo, Benartzi e Thaler (1995, p. 87) analisam também o processo de decisão dos administradores de fundos de pensão e as implicações decorrentes do problema de agência e do prazo de reavaliação:

“Consider first the important case of defined benefit pension funds. In this, this most common type of pension plan, the firm promises each vested worker a pension benefit that is typically a function of final salary and years of service. For these plans, the firm, not the employees, is the residual claimant. If the assets in the plan earn high return, the firm can make smaller contributions to the fund in future years, whereas if the assets do not earn a

high enough return, the firm's contribution rate will have to increase to satisfy funding regulations.

Although asset allocations vary across firms, a common allocation is about 60 percent stocks and 40 percent bonds and treasury bills. Given the historical equity premium, and the fact that pension funds have essentially an infinite time horizon, it is a bit puzzling why pension funds do not invest a higher proportion in stocks. We argue that myopic loss aversion offers an explanation. In this context the myopic loss aversion is produced by an agency problem.

While the pension funds is indeed likely to exist as long as the company remains in business (barring a plan termination), the pension fund manager (often the corporate treasurer, chief financial officer (CFO), or staff member who reports to the CFO) does not expect to be in this job forever. He or she will have to make regular reports on the funding level of the pension plan and the returns on the funds assets. This short horizon creates a conflict of interest between the pension fund manager and the stockholders."

Desta forma, a premissa de reavaliação anual dos investimentos parece mais próxima da realidade do que, por exemplo, supor que os fundos de pensão têm horizontes de reavaliação muito longos. Por outro lado, ainda assim é razoável supor que os administradores dos fundos têm um horizonte de reavaliação mais longo naqueles investimentos específicos onde estas instituições têm uma grande participação ou fazem parte do grupo de controle de empresas de capital aberto. Ainda que o prazo de reavaliação do portfólio total do fundo seja anual, isto não impede que investimentos específicos como os citados anteriormente sejam percebidos como de maior maturação.

Assim como a redução do prazo de reavaliação implica em piora da percepção do investidor em relação ao mercado acionário, o aumento deste prazo tem impacto inverso. Supondo que o administrador de um determinado fundo de pensão tenha um prazo médio de reavaliação de 5 anos, sua melhor percepção da relação retorno/risco no mercado acionário implicará em um aumento do alfa ótimo. Para um cenário de índice de Sharpe anual de 0,2 (CDI=10%, desvio-padrão anual=40%, prêmio pelo risco=8%), supondo que o retorno cresça geometricamente e o risco cresça de acordo com a fórmula do desvio-padrão, o valor esperado destas variáveis para um horizonte de 5 anos seria: CDI=61%, desvio-padrão=89%, retorno esperado de mercado=129%. Considerando uma função utilidade tradicional com grau de aversão ao risco de $\gamma=2,0$, um investidor que tenha horizonte de reavaliação anual e as expectativas mencionadas acima, investiria 28% de seu portfólio em ações, enquanto que um investidor com horizonte de cinco anos investiria 74% do seu portfólio em ações. Estes dados

indicam que uma possível explicação para a estratégia mais agressiva do fundo Previ em relação à maioria dos outros fundos decorra do fato deste fundo ter horizontes mais longos de reavaliação dos seus investimentos, possivelmente como consequência da elevada participação individual em algumas empresas de capital aberto, inclusive nos grupos de controle de várias delas.

Como o aumento do horizonte de reavaliação implica no aumento do alfa ótimo resultante das simulações, a hipótese H_0 para os fundos de pensão certamente seria rejeitada a partir de um determinado horizonte (à medida que $T \rightarrow \infty$, $\alpha \rightarrow 100\%$). No entanto, a premissa de horizontes muito longos parece inadequada e esta rejeição indica mais a inadequação da premissa do que a incapacidade da função utilidade tradicional em replicar o comportamento dos fundos de pensão.

7.2 QUANTO AO USO DE FUNÇÃO NA FORMA CRRA

A função potência na forma CRRA (*constant relative risk aversion*) já foi intensamente utilizada em diversos artigos (e.g., Mehra e Prescott, 1985; Ang, Bekaert e Liu, 2005), inclusive artigos que se tornaram referências importantes na compreensão do processo de decisão de investimentos e no desenvolvimento de modelos de apreçamento de ativos. A principal justificativa para o uso deste tipo de função se deve à independência da composição do portfólio ótimo de investimentos em relação à riqueza inicial do investidor. A função CRRA pressupõe ainda um comportamento intuitivo e desejado: quanto maior a riqueza do investidor, maior será o valor *absoluto* investido no ativo com risco (i.e., apresenta um comportamento do tipo DARA - *decreasing absolute risk aversion*).

As funções utilidade aplicadas em artigos acadêmicos geralmente se encaixam na classe de funções chamada HARA (*hyperbolic absolute risk aversion*), que pressupõe decisores com aversão ao risco. Conforme Feigenbaum (2003), a classe HARA de funções utilidade pode ser representada de forma abrangente da seguinte forma:

$$U(c) = \frac{1}{1-\gamma} \left[\gamma \left(M + \frac{\alpha}{\gamma} c \right)^{1-\gamma} - 1 \right]$$

Onde M pertence ao conjunto $(-1, 0, 1)$ e $\alpha > 0$.

Se M for igual a 0 e α for igual a $\gamma^{\frac{-\gamma}{1-\gamma}}$, por exemplo, teremos uma função similar à função potência aplicada nos testes de hipótese.

Entre as principais formas funcionais que se encaixam nesta classe, e que poderiam ser testadas no lugar da função potência, pode-se mencionar as seguintes funções:

- Funções das categorias CARA (*constant absolute risk aversion*) e IARA (*increasing absolute risk aversion*)
- Função logarítmica (ou de Bernoulli)
- Funções da categoria DRRA (*decreasing relative risk aversion*)

Dado que a substituição da função na forma CRRA por outra função só seria justificável no caso da função substituta apresentar propriedades que repliquem de forma mais adequada o comportamento real dos investidores, é interessante analisar as propriedades específicas de cada tipo de função.

A função CARA (e.g., função exponencial negativa) pressupõe um comportamento contra-intuitivo: quanto mais rico o investidor, menor será seu alfa ótimo. Suponhamos, por exemplo, que um determinado investidor dobre sua riqueza entre dois períodos. De acordo com a função CARA, este investidor manteria o mesmo valor absoluto investido em ações, o que significa que seu alfa ótimo diminuiria pela metade. Em outras palavras, quanto mais rico o investidor, menor será a participação do ativo com risco no seu portfólio ótimo e maior será o prêmio pelo risco exigido do mercado acionário para manter um mesmo nível de investimento. Esta propriedade, ainda que eventualmente seja aceitável em casos específicos, traz implicações econômicas que dificilmente justificariam seu uso como modelo adequado para replicar o comportamento real da maioria dos investidores. Diversos artigos, como Friend e Blume (1975) e Guiso, Jappelli e Terlizzese (1996), identificaram uma correlação positiva entre investimento em ativos com risco e riqueza, contrário portanto ao comportamento previsto pela função CARA.

Funções do tipo IARA pressupõem um comportamento ainda mais extremado, tornando-a ainda menos adequada: que o valor absoluto investido em ações cai com o aumento da riqueza.

A função de Bernoulli ou logarítmica ($U=\log(W)$) apresenta um comportamento similar à função potência em termos de aversão relativa ao risco (CRRA), sendo na realidade um caso específico desta: quando o grau de aversão ao risco (γ) tende a 1, a função potência na forma apresentada nesta tese tende a um comportamento equivalente à função logarítmica.

Uma função do tipo DRRA poderia trazer maiores contribuições na qualidade de replicação do comportamento dos investidores por prever um tipo de comportamento economicamente aceitável e que não pode ser replicado na função CRRA. Enquanto a função

CRRA prevê que, após um período de ganhos elevados na bolsa, o investidor venderá parte da sua carteira de ações para manter seu alfa constante (supondo as outras variáveis inalteradas), a função DRRA pressupõe que este investidor irá aumentar o tamanho do seu alfa (comprando ainda mais ações). O raciocínio inverso também é válido: caso o investidor tenha retornos negativos na bolsa, a função CRRA prevê que o investidor comprará ações para manter seu alfa constante, e a função DRRA prevê que este investidor venderá ações, diminuindo assim seu alfa.

Apesar destas duas formas funcionais serem mais comumente mencionadas pela sua capacidade em replicar a aversão ao risco do investidor como função da sua riqueza, não há consenso sobre qual delas é mais adequada. Arrow (1965) e Friend e Blume (1975), por exemplo, sugerem que a função CRRA é adequada, enquanto outros autores (e.g., Guiso, Jappelli e Terlizzese, 1996; Ogaki e Zhang, 2001) encontraram evidências de que os investidores mais ricos tendem a apresentar maior participação de ativos com risco em seu portfólio, apontando para a forma funcional do tipo DRRA.

Conforme Ogaki e Zhang (2001), a função DRRA pode ser representada na forma abaixo:

$$U(W) = \frac{(W - \varphi)^{1-\gamma}}{1-\gamma}$$

onde φ =parâmetro de preferência que determina se a função acima será CRRA ($\varphi=0$), IRRA ($\varphi<0$) ou DRRA ($\varphi>0$), sujeito à condição $W > \varphi$.

A função acima, quando na forma DRRA ($\varphi>0$), permite simular comportamentos com alfas ótimos mais baixos que a função CRRA quando o valor de φ é alto proporcionalmente ao tamanho da riqueza. Exemplificando, para um cenário com índice de Sharpe de 0,2, desvio-padrão de 20% e CDI de 8%, a função DRRA permite gerar alfas ótimos de 12% para grau de aversão ao risco de $\gamma=4$ e grau de aversão a perdas de $D=1$, contra um alfa ótimo de aproximadamente 28% para uma função na forma CRRA com os mesmos níveis de aversão ao risco e aversão a perdas. Estes resultados indicam que a propriedade DRRA pode ser uma possível alternativa para explicar baixas taxas de investimento para os investidores mais pobres, mas, para níveis maiores de riqueza, os resultados da função acima se aproximam da função CRRA. Adicionalmente, a função na forma DRRA só acomoda alfas muito baixos (próximos de zero) quando considerados graus de aversão ao risco no limite dos parâmetros fixados anteriormente ($\gamma \rightarrow 7$).

7.3 QUANTO AO USO DO IBOVESPA COMO ÍNDICE DE MERCADO

O Ibovespa foi selecionado pelo fato de ser o índice mais utilizado como referência da variação do mercado acionário no Brasil, tanto pelos fundos de investimento como pela mídia em geral, sendo portanto o índice que mais sensibiliza as decisões dos investidores como um todo, mas principalmente dos investidores individuais, ainda que não seja necessariamente (e provavelmente não é) a melhor referência do retorno de mercado do ponto de vista teórico (maximização da relação retorno/risco). Dado que esta tese tem como foco a análise da capacidade dos modelos em replicar o comportamento real e observado dos investidores (enfoque descritivo), o índice que é mais divulgado e utilizado provavelmente replica melhor as decisões de investimento dos investidores analisados do que um retorno de mercado definido de forma teórica, ou seja, a carteira eficiente de mercado que maximiza o retorno para um dado nível de risco. O Ibovespa apresenta ainda a vantagem de ser o índice de publicação mais antiga (desde 1968), enquanto os outros índices brasileiros, FGV100 e IBRX, passaram a ser publicados somente a partir de 1986 e 1996, respectivamente. O índice MSCI Brazil, publicado pela empresa MSCI Barra, apesar de ser uma referência importante para gestores de fundos internacionais, apresenta uma grande deficiência para ser utilizado como referência para o presente estudo: não é um índice conhecido entre os investidores individuais nacionais, não representando portanto uma referência adequada da percepção que os investidores locais têm da variação do mercado acionário brasileiro.

De qualquer forma, e considerando a elevada concentração do Ibovespa em algumas ações (principalmente até 1999, quando as ações da antiga Telebrás ainda eram negociadas de forma agrupada), é interessante entender quais são as implicações do uso deste índice para o resultado das simulações e dos testes de hipótese. Uma opção ao uso do Ibovespa seria utilizar outros índices divulgados como referência de mercado no Brasil (e.g., IBRX, FGV100). Ainda que estes índices apresentem uma correlação elevada (conforme quadro abaixo), a diferença no retorno médio e no desvio-padrão histórico destes índices poderia acarretar variações nos resultados dos testes de hipótese.

**Quadro 11: Matriz de Correlação entre Índices Acionários
(Retornos Mensais - 1996 a 2006)**

	<i>Ibovespa</i>	<i>IBRX</i>	<i>FGV100</i>
Ibovespa	1.00		
IBRX	0.97	1.00	
FGV100	0.88	0.88	1.00

O quadro a seguir apresenta o coeficiente de variação (σ/u) para o retorno mensal de cada um dos três índices (os períodos de análise foram limitados ao tempo de existência de cada índice). Com base nestes dados, é possível notar que o Ibovespa é menos eficiente (do ponto de vista de retorno/risco) do que os outros dois índices. Apesar dos retornos médios dos três índices serem bastante próximos, o desvio-padrão do mercado acionário, quando medido pelo Ibovespa, está superavaliado comparativamente aos outros dois índices.

Quadro 12:
Retorno Real Mensal Médio, Desvio-Padrão e Coeficiente de Variação dos Principais Índices Acionários Brasileiros

1986 a 2006	Ibovespa	*	FGV100
Retorno médio	2.5%		2.6%
Desvio-padrão	18.9%		16.3%
Coeficiente de variação	7.5		6.3
1996 a 2006	Ibovespa	IBRX100	FGV100
Retorno médio	1.8%	2.0%	1.9%
Desvio-padrão	9.9%	8.9%	8.2%
Coeficiente de variação	5.5	4.5	4.3

Estatísticas calculadas com base nos retornos deflacionados pelo IPC-FIPE

Coeficiente de variação = σ/μ

* IBRX foi lançado apenas em 1996

Desta forma, caso o Ibovespa fosse substituído por qualquer um dos outros dois índices como referência de mercado nos testes de hipótese, haveria um aumento no alfa ótimo resultante das simulações, acarretando um aumento na possibilidade de rejeição das hipóteses testadas. Em outras palavras, o teste de hipóteses é mais conservador (no sentido de não rejeitar as hipóteses inadequadamente) ao utilizar o Ibovespa do que seria se utilizasse qualquer um dos outros dois índices.

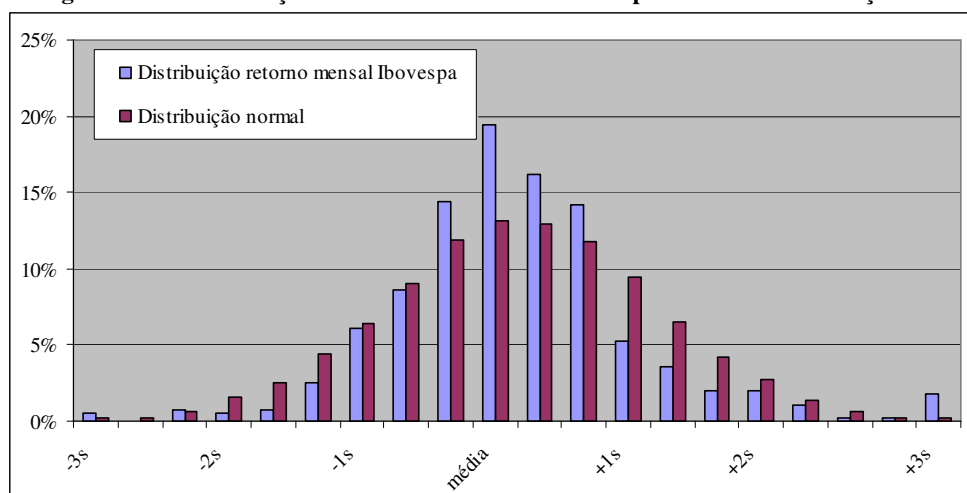
Como referência para se compreender melhor o impacto da mudança no índice, pode-se fazer a comparação do alfa ótimo em um cenário específico. Entre 1996 a 2006, por exemplo, o CDI mensal médio foi de 1,14%. Se utilizada uma função utilidade tradicional com $\gamma=7$, o alfa ótimo será de 10,0% tendo como referência o retorno e risco medidos pelo Ibovespa. Quando utilizados o retorno e risco medidos pelo FGV100 (que apresenta a melhor relação retorno/risco entre os três índices), o alfa ótimo aumenta para 16,7%. Neste caso, portanto, a rejeição da função utilidade tradicional (hipótese H_0) como modelo representativo do comportamento dos investidores individuais seria mais forte, pois o alfa ótimo previsto por esta função no limite mínimo da rejeição forte ($\gamma > 7$) se distancia ainda mais do alfa real destes investidores.

7.4 QUANTO AO USO DA DISTRIBUIÇÃO NORMAL COMO PARÂMETRO DA DISTRIBUIÇÃO DOS RETORNOS

Apesar da facilidade de tratamento que decorre da premissa de que os retornos do mercado acionário seguem uma distribuição normal, quanto mais a realidade se distancia deste comportamento, mais divergentes podem ser os resultados das simulações e maiores serão suas implicações para os resultados do teste de hipótese. Mais especificamente, a presença de valores significativos de assimetria e/ou curtose na distribuição dos retornos reais poderiam afetar os resultados dos testes e levar à eventual rejeição (ou aceitação) indevida das hipóteses testadas.

A distribuição do retorno histórico *mensal* do Ibovespa, apesar de apresentar uma curtose elevada, é razoavelmente próxima de uma distribuição normal, conforme pode ser visto pelo histograma comparativo abaixo:

Gráfico 11:
Histogramas da Distribuição do Retorno Mensal do Ibovespa e de uma Distribuição Normal

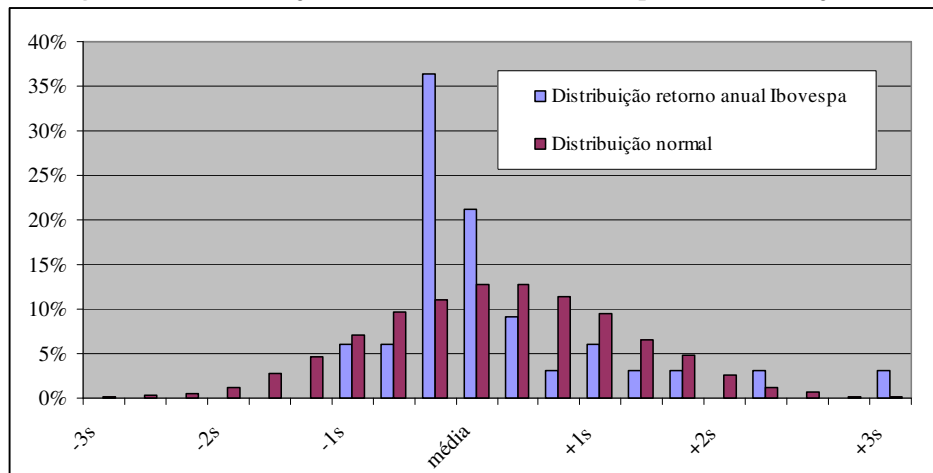


Nota: distribuição estimada com base no retorno mensal do Ibovespa entre 1974 e 2006
“s” = número de desvios-padrão em relação à média

Visualmente, o gráfico acima mostra que o retorno mensal do Ibovespa segue uma distribuição similar à normal, ainda que com curtose elevada (4,8) e uma pequena assimetria positiva (0,7).

Já os retornos históricos *anuais* do Ibovespa apresentam, conforme histograma comparativo abaixo, uma curtose similar ao Ibovespa mensal (4,6) e uma assimetria positiva sensivelmente mais elevada (2,0).

Gráfico 12:
Histogramas da Distribuição do Retorno Anual do Ibovespa e da Distribuição Normal



Nota: distribuição estimada com base no retorno anual do Ibovespa entre 1974 e 2006.
“s” = número de desvios-padrão em relação à média

Estes resultados mostram que, se por um lado a aproximação dos retornos mensais do Ibovespa a uma distribuição normal é uma premissa razoável, a distribuição dos retornos anuais apresenta distorções maiores, possivelmente em razão da pequena quantidade de observações (33).

As principais implicações de uma assimetria positiva e uma curtose elevada para as simulações e para os resultados do teste de hipótese são melhor compreendidas através de uma simulação de números aleatórios gerados com base nas características das duas distribuições acima (considerando-se o efeito da assimetria e curtose na distribuição). A maximização da utilidade baseada em uma distribuição aleatória gerada com base nos parâmetros reais dos retornos anuais do Ibovespa entre 1974 e 2006, por exemplo, resulta em alfas ótimos sensivelmente mais altos do que a simulação que pressupõe que os retornos anuais do Ibovespa seguem uma distribuição normal. Mais especificamente, para um cenário com retorno anual médio de mercado de 31,0%, desvio-padrão de 84,0% e CDI de 9,9% (estimados com base nos retornos anuais reais do período), a função utilidade tradicional com $\gamma=2$ gera alfa ótimo de 16,7% quando a premissa é de que os retornos anuais do Ibovespa seguem uma distribuição normal. Quando o modelo é simulado sobre números aleatórios que incorporam a assimetria e a curtose dos retornos anuais históricos mencionadas acima, o alfa ótimo passa a ser de 34,3%.

No caso do retorno mensal do Ibovespa, a maximização da utilidade supondo que o mercado acionário segue uma distribuição equivalente à realizada entre 1974 e 2006 gera alfa ótimo de 56%, contra um alfa ótimo de 28% quando a simulação é feita com a premissa de distribuição normal (i.e., ignorando assimetria e curtose realizadas). Estes testes foram feitos

utilizando-se o retorno mensal histórico médio de mercado de 2,20%, desvio-padrão de 16,44% e retorno do CDI de 0,74%, referente ao período de 1974 a 2006, e tendo por base a função utilidade tradicional com aversão ao risco de $\gamma=2$. A lógica dos resultados apresentados acima também é válida quando é utilizada uma função preferência com aversão a perdas: se utilizada a distribuição histórica real entre 1974 e 2006, os alfas ótimos resultantes das simulações são maiores do que quando se pressupõe uma distribuição normal. Este comportamento decorre da preferência por assimetria embutida na forma da função utilidade utilizada, coerente com o comportamento constatado por alguns autores (e.g., Kane, 1982).

Os resultados mostram que, caso as simulações do teste de hipótese acomodassem o impacto da assimetria e da curtose, alguns cenários nos quais as hipóteses testadas (H_0 e H_1) não foram rejeitadas poderiam ter um resultado diferente. Em outras palavras, ao supor uma distribuição normal, o teste de hipóteses foi conservador.

Ainda que a presença de assimetria positiva na distribuição de retornos de ações tenha sido comprovada e estudada por muitos autores nas três últimas décadas (e.g., Kraus e Litzenberger, 1976), não há ainda um consenso se este momento da distribuição interfere efetivamente no processo decisório de alocação de ativos de investidores em geral, e de investidores individuais em especial. Alguns autores, como Singleton e Wingender (1986), ressaltam que seu valor não é persistente ao longo do tempo, podendo inclusive ocorrer alternância de sinal (assimetria positiva e negativa), o que dificultaria a incorporação desta variável na decisão de alocação de ativos. Quanto à curtose, sendo esta uma medida de difícil percepção e mentalização para os investidores, seu impacto na decisão de alocação de ativos tende a ser reduzido.

Outra possibilidade de modelagem da distribuição dos retornos seria a premissa de distribuição log-normal dos retornos. Conforme levantado por vários autores (e.g., Fama, Fisher, Jensen e Roll, 1969; Fitzherbert, 2002), a distribuição log-normal representa melhor a distribuição dos retornos do mercado acionário do que uma distribuição normal. Entre suas vantagens, está o fato de não permitir retornos iguais ou inferiores a -100%, além dos retornos calculados na forma logarítmica incorporarem a assimetria positiva presente nos retornos das ações.

A principal justificativa para não utilizar a distribuição log-normal no presente trabalho é o fato dos testes tentarem replicar a forma como os investidores recebem a informação de retorno e risco das ações e do ativo livre de risco. A distribuição log-normal pressupõe uma variável que não existe na prática para o investidor: o retorno que ele

“percebe” é a variação efetiva dos preços (r), e não o logaritmo desta variável ($\ln(1+r)$). Desta forma, a premissa de distribuição normal estaria supondo uma variável que não é aquela que efetivamente sensibiliza as decisões do investidor.

7.5 ADIÇÃO DE CUSTOS DE TRANSAÇÃO E DE IMPOSTOS AO MODELO

Vários autores, como Constantinides (1986), Davis e Norman (1990) e Liu e Loewenstein (2002), identificaram o impacto que os custos de transação podem ter no resultado de modelos de decisões de investimento e como estes custos podem alterar a composição do portfólio ótimo, principalmente em modelos cujo equilíbrio pressupõe a necessidade de alterar constantemente a composição da carteira de ações. Alguns artigos sugerem que a melhor estratégia no longo prazo seria de *buy-and-hold*, ou seja, montar um portfólio supostamente ótimo e mantê-lo no longo prazo, evitando assim os custos de compra e venda de ações.

Os modelos mais sensíveis ao impacto dos custos de transação são aqueles que pressupõem a necessidade de se efetuar transações de compra e venda de forma constante, o que acarreta grande elevação daqueles custos que são cobrados por transação (como, por exemplo, os custos de corretagem). O impacto destes custos é tão menor quanto menor for a frequência das transações.

Os modelos testados nas seções anteriores não incorporaram os custos de transação devido à ampla gama e as diversas formas sob as quais estes custos podem incidir nos ativos considerados no modelo. Esta ampla possibilidade de impactos ampliaria tremendamente a quantidade de simulações adicionais que teriam que ser feitas para incorporar todas as combinações de cenários e custos de transação. Preferiu-se, desta forma, fazer a análise do impacto dos custos de transação em separado nesta seção.

Conforme será mostrado a seguir, o impacto destes custos nos resultados dos testes desenvolvidos neste trabalho tende a ser reduzido. Os custos de transação de maior significância são aqueles cobrados por período, sendo que os custos cobrados *por transação*, que seriam aqueles eventualmente responsáveis por alterações de impacto nas decisões de alocação, só têm impacto maior caso as decisões de investimento exijam compras e vendas frequentes. Por outro lado, os custos cobrados por período são bastante similares entre as duas opções de investimento analisadas, CDI e ações, tendo portanto impacto similar na escolha entre estes dois ativos no portfólio ótimo.

Os custos de transação para investimentos em renda fixa e em ações no Brasil podem ser classificados em:

- custos de corretagem incidentes na compra e venda de ações, ou na compra e venda de títulos do governo (caso a aquisição de títulos seja feita de forma direta pelo investidor pessoa física, sem a intermediação de fundos);
- taxa de administração cobrada pelos bancos para administrar os fundos de investimento;
- impostos sobre ganho de capital;
- CPMF e IOF.

Dada a incidência do IOF apenas sobre operações com prazo de até um mês, este imposto pode ser desconsiderado da análise, uma vez que supõe-se que a carteira de investimentos terá maturidade igual ou maior do que um mês, independentemente do tipo de investimento selecionado. O impacto da CPMF também pode ser desconsiderado uma vez que incide de forma homogênea sobre aplicações em renda fixa e em ações, tendo um impacto nulo na decisão do investidor *entre* estas duas aplicações, sendo apenas um fator de desencorajamento para operações de execução imediata e lucros muito reduzidos, que não é o caso da presente análise.

A alíquota de impostos sobre ganhos de capital é igual para os dois tipos de investimentos (15%), desde que se considere que os investimentos em renda fixa têm prazo acima de dois anos. Para investimentos em renda fixa com prazos menores do que 24 meses, as alíquotas de imposto sobre ganhos de capital serão maiores. Considerando, no entanto, que o patrimônio do investidor é mantido investido no longo prazo (não sendo utilizado para consumo em um prazo médio menor do que dois anos), é razoável supor que os investimentos no ativo livre de risco sofrerão, na maior parte das vezes, alíquota de 15% de imposto sobre seu rendimento. Mesmo que decida fazer transferências entre renda fixa e ações, ou eventualmente utilizar para consumo, o investidor buscará minimizar o impacto do imposto, resgatando investimentos de renda fixa que estão aplicados há mais de 24 meses.

Assim, os custos de transação que têm maior impacto na seleção entre as duas opções de investimento se restringem aos custos de corretagem e às taxas de administração. As taxas de administração para fundos de renda fixa variam normalmente entre 1% e 4% ao ano, sendo o percentual de 1% ao ano normalmente cobrado de clientes com aplicações mínimas acima de R\$50.000. Ao contrário dos custos de corretagem, a taxa de administração é cobrada por período, não sendo sensível, portanto, à frequência com que o cliente efetua resgates e reaplicações. A análise do rendimento histórico de fundos em diferentes categorias de taxa de

administração para grandes bancos mostra que, como resultado do impacto da taxa de administração, os fundos rendem os seguintes percentuais do CDI em média (os valores são aproximados, servindo apenas como referência):

Taxa de Administração	Rendimento do CDI
4%	70-75%
3%	75-80%
2%	80-85%
1%	90-95%

Por outro lado, os investidores que desejem ter rendimentos atrelados ao CDI podem ainda optar pelo CDB, cujo rendimento pode variar dentro de um grande intervalo, entre 90% e 99% do CDI, dependendo do valor aplicado. Assim, o rendimento líquido de uma aplicação atrelada ao CDI pode variar muito de acordo com o valor e a forma de aplicação.

Apesar das taxas de administração dos fundos de ações também variarem em um intervalo de percentuais similar (entre 1% e 4%), o rendimento líquido destes fundos normalmente está mais vinculado à capacidade do administrador em replicar o índice de mercado do que à taxa cobrada em si. Como referência, os fundos de ações de administração passiva têm conseguido render entre 95% e 97% do índice Ibovespa, já descontadas as taxas.

Caso a opção do investidor seja investir diretamente no mercado acionário, os custos de corretagem podem representar um fator de impacto na decisão de investimentos, principalmente se ocorrerem resgates e aplicações constantes, o que levaria ao aumento dos custos de corretagem que, ao contrário das taxas de administração, incidem por operação, e não por prazo. O acúmulo excessivo de transações no mercado acionário poderia reduzir a rentabilidade líquida do ativo com risco, reduzindo conseqüentemente sua participação no portfólio ótimo de investimentos.

Seguindo o tratamento dado nos artigos citados anteriormente, que consideram os custos de transação como um percentual fixo sobre os investimentos, serão feitas algumas simulações do modelo de maximização tendo como premissas diferentes percentuais de custos de transação para as duas opções de investimento.

Dada a variedade de formas de incidência de custos de transação, e o fato de que elas podem tornar uma ou outra opção de investimento mais vantajosa, as simulações foram feitas considerando-se um impacto negativo *relativo* de 3% e 5% no rendimento bruto de cada opção de investimento, conforme mostrado abaixo. Estes cenários abrangem as principais diferenças que decorrem dos possíveis impactos das taxas de administração nestas opções de investimento. O quadro abaixo apresenta os resultados destas simulações para um único

cenário: retorno esperado de mercado de 18%, desvio-padrão do retorno de mercado de 40% e taxa CDI de 10%. A função utilidade tradicional pressupõe aversão ao risco de $\gamma=2$, e a função preferência com aversão a perdas pressupõe $\gamma=2$ e $D=0,7$ e utiliza a taxa CDI líquida como valor referencial para diferenciar ganhos e perdas. Quando os custos de transação são ignorados, este cenário gera alfas ótimos de 28,2% para a função utilidade tradicional e 8,4% para a função preferência com aversão a perdas.

Quadro 13:
Impacto dos Custos de Transação

Custo de transação	Alfa ótimo / Tipo de função	
	$\gamma=2$ D=1	$\gamma=2$ D=0,7
<u>Redutor sobre retorno do CDI</u>		
5%	29.8%	10.2%
3%	29.2%	9.5%
<u>Redutor sobre retorno das ações</u>		
5%	25.1%	5.2%
3%	26.4%	6.5%
<u>Redutor sobre ambos</u>		
5%	26.7%	7.0%
3%	27.3%	7.5%

Como a preocupação aqui é com o custo de transação relativo entre as duas opções de investimento, assumiu-se que um dos investimentos não tem custo de transação. Caso fossem considerados custos de transação para ambos os ativos, e a simulação fosse feita pela diferença entre estes custos, o impacto no alfa ótimo seria praticamente o mesmo.

De acordo com o quadro acima, caso incida sobre o rendimento bruto do CDI um custo de transação de 5%, e supondo que não haja custo de transação para o investimento em ações, o alfa ótimo na função tradicional aumentaria em 1,6%, de 28,2% para 29,8%, e na função com aversão a perdas aumentaria em 1,8%, de 8,4% para 10,2%. Na situação inversa, caso os custos de transação sobre o investimento em ações tenham um impacto de 5%, e caso não haja custos de transação sobre o rendimento do ativo sem risco (CDI), o alfa ótimo cairia em 3,1% na função utilidade tradicional e 3,2% na função com aversão a perdas. Este cenário, no entanto, é pouco provável, dado que dificilmente os custos de transação do investimento em ações terá um impacto no rendimento bruto de 5% a mais do que o impacto que estes custos têm no rendimento bruto do CDI. Deve-se levar em conta que, para um mesmo investidor que só consegue um rendimento de 95% do índice de mercado acionário, dificilmente conseguiria um rendimento de 100% do CDI. Como as taxas entre os fundos são função da riqueza do indivíduo, um investidor com capital reduzido para investir pagará taxas altas em qualquer fundo, seja de ações, seja de renda fixa.

Assim, mesmo considerando-se um cenário conservador do ponto de vista dos testes de hipóteses (como o cenário que assume 5% de custos de transação para o mercado acionário), a redução no alfa ótimo é pequena - em torno de 3% - tendo poucas implicações nos resultados gerais dos testes, eventualmente alterando apenas o grau de rejeição das hipóteses em alguns cenários/anos.

No caso do investidor optar por investir diretamente no mercado acionário, o impacto dos custos de corretagem dependeria do giro do portfólio dentro do período analisado, já que estes custos incidem por operação e não por período. Supondo um custo de corretagem de 0,5% por operação, em um *caso extremo*, onde o investidor gire 100% do seu portfólio em um ano, o impacto dos custos de corretagem seria de 1% sobre o valor inicial do portfólio (0,5% na compra e 0,5% na venda de ações). A representatividade destes custos no retorno dependerá do retorno bruto obtido: em um mercado cujo retorno bruto esperado é de 18% ao ano, a redução de 1% do patrimônio significa uma redução de 5,5% no retorno (1% sobre 18%). O impacto deste caso extremo no alfa ótimo, portanto, é equivalente à situação já simulada acima.

7.6 QUANTO À FORMA DE ESTIMAÇÃO DO ALFA REAL HISTÓRICO DOS INVESTIDORES INDIVIDUAIS

A ausência de dados específicos sobre a composição do portfólio anual agregado dos investidores individuais exigiu a estimação deste dado através da coleta de várias informações relacionadas às principais alternativas de investimentos financeiros disponíveis para estes investidores. Conforme descrito na Seção 3.2, foram considerados quatro categorias de investimento: i) fundos de investimentos; ii) CDB; iii) poupança; e iv) investimento direto em ações. O alfa real de cada ano foi calculado considerando a representatividade dos investimentos em ações (fundos de ações + investimento direto em ações) sobre o total do portfólio agregado destes investidores.

As principais premissas consideradas para se estimar o valor investido em cada uma das quatro categorias de investimento foram:

- i) Fundos de investimento: participação dos investidores individuais no total do patrimônio dos fundos de investimento estimada entre 60% e 80% (estes percentuais foram estimados com base na análise individual dos fundos de investimento, seu mercado-alvo e sua participação no total do patrimônio dos fundos);

- ii) CDBs: participação dos investidores individuais estimada entre 30% e 60% do total do patrimônio anual dos CDBs;
- iii) Poupança: pressupõe que 100% do valor investido em poupança pertence a investidores individuais;
- iv) Investimento direto em ações: calculado com base na participação dos investidores individuais no *free-float* de cada ano, multiplicado pela capitalização de mercado anual média da bolsa.

Dos valores estimados acima, o investimento direto na bolsa (item iv) é aquele que apresentou maiores dificuldades na estimação. A estimação do *free-float* de cada empresa foi feita da seguinte forma:

$$\frac{\text{Volume total de ações} - \text{qtd ações dos grupos de controle} - \text{qtd ações negociadas na forma de ADRs}}{\text{Volume total de ações}}$$

O *free-float* médio do mercado acionário foi estimado com base no valor de mercado de cada empresa e sua participação na capitalização total. Este critério resultou em *free-float* médio entre 25% e 35% da capitalização de mercado das empresas negociadas na Bovespa.

Sobre este valor, foi multiplicado o percentual que os investidores individuais representaram do volume negociado em cada ano, também informado pela Bovespa. Este critério resultou em valores entre 2,9% (1997) e 8,5% (2004) de participação direta dos investidores individuais no total da capitalização de mercado da bolsa quando utilizado o teto de 35% de *free-float*. Esta baixa participação resulta do pouco interesse apresentado pelos investidores individuais em investir diretamente no mercado acionário até recentemente (note-se, no entanto, que além destes investimentos diretos, os investidores têm investimentos indiretos através dos fundos de ações) e mostra que grande parte dos investimentos em ações no Brasil ainda tem como origem outros tipos de investidores, como investidores institucionais e instituições financeiras (entre eles, os próprios fundos de pensão e os fundos de investimento), participações da União, estados e municípios, participações do BNDES, investidores estrangeiros e famílias que participam dos grupos de controle das empresas de capital aberto.

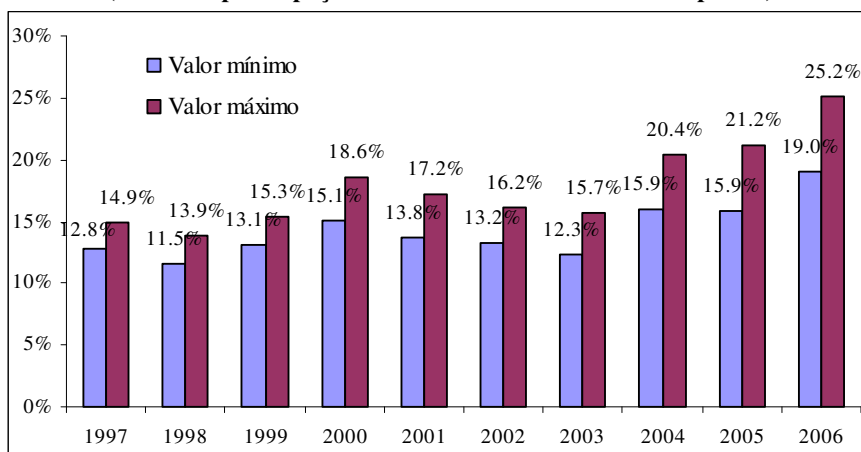
O cálculo do alfa real dos investidores individuais não inclui as participações das famílias que compõem os grupos de controle das empresas de capital aberto, pois estes investimentos são considerados de prazo muito longo e se diferenciam do processo decisório da grande maioria de investidores, cuja decisão não está sujeita às implicações da necessidade de manter grande parte do patrimônio em uma mesma empresa visando manter seu poder de voto.

A decisão de excluir as participações das famílias controladoras do cálculo do alfa real dos investidores individuais poderia ser contestada com base no fato de que estes investimentos (i.e., vinculados aos grupos de controle de empresas) não foram excluídos na estimação do alfa real agregado dos fundos de pensão. No entanto, como os fundos de pensão concentram um valor elevado de ativos sob sua administração, a participação elevada em algumas empresas é uma decorrência do tamanho do seu patrimônio individual, e não representam necessariamente uma decisão pontual de concentrar seus ativos em uma ou poucas empresas. O caso do fundo Previ, que participa do grupo de controle de várias empresas, é um exemplo claro desta situação: mesmo com investimentos distribuídos entre várias empresas, o grande patrimônio sob sua administração (em torno de R\$106 bilhões no final de 2006) lhe possibilita fazer parte do grupo de controle de algumas empresas das quais participa.

Adicionalmente, tendo em vista que o objetivo dos testes de hipótese é identificar a função preferência que melhor replica o comportamento médio dos dois tipos de investidores, no caso dos investidores individuais a exclusão das famílias que participam dos grupos de controle das empresas se justifica pelo fato destas representarem uma minoria em relação à população total dos investidores individuais, mas cuja representatividade em termos de ativos investidos em ações geraria resultados viesados nos testes de hipótese. No caso dos fundos de pensão, a participação elevada em algumas empresas decorre do grande patrimônio individual destes investidores, e não de uma decisão específica de concentrar grande parte do patrimônio próprio em uma única empresa. O processo decisório das famílias controladoras se dá também de forma diferente do investidor comum: além de ser um investimento de longo prazo, a família controladora possui um forte vínculo com a empresa, sendo normalmente um dos seus fundadores. A venda de participação implicaria em perda de controle e a conseqüente mudança na capacidade da família em comandar e influenciar as decisões estratégicas da empresa, e de se beneficiar das implicações deste controle. O impacto é portanto muito maior, e o processo decisório muito diferente, do que a realocação de investimentos de um investidor comum, que busca apenas uma melhor relação retorno/risco, sem as implicações advindas do controle da empresa.

As famílias que participam dos grupos de controle das empresas de capital aberto detêm em torno de 10% do capital social das empresas negociadas na Bovespa e a inclusão do patrimônio destas famílias na estimação do alfa real dos investidores individuais aumentaria este alfa entre 610 em 1.120 pontos-base. O gráfico abaixo apresenta o alfa real anual dos investidores individuais após a inclusão desta participação:

**Gráfico 13: Participação das Ações no Portfólio Agregado de Investidores Individuais
(incluindo participação das famílias no controle das empresas)**



Ao se comparar o gráfico acima com os alfas ótimos para um cenário que considera, por exemplo, índice de Sharpe de 0,2 (vide Apêndice V), é possível verificar que a inclusão desta participação torna a rejeição da hipótese H_0 menos clara. Apesar dos alfas reais não se situarem na região de não-rejeição em nenhum dos anos, a hipótese H_0 é rejeitada apenas na forma fraca em todos anos da amostra. Estes resultados mostram que o comportamento deste grupo específico de investidores pode ser adequadamente representado por uma função utilidade tradicional, ainda que esta afirmação não seja válida para o comportamento agregado do restante da população de investidores individuais.

8 IMPLICAÇÕES ECONÔMICAS DOS RESULTADOS DOS TESTES

Conforme visto anteriormente, os testes de hipótese permitem resumidamente chegar às seguintes conclusões:

- i. A função utilidade tradicional não é rejeitada como modelo representativo do comportamento agregado dos fundos de pensão no período analisado;
- ii. Ainda que não seja rejeitada para o comportamento agregado dos fundos, a função utilidade tradicional mostra restrições na sua capacidade de replicar o comportamento individual de alguns fundos;
- iii. A função utilidade tradicional é rejeitada como modelo representativo do comportamento agregado dos investidores individuais. Ainda que possa representar o comportamento isolado de alguns investidores individuais, a função utilidade tradicional não permite replicar o comportamento da maioria destes investidores dentro de um intervalo de parâmetros aceitáveis de aversão ao risco;
- iv. A função preferência com aversão a perdas (com valor referencial equivalente à taxa livre de risco) apresenta maior capacidade de replicar o comportamento agregado dos investidores individuais do que a função utilidade tradicional. Sua adequação como modelo representativo destes investidores não pôde ser rejeitada no período analisado.

As principais implicações econômicas destes resultados podem ser resumidas conforme segue:

- i. Se, por um lado, a presença de aversão a perdas indica menor suscetibilidade por parte dos investidores individuais a correr riscos em cenários onde o mercado acionário oferece uma relação retorno/risco baixa, mudanças nas expectativas de mercado podem gerar aumentos sensíveis na demanda por ações por parte destes investidores;
- ii. Ainda que os fundos de pensão tenham, de forma agregada, atingido um patamar comparativamente mais elevado de investimento em ações, esta condição pode ser parcialmente explicada pela concentração dos ativos em poucos fundos que apresentam uma política de investimento mais agressiva. A maioria dos fundos de pensão têm ainda um grande espaço para crescer até atingir o limite máximo definido por lei, e a evolução recente sugere que seus ativos tendem a ser direcionados a opções de investimento de maior risco, principalmente ao mercado acionário, à medida que a taxa básica de juros cai e/ou a relação retorno/risco oferecida pelo mercado acionário sobe.

No caso dos investidores individuais, se por um lado a função preferência com aversão a perdas supõe maior aversão para cenários com retornos abaixo do valor referencial, por

outro lado o comportamento destes investidores se mostra mais elástico para mudanças de expectativas quanto ao risco de mercado e o prêmio pelo risco. Investidores com aversão a perdas são, em termos relativos, mais sensíveis a reduções no risco de mercado do que investidores sem aversão a perdas. Supondo uma melhora na relação retorno/risco do mercado acionário (por exemplo, queda do desvio-padrão do retorno de mercado de 40% para 32% e prêmio pelo risco estável em 8%), e considerando um investidor médio que apresente aversão ao risco de $\gamma=2,0$ e aversão a perdas de $D=0,7$, seria esperado um aumento em torno de 1.100 pontos-base na taxa de investimento média em ações por parte destes investidores - um investidor que tenha 8% de seu portfólio em ações, por exemplo, aumentaria esta participação para aproximadamente 19% como resposta a esta mudança de expectativa (mais do que dobrando portanto o investimento em ações). Em contrapartida, um investidor que não apresente aversão a perdas, e tenha aversão ao risco de $\gamma=2,0$, reagiria com um aumento de 1.500 pontos-base na taxa de investimento em ações, passando de um alfa de 28% para um alfa de 43%. Assim, ainda que o crescimento em termos de pontos-base do investidor com aversão a perdas seja menor, seu crescimento relativo é maior.

Mesmo considerando a crescente representatividade dos fundos de pensão no mercado acionário brasileiro, uma eventual elevação na relação retorno/risco e o conseqüente aumento da participação do investimento em ações na carteira dos investidores individuais trará uma crescente preocupação entre estes investidores quanto a melhorias em políticas de governança corporativa e possivelmente um aumento nos atritos entre grupos controladores (comumente constituídos por fundos de pensão) e os investidores minoritários, categoria na qual os investidores individuais normalmente se situam. Por outro lado, caso a elevada volatilidade deste mercado se mantenha, a redução isolada na taxa básica de juros não será incentivo suficiente para gerar aumento significativo na demanda por ações – os resultados das simulações sugerem que o principal fator gerador de demanda por ações é a relação retorno/risco do mercado acionário, e não o patamar da taxa básica de juros.

Em termos microeconômicos, os resultados dos testes de hipótese corroboram com vários outros trabalhos na linha de aversão a perdas e teoria comportamental, a partir dos quais fica mais clara a inadequação de uma função utilidade tradicional e a necessidade de se aprimorá-la de forma a acomodar comportamentos que não são coerentes com seus axiomas. Mais especificamente, a presença de aversão a perdas implica que a sensibilidade do investidor a riscos não está vinculada apenas a aversão à variância, mas também à rejeição mais exarcebada de cenários com retornos não satisfatórios. Desta forma, fundos de investimento com estratégias que permitam reduzir estes cenários (através do uso de

derivativos, por exemplo) podem ser mais atrativos aos olhos dos investidores individuais do que fundos com prêmios pelo risco equivalentes, mas que atinjam cenários identificados como “perdas” com maior frequência.

O uso da função com aversão a perdas também pode ser um ferramental interessante para a indústria de fundos na medida em que permite identificar com maior flexibilidade e adequação as diferentes formas de raciocinar de um investidor individual. Gestores de fundos de investimento podem utilizar este tipo de preferência de forma a identificar o portfólio mais adequado aos seus clientes, ou para entender melhor a reação destes frente às variações dos retornos dos fundos.

No caso dos fundos de pensão, além do próprio crescimento orgânico destes fundos, o potencial de crescimento da taxa de investimento em ações sugere que sua representatividade no mercado acionário e sua participação em grupos de controle de empresas de capital aberto continuará crescendo fortemente nos próximos anos, tanto em decorrência da necessidade de atingir as metas atuariais, quanto ao fato de cada fundo concentrar um grande volume de ativos (ao contrário dos investidores pessoa física, onde a riqueza está distribuída entre dezenas de milhões de poupadores). O crescimento da representatividade dos fundos de pensão entre os grupos de controle pode trazer vantagens aos investidores do mercado acionário brasileiro através do maior monitoramento dos executivos das empresas (conforme sugerido por alguns autores, como Hartzell e Starks, 2003) e uma maior demanda por ativos de maior risco e com maturação de longo prazo (como investimentos nos setores de telecomunicações, infra-estrutura, tecnologia de ponta, etc), importantes para o crescimento econômico do País.

Conforme Gráfico 7 apresentado na Seção 3.2, a representatividade dos fundos de pensão, medida pelo valor dos ativos administrados em relação ao PIB brasileiro, cresceu de 7,6% em 1997 para 15,3% em 2006, um crescimento de 85 pontos-base ao ano. Supondo que este crescimento se mantenha nos próximos 10 anos, a representatividade dos fundos de pensão atingiria 23,5% do PIB do País em 2016 - um valor alto para os padrões históricos brasileiros, mas razoável se comparado a alguns países, europeus ou latino-americanos, onde os fundos de pensão são mais representativos na economia.

Ainda que o fundo Previ tenha atingido o limite máximo de investimento em ações, a maior parte dos fundos de pensão ainda têm grande espaço para ampliação da taxa de investimento em ações. Supondo que os fundos se comportem na forma prevista por uma função utilidade com aversão ao risco entre $\gamma=2,0$ e $\gamma=4,0$, em um cenário com percepção de melhora na relação retorno/risco do mercado acionário (igual ao exemplo anterior, de queda

do risco de mercado de 40% para 32% e prêmio pelo risco estável em 8%), seria de se esperar um aumento entre 800 e 1.500 pontos-base na taxa de investimento em ações por parte dos fundos de pensão. O uso de um intervalo entre $\gamma=2,0$ e $\gamma=4,0$ se justifica pelo fato de alguns fundos apresentarem graus de aversão ao risco mais elevados, ainda que o comportamento agregado seja melhor replicado por graus de aversão ao risco em torno de $\gamma=2,0$.

A combinação do crescimento orgânico com o aumento da participação das ações no portfólio dos fundos resultaria em um crescimento real entre 270% e 290% no total de ativos investidos em ações por parte dos fundos de pensão (já descontado o “efeito Previ”, uma vez que este fundo se encontra no teto regulatório). Em termos absolutos, isto representaria um incremento real entre R\$319 bilhões e R\$342 bilhões em ativos de fundos de pensão direcionados para o mercado acionário, bastante representativo se comparado com o valor de mercado da Bolsa de Valores de São Paulo em janeiro de 2007, de R\$1,2 trilhão.

9 CONCLUSÃO

A principal contribuição deste trabalho consiste na comparação da adequação de dois tipos de função utilidade como modelos representativos para o comportamento agregado de dois tipos de investidores no Brasil: investidores individuais e fundos de pensão. Esta análise comparativa permitiu extrair alguns dados novos no campo de análise comportamental ao identificar diferenças de comportamento entre investidores de diferentes categorias.

Ainda que a função preferência com aversão a perdas já tenha sido objeto de análise de vários trabalhos, e mais recentemente alguns deles no Brasil, o presente trabalho adiciona novas informações ao utilizar dados reais de retorno e risco do mercado brasileiro, e basear a análise em taxas reais de investimento dos dois grupos de investidores, permitindo a comparação direta entre os dois tipos de função e as duas categorias de investidores. Outros artigos normalmente focam em um único tipo de investidor, e a metodologia utilizada normalmente se baseia em testes de laboratório ou em modelos teóricos. Desta forma, este trabalho complementa e adiciona algumas informações novas aos trabalhos efetuados recentemente por outros autores no Brasil (e.g., Pessoa, Bonomo e Garcia, 2007; Iglesias, Battisti e Pacheco, 2006) que, de forma geral, compartilham a idéia central de que a preferência com aversão a perdas apresenta algumas qualidades não presentes na função utilidade tradicional.

Outra contribuição do trabalho é a forma de modelagem da função preferência com aversão a perdas, uma combinação do modelo de Ang, Bekaert e Liu (2005) com a premissa de valor referencial de Barberis, Huang e Santos (2001). Ainda que o modelo de preferência com aversão a perdas tenha uma representação matemática muito similar ao modelo de Ang, Bekaert e Liu (2005), difere deste pelo fato de utilizar um valor referencial que não é o equivalente-certo, permitindo o uso de valores referenciais mais próximos da realidade dos investidores e da sua forma de raciocinar. Desta forma, ao utilizar a taxa livre de risco como valor referencial, distancia-se do suporte axiomático proposto por Gul (1991) e Ang, Bekaert e Liu (2005). Por outro lado, o modelo não pressupõe gosto pelo risco na região das perdas conforme modelo proposto por Tversky e Kahneman (1992), indicando que esta premissa não é condição necessária para que a função preferência com aversão a perdas se apresente como um modelo adequado para representar o comportamento dos investidores individuais.

O modelo testado no presente trabalho e os resultados obtidos ainda necessitam de outros tipos de testes de forma a complementar ou melhorar a robustez dos resultados. Uma das principais carências decorrentes da forma do teste de hipótese consiste na dificuldade de

transportar os resultados agregados para o mundo da microeconomia e das decisões individuais. Apesar de introduzir uma discussão preliminar referente a esta questão na Seção 6, este trabalho não permite ainda compreender com maior precisão as implicações dos resultados para o mundo das decisões individuais, seja dos investidores pessoa física, seja dos fundos de pensão. Assim, a não-rejeição da função utilidade tradicional como modelo adequado para o comportamento agregado dos fundos de pensão não implica que seja adequada para o comportamento individual deste ou daquele fundo. Da mesma forma, o fato da função utilidade tradicional ser rejeitada para o comportamento agregado dos investidores individuais não significa que seja rejeitada para o comportamento individual de *todos* investidores individuais. Investidores individuais mais racionais não irão necessariamente apresentar aversão a perdas em seus processos decisórios, assim como os fundos de pensão, mesmo que supostamente mais racionais, podem apresentá-la.

Ainda que os resultados dos modelos testados sugiram a presença de aversão a perdas no processo decisório de alocação do investidor individual, as baixas taxas de investimento de parte destes investidores podem também ser justificadas por outras características. Entre elas, a dificuldade que alguns investidores têm de avaliar opções de investimento mais complexas, devido à falta de conhecimento do mercado e à baixa formação educacional, podem impedir que estes investidores cheguem mesmo a avaliar o mercado acionário como uma opção concreta de investimento. Neste caso, o processo de alocação é provavelmente mais simples do que a premissa de que ele avalia e compara o risco e retorno das opções de investimento disponíveis. Esta questão foi abordada de forma simples na Seção 6, quando se excluiu os ativos da poupança do total do portfólio dos investidores individuais, mas merece um enfoque mais detalhado em novos trabalhos.

Por outro lado, alguns artigos (como Barber, Odean e Zhu, 2006) permitem justificar melhor o uso de dados agregados com base no fato de que os investidores individuais tendem a ser influenciados pelo comportamento dos seus pares, o que sugere que as taxas de investimento em ações podem ter um forte componente sistemático, não sendo apenas uma decisão tomada de forma isolada e independente por cada investidor. Assim, ainda que muitos investidores não invistam em ações, aqueles que investem tendem a ser influenciados pela percepção geral das expectativas quanto ao comportamento do mercado acionário, percepção esta difundida pela mídia e por meios informais de comunicação.

A principal contribuição dos resultados é, portanto, de indicar o modelo mais adequado para representar o processo decisório para a maioria dos investidores de cada categoria. Provavelmente, a melhor explicação para esta diferença na forma de tomar uma

decisão de investimentos decorra da proximidade ou intensidade que o impacto da decisão tem para cada investidor. Como o administrador de um fundo de pensão não está administrando seu próprio patrimônio, seu processo decisório fica menos sujeito à rejeição de cenários negativos, desde que estes cenários negativos tenham a possibilidade de serem recuperados no longo prazo. Os investidores individuais, por outro lado, sofrem com maior intensidade em decorrência de variações negativas na sua riqueza, pois elas representam uma redução diretamente proporcional na sua capacidade de consumo. Desta forma, cenários com retornos ruins são rejeitados de forma mais intensa por um investidor individual do que por um investidor que toma decisões relacionadas à riqueza de terceiros. Mesmo que os cenários negativos tenham possibilidade de serem recuperados, o sofrimento pela perda de riqueza para o investidor individual provavelmente não compensa a espera de retornos positivos no longo prazo, daí a rejeição mais forte dos cenários negativos na forma proposta pela função preferência com aversão a perdas.

Uma possível abordagem para resolver esta dificuldade de transferir os resultados agregados para o campo das decisões individuais seria de estratificar os investidores individuais em diferentes níveis sócio-econômicos (ou outras características, como formação, conhecimento do mercado acionário, etc) de forma a identificar o comportamento específico de investidores com perfis similares de riqueza e, eventualmente, de educação. Ainda que não permita acessar o processo decisório no nível estritamente individual, este tipo de análise (através de modelos econométricos, por exemplo) por diferentes tipos de investidores individuais permitiria entender com maior clareza quais fatores determinam a presença de aversão a perdas: se financeiros, de formação, de conhecimento, ou quaisquer outros. Christelis, Jappelli e Padula (2006), por exemplo, mostram que indivíduos com habilidades cognitivas mais desenvolvidas (como maior capacidade de efetuar cálculos numéricos e interpretar informações) tendem a investir mais no mercado acionário e que habilidades cognitivas reduzidas estão associadas com graus de aversão ao risco mais altos. Outros autores, como Bernheim e Garrett (2003) e Van Rooij, Alessie e Lusardi (2007), concentram sua análise na relação entre nível de educação financeira e taxa de investimento em ações.

Outra dificuldade do modelo consiste na determinação dos parâmetros para expectativas de retorno e risco dos ativos em questão. A análise conjunta de dados ex-post e ex-ante dá maior robustez aos resultados, pois identifica se os modelos são rejeitados ou não para uma maior gama de premissas. Se, por um lado, a análise ex-post apresenta a vantagem de utilizar dados históricos (e, portanto, realizados) como referência para a definição de expectativas, a análise ex-ante permite identificar variações de curto prazo que poderiam gerar

mudanças no comportamento dos investidores, variações estas que não ficam claras com o uso de dados históricos. Adicionalmente, o uso do índice de Sharpe na análise ex-ante permitiu criar um conjunto de cenários bastante abrangente de prêmio pelo risco, fora do qual dificilmente as expectativas dos investidores se encontram (ao menos para a média de expectativas dos investidores agregados). O uso deste índice também contribui no sentido de facilitar o entendimento da sensibilidade dos modelos de preferência para diferentes cenários de expectativas de prêmio pelo risco. Este excesso de cenários de premissas, ainda que tenha gerado uma quantidade (eventualmente exagerada) de simulações, permite identificar com maior robustez a frequência ou intensidade com que cada hipótese pôde (ou não) ser rejeitada, dando uma maior qualidade no resultado dos testes. Se expectativas de retorno e risco são subjetivas no longo prazo, esta subjetividade aumenta sensivelmente para decisões de curto prazo, daí a necessidade de incorporar uma gama maior de possibilidades de expectativas.

Apesar da premissa de distribuição normal dos retornos ser adotada em muitos trabalhos acadêmicos, em um modelo descritivo ela peca por não necessariamente refletir do modo mais adequado a forma que os investidores têm de “mentalizar” ou acessar o risco de um ativo. Conforme ressaltado por Muramatsu (2006, p. 36):

“One source of objection to the Neumann-Morgenstern expected utility approach is the premise that individuals make evaluations based on objective probabilities. This is regarded as a limitation of the theory. Actual agents exhibit choice behaviors that cannot be predicted or explained by considering the simplification that individuals know the distribution probability function of all events given by nature”

Desta forma, um modelo descritivo que tenha a ambição de aprofundar a compreensão do processo de tomada de decisão de investidores individuais deve partir de um arcabouço onde a percepção de risco não seja determinada necessariamente por uma distribuição parametrizada, mas sim por um processo de percepção de risco que seja coerente com a forma que os investidores individuais têm de perceber e incorporar mentalmente este conceito. Ainda que alguns (ou vários) destes investidores conheçam e utilizem conceitos estatísticos para compreender as implicações do risco incorrido em um determinado investimento, é provável que para grande parte destes investidores o processo decisório se dê de forma mais caótica e imprevisível do que a premissa de um determinado tipo de distribuição, sendo provavelmente resultado do processamento de uma grande quantidade de informações isoladas, cujo impacto dependerá da forma que o indivíduo tem de interpretar e reagir para cada nova informação. Pelo fato deste tipo de análise ser bastante complexo e pela elevada subjetividade implícita, não é possível ainda desenvolver isto tipo de análise de forma a obter

resultados objetivos, razão pela qual o uso do desvio-padrão ainda se apresenta como uma medida de risco aceitável, principalmente pelo seu uso corrente entre fundos de investimento, e desde que aceito que esta simplificação não afeta sensivelmente os resultados dos testes de hipótese. Assim, independentemente do desvio-padrão ser uma medida adequada de risco do ponto de vista do investidor individual, o resultado dos testes de hipótese indicam um tipo de comportamento (de rejeição para retornos ruins) que provavelmente seria percebido mesmo sob outras formas de modelagem para o risco.

O critério de definição de parâmetros de rejeição das funções consiste em outra dificuldade no desenvolvimento dos testes de hipótese propostos. Ainda que a forma de classificação dos graus de aversão ao risco e aversão a perdas utilizados nesta tese sejam subjetivos (conforme apresentados na Seção 3.1), eles partem de parâmetros já apresentados por outros autores. De fato, é difícil ignorar que alguns graus de rejeição são intuitivamente extremados, como pôde ser visto nos resultados das aplicações destes graus de aversão (ao risco e a perdas) nas loterias de Rabin. Supor, por exemplo, que graus de aversão ao risco (γ) maiores do que 5 sejam aceitáveis para o comportamento médio do investidor, significa supor que estes investidores, na média, iriam rejeitar aquele conjunto de loterias apresentados anteriormente, uma premissa bastante extremada para o comportamento médio agregado dos investidores - ainda que eventualmente aceitável para o comportamento individual de um ou outro investidor. Adicionalmente, outros artigos, mesmo que não tenham determinado de forma objetiva quais são os níveis aceitáveis de aversão ao risco, dão indicações de que graus de aversão ao risco (γ) acima de 2 são bastante elevados. No caso específico dos investidores individuais, parece muito mais razoável supor um comportamento de aversão a perdas do que um comportamento extremado de aversão à variância. Assim, apesar da subjetividade desta classificação, esta rejeição é tão mais razoável quanto mais adequada e intuitiva for a justificativa de que a aversão extremada à variância na realidade reflete uma falha da função utilidade tradicional em incorporar a aversão a perdas.

Outra dificuldade apresentada no desenvolvimento dos testes decorre da elevada volatilidade do mercado acionário brasileiro, e da conseqüente dificuldade em se estimar parâmetros para o prêmio pelo risco histórico deste mercado. Por ser uma dificuldade intrínseca ao mercado brasileiro, no entanto, é de difícil solução. Uma possível crítica ao trabalho poderia ser relacionada ao fato do mercado acionário brasileiro haver apresentado prêmio pelo risco negativo em vários períodos, o que implicaria na não-rejeição da hipótese H_0 para os investidores individuais (pois, sendo o prêmio pelo risco negativo, a existência de alfas positivos implicaria na realidade em investidores com gosto pelo risco). No entanto, o

uso da média aritmética (uma premissa adequada para análises de curto prazo, desde que os horizontes históricos sejam os mesmos dos horizontes de decisão) mostram que o mercado acionário brasileiro efetivamente pagou um prêmio pelo risco positivo na maioria dos períodos, ainda que baixo frente aos patamares do mercado americano. Adicionalmente, se as expectativas de prêmio pelo risco fossem efetivamente negativas, o que explicaria as taxas mais elevadas de investimento em ações por parte dos fundos de pensão? Estariam estes fundos agindo com gosto pelo risco, de tal forma que isto justificaria colocar percentuais entre 15% e 50% do portfólio em ações? É importante ressaltar, portanto, que caso a premissa de expectativa de prêmio pelo risco negativa fosse aceita, haveriam muitas outras implicações difíceis de serem explicadas quanto ao comportamento dos investidores. De fato, ainda que o prêmio pelo risco tenha sido negativo em períodos curtos, a premissa de *expectativa agregada* de prêmio pelo risco negativo não se sustenta economicamente.

A discussão quanto ao prêmio pelo risco no mercado acionário brasileiro remete à discussão quanto à eficiência de mercado. Ainda que a concentração e a falta de liquidez no mercado acionário brasileiro sejam fatores potenciais de desencorajamento para ampliação dos investimentos provenientes de investidores menos protegidos como os investidores individuais, a liquidez deste mercado mostrou um crescimento sensível nos últimos anos (o grande número de IPOs ocorridos recentemente e o crescente volume de negociação são alguns indicadores) e, mesmo que até o final da década de 90 o mercado se concentrasse em poucas empresas (muitas delas estatais), já não se pode mais dizer o mesmo para o cenário atual. A análise do período entre 1997 e 2006 abrange um período de maior maturação deste mercado, onde a maior quantidade e a maior liquidez de ações de diferentes setores permitem maiores possibilidades de investimento e diversificação para investidores menores. Ainda que exista terreno para manipulação do preço das ações durante curtos espaços de tempo devido à influência de investidores institucionais e *market-makers* (no vencimento dos contratos de opções sobre ações, por exemplo), no médio e longo prazo o preço das ações tende ao seu preço de equilíbrio. Portanto, investidores individuais que não têm como foco operações de curtíssimo prazo estariam pouco sujeitos ao impacto deste tipo de manipulação. Neste caso, as expectativas utilizadas nas simulações deste trabalho representam prêmios pelo risco efetivamente realizáveis e servem como parâmetros adequados de expectativas.

Apesar dos primeiros trabalhos de maior impacto no campo de estudo das finanças comportamentais haverem surgido há aproximadamente três décadas, este ainda é um campo com muitas possibilidades de exploração. A premissa de racionalidade axiomática do investidor, que predominou nos estudos de finanças e economia da década de 1940 até

recentemente, de certa forma restringiu a análise a um tipo idealizado de investidor que não necessariamente descreve o comportamento real dos investidores. Os dados reais do mercado mostram a necessidade de se flexibilizar algumas premissas dos modelos que buscam representar o comportamento dos investidores para se obter resultados mais adequados. No caso específico da função preferência com aversão a perdas (ou ao desapontamento, como alguns autores preferem), os resultados sugerem que os investidores individuais raciocinam de forma diversa daquela prevista pela teoria da utilidade esperada. Entre elas, a necessidade de se analisar o comportamento dos portfólios em prazos mais curtos (prazo de reavaliação x prazo de consumo) e a presença de aversão ao risco de primeira ordem (aversão a perdas) e não apenas de segunda ordem (à variância). Por outro lado, a análise das decisões tomadas por investidores supostamente mais racionais (fundos de pensão) mostra que seu processo decisório pode ser representado por uma função utilidade tradicional, indicando ser este um modelo mais adequado para investidores que são menos suscetíveis aos impactos de curto prazo das suas decisões.

BIBLIOGRAFIA

ALLAIS; M. *Le comportement de l'homme rationnel devant le risque: critique des postulats et axiomes de l'ecole americaine*. Econometrica. Vol. 21. October 1953

AMILON. H. *Comparison of mean-variance and exact utility maximization in stock portfolio selection*. Lund Univeristy, Sweden. 2001

ANG, A.; BEKAERT, G.; LIU, J. *Why stocks may disappoint*. Journal of Financial Economics. Vol. 76. 2005

ANG, A.; CHEN, J.; XING, Y. *Downside risk*. Review of Financial Studies. 2006

ARROW, K.J. *Aspects of the theory of risk-bearing*. Helsinki: Yrjö Hahnsson Foundation (Lectures). 1965

ARROW, K.J. *Essays in the theory of risk-bearing*. North-Holland, Amsterdam. 1971

BARBER, B.M.; ODEAN, T.; ZHU, N. *Systematic noise*. Working paper. SSRN (Social Science Research Network). 2006

BARBERIS, N.; HUANG, M.; SANTOS, T. *Prospect theory and asset prices*. The Quarterly Journal of Economics. February 2001

BENARTZI, S; THALER, R. *Myopic loss aversion and the equity premium puzzle*. The Quarterly Journal of Economics. Vol. 110. 1995

BENJAMIN, D.J.; BROWN, S.A.; SHAPIRO, J.M. *Who is "behavioral"? Cognitive ability and anomalous preferences*. SSRN (Social Science Research Network). Working paper. 2006

BERNHEIM, D.; GARRET, D.M. *The effects of financial education in the workplace: evidence from a survey of households*. Journal of Public Economics. Vol. 87. 2003

BERTUCCI, L.A.; SOUZA, F.H.R.; FELIX, L.F.F. *Gerenciamento de risco de fundos de pensão no Brasil: alocação estratégica ou simples foco na meta atuarial?* Economia e Gestão. Vol. 6. 2006

BLUME, M.E. *Unbiased estimators of long-run expected rates of return*. Journal of the American Statistical Association, Vol. 69. 1974

BODIE, Z.; KANE, A.; MARCUS, A.J. *Fundamentos de investimentos*. Editora Bookman. 3ª edição. 2006

BRAV, A.; LEHAVY, R.; MICHAELY, R. *Using expectations to test asset pricing models*. SSRN (Social Science Research Network). Working Paper. 2005

BROCKETT, P.; KAHANE, Y. *Risk, return, skewness and preference*. Management Science. Vol. 38. June 1992

BROWN, D.; GIBBONS, M. *A simple econometric approach for utility-based asset pricing models*. The Journal of Finance. Vol. 40. June 1985

BUSSAB, W.O.; MORETTIN, P.A. *Estatística básica*. Editora Saraiva. 2004

COCHRANE, J. *Asset pricing*. Princeton University Press. 2001

CONSTANTINIDES, G.M. *Capital market equilibrium with transaction costs*. The Journal of Political Economy. Vol. 94. Aug 1986

CHISTELIS, D.; JAPPELLI, T.; PADULA, M. *Cognitive abilities and portfolio choice*. CSEF (Centre for Studies in Economics and Finance). Working paper n. 157. 2006

CYSNE, R. P. *Equity premium puzzle: evidence from Brazilian data*. XXXIII Encontro Nacional de Economia da Anpec. 2006

DAMODARAN, A. *Estimating equity risk premiums*. Working Papers Series. Stern School of Business. 1999

DAVIS, M. H. A.; NORMAN, A.R. *Portfolio selection with transaction costs*. Mathematics of Operations Research. Vol. 15. November 1990

FAMA, E.F.; FISHER, L.; JENSEN, M.C.; ROLL, R. *The adjustment of stock prices to new information*. International Economic Review. Vol. 10. February 1969

FAMA, E.F.; FRENCH, K.R. *The Equity Premium*. The Journal of Finance. April 2002

FEIGENBAUM, J. *Symmetries of the HARA class*. Working paper. University of Pittsburgh. 2003

FREDERICK, S. *Cognitive reflection and decision making*. Journal of Economic Perspectives. Vol 19. 2005

FRIEDMAN, M.; SAVAGE, L.J. *The utility analysis of choices involving risk*. The Journal of Political Economy. Vol. 56. August 1948

FRIEND, I.; BLUME, M.E. *The demand for risky assets*. American Economic Review. Vol. 65. December 1975

GEBHARDT, W.; LEE, C.; SWAMINATHAN, B. *Toward an implied cost of capital*. Journal of Accounting Research. Volume 39. Issue 1. 2001

GU, Z.; WU, J.S. *Earnings skewness and analyst forecast bias*. Journal of Accounting and Economics. Vol 35. 2003

GUIO, L.; JAPPELLI, T.; TERLIZZESE, D. *Income risk, borrowing constraints, and portfolio choice*. The American Economic Review. Vol. 86. 1996

GUL, F. *A theory of disappointment aversion*. Econometrica. 59. 1991

HARTZELL, J.C.; STARKS, L.T. *Institutional investors and executive compensation*. The Journal of Finance. Vol. 58. December 2003

IGLESIAS, M. C.; BATTISTI, J. E. Y.; PACHECO, J. M. *O comportamento do investidor brasileiro na alocação de ativos*. 6º Encontro Brasileiro de Finanças. 2006

INDRO, D.C.; LEE, W.Y. *Biases in arithmetic and geometric averages as estimates of long-run expected returns and risk premia*. Financial Management. Vol. 26. 1997

ISSLER, J.; PIQUEIRA, N. *Aversão a risco, taxa de desconto intertemporal e substitutibilidade intertemporal no consumo do Brasil*. Em Finanças aplicadas ao Brasil, organizado por Marcos Bonomo. FGV. 2002

KAHNEMAN, D.; TVERSKY, A. *Prospect theory: an analysis of decision under risk*. Econometrica. Vol. 47. May 1979

KALLBERG, J.; ZIEMBA, W. *Comparison of alternative utility functions in portfolio selection problems*. Management Science. Vol. 29. November 1983

KANE, A. *Skewness preference and portfolio choice*. The Journal of Financial and Quantitative Analysis. Vol. 17. 1982

KHORANA, A.; MOYER, R.; PATEL, A. *The ex-ante equity market risk premium: more pieces of the puzzle*. European Financial Management Association Meetings. 1997

KRAUS, A.; LITZENBERGER, R.H. *Skewness preference and the valuation of risk assets*. The Journal of Finance. Vol. 31. 1976

LEAL, R. P.C.; SILVA, A. L. C.; RIBEIRO, T. S. *Alocação ótima de ativos em fundos de pensão brasileiros*. UFRJ/COPPEAD (Relatórios Coppead nº 351). 2002

LEIBOWITZ, M.L.; LANGETIEG, T.C. *Short risk and the asset allocation decision: a simulation analysis of stock and bond risk profiles*. The Journal of Portfolio Management. Fall 1989

LIU, H.; LOEWENSTEIN, M. *Optimal portfolio selection with transaction costs and finite horizons*. The Review of Financial Studies. Vol. 15. 2002

LOOMES, G.; SUGDEN, R. *Regret theory: an alternative theory of rational choice under uncertainty*. The Economic Journal. Vol. 92. Dec 1982

LUCAS, R. E. Jr. *Asset prices in an exchange economy*. Econometrica. Vol 46. 1978

MACHINA, M. *Expected utility analysis without the independence axiom*. Econometrica. Vol. 50. March 1982

MACHINA, M. *Choices under uncertainty: problems solved and unsolved*. The Journal of Economic Perspectives. Vol. 1. 1987

MARKOWITZ, H. *The utility of wealth*. The Journal of Political Economy. April 1952

MARKOWITZ, H.; LEVY, H. *Approximating expected utility by a function of mean and variance*. The American Economic Review. Vol. 69. June 1979

MAS-COLELL, A.; WHINSTON, M.; GREEN, J. *Microeconomic theory*. Oxford University Press. 1995.

MEHRA, R.; PRESCOTT, E. *The equity premium: a puzzle*. Journal of Monetary Economics. Vol. 15. 1985

MINARDI, A.M.A.F.; SANVICENTE, A.Z. *Análise da série histórica de prêmios pelo risco de mercado estimados pelo modelo de dividendos descontados*. Artigo apresentado no 6º Encontro Brasileiro de Finanças. 2006

MURAMATSU, R. *Emotions in action: an inquiry into the explanation of decision-making in the real economic world*. Tese apresentada na Erasmus University. 2006

OGAKI, M.; ZHANG, Q. *Decreasing relative risk aversion and tests of risk sharing*. Econometrica. Vol. 69. 2001

PEREIRA, R. *Forecasting Portuguese stock market volatility*. FMA. 2005

PESSOA, P.; BONOMO, M.; GARCIA, R. *Reproduzindo os momentos dos retornos dos ativos brasileiros com aversão a desapontamento generalizada*. 7º Encontro Brasileiro de Finanças. 2007

RABIN, M. *Risk aversion and expected utility theory: a calibration theorem*. *Econometrica*. Vol. 68. 2000

RISKMETRICS GROUP. *RiskMetrics - Technical Document*. J.P. Morgan/Reuters. 1996

ROBERTS, S.W. *Control chart tests based on geometric moving averages*. *Technometrics*. Vol. 1. Aug. 1959.

SAMUELSON, P. *Risk and uncertainty: a fallacy of large numbers*. *Scientia*. 1963

SANT'ANNA, A.S.; ROSSI, L.E.M. *Análise das metodologias de VAR – Value at Risk – para estimar o risco de mercado de ativos brasileiros*. VII SEMEAD. 2002

SANVICENTE, A.Z.; MINARDI, A.M.A.F. *Problemas de estimação do custo de capital no Brasil*. Working paper. Ibmecc Business School. 1999

SASSATANI, S.; SECURATO, J.R. *Prêmio pelo risco nos mercados futuros: evidências do índice Bovespa*. III SEMEAD. 1998

SINGLETON, J.C.; WINGENDER, J. *Skewness persistence in common stock returns*. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*. Vol. 21. 1986

THALER, R.H.; TVERSKY, A.; KAHNEMAN, D.; SCHWARTZ, A. *The effect of myopia and loss aversion on risk taking: an experimental test*. *The Quarterly Journal of Economics*. Vol. 112. 1997

TOMAZONI, T.; MENEZES, E.A. *Estimativa do custo de capital de empresas brasileiras de capital fechado (sem comparáveis de capital aberto)*. Revista de Administração da Universidade de São Paulo. Vol. 37. 2002

TVERSKY, A.; KAHNEMAN, D. *Advances in prospect theory: cumulative representation of uncertainty*. Journal of Risk and Uncertainty. 1992

VAN ROOIJ, M.; ALESSIE, R.; LUSARDI, A. *Financial literacy and stock market participation*. Working paper. 2007

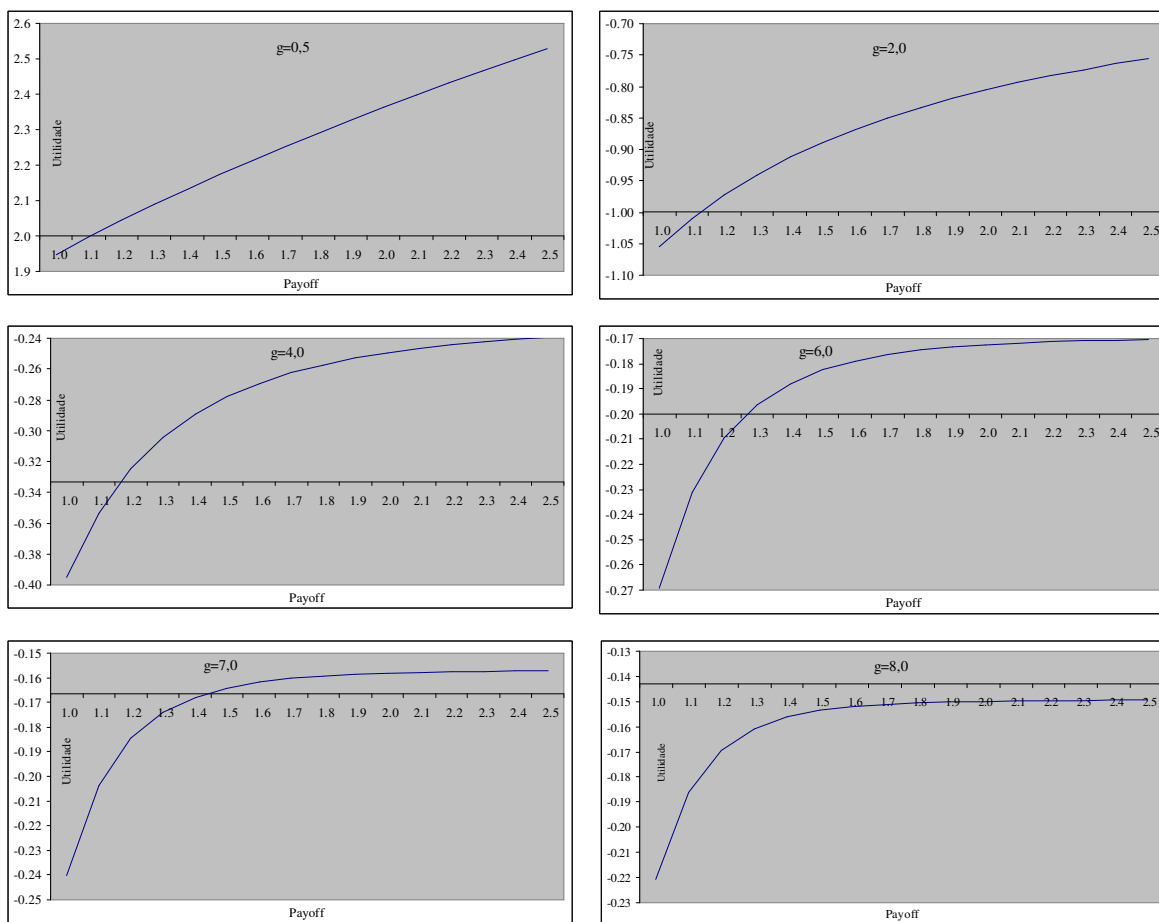
VARGA, G. *Índice de Sharpe e outros indicadores de performance aplicados a fundos de ações brasileiros*. Revista de Administração Contemporânea. Vol. 5. No. 3. 2001

VICEIRA, L. M.; CAMPBELL, J.Y.; COCCO, J.; GOMES, F.; MAENHOUT, P.J. *Stock market mean reversion and the optimal equity allocation of a long-lived investor*. European Finance Review. Vol. 5. No. 3. 2001

VON NEUMANN, J.; MORGENSTERN, O. *Theory of games and economic behavior*. Princeton University Press. 1944

APÊNDICE I

Gráficos Referenciais para Determinação de Parâmetros Aceitáveis de Aversão ao Risco (γ) – Rejeição Forte



Notas:

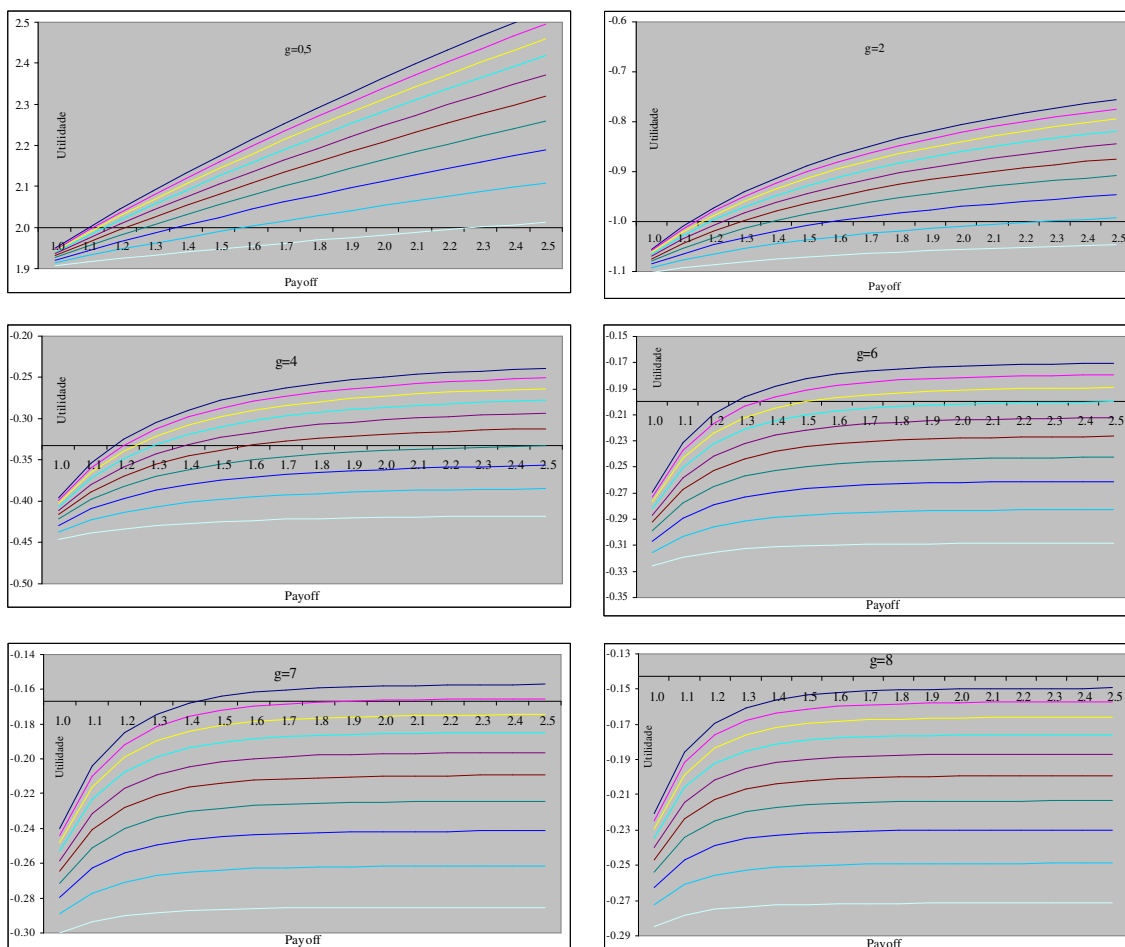
Os gráficos mostram a utilidade da loteria de Rabin que tem os payoffs para o cenário 1 apresentados no eixo x, e as seguintes características:

- Investimento inicial de \$1
- cenário 1: payoff apresentado no eixo x com probabilidade de 50%
- cenário 2: payoff de 0,90 com probabilidade de 50%

O local onde o eixo x cruza o eixo y nos gráficos equivale à utilidade de não apostar na loteria e manter a riqueza inicial. Assim, os trechos das curvas de utilidade abaixo do eixo x representam as situações onde o investidor prefere manter sua riqueza ao invés de apostar na loteria.

APÊNDICE II

Gráficos Referenciais para Determinação de Parâmetros Aceitáveis de Aversão a Perdas (D) – Rejeição Forte



Notas:

Os gráficos mostram a utilidade da loteria de Rabin que tem os payoffs para o cenário 1 apresentados no eixo x, e as seguintes características:

- Investimento inicial de \$1
- cenário 1: payoff apresentado no eixo x com probabilidade de 50%
- cenário 2: payoff de 0,90 com probabilidade de 50%

As curvas de utilidade de cada gráfico representam, de baixo para cima, valores crescentes de D , variando de 0,1 a 1,0.

O local onde o eixo x cruza o eixo y nos gráficos equivale à utilidade de não apostar na loteria e manter a riqueza inicial. Assim, os trechos das curvas de utilidade abaixo do eixo x representam as situações onde o investidor prefere manter sua riqueza ao invés de apostar na loteria.

APÊNDICE III.i

Resultados das Simulações com Premissas Ex-Post Sub-Períodos 1974-1996 e 1997-2006

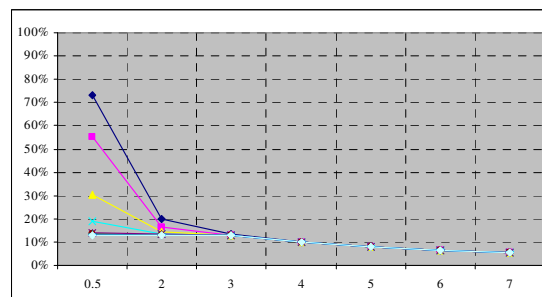
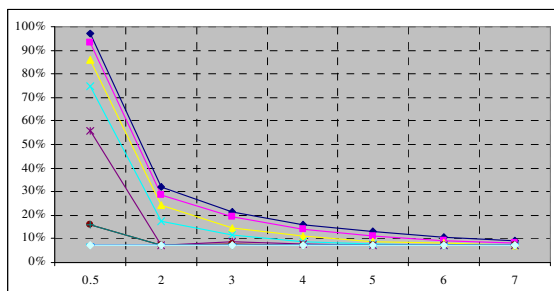
Quadro de Premissas

Período	Retorno Médio		Desvio	
	Ibovespa	CDI	Ibovespa	Prêmio
1974-1996	34.78%	7.91%	95.79%	26.87%
1997-2006	22.67%	14.55%	51.78%	8.12%

Alfas Ótimos Resultantes das Simulações

1974-1996								1997-2006							
D	γ							D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7		0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	97.2%	32.3%	21.6%	16.2%	12.9%	10.8%	9.2%	1.00	73.3%	19.9%	13.3%	10.0%	8.0%	6.6%	5.7%
0.90	93.0%	28.7%	19.3%	14.0%	11.1%	9.2%	8.2%	0.90	55.3%	16.2%	13.1%	10.0%	8.0%	6.6%	5.7%
0.80	85.9%	24.2%	14.4%	11.3%	8.6%	8.1%		0.80	30.2%	14.2%	13.1%	10.0%	8.0%	6.6%	
0.70	74.8%	17.4%	11.4%	8.9%	7.9%	7.4%		0.70	18.8%	13.3%	13.1%	10.0%	8.0%	6.6%	
0.60	56.0%	7.4%	8.7%	7.8%	7.4%			0.60	13.9%	13.3%	13.1%	10.0%	8.0%		
0.50	16.1%	7.4%	7.6%	7.4%				0.50	13.3%	13.1%	13.1%	10.0%			
0.40	16.1%	7.4%	7.4%	7.4%				0.40	13.3%	13.1%	13.1%	10.0%			
0.30	7.4%	7.4%	7.4%					0.30	13.1%	13.1%	13.1%				
0.20	7.4%	7.4%						0.20	13.1%	13.1%					
0.10	7.4%							0.10	13.1%						

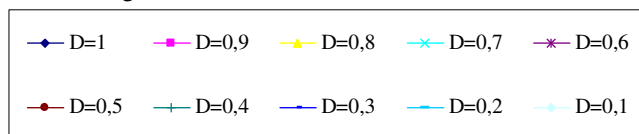
Gráficos com Alfa Ótimo para Diferentes Níveis de γ e D



Eixo x = grau de aversão ao risco (γ)

Eixo y = α

Os gráficos apresentam o valor ótimo investido em ações para diferentes graus de aversão ao risco e aversão a perdas para cada cenário de expectativas. Cada linha representa um grau diferente de aversão a perdas (D), conforme legenda abaixo:



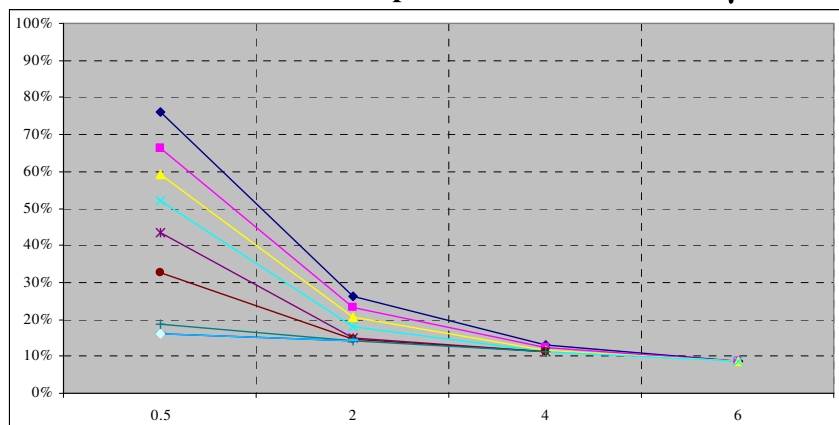
APÊNDICE III.ii

Resultados das Simulações com Premissas Ex-Post Média Móvel Anual de 10 Anos

Quadro de Premissas

Ano	Retorno Médio		Desvio	
	Ibovespa	CDI	Ibovespa	Prêmio
1997	50.4%	16.1%	118.3%	34.3%
1998	61.3%	18.3%	111.4%	43.0%
1999	41.4%	19.7%	108.5%	21.7%
2000	53.9%	16.8%	111.0%	37.0%
2001	60.1%	20.9%	105.1%	39.2%
2002	25.1%	20.4%	54.8%	4.7%
2003	23.6%	17.9%	55.9%	5.7%
2004	20.5%	17.1%	51.5%	3.4%
2005	20.4%	15.9%	51.5%	4.4%
2006	24.6%	14.9%	49.7%	9.7%

Média dos Alfas Ótimos para Diferentes Níveis de γ e D



Eixo x = grau de aversão ao risco (γ)

Eixo y = α

O gráfico apresenta a média anual do valor ótimo investido em ações para diferentes graus de aversão ao risco e aversão a perdas, pressupondo que a expectativa de retorno e risco é baseada na média móvel anual histórica de 10 anos. Cada linha representa um grau diferente de aversão a perdas (D), conforme legenda abaixo:



APÊNDICE III.ii (continuação)

Alfas Ótimos – Expectativas com Base em Média Móvel Anual de 10 Anos

1997								2002							
D	γ							D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7		0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	100.0%	37.6%	25.1%	18.8%	15.0%	12.5%	10.7%	1.00	43.2%	11.0%	7.4%	5.5%	4.4%	3.7%	3.2%
0.90	100.0%	33.2%	21.8%	16.4%	14.9%	12.5%	10.7%	0.90	25.0%	11.0%	7.4%	5.5%	4.4%	3.7%	3.2%
0.80	99.1%	28.1%	16.9%	15.3%	14.9%	12.5%		0.80	19.6%	11.0%	7.4%	5.5%	4.4%	3.7%	
0.70	90.7%	20.7%	15.6%	14.9%	14.9%	12.5%		0.70	17.8%	11.0%	7.4%	5.5%	4.4%	3.7%	
0.60	71.6%	15.7%	15.0%	14.9%	14.9%			0.60	17.8%	11.0%	7.4%	5.5%	4.4%		
0.50	42.0%	14.9%	15.0%	14.9%				0.50	17.8%	11.0%	7.4%	5.5%			
0.40	21.3%	14.9%	15.0%	14.9%				0.40	17.8%	11.0%	7.4%	5.5%			
0.30	14.9%	14.9%	14.9%					0.30	17.6%	11.0%	7.4%				
0.20	14.9%	14.9%						0.20	17.6%	11.0%					
0.10	14.9%							0.10	17.6%						
1998								2003							
D	γ							D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7		0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	100.0%	43.3%	29.0%	21.7%	17.4%	14.4%	12.4%	1.00	33.6%	8.5%	5.7%	4.3%	3.4%	2.8%	2.4%
0.90	100.0%	39.6%	25.9%	19.3%	16.3%	14.4%	12.4%	0.90	18.7%	8.5%	5.7%	4.3%	3.4%	2.8%	2.4%
0.80	100.0%	34.4%	22.6%	16.8%	16.3%	14.4%		0.80	18.7%	8.5%	5.7%	4.3%	3.4%	2.8%	
0.70	100.0%	29.6%	17.7%	16.3%	16.2%	14.4%		0.70	14.9%	8.5%	5.7%	4.3%	3.4%	2.8%	
0.60	90.4%	19.7%	16.8%	16.3%	16.2%			0.60	14.9%	8.5%	5.7%	4.3%	3.4%		
0.50	71.9%	17.2%	16.2%	16.3%				0.50	14.9%	8.5%	5.7%	4.3%			
0.40	32.3%	16.3%	16.2%	16.2%				0.40	14.9%	8.5%	5.7%	4.3%			
0.30	17.1%	16.3%	16.2%					0.30	14.8%	8.5%	5.7%				
0.20	16.2%	16.3%						0.20	14.8%	8.5%					
0.10	16.2%							0.10	14.8%						
1999								2004							
D	γ							D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7		0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	84.8%	24.8%	16.5%	12.4%	9.9%	8.2%	7.1%	1.00	33.6%	8.5%	5.7%	4.3%	3.4%	2.8%	2.4%
0.90	75.5%	19.8%	16.5%	12.4%	9.9%	8.2%	7.1%	0.90	18.7%	8.5%	5.7%	4.3%	3.4%	2.8%	2.4%
0.80	62.4%	17.3%	16.5%	12.4%	9.9%	8.2%		0.80	18.7%	8.5%	5.7%	4.3%	3.4%	2.8%	
0.70	42.4%	16.5%	16.5%	12.4%	9.9%	8.2%		0.70	14.9%	8.5%	5.7%	4.3%	3.4%	2.8%	
0.60	22.6%	16.5%	16.5%	12.4%	9.9%			0.60	14.9%	8.5%	5.7%	4.3%	3.4%		
0.50	17.2%	16.5%	16.5%	12.4%				0.50	14.9%	8.5%	5.7%	4.3%			
0.40	16.6%	16.5%	16.5%	12.4%				0.40	14.9%	8.5%	5.7%	4.3%			
0.30	16.6%	16.5%	16.5%					0.30	14.8%	8.5%	5.7%				
0.20	16.5%	16.5%						0.20	14.8%	8.5%					
0.10	16.5%							0.10	14.8%						
2000								2005							
D	γ							D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7		0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	100.0%	41.1%	27.5%	20.6%	16.4%	13.7%	11.7%	1.00	43.3%	11.1%	7.4%	5.5%	4.4%	3.7%	3.2%
0.90	100.0%	37.0%	24.2%	18.1%	15.8%	13.7%	11.7%	0.90	23.9%	11.1%	7.4%	5.5%	4.4%	3.7%	3.2%
0.80	100.0%	31.4%	20.8%	15.7%	15.8%	13.7%		0.80	15.7%	11.1%	7.4%	5.5%	4.4%	3.7%	
0.70	96.3%	25.1%	15.9%	15.7%	15.7%	13.7%		0.70	14.6%	11.1%	7.4%	5.5%	4.4%	3.7%	
0.60	84.6%	18.0%	15.9%	15.7%	15.7%			0.60	14.0%	11.1%	7.4%	5.5%	4.4%		
0.50	58.7%	16.1%	15.9%	15.7%				0.50	14.0%	11.1%	7.4%	5.5%			
0.40	18.8%	15.7%	15.7%	15.7%				0.40	14.0%	11.1%	7.4%	5.5%			
0.30	15.7%	15.7%	15.7%					0.30	14.0%	11.1%	7.4%				
0.20	15.7%	15.7%						0.20	14.0%	11.1%					
0.10	15.7%							0.10	14.0%						
2001								2006							
D	γ							D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7		0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	100.0%	40.4%	27.1%	20.3%	16.2%	13.5%	11.6%	1.00	86.0%	24.5%	16.4%	12.3%	9.9%	8.2%	7.0%
0.90	100.0%	35.4%	24.0%	18.4%	16.2%	13.5%	11.6%	0.90	72.0%	19.8%	14.7%	12.3%	9.9%	8.2%	7.0%
0.80	98.2%	30.5%	21.1%	17.6%	16.2%	13.5%		0.80	49.1%	16.7%	13.7%	12.3%	9.9%	8.2%	
0.70	94.3%	24.8%	18.6%	17.6%	16.2%	13.5%		0.70	27.3%	14.3%	13.1%	12.3%	9.9%	8.2%	
0.60	81.5%	19.8%	17.8%	17.6%	16.2%			0.60	17.5%	13.7%	13.1%	12.3%	9.9%		
0.50	56.4%	18.0%	17.8%	17.6%				0.50	15.0%	13.1%	13.1%	12.3%			
0.40	18.3%	17.6%	17.8%	17.6%				0.40	13.8%	13.1%	13.1%	12.3%			
0.30	17.6%	17.6%	17.6%					0.30	13.0%	13.1%	13.1%				
0.20	17.6%	17.6%						0.20	13.0%	13.1%					
0.10	17.6%							0.10	13.0%						

APÊNDICE III.iii

Resultados das Simulações com Premissas Ex-Post Médias Móveis Mensais

Quadros de Premissas

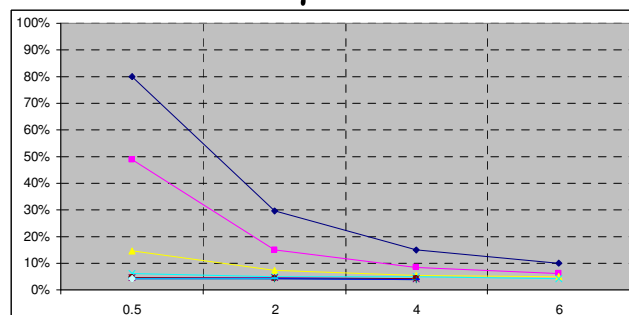
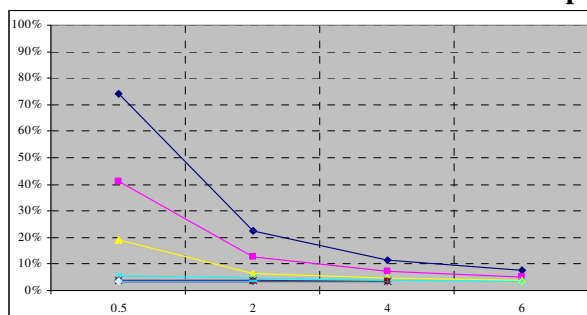
Média Móvel Mensal de 10 Anos

Ano	Retorno Médio		Desvio	
	Ibovespa	CDI	Ibovespa	Prêmio
1997	3.4%	1.2%	22.6%	2.2%
1998	4.5%	1.4%	21.9%	3.1%
1999	3.4%	1.5%	21.7%	1.9%
2000	3.5%	1.3%	19.6%	2.3%
2001	3.7%	1.6%	15.6%	2.1%
2002	2.0%	1.6%	12.9%	0.4%
2003	1.7%	1.4%	11.7%	0.3%
2004	1.5%	1.3%	11.5%	0.2%
2005	1.4%	1.2%	10.4%	0.2%
2006	1.7%	1.2%	10.0%	0.6%

Média Móvel Mensal de 5 Anos

Ano	Retorno Médio		Desvio	
	Ibovespa	CDI	Ibovespa	Prêmio
1997	2.5%	1.8%	13.8%	0.7%
1998	2.9%	1.6%	11.6%	1.4%
1999	1.2%	1.7%	13.1%	-0.4%
2000	2.4%	1.6%	12.0%	0.7%
2001	2.4%	1.4%	11.5%	1.0%
2002	1.5%	1.3%	12.1%	0.1%
2003	0.4%	1.2%	11.8%	-0.7%
2004	1.8%	0.9%	9.8%	0.9%
2005	0.5%	0.9%	8.5%	-0.4%
2006	1.1%	0.9%	8.4%	0.2%

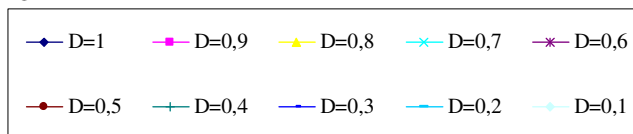
Média dos Alfas Ótimos para Diferentes Níveis de γ e D



Eixo x = grau de aversão ao risco (γ)

Eixo y = α

Os gráficos apresentam a média anual do valor ótimo investido em ações para diferentes graus de aversão ao risco e aversão a perdas, pressupondo que a expectativa de retorno e risco é baseada na média móvel mensal histórica de 10 e 5 anos, respectivamente. Cada linha representa um grau diferente de aversão a perdas (D), conforme legenda abaixo:



Obs.: os anos que geraram prêmio pelo risco negativo foram excluídos das simulações.

APÊNDICE III.iii (continuação)

Alfas Ótimos – Expectativas com Base em Média Móvel Mensal de 10 Anos

1997								2002							
D	γ							D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7		0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	84.4%	21.8%	14.5%	10.9%	8.7%	7.3%	6.2%	1.00	55.1%	13.8%	9.2%	6.9%	5.5%	4.6%	4.0%
0.90	48.9%	11.7%	7.2%	6.0%	4.4%	4.3%	3.8%	0.90	6.6%	5.4%	5.2%	4.7%	4.4%	4.1%	4.0%
0.80	9.0%	3.9%	3.8%	3.3%	4.4%	2.7%		0.80	6.6%	5.4%	4.6%	4.2%	4.1%	4.1%	
0.70	3.3%	2.5%	2.4%	2.4%	2.2%	2.3%		0.70	4.4%	4.1%	4.1%	4.1%	4.1%	4.1%	
0.60	2.2%	2.3%	2.2%	2.2%	2.2%			0.60	4.3%	4.1%	4.1%	4.1%	4.1%		
0.50	2.2%	2.1%	2.0%	2.0%				0.50	4.1%	4.1%	4.1%	4.1%			
0.40	1.9%	1.9%	2.0%	1.9%				0.40	4.1%	4.1%	4.1%	4.1%			
0.30	1.9%	1.9%	1.9%					0.30	4.1%	4.1%	4.1%				
0.20	1.8%	1.8%						0.20	4.1%	4.1%					
0.10	1.8%							0.10	4.1%						
1998								2003							
D	γ							D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7		0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	100.0%	34.1%	22.8%	17.1%	13.7%	11.4%	9.8%	1.00	48.5%	12.2%	8.1%	6.1%	4.9%	4.1%	3.5%
0.90	93.9%	24.4%	16.0%	11.6%	9.3%	7.9%	6.8%	0.90	7.5%	4.8%	4.6%	4.3%	4.0%	3.9%	3.5%
0.80	50.9%	10.6%	6.1%	6.7%	4.3%	4.8%		0.80	4.6%	4.2%	4.1%	4.1%	4.0%	3.9%	
0.70	10.9%	5.4%	3.6%	3.9%	3.5%	3.4%		0.70	4.1%	4.2%	4.0%	3.9%	3.9%	3.9%	
0.60	3.6%	3.2%	3.1%	3.0%	2.9%			0.60	4.1%	4.0%	4.0%	3.9%	3.9%		
0.50	2.8%	2.8%	2.7%	2.7%				0.50	4.0%	3.9%	3.9%	3.9%			
0.40	2.5%	2.5%	2.5%	2.5%				0.40	4.0%	3.9%	3.9%	3.9%			
0.30	2.3%	2.3%	2.3%					0.30	3.9%	3.9%	3.9%				
0.20	2.3%	2.3%						0.20	3.9%	3.9%					
0.10	2.2%							0.10	3.9%						
1999								2004							
D	γ							D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7		0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	81.1%	20.8%	13.9%	10.4%	8.3%	7.0%	6.0%	1.00	34.9%	8.7%	5.8%	4.4%	3.5%	2.9%	2.5%
0.90	41.4%	10.7%	6.4%	5.5%	4.9%	4.4%	3.9%	0.90	5.0%	4.4%	4.0%	3.8%	3.5%	2.9%	2.5%
0.80	9.9%	4.8%	3.9%	3.5%	3.2%	3.1%		0.80	5.0%	4.4%	3.9%	3.8%	3.5%	2.9%	
0.70	3.7%	4.8%	3.1%	2.9%	2.9%	2.8%		0.70	3.9%	3.8%	3.9%	3.8%	3.5%	2.9%	
0.60	2.9%	2.8%	2.7%	2.7%	2.6%			0.60	3.9%	3.8%	3.8%	3.8%	3.5%		
0.50	2.6%	2.6%	2.5%	2.5%				0.50	3.9%	3.8%	3.8%	3.8%			
0.40	2.5%	2.5%	2.5%	2.4%				0.40	3.8%	3.8%	3.8%	3.8%			
0.30	2.4%	2.4%	2.4%					0.30	3.8%	3.8%	3.8%				
0.20	2.3%	2.3%						0.20	3.8%	3.8%					
0.10	2.3%							0.10	3.8%						
2000								2005							
D	γ							D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7		0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	100.0%	30.4%	20.3%	15.2%	12.2%	10.2%	8.7%	1.00	37.0%	9.3%	6.2%	4.6%	3.7%	3.1%	2.6%
0.90	76.7%	19.2%	12.4%	9.0%	7.3%	6.0%	5.6%	0.90	5.1%	4.5%	4.2%	4.1%	3.7%	3.1%	2.6%
0.80	29.5%	8.4%	4.9%	4.0%	4.3%	3.5%		0.80	5.1%	4.5%	4.0%	4.0%	3.7%	3.1%	
0.70	4.8%	3.4%	3.3%	3.3%	3.2%	3.1%		0.70	4.1%	4.0%	4.0%	4.0%	3.7%	3.1%	
0.60	2.8%	3.0%	2.9%	2.8%	2.8%			0.60	4.0%	4.0%	4.0%	4.0%	3.7%		
0.50	2.7%	2.6%	2.6%	2.6%				0.50	4.0%	4.0%	4.0%	4.0%			
0.40	2.5%	2.5%	2.4%	2.4%				0.40	4.0%	4.0%	4.0%	4.0%			
0.30	2.4%	2.4%	2.4%					0.30	4.0%	4.0%	4.0%				
0.20	2.3%	2.3%						0.20	4.0%	4.0%					
0.10	2.2%							0.10	4.0%						
2001								2006							
D	γ							D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7		0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	100.0%	44.9%	30.0%	22.5%	18.0%	15.0%	12.9%	1.00	100.0%	30.2%	20.1%	15.1%	12.1%	10.1%	8.6%
0.90	100.0%	30.9%	19.9%	14.7%	12.1%	9.9%	8.2%	0.90	27.1%	10.2%	8.5%	6.7%	6.4%	5.6%	5.4%
0.80	62.0%	11.0%	9.9%	7.7%	7.2%	6.3%		0.80	6.9%	5.3%	4.9%	4.9%	4.8%	4.7%	
0.70	11.2%	11.0%	6.0%	5.6%	5.3%	5.2%		0.70	4.6%	4.7%	4.6%	4.5%	4.4%	4.3%	
0.60	5.6%	5.2%	4.8%	4.8%	4.6%			0.60	4.5%	4.3%	4.3%	4.2%	4.2%		
0.50	4.5%	4.4%	4.2%	4.2%				0.50	4.1%	4.2%	4.2%	4.1%			
0.40	4.1%	4.0%	4.0%	4.0%				0.40	4.1%	4.0%	4.0%	4.0%			
0.30	3.8%	3.8%	3.7%					0.30	3.9%	3.9%	3.9%				
0.20	3.7%	3.7%						0.20	3.9%	3.9%					
0.10	3.6%							0.10	3.9%						

APÊNDICE III.iii (continuação)

Alfas Ótimos – Expectativas com Base em Média Móvel Mensal de 5 Anos

1997								2002							
γ								γ							
D	0.5	2	3	4	5	6	7	D	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	80.7%	20.4%	13.6%	10.2%	8.2%	6.8%	5.8%	1.00	20.6%	5.2%	3.4%	2.6%	2.1%	1.7%	1.5%
0.90	20.9%	8.4%	6.9%	5.8%	5.6%	5.2%	4.9%	0.90	4.1%	3.8%	3.4%	2.6%	2.1%	1.7%	1.5%
0.80	6.0%	5.4%	5.2%	5.1%	4.8%	4.6%		0.80	3.8%	3.7%	3.4%	2.6%	2.1%	1.7%	
0.70	6.0%	5.0%	4.8%	4.7%	4.7%	4.5%		0.70	3.7%	3.7%	3.4%	2.6%	2.1%	1.7%	
0.60	4.7%	4.6%	4.7%	4.6%	4.5%			0.60	3.7%	3.7%	3.4%	2.6%	2.1%		
0.50	4.7%	4.6%	4.5%	4.4%				0.50	3.7%	3.7%	3.4%	2.6%			
0.40	4.5%	4.4%	4.4%	4.4%				0.40	3.7%	3.7%	3.4%	2.6%			
0.30	4.3%	4.4%	4.4%					0.30	3.7%	3.7%	3.4%				
0.20	4.3%	4.3%						0.20	3.7%	3.7%					
0.10	4.3%							0.10	3.7%						

1998								2004							
γ								γ							
D	0.5	2	3	4	5	6	7	D	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	100.0%	54.1%	36.1%	27.1%	21.7%	18.1%	15.5%	1.00	100.0%	48.1%	32.1%	24.1%	19.2%	16.0%	13.8%
0.90	100.0%	33.9%	21.9%	16.5%	13.3%	11.1%	10.2%	0.90	100.0%	24.8%	15.9%	12.3%	9.3%	8.1%	7.6%
0.80	54.6%	14.0%	11.1%	8.7%	8.3%	7.8%		0.80	19.1%	6.1%	6.0%	6.3%	5.5%	5.2%	
0.70	12.8%	7.9%	7.1%	8.7%	6.6%	6.4%		0.70	5.1%	4.6%	4.5%	4.4%	4.4%	4.3%	
0.60	6.7%	6.1%	6.1%	5.7%	5.9%			0.60	4.2%	4.0%	4.0%	4.0%	3.9%		
0.50	5.7%	5.6%	5.5%	5.7%				0.50	3.8%	3.8%	3.7%	3.7%			
0.40	5.2%	5.0%	5.1%	5.0%				0.40	3.6%	3.5%	3.6%	3.6%			
0.30	5.0%	5.0%	4.9%					0.30	3.5%	3.5%	3.4%				
0.20	4.7%	4.7%						0.20	3.3%	3.3%					
0.10	4.7%							0.10	3.3%						

2000								2006							
γ								γ							
D	0.5	2	3	4	5	6	7	D	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	100.0%	27.1%	18.1%	13.5%	10.8%	9.0%	7.7%	1.00	59.4%	14.9%	9.9%	7.4%	6.0%	5.0%	4.3%
0.90	36.1%	10.3%	8.1%	7.5%	6.5%	6.0%	5.7%	0.90	4.9%	4.4%	4.3%	4.0%	3.9%	3.7%	3.7%
0.80	6.7%	10.3%	5.9%	5.6%	5.5%	5.4%		0.80	3.9%	3.9%	4.3%	3.5%	3.9%	3.5%	
0.70	6.7%	5.3%	5.4%	5.2%	5.0%	4.9%		0.70	3.8%	3.6%	3.8%	3.5%	3.5%	3.5%	
0.60	5.2%	5.1%	5.0%	4.8%	4.9%			0.60	3.6%	3.5%	3.5%	3.5%	3.5%		
0.50	4.8%	4.8%	4.8%	4.8%				0.50	3.5%	3.5%	3.5%	3.5%			
0.40	4.8%	4.7%	4.7%	4.6%				0.40	3.5%	3.5%	3.5%	3.5%			
0.30	4.6%	4.6%	4.6%					0.30	3.5%	3.5%	3.5%				
0.20	4.6%	4.6%						0.20	3.5%	3.5%					
0.10	4.6%							0.10	3.5%						

2001							
γ							
D	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	100.0%	38.2%	25.5%	19.1%	15.3%	12.7%	10.9%
0.90	75.7%	18.4%	11.9%	9.2%	8.4%	7.8%	7.0%
0.80	8.7%	7.7%	7.0%	6.3%	5.9%	5.8%	
0.70	6.0%	5.7%	5.5%	5.4%	5.3%	5.2%	
0.60	5.4%	5.1%	5.0%	4.9%	4.9%		
0.50	4.8%	4.7%	4.7%	4.7%			
0.40	4.7%	4.6%	4.6%	4.5%			
0.30	4.4%	4.4%	4.4%				
0.20	4.3%	4.3%					
0.10	4.3%						

Nota: Os anos de 1999, 2003 e 2005 não foram apresentados pois as expectativas implicam em prêmio pelo risco negativo. Nestes anos, o alfa ótimo seria sempre igual a zero para qualquer combinação de γ e D.

APÊNDICE IV
Resultados das Simulações com Premissas Ex-Ante

Quadro de Premissas

Ano	Sharpe=0,15				Sharpe=0,2			
	Retorno	Retorno	Risco	Prêmio	Retorno	Retorno	Risco	Prêmio
	Mercado	CDI	Mercado		Mercado	CDI	Mercado	
1997	20.3%	13.3%	46.6%	7.0%	22.6%	13.3%	46.6%	9.3%
1998	35.8%	29.1%	44.6%	6.7%	38.1%	29.1%	44.6%	8.9%
1999	28.0%	19.6%	56.3%	8.4%	30.8%	19.6%	56.3%	11.3%
2000	18.6%	11.1%	49.9%	7.5%	21.1%	11.1%	49.9%	10.0%
2001	15.9%	10.2%	38.5%	5.8%	17.8%	10.2%	38.5%	7.7%
2002	17.8%	12.6%	34.8%	5.2%	19.5%	12.6%	34.8%	7.0%
2003	15.1%	9.7%	36.0%	5.4%	16.9%	9.7%	36.0%	7.2%
2004	13.8%	8.8%	33.4%	5.0%	15.4%	8.8%	33.4%	6.7%
2005	14.0%	10.3%	24.5%	3.7%	15.2%	10.3%	24.5%	4.9%
2006	15.2%	11.4%	25.4%	3.8%	16.4%	11.4%	25.4%	5.1%

Ano	Sharpe=0,3				Sharpe=0,4			
	Retorno	Retorno	Risco	Prêmio	Retorno	Retorno	Risco	Prêmio
	Mercado	CDI	Mercado		Mercado	CDI	Mercado	
1997	27.3%	13.3%	46.6%	14.0%	31.9%	13.3%	46.6%	18.6%
1998	42.5%	29.1%	44.6%	13.4%	47.0%	29.1%	44.6%	17.8%
1999	36.5%	19.6%	56.3%	16.9%	42.1%	19.6%	56.3%	22.5%
2000	26.1%	11.1%	49.9%	15.0%	31.1%	11.1%	49.9%	20.0%
2001	21.7%	10.2%	38.5%	11.5%	25.5%	10.2%	38.5%	15.4%
2002	23.0%	12.6%	34.8%	10.4%	26.5%	12.6%	34.8%	13.9%
2003	20.5%	9.7%	36.0%	10.8%	24.1%	9.7%	36.0%	14.4%
2004	18.8%	8.8%	33.4%	10.0%	22.1%	8.8%	33.4%	13.4%
2005	17.7%	10.3%	24.5%	7.3%	20.1%	10.3%	24.5%	9.8%
2006	19.0%	11.4%	25.4%	7.6%	21.5%	11.4%	25.4%	10.1%

Nota: o retorno do CDI e o risco de mercado de cada ano são iguais em todos quadros, uma vez que se baseiam no mesmo critério de estimação, conforme descrito na tese. O que muda em cada cenário é apenas o índice de Sharpe e conseqüentemente o prêmio pelo risco e o retorno de mercado.

(continua)

APÊNDICE IV (continuação)
Alfas Ótimos para Simulações com Índice de Sharpe=0,15

1997								2002							
D	γ							D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7		0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	73.7%	19.9%	13.3%	10.0%	8.0%	6.6%	5.7%	1.00	91.1%	24.8%	16.6%	12.4%	9.9%	8.3%	7.1%
0.90	53.9%	16.1%	12.3%	10.0%	8.0%	6.6%	5.7%	0.90	65.7%	19.9%	15.0%	12.4%	9.9%	8.3%	7.1%
0.80	28.5%	13.6%	12.2%	10.0%	8.0%	6.6%		0.80	34.4%	17.2%	14.2%	12.4%	9.9%	8.3%	
0.70	20.0%	12.9%	12.2%	10.0%	8.0%	6.6%		0.70	21.5%	15.6%	13.5%	12.4%	9.9%	8.3%	
0.60	14.9%	12.2%	12.2%	10.0%	8.0%			0.60	17.8%	14.5%	13.0%	12.4%	9.9%		
0.50	12.5%	12.2%	12.2%	10.0%				0.50	15.8%	13.9%	12.9%	12.4%			
0.40	12.3%	12.2%	12.2%	10.0%				0.40	14.5%	13.3%	12.7%	12.4%			
0.30	12.2%	12.2%	12.2%					0.30	13.7%	12.7%	12.7%				
0.20	12.2%	12.2%						0.20	12.8%	12.7%					
0.10	12.2%							0.10	12.7%						
1998								2003							
D	γ							D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7		0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	81.6%	22.2%	14.8%	11.1%	8.9%	7.4%	6.4%	1.00	85.8%	23.3%	15.6%	11.7%	9.4%	7.8%	6.7%
0.90	58.5%	22.2%	14.8%	11.1%	8.9%	7.4%	6.4%	0.90	64.7%	17.4%	13.2%	10.9%	9.4%	7.8%	6.7%
0.80	40.8%	22.2%	14.8%	11.1%	8.9%	7.4%		0.80	24.9%	14.2%	11.9%	10.2%	9.4%	7.8%	
0.70	33.2%	22.2%	14.8%	11.1%	8.9%	7.4%		0.70	16.3%	12.4%	11.0%	9.9%	9.4%	7.8%	
0.60	29.7%	22.2%	14.8%	11.1%	8.9%			0.60	13.4%	11.4%	10.4%	9.8%	9.4%		
0.50	27.2%	22.2%	14.8%	11.1%				0.50	12.0%	10.6%	9.9%	9.5%			
0.40	24.8%	22.2%	14.8%	11.1%				0.40	10.9%	10.0%	9.7%	9.5%			
0.30	24.2%	22.2%	14.8%					0.30	10.2%	9.5%	9.5%				
0.20	23.2%	22.2%						0.20	9.6%	9.5%					
0.10	22.9%							0.10	9.5%						
1999								2004							
D	γ							D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7		0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	69.9%	18.8%	12.6%	9.4%	7.5%	6.3%	5.4%	1.00	91.7%	24.9%	16.7%	12.5%	10.0%	8.3%	7.2%
0.90	50.1%	17.0%	12.6%	9.4%	7.5%	6.3%	5.4%	0.90	68.4%	18.1%	13.7%	11.2%	9.6%	8.3%	7.2%
0.80	30.3%	17.0%	12.6%	9.4%	7.5%	6.3%		0.80	28.6%	14.4%	12.0%	10.6%	9.4%	8.3%	
0.70	20.3%	17.0%	12.6%	9.4%	7.5%	6.3%		0.70	17.1%	12.4%	11.0%	10.0%	9.3%	8.3%	
0.60	17.9%	16.9%	12.6%	9.4%	7.5%			0.60	13.2%	11.2%	10.4%	9.4%	9.2%		
0.50	17.1%	16.9%	12.6%	9.4%				0.50	11.7%	10.5%	9.8%	9.4%			
0.40	17.1%	16.9%	12.6%	9.4%				0.40	10.6%	9.9%	9.3%	9.3%			
0.30	16.9%	16.9%	12.6%					0.30	10.0%	9.3%	9.2%				
0.20	16.9%	16.9%						0.20	9.3%	9.2%					
0.10	16.9%							0.10	9.2%						
2000								2005							
D	γ							D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7		0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	71.0%	19.1%	12.8%	9.6%	7.7%	6.4%	5.5%	1.00	100.0%	34.6%	23.1%	17.3%	13.9%	11.6%	9.9%
0.90	52.5%	14.6%	11.0%	9.6%	7.7%	6.4%	5.5%	0.90	90.6%	26.4%	19.8%	16.4%	13.9%	11.6%	9.9%
0.80	26.7%	12.1%	10.4%	9.6%	7.7%	6.4%		0.80	50.8%	21.5%	18.1%	15.7%	13.9%	11.6%	
0.70	15.5%	11.0%	10.4%	9.6%	7.7%	6.4%		0.70	27.9%	19.1%	16.9%	15.2%	13.9%	11.6%	
0.60	11.7%	10.4%	10.4%	9.6%	7.7%			0.60	20.8%	17.6%	16.4%	15.2%	13.9%		
0.50	10.8%	10.4%	10.4%	9.6%				0.50	18.7%	16.6%	15.8%	14.8%			
0.40	10.4%	10.4%	10.4%	9.6%				0.40	17.1%	16.0%	15.0%	14.8%			
0.30	10.4%	10.4%	10.4%					0.30	16.0%	15.1%	15.0%				
0.20	10.4%	10.4%						0.20	15.1%	15.1%					
0.10	10.4%							0.10	14.8%						
2001								2006							
D	γ							D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7		0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	80.7%	21.9%	14.7%	11.0%	8.8%	7.3%	6.3%	1.00	100.0%	33.6%	22.5%	16.9%	13.5%	11.3%	9.6%
0.90	58.7%	16.7%	12.6%	10.4%	8.8%	7.3%	6.3%	0.90	92.6%	26.6%	19.9%	16.3%	13.5%	11.3%	9.6%
0.80	28.3%	13.7%	11.4%	10.0%	8.8%	7.3%		0.80	52.6%	21.7%	18.4%	15.8%	13.5%	11.3%	
0.70	17.0%	12.1%	10.8%	9.5%	8.8%	7.3%		0.70	28.6%	19.2%	17.3%	15.8%	13.5%	11.3%	
0.60	13.2%	11.5%	10.2%	9.4%	8.8%			0.60	22.0%	18.6%	16.8%	15.8%	13.5%		
0.50	11.6%	10.4%	9.6%	9.3%				0.50	19.6%	17.2%	16.1%	15.8%			
0.40	10.7%	9.8%	9.5%	9.3%				0.40	18.0%	16.7%	16.1%	15.8%			
0.30	10.0%	9.3%	9.3%					0.30	16.8%	15.9%	15.7%				
0.20	9.3%	9.3%						0.20	16.0%	15.9%					
0.10	9.3%							0.10	15.7%						

APÊNDICE IV (continuação)
Alfas Ótimos para Simulações com Índice de Sharpe=0,2

1997								2002							
γ								γ							
D	0.5	2	3	4	5	6	7	D	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	90.2%	26.0%	17.4%	13.1%	10.5%	8.7%	7.5%	1.00	100.0%	32.9%	22.1%	16.6%	13.3%	11.1%	9.5%
0.90	75.8%	21.0%	15.1%	12.3%	10.5%	8.7%	7.5%	0.90	94.2%	26.1%	19.2%	15.5%	13.1%	11.1%	9.5%
0.80	56.4%	17.1%	13.6%	12.0%	10.5%	8.7%		0.80	65.7%	21.2%	17.2%	14.6%	13.1%	11.1%	
0.70	25.7%	14.7%	12.9%	11.9%	10.5%	8.7%		0.70	25.8%	18.4%	15.8%	14.1%	13.1%	11.1%	
0.60	15.7%	13.4%	12.3%	11.9%	10.5%			0.60	25.8%	16.7%	14.9%	13.5%	12.9%		
0.50	14.3%	12.6%	12.0%	11.9%				0.50	17.6%	15.4%	14.2%	13.1%			
0.40	12.9%	11.9%	11.9%	11.9%				0.40	15.9%	14.4%	13.5%	13.1%			
0.30	12.2%	11.9%	11.9%					0.30	14.5%	13.7%	12.9%				
0.20	11.9%	11.9%						0.20	13.6%	12.9%					
0.10	11.9%							0.10	13.1%						
1998								2003							
γ								γ							
1.00	100.0%	29.5%	19.8%	14.8%	11.9%	9.9%	8.5%	1.00	100.0%	31.0%	20.8%	15.6%	12.5%	10.4%	8.9%
0.90	85.2%	27.0%	19.8%	14.8%	11.9%	9.9%	8.5%	0.90	91.0%	23.8%	17.0%	13.7%	11.6%	10.0%	8.9%
0.80	57.6%	26.3%	19.8%	14.8%	11.9%	9.9%		0.80	62.2%	18.2%	14.4%	12.4%	10.9%	9.9%	
0.70	41.3%	25.1%	19.8%	14.8%	11.9%	9.9%		0.70	22.5%	15.0%	12.9%	11.6%	10.6%	9.7%	
0.60	34.4%	24.7%	19.8%	14.8%	11.9%			0.60	16.3%	13.0%	11.9%	11.0%	10.1%		
0.50	30.4%	23.8%	19.8%	14.8%				0.50	13.5%	11.9%	11.3%	10.4%			
0.40	27.8%	23.3%	19.8%	14.8%				0.40	12.0%	11.1%	10.5%	9.9%			
0.30	25.5%	23.3%	19.8%					0.30	10.9%	10.4%	9.9%				
0.20	24.0%	23.3%						0.20	10.2%	9.7%					
0.10	23.5%							0.10	9.6%						
1999								2004							
γ								γ							
1.00	85.2%	24.3%	16.3%	12.2%	9.8%	8.1%	7.0%	1.00	100.0%	33.1%	22.2%	16.7%	13.4%	11.1%	9.5%
0.90	72.8%	20.7%	16.3%	12.2%	9.8%	8.1%	7.0%	0.90	97.2%	25.8%	17.9%	14.3%	12.1%	10.6%	9.4%
0.80	47.4%	18.2%	16.3%	12.2%	9.8%	8.1%		0.80	68.4%	18.3%	14.8%	12.7%	11.2%	10.0%	
0.70	27.6%	17.2%	16.3%	12.2%	9.8%	8.1%		0.70	28.6%	15.0%	13.0%	11.7%	10.6%	9.8%	
0.60	19.9%	16.5%	16.3%	12.2%	9.8%			0.60	28.6%	12.5%	11.8%	10.9%	10.2%		
0.50	17.5%	16.5%	16.3%	12.2%				0.50	13.2%	11.8%	11.2%	10.4%			
0.40	16.8%	16.5%	16.3%	12.2%				0.40	11.7%	10.8%	10.4%	9.8%			
0.30	16.5%	16.5%	16.3%					0.30	10.7%	10.2%	9.8%				
0.20	16.5%	16.5%						0.20	9.8%	9.4%					
0.10	16.5%							0.10	9.4%						
2000								2005							
γ								γ							
1.00	86.7%	24.8%	16.6%	12.5%	10.0%	8.3%	7.1%	1.00	100.0%	45.9%	30.8%	23.1%	18.5%	15.4%	13.2%
0.90	72.7%	19.2%	13.8%	11.2%	10.0%	8.3%	7.1%	0.90	100.0%	35.3%	25.4%	20.8%	17.5%	15.2%	13.2%
0.80	50.7%	14.3%	12.0%	10.5%	10.0%	8.3%		0.80	100.0%	27.0%	22.1%	18.9%	16.9%	15.2%	
0.70	23.9%	12.5%	11.0%	10.2%	10.0%	8.3%		0.70	42.3%	22.9%	19.8%	17.7%	16.2%	15.2%	
0.60	13.9%	11.1%	10.3%	10.1%	10.0%			0.60	25.1%	20.1%	18.4%	17.1%	15.6%		
0.50	11.5%	10.5%	10.1%	10.1%				0.50	21.2%	18.5%	17.1%	16.2%			
0.40	10.7%	10.2%	10.1%	10.1%				0.40	18.7%	17.1%	16.4%	15.6%			
0.30	10.1%	10.1%	10.1%					0.30	17.1%	16.2%	15.6%				
0.20	10.1%	10.1%						0.20	15.9%	15.3%					
0.10	10.1%							0.10	15.3%						
2001								2006							
γ								γ							
1.00	99.0%	29.2%	19.5%	14.7%	11.7%	9.8%	8.4%	1.00	100.0%	44.7%	29.9%	22.5%	18.0%	15.0%	12.9%
0.90	83.4%	23.0%	16.2%	13.0%	11.0%	9.5%	8.4%	0.90	100.0%	35.3%	25.3%	20.5%	17.3%	15.0%	12.9%
0.80	58.7%	17.4%	13.9%	11.9%	10.5%	9.5%		0.80	100.0%	27.4%	22.4%	19.0%	16.8%	15.0%	
0.70	18.9%	14.4%	12.5%	11.3%	10.1%	9.4%		0.70	43.3%	23.6%	19.9%	18.1%	16.2%	15.0%	
0.60	15.8%	12.7%	11.6%	10.6%	9.7%			0.60	26.1%	21.0%	19.3%	17.3%	16.2%		
0.50	13.2%	11.6%	10.9%	10.0%				0.50	21.1%	18.5%	17.9%	16.8%			
0.40	11.7%	10.9%	10.2%	9.7%				0.40	19.9%	17.9%	17.1%	16.2%			
0.30	10.7%	10.2%	9.6%					0.30	18.1%	17.0%	16.5%				
0.20	9.9%	9.5%						0.20	16.8%	16.4%					
0.10	9.4%							0.10	16.2%						

APÊNDICE IV (continuação)
Alfas Ótimos para Simulações com Índice de Sharpe=0,3

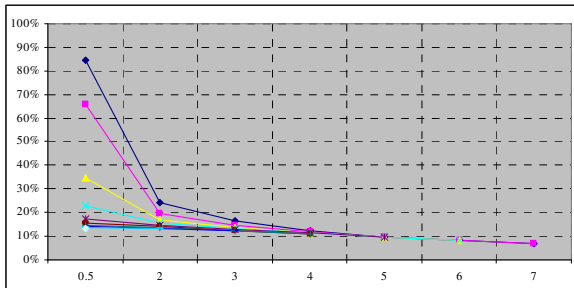
1997								2002							
γ								γ							
D	0.5	2	3	4	5	6	7	D	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	100.0%	38.2%	25.7%	19.3%	15.5%	12.9%	11.1%	1.00	100.0%	49.0%	33.0%	24.9%	19.9%	16.6%	14.2%
0.90	100.0%	32.9%	22.2%	17.2%	14.5%	12.4%	11.1%	0.90	100.0%	41.7%	28.1%	22.1%	18.4%	15.8%	14.0%
0.80	95.1%	25.8%	19.1%	15.6%	13.5%	12.4%		0.80	100.0%	33.3%	24.3%	19.9%	17.2%	15.3%	
0.70	76.3%	20.7%	16.6%	14.3%	13.0%	11.9%		0.70	100.0%	26.1%	21.2%	18.2%	16.3%	14.6%	
0.60	36.7%	17.3%	14.9%	13.3%	12.4%			0.60	49.3%	21.9%	18.8%	16.9%	15.4%		
0.50	19.9%	15.0%	13.6%	12.7%				0.50	27.4%	19.0%	17.2%	15.8%			
0.40	15.9%	13.6%	12.9%	12.2%				0.40	19.3%	16.5%	15.8%	14.8%			
0.30	13.4%	12.7%	12.2%					0.30	16.9%	15.5%	14.6%				
0.20	12.6%	11.9%						0.20	15.0%	14.3%					
0.10	12.0%							0.10	13.5%						
1998								2003							
γ								γ							
1.00	100.0%	43.9%	29.6%	22.3%	17.8%	14.9%	12.8%	1.00	100.0%	46.1%	31.1%	23.4%	18.8%	15.6%	13.4%
0.90	100.0%	39.2%	28.4%	22.3%	17.8%	14.9%	12.8%	0.90	100.0%	39.5%	26.1%	20.2%	16.7%	14.3%	12.6%
0.80	100.0%	35.6%	27.2%	22.3%	17.8%	14.9%		0.80	100.0%	31.1%	21.6%	17.4%	15.0%	13.3%	
0.70	80.0%	32.7%	26.3%	22.3%	17.8%	14.9%		0.70	94.7%	22.5%	18.0%	15.3%	13.7%	12.6%	
0.60	50.2%	30.4%	25.6%	22.3%	17.8%			0.60	49.0%	17.6%	15.3%	13.8%	12.6%		
0.50	38.8%	28.4%	25.1%	22.3%				0.50	22.5%	15.0%	13.6%	12.6%			
0.40	33.2%	26.8%	24.5%	22.3%				0.40	14.6%	13.2%	12.4%	11.7%			
0.30	29.7%	25.5%	24.2%					0.30	12.8%	11.8%	11.4%				
0.20	26.7%	24.7%						0.20	11.2%	10.9%					
0.10	24.2%							0.10	10.2%						
1999								2004							
γ								γ							
1.00	100.0%	35.4%	23.8%	17.9%	14.3%	12.0%	10.3%	1.00	100.0%	49.3%	33.2%	25.0%	20.0%	16.7%	14.3%
0.90	98.3%	30.5%	21.3%	17.0%	14.3%	12.0%	10.3%	0.90	100.0%	41.4%	28.6%	21.3%	17.5%	15.1%	13.2%
0.80	88.3%	25.4%	18.8%	16.5%	14.3%	12.0%		0.80	100.0%	31.5%	22.5%	18.1%	15.4%	13.7%	
0.70	66.0%	20.4%	18.0%	16.5%	14.3%	12.0%		0.70	100.0%	21.6%	17.5%	15.6%	13.9%	12.7%	
0.60	35.4%	19.2%	17.2%	16.5%	14.3%			0.60	52.4%	16.6%	15.0%	13.8%	12.8%		
0.50	24.0%	17.7%	16.5%	16.5%				0.50	21.0%	14.8%	13.4%	12.6%			
0.40	19.1%	17.1%	16.5%	16.5%				0.40	21.0%	12.9%	12.2%	11.7%			
0.30	16.6%	16.5%	16.5%					0.30	11.7%	11.6%	11.2%				
0.20	16.6%	16.5%						0.20	11.1%	10.6%					
0.10	16.6%							0.10	9.9%						
2000								2005							
γ								γ							
1.00	100.0%	36.3%	24.4%	18.3%	14.7%	12.2%	10.5%	1.00	100.0%	68.4%	46.1%	34.7%	27.8%	23.2%	19.9%
0.90	97.9%	30.6%	20.7%	16.0%	13.2%	11.4%	10.2%	0.90	100.0%	59.0%	39.0%	29.9%	24.9%	21.5%	18.9%
0.80	91.2%	24.2%	17.2%	13.9%	12.0%	10.8%		0.80	100.0%	44.5%	32.1%	26.2%	22.5%	20.0%	
0.70	71.7%	18.4%	14.4%	12.4%	11.4%	10.2%		0.70	100.0%	34.3%	27.0%	23.3%	20.8%	19.4%	
0.60	31.9%	14.8%	12.6%	11.4%	10.8%			0.60	100.0%	26.7%	23.5%	20.8%	19.4%		
0.50	16.3%	12.3%	11.3%	10.8%				0.50	35.7%	23.3%	21.0%	19.5%			
0.40	12.7%	11.2%	10.6%	10.2%				0.40	23.5%	20.5%	18.5%	18.1%			
0.30	11.0%	10.4%	10.1%					0.30	20.0%	18.4%	17.9%				
0.20	10.1%	10.1%						0.20	17.5%	16.8%					
0.10	10.1%							0.10	15.9%						
2001								2006							
γ								γ							
1.00	100.0%	43.4%	29.2%	22.0%	17.6%	14.7%	12.6%	1.00	100.0%	66.5%	44.8%	33.7%	27.0%	22.5%	19.3%
0.90	100.0%	36.8%	24.8%	19.6%	15.7%	13.5%	12.0%	0.90	100.0%	55.9%	37.8%	29.5%	24.6%	21.1%	18.8%
0.80	100.0%	28.3%	19.8%	16.7%	14.3%	12.7%		0.80	100.0%	44.0%	32.0%	26.3%	22.6%	20.0%	
0.70	83.4%	21.7%	17.0%	14.7%	13.1%	11.9%		0.70	100.0%	34.0%	27.1%	23.8%	21.1%	19.5%	
0.60	44.0%	16.9%	14.8%	13.3%	12.5%			0.60	100.0%	27.7%	24.2%	21.3%	19.7%		
0.50	22.6%	14.4%	13.2%	12.3%				0.50	36.3%	24.0%	21.8%	20.2%			
0.40	14.1%	12.8%	12.0%	11.4%				0.40	24.4%	21.3%	20.0%	18.9%			
0.30	12.5%	11.5%	11.1%					0.30	21.1%	18.9%	18.5%				
0.20	11.0%	10.6%						0.20	18.6%	17.7%					
0.10	10.0%							0.10	16.8%						

APÊNDICE IV (continuação)
Alfas Ótimos para Simulações com Índice de Sharpe=0,4

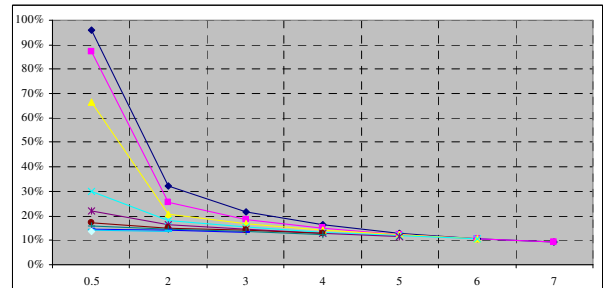
1997								2002							
γ								γ							
D	0.5	2	3	4	5	6	7	D	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	100.0%	49.8%	33.8%	25.5%	20.4%	17.0%	14.6%	1.00	100.0%	64.6%	43.9%	33.1%	26.6%	22.2%	19.0%
0.90	100.0%	44.6%	30.5%	22.9%	18.7%	16.0%	13.9%	0.90	100.0%	58.6%	39.4%	30.1%	24.1%	20.6%	18.1%
0.80	100.0%	38.1%	25.8%	20.4%	17.1%	15.0%		0.80	100.0%	49.3%	33.3%	25.2%	21.7%	19.3%	
0.70	100.0%	30.0%	20.8%	18.0%	15.7%	14.1%		0.70	100.0%	39.4%	28.1%	22.8%	19.2%	18.1%	
0.60	90.7%	23.5%	18.3%	16.2%	14.7%			0.60	100.0%	29.7%	24.1%	20.8%	19.2%		
0.50	50.7%	19.1%	16.5%	14.9%				0.50	60.2%	24.1%	21.0%	18.4%			
0.40	24.1%	16.2%	14.8%	13.7%				0.40	27.8%	20.4%	18.5%	17.8%			
0.30	15.7%	14.2%	13.3%					0.30	20.1%	17.8%	16.8%				
0.20	13.2%	12.8%						0.20	16.9%	15.9%					
0.10	12.2%							0.10	14.4%						
1998								2003							
γ								γ							
1.00	100.0%	57.8%	39.3%	29.7%	23.8%	19.9%	17.0%	1.00	100.0%	60.8%	41.3%	31.2%	25.0%	20.9%	17.9%
0.90	100.0%	53.0%	36.6%	28.8%	23.8%	19.9%	17.0%	0.90	100.0%	55.6%	36.8%	27.4%	22.5%	18.8%	16.5%
0.80	100.0%	46.1%	34.4%	28.2%	23.8%	19.9%		0.80	100.0%	46.2%	31.1%	23.8%	19.7%	17.0%	
0.70	100.0%	41.3%	32.4%	27.0%	23.8%	19.9%		0.70	100.0%	36.8%	25.3%	20.2%	17.4%	15.6%	
0.60	100.0%	36.3%	29.9%	26.5%	23.8%			0.60	100.0%	27.0%	20.5%	17.4%	15.6%		
0.50	61.2%	33.8%	29.9%	26.0%				0.50	64.7%	19.3%	17.0%	15.0%			
0.40	41.3%	31.1%	27.6%	25.5%				0.40	24.9%	16.2%	14.6%	13.7%			
0.30	34.7%	28.6%	26.1%					0.30	15.0%	13.7%	13.0%				
0.20	29.7%	26.1%						0.20	12.7%	12.0%					
0.10	26.0%							0.10	10.8%						
1999								2004							
γ								γ							
1.00	100.0%	45.9%	31.1%	23.4%	18.8%	15.7%	13.4%	1.00	100.0%	65.0%	44.2%	33.3%	26.8%	22.3%	19.1%
0.90	100.0%	40.9%	28.0%	21.5%	17.8%	15.7%	13.4%	0.90	100.0%	58.3%	39.3%	29.7%	23.8%	19.9%	17.5%
0.80	100.0%	35.1%	25.0%	20.0%	17.2%	15.7%		0.80	100.0%	49.2%	33.5%	25.4%	20.7%	17.9%	
0.70	95.5%	29.0%	22.3%	18.6%	16.7%	15.7%		0.70	100.0%	39.3%	26.2%	20.4%	18.1%	16.1%	
0.60	82.8%	24.7%	19.8%	17.7%	16.7%			0.60	100.0%	27.6%	21.0%	17.9%	15.9%		
0.50	43.0%	21.3%	18.4%	17.0%				0.50	65.6%	19.7%	16.1%	15.4%			
0.40	23.1%	18.8%	17.5%	16.5%				0.40	25.8%	14.7%	14.6%	13.7%			
0.30	19.8%	17.2%	16.7%					0.30	15.1%	13.6%	12.8%				
0.20	17.3%	16.7%						0.20	12.3%	11.7%					
0.10	16.5%							0.10	10.6%						
2000								2005							
γ								γ							
1.00	100.0%	47.1%	31.9%	24.1%	19.3%	16.1%	13.8%	1.00	100.0%	90.1%	61.2%	46.2%	37.1%	30.9%	26.5%
0.90	100.0%	42.5%	28.4%	21.4%	17.3%	14.7%	12.8%	0.90	100.0%	81.9%	55.2%	40.9%	32.1%	28.2%	24.6%
0.80	100.0%	35.7%	24.0%	18.5%	15.4%	13.5%		0.80	100.0%	68.6%	45.3%	35.3%	29.5%	25.6%	
0.70	100.0%	29.0%	20.0%	16.0%	13.9%	12.4%		0.70	100.0%	54.0%	37.9%	30.6%	26.4%	23.3%	
0.60	84.3%	19.0%	16.5%	14.0%	12.6%			0.60	100.0%	39.0%	30.6%	25.6%	23.7%		
0.50	45.0%	16.0%	13.9%	12.5%				0.50	100.0%	29.2%	25.6%	23.3%			
0.40	22.6%	13.3%	12.2%	11.3%				0.40	37.3%	24.9%	22.9%	20.8%			
0.30	12.6%	11.6%	11.1%					0.30	23.9%	21.5%	20.1%				
0.20	12.6%	10.6%						0.20	20.0%	18.7%					
0.10	10.2%							0.10	17.0%						
2001								2006							
γ								γ							
1.00	100.0%	57.2%	38.9%	29.3%	23.5%	19.6%	16.8%	1.00	100.0%	87.6%	59.6%	45.0%	36.1%	30.1%	25.8%
0.90	100.0%	51.1%	34.4%	26.4%	21.1%	17.8%	15.7%	0.90	100.0%	79.0%	52.6%	40.1%	33.1%	27.7%	24.2%
0.80	100.0%	44.0%	29.3%	21.4%	18.6%	16.3%		0.80	100.0%	67.1%	45.5%	34.9%	29.2%	25.6%	
0.70	100.0%	34.4%	24.4%	19.3%	16.2%	14.9%		0.70	100.0%	53.7%	37.3%	30.5%	26.3%	23.1%	
0.60	100.0%	25.1%	19.6%	16.7%	15.1%			0.60	100.0%	39.5%	32.3%	26.9%	24.2%		
0.50	54.6%	18.9%	16.5%	14.8%				0.50	100.0%	29.5%	27.4%	24.2%			
0.40	22.3%	15.7%	14.0%	13.3%				0.40	37.8%	25.8%	23.6%	22.0%			
0.30	14.7%	13.3%	12.7%					0.30	25.1%	22.6%	21.1%				
0.20	14.7%	11.7%						0.20	21.1%	19.6%					
0.10	10.6%							0.10	17.9%						

APÊNDICE IV (continuação) **Resultados das Simulações com Premissas Ex-Ante** **(Gráficos com Alfas Médios Anuais)**

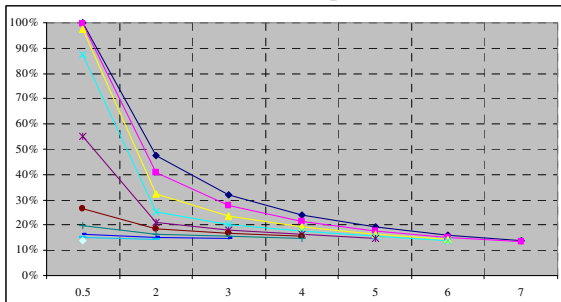
Índice de Sharpe=0,15



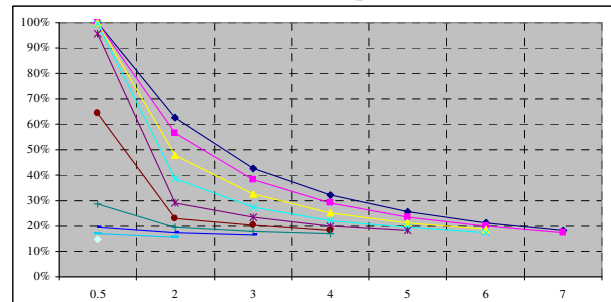
Índice de Sharpe=0,2



Índice de Sharpe=0,3



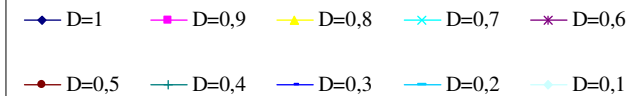
Índice de Sharpe=0,4



Eixo x = grau de aversão ao risco (γ)

Eixo y = α

Os gráficos apresentam a média anual do valor ótimo investido em ações para diferentes graus de aversão ao risco e aversão a perdas, pressupondo que as expectativas de retorno e risco são baseadas em dados ex-ante na forma detalhada na tese. Cada linha representa um grau diferente de aversão a perdas (D), conforme legenda abaixo:



APÊNDICE V

Alfas Ótimos para Simulações com Valor Referencial = Riqueza Inicial + CDI e Índice de Sharpe = 0,15

1997							
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	73.7%	19.9%	13.3%	10.0%	8.0%	6.6%	5.7%
0.90	56.0%	14.5%	9.7%	7.3%	5.8%	4.8%	4.1%
0.80	33.5%	8.4%	5.6%	4.2%	3.4%	2.8%	
0.70	6.2%	1.6%	1.0%	0.8%	0.6%	0.5%	
0.60	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%		
0.50	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.40	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						
1998							
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	81.6%	22.2%	14.8%	11.1%	8.9%	7.4%	6.4%
0.90	61.8%	16.1%	10.7%	8.0%	6.4%	5.4%	4.6%
0.80	36.3%	9.2%	6.1%	4.6%	3.7%	3.0%	
0.70	5.2%	1.3%	0.9%	0.6%	0.5%	0.4%	
0.60	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%		
0.50	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.40	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						
1999							
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	69.9%	18.8%	12.6%	9.4%	7.5%	6.3%	5.4%
0.90	53.5%	13.9%	9.2%	6.9%	5.5%	4.6%	4.0%
0.80	32.9%	8.3%	5.5%	4.1%	3.3%	2.8%	
0.70	7.9%	2.0%	1.3%	1.0%	0.8%	0.7%	
0.60	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%		
0.50	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.40	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						
2000							
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	71.0%	19.1%	12.8%	9.6%	7.7%	6.4%	5.5%
0.90	54.2%	14.0%	9.4%	7.0%	5.6%	4.7%	4.0%
0.80	32.9%	8.3%	5.5%	4.1%	3.3%	2.8%	
0.70	7.2%	1.8%	1.2%	0.9%	0.7%	0.6%	
0.60	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%		
0.50	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.40	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						
2001							
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	80.7%	21.9%	14.7%	11.0%	8.8%	7.3%	6.3%
0.90	61.1%	15.9%	10.6%	7.9%	6.4%	5.3%	4.5%
0.80	35.9%	9.1%	6.0%	4.5%	3.6%	3.0%	
0.70	5.1%	1.3%	0.9%	0.6%	0.5%	0.4%	
0.60	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%		
0.50	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.40	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						
2002							
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	91.1%	24.8%	16.6%	12.4%	9.9%	8.3%	7.1%
0.90	69.0%	17.9%	12.0%	9.0%	7.2%	6.0%	5.1%
0.80	40.5%	10.2%	6.8%	5.1%	4.1%	3.4%	
0.70	5.8%	1.4%	1.0%	0.7%	0.6%	0.5%	
0.60	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%		
0.50	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.40	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						
2003							
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	85.8%	23.3%	15.6%	11.7%	9.4%	7.8%	6.7%
0.90	65.0%	16.9%	11.3%	8.5%	6.8%	5.6%	4.8%
0.80	38.1%	9.6%	6.4%	4.8%	3.8%	3.2%	
0.70	5.5%	1.4%	0.9%	0.7%	0.5%	0.5%	
0.60	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%		
0.50	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.40	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						
2004							
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	91.7%	24.9%	16.7%	12.5%	10.0%	8.3%	7.2%
0.90	69.5%	18.0%	12.0%	9.0%	7.2%	6.0%	5.2%
0.80	40.8%	10.3%	6.9%	5.1%	4.1%	3.4%	
0.70	5.8%	1.5%	1.0%	0.7%	0.6%	0.5%	
0.60	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%		
0.50	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.40	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						
2005							
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	100.0%	34.6%	23.1%	17.3%	13.9%	11.6%	9.9%
0.90	96.3%	25.0%	16.7%	12.5%	10.0%	8.4%	7.2%
0.80	56.5%	14.3%	9.5%	7.1%	5.7%	4.8%	
0.70	8.1%	2.0%	1.3%	1.0%	0.8%	0.7%	
0.60	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%		
0.50	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.40	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						
2006							
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	100.0%	33.6%	22.5%	16.9%	13.5%	11.3%	9.6%
0.90	93.6%	24.3%	16.2%	12.2%	9.7%	8.1%	7.0%
0.80	55.0%	13.9%	9.2%	6.9%	5.5%	4.6%	
0.70	7.9%	2.0%	1.3%	1.0%	0.8%	0.7%	
0.60	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%		
0.50	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.40	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						

APÊNDICE V (continuação)

Alfas Ótimos para Simulações com Valor Referencial = Riqueza Inicial + CDI e Índice de Sharpe = 0,2

1997							
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	90.2%	26.0%	17.4%	13.1%	10.5%	8.7%	7.5%
0.90	76.5%	20.7%	13.9%	10.4%	8.3%	6.9%	5.9%
0.80	57.1%	14.8%	9.9%	7.4%	5.9%	4.9%	
0.70	31.7%	8.0%	5.3%	4.0%	3.2%	2.7%	
0.60	0.5%	0.1%	0.1%	0.1%	0.0%		
0.50	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.40	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						
1998							
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	100.0%	29.5%	19.8%	14.8%	11.9%	9.9%	8.5%
0.90	85.8%	23.4%	15.7%	11.8%	9.4%	7.8%	6.7%
0.80	63.9%	16.6%	11.1%	8.3%	6.6%	5.5%	
0.70	34.8%	8.7%	5.8%	4.4%	3.5%	2.9%	
0.60	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%		
0.50	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.40	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						
1999							
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	85.2%	24.3%	16.3%	12.2%	9.8%	8.1%	7.0%
0.90	72.2%	19.5%	13.0%	9.8%	7.8%	6.5%	5.6%
0.80	54.4%	14.1%	9.4%	7.0%	5.6%	4.7%	
0.70	31.3%	7.9%	5.2%	3.9%	3.1%	2.6%	
0.60	2.9%	0.7%	0.5%	0.4%	0.3%		
0.50	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.40	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						
2000							
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	86.7%	24.8%	16.6%	12.5%	10.0%	8.3%	7.1%
0.90	73.4%	19.9%	13.3%	9.9%	8.0%	6.6%	5.7%
0.80	55.1%	14.2%	9.5%	7.1%	5.7%	4.7%	
0.70	31.3%	7.9%	5.2%	3.9%	3.1%	2.6%	
0.60	1.9%	0.5%	0.3%	0.2%	0.2%		
0.50	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.40	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						
2001							
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	99.0%	29.2%	19.5%	14.7%	11.7%	9.8%	8.4%
0.90	84.8%	23.2%	15.5%	11.6%	9.3%	7.8%	6.6%
0.80	63.2%	16.4%	10.9%	8.2%	6.6%	5.5%	
0.70	34.4%	8.7%	5.8%	4.3%	3.5%	2.9%	
0.60	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%		
0.50	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.40	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						
2002							
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	100.0%	32.9%	22.1%	16.6%	13.3%	11.1%	9.5%
0.90	95.8%	26.2%	17.5%	13.1%	10.5%	8.8%	7.5%
0.80	71.4%	18.5%	12.4%	9.3%	7.4%	6.2%	
0.70	38.9%	9.8%	6.5%	4.9%	3.9%	3.3%	
0.60	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%		
0.50	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.40	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						
2003							
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	100.0%	31.0%	20.8%	15.6%	12.5%	10.4%	8.9%
0.90	90.2%	24.6%	16.5%	12.4%	9.9%	8.2%	7.1%
0.80	67.2%	17.4%	11.6%	8.7%	7.0%	5.8%	
0.70	36.6%	9.2%	6.1%	4.6%	3.7%	3.1%	
0.60	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%		
0.50	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.40	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						
2004							
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	100.0%	33.1%	22.2%	16.7%	13.4%	11.1%	9.5%
0.90	96.4%	26.3%	17.6%	13.2%	10.6%	8.8%	7.6%
0.80	71.9%	18.6%	12.4%	9.3%	7.5%	6.2%	
0.70	39.1%	9.8%	6.6%	4.9%	3.9%	3.3%	
0.60	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%		
0.50	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.40	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						
2005							
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	100.0%	45.9%	30.8%	23.1%	18.5%	15.4%	13.2%
0.90	100.0%	36.5%	24.4%	18.3%	14.7%	12.2%	10.5%
0.80	99.6%	25.8%	17.2%	12.9%	10.3%	8.6%	
0.70	54.2%	13.6%	9.1%	6.8%	5.4%	4.5%	
0.60	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%		
0.50	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.40	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						
2006							
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	100.0%	44.7%	29.9%	22.5%	18.0%	15.0%	12.9%
0.90	100.0%	35.5%	23.7%	17.8%	14.3%	11.9%	10.2%
0.80	96.9%	25.1%	16.8%	12.6%	10.1%	8.4%	
0.70	52.7%	13.3%	8.8%	6.6%	5.3%	4.4%	
0.60	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%		
0.50	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.40	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						

APÊNDICE V (continuação)

Alfas Ótimos para Simulações com Valor Referencial = Riqueza Inicial + CDI e Índice de Sharpe = 0,3

1997							
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	100.0%	38.2%	25.7%	19.3%	15.5%	12.9%	11.1%
0.90	100.0%	33.1%	22.2%	16.7%	13.4%	11.1%	9.6%
0.80	94.1%	27.4%	18.3%	13.7%	11.0%	9.2%	
0.70	77.2%	20.7%	13.8%	10.4%	8.3%	6.9%	
0.60	50.9%	13.0%	8.6%	6.5%	5.2%		
0.50	15.0%	3.7%	2.5%	1.9%			
0.40	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						
1998							
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	100.0%	43.9%	29.6%	22.3%	17.8%	14.9%	12.8%
0.90	100.0%	38.0%	25.5%	19.2%	15.4%	12.8%	11.0%
0.80	100.0%	31.4%	21.0%	15.8%	12.6%	10.5%	
0.70	87.6%	23.7%	15.8%	11.8%	9.5%	7.9%	
0.60	57.4%	14.6%	9.7%	7.3%	5.8%		
0.50	15.6%	3.9%	2.6%	1.9%			
0.40	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						
1999							
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	100.0%	35.4%	23.8%	17.9%	14.3%	12.0%	10.3%
0.90	98.1%	30.8%	20.7%	15.5%	12.4%	10.3%	8.9%
0.80	89.0%	25.6%	17.1%	12.8%	10.3%	8.5%	
0.70	73.0%	19.5%	13.0%	9.8%	7.8%	6.5%	
0.60	49.1%	12.5%	8.3%	6.2%	5.0%		
0.50	16.6%	4.1%	2.7%	2.1%			
0.40	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						
2000							
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	100.0%	36.3%	24.4%	18.3%	14.7%	12.2%	10.5%
0.90	99.3%	31.5%	21.1%	15.9%	12.7%	10.6%	9.1%
0.80	90.5%	26.1%	17.5%	13.1%	10.5%	8.7%	
0.70	74.2%	19.9%	13.2%	9.9%	7.9%	6.6%	
0.60	49.5%	12.6%	8.4%	6.3%	5.0%		
0.50	15.9%	4.0%	2.6%	2.0%			
0.40	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						
2001							
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	100.0%	43.4%	29.2%	22.0%	17.6%	14.7%	12.6%
0.90	100.0%	37.6%	25.3%	19.0%	15.2%	12.7%	10.9%
0.80	100.0%	31.0%	20.8%	15.6%	12.5%	10.4%	
0.70	86.7%	23.4%	15.6%	11.7%	9.4%	7.8%	
0.60	56.8%	14.5%	9.6%	7.2%	5.8%		
0.50	15.4%	3.8%	2.6%	1.9%			
0.40	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						
2002							
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	100.0%	49.0%	33.0%	24.9%	19.9%	16.6%	14.2%
0.90	100.0%	42.5%	28.5%	21.5%	17.2%	14.3%	12.3%
0.80	100.0%	35.0%	23.5%	17.6%	14.1%	11.7%	
0.70	97.9%	26.4%	17.6%	13.2%	10.6%	8.8%	
0.60	64.1%	16.3%	10.9%	8.2%	6.5%		
0.50	17.4%	4.3%	2.9%	2.2%			
0.40	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						
2003							
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	100.0%	46.1%	31.1%	23.4%	18.8%	15.6%	13.4%
0.90	100.0%	40.0%	26.9%	20.2%	16.2%	13.5%	11.6%
0.80	100.0%	33.0%	22.1%	16.6%	13.3%	11.1%	
0.70	92.1%	24.9%	16.6%	12.4%	10.0%	8.3%	
0.60	60.4%	15.4%	10.2%	7.7%	6.1%		
0.50	16.4%	4.1%	2.7%	2.0%			
0.40	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						
2004							
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	100.0%	49.3%	33.2%	25.0%	20.0%	16.7%	14.3%
0.90	100.0%	42.8%	28.7%	21.6%	17.3%	14.4%	12.4%
0.80	100.0%	35.3%	23.6%	17.7%	14.2%	11.8%	
0.70	100.0%	26.6%	17.7%	13.3%	10.6%	8.9%	
0.60	100.0%	16.4%	10.9%	8.2%	6.6%		
0.50	17.5%	4.4%	2.9%	2.2%			
0.40	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						
2005							
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	100.0%	68.4%	46.1%	34.7%	27.8%	23.2%	19.9%
0.90	100.0%	59.3%	39.8%	29.9%	24.0%	20.0%	17.1%
0.80	100.0%	48.9%	32.7%	24.6%	19.7%	16.4%	
0.70	100.0%	36.9%	24.6%	18.4%	14.8%	12.3%	
0.60	89.4%	22.8%	15.2%	11.4%	9.1%		
0.50	24.3%	6.1%	4.0%	3.0%			
0.40	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						
2006							
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	100.0%	66.5%	44.8%	33.7%	27.0%	22.5%	19.3%
0.90	100.0%	57.7%	38.7%	29.1%	23.3%	19.4%	16.7%
0.80	100.0%	47.6%	31.8%	23.9%	19.1%	15.9%	
0.70	100.0%	35.9%	23.9%	17.9%	14.4%	12.0%	
0.60	87.0%	22.2%	14.8%	11.1%	8.8%		
0.50	23.6%	5.9%	3.9%	2.9%			
0.40	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						

APÊNDICE V (continuação)

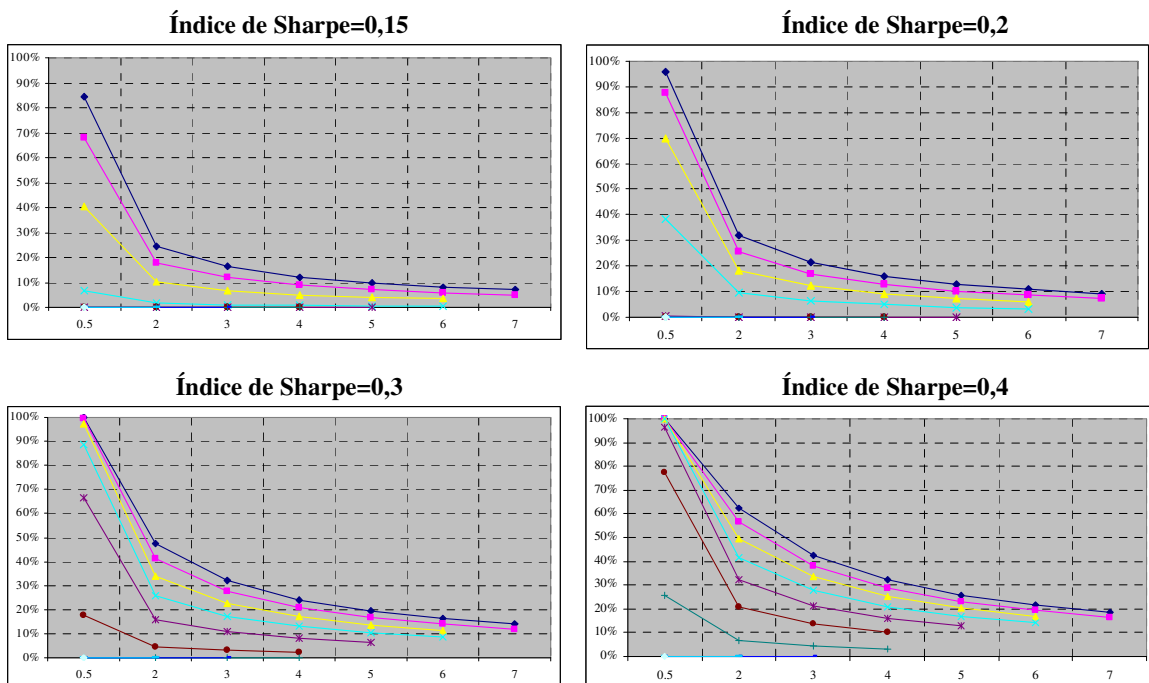
Alfas Ótimos para Simulações com Valor Referencial = Riqueza Inicial + CDI e Índice de Sharpe = 0,4

1997							
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	100.0%	49.8%	33.8%	25.5%	20.4%	17.0%	14.6%
0.90	100.0%	45.0%	30.4%	22.9%	18.3%	15.3%	13.1%
0.80	100.0%	39.5%	26.6%	20.0%	16.0%	13.3%	
0.70	100.0%	33.1%	22.2%	16.6%	13.3%	11.1%	
0.60	91.1%	25.5%	17.0%	12.8%	10.2%		
0.50	63.9%	16.4%	10.9%	8.2%			
0.40	21.0%	5.2%	3.5%	2.6%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						
1998							
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	100.0%	57.8%	39.3%	29.7%	23.8%	19.9%	17.0%
0.90	100.0%	52.3%	35.4%	26.6%	21.4%	17.8%	15.3%
0.80	100.0%	45.9%	30.9%	23.2%	18.6%	15.5%	
0.70	100.0%	38.4%	25.8%	19.3%	15.5%	12.9%	
0.60	100.0%	29.6%	19.7%	14.8%	11.8%		
0.50	73.4%	18.9%	12.6%	9.4%			
0.40	23.1%	5.8%	3.8%	2.9%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						
1999							
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	100.0%	45.9%	31.1%	23.4%	18.8%	15.7%	13.4%
0.90	100.0%	41.6%	28.0%	21.1%	16.9%	14.1%	12.1%
0.80	100.0%	36.6%	24.6%	18.4%	14.8%	12.3%	
0.70	98.7%	30.7%	20.6%	15.4%	12.3%	10.3%	
0.60	85.9%	23.9%	15.9%	11.9%	9.5%		
0.50	60.9%	15.6%	10.4%	7.8%			
0.40	22.2%	5.5%	3.7%	2.8%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						
2000							
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	100.0%	47.1%	31.9%	24.1%	19.3%	16.1%	13.8%
0.90	100.0%	42.6%	28.8%	21.6%	17.3%	14.5%	12.4%
0.80	100.0%	37.5%	25.2%	18.9%	15.1%	12.6%	
0.70	99.9%	31.5%	21.0%	15.8%	12.6%	10.5%	
0.60	87.4%	24.4%	16.2%	12.2%	9.7%		
0.50	61.6%	15.8%	10.5%	7.9%			
0.40	21.6%	5.4%	3.6%	2.7%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						
2001							
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	100.0%	57.2%	38.9%	29.3%	23.5%	19.6%	16.8%
0.90	100.0%	51.7%	35.0%	26.4%	21.1%	17.6%	15.1%
0.80	100.0%	45.4%	30.6%	23.0%	18.4%	15.3%	
0.70	100.0%	38.0%	25.5%	19.1%	15.3%	12.8%	
0.60	100.0%	29.3%	19.5%	14.6%	11.7%		
0.50	72.6%	18.7%	12.4%	9.3%			
0.40	22.9%	5.7%	3.8%	2.8%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						
2002							
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	100.0%	64.6%	43.9%	33.1%	26.6%	22.2%	19.0%
0.90	100.0%	58.4%	39.5%	29.8%	23.9%	19.9%	17.1%
0.80	100.0%	51.3%	34.5%	26.0%	20.8%	17.3%	
0.70	100.0%	43.0%	28.8%	21.6%	17.3%	14.4%	
0.60	100.0%	33.1%	22.1%	16.5%	13.2%		
0.50	82.0%	21.1%	14.1%	10.5%			
0.40	25.9%	6.4%	4.3%	3.2%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						
2003							
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	100.0%	60.8%	41.3%	31.2%	25.0%	20.9%	17.9%
0.90	100.0%	55.0%	37.2%	28.0%	22.5%	18.7%	16.1%
0.80	100.0%	48.3%	32.5%	24.4%	19.6%	16.3%	
0.70	100.0%	40.4%	27.1%	20.3%	16.3%	13.6%	
0.60	100.0%	31.1%	20.8%	15.6%	12.4%		
0.50	77.1%	19.9%	13.2%	9.9%			
0.40	24.3%	6.0%	4.0%	3.0%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						
2004							
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	100.0%	65.0%	44.2%	33.3%	26.8%	22.3%	19.1%
0.90	100.0%	58.8%	39.8%	30.0%	24.0%	20.0%	17.2%
0.80	100.0%	51.6%	34.7%	26.1%	20.9%	17.4%	
0.70	100.0%	43.2%	29.0%	21.7%	17.4%	14.5%	
0.60	100.0%	33.3%	22.2%	16.6%	13.3%		
0.50	82.5%	21.2%	14.1%	10.6%			
0.40	26.0%	6.5%	4.3%	3.2%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						
2005							
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	100.0%	90.1%	61.2%	46.2%	37.1%	30.9%	26.5%
0.90	100.0%	81.5%	55.1%	41.5%	33.3%	27.8%	23.8%
0.80	100.0%	71.5%	48.1%	36.2%	29.0%	24.2%	
0.70	100.0%	59.9%	40.1%	30.1%	24.1%	20.1%	
0.60	100.0%	46.1%	30.8%	23.1%	18.4%		
0.50	100.0%	29.5%	19.6%	14.7%			
0.40	36.1%	9.0%	6.0%	4.5%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						
2006							
D	γ						
	0.5	2	3	4	5	6	7
1.00	100.0%	87.6%	59.6%	45.0%	36.1%	30.1%	25.8%
0.90	100.0%	79.3%	53.6%	40.4%	32.4%	27.0%	23.2%
0.80	100.0%	69.6%	46.8%	35.2%	28.2%	23.5%	
0.70	100.0%	58.3%	39.0%	29.3%	23.5%	19.5%	
0.60	100.0%	44.8%	29.9%	22.4%	17.9%		
0.50	100.0%	28.6%	19.1%	14.3%			
0.40	35.1%	8.7%	5.8%	4.4%			
0.30	0.0%	0.0%	0.0%				
0.20	0.0%	0.0%					
0.10	0.0%						

APÊNDICE V (continuação)

Simulações com Premissas Ex-Ante e Valor Referencial = Riqueza Inicial + CDI

Alfas Médios Anuais para Diferentes Índices de Sharpe e Diferentes Combinações de Aversão ao Risco (γ) e Aversão a Perdas (D)



Eixo x = grau de aversão ao risco (γ)

Eixo y = α

Os gráficos apresentam a média anual do valor ótimo investido em ações para diferentes graus de aversão ao risco e aversão a perdas, pressupondo que as expectativas de retorno e risco são baseadas em dados ex-ante na forma detalhada na tese e o valor referencial para diferenciar ganhos e perdas é dado por $Vr = W_0 + \text{retorno do CDI}$.

Cada linha representa um grau diferente de aversão a perdas (D), conforme legenda abaixo:

