Teoria do Prospecto: Uma Análise Paramétrica das Formas Funcionais no Brasil

Robert Eugene Lobel
Mestrado em Informática - PUC-RIO.
Professor da PUC-RIO.
E-mail: relobel@gmail.com

Marcelo Cabús Klotzle[1]
Pós-Doutorado.em Finanças Comportamentais - MacMaster University, Canadá.
Doutorado em Economia - Katholische Universitat Eichstatt, K.U.E, Alemanha.
Professor da PUC-RIO – IAG
E-mail: klotzle@iag.puc-rio.br

Paulo Vitor Jordão da Gama Silva
Mestrado em Administração - PUC-RIO.
Aluno de Doutorado em Finanças - PUC-RIO.
E-mail: rjdagama@hotmail.com

Antônio Carlos Figueiredo Pinto
Doutorado em Economia – FGV RIO.
Professor da PUC-RIO – IAG.
E-mail: Figueiredo@iag.puc-rio.br

Resumo

O objetivo deste estudo foi analisar as preferências ao risco no Brasil seguindo os preceitos da Teoria do Prospecto. Para tal, foram estimadas para uma amostra selecionada não só o parâmetro de aversão ao risco da Teoria da Utilidade Esperada, como os parâmetros da função valor e probabilidade supondo diversas formas funcionais, incluindo a sugestão de uma nova função valor, a log modificada. Os resultados apontaram para valores dos parâmetros ligeiramente diferentes dos estudos em outros países, mostrando que para a amostra estudada, os sujeitos são mais avessos ao risco e exibem uma menor aversão à perda.

Palavras Chave: Teoria do Prospecto; Função Valor; Função Peso.

[1] O referido autor agradece aos órgãos de fomento CNPQ e FAPERJ, pelos auxílios fornecidos para esta pesquisa.

1. Introdução.

Durante muito tempo, modelos tradicionais de finanças tiveram como base a economia neoclássica. Esta, por sua vez, parte de algumas suposições sobre o comportamento do tomador de decisão, entre elas: preferências racionais, a maximização da utilidade esperada e a posse de todas as informações disponíveis em dado momento.

A base da modelagem das preferências do investidor é a chamada Teoria da Utilidade Esperada, desenvolvida primeiramente por von Neuman e Morgenstern (VON NEUMANN E MORGENSTERN, 1944), na qual se baseou Markowitz quando estruturou seu modelo de média-variância (MARKOWITZ, 1952).

Por outro lado, estudos recentes em finanças comportamentais mostraram evidências que a Teoria do Prospecto (KAHNEMAN E TVERSKY, 1979) e a Teoria do Prospecto Cumulativa (TVERSKY E KAHNEMAN, 1992) fornecem uma melhor descrição das escolhas do investidor do que o modelo de média/variância de Markowitz. Como exemplos podemos citar os estudos de Barberis (2013), Barberis e Thaler (2003) e De Bondt (1998).

A Teoria do Prospecto já foi utilizada, entre outros, para explicar a baixa participação de pessoas físicas no mercado acionário (BARBERIS, HUANG E THALER, 2006), alta intensidade das negociações no mercado de capitais (GOMES, 2005), preferências dos investidores por retornos com distribuições assimétricas positivas (BARBERIS E HUANG, 2008) e alto prêmio de risco e volatilidade do mercado acionário (BARBERIS, HUANG E SANTOS, 2001).

Até agora, grande parte dos estudos utilizou amostras de estudantes para testar a tomada de decisões sob a ótica da Teoria do Prospecto (STOTT, 2006; ABDELLAOUI, BLEICHRODT E L'HARIDON, 2008; HARRISON e RUTSTRÖM, 2009; ZEISBERGER, VRECKO E LANGER, 2012). Outros estudos tentaram analisar se profissionais do mercado financeiro atuam de acordo com as premissas da Teoria da Utilidade Esperada ou agem de acordo com a Teoria do Prospecto. Entre eles podemos citar os estudos de Gurevich, Kliger e Levy, 2009, Kliger e Levy, 2009, Abdellaoui, Bleichrodt e Kammounn, 2011 e Dichtl e Drobetz, 2011. Em todos estes estudos, diversos parâmetros das funções valor e peso foram estimados com base em técnicas paramétricas e/ou não paramétricas.

Grande parte desses estudos (baseados nesta metodologia e tipologia de análise), foram feitos baseados em amostras de países desenvolvidos e, em menor escala, em países em desenvolvimento. Sendo assim, existe um déficit de estudos modelando curvas de valor e peso em países em desenvolvimento e em especial no Brasil.

Baseado nisto, este estudo procura contribuir para o estudo de finanças comportamentais no Brasil, ao tentar modelar a tomada de decisão dos indivíduos com base nos parâmetros estimados da Teoria do Prospecto. Para tal serão analisadas variações de 27 modelos que serão construídos com base em nove funções diferentes, com a sugestão de uma nova função de valor, a log modificada.

Este trabalho está dividido em: (2) referencial teórico envolvendo a revisão bibliográfica para dar suporte aos conceitos deste estudo; (3) base de dados e a metodologia utilizada para a realização do estudo; (4) avaliação dos resultados encontrados; (5) considerações finais e sugestões para estudos futuros.

2. Referencial Teórico.

Desenvolvida por Bernouilli em 1738 (BERNOULLI, 1954), a Teoria da Utilidade Esperada ficou popular somente em 1944, quando Von Neumann e Morgenstern (1944) demonstraram que a teoria podia ser explicada sistematicamente por um conjunto de axiomas básicos de escolha. A Teoria da Utilidade Esperada foi durante muito tempo a base para a análise do processo de tomada de decisões em situações de risco e o alicerce fundamental da Economia Clássica. Entretanto, começando com o famoso Paradoxo de Allais (ALLAIS, 1953) e posteriormente com o Paradoxo de Ellsberg (ELLSBERG, 1961), foi constatado ao longo do tempo que o processo de decisão do ser humano não segue um modelo racional absoluto. Isto teve como consequência o desenvolvimento da Teoria da Utilidade Não-Esperada, onde se inclui a Teoria do Prospecto, elaborada por Tversky e Kahneman (KAHNEMAN E TVERSKY, 1979).

A Teoria do Prospecto apresenta uma alternativa a Teoria da Utilidade Esperada, ao introduzir uma função de distorção da probabilidade observada ("função de peso") e uma função de valor que expressa a variação da riqueza.

Ao longo dos últimos 30 anos, variantes desta teoria vem sendo propostas, como a Teoria do Prospecto Cumulativa, desenvolvidos pelos próprios Tversky e Kahneman (TVERSKY E KAHNEMAN, 1992) e a Teoria do Prospecto Normalizada (RIEGER E WANG, 2008; KARMARKAR, 1979; KARMARKAR, 1978). Estas alternativas englobam variações na modelagem teórica, na função de peso e na função de valor.

2.1. Teoria da Utilidade.

Gerber e Pafum (1998), fizeram um resumo dos diversos tipos de função utilidade usados na moderna teoria financeira. Tipicamente a função utilidade é representada por uma função potência da seguinte forma (função utilidade potência):

$$u(x) = \frac{1}{\delta} x^{\delta} \quad (1),$$

Onde $\delta \leq 1$ e o coeficiente Arrow-Pratt de aversão absoluta ao risco (WAKKER, 2008) é:

$$RA(x) = \frac{1-\delta}{x} \quad (2),$$

Onde x representa a riqueza final, ou seja, a riqueza inicial mais o valor final da loteria. O parâmetro δ, por sua vez, pode ser interpretado como o coeficiente de aversão relativa ao risco (PALACIOS-HUERTA E SERRANO, 2006; HOLT E LAURY, 2002).

Uma característica importante da função utilidade potência é que ela apresenta uma utilidade marginal decrescente, ou seja, a satisfação que uma pessoa possui em relação a um bem diminui à medida que possui mais deste bem.

A Teoria da Utilidade Esperada afirma que se um tomador de decisões tem que escolher entre duas alternativas, ele escolherá aquela que maximiza sua utilidade, ou seja, onde o valor da utilidade esperada é maior. A função da utilidade esperada (EUT) é modelada da seguinte forma:

$$EUT = (1 - p)u(A_i + w) + pu(B_i + w) \quad (3),$$

Onde A_i e B_i são os resultados da loteria i ($A_i < B_i$), p é a probabilidade de se obter o maior resultado B_i, u é a função utilidade e w é a riqueza inicial.

No caso de uma loteria com x_i resultados (já incorporando a riqueza inicial), cada um com probabilidade p_i, (3) pode ser generalizada como:

$$EUT = \sum_{i=1}^{n} p_i u(x_i) \quad (3a),$$

2.2. Teoria do Prospecto e suas variações.

Kahneman e Tversky (1979) propuseram, com a Teoria do Prospecto, um modelo alternativo descritivo de escolha sob incerteza. Conforme exemplificado em Camerer (2000), a Teoria do Prospecto pode prever corretamente escolhas individuais, até mesmo nos casos onde a Teoria da Utilidade Esperada é violada (ALLAIS, 1953 E ELLSBERG, 1961).

Na Teoria do Prospecto, a função valor (*v(x)*) substitui a função utilidade na Teoria da Utilidade Esperada. De acordo com Kahneman e Tversky (1979) a função valor (v) pode ser parametrizada como uma função potência, da seguinte forma:

$$v(\mathrm{x}) = \begin{cases} x^{\alpha}, & x \geq 0 \\ -\lambda(-x)^{\beta}, & x < 0 \end{cases} \quad (4),$$

Onde α e β medem a curvatura da função valor para ganhos e perdas respectivamente, e λ é o coeficiente de aversão à perda.

Uma segunda característica da Teoria do Prospecto refere-se à estimativa de probabilidades sobre a ocorrência de eventos. Enquanto a Teoria da Utilidade Esperada usa probabilidades simples, a Teoria do Prospecto usa pesos de decisão. Tversky e Kahneman (1992), definiram e calibraram uma função peso que associa a cada probabilidade *p* um peso *w* (*p*). Este peso reflete por sua vez o impacto de *p* no valor total do prospecto. Na maioria dos casos a soma dos pesos é menor que 1, ou seja, $w(p) + w(p\text{-}1) < 1$.

A função peso ($w(p)$) é parametrizada da seguinte forma:

$$w(p) = \frac{p^{\gamma}}{(p^{\gamma} + (1-p)^{\gamma})^{\frac{1}{\gamma}}} \quad (5),$$

Onde γ ε (0,1). Característico desta função peso é que ela dá um peso maior para baixas probabilidades e um peso menor para altas probabilidades. O valor de γ irá determinar o grau de sobreavaliação ou subavaliação do peso dado às probabilidades absolutas. Quanto menor esse parâmetro maior será a distorção das probabilidades, já que grande parte da função ficará abaixo da linha de 45º.

Originalmente, a função peso permitia a existência de diferentes parâmetros na área de ganhos e perdas (TVERSKY E KAHNEMAN, 1992). Entretanto, como estudos prévios estimaram parâmetros muito similares na área de ganhos e perdas (TVERSKY E KAHNEMAN, 1992; CAMERER E HO, 1994; TVERSKY E WAKKER, 1995), é comum modelar *w(p)* estimando um só parâmetro γ tanto para ganhos como perdas (RIEGER *ET AL.*, 2011).

De acordo com a Teoria do Prospecto, o valor de um prospecto para uma loteria com x_i resultados, cada um com probabilidade p_i, pode ser definido como (RIEGER E BUI, 2011):

$$v(x,p) = w(p_1)v(x_1) + w(p_2)v(x_2) + \cdots + w(p_n)v(x_n) \quad (6),$$

Onde *w(p)* é a função peso e *v(x)* é a função valor.

Em 1992, Tversky e Kahneman (1992) apresentaram uma nova versão da Teoria do Prospecto, a que chamaram de Teoria do Prospecto Cumulativa. A principal diferença em relação à Teoria do Prospecto foi a inclusão das distorções de probabilidade nas probabilidades acumuladas em vez das individuais, com a intenção de incluir preferências não lineares (*rank dependence*) e satisfazer a condição de dominância estocástica.

De maneira similar à (6), pode-se definir o valor de um prospecto para uma loteria com x_i resultados, cada um com probabilidade p_i como:

$$v(x,p) = \sum_{i=1}^{n} w(p_i)v(x_i) \quad (7),$$

Onde *v(x)* é a função valor, como na Teoria do Prospecto e *w(p)* é a função peso subjetiva derivada das probabilidades dos resultados, definida como (RIEGER E BUI, 2011):

$$w(p_i) = w(p_1 + \cdots + p_n) - w(p_1 + \cdots + p_{i-1}) \ para \ 1 < i < n \quad (8),$$

Uma variação da Teoria do Prospecto é conhecida como Teoria do Prospecto Normalizada e foi aprimorada por Rieger e Wang (2008), baseada em Karmarkar (1978). O valor de valor de um prospecto para uma loteria com x_i resultados, cada um com probabilidade p_i é definido como:

$$v(x,p) = \frac{\sum_{i=1}^{n} w(p_i)v(x_i)}{\sum_{i=1}^{n} w(p_i)} \quad (9),$$

Neste caso, a função prospecto é normalizada pela soma das probabilidades subjetivas. Essa normalização permite estender a Teria do Prospecto para loterias não discretas.

2.3. Funções Adicionais.

Ao longo do tempo, diversos tipos de funções foram sugeridas dentro da formulação teórico-empírica da Teoria do Prospecto. Estas envolvem diferentes especificações da função valor e da função peso.

Referente à função valor, vale destacar que além da função potência usada por Kahneman e Tversky (1979) e definida em (4), as funções exponencial e quadrática são também citadas na literatura. (RIEGER E BUI, 2011).

A função logarítmica é definida como (KÖBBERLING E WAKKER, 2005):

$$vv(x) = \begin{cases} \frac{ln(1+\alpha x)}{(1.0001-\alpha)}, \ x \geq 0 \\ -\frac{ln(1+\beta x)}{(1.0001-\beta)}, \ x < 0 \end{cases}, \quad (10),$$

Apesar de a função logarítmica ser bem citada (CAMERER E HO, 1994; FISHBURN E KOCHENBERGER, 1979) e ser geralmente considerada a primeira função utilidade desenvolvida por Bernoulli no século XXVIII (STOTT, 2006), ela tem sido criticada por não conseguir diferenciar valores bem altos de *x* devido à sua maior inclinação. Ela só funciona bem com valores altos, caso α e β sejam relativamente pequenos (BUI, 2009).

A função quadrática, por sua vez, é definida da seguinte maneira:

$$v(\mathrm{x}) = \begin{cases} x - \alpha x^2, & x \geq 0 \\ \lambda(x + \beta x^2), & x < 0 \end{cases} \quad (11),$$

A função quadrática teve um importante papel na área de finanças. A sua vantagem reside no fato de poder apreçar o valor de um prospecto baseado somente na sua média e variância, o que é amplamente usado em finanças, principalmente na área de apreçamento de ativos (STOTT, 2006). O problema mais grave da função quadrática é o fato dela não ser monotônica, deixando de ser côncava para valores acima $v'(x) = 0$. Adicionalmente, a inversa da função quadrática apresenta raízes imaginárias quando $w(p_1)+w(p_2) > 1$.

A função exponencial, por sua vez, é definida da seguinte maneira:

$$v(\mathrm{x}) = \begin{cases} 1 - e^{-\alpha x}, & x \geq 0 \\ -\lambda(1 - e^{\beta x}), & x < 0 \end{cases}, (12)$$

A função peso apresenta também algumas variações funcionais além da desenvolvida por Tversky e Kahneman (1992) e definida em (5). Pode-se citar as funções propostas por Karmarkar (1978, 1979) e Prelec (1998).

A função peso de Karmarkar (KARMARKAR, 1978; KARMARKAR, 1979) é definida como:

$$w(p) = \frac{p^\gamma}{(p^\gamma + (1-p)^\gamma)} \quad (13),$$

Característica da função peso de Karmarkar é que ela cruza o ponto (0.5; 0.5) para todos $\gamma \in (0,1)$ (BUI, 2009).

Prelec (1998) por sua vez propôs a forma composta invariante da função peso, caracterizada como:

$$w(p) = \exp(-(-\ln(p))^\gamma \quad (14),$$

Esta função permite explicar distorções, como o efeito da razão comum (ALLAIS, 1953), de maneira mais consistente do que as outras. Prelec (1998) desenvolveu a função peso baseado em um sistema de axiomas comportamentais e esta função sempre cruza a linha de 45° em um ponto fixo $p = 1/e \approx 0.37$. Ao contrário das outras formas funcionais, essa função é mais côncava para a esquerda e mais convexa para a direita de $1/e$ quando γ cai (BUI, 2009).

Funções de probabilidade com dois parâmetros também foram desenvolvidas. Entre as mais importantes podem ser citadas as funções de Goldstein e Einhorn (1987) e de Prelec (1998).

O principal estudo existente hoje relacionado à estimação de formas funcionais é o trabalho de Stott (2006), que analisou dentro da Teoria de Prospecto Cumulativa, 256 variações de modelos que podiam ser construídos com diferentes combinações de funções valor e peso. O objetivo era ver quais formas funcionais produziam os melhores resultados. O estudo comprovou que o melhor modelo era o que incluía a função valor potência e a função peso de Prelec de dois fatores. Já o estudo de Bui (2009), constatou que a Teoria do Prospecto era superior às teorias do Prospecto Cumulativa, Teoria do Prospecto Normalizada e Teoria da Utilidade Esperada. Além disso, o melhor modelo era o que, baseado na Teoria do Prospecto, incluía uma função valor potência e uma função peso de um fator de Prelec, conforme definida em (14) - a função peso de Prelec de 2 fatores não foi considerada.

3. Metodologia.

3.1. Amostra e Questionário.

Este trabalho de pesquisa foi realizado por meio da plataforma online Qualtrics, que reuniu inicialmente um grupo de 251 respondentes por meio de pesquisas em universidades brasileiras, empresas e redes sociais. Após realizados os filtros de inconsistência, que serão descritos a seguir, restaram 75 respondentes efetivos para participação nos processos de análise.

Aos participantes do estudo foram apresentadas as loterias utilizadas no estudo de Rieger *et al.,* (2011), que são replicadas na tabela 1.

Nas primeiras 6 loterias são calculadas as preferências ao risco na área de ganhos. Para tal é perguntado aos participantes sua propensão a pagar por essas loterias. As loterias têm resultados binários em R$, junto com a probabilidade de ocorrer cada resultado. As loterias foram estruturadas combinando diferentes níveis de resultados (R$ 10, R$ 100, R$ 400, R$ 10.000) com diferentes níveis de probabilidade (0,1, 0,4, 0,5, 0,6 e 0,9).

Tabela 1: Prospectos utilizados no Estudo.

Loteria	Resultado A ($)	Prob (A)	Resultado B ($)	Prob(B)	Valor Médio ($)
1	10	0,1	100	0,9	91
2	0	0,4	100	0,6	60
3	0	0,1	100	0,9	90
4	0	0,4	10.000	0,6	6.000
5	0	0,9	100	0,1	10
6	0	0,4	400	0,6	240
7	- 80	0,6	0	0,4	- 48
8	- 100	0,6	0	0,4	- 60

9	- 25	0,5	-	0,5	-
10	- 100	0,5	-	0,5	-

Fonte: Rieger *et al.,* (2011)

Com o intuito de distinguir a área de propensão ao risco da área de aversão ao risco, a segunda medida advém de duas loterias (7 e 8) examinando a atitude perante ao risco na área de perdas. Aos participantes é instruído que eles têm que imaginar serem obrigados a jogar na loteria, a não ser que paguem um valor em dinheiro antecipadamente. Esse montante de dinheiro é o valor negativo da propensão a pagar, também conhecido como propensão a aceitar.

A terceira medida, após os sujeitos apreçarem as 8 loterias, serve para o cálculo do coeficiente de aversão à perda. Ela é baseada nas loterias 9 e 10 (loterias mistas) e pergunta o valor mínimo R$ *X* de ganho que o participante aceitaria receber, caso aceitasse uma aposta em que ele teria 50% de chance de perder um valor determinado.

Por sua vez, para filtrar a base de dados dos jogos e torná-la mais robusta, foram adotadas as seguintes regras de consistência para excluir loterias individuais da amostra:

a. Se no jogo 1, o valor de resposta for menor ou igual a R$10,00 ou se for maior ou igual a R$100,00;
b. Se o valor obtido no jogo 3 for maior que o valor obtido no jogo 1;
c. Se os jogos 2 ou 5 forem maiores que R$100,00;
d. Se o valor no jogo 7 for igual ou superior a R$80,00;
e. Se o valor no jogo 8 for igual ou superior a R$100,00;
f. Se o valor obtido no jogo 7 for maior que o valor obtido no jogo 8;
g. Se o valor obtido no jogo 9 for maior que R$500,00 e se o valor obtido no jogo 10 for superior a R$2000,00;
h. Se o valor obtido no jogo 9 for inferior a R$5,00 e se o valor obtido no jogo 10 for inferior a R$20,00;
i. Se o valor obtido no jogo 2 for igual a R$100,00, se o valor obtido no jogo 5 for igual a R$100,00 e se o valor obtido no jogo 6 for de R$400,00;

Com relação à replicação das loterias usadas no estudo de Rieger *et al.,* (2011), alguns estudos sugerem que seja feita a conversão em moeda local usando o Poder de Paridade de Compra de cada país (HARRISON, HUMPHREY E VERSCHOOR, 2010; RIEGER E BUI, 2011). Entretanto, vale a pena citar que nestes estudos foi feita uma comparação entre países, o que não é o caso deste estudo. Como exemplo, pode ser citado o estudo de Tanaka, Camerer e Nguyen (2010) que, analisando preferências ao risco no Vietnã, aplicaram o jogo direto na moeda local, tendo como base a renda média da amostra. Se for tomado como base o rendimento nominal domiciliar per capita médio do brasileiro de R$ 1.052,00 em 2014 (IBGE, 2014), os valores monetários das loterias parecem bem realistas para o objetivo proposto.

Com a intenção de incluir um número maior de participantes, optou-se por não fazer este estudo em laboratório e sim por meio de questionário. Devido a isto, não foi dado nenhum incentivo monetário para os participantes. Apesar da discussão sobre a efetividade de incentivos monetários não fazer parte do escopo deste trabalho, vale a pena salientar que alguns autores, incluindo Tversky e Kahneman (1992) e Camerer (1989) não encontraram nenhuma diferença significativa com a inclusão dos incentivos. Isto está de acordo também com o estudo de Etchart-Vincent e L'haridon (2011) que demonstrou que, pelo menos na área de perdas, a inclusão do incentivo financeiro não exerce nenhum impacto nas escolhas dos indivíduos.

3.2. Estimação dos parâmetros.

A aplicação das loterias serve de base para a estimação dos parâmetros das funções utilidade, valor e peso. Existem dois tipos de estudos que tentam estimar parâmetros relacionados às atitudes frente ao risco, tanto na Teoria da Utilidade Esperada, como na Teoria da Utilidade Não-Esperada, na qual se enquadra a Teoria do Prospecto.

Em um tipo de estudo, a estimação dos coeficientes se dá de forma paramétrica, ou seja, famílias paramétricas de funções utilidade ou valor e funções peso são definidas previamente. Entre os estudos que adotam tal metodologia podemos citar os trabalhos de Tversky e Kahneman (1992), Camerer e Ho (1994), Tversky e Fox (1995), Donkers, Melenberg e Van Soest (2001), Abdellaoui, Bleichrodt e L'haridon (2008) e Harrison e Rutström (2009).

Já em estudos não paramétricos, qualquer função utilidade ou valor e função peso são possíveis e seus valores são diretamente inferidos a partir dos resultados das loterias. Como exemplos de estudos que seguem esta metodologia podem ser citados Wakker e Deneffe (1996), Abdellaoui (2000), Bleichrodt e Pinto (2000) e Abdellaoui, Bleichrodt e Paraschiv (2007). A base destes estudos é o chamado método *trade-off*, que se baseia em uma série encadeada de escolhas binárias de loterias até alcançar indiferença (ABDELLAOUI, DRIOUCHI E L'HARIDON, 2011).

Ambos os métodos possuem vantagens e desvantagens. A metodologia não paramétrica permite que a estimação dos parâmetros não seja confundida com as premissas sobre a forma da função valor ou da função peso. Além disso, ela permite que seja estabelecida uma relação direta entre as escolhas e as utilidades a ela relacionadas, permitindo assim resolver inconsistências na estimação dos parâmetros do modelo. Entretanto, a natureza da estimação que necessita que as loterias tenham uma estrutura encadeada, pode levar à propagação de erros, o que pode ocasionar uma inferência menos precisa (BOOIJ, VAN PRAAG E VAN DE KUILEN, 2010). Por outro lado, as estimativas paramétricas são menos suscetíveis a inconsistências de resposta e são mais eficientes, no sentido que menos questões são necessárias para se estimar os parâmetros das funções valor e peso (ABDELLAOUI, BLEICHRODT E

L'HARIDON, 2008). Entretanto, essa metodologia pode sofrer de um efeito contaminação: uma má especificação da função valor vai também enviesar a estimação da função peso e vice-versa (ABDELLAOUI, 2000).

Neste estudo as estimações das funções valor e peso serão feitas de forma paramétrica, pois se baseará em funções valor e peso definidas a priori.

Serão consideradas como base para a estimação as funções valor na forma potência e exponencial, definidas em (4) e (12). Pelos motivos descritos em 2.3., a função quadrática definida em (11) não será abordada neste estudo. No seu lugar será proposta uma nova função, denominada logarítmica modificada, na forma abaixo:

$$v(\mathrm{x}) = \begin{cases} \dfrac{\ln(1+\alpha x)}{\alpha}, & x \geq 0 \\ -\lambda\left(\dfrac{\ln(1+\beta x)}{\beta}\right), & x < 0 \end{cases} \quad (15),$$

Conforme simulações feitas neste estudo, esta função apresenta uma boa sensibilidade para o intervalo grande de valores de "x". Uma diferença básica desta função para a de potência, é que a função de potência tende a ser linear para todos os intervalos de valores quando α e β tendem a 1, ao passo que a logarítmica modificada se mantém côncava para valores elevados de "x", mesmo para valores de α e β próximo a 1. Para valores de α e β acima de 1, a função deixa de ser côncava para a região de ganhos e de ser convexa na região de perdas. A função não é válida para valores negativos de α e β. Os valores válidos para α e β para a função logarítmica é o intervalo [0,1], com boa sensibilidade para incrementos de 0.01.

No caso da função peso serão consideradas as funções Tversky-Kahneman, Kamarkar e Prelec, definidas em (5), (13) e (14).

Este estudo partirá, portanto de 3 teorias definidas respectivamente em (6), (7) e (9) (Teoria do Prospecto- PT; Teoria do Prospecto Cumulativa – CPT; Teoria do Prospecto Normalizada (NPT); 3 funções valor (potência, exponencial e logarítmica modificada); e 3 funções peso (Tversky-Kahneman – TK; Karmarkar e Prelec). Gerando 28 modelos, conforme tabela 2. Além disso será considerada a função utilidade, definida em (1).

Tabela 2: Modelos Utilizados.

Modelo	Teoria	*w(p)*	*v(x)*
TUE			
111	PT	TK	Potência
112			Exponencial
113			Log Modificada
121		Karmarkar	Potência
122			Exponencial
123			Log Modificada
131		Prelec	Potência

132			Exponencial
133			Log Modificada
211	CPT	TK	Potência
212			Exponencial
213			Log Modificada
221		Karmarkar	Potência
222			Exponencial
223			Log Modificada
231		Prelec	Potência
232			Exponencial
233			Log Modificada
311	NPT	TK	Potência
312			Exponencial
313			Log Modificada
321		Karmarkar	Potência
322			Exponencial
323			Log Modificada
331		Prelec	Potência
332			Exponencial
333			Log Modificada

Para simplificação foram adotadas as seguintes abreviações ao longo do texto, além das usadas na tabela: Karmarkar: KAR; Prelec: PRC; Potência: PWR; Exponencial: EXP; Log Modificada: LOG.

Fonte: Adaptado de Rieger *et al.,* (2011).

Em linha com o estudo de Bui (2009), este estudo utiliza a metodologia *grid search* para estimar todos os parâmetros das funções peso e valor, com o intuito de minimizar a soma dos erros. Os parâmetros serão estimados para cada indivíduo, sendo que a função erro é definida como a soma das diferenças entre o equivalente certo e as respostas de todas as 10 loterias.

Cada resposta deveria representar o Equivalente Certo (CE) de cada indivíduo a cada um dos 10 prospectos apresentados, pois estas respostas representam o valor sem risco para o qual a pessoa se diz indiferente em relação a participação na loteria. Por outro lado, para cada combinação de α, β e δ tem-se um valor de Equivalente Certo (CE) justo, que no caso de escolhas ótimas deveria ser o mesmo valor da resposta do indivíduo. A diferença entre o valor justo do CE para o prospecto *i* e a resposta do indivíduo ao prospecto *i* do questionário é o erro de ajuste (*fitting*). O processo de otimização busca obter qual a melhor combinação dos parâmetros α, β, δ e λ que apresenta a menor soma dos erros de ajuste dos 10 prospectos.

Para efetuar tal estimação foi desenvolvido, com base no estudo de Bui (2009), um algoritmo em Delphi que efetua a otimização em grid em *loops* aninhados com um salto de valor pré-determinado. Uma vez obtido um valor ótimo, são feitos refinamentos do resultado, utilizando saltos menores consecutivamente em torno do valor ótimo encontrado no passo anterior.

Matematicamente pode-se definir o processo de estimação da maneira abaixo:

Na seção 2, em (6), (7) e (9) foram definidas para uma loteria com x_i resultados, cada um com probabilidade p_i,, a Teria do Prospecto (PT), a Teoria do Prospecto Cumulativa (CPT) e a Teoria do Prospecto Normalizada (NPT).

Para este estudo, onde existem 10 loterias (Tabela 1), cada uma com 2 resultados (A_i e B_i), o valor do prospecto para cada loteria é definido da seguinte forma:

$$PT_i = w(p_i)v(B_i) + w(1-p_i)v(A_i) \quad (16),$$

$$CPT_i = w(p_i)v(B_i) + (1 - w(p_i))v(A_i) \quad (17),$$

$$NPT_i = \frac{PT_i}{w(p_i) + w(1-p_i)} \quad (18),$$

Onde p_i é a probabilidade de acontecer o resultado B na loteria *i*.

A metodologia de otimização *grid search* consiste em achar a combinação ótima dos parâmetros α, β e γ que minimize a função de erros, definida como:

$$Erros = \sum_{L=1}^{10} \frac{|CE_i - x_i|}{max(|A_i||B_i|)}, L = \{1,2, \ldots 10\} \ (19),$$

Onde o valor x_i, é definido como a resposta de cada indivíduo aos dados, que é a propensão a pagar se $x_i \geq 0$ e a propensão a aceitar (valor negativo da propensão a pagar) se $x_i < 0$.

Matematicamente, o objetivo pode ser definido como:

$$ótimo(\alpha, \beta, \gamma) = \min(\alpha, \beta, \gamma) \sum_{L=1}^{10} \frac{|CE_i - x_i|}{max(|A_i||B_i|)}, L = \{1,2, \ldots 10\} \ (20),$$

Por sua vez, o Equivalente Certo (CE_i) é definido para cada loteria como sendo a inversa da função valor no resultado do cálculo do prospecto (Y_i) para PT, CPT e NPT:

$$CE_i = v^{-1}(Y_i) \quad (21)$$

O valor de λ por sua vez, é estimado usando-se os prospectos 9 e 10, calculando a relação entre a função valor na região de ganhos com a função valor na região de perdas. Repare que como o CE dessas loterias é definido como 0, o valor λ é calculado com base nos valores α, β e γ das respostas X_9 e X_{10} e dos valores dos prospectos A_9 e A_{10}, com probabilidade 0,5. Como o cálculo do λ é diferente para cada teoria e forma funcional da função valor, a tabela 3 demostra sua estimação.

Tabela 3: Cálculo do parâmetro de aversão ao risco (λ).

Teoria	Função Valor	
PT/NPT	Potência	$\lambda = \frac{1}{2}\left[\frac{x_9^\alpha}{\lvert A_9\rvert^\beta} + \frac{x_{10}^\alpha}{\lvert A_{10}\rvert^\beta}\right]$
	Exponencial	$\lambda = \frac{1}{2}\left[\frac{1-e^{-\alpha x_9}}{1-e^{-\beta A_9}} + \frac{1-e^{-\alpha x_{10}}}{1-e^{-\beta A_{10}}}\right]$
	Log Modificada	$\lambda = \frac{1}{2}\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)\left[\frac{\ln(1+\alpha x_9^\alpha)}{\ln(1-\beta A_9)} + \frac{\ln(1+\alpha x_{10}^\alpha)}{\ln(1-\beta A_{10})}\right]$
CPT	Potência	$\lambda = \frac{1}{2}\left[\frac{w(0.5)x_9^\alpha}{(1-w(0.5))\lvert A_9\rvert^\beta} + \frac{w(0.5)x_{10}^\alpha}{(1-w(0.5))\lvert A_{10}\rvert^\beta}\right]$
	Exponencial	$\lambda = \frac{1}{2}\left[\frac{w(0.5)(1-e^{-\alpha x_9})}{(1-w(0.5))(1-e^{-\beta A_9})} + \frac{w(0.5)(1-e^{-\alpha x_{10}})}{(1-w(0.5))(1-e^{-\beta A_{10}})}\right]$
	Log Modificada	$\lambda = \frac{1}{2}\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)\left[\frac{\mathrm{w}(0.5)(\ln(1+\alpha x_9))}{(1-\mathrm{w}(0.5)(\ln(1-\beta A_9))} + \frac{\mathrm{w}(0.5)(\ln(1+\alpha x_{10}))}{(1-\mathrm{w}(0.5))(\ln(1-\beta A_{10}))}\right]$

Fonte: Adaptado de Bui (2009).

Adicionalmente às 27 combinações de funções valor e peso das 3 variantes da Teoria do Prospecto, é importante também avaliar a robustez da teoria da Utilidade Esperada (EUT) em relação à Teoria do Prospecto.

Na seção 2, foi definida a função de utilidade potência e o coeficiente de aversão ao risco em (1) e (2).

Dado um prospecto [(B,*p*;A,*(1-p)*], substituindo *u(x)* na fórmula (3) por (1), tem-se a Utilidade Esperada deste jogo definido como:

$$EU(A_i, B_i, w) = \frac{1}{\delta}p(B_i + w)^\delta + \frac{1}{\delta}(1-p)(A_i + w)^\delta \quad (22),$$

Onde *w* é definido como a riqueza inicial.

O Equivalente Certo (CE) por sua vez é definido como:

$$CE(A_i, B_i, w) = u^{-1}[EU(A_i, B_i, w)] - w = (\delta EU)^{\frac{1}{\delta}} - w \quad (23)$$

O processo de otimização da EUT é feito com a mesma metodologia que foi usada na teoria do prospecto. O objetivo é estimar o valor ótimo de δ que minimiza a função de erros:

$$ótimo(\delta) = \min(\delta) \sum_{L=1}^{10} \frac{|CE(A_i, B_i, w) - x_i|}{max(|A_i||B_i|)}, L = \{1,2, \dots 10\} \quad (24)$$

Simultaneamente, o nível de riqueza inicial (*w*) é considerado como sendo o melhor valor que minimiza a função de erros para um dado valor de δ.

4. Resultados.

4.1. Análise dos Modelos.

Para cada combinação das teorias peso e valor, procurou-se buscar quais os registros apresentavam os menores erros. Foram selecionados os registros com menores erros e todos os registros com erros dentro de um percentual de tolerância. A calibragem do percentual de tolerância é um dado de entrada do modelo e foi definido em função do desvio padrão observado, de forma a manter somente como resultados ótimos aqueles registros que são estatisticamente semelhantes ao erro mínimo.

Nos resultados apresentados, foi utilizado um percentual de tolerância de 30%. Para ilustrar esse conceito, por exemplo, se para uma observação na combinação NPT/KAR/LOG, o erro mínimo resultante do processo de otimização foi 0,3, foram consideradas como igualmente ótimas todas as combinações que apresentaram erros de até 30%.

A tabela 4 mostra a média, a mediana e o desvio padrão do coeficiente de aversão relativa ao risco.

Tabela 4: Coeficiente de Aversão Relativa ao Risco

Média	Mediana	Desvio Padrão	Erro
0,55	0,54	0.22	4,89

Fonte: Elaboração Própria

O resultado de 0,55 para o coeficiente δ está em linha com o esperado na literatura (WAKKER, 2008; PALACIOS-HUERTA E SERRANO, 2006) e indica uma relativamente forte aversão ao risco (HOLT E LAURY, 2002).

Outros estudos chegaram a resultados semelhantes, como Gonzalez e Wu (1999) (δ = 0,52), Tanaka, Camerer e Nguyen (2010) (δ = 0,48) e Liu (2012) (δ = 0,44).

A tabela 5 mostra a média, a mediana e o desvio padrão dos parâmetros α, β, γ e λ de todos os modelos analisados neste trabalho conforme tabela 2, além do erro associado a cada modelo.

Tabela 5: Detalhamento da Média, Mediana e Desvio Padrão.

Modelo	Média					Mediana					Desvio Padrão				
	α	β	Γ	λ	ε	α	β	γ	λ	ε	α	β	γ	λ	ε
111	0,52	0,76	0,50	1,01	0,36	0,50	0,79	0,40	0,68	0,30	0,21	0,21	0,23	1,09	0,26
112	0,10	0,08	0,73	1,61	0,36	0,08	0,04	0,78	1,28	0,33	0,10	0,19	0,25	0,93	0,24
113	0,30	0,12	0,51	1,40	0,37	0,19	0,03	0,42	0,76	0,32	0,29	0,24	0,22	1,45	0,26
121	0,36	0,47	0,25	1,16	0,49	0,28	0,40	0,11	0,91	0,47	0,23	0,23	0,34	1,06	0,21
122	0,11	0,10	0,70	1,38	0,38	0,09	0,05	0,74	1,17	0,35	0,08	0,19	0,26	0,83	0,24
123	0,65	0,37	0,26	1,27	0,46	0,89	0,26	0,16	0,90	0,44	0,41	0,35	0,33	1,35	0,22
131	0,43	0,59	0,26	1,12	0,37	0,37	0,55	0,11	0,82	0,32	0,20	0,22	0,34	1,13	0,25
132	0,12	0,09	0,76	1,40	0,38	0,09	0,04	0,88	1,20	0,35	0,10	0,19	0,24	0,84	0,25
133	0,43	0,20	0,30	1,30	0,37	0,33	0,09	0,16	0,75	0,33	0,34	0,28	0,31	1,46	0,25
211	0,23	0,33	0,59	0,64	0,72	0,12	0,24	0,49	0,42	0,73	0,27	0,26	0,19	0,65	0,25
212	0,25	0,11	0,82	1,10	0,42	0,14	0,07	0,89	1,04	0,39	0,32	0,19	0,21	0,69	0,24
213	0,83	0,61	0,73	1,01	1,00	1,00	0,78	0,69	0,93	1,13	0,35	0,40	0,11	0,86	0,36
221	0,36	0,47	0,25	1,16	0,49	0,28	0,40	0,11	0,91	0,47	0,23	0,23	0,34	1,06	0,21
222	0,11	0,10	0,70	1,38	0,38	0,09	0,05	0,74	1,17	0,35	0,08	0,19	0,26	0,83	0,24
223	0,65	0,37	0,26	1,27	0,46	0,89	0,26	0,16	0,90	0,44	0,41	0,35	0,33	1,35	0,22
231	0,28	0,37	0,32	0,76	0,58	0,19	0,28	0,13	0,57	0,57	0,25	0,25	0,35	0,64	0,24
232	0,14	0,11	0,91	1,28	0,40	0,15	0,06	0,91	1,08	0,38	0,10	0,19	0,08	0,84	0,25
233	0,81	0,64	0,40	0,93	0,84	1,00	0,92	0,25	0,78	0,90	0,36	0,40	0,28	0,85	0,31
311	0,36	0,47	0,25	1,16	0,49	0,28	0,40	0,11	0,91	0,47	0,23	0,23	0,34	1,06	0,21
312	0,11	0,10	0,70	1,38	0,38	0,09	0,05	0,74	1,17	0,35	0,08	0,19	0,26	0,83	0,24
313	0,65	0,37	0,26	1,27	0,47	0,90	0,26	0,16	0,90	0,45	0,41	0,35	0,33	1,35	0,22
321	0,36	0,47	0,25	1,16	0,49	0,28	0,40	0,11	0,91	0,47	0,23	0,23	0,34	1,06	0,21
322	0,11	0,10	0,70	1,38	0,38	0,09	0,05	0,74	1,17	0,35	0,08	0,19	0,26	0,83	0,24
323	0,65	0,37	0,26	1,27	0,46	0,89	0,26	0,16	0,90	0,44	0,41	0,35	0,33	1,35	0,22
331	0,36	0,47	0,24	1,15	0,49	0,28	0,40	0,08	0,93	0,47	0,23	0,23	0,35	1,05	0,21
332	0,10	0,10	0,65	1,38	0,38	0,09	0,05	0,69	1,16	0,35	0,06	0,19	0,27	0,83	0,25
333	0,65	0,37	0,24	1,28	0,46	0,89	0,26	0,12	0,91	0,44	0,41	0,35	0,33	1,36	0,22

Fonte: Elaboração Própria.

A tabela 6 por sua vez apresenta o consolidado da tabela 6, considerando a média, mediana e desvio padrão resultantes da otimização. Com relação a média dos parâmetros α e β, que medem a inclinação da utilidade por dinheiro na área de ganhos e perdas respectivamente, pode-se reparar que em todos os modelos α < 1 e β < 1. Isso vai de acordo com o esperado, já que o conceito psicológico de sensibilidade decrescente implica que α < 1 e β <1, ou seja, os indivíduos são mais sensíveis a mudanças quanto mais se distanciam do ponto de referência (BOOIJ, VAN PRAAG E VAN DE KUILEN, 2010). Fora isso, os resultados demonstram a típica forma da função valor em forma de S, ou seja, côncava na região de ganhos e convexa na região de perdas. Entretanto isso difere para cada modelo.

Tabela 6: Dados Consolidados da Média, Mediana e Desvio Padrão por Teoria, Peso e Valor.

Média									
Parâmetros	Resumo por Teoria			Resumo por Peso			Resumo por Valor		
	PT	CPT	NPT	TK	KAR	PRC	PWR	EXP	LOG
alpha	0,33	0,41	0,37	0,37	0,37	0,37	0,36	0,13	0,63
beta	0,31	0,35	0,31	0,33	0,31	0,33	0,49	0,10	0,38
gamma	0,48	0,55	0,40	0,57	0,40	0,45	0,32	0,74	0,36
lambda	1,29	1,06	1,27	1,17	1,27	1,18	1,03	1,37	1,22
erros	0,40	0,59	0,45	0,51	0,45	0,48	0,50	0,39	0,54

Mediana									
Parâmetros	Resumo por Teoria			Resumo por Peso			Resumo por Valor		
	PT	CPT	NPT	TK	KAR	PRC	PWR	EXP	LOG
alpha	0,31	0,43	0,42	0,37	0,42	0,38	0,29	0,10	0,78
beta	0,25	0,34	0,24	0,30	0,24	0,30	0,43	0,05	0,35
gamma	0,42	0,49	0,32	0,52	0,34	0,37	0,18	0,79	0,26
lambda	0,94	0,87	1,00	0,90	0,99	0,91	0,78	1,16	0,86
erros	0,36	0,60	0,42	0,50	0,42	0,46	0,47	0,36	0,54

Desvio Padrão									
Parâmetros	Resumo por Teoria			Resumo por Peso			Resumo por Valor		
	PT	CPT	NPT	TK	KAR	PRC	PWR	EXP	LOG
alpha	0,22	0,26	0,24	0,25	0,24	0,23	0,23	0,11	0,38
beta	0,23	0,27	0,26	0,25	0,26	0,26	0,23	0,19	0,34
gamma	0,28	0,24	0,31	0,24	0,31	0,28	0,31	0,23	0,29
lambda	1,13	0,86	1,08	0,99	1,08	1,00	0,98	0,83	1,27

Fonte: Elaboração Própria.

Em geral, modelos baseados na função exponencial apresentaram uma função em forma de *S* mais acentuada que as funções potência e log modificada. A log modificada, por sua vez apresentou uma curva menos acentuada que a função potência. Outra característica importante é que tanto no modelo 111 como no modelo 131, $\beta > \alpha$, o que vai de encontro a outros estudos na área, que demonstram que as perdas são avaliadas mais linearmente que os ganhos (BOOIJ, VAN PRAAG E VAN DE KUILEN, 2010). Isso sugere que as pessoas ficam menos sensíveis em relação a ganhos adicionais mais rapidamente do que em relação a perdas adicionais (BOOIJ, VAN PRAAG E VAN DE KUILEN, 2010).

A média do parâmetro de distorção de probabilidades γ é menor que 1 em todos os modelos mostrando que há uma clara distorção de probabilidades nos sujeitos estudados. Além disso há uma clara aversão à perda visto que a média do parâmetro de aversão à perda é maior que um em todos os modelos.

Os valores encontrados neste estudo para os parâmetros α e β em modelos individuais são, na maior parte das vezes, menores que os valores encontrados em estudos feitos em países desenvolvidos (tabela 7) e em outros países em desenvolvimento (tabela 8). O mesmo pode ser dito para os parâmetros de distorção de probabilidade (γ) e aversão ao risco (λ)

Tabela 7: Resumo de Estudos feitos em Países Desenvolvidos.

Modelo	Parâmetros				Autores
	α	β	γ	Λ	
211	0,12	0,24	0,49	0,42	**Este Estudo**
	0,88	0,88	0,61	2,25	Tversky e Kahneman (1992)
	0,22	-	0,56	-	Camerer e Ho (1994)
	0,50	-	0,71	-	Wu e Gonzalez (1996)
	0,89	0,92	0,60	-	Abdellaoui (2000)
	-	-	-	1,43	Schmidt e Traub (2002)
	0,72	0,73	-	2,54	Abdellaoui, Bleichrodt e Paraschiv (2007)
	0,86	1,06	-	2,61	Abdellaoui, Bleichrodt e L'haridon (2008)
	0,71	0,72	0,91	1,38	Harrison e Rutström (2009)
	0,25	-1,24	0,46	1,18	Attema, Brouwer e L'haridon (2013)
	0,73	0,86	-	1,31	Abdellaoui, Bleichrodt e L'haridon (2013)
221	0,28	0,40	0,11	0,91	**Este Estudo**
	0,49	-	0,44	-	Gonzalez e Wu (1999)
	0,91	0,96	0,83	-	Abdellaoui, Vossmann e Weber (2005)
222	0,09	0,05	0,74	1,17	**Este Estudo**
	0,28	0,09	0,91	-	Abdellaoui, Vossmann e Weber (2005)
	0,86	0,83	0,62	1,58	Booij, Van Praag e Van De Kuilen (2010)
231	0,19	0,28	0,13	0,57	**Este Estudo**
	0,48	-	0,74	-	Wu e Gonzalez (1996)
	0,68	0,74	1,00	3,20	Tu (2005)
312	0,09	0,05	0,74	1,17	**Este Estudo**
	0,009	0,002	0,40	-	Scholten e Read (2014)
313	0,90	0,26	0,16	0,90	**Este Estudo**
	0,03	0,003	0,45	-	Scholten e Read (2014)

Valores se referem à mediana. Tversky e Kahneman (1992): Valor estimado de γ na área de perdas (γ-): 0,69. Gonzalez e Wu (1999): Foi utilizado o modelo GE (goldstein e einhorn, 1987) como base da função probabilidade. O modelo de Karmarkar (1978, 1979) é um caso especial do modelo GE, em que o parâmetro de elevação δ = 1. Abdellaoui (2000): Valor estimado de γ na área de perdas: 0,65. Tu (2005): Valor estimado de γ na área de perdas: 0,77. Abdellaoui, Vossmann e Weber (2005): Foi utilizado o modelo GE tanto no modelo 221 (elevação: δ+ = 0,98, δ- = 1,35 e curvatura na área de perdas: γ- = 0,84) como no modelo 222 (elevação: δ+ =0,98, δ-= 1,32 e curvatura na área de perdas: γ- = 0,87). Abdellaoui, Bleichrodt e Paraschiv (2007): Estimativa de λ foi baseada na definição de Köbberling e Wakker (2005) de aversão ao risco. Booij, Van Praag e Van De Kuilen (2010): Foi utilizado o modelo GE (δ+ = 0,77, δ- = 1,02, γ- = 0,59). Attema, Brouwer e L'haridon (2013): Estudo feito com profissionais na área de saúde, sendo que γ- = 0,49. Abdellaoui, Bleichrodt e L'haridon (2013): Estudo feito com profissionais de finanças, sendo que valor de λ com base na definição de Köbberling e Wakker (2005) = 1,00. Scholten e Read (2014): Função Exponencial baseada no modelo de Köbberling e Wakker (2005), γ- = 0,63 e função logarítmica baseada em Scholten e Read (2014), γ- = 0,67.

Fonte: Elaboração Própria.

Tabela 8: Resumo de Estudos feito em Países em Desenvolvimento.

Modelo	Parâmetros				Autores
	Α	β	Γ	λ	
231	0,28	0,37	0,32	0,76	Este Estudo
	0,59	0,59	0,49	1,20	Nguyen e Leung (2009)
	0,61	0,61	0,74	2,63	Tanaka, Camerer e Nguyen (2010)
	0,72	0,72	0,76	2,06	Nguyen e Leung (2010)
	0,48	0,48	0,69	3,47	Liu (2012)

0,11	0,11	0,13	1,35	Liebenehm e Waibel (2014)

Fonte: Elaboração Própria.

Em um próximo passo, foi analisada a relação da quantidade de resultados ótimos por combinação. O resultado é apresentado na ordem decrescente da combinação de resultados ótimos. A tabela 9 apresenta os resultados encontrados. Pode-se notar que há uma maior predominância das funções de caráter exponencial como melhores resultados de otimização (considerando os 10 primeiros resultados).

Tabela 9: Resultados Ótimos por Modelo.

Modelo	**Descrição do Modelo**	**%**	**Qtd**	**PT**	**CPT**	**NPT**	**TK**	**KAR**	**PRC**	**PWR**	**EXP**	**LOG**
111	pt-tk-pwr	8,3%	54	54			54			54		
131	pt-prc-pwr	8,3%	54	54					54	54		
133	pt-prc-log	7,3%	48	48					48			48
112	pt-tk-exp	6,6%	43	43			43				43	
113	pt-tk-log	6,3%	41	41			41					41
132	pt-prc-exp	5,5%	36	36					36		36	
332	npt-prc-exp	5,2%	34			34			34		34	
122	pt-kar-exp	4,9%	32	32				32			32	
222	cpt-kar-exp	4,9%	32		32			32			32	
312	npt-tk-exp	4,9%	32			32	32				32	
322	npt-kar-exp	4,9%	32			32		32			32	
232	cpt-prc-exp	4,3%	28		28				28		28	
212	cpt-tk-exp	2,9%	19		19		19				19	
123	pt-kar-log	2,6%	17	17				17				17
223	cpt-kar-log	2,6%	17		17			17				17
313	npt-tk-log	2,6%	17			17	17					17
323	npt-kar-log	2,6%	17			17		17				17
333	npt-prc-log	2,4%	16			16			16			16
331	npt-prc-pwr	1,8%	12			12			12	12		
121	pt-kar-pwr	1,8%	12	12				12		12		
221	cpt-kar-pwr	1,8%	12		12			12		12		
321	npt-kar-pwr	1,8%	12			12		12		12		
311	npt-tk-pwr	1,8%	12			12	12			12		
231	cpt-prc-pwr	1,5%	10		10				10	10		
211	cpt-tk-pwr	1,4%	9		9		9			9		
213	cpt-tk-log	0,5%	3		3		3					3
233	cpt-prc-log	0,5%	3		3				3			3

Fonte: Elaboração Própria

Com relação a consolidação dos dados vista na tabela 10, pode-se notar que no que se refere à teoria, PT apresenta melhor desempenho com 51,53% e CPT apresenta o pior com 20,34%. No que tange a análise por peso, PRC apresentou o melhor desempenho com 36,85% logo seguido pelo TK com 35,17 e o pior desempenho ficou a cargo do KAR. Em relação às funções de valor, a exponencial apresentou o melhor resultado neste caso com 44,04% e o pior resultado ficou com a função de potência PWR.

Tabela 10: Dados Consolidados da Otimização por Teoria, Peso e Valor.

Resumo por Teoria			**Resumo por Peso**			**Resumo por Valor**		
PT	CPT	NPT	TK	KAR	PRC	PWR	EXP	LOG
337	133	184	230	183	241	187	288	179
51,53%	20,34%	28,13%	35,17%	27,98%	36,85%	28,59%	44,04%	27,37%

Fonte: Elaboração Própria.

A tabela 11 apresenta os erros de estimação da mediana, média e desvio-padrão por teoria e peso. O primeiro ponto a se observar é a superioridade dos modelos comportamentais em relação à Teoria da Utilidade Esperada (TUE). Além disso, os modelos baseados na teoria do Prospecto, Função Peso TK e Prelec e Função Valor Potência e Log Modificada tiveram um desempenho superior aos demais. Isso vai de encontro à literatura (STOTT 2006; BUI, 2009) e mostra para o nosso caso o bom desempenho da função aqui sugerida, a log modificada.

Tabela 11: Erros de Estimação da Mediana, Média e Desvio-Padrão Por Teoria e Peso.

Modelo		Erro Mediana	Erro Média	Erro Desvio padrão
111	pt-tk-pwr	0,30	0,36	0,26
112	pt-tk-exp	0,33	0,36	0,24
113	pt-tk-log	0,32	0,37	0,26
121	pt-kar-pwr	0,47	0,49	0,21
122	pt-kar-exp	0,35	0,38	0,24
123	pt-kar-log	0,44	0,46	0,22
131	pt-prc-pwr	0,32	0,37	0,25
132	pt-prc-exp	0,35	0,38	0,25
133	pt-prc-log	0,33	0,37	0,25
211	cpt-tk-pwr	0,73	0,72	0,25
212	cpt-tk-exp	0,39	0,42	0,24
213	cpt-tk-log	1,13	1,00	0,35
221	cpt-kar-pwr	0,47	0,49	0,21
222	cpt-kar-exp	0,35	0,38	0,24
223	cpt-kar-log	0,44	0,46	0,22
231	cpt-prc-pwr	0,57	0,58	0,24
232	cpt-prc-exp	0,38	0,40	0,25
233	cpt-prc-log	0,90	0,84	0,30
311	npt-tk-pwr	0,47	0,49	0,21
312	npt-tk-exp	0,35	0,38	0,24
313	npt-tk-log	0,44	0,47	0,22
321	npt-kar-pwr	0,47	0,49	0,21
322	npt-kar-exp	0,35	0,38	0,24
323	npt-kar-log	0,44	0,46	0,22
331	npt-prc-pwr	0,47	0,49	0,21
332	npt-prc-exp	0,35	0,38	0,24
333	npt-prc-log	0,44	0,46	0,22
TUE		4,89	4,89	1,37

Fonte: Elaboração Própria.

5. Conclusões.

Este estudo procurou analisar as preferências ao risco no Brasil seguindo os preceitos da Teoria da Prospecto. Para tal, foram estimadas para uma amostra selecionada não só o parâmetro de aversão ao risco da Teoria da Utilidade Esperada, assim como os parâmetros da função valor e probabilidade supondo diversas formas funcionais, incluindo a sugestão de uma nova função valor, a log modificada.

Este foi o primeiro estudo a estimar tais valores no Brasil, sendo que os resultados apontaram para valores dos parâmetros ligeiramente diferentes dos estudos em outros países, mostrando que para a amostra estudada, os sujeitos são mais avessos ao risco e exibem uma menor aversão à perda. Somente a distorção das probabilidades mostra uma similaridade com outros países.

Como esperado, o estudo constatou a superioridade dos modelos comportamentais em relação à Teoria da Utilidade Esperada (TUE). Além disso, os modelos baseados na teoria do Prospecto, Função Peso TK e Prelec e Função Valor Potência tiveram um desempenho superior aos demais, indo de encontro ao esperado. Por fim a função log modificada sugerida no estudo demonstrou boa aderência aos dados, podendo ser usada para estudos futuros no Brasil.

Referências Bibliográficas

ABDELLAOUI, M. Parameter-Free Elicitation of Utility and Probability Weighting Functions. *Management Science*, v. 46, n. 11, p. 1497-1512, November 1, 2000

ABDELLAOUI, M.; BLEICHRODT, H.; L'HARIDON, O. A tractable method to measure utility and loss aversion under prospect theory. *Journal of Risk and Uncertainty*, v. 36, n. 3, p. 245-266, 2008

______. Risk aversion elicitation: reconciling tractability and bias minimization. Theory and Decision, v. 71, n. 1, p. 63-80, 2011.

______. Sign-Dependence in Intertemporal Choice. Journal of Risk and Uncertainty, v. 47, n. 3, p. 225-253, 2013.

ABDELLAOUI, M.; BLEICHRODT, H.; KAMMOUN, H. Do financial professionals behave according to prospect theory? An experimental study. *Theory and Decision*, p. 1-19, 2011. .

ABDELLAOUI, M.; BLEICHRODT, H.; PARASCHIV, C. Loss Aversion Under Prospect Theory: A Parameter-Free Measurement. *Management Science*, v. 53, n. 10, p. 1659-1674, October 1, 2007.

ABDELLAOUI, M.; VOSSMANN, F.; WEBER, M. Choice-Based Elicitation and Decomposition of Decision Weights for Gains and Losses under Uncertainty. *MANAGEMENT SCIENCE*, v. 51, n. 9, p. 1384-1399, 2005.

ALLAIS, M. Le Comportement de l'Homme Rationnel devant le Risque: Critique des Postulats et Axiomes de l'Ecole Americaine. *Econometrica*, v. 21, n. 4, p. 503-546, 1953.

ATTEMA, A. E.; BROUWER, W. B. F.; L'HARIDON, O. Prospect theory in the health domain: A quantitative assessment. *Journal of Health Economics*, v. 32, n. 6, p. 1057-1065, 2013.

BARBERIS, N.; HUANG, M. Stocks as Lotteries: The Implications of Probability Weighting for Security Prices. *American Economic Review*, v. 98, n. 5, p. 2066-2100, 2008.

BARBERIS, N.; HUANG, M.; SANTOS, T. Prospect Theory and Asset Prices. *The Quarterly Journal of Economics*, v. 116, n. 1, p. 1-53, February 1, 2001.

BARBERIS, N.; HUANG, M.; THALER, R. H. Individual Preferences, Monetary Gambles, and Stock Market Participation: A Case for Narrow Framing. *American Economic Review*, v. 96, n. 4, p. 1069-1090, 2006.

BARBERIS, N.; THALER, R. A survey of behavioral finance. In: CONSTANTINIDES, G. M.;HARRIS, M., et al (Ed.). *Handbook of the Economics of Finance*: Elsevier, v.1, 2003. cap. 18, p.1053-1128

BARBERIS, N. C. Thirty Years of Prospect Theory in Economics: A Review and Assessment. *Journal of Economic Perspectives*, v. 27, n. 1, p. 173-96, 2013.

BERNOULLI, D. Exposition of a New Theory on the Measurement of Risk. *Econometrica*, v. 22, n. 1, p. 23-36, 1954.

BLEICHRODT, H.; PINTO, J. L. A Parameter-Free Elicitation of the Probability Weighting Function in Medical Decision Analysis. *Management Science*, v. 46, n. 11, p. 1485-1496, 2000.

BOOIJ, A.; VAN PRAAG, B.; VAN DE KUILEN, G. A parametric analysis of prospect theory's functionals for the general population. *Theory and Decision*, v. 68, n. 1, p. 115-148, 2010.

BUI, T. *Prospect Theory and Functional Choic*e. A Dissertation Submitted to the Graduate School in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree Erasmus Mundus Master: Models and Methods of Quantitative Economics (QEM), Bielefeld University and The University of Paris 1 Panthéon-Sorbonne, 2009.

CAMERER, C. Prospect theory in the wild: Evidence from the field. In: KAHNEMAN, D. e TVERSKY, A. (Ed.). *Choices, Values, and Frames*: Cambridge University Press, 2000. p. 288-300.

CAMERER, C. F.; HO, T.-H. Violations of the betweenness axiom and nonlinearity in probability. *Journal of Risk and Uncertainty*, v. 8, n. 2, p. 167-196, 1994.

CAMERER, C. An experimental test of several generalized utility theories. *Journal of Risk and Uncertainty*, v. 2, n. 1, p. 61-104, 1989.

DE BONDT, W. F. M. A portrait of the individual investor. *European Economic Review*, v. 42, n. 3–5, p. 831-844, 1998.

DICHTL, H.; DROBETZ, W. Dollar-Cost Averaging and Prospect Theory Investors: An Explanation for a Popular Investment Strategy. *Journal of Behavioral Finance*, v. 12, n. 1, p. 41-52, 2011.

DONKERS, B.; MELENBERG, B.; VAN SOEST, A. Estimating Risk Attitudes using Lotteries: A Large Sample Approach. *Journal of Risk and Uncertainty*, v. 22, n. 2, p. 165-195, 2001.

ELLSBERG, D. Risk, Ambiguity, and the Savage Axioms. *The Quarterly Journal of Economics*, v. 75, n. 4, p. 643-669, 1961.

ETCHART-VINCENT, N.; L'HARIDON, O. Monetary incentives in the loss domain and behavior toward risk: An experimental comparison of three reward schemes including real losses. *Journal of Risk and Uncertainty*, v. 42, n. 1, p. 61-83, 2011.

FISHBURN, P. C.; KOCHENBERGER, G. A. TWO-PIECE VON NEUMANN-MORGENSTERN UTILITY FUNCTIONS. *Decision Sciences*, v. 10, n. 4, p. 503-518, 1979.

GERBER, H. U.; PAFUM, G. Utility Functions. *North American Actuarial Journal*, v. 2, n. 3, p. 74-91, 1998.

GOLDSTEIN, W. M.; EINHORN, H. J. Expression theory and the preference reversal phenomena. *Psychological Review*, US, v. 94, n. 2, p. 236-254, 1987.

GOMES, F. J. Portfolio Choice and Trading Volume with Loss□Averse Investors. *The Journal of Business*, v. 78, n. 2, p. 675-706, 2005.

GONZALEZ, R.; WU, G. On the Shape of the Probability Weighting Function. *Cognitive Psychology*, v. 38, n. 1, p. 129-166, 1999.

GUREVICH, G.; KLIGER, D.; LEVY, O. Decision-making under uncertainty – A field study of cumulative prospect theory. *Journal of Banking & Finance*, v. 33, n. 7, p. 1221-1229, 2009.

HARRISON, G.; RUTSTRÖM, E. Expected utility theory and prospect theory: one wedding and a decent funeral. *Experimental Economics*, v. 12, n. 2, p. 133-158, 2009.

HARRISON, G. W.; HUMPHREY, S. J.; VERSCHOOR, A. Choice under Uncertainty: Evidence from Ethiopia, India and Uganda. *The Economic Journal*, v. 120, n. 543, p. 80-104, 2010.

HOLT, C. A.; LAURY, S. K. Risk Aversion and Incentive Effects. *American Economic Review*, v. 92, n. 5, p. 1644-1655, 2002.

IBGE. Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (Pnad) Contínua. Brasilia, DF 2014.

KAHNEMAN, D.; TVERSKY, A. Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk. *Econometrica*, v. 47, n. 2, p. 263-291, 1979.

KARMARKAR, U. S. Subjectively weighted utility: A descriptive extension of the expected utility model. *Organizational Behavior and Human Performance*, v. 21, n. 1, p. 61-72, 1978.

______. Subjectively weighted utility and the Allais Paradox. *Organizational Behavior and Human Performance*, v. 24, n. 1, p. 67-72, 1979.

KLIGER, D.; LEVY, O. Theories of choice under risk: Insights from financial markets. *Journal of Economic Behavior and Organization*, v. 71, n. 2, p. 330-346, 2009.

KÖBBERLING, V.; WAKKER, P. P. An index of loss aversion. *Journal of Economic Theory*, v. 122, n. 1, p. 119-131, 2005.

LIEBENEHM, S.; WAIBEL, H. Simultaneous Estimation of Risk and Time Preferences among Small-scale Cattle Farmers in West Africa. *American Journal of Agricultural Economics*, July 28, 2014

LIU, E. M. Time to Change What to Sow: Risk Preferences and Technology Adoption Decisions of Cotton Farmers in China. *Review of Economics and Statistics*, v. 95, n. 4, p. 1386-1403, 2012.

MARKOWITZ, H. Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, v. 7, n. 1, p. 77-91, 1952.

NGUYEN, Q.; LEUNG, P. Do Fishermen have Different Attitudes Toward Risk? An Application of Prospect Theory to the Study of Vietnamese Fishermen. *Journal of Agricultural and Resource Economics*, v. 34, n. 3, p. 518-538, 2009.

______. How nurture can shape preferences: an experimental study on risk preferences of Vietnamese fishers. *Environment and Development Economics*, v. 15, n. 05, p. 609-631, 2010..

PALACIOS-HUERTA, I.; SERRANO, R. Rejecting small gambles under expected utility. *Economics Letters*, v. 91, n. 2, p. 250-259, 2006.

PRELEC, D. The Probability Weighting Function. *Econometrica*, v. 66, n. 3, p. 497-527, 1998.

RIEGER, MARC OLIVER, WANG, MEI AND HENS, THORSTEN. Prospect Theory Around the World (October 31, 2011). NHH Dept. of Finance & Management Science Discussion Paper No. 2011/19. Available at SSRN: http://ssrn.com/abstract=1957606 or http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1957606. Acesso em 10/09/2014.

RIEGER, M.; WANG, M. Prospect theory for continuous distributions. *Journal of Risk and Uncertainty*, v. 36, n. 1, p. 83-102, 2008.

RIEGER, M. O.; BUI, T. Too Risk-Averse for Prospect Theory? *Modern Economy*, v. 2, n. 4, p. 691-670, 2011.

SCHMIDT, U.; TRAUB, S. An Experimental Test of Loss Aversion. *Journal of Risk and Uncertainty*, v. 25, n. 3, p. 233-249, 2002.

SCHOLTEN, M.; READ, D. Prospect theory and the “forgotten” fourfold pattern of risk preferences. *Journal of Risk and Uncertainty*, v. 48, n. 1, p. 67-83, 2014.

STOTT, H. P. Cumulative prospect theory's functional menagerie *Journal of Risk and Uncertainty*, v. 32, n. 2, p. 101-130, 2006.

TANAKA, T.; CAMERER, C. F.; NGUYEN, Q. Risk and Time Preferences: Linking Experimental and Household Survey Data from Vietnam. *American Economic Review*, v. 100, n. 1, p. 557-71, 2010

TU, Q. *Empirical analysis of time preferences and risk aversion*. Tilburg: CentER, Center for Economic Research 2005

TVERSKY, A.; FOX, C. R. Weighing risk and uncertainty. *Psychological Review*, US, v. 102, n. 2, p. 269-283, 1995.

TVERSKY, A.; KAHNEMAN, D. Advances in prospect theory: Cumulative representation of uncertainty. *Journal of Risk and Uncertainty*, v. 5, n. 4, p. 297-323, 1992.

TVERSKY, A.; WAKKER, P. Risk Attitudes and Decision Weights. *Econometrica*, v. 63, n. 6, p. 1255-1280, 1995.

VON NEUMANN, J.; MORGENSTERN, O. *Theory of Games and Economic Behavior.* Princenton, New Jersey: Princenton University Press, 1944.

WAKKER, P.; DENEFFE, D. Eliciting von Neumann-Morgenstern Utilities When Probabilities are Distorted or Unknown. *Management Science*, v. 42, n. 8, p. 1131-1150, 1996.

WAKKER, P. P. Explaining the characteristics of the power (CRRA) utility family. *Health Economics*, v. 17, n. 12, p. 1329-1344, 2008.

WU, G.; GONZALEZ, R. Curvature of the Probability Weighting Function. *MANAGEMENT SCIENCE*, v. 42, n. 12, p. 1676-1690, 1996.

ZEISBERGER, S.; VRECKO, D.; LANGER, T. Measuring the time stability of Prospect Theory preferences. *Theory and Decision*, v. 72, n. 3, p. 359-386, 2012.