

Fundação Getulio Vargas
Escola de Economia de São Paulo

Raphael Cravo Silva Martello

Produto Potencial e Política Monetária no Brasil

SÃO PAULO
2013

Raphael Cravo Silva Martello

Produto Potencial e Política Monetária no Brasil

Dissertação a ser apresentada à Escola de Economia de São Paulo da Fundação Getúlio Vargas para a obtenção do título de Mestre em Economia e Finanças.

Campo de conhecimento:
Produto Potencial, Política Monetária

Orientador: Professor Dr. Vladimir Khul Teles

SÃO PAULO
2013

Martello, Raphael Cravo Silva.

Produto Potencial e Política Monetária no Brasil / Raphael Cravo Silva Martello. - 2013.

35 f.

Orientador: Vladimir Khul Teles

Dissertação (MPFE) - Escola de Economia de São Paulo.

1. Política monetária - Brasil. 2. Produto interno bruto - Brasil. 3. Funções de produção (Teoria econômica). 4. Equilíbrio econômico. I. Teles, Vladimir Khul. II. Dissertação (MPFE) - Escola de Economia de São Paulo. III. Título.

CDU 336.74(81)

Raphael Cravo Silva Martello

Produto Potencial e Política Monetária no Brasil

Dissertação a ser apresentada à Escola de Economia de São Paulo da Fundação Getúlio Vargas para a obtenção do título de Mestre em Economia e Finanças.

Campo de conhecimento:
Crescimento econômico, Política monetária

Data de Aprovação
19/08/2013

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Vladimir Khul Teles
FGV - EESP

Prof. Dr. Rogério Mori
FGV – EESP

Prof. Dr. Juan Pedro Jensen Perdomo
INSPER

SÃO PAULO

2013
Agradecimentos

Primeiramente gostaria de agradecer a orientação do professor Vladimir Khul Teles, sem a qual este trabalho não seria possível acontecer. Agradeço também aos colegas da Tendências e do Itaú que durante o mestrado me ajudaram a levar o trabalho junto com o curso do mestrado. Especiais agradecimentos ao Rodrigo Santin cujo auxílio foi de fundamental importância para a elaboração dos modelos DSGE feitos neste trabalho.

Em segundo lugar agradeço aos amigos feitos durante o mestrado: Bárbara Conte, Jamiu Antunes e Ellen Steter. Foram 2 anos de muito trabalho e aprendizado. Tenho certeza de que sem eles o mestrado seria muito menos proveitoso, divertido e enriquecedor.

Agradeço a Leonela Guimarães que soube compreender os momentos de ausência na fase de elaboração desta dissertação.

Por fim agradeço a minha família. Sem minha mãe, pai e irmão nada disso seria possível. Tanto pela ajuda ao longo do curso como pela formação que me deram e continuam dando ao longo da vida.

Resumo

Este trabalho tem como objetivo analisar um método alternativo de estimação do PIB potencial brasileiro através do uso de um modelo com dois setores em trabalho feito por Basu & Fernald (2009) para a economia americana. Apesar de alguns pressupostos fortes, os resultados apontam para ganhos de previsão do produto potencial no longo prazo ao se utilizar um modelo com 2 setores, um de investimento e outro de consumo. Para o curto prazo nem o modelo com 2 setores nem com 1 setor parece replicar os dados da economia brasileira.

Palavras Chave: Política monetária, Produto Potencial, Produto interno bruto, Funções de produção (Teoria econômica), Equilíbrio econômico.

Abstract

This work aims to analyze an alternative method for estimating the potential GDP in Brazil using a model with two sectors. This paper replicates a work by Basu & Fernald (2009) for the U.S. economy. Despite some strong assumptions, the results show gains in forecasting potential output in the long run by using a model with two sectors, investment and consumption. For the short term neither model replicate the data of the Brazilian economy.

Keywords: Monetary policy, Potential Output, Gross domestic product, production functions (Economic theory), economic equilibrium.

Sumário

1.	Introdução	10
2.	Revisão de Literatura	11
2.1	O que é produto potencial?	11
2.2	Quais são as medidas usadas para se capturar o produto potencial?	15
2.2.1	Modelo de tendência linear	15
2.2.2	Filtro Hodrick-Prescott (HP)	16
2.2.3	Filtro HP Multivariado	17
2.2.4	Decomposição de Beveridge-Nelson	17
2.2.5	Filtro Band-Pass.....	18
2.2.6	Filtro de Kalman	18
2.2.7	VAR Estrutural	19
2.2.8	Função de Produção.....	20
2.2.9	Modelos DSGE	21
2.3	Como o Banco Central do Brasil estima o produto Potencial?	22
3.	Estimando o PIB potencial.....	26
3.1	Longo prazo	26
3.1.1	Modelo com 1 setor	29
3.1.2	Dados e Estimação	32
3.1.3	Modelo com 2 setores.....	33
3.1.4	Comparação dos modelos.....	37
3.2	Curto Prazo.....	40
3.2.1	Modelos DSGE com 1 e 2 setores.....	41
3.2.2	Resultado e comparação dos modelos	46
4.	Resultados e Conclusão.....	50
5.	Bibliografia	51
6.	Apêndice A	54
	Modelo de dois setores com preços rígidos	54

Índice de Tabelas e Ilustrações

Tabela 1: Crescimento da qualificação do trabalho para a economia brasileira	29
Tabela 2: Capacidade preditiva do modelo com 1 setor	33
Tabela 3: Decomposição da produtividade total dos fatores entre os setores da economia	38
Tabela 4: Comparação da previsão de contribuição do capital para o crescimento do produto por trabalhador	39
Tabela 4: Estimativas para o crescimento de longo prazo do produto	39
Tabela 6: Calibração dos parâmetros utilizados no modelo de dois setores	45
Tabela 7: Desvio padrão das séries proveniente dos modelos e dos dados	49

1. Introdução

A estimação do produto potencial é uma das tarefas mais difíceis dentro da economia. Ainda assim sua estimação é crucial para a boa condução da política monetária e da fiscal. A grande maioria dos modelos econômicos atualmente utilizados pelos bancos centrais parte de um arcabouço novo keynesiano, no qual esta embutida de maneira implícita ou explícita a capacidade de acessar o crescimento potencial de uma economia. Só assim se é capaz de avaliar se o crescimento atual é compatível com um padrão sustentável no tempo.

No caso da política fiscal, o foco é tentar entender qual a capacidade de crescimento no longo prazo para avaliar a sustentabilidade de dívida pública ao longo dos anos. O governo ainda pode se aproveitar de medidas de PIB potencial para buscar inovações e alterações de características da economia que permitam um crescimento sustentável em ritmo mais elevado. Arcabouços tributários, políticas de educação e ambiente mais competitivo da economia são apenas alguns exemplos de políticas públicas que podem melhorar a capacidade de crescimento no tempo.

Diversos métodos para acessar esta variável não observada têm sido utilizados ao longo do tempo tanto no âmbito acadêmico quanto na prática por formuladores de políticas públicas em bancos centrais, governos, organismos internacionais, mercado financeiro e outros. Portanto aprimorar as metodologias utilizadas para esta variável é de vital importância para tanto para agentes públicos quanto privados na tomada de decisões econômicas.

Neste trabalho temos por objetivo avaliar uma abordagem nova para a mensuração da capacidade de crescimento na economia brasileira. Vamos lançar mão das ideias apresentadas por Basu e Fernald em trabalho intitulado “What do We Know (And Not Know) About Potential Output?” e publicado na revista do Federal Reserve de St. Louis em volume dedicado ao debate sobre o produto potencial.

O capítulo 1 introduz o tema e a importância de se estimar corretamente o produto potencial. No capítulo 2 vamos fazer uma breve revisão da literatura para entender quais são as definições possíveis de produto potencial, quais são os métodos de estimação e como o Banco Central do Brasil faz para realizar esta estimativa para a condução da política monetária. No capítulo 3 vamos replicar o exercício feito por Basu e Fernald em 2009 para a economia americana. Neste trabalho os autores mostram que segregar a função de produção em 2 setores (investimentos e consumo) traz melhores resultados para adequação aos dados de crescimento potencial. O capítulo 3 é dividido em 2 sessões: na primeira o foco é no crescimento de longo prazo e na segunda vamos tratar do potencial de curto prazo. O capítulo 4 avaliará as implicações para a condução da política monetária e o capítulo 5 resume as principais conclusões do trabalho.

2. Revisão de Literatura

Esta breve revisão de literatura está dividida em 3 principais blocos. O primeiro tratará das definições teóricas sobre o produto potencial, as razões que nos levam a elas e as consequências de sua adoção. Na segunda parte vamos listar quais são as metodologias usadas para estimar o crescimento potencial e por fim vamos entender como o Banco Central do Brasil realiza as suas medidas de crescimento potencial para condução da política monetária no país.

2.1 O que é produto potencial?

Diversos trabalhos tentam reconstruir as origens e definições sobre o PIB potencial. Dentre eles podemos citar exemplos como Hauptmeier (2009), Souza Júnior (2005) e Gibbs (1995). Nesta seção vamos sintetizar discussões feitas nestes trabalhos.

É comumente aceito que o conceito de produto potencial nasce como uma ideia de alocação eficientes dos recursos dentro de uma economia. Uma estruturação lógica desta ideia foi apresentada por Arthur Okun em seu trabalho de 1962 “Potential GNP: it is measurement and significance”, segundo Hauptmeier (2009). Contudo como nota Souza Júnior (2005), a questão que levou a este ponto foi a situação vivida pelos Estados Unidos em meados dos anos 50 quando a inflação crescia a medida em que o PIB mantinha-se em patamares abaixo do pleno emprego dos fatores. O modelo keynesiano tradicional indicava que a inflação derivaria de um excesso de demanda, o que não estava ocorrendo na época. Contudo o que se observava era um aumento generalizado nos custos de produção.

Na verdade os elementos não são incompatíveis e A. W. Phillips formula a sua teoria para o fenômeno que ocorria no Reino Unido e que posteriormente foi sintetizada na curva de Phillips. Nela Phillips mostra que existe uma relação inversa entre a taxa de desemprego e o aumento da taxa de reajuste dos salários nominais. Ou seja, a resposta a um aumento da demanda por trabalho gera uma elevação do custo deste insumo de produção. Por se tratar de um insumo perene a praticamente todas as atividades produtivas em uma economia, temos uma elevação generalizada de custos de produção que são repassados aos bens finais. Em outras palavras inicia-se um processo inflacionário.

Okun define produto potencial como o nível de produção macroeconômica atingível sem provocar pressões inflacionárias positivas ou negativas. Portanto há uma ligação necessária dentro desta definição entre a utilização máxima para não aceleração ou desaceleração do reajuste do nível de preços e não o esgotamento dos insumos de produção em termos físicos. Daqui nascem as definições de taxa de desemprego não aceleradora da inflação e taxa de utilização da capacidade não aceleradora da inflação, ou seus acrônimos em inglês NAIRU e NAICU, respectivamente.

A ligação entre inflação e uma taxa mínima de desemprego não inflacionário já foi concebida neste trabalho e ficaria conhecida anos mais tarde como a "lei de Okun". Nela Okun evidencia uma relação linear negativa entre a taxa de crescimento do Produto Nacional Bruto e a mudança da taxa de desemprego como uma regularidade empírica para a economia americana. A época não era foco do estudo o desdobramento da sobre utilização do capital na economia americana.

Ainda segundo Hauptmeier, “a lei de Okun” nada mais é do que uma consequência lógica da proposição sobre a relação entre a produção atual e o potencial. Se a economia cresce de maneira divergente do produto potencial, hiatos de sobre ou subutilização das capacidades produtivas acabam surgindo. Sendo assim, o produto potencial se torna o fator fundamental para orientar políticas públicas de estabilização econômica.

A questão da estabilização é relevante, pois a existência de lacunas implica ineficiência locativa. No caso de desvios negativos, os lucros empresariais e rendimentos das famílias ficam abaixo o nível atingido em uma situação de plena utilização. Assim passa a existir um desincentivo a investimentos de longo prazo como instalações de produção e pesquisa e desenvolvimento que levam no instante seguinte a uma queda da capacidade de crescimento não inflacionário da economia. No caso de desvios positivos, o custo de reposição do capital e novos investimentos diminui a rentabilidade líquida e o poder de compra das famílias, gerando queda da demanda real e também levando a uma situação de menor acumulação de capital em relação a uma economia estabilizada.

Portanto, uma política de estabilização eficaz, não só atenua as flutuações cíclicas na utilização do potencial de produção atual, mas também promove o crescimento econômico ao longo do tempo.

Contudo é importante notar que esta visão não é hegemônica e enfrenta críticas de outras linhas de pensamento macroeconômico ao longo do tempo como relatam Hauptmeier (2009) e Souza Júnior (2005). A incorporação do conceito de expectativas racionais por parte de Friedman e Phelps levava a conclusão de que a curva que descreve a relação negativa entre desemprego e salário seria incorporada pelos agentes econômicos de tal forma que a política monetária não seria capaz de afetar as variáveis reais. O que eliminaria o trade-off inflação e desemprego. Devido a existência de rigidez de preços e de falhas na racionalidade dos agentes econômicos em comparação com as pressupostas nos modelos de racionalidade perfeita, ainda que de forma bem mais branda do que observado por Okun, a relação negativa entre as variáveis se mantém.

Do ponto de vista prático, Okun elaborou uma dupla abordagem para a avaliação do produto potencial. Por um lado, a caracterização dos hiatos como desvios cíclicos da tendência de crescimento do Okun promoveu a aplicação de métodos estatísticos para ajustes de tendência. Por outro lado, o valor de referência de uma taxa de desemprego que é consistente com a inflação estável forma a base para estimar funções de produção ou equações da curva de Phillips.

Em trabalho feito para avaliar o produto potencial nos modelos DSGE, Vetlov, Hlédik. et al.(2011) mostram que os modelos utilizam definições teóricas de produto potencial ligeiramente distintas. São três noções distintas: tendência do produto, produção eficiente e produto natural.

A tendência do produto é igual à sequência de choques tecnológicos estocásticos permanentes que caracterizam o padrão de crescimento balanceado dos modelos. Seu o hiato (igual à produção real menos a tendência) mede a componente do ciclo de negócios da produção e está intimamente relacionada com medidas estatísticas do hiato do produto.

O produto eficiente é o nível do produto que prevaleceria se mercados de bens e de trabalho fossem perfeitamente competitivos. Os preços e os salários são totalmente flexíveis e no estado estacionário o nível e os choques de Mark-ups são iguais à zero. Assim, o hiato (igual ao produto observado menos o produto eficiente) mede a relevância da concorrência imperfeita e rigidez nominal na economia.

Por fim, o nível natural de produto é o nível de produção que prevalecem em preços e salários flexíveis e mercados imperfeitamente competitivos. Por isso, difere da definição de produção eficiente. Seu hiato mede apenas o efeito da rigidez nominal na economia.

Repare que em nenhuma das definições acima está explicitamente relacionada à questão inflacionária que inicialmente é tratada por Phillips e Okun. A definição tendência do produto tem uma dimensão de longo prazo, uma vez que só é afetada pelos choques de tecnologia de raiz unitária e ignora as flutuações em torno do estado estacionário. Os níveis de produto de eficiência e natural, em vez disso, ter uma dimensão de ciclo de negócios, relacionada com os choques estruturais que levam a economia temporariamente longe do estado estacionário. Nos modelos novo keynesianos a produção eficiente e a natural podem desviar da observada uma vez que as duas últimas são determinadas sem a hipótese de rigidez de preços e/ou salários.

Contudo Woodford (2003) e Vetlov, Hlédik. et al.(2011) mostram que o conceito de hiato medido com de nível do produto natural afeta a inflação. Deste ponto de vista a noção do produto natural nos modelos novo keynesianos corresponde à antiga visão de que o produto potencial é o nível do produto no qual não há pressão inflacionária.

Na abordagem feita através dos modelos DSGE novo keynesianos os níveis de produção eficientes e naturais podem sofrer oscilações e, portanto, variar ao longo do ciclo de negócios. Diferentemente do que ocorre com os modelos de Solow clássicos que vão mostrar diferenças no produto potencial à medida que o ciclo de negócios muda.

Os conceitos de produção eficiente e natural, implícito modelos DSGE são relevantes para a condução da política monetária como ressaltam Blanchard e Galí (2007). Vetlov, Hlédik. et al.(2011) notam que em algumas hipóteses simplificadoras (salário flexível), o hiato do produto natural é proporcional ao custo marginal real, que é o principal motor da inflação na versão novo keynesiana da curva de Phillips. Portanto, o produto natural é relevante para a determinação de inflação nos modelos DSGE. Do ponto de vista do bem-estar, que é o

principal motivo para que a sociedade deseje a estabilização do produto, o hiato relevante é a diferença entre o nível real e o nível eficiente de produção.

Ao explorar este tema mais a fundo Vetlov, Hlédik. et al.(2011) fazem brilhantes considerações ao mostrarem a relevância dos conceitos de produção naturais e eficiente para a política monetária.

Se os choques na economia são tais que existe uma diferença constante entre a produção natural e a eficiente, sem choques de mark-ups, a estabilização do hiato do produto eficiente é equivalente à estabilização do hiato do produto natural e da inflação. Esta relação é conhecida como “coincidência divina”: a estabilização da inflação é equivalente à estabilização do hiato e é ótima do ponto de vista de bem-estar. Para exemplificar imagine um choque de demanda expansionista. Ele tende a elevar os preços e o produto observado acima dos seus níveis naturais e eficientes. Como nos dois casos os níveis de preços e do hiato do produto estão se movendo na mesma direção um aumento da taxa de juros estabiliza ao mesmo tempo o hiato do produto natural e os preços. Por causa da relação constante entre as duas medidas há a estabilização no produto potencial ótimo do ponto de vista do bem estar.

Ocorre que os produtos eficiente e natural podem não ser constantemente proporcionais e isto gera um trade-off entre estabilizar a inflação e estabilizar a produção eficiente. Por exemplo, um aumento temporário no poder de monopólio que eleva os Mark-ups iria exercer uma pressão ascendente sobre os preços, reduzindo o nível natural de produto. Diferentemente de um choque tecnológico negativo, desta vez não se reduziria o nível de eficiência da produção. Sendo assim, a distância entre o produto natural e o eficiente mudaria, gerando um trade-off entre estabilizar a inflação (levando o produto ao nível natural, mas abaixo do eficiente) e estabilizar a produção eficiente (permitindo um aumento do nível de preços).

Basu e Fernald também tratam deste tema em seu trabalho de 2009, embora em nível mais superficial. Na abordagem que dará base para estimações de curto prazo eles acabam utilizando uma definição muito próxima ao produto natural. Embora reconhecendo que mudanças da estrutura competitiva da economia não são contempladas neste modelo e que este debate tem importância fundamental na avaliação da condução da política monetária os autores vão focar na diferença entre a rigidez de preços e o modelo com preços flexíveis. Será um pressuposto que a estrutura do modelo é a que melhor se adapta a realidade e portanto não será ponto de alteração entre os modelos avaliados.

Em suma, a teoria economia abre espaço para variações na definição do conceito de produto potencial, mas todas elas tem a ideia de estabilização do crescimento em níveis que não gerem pressões inflacionárias. Também é importante lembrar que a inflação não é combatida como um mal em si mesmo e sim como fonte de distorções alocativas que geram perdas de bem estar social. A queda do bem estar sim é o objetivo último que se quer evitar e deve nortear a implementação das políticas monetárias e econômicas em geral.

2.2 Quais são as medidas usadas para se capturar o produto potencial?

Tendo esclarecido qual é o conceito de produto potencial que estamos trabalhando, vamos revisar os métodos utilizados para a estimação do produto potencial. Um bom resumo das metodologias pode ser encontrado no trabalho de Souza Júnior (2005).

As principais metodologias serão apresentadas abaixo:

2.2.1 Modelo de tendência linear

Em teoria o modelo mais simples do qual poderia-se lançar mão para estimar um valor de crescimento potencial ao longo do tempo é o modelo de tendência linear especificado abaixo:

$$y_t = \alpha + \beta t + e_t$$

No qual y_t é o logaritmo do PIB, α é a constante e βt é o termo de tendência. A ideia por trás deste modelo é que o PIB pode ser decomposto em seu componente cíclico e sua tendência. Também há o pressuposto de que não existem choques capazes de alterar o crescimento potencial da economia.

Souza Júnior (2005) lembra que além dos pressupostos fortes existe um problema de estimação uma vez que na maioria das vezes a série do produto nas economias não é estacionária e portanto sua estimação por MQO pode levar informações que deveriam estar na componente de tendência para o erro da estimação (componente cíclico).

Embora tratamentos de estacionarização da série do produto poderiam eliminar este defeito da estimação, não há uma fundamentação teórica que mostre que a tendência observada de crescimento econômico é igual ao crescimento potencial. Apesar de parecer impróprio para a função de estimar o produto potencial, historicamente cabe notar que antes do trabalho feito por Okun. Estimava-se um conceito de crescimento máximo através deste método. Estudiosos traçavam linhas de tendência entre os picos de ciclos econômicos de maneira a avaliar qual seria a capacidade máxima de crescimento no sentido de utilização máxima dos fatores de produção. Só com o processo inflacionário de 1970 as relações de emprego, crescimento e inflação passaram a ser mais exploradas.

2.2.2 Filtro Hodrick-Prescott (HP)

O método proposto por Hodrick e Prescott em 1981 tenta realizar a mesma separação entre componentes cíclicos e de tendência de qualquer série temporal que tenha sido tratada para eliminar os efeitos sazonais. Para tal o algoritmo proposto resolve o seguinte problema de otimização dinâmica:

$$\min_{t=1}^T y_t - T_t^2 + \lambda [T_{t+1} - T_t - T_t - T_{t-1}]^2$$

Onde y_t é o produto e T_t sua tendência, também na sua forma logarítmica. O λ é um parâmetro de suavização e deve ser calibrado de acordo com a frequência da série analisada. Se por um lado o método é simples e relativamente fácil de compreender há diversos pontos negativos em sua utilização para estimação do produto potencial.

O método é puramente estatístico e impõe que a soma dos hiatos ao longo da série será zero. Ou seja uma economia não pode estar constantemente sub ou sobreutilizando os seus fatores de produção ao longo do tempo. Não há nenhuma necessidade de impor relações com a inflação da economia, portanto haverá momentos de hiato positivo e negativo não importando a trajetória da inflação naquele período. Isto claramente não guarda relação teórica com o conceito de crescimento potencial.

A metodologia também impõe viés nas pontas das amostras, ou seja, o resultado do final da série é muito sensível ao próximo dado (que ainda não se conhece). Se no final da série o produto não estiver próximo a tendência de longo prazo a adição de novos dados alterará consideravelmente as estimações anteriores.

2.2.3 Filtro HP Multivariado

O filtro foi proposto por Laxton e Tetlow em 1992 e é uma extensão multivariada do modelo univariado originalmente proposto. Agora podemos incorporar outras informações macroeconômicas. No caso do produto potencial a nova função de minimização é dada por:

$$\min_{t=1}^T \eta_t (y_t - \bar{y}_t)^2 + \theta_t \varepsilon_{\pi,t}^2 + \gamma_t \varepsilon_{U,t}^2 + \lambda \sum_{t=1}^T (y_{t+1} - y_t - \bar{y}_t - \bar{y}_{t+1})^2$$

Onde $\varepsilon_{\pi,t}$ e $\varepsilon_{U,t}$ são os erros das equações utilizadas para estimar a curva de Phillips e a “lei de Okun”. Os parâmetros η, θ, γ são os ponderadores de cada série e \bar{y} é o PIB potencial.

A nova metodologia se mostrou melhor do que a versão univariada em simulações de monte carlo. A observância de relações econômicas provenientes da teoria também foi incorporada nesta versão. Contudo permanecem alguns problemas como a imposição de que a soma dos hiatos ao longo da série será zero. A metodologia continua contendo viés nas pontas das amostras. Além disso os intervalos de confiança deste estimador são grandes o que diminui a capacidade preditiva do modelo.

2.2.4 Decomposição de Beveridge-Nelson

Segundo Souza Júnior (2005), Beveridge e Nelson passam a questionar a imposição que os modelos de estimação fazem sobre a tendência das séries temporais. Se na realidade a tendência se comporta como um passeio aleatório com deslocamento ao invés de um processo determinístico há a possibilidade de distorção das propriedades da equação estimada.

A metodologia proposta por eles continua decompondo as séries em duas parcelas que se somam: uma de caráter permanente e outra transitória. Ocorre que no caso da parcela permanente ela se comportará como um “passeio aleatório” e a diferença entre esta componente e o valor observado é entendido como o componente transitório. Há vantagens sobre o Filtro HP original pois elimina-se o problema do fim de amostra uma vez que os resultados dependem apenas dos dados passados.

Mantem-se o problema inerente dos filtros de não guardarem nenhuma necessidade de relações estabelecidas na teoria econômica. A decomposição proposta também traz um agravante de tornar os resultados excessivamente voláteis e componentes cíclicos com correlação negativa com o PIB observado.

2.2.5 Filtro Band-Pass

Este é mais um filtro estatístico univariado. Esta metodologia tem por objetivo encontrar componentes intermediários definidos como ciclos econômicos pela eliminação de alterações lentas, chamadas de tendências seculares e das temporárias como a sazonalidade e irregularidades da série. A ideia é passar uma média móvel infinita na série original e pondera-la por pesos que são definidas por uma função trigonométrica com frequências superior e inferior que são definidas a priori. Ou seja, se acharmos que numa série trimestral de produto variações de 6 trimestres ou menos são sazonais e temporárias e variações de 36 anos ou mais são tendências seculares, estas definições ditarão quais os componentes determinados pelo filtro.

A diferença prática desta especificação frente ao filtro HP original é muito baixa. Estudos como os de McMorro e Roeger (2001) mostram que a correlação das séries encontradas pelos dois filtros é quase unitária. Os mesmos problemas derivados do filtro HP se aplicam ao band-pass.

2.2.6 Filtro de Kalman

O filtro de Kalman é um algoritmo que permite estimar variáveis não-observadas usando informações de variáveis observadas. Ou seja, podemos estimar o produto potencial usando séries de desemprego, inflação e PIB. Através de uma descrição da dinâmica do modelo de série temporal, o vetor de “estado” pode ser estimado.

Estas estimativas de variáveis não-observáveis são usadas para criar previsões sobre as variáveis observadas e então atualizar as estimativas baseando-se na previsão de erros. Por exemplo, no caso de modelos univariados temos apenas a série logarítmica do PIB. Esta série poderia ser quebrada em uma tendência e uma componente cíclica que não tem correlação entre si. Se o PIB for definido como:

$$y_t = P_t + c_t$$

Onde P_t é a componente permanente e c_t é a componente cíclica de tal forma que elas são definidas por:

$$P_t = \rho + P_{t-1} + \varepsilon_U$$

$$c_t = \phi_1 c_{t-1} + \phi_2 c_{t-2} + \varepsilon_{2t}$$

As variáveis P_t e c_t são as variáveis de estado não observadas e podem ser estimadas apenas utilizando a variável do PIB.

Segundo Souza Júnior, a principal desvantagem deste método é a complexidade de programação computacional e uma sensibilidade elevada aos parâmetros definidos inicialmente. Outro ponto importante é que os resultados tem se mostrado imprecisos e inconclusivos, mas como há elevada complexidade do processo de estimação isso não é uma restrição definitiva. Outro ponto é que muitas vezes as séries de produto potencial oriundas destes modelos tendem a ser altamente correlacionadas com aquelas encontradas através do filtro HP tradicional.

2.2.7 VAR Estrutural

Também conhecido com decomposição de Blanchard e Quah, pelo trabalho de 1989 que dá origem a esta metodologia. Os autores propõe uma nova interpretação para os choques que geram as flutuações do produto. Eles poderiam ser separados em dois grupos: os choques de oferta que seriam choques de efeito permanente no PIB e os choques de demanda que seriam transitórios.

Blanchard e Quah questionam a capacidade de segregar a série do produto em ciclo e tendência uma vez que os ciclos são causados pelos dois tipos de choques só que no caso dos choques de oferta há também uma alteração na tendência.

A metodologia tem como base a estimação de um modelo estrutural com vetor autorregressivo para o PIB e o desemprego. Constrói-se assim duas series de PIB uma com as variações da oferta e outra apenas com as variações da demanda. Como ressalta Souza Júnior, o principal problema está na definição sobre quais choques de oferta e quais choques de demanda seriam relevantes para a estimação. A definição é feita por cada autor, e variam com o período e o país que está sendo estudado. Os próprios autores também reconhecem que choques de demanda podem ter caráter permanente, mas argumentam que seus efeitos são menores do que os choques de oferta.

Este tipo de abordagem é bastante eficiente para entender como uma economia reage a choques, mas não tem um bom desempenho nas estimativas para o produto potencial. Seus intervalos de confiança na decomposição da variância do produto aos choques são bastante amplos e refletem a incerteza elevada dos resultados.

2.2.8 Função de Produção

A estimação do produto potencial pela função de produção da economia é uma das abordagens mais populares entre departamentos econômicos de governos, instituições multilaterais, organismos de governos e acadêmicos em geral.

Até o momento sempre tratamos de maneiras de encontrar o produto potencial através de propriedades estatísticas das séries do PIB e fatores que o influenciam. A estimativa pela função de produção sugere que façamos pressupostos sobre a estrutura da economia. Como o objetivo do produto potencial é nos dizer qual a capacidade de crescimento da oferta da economia sem gerar inflação, precisamos elaborar uma forma de descrever o processo produtivo de maneira que mais se pareça com a economia abordada.

A função de produção tem este objetivo ao sintetizar em uma forma funcional a relação entre os insumos da produção e o produto final.

Normalmente utiliza-se uma função de produção Cobb-Douglas com retornos constantes de escala. Isto impõe a primeira restrição que é a elasticidade substituição entre os insumos ser igual a 1, ou seja troca-se capital por trabalho numa proporção constante ao longo da curva de combinação de insumos.

Uma versão mais ampla da Cobb-Douglas pode ser descrita como:

$$y_t = a_t K_t c_t^\alpha l_t^{1-\alpha}$$

Onde y_t é o produto da economia, a_t é a produtividade total dos fatores, K_t e L_t são os estoques de capital e trabalho respectivamente, c_t utilização da capacidade instalada, u_t é a taxa de desemprego α é a parcela de participação do capital no produto e seu complementar se refere ao trabalho. Se conseguirmos obter os níveis potenciais dos insumos, ou seja os patamares de utilização e de produtividade que não geram pressões inflacionárias teremos como estimar qual é o produto potencial de uma economia.

As principais vantagens desta metodologia estão na fundamentação teórica da abordagem de se encontrar o produto potencial e a capacidade de identificar quais as origens do resultado encontrado, seja ele o estoque de trabalho ou capital, a produtividade dos fatores e/ou a utilização destes fatores. Modelos mais novos também levam em conta medidas de qualidade do trabalho (educação) e do capital como fontes de aprimorar o crescimento potencial.

A desvantagem desta abordagem é que é preciso ter uma estimativa confiável de qual seria o patamar potencial de utilização dos fatores de produção. A mensuração de estoques de capital e trabalho também é de difícil precisão e pode gerar estimativas erradas do produto potencial.

Cabe notar que outras formas funcionais são possíveis de ser implementadas para descrever a combinação de insumos que gera produtos em uma economia, o que muda as características derivadas do modelo com função de produção. A própria função Cobb-Douglas não precisa necessariamente ter retornos constantes de escala, o que gera uma série de outras características da economia que se quer modelar. Ainda assim cabe notar que na prática muitos estudos acabam aplicando a função Cobb-Douglas com retornos constantes de escala em suas modelagens.

2.2.9 Modelos DSGE

São classes de modelos macroeconômicos fundamentados na ideia de equilíbrio geral. Sua utilização tem como base a fundamentação da linha de pensamento de ciclos reais de negócios, mas ao longo do tempo ganhou uma abordagem novo keynesiana que dá mais importância aos choques de demanda na determinação da trajetória economia no curto prazo. O trabalho de Smets e Wouters (2002) é comumente referido como um marco na utilização por parte de autoridades monetárias, embora textos do início da década de 90 já tenham trabalhado com este arcabouço.

A ideia central é micro fundamentar a decisão dos agentes econômicos de forma a replicar no agregado variáveis macroeconômicas fundamentais. Para sua elaboração é necessário definir funções objetivos dos agentes econômicos, características institucionais da economia, funções de produção. A princípio é possível extrair relações econômicas de forma a entender como uma determinada economia reage a diversos tipos de choques, sejam eles reais ou não.

Um problema que emerge destes modelos é a complexidade computacional e muitas vezes a falta de dados suficientes para realizar estimações consistentes dos parâmetros necessários. Por isso muitas vezes há o recurso da calibração, que consiste em imputar valores para parâmetros de forma a representar características da economia estudada ou se aproximar dos resultados de séries observáveis da economia ao longo do tempo. Técnicas de estimação bayesianas também são amplamente utilizadas para que possa se utilizar conjuntos de dados que não são suficientes para estimação de parâmetros por outras metodologias.

Outro ponto que surge nos modelos de equilíbrio geral dinâmico é que possíveis relações econômicas que não devidamente modeladas podem influir no resultado da estimação. A especificação adequada do modelo é peça fundamental para o seu bom desempenho preditivo.

Estas são as principais metodologias desenvolvidas ao longo do tempo para estimar o PIB potencial da economia. Como pudemos ver nenhuma delas é livre de problemas e, portanto deve-se ter cautela ao analisar os resultados oriundos da sua utilização. Ao longo do tempo novas técnicas mais refinadas e condizentes com a teoria econômica foram desenvolvidas, mas o seu custo é um alto grau de complexidade computacional.

Como não há metodologia superior é importante ter em mente as limitações e os pressupostos que cada uma delas traz embutida na sua construção. Alguns pressupostos podem ser válidos para um país e não para outro. A qualidade dos dados disponíveis para a estimação também central para que o resultado da estimação seja confiável.

Muitos destes métodos foram aplicados à economia brasileira ao longo do tempo. Alguns exemplos são: Barbosa Filho (2005), Pessôa, Veloso e Gomes (2003), Silva Filho (2001), Souza Júnior (2007), Souza Júnior e Caetano (2013), Summa Lucas (2010). Muitos outros autores também realizaram exercícios parecidos ou que se relacionam diretamente à estimação do produto potencial.

Agora que vimos a ampla maioria das metodologias utilizadas vamos passar para quais delas são utilizadas pelo Banco Central do Brasil nos modelos utilizados para auxiliar na condução da política monetária.

2.3 Como o Banco Central do Brasil estima o produto Potencial?

Como vimos a estimação do produto potencial é uma tarefa difícil que envolve diversas metodologias, todas com alto grau de incerteza. Vimos também que a sua definição está intimamente ligada ao processo inflacionário e por esta razão é de grande importância para os bancos centrais. Nesta sessão vamos fazer uma pequena revisão dos trabalhos feitos pelo Banco Central do Brasil sobre o tema de modo a tentar compreender quais são os métodos utilizados e os resultados alcançados para a condução da política monetária.

Importante ressaltar que o período de análise dos trabalhos realizados pelo Banco Central do Brasil contempla apenas o período após a implementação do sistema de metas de inflação pelo BCB.

O conceito de PIB potencial já é tratado no segundo relatório de inflação (setembro de 1999) em um box intitulado “Metodologias para Estimação do Produto Potencial”. O conceito adotado para o produto potencial é o mesmo definido por Okun. Já neste trabalho o BCB relata quatro formas de encontrar o produto potencial: tendência linear, filtros de suavização (HP), filtro de Kalman e estimativa de função de produção. Neste trabalho o objetivo é apenas apresentar as metodologias utilizadas pelo Banco Central com suas vantagens e desvantagens. Não há nenhuma projeção descrita e nem as fontes de dados que alimentam os modelos de estimação.

O trabalho sobre o sistema de inflação feito por Bogdanski, Tombini e Werlang (2000) onde os autores definem o arcabouço teórico que levou o país a adotar o sistema também referencia o tema. Ao esboçar a modelagem que da base às análises do Banco Central aparece o conceito do hiato do produto. Também aqui não há nenhuma referência de como ele é estimada dentro do modelo ou qual o valor utilizado para as primeiras simulações.

Apenas no Relatório de Inflação de dezembro 2000 o Banco Central começa a apresentar algum detalhamento das estimações. O boxe chamado “Cálculo do Produto Potencial pelo Método da Função de Produção: Resultados para o Brasil” é uma prévia de um trabalho que seria publicado em abril de 2001, feito por Tito Nícias Teixeira Silva Filho, e divulgado na série trabalhos para discussão do Banco Central. Nele o autor faz a construção das séries de trabalho e capital e da produtividade total dos fatores para o período entre 1980-1999. Com alguns cenários traçados para a evolução da PTF e da taxa de investimento da economia para os próximos anos é estimado um crescimento potencial entre 3,8% e 4,5% entre 2001 e 2004.

Em fevereiro de 2003 o Banco Central divulga um trabalho de construção do modelo de médio porte para a economia brasileira. O modelo construído é um VAR e se assemelha a modelos utilizados por outros bancos centrais naquele momento. O foco não é estimar o produto potencial da economia e sim construir um modelo que permita a autoridade monetária realizar simulações de política e seus resultados sobre a economia brasileira. Ainda assim a estimativa do produto potencial é uma componente importante do trabalho que necessita das estimativas da curva de Phillips para relacionar os instrumentos da política monetária com as variáveis fim. Ao tratar do assunto os autores descrevem uma estimação do potencial através do método de função de produção, assim como havia sido feito 2 anos antes. Embora descreva com algum detalhe como foi feita a simulação para encontrar as variáveis que serão utilizadas na função Cobb-Douglas que resultará na estimativa do PIB potencial, o resultado não é explicitamente demonstrado. Utilizando as informações sobre o hiato do produto encontrado até 2001 podemos concluir que o crescimento potencial da economia se encontrava ao redor de 2,5% ao ano.

Em 2003 o Relatório de Inflação de setembro retoma o trabalho de metodologias apresentado em 1999. As principais diferenças apresentadas é que a partir deste momento já não é mais mencionado o método do Filtro de Kalman para a estimação do produto potencial. Outra novidade é que o boxe traz gráficos com a série histórica do produto potencial estimado por tendência linear, filtro HP e função de produção do 3º trimestre de 1994 até o 3º trimestre de 2003. Há também um gráfico do hiato derivado de cada uma das metodologias, mas não há a escala do eixo Y no gráfico. A única coisa que podemos depreender do gráfico é que naquele momento a economia estava crescendo muito abaixo do potencial pelas 3 medidas.

Em setembro de 2004 uma nova atualização dos modelos vigentes até então é feita no Relatório de Inflação. Podemos observar que naquele momento o hiato que se encontrava negativo em 2003 já estava positivo no início de 2004. Além de atualizar os modelos apresentados, o boxe traz a descrição de um novo modelo de estimação que combina a utilização do filtro HP com a função de produção. A metodologia é fruto do trabalho de Marta Areosa em estudo feito para o seminário de 5 anos do regime de metas de inflação, mas só foi publicado pelo Banco Central em seu espaço para Trabalhos para Discussão em agosto de 2008. No ano seguinte, no Relatório de Inflação de 2005, as 4 medidas utilizadas pelo Banco Central são atualizadas e mostram que a economia rodava ao redor do produto potencial no segundo trimestre de 2005. Algumas metodologias apontavam ligeiro hiato positivo enquanto outras mostravam um hiato negativo, evidenciando a imprecisão de qualquer um dos métodos.

Em 2007, no Relatório de Inflação de dezembro, o Banco Central apresenta mais uma metodologia para estimar o hiato. O modelo de componentes não observadas tem como ideia separar o produto em duas variáveis não observadas: o potencial e o hiato. Adotadas algumas inovações, no fundo o “novo modelo” é uma retomada ao filtro de Kalman que havia sido abandonado em 2003. A inovação consistiu em utilizar uma versão multivariada do filtro de Kalman, o que não era feito originalmente. Assim consegue-se ter uma estimativa com fundamentação econômica uma vez que faz parte da elaboração do filtro multivariado descrever as dinâmicas de relações entre as variáveis que serão imputadas no sistema. No caso do boxe apresentado utilizam-se versões da curva de Phillips e da lei de Okun. Os resultados são muito próximos aos filtros já usados pelo Banco Central naquele momento.

As estimações são retomadas em março de 2010 com um novo boxe no Relatório de Inflação. Desta vez o trabalho traz apenas alguns aperfeiçoamentos dos modelos já utilizados e atualiza as projeções do PIB potencial na economia brasileira. Os dados mostram que durante boa parte de 2007 e 2008 a economia esteve crescendo acima da sua capacidade potencial e depois da queda proveniente da crise de 2008, já crescia acima novamente em 2009. Em parte o hiato positivo pôde ser entendido pela queda na taxa de crescimento da formação bruta de capital durante a crise que reduziu o crescimento potencial da economia naquele momento.

Em Abril de 2010 o Banco Central divulgou um trabalho feito por Rafael Cusinato, André Minella e Sabino Júnior que tenta fazer uma análise de dados em tempo real para estimar o hiato do produto e o PIB. Neste trabalho os autores fazem uso das metodologias de filtros, uni e multivariados, para salientar a alteração dos resultados do hiato proveniente das revisões dos dados do produto ao longo do tempo. Os autores encontram evidências de mudanças substanciais dos resultados do hiato provenientes da primeira divulgação de um dado e do seu resultado final após algumas revisões. Em alguns métodos utilizados a revisão dos dados implicou em mudança do sinal do hiato em 30% das vezes. Reforçando a importância da qualidade da informação para elaboração de estimativas do produto potencial.

Em março de 2011 o Relatório de Inflação traz apenas uma atualização dos exercícios feitos um ano antes.

Por fim, o mais recente arcabouço de projeção desenvolvido pelo Banco Central consiste na utilização de modelos DSGEs. O modelo SAMBA¹ é o mais conhecido deles e com ele o Banco Central passa a contar com modelos de pequeno porte, médio porte e um modelo DSGE nas simulações de política monetária. No SAMBA a questão do hiato é praticamente endógena ao modelo. O produto da economia é a soma produções de bens finais para o governo, consumidor, investimento e setor externo. A regra de política monetária é olha o produto realizado uma vez que as relações da curva de phillips são setoriais.

Portanto a revisão dos trabalhos propostos pelo Banco Central mostra 4 grandes metodologias de estimação do produto potencial: duas delas univariadas e duas multivariadas. Os modelos DSGE não tratam da questão de maneira explícita.

¹ (MINELLA, CASTRO, *et al.*, 2011)

O capítulo 1 introduziu o tema e a importância de se estimar corretamente o produto potencial, quais são as técnicas são as mais utilizadas para este exercício e quais são usadas pelo Banco Central do Brasil na condução de política monetária após a adoção do regime de metas de inflação.

O capítulo a seguir tratará de replicar o trabalho de Basu e Fernald (2008). Dentro do contexto apresentado até agora, os autores vão utilizar métodos de estimação de funções de produção. A inovação apresentada por eles é melhor especificar a função utilizada para a estimação ao incluir dois setores na economia. Os autores argumentam que esta especificação aumenta a aderência aos dados econômicos dos Estados Unidos extraídos das contas nacionais e das estatísticas de produtividade.

3. Estimando o PIB potencial

Agora vamos passar para replicar o trabalho de Basu e Fernald (2008). Dentro do contexto apresentado, os autores vão utilizar métodos de estimação de funções de produção e DSGE. Sendo a primeira focada no exercício de longo prazo e o segundo para o curto prazo. A inovação apresentada por eles é melhor especificar a função utilizada para a estimação.

Os autores também vão utilizar duas definições de crescimento potencial. O primeiro é relacionado ao longo prazo e se refere à capacidade de crescimento da economia ao longo do tempo. Ao dar pouca relevância para a questão inflacionária neste primeiro exercício, as estimações tem mais relação com temas de crescimento e desenvolvimento econômico, mas não fogem do arcabouço teórico e de estimação apresentados até o momento. Para o curto prazo, utiliza-se a definição padrão de produto potencial como crescimento econômico que não gera pressões inflacionárias. Para esta estimação os autores valem-se de modelos novo keynesianos de equilíbrios gerais dinâmicos e estocásticos (DSGEs).

3.1 Longo prazo

Nesta seção o foco é com a interpretação do produto potencial no sentido de medidas de estado estacionário. Para este exercício o “produto potencial” é entendido como o crescimento de longo prazo da economia. Importante lembrar que as aspas no produto potencial se devem ao fato desta definição não ser tecnicamente precisa. Seria mais correto chamar este conceito como uma tendência de longo prazo conforme mencionado em Jones (2000). Este exercício tende a ser mais relevante para análises de políticas fiscais onde o objetivo é avaliar a sustentabilidade da dívida ao longo do tempo ou se um determinado padrão de gastos é sustentável ou não.

Para os modelos vamos assumir a tendência do crescimento da produtividade total dos fatores com uma tendência dada, não vamos tratar das origens do progresso técnico. Cabe notar que a produtividade não cresce apenas como fruto de choques de tecnologia, mudanças institucionais, questões de regulação, níveis e arcabouços tributários também podem influir na dinâmica da produtividade da economia ao longo do tempo. Por isso é importante que os formuladores de políticas públicas compreendam a natureza das mudanças da produtividade.

Importante notar que aqui fazemos alguns pressupostos que serão importantes para compreender o desenvolvimento e o objetivo dos modelos. Primeiro vamos adotar a abordagem feita em Basu e Fernald de que o crescimento do produto de estado estacionário é o crescimento da produtividade do trabalho de pleno emprego e depois podemos permitir que as características demográficas determinem a evolução da força de trabalho. Portanto se estimarmos esta produtividade teremos o crescimento “potencial” da economia.

O que se quer separar no longo prazo com isso é o aumento do crescimento da economia pelo aumento de horas trabalhadas e pelo crescimento em si da produtividade. Alguns estudos sugerem que existe uma relação entre os dois fatos, ou seja, um aumento da produtividade está relacionado a um aumento das horas trabalhadas, mas neste trabalho focará apenas na produtividade. Vamos assumir que os ganhos de produtividade derivam de uma combinação de tecnologia com maior uso do capital e da qualidade do trabalho.

Por identidade, no longo prazo o PIB cresce pela produtividade e pelas horas trabalhadas de forma que:

$$\hat{y} = \hat{y} - \hat{h} + \hat{h} \quad (1)$$

Onde os indicadores com “^” representam diferenças logarítmicas e \hat{y} seja o produto e \hat{h} as horas trabalhadas. O que fizemos foi simplesmente somar e subtrair do crescimento as horas trabalhadas. Se definirmos o crescimento da produtividade total dos fatores como:

$$\hat{ptf} = \hat{y} - \alpha \hat{k} - (1-\alpha) \hat{l} \quad (2)$$

A produtividade cresce a mesmo crescimento do produto descontando a parcela do crescimento do capital na renda $\alpha \hat{k}$ e do trabalho $(1-\alpha) \hat{l}$.

Definindo o trabalho \hat{l} como:

$$\hat{l} = \hat{h} + \hat{lq} \quad (3)$$

Definindo \hat{lq} como o crescimento da qualidade do trabalho. Este conceito reflete o conjunto de horas disponibilizadas pelos trabalhadores com diferentes níveis de educação, experiência e outros fatores.

Combinando as equações (1), (2) e (3) teremos:

$$\begin{aligned}
 ptf &= y - h + h - \alpha k - 1 - \alpha h + lq \\
 ptf &= y - h + h - \alpha k - h + lq - \alpha h - \alpha lq \\
 ptf &= y - h + h - \alpha k - h - lq + \alpha h + \alpha lq \\
 y - h &= ptf + \alpha k + lq - \alpha h + lq \\
 y - h &= ptf + \alpha k - l + lq \quad (4)
 \end{aligned}$$

Nesta equação esta representada a identidade que possibilitará evoluirmos na estimativa para produto potencial. Como partimos do pressuposto que no longo prazo o crescimento está determinado pelo crescimento da produtividade do trabalho, a equação mostra quais são as três principais componentes. Embora nos forneça uma forma funcional a ser estimada, nem sempre os dados estão disponíveis a tornar este trabalho fácil ou mesmo factível no caso de algumas economias.

O primeiro termo se refere ao crescimento da produtividade total dos fatores, que no nosso caso pode ser entendido como a evolução da própria tecnologia e está dada no período. O último termo é a evolução da qualidade do trabalho ao longo do tempo.

Para esta variável vamos assumir que o crescimento da qualidade também é exógeno. No caso da economia americana o valor encontrado pelos dados do Bureau of Labor Statistics mostra que esta componente cresce a um ritmo de 0,36% ao ano de 1948 a 2007, conforme reportam Basu e Fernald. Para a economia brasileira vamos extrair este valor da componente da Penn World Table 8.0 que cria um índice de capital humano por pessoa baseado nos anos de escolaridade seguindo o trabalho de Barro e Lee (2012) e retornos da educação (Psacharopoulos, 1994).

Vamos utilizar os mesmo períodos definidos por Teles e Cardoso (2010). Neste trabalho os autores analisam momentos da economia brasileira que estatisticamente são distintos entre si no que tange a questão da produtividade. Os resultados da qualificação da mão de obra para o Brasil para os períodos estudados estão na tabela abaixo:

Tabela 1: Crescimento da qualificação do trabalho para a economia brasileira

Período	Crescimento médio anual
1950-1966	0,81%
1968-1979	0,34%
1980-2008	1,79%
Todo o Período	1,18%

Fonte: Penn World Table

Vamos focar em avaliar qual a contribuição do capital para o crescimento que corresponde a estimar a segunda parcela da soma.

Para isso vamos lançar mão de dois modelos: um deles recria a economia com apenas 1 setor e o outro faz a distinção entre o setor de consumo e o setor de produção de bens de capital.

3.1.1 Modelo com 1 setor

Vamos utilizar um modelo de crescimento neoclássico simples. O modelo com 1 setor segue o desenvolvimento do modelo de Solow. Supondo uma função de produção Cobb-Douglas para uma economia qualquer com a propriedade de que a variável tecnológica é assumida como Harrod-neutra, temos:

$$Y = K^{\alpha} AL^{1-\alpha} \quad (5)$$

Onde Y é o produto da economia, K é o estoque de capital utilizado na produção, L é o trabalho empregado nesta produção (aqui já capturando tanto a evolução das horas trabalhadas quanto a qualidade do trabalho). Na nossa explicação anterior eram tratados de maneiras distintas e passarão a ser tratadas de maneira única daqui em diante, por fim α é a proporção de capital usada para a produção.

Como não estamos modelando as origens e a trajetória do progresso tecnológico, vamos assumir que ele cresça a uma taxa g . Assim:

$$A' = g \quad (6)$$

No caso do trabalho, vamos assumir que no crescimento de longo prazo a taxa de participação não se altera. A relação da população economicamente ativa e da população em idade ativa não se altera e, portanto, o trabalho cresce juntamente com o crescimento populacional, que aqui será denominado como n .

Vamos agora para a segunda equação do modelo de Solow que descreve a acumulação de capital:

$$K' = sY - dK \quad (7)$$

Onde s é a taxa de poupança da economia e d é a depreciação do capital. Ou seja, o capital cresce ou decresce de acordo com a fração que poupamos da renda descontado o volume necessário apenas para repor capital depreciado. Lembre-se que ao supor uma função de produção com retornos constantes de escala, como é o caso, a produção é totalmente usada para pagar os insumos produtivos. Só assim podemos assumir que a poupança é uma fração da renda. Se houvesse retorno crescente de escala, por exemplo, haveria a possibilidade de lucro econômico e a renda dos fatores seria menor do que o valor do produto gerado.

Vamos fazer uma alteração na função de produção original de modo a utilizar as variáveis em relação ao trabalho efetivo ao invés de seus níveis em si. Trabalho efetivo é a maneira pela qual nos referimos ao termo AL na função de produção. Se dividirmos toda a equação por AL teremos:

$$y = k^\alpha \quad (7)$$

Onde $y = Y/AL$ e $k = K/AL$. Reescrevendo a função de acumulação de capital nestes termos temos que:

$$k' = sy - dk \quad (8)$$

Lembrando que a derivada de k é dada por:

$$k' = K' - A' - L' \rightarrow k' = K' - g - n \quad (9)$$

No estado estacionário temos que $k' = 0$ e logo $K' = g + n$. Assim temos que:

$$sy = n + g + d k \quad (10)$$

Quando retornamos as variáveis aos seus níveis poderemos ver que a taxa de crescimento de Y e K é igual a $g + n$; a relação K/L cresce a taxa g e a produtividade do trabalho Y/L também cresce a taxa g .

Se utilizarmos estes resultados na função de produção original, o crescimento da produção total dos fatores se dá pela seguinte equação:

$$\frac{PTF}{PTF} = \frac{Y}{Y} - \alpha \frac{K}{K} - (1-\alpha) \frac{L}{L}$$

$$\frac{PTF}{PTF} = g + n - \alpha g + n - (1-\alpha) n$$

$$\frac{PTF}{PTF} = (1-\alpha) g + n - n$$

$$\frac{PTF}{PTF} = (1-\alpha) g \quad (11)$$

Agora só precisamos multiplicar ambos os lados da equação para obter a participação do capital no crescimento.

$$\alpha g = \frac{PTF}{PTF} \frac{\alpha}{1-\alpha} \quad (12)$$

Esta será a equação que estimaremos para avaliar a capacidade preditiva do modelo de 1 setor. Como o crescimento tecnológico e a qualidade do trabalho serão as mesmas para os dois modelos, através da contribuição do capital é que a avaliação será feita.

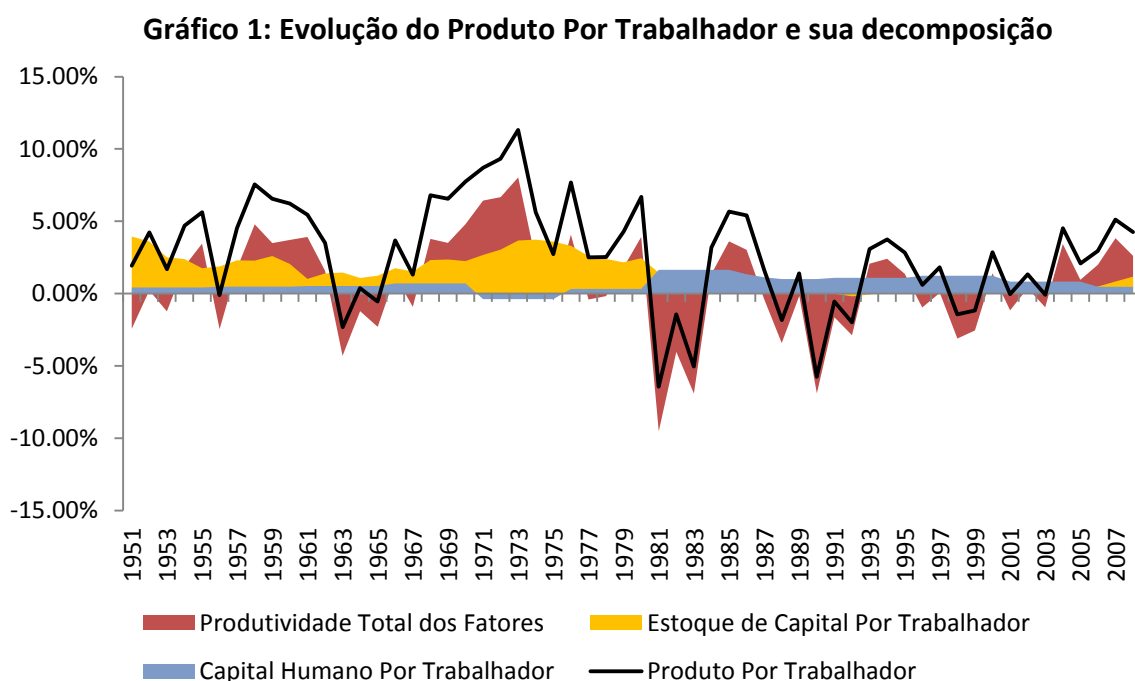
3.1.2 Dados e Estimação

Para estimar o modelo precisamos saber qual a participação do capital na produção brasileira, da produtividade total dos fatores, do estoque de capital e trabalho ao longo do tempo, do crescimento populacional.

A base de dados do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada - IPEA (disponível em www.ipeadata.gov.br) dá acesso a uma série de estoque de capital calculada por Morandi e Reis (2004) onde os autores reconstroem a série de estoque desde 1950 até 2008. Vamos utilizar a série de capital fixo total líquido.

A participação do capital no produto, ou o parâmetro α , será extraído do trabalho de Pessoa, Veloso e Gomes (2003). Os autores estima uma função de produção cujo parâmetro é igual a 0,4. Para o PIB por trabalhador utilizamos a série de PIB a preços constantes de 1980 elaborada pelo IBGE e reforçamos o pressuposto do modelo de que a participação do trabalho é constante ao longo do tempo. Assim os números de trabalhadores é tido como metade da população durante todo o período. Os dados da evolução da população brasileira foram extraídos da Penn World Table 8.0

Vamos utilizar períodos de análises definidas em Teles e Cardoso (2010) que realizam procedimentos de quebra estrutural para identificar mudanças significativas dos períodos de crescimento da economia brasileira. OS autores encontram 3 grandes períodos de dinâmica distinta desde 1950 até 196, são eles: 1951-1966; 1967-1979 e 1980-2008. Deste mesmo trabalho foi extraída a metodologia para calculo da produtividade total dos fatores. Refizemos os cálculos para a contabilidade do crescimento com os dados citados acima. O resultado está no gráfico abaixo.



Fonte: IBGE, (MORANDI e REIS, 2004), (PESSÔA, VELOSO e GOMES, 2003), Penn World Table 8.0

O resultado da contabilidade do crescimento é muito similar ao encontrado por Teles e Cardoso (2010), embora não seja exatamente igual por algumas diferenças nas bases de dados utilizadas.

De posse dos dados replicamos o exercício feito por Basu e Fernald para avaliar a capacidade preditiva do modelo com apenas 1 setor. Os dados estão sintetizados na tabela 2.

Tabela 2: Capacidade preditiva do modelo com 1 setor

Período	Produtividade Total dos Fatores	Contribuição do Capital Observada ²	Contribuição do Capital Estimada
1950-1966	0,75%	2,14%	0,50%
1968-1979	3,09%	2,78%	2,06%
1980-2012	-0,42%	0,47%	-0,28%
Todo o período	0,68%	1,47%	0,43%

Fonte: Sistema de Contas Nacionais - IBGE, Penn World Table 8.0 . Elaboração do autor

Como podemos ver na tabela o modelo de Solow não consegue fazer um bom trabalho para prever a contribuição do capital para o crescimento econômico. Principalmente no primeiro período da amostragem no início do período inicial da amostra. Também é importante notar que o modelo de 1 setor consiga prever relativamente bem às tendências da contribuição, mas consistentemente subestima o patamar desta contribuição ao longo do tempo.

Basu e Fernald avaliam que para a economia americana uma das razões para o baixo desempenho do modelo com 1 setor é o fato de ele prever uma relação constante de capital/produto no estado estacionário. Este pressuposto claramente não é válido para a economia americana, onde o capital tem trajetória crescente de participação no produto ao longo do tempo. Para o Brasil os dados disponíveis não permitem fazer esta análise.

3.1.3 Modelo com 2 setores

Uma maneira de tentar corrigir o problema do modelo com 1 setor tem ganhado força entre os estudiosos de mudanças tecnológicas provenientes dos investimentos: a contribuição do capital não depende da produtividade total dos fatores na economia, mas sim da produtividade específica do setor de investimentos, ou no nosso caso do setor que gera a acumulação de capital.

Este ponto deriva da observação que os preços relacionados aos bens de capital quando comparados aos demais preços da economia apresentam uma razão entre si que tem caído de maneira consistente ao longo de várias décadas. Uma das maneiras de isto ocorrer seria

² Contribuição observada é construída por: $\propto k - 1$

conceber que os ganhos de produtividade no setor de bens de capital tendem a ser maiores do que os ganhos de produtividade nos demais setores da economia. Se isso for verdade, um modelo que segregue estes dois setores pode ser capaz de produzir melhores na previsão da contribuição do capital na produtividade do trabalho e por consequência no crescimento de longo prazo.

Vamos então desenvolver o modelo feito em Basu e Fernald. O modelo contém um setor que produz bens de investimento, I , que será usado para gerar capital e o outro setor produzirá bens de consumo, C . Os dois setores possuem a mesma função de produção Cobb-Douglas, mas podem ter níveis tecnológicos diferentes entre si.

$$I = K_I^\alpha A_I L_I^{1-\alpha} \quad (13)$$

$$C = Q K_C^\alpha A_I L_C^{1-\alpha} \quad (14)$$

Importante notar que a diferença das tecnologias é feita pela variável Q . Desta forma poderemos definir a tecnologia no setor de consumo como uma transformação da tecnologia do setor de investimento. A transformação ocorre da seguinte forma:

$$A_C = Q^{\frac{1}{1-\alpha}} A_I \quad (15)$$

Da mesma forma que fizemos no modelo com 1 setor, vamos assumir que a tecnologia é exógena. No caso da tecnologia do setor de investimentos ela cresce a taxa g_I e a taxa de transformação, Q , cresce a taxa q .

Como os setores são modelados em competição perfeita, o preço igualará o custo marginal dos dois setores. Se admitirmos que os dois setores acessam o mesmo mercado de fatores (capital e trabalho) então os dois terão os mesmos preços e custos marginais.

$$\frac{P_i}{P_c} = \frac{MC_C}{MC_i} = Q \quad (16)$$

Os setores também escolherão a mesma relação capital/trabalho, sendo que:

$$\frac{K_I}{A_I L_I} = \frac{K_C}{A_I L_C} = \frac{K}{A_I L} \quad (17)$$

Sendo assim podemos reescrever as funções de produção dos dois setores em função da relação capital/trabalho da economia como um todo

$$I = A_I L_I \left(\frac{K}{A_I L} \right)^\alpha \quad (18)$$

$$C = Q A_I L_C \left(\frac{K}{A_I L} \right)^\alpha \quad (19)$$

Agora podemos escrever o produto total da economia como a somatória do consumo e do investimento, mas precisamos escrever o produto em relação ao trabalho efetivo da tecnologia do setor de investimento.

$$y = \frac{Y}{A_I L} = \frac{I + C}{A_I L}$$

$$\frac{Y}{A_I L} = \frac{A_I L_I \left(\frac{K}{A_I L} \right)^\alpha + \frac{Q A_I L_C \left(\frac{K}{A_I L} \right)^\alpha}{Q}}{A_I L}$$

$$\frac{Y}{A_I L} = \frac{A_I L_C + L_I \left(\frac{K}{A_I L} \right)^\alpha}{A_I L}$$

$$\frac{Y}{A_I L} = \left(\frac{K}{A_I L} \right)^\alpha$$

$$y = k^\alpha \quad (20)$$

Onde $y = \frac{Y}{A_I L}$ e $k = \frac{K}{A_I L}$, ou seja, reescrevemos o modelo em termos de trabalho efetivo por tecnologia do investimento que é a tecnologia relevante para definição da alocação de capital.

Da mesma forma que no modelo com 1 setor, a economia tem uma função de acumulo de capital. Só que como definimos a tecnologia do setor de investimento como principal, teremos que no estado estacionário:

$$sy = n + g_I + d k \quad (20)$$

Portanto no setor, analogamente à resolução do modelo anterior, o crescimento da relação capital produto cresce a taxa g_I .

Da equação (4) podemos novamente extrair a função que descreve a contribuição do capital na economia:

$$\propto g_I = \frac{PTF_I}{PTF_I} \frac{\alpha}{1-\alpha} \quad (21)$$

Teoricamente bastaria fazer o mesmo teste realizado no modelo anterior e comparar os resultados. Na verdade vamos testar a equação acima e testar um dos pressupostos ao avaliar a como evolui a relação de preços dos dois setores.

Ocorre que precisamos de uma medida da produtividade total dos fatores no setor de investimentos. Normalmente ela é calculada como resíduo dos dados para a economia com um todo. Esta separação pode ser feita da seguinte forma:

$$ptf = x ptf_I + (1 - x) ptf_C \quad (22)$$

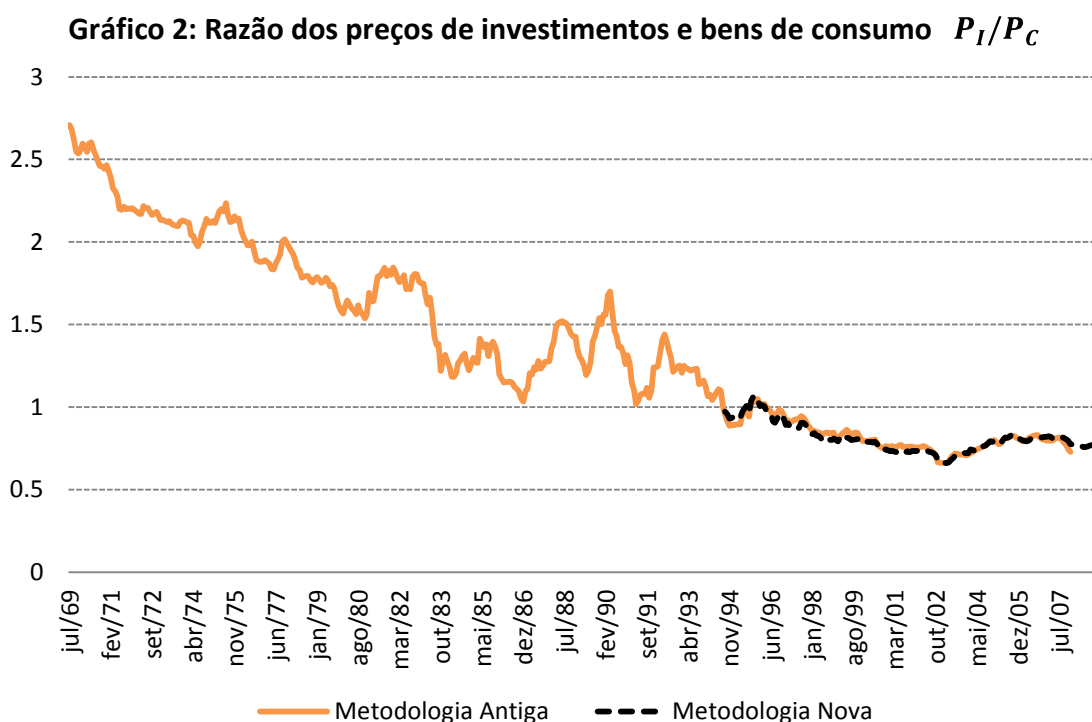
$$P_C - P_I = ptf_C - ptf_I \quad (23)$$

A equação (22) separa a produtividade total da economia numa fração proveniente do setor de investimentos e na sua complementar proveniente do setor de consumo. A equação (23) sugere que a diferença do crescimento dos preços entre os dois setores se deve a diferença da produtividade entre os dois setores. Assim temos duas equações e duas incógnitas, ptf_C e ptf_I .

3.1.4 Comparação dos modelos

Primeiramente vamos avaliar o progresso dos preços relativos aos dois setores. O que vamos fazer é utilizar duas componentes da coleta de preços do Índice Geral de Preços – Disponibilidade Interna (IGP-DI) da Fundação Getúlio Vargas para efetuar este exercício uma vez que os deflatores do PIB não possuem uma série histórica tão longa para avaliação.

Mesmo usando os índices de preços ao atacado de máquinas e equipamentos como proxy do setor de investimento e bens de consumo para o setor de consumo, teremos que sacrificar a primeira metade da amostra porque no Brasil os dados estão disponíveis apenas a partir de 1970. O gráfico abaixo mostra o resultado.



Fonte: Fundação Getúlio Vargas. IPA – Máquinas e Equipamentos e IPA – Bens de Consumo.

Podemos ver que a evolução dos preços segue o mesmo padrão encontrado por Basu e Fernald para os Estados Unidos. Parecem existir evidências que corroboram a tese de uma produtividade total dos fatores crescendo em ritmo maior no setor de investimento em relação aos demais setores da economia. Sendo assim podemos prosseguir com a avaliação da capacidade preditiva da contribuição do capital no crescimento.

A tabela 3 sintetiza a evolução dos preços e da parcela de investimentos no PIB como proxy para definir a fatia da produtividade total dos fatores setorial. Para este exercício computamos anualmente a proporção dos investimentos (Formação Bruta de Capital Fixa) no PIB a preços correntes de cada ano.

Como não existem dados disponíveis para os preços desde 1950 teremos que comparar o modelo apenas para os dois últimos períodos identificados por Teles e Cardoso (2010).

Tabela 3: Decomposição da produtividade total dos fatores entre os setores da economia

Período	Diferença média ao ano entre os preços de investimento e consumo P_I/P_C	Parcela de investimentos no PIB	PTF de investimentos	PTF de consumo	PTF Total
1968-1979	-5,02%	21,40%	7,25%	2,23%	3,09%
1980-2012	-1,40%	19,46%	-0,28%	-0,71%	-0,42%
Todo o período	-2,30%	19,95%	0,43%	0,05%	0,68%

Fonte: Sistema de Contas Nacionais - IBGE, Fundação Getúlio Vargas. Elaboração do autor

A tabela é bem clara ao mostrar o quão diferentes são as produtividades dos setores. Não é de se espantar que utilizar a produtividade total dos fatores subestime a contribuição do capital no crescimento se de fato é a produtividade total dos fatores apenas naquele setor que dita sua produção e contribuição para o crescimento.

Cabe salientar que se por um lado a estimação parece ter melhorado para intervalos temporais relativamente longos, no curto prazo a variabilidade do modelo com 2 setores se mostrou muito maior. Na série anual o desvio padrão da série observada é 1,2%, no modelo com apenas 1 setor esta medida chega a 2,27% e no modelo com 2 setores o desvio padrão atinge 4,14%. O que faz sentido se imaginarmos que é da natureza da decisão de investimento ser mais volátil do que o consumo, principalmente em períodos mais curtos.

Além disto, a variabilidade deste segundo modelo reforça o objetivo para o qual ele foi construído. Nos dois casos as premissas e toda a derivação dos modelos foi pensada para estimar a capacidade de crescimento de longo prazo. Usar o arcabouço de longo prazo para estimar o crescimento do produto potencial de curto prazo pode levar a erros significativos.

Ciente desta limitação e do objetivo do capítulo, a Tabela 4 mostra a diferença da previsão dos dois modelos frente aos dados.

Tabela 4: Comparação da previsão de contribuição do capital para o crescimento do produto por trabalhador

Período	Dados	Modelo com 1 setor	Modelo com 2 setores
1950-1966	2,14%	0,50%	
1968-1979	2,78%	2,06%	2,51%
1980-2012	0,47%	-0,28%	0,28%
Todo o período	1,47%	0,43%	1,04% (1,15%) ³

Fonte: Sistema de Contas Nacionais - IBGE, Penn World Table. Elaboração do autor

Não perdendo de vista o objetivo central destes modelos que é auxiliar na capacidade de previsão do crescimento de longo prazo, vale computar qual teria sido a projeção para o período advinda dos modelos.

Lembrando que o crescimento de longo prazo foi tido o crescimento da produtividade por trabalhador. Esta produtividade foi decomposta em três parcelas: a qualidade do trabalho, o progresso técnico e a contribuição do capital ao crescimento. Como tomamos as duas primeiras como dadas, os modelos na verdade contribuíram com a estimativa da terceira componente. Assumindo que o capital humano, na série computada pela Penn World Table 8.0, seria o melhor estimador para a qualidade do trabalho e que o progresso técnico é mais bem sintetizado na evolução da produtividade total dos fatores na economia a tabela abaixo nos fornece esta estimativa.

Tabela 5: Estimativas para o crescimento de longo prazo do produto (variações ao ano)

Período	Capital humano	PTF	Modelo com 1 setor	Modelo com 2 setores	Dados
1950-1966	0,81%	0,75%	2,07%		3,70%
1968-1979	0,28%	3,09%	5,43%	5,88%	6,15%
1980-2012	1,79%	-0,42%	1,08%	1,64%	1,87%
Todo o período	1,18%	0,68%	2,31%	2,90%	3,33%

Fonte: Sistema de Contas Nacionais - IBGE, Penn World Table. Elaboração do autor

Em suma os modelos continuam subestimando os dados da economia, mas entre eles há uma grande diferença. Por exemplo, no período mais recente o modelo com 2 setores tem

³ No caso do modelo com 2 setores o período total comparável vai de 1970 a 2008 e nesta amostra os dados apontam crescimento anual de 1,15% e não 1,47% que se refere ao período 1950-2008.

quase 0,6% a mais de crescimento ao ano por mais de 20 anos. A diferença em relação ao primeiro modelo é bastante relevante quando se pensa em projeções para o longo prazo.

Mais do que isso, o modelo de longo prazo ajuda a pensar nas questões que são importantes para guiar o crescimento econômico de forma estrutural. Ao realizar uma projeção, os agentes econômicos precisam se fazer perguntas do tipo: Qual será o ritmo do avanço tecnológico nos próximos anos? Quão elástico é a demanda por novas tecnologias? Serão elas capazes de aumentar o consumo por itens de investimento? Se a demanda for constante o modelo de dois setores pode deixar de valer uma vez que a seguida queda de preços pode ser interrompida. E como irá evoluir a qualidade do trabalho em uma economia? As pessoas conseguem de fato adquirir mais capacidade de produção apenas por estarem mais tempo em escolas? O ganho de habilidades recentes não teria mais relação com tecnologia do que com desenvolvimento de novas capacidades?

São questões como essa é que se sintetizam nos modelos que estamos estimando e que devem guiar o longo prazo da economia. Na próxima seção vamos abordar outro conceito de produto potencial, mais focado no curto prazo e de maior interesse para condução da política monetária.

3.2 Curto Prazo

Tendo determinado que o modelo de 2 setores descreve melhor os dados da economia brasileira no longo prazo, vamos prosseguir com o exercício feito em Basu e Fernald (2009). Conforme notado pelos autores no trabalho original, no modelo desenvolvido anteriormente as forças que guiam a trajetória do crescimento potencial são forças de oferta: dos insumos de produção e da tecnologia, prioritariamente. Contudo no curto prazo o papel da demanda é muito mais relevantes.

Assim para os formuladores de políticas públicas, principalmente no caso da política monetária o conceito de curto prazo é muito mais relevante do que o de longo prazo abordado anteriormente. Neste horizonte o produto potencial pode ser entendido como aquele nível de produção que vigoraria se não houvesse a rigidez de preços.

Como o produto potencial sempre foi visto como um taxa de crescimento que muda de maneira muito suave ao longo do tempo, qualquer flutuação poderia ser interpretada como indesejada e passível de ser combatida pela política econômica. Os autores querem verificar esta premissa e para isso vão utilizar dois modelos DSGE um com apenas 1 setor e outro com dois setores. A seguir vamos detalhar os modelos utilizados bem como as premissas para os testes.

3.2.1 Modelos DSGE com 1 e 2 setores

Conforme descrito no anexo do trabalho original, o modelo construído é bastante simples e constituído de famílias, empresas e uma regra de política monetária. As famílias têm como objetivo maximizar a utilidade descrita na função abaixo

$$\max_{t=0}^{\infty} u(C_t, L_t) \quad (24)$$

Onde C_t é uma cesta continua de consumo de bens finais com elasticidade constante de substituição entre eles de tal forma que:

$$C_t = \int_0^1 C(z)^{\frac{\xi-1}{\xi}} dz^{\frac{\xi}{\xi-1}} \quad (25)$$

L_t é o trabalho de forma que a função lazer é dada por:

$$u_t = \ln C_t - \frac{L_t^{\eta+1}}{\eta+1} \quad (26)$$

O problema de maximização está sujeito a algumas restrições. A restrição orçamentária é dada por:

$$B_t + P_t^I I_t + P_t^C C_t = W_t L_t + R_t K_{t-1} + (1 + i_{t-1}) B_{t-1} + \Delta \quad (27)$$

Sendo que B_t são títulos, W_t são os salários nominais, R_t os juros nominais do capital, i_{t-1} são os juros nominais dos títulos no período anterior, Δ são impostos lump-sum e

$$I_t = \int_0^1 I(z)^{\frac{\xi-1}{\xi}} dz^{\frac{\xi}{\xi-1}} \quad (28)$$

$$P_t^C = \int_0^1 P_t^C(z)^{1-\xi} dz^{\frac{1}{1-\xi}} \quad (29)$$

$$P_t^I = \int_0^1 P_t^I(z)^{1-\xi} dz^{\frac{1}{1-\xi}} \quad (30)$$

$$K_t = I_t + (1 - \delta) K_{t-1} \quad (31)$$

$$L_t = L_t^C + L_t^I \quad (32)$$

$$K_{t-1} = K_t^C + K_t^I \quad (33)$$

Assim as condições de primeira ordem para o consumo, títulos, trabalho e capital são:

$$\frac{1}{C_t} = P_t^C \Lambda_t \quad (34)$$

$$\Lambda_t = \beta E_t [1 + i_t] \Lambda_t \quad (35)$$

$$L_t^\eta = \Lambda_t w_t \quad (36)$$

$$\Lambda_t P_t^I = \beta E_t [R_{t+1} + P_{t+1}^I (1 - \delta)] \Lambda_{t+1} \quad (37)$$

As firmas dos dois setores são definidas como em um mercado de competição monopolística. Suas funções Cobb-Douglas permitem intensidades de uso dos fatores diferentes, embora não imponham isso como uma obrigação. Assim os problemas de minimização são dados por:

$$\begin{aligned} & \min W_t L_t^C(z) + R_t K_t^C(z) \\ \text{s.a. } Y_t^C(z) &= A_t^C K_t^C(z)^{a^C} L_t^C(z)^{1-a^C} - \phi^C \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} & \min W_t L_t^I(z) + R_t K_t^I(z) \\ \text{s.a. } Y_t^I(z) &= A_t^I K_t^I(z)^{a^I} L_t^I(z)^{1-a^I} - \phi^I \end{aligned} \quad (39)$$

Sendo A_t^h a produtividade do setor h e α^h a participação do capital na função de produção do setor h. Sendo h = i, c. Se assumirmos que μ^h é o custo marginal nominal do setor, podemos escrever as demandas pelos insumos de cada setor conforme as equações abaixo.

$$\frac{W_t}{\mu_t^c} = 1 - \alpha A_t^c K_t^c \alpha^c L_t^c \alpha^c \quad (40)$$

$$\frac{R_t}{\mu_t^c} = \alpha A_t^c K_t^c \alpha^{c-1} L_t^c \alpha^{1-c} \quad (41)$$

$$\frac{W_t}{\mu_t^l} = 1 - \alpha A_t^l K_t^l \alpha^l L_t^l \alpha^l \quad (42)$$

$$\frac{R_t}{\mu_t^l} = \alpha A_t^l K_t^l \alpha^{l-1} L_t^l \alpha^{1-l} \quad (43)$$

A razão entre capital trabalho nos dois setores é dada por:

$$\frac{K_t^c}{L_t^c} = \frac{\alpha}{1 - \alpha} \frac{W_t}{R_t} \quad (44)$$

$$\frac{K_t^l}{L_t^l} = \frac{\alpha}{1 - \alpha} \frac{W_t}{R_t} \quad (43)$$

As condições de equilíbrio do modelo são que no mercado de títulos $B = 0$, no mercado de bens de consumo $Y^c = C$ e o agregado da economia é dado por $Y = C + I$. Para a economia como um todo, a inflação será a soma das inflações setoriais ponderada pelos pesos dos setores na economia e a mesma lógica se aplica ao custo marginal. As outras condições de equilíbrio já foram explicitadas durante a derivação. Os choques de produtividade possuem dinâmica autoregressiva de ordem 1.

O anexo traz as equações log linearizadas do modelo conforme apresentado em Basu e Fernald (2009).

A simplicidade deste modelo está no fato que para convertê-lo em um modelo de apenas 1 setor, basta fazer com que o choque de produtividade seja o mesmo para os dois setores. Assim o modelo é construído como se fossem duas firmas idênticas e as divisões entre consumo e investimento deixam de ser relevantes.

Para mudar a dinâmica de preços rígidos para preços flexíveis precisamos reescrever a tomada de decisão de preços da firma. No nosso caso as equações para o modelo com duas firmas passam a ser:

$$\pi_t^C = \mu_t^C - p^c \quad (36)$$

$$\pi_t^I = \mu_t^I - p^I \quad (37)$$

Ou seja, a cada instante do tempo as firmas se deparam com a diferença entre o custo marginal e o nível de preços dos produtos. Em equilíbrio ao redor do estado estacionário a inflação é zero porque o preço será igual ao custo marginal.

Da mesma forma que no modelo original os parâmetros não serão estimados neste trabalho. Faremos uma calibração baseada em outros trabalhos e algumas hipóteses. A maioria dos parâmetros veio do recente trabalho de Vasconcelos e Divino (2012), para as proporções de capital e trabalho utilizamos dados de estoque. Para o trabalho somamos o contingente populacional ocupado nos setores da indústria e da construção civil em relação a toda a população ocupada medida na Pesquisa Mensal do Emprego de junho/2013 do IBGE. Este percentual (20%) foi adotado como proxy da proporção do estoque de trabalho no setor de investimento. Para o estoque de capital extraímos do trabalho de Morandi e Reis (2004) a parcela do estoque de capital fixo líquido que corresponde a construção não residencial e a máquinas e equipamentos. Esta parcela (70%) foi usada como proxy para proporção do capital total utilizada no setor de investimento. As variáveis restantes foram mantidas como no trabalho original.

Abaixo está a relação de variáveis e os valores utilizados nas simulações.

Tabela 6: Calibração dos parâmetros utilizados no modelo de dois setores

Variável	Valor
β	0.985
η	0.25
α_C	0.3
α_I	0.7
δ	0.025
Γ^C	1.1
Γ^I	1.1
θ_C	0.63
θ_I	0.63
ς_C	$\frac{1 - \theta_C}{\theta_C} \frac{1 - \beta\theta_C}{\theta_C}$
ς_I	$\frac{1 - \theta_I}{\theta_I} \frac{1 - \beta\theta_I}{\theta_I}$
INV_share	0.2
C_share	0.8
L^I / L	0.2
L^C / L	0.8
K^I / K	0.7
K^C / K	0.3
ρ_i	0.82
ϕ_π	1.39
ϕ_μ	0.09
ρ_C	0.99
ρ_I	0.99

Fonte: (VASCONCELOS e DIVINO, 2012) e IBGE. Para os parâmetros $\eta, \Gamma^C, \Gamma^I, \rho_C, \rho_I$ utilizamos os valores do trabalho original (BASU e FERNALD, 2009)

Para o modelo de apenas um setor, temos que alterar o valor de alguns parâmetros. Isto ocorre porque no trabalho original os autores definiram os parâmetros de tal forma que os setores são simétricos, ou seja, utilizam capital e trabalho de forma idêntica na função de produção. Desta forma eles não precisam alterar nenhum parâmetro para avaliar o modelo em 1 setor, basta tratar o choque como o mesmo para o modelo com dois setores e eles se comportarão de forma idêntica.

No nosso caso, o uso do fator capital varia entre os setores na função de produção de tal forma que para simular o caso com um setor precisamos reescrever este parâmetro. Assim, na simulação com um setor a variável α_I passa a assumir o valor de 0.3.

3.2.2 Resultado e comparação dos modelos

Para realizar o exercício com o Brasil precisamos entender como foi feito o trabalho original para os Estados Unidos.

Ao realizar o exercício de curto prazo os autores se valem do fato de que no curto prazo a rigidez de preços acaba fazendo com que os choques puramente nominais afete variáveis reais. A abordagem adotada pelos autores parte do pressuposto que o produto potencial pode ser definido como a diferença entre o produto observado e aquele que a economia teria se operasse com preços completamente flexíveis. Definição próxima ao que verificamos para o chamado produto natural, que leva em consideração as imperfeições de mercado da economia.

Os autores partem dos trabalhos de Basu, Fernald e Kimball (2006) e Fernald (2012) que elaboram uma série de produtividade total dos fatores em base trimestral desde 1947 até 2010 “puramente tecnológica”. Os autores desagregam os dados das contas nacionais americanas a fim de controlar econometricamente por diversos outros fatores para encontrar para cada setor uma série de produtividade que reflita apenas os choques tecnológicos ao longo do tempo. Posteriormente os autores reagregam estas diversas séries de produtividade para formar a produtividade “pura” da economia americana.

Para estimar o produto potencial Basu e Fernald se valem desta série e a colocam nos modelos de 1 e 2 setores. Não apenas a produtividade total da economia, mas a produtividade setorial “pura” também (no caso do modelo com 2 setores). Mesmo sem as relações dos choques com o aumento ou redução do trabalho que amplificariam os resultados, os autores encontram alterações nas funções de produção. Os autores reconhecem que não tratar a relação da elasticidade do trabalho aos choques pode subestimar a variabilidade das estimativas de crescimento potencial.

Ao transpor o exercício para o Brasil o primeiro problema com o qual nos deparamos é que não há uma série de produtividade total dos fatores “puramente tecnológica”. A própria série de dados disponível é um desafio a esta estimação uma vez que apenas os dados trimestrais a partir de 1991 estão disponíveis pelo IBGE na metodologia atual de apuração do PIB. Além disso, neste período o país passou por diversas mudanças institucionais que afetaram o desempenho da economia: mudança da moeda, mudança de regime cambial, mudança de regime da condução de política monetária, choques externos em 1995 e 1997 com as crises do México e da Rússia e a expressiva alta nos prêmios de risco do país no período eleitoral em 2002.

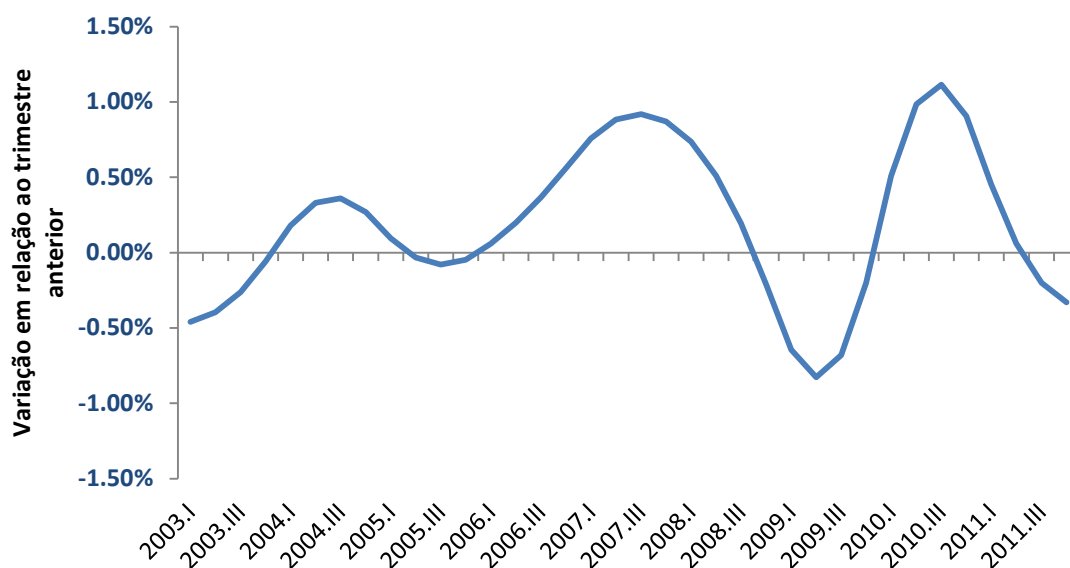
Nenhum destes eventos pode ser considerado um choque tecnológico, são choques externos e institucionais (positivos e negativos, transitórios e permanentes). Portanto qualquer série de produtividade teria que levar estes fatores em consideração ao tentar estimar uma produtividade “limpa”. Se eliminássemos esta parte da amostra começaríamos o estudo a partir do primeiro trimestre de 2003 até o último trimestre de 2011, ou seja, seriam apenas 36 pontos de observação.

Se compararmos com o estudo feito por Fernald para gerar a série de produtividade total dos fatores “puramente tecnológica” estamos falando de 252 observações em 63 anos de estudo. Claramente a nossa série ainda não permite um estudo tão detalhado para efeitos de tecnologia. A brevidade da série impede inferências mais robustas de quais seriam os choques puramente tecnológicos na economia.

Sendo assim vamos partir para uma estratégia diferente. Vamos utilizar os dados trimestrais de 2003 a 2011, mas sem maiores tratamentos desagregados. Não vamos entrar em cada um dos setores estudados pelas contas nacionais a fim de explorar qual a série de produtividade de cada uma delas, como foi feito no trabalho original. Vamos apenas utilizar o resultado da produtividade total dos fatores a preços constantes calculado pela Penn World Table 8.0. Como os dados são anuais interpolamos para obter uma série trimestral com um método spline cúbico a fim de garantir suavidade na trajetória da série obtida.

Esta série de produtividade total dos fatores será então a nossa proxy para uma série de choques tecnológicos. Assim, vamos calcular o desvio padrão das séries dessazonalizadas do PIB, e da sua parcela de consumo e de investimentos. O pressuposto é que a oscilação da série tem origem nos choques tecnológicos. Estes serão os nossos dados. O gráfico abaixo mostra a série da produtividade total dos fatores.

Gráfico 3: Produtividade Total dos fatores



Fonte: Penn World Table 8.0. Elaboração do Autor.

Como não estamos tratando dos setores da economia, diferente do que Basu e Fernald fazem, no modelo de 2 setores a série de choques tecnológicos será atribuída exclusivamente ao setor de investimento. Idealmente seria necessário realizar esta decomposição para não subestimar o efeito da tecnologia nos setores de consumo e, portanto, a estimação feita pelo modelo com 1 setor.

Vamos também comparar as duas definições de hiato do produto que podem emergir do estudo. Se de fato a economia é melhor modelada por um modelo de 2 setores então a diferença entre este modelo em preços rígidos contra preços flexíveis seria a melhor medida de hiato do produto. Sendo assim, se a autoridade monetária utilizasse de um modelo de apenas 1 setor com preços rígidos para inferir o PIB potencial poderíamos ter também a medida “errada” do produto potencial (a diferença entre os resultados do modelo de preços rígidos com 1 setor e preços flexíveis com 2 setores).

A tabela abaixo resume os resultados encontrados:

Tabela 7: Desvio padrão das séries proveniente dos modelos e dos dados

Origem	PIB	Consumo	Investimento
Modelo com 2 setores em preços flexíveis	9,40	9,12	11,76
Modelo com 2 setores em preços rígidos	9,49	9,20	11,66
Modelo com 1 setor em preços flexíveis	11,05	10,98	13,31
Modelo com 1 setor em preços rígidos	11,08	11,00	13,39
Dados	1,54	1,15	9,43
Hiato “real” (2 setores preços rígidos menos 2 setores preços flexíveis)	0,38	1,94	5,93
Hiato “errado” (1 setor preços rígidos menos 2 setores preços flexíveis)	8,12	19,08	83,91

Fonte: Elaboração do Autor

Como podemos ver as implicações para a observação do produto potencial são grandes. Nenhum dos dois modelos parece ser muito aderente aos dados da economia brasileira, diferente do que ocorreu para os resultados da economia americana. Os desvios padrões emergentes dos modelos são da variável ao redor do estado estacionário. Assim não é diretamente comparável com a série de produto trimestral dessazonalizada divulgada pelo IBGE. Para tornar a comparação válida precisamos encontrar uma medida de estado estacionário da economia. Neste trabalho a tendência mostrada pela metodologia de 2 setores tratada na seção anterior que tratava de longo prazo. O cálculo do desvio padrão foi feito na série que fazia a razão entre o produto observado e a tendência naquele momento.

Ainda assim, mesmo com séries mais voláteis do que os dados mostram, ao calcular o hiato pela diferença dos dois modelos com dois setores, a proximidade com os dados encontrados na realidade aumenta significativamente.

Os autores fazem uma observação importante. Se ao menos a correlação das séries de preços rígidos de um setor for elevada com o hiato “verdadeiro” o problema de má estimação seria menor porque ao olhar o resultado do produto estimado por este modelo para tomar a decisão de política monetária pelo menos o sinal do hiato estaria correto, ainda que a magnitude estivesse errada. Para o caso americano a correlação das séries é de apenas 0,25 e refazendo o exercício para o Brasil é de apenas -0,12. Sendo assim nem mesmo as estimações do potencial via filtros univariados ajudaria as autoridades monetárias.

Diferente do resultado obtido nos Estados Unidos o produto potencial estimado por 1 setor é bem mais instável do que o de 2 setores. Contudo a distância dos resultados frente aos dados mostrados pelo IBGE implica que pouco se pode extrair para a condução de política monetária.

4. Resultados e Conclusão

Nossos exercícios mostraram que a capacidade preditiva do modelo com 2 setores parece ser mais adequada do que outras metodologias para mensuração do produto potencial da economia de longo prazo e não tão eficaz para o curto prazo. Resultado diferente do encontrado por Basu e Fernald (2009) para a economia americana.

Pudemos demonstrar também que a utilização de metodologias menos eficientes e/ou precisas podem gerar perda de bem-estar para a sociedade ao informar para os formuladores de políticas públicas que o produto potencial é mais estável do que os dados informam.

Avaliamos que o modelo de 2 setores parece ser pouco adequado aos dados no curto prazo para a economia brasileira. A utilização de 1 setor nas estimativas de produto potencial pode gerar uma ideia de que este extremamente volátil no curto prazo em relação ao modelo de 2 setores. Ainda assim nenhum dos modelos parece adequado a replicar o padrão encontrado nos dados.

Conforme foi mencionado, é preciso ter certeza de que o produto eficiente e o produto natural continuam correlacionados. Ou seja, precisa-se testar a validade da divina coincidência para que a estabilização da inflação também gere ganhos de bem estar social. Estudos sobre choques nos mark-ups das empresas e outras fontes de falha da divina coincidência são de vital importância para que a busca por uma medida mais precisa de produto potencial tenha sentido em si.

Cabe notar que ainda assim o modelo de 2 setores apresenta limitações importantes e que merecem aprofundamentos metodológicos a fim de capturar características econômicas mais complexas do que as pressupostas para a construção do modelo. Além disso, o modelo com 2 setores para o longo prazo se mostrou muito mais instável do que o modelo com 1 setor e do que os dados mostram para a série observada. Para o curto prazo existem uma série de hipóteses que precisam ser relaxada a fim de tornar o modelo mais próximo da realidade como: a modelagem de choques não tecnológicos

Notadamente a questão do crescimento de longo prazo ser influenciado apenas pela produtividade do trabalho pode ser questionada diante de alguns choques tecnológicos permanentes na economia, na verdade não só tecnológicos, mas institucionais também. Outro ponto de aperfeiçoamento se refere aos pressupostos do mercado de trabalho. Assumir que a participação da força de trabalho é constante pode levar a subestimações ou superestimações da capacidade de crescimento da economia. Questões de bônus demográfico e mudanças na composição da força de trabalho ao longo do tempo podem afetar o potencial, principalmente para o horizonte relevante para a política monetária.

Não obstante os importantes avanços que precisam ser feitos na modelagem apresentada, este trabalho conclui que a adoção dos modelos de 2 setores parece ser um aperfeiçoamento das técnicas de estimação do produto potencial no Brasil no longo prazo, mas não traz melhorias para sua estimação de curto prazo.

5. Bibliografia

BANCO CENTRAL DO BRASIL. Metodologias para Estimação do Produto Potencial. **Relatório de Inflação**, Setembro 1999. 75-78. Boxes.

BANCO CENTRAL DO BRASIL. Cálculo do Produto Potencial pelo Método da Função de Produção: Resultados para o Brasil. **Relatório de Inflação**, Dezembro 2000. 108-110.

BANCO CENTRAL DO BRASIL. Metodologias para Estimação do Produto Potencial. **Relatório de Inflação**, Brasília, Dezembro 2003. 117-119.

BANCO CENTRAL DO BRASIL. PIB Potencial e Hiato do Produto: Atualização e Novas Estimativas. **Relatório de Inflação**, Brasília, Setembro 2004. 112-114.

BANCO CENTRAL DO BRASIL. Estimação do Hiato do Produto - Modelo de Componentes não Observados. **Relatório de Inflação**, Brasília, Dezembro 2007. 112-116.

BANCO CENTRAL DO BRASIL. Hiato do Produto - Atualização e aperfeiçoamentos. **Relatório de Inflação**, Brasília, Março 2010. 112-115.

BANCO CENTRAL DO BRASIL. Hiato do Produto - Estimativas recentes. **Relatório de Inflação**, Brasília, Março 2011. 100-102.

BANCO CENTRAL DO BRASIL. Hiato do Produto: Atualização e Novas Estimativas. **Relatório de Inflação**, Brasília, Setembro 2005. 106-107.

BARBOSA FILHO, N. H. Estimating Potential Output: a Survey of Alternative Methods and Their Applications to Brazil. **Texto para discussão 1092**, Brasília, maio 2005.

BARROSO, R. Produto Potencial: Conceitos, Novas Estimativas e Considerações sobre sua Aplicabilidade. **Revista Economia**, Brasília, v. 7, n. 3, p. 437-462, setembro/dezembro 2007.

BASU, S.; FERNALD, J. G. What do We Know (And Not Know) About Potential Output? **Federal Reserve Bank of St. Louis Review**, St. Louis, v. 31, n. 4, p. 187-213, Julho/Agosto 2009.

BELKE, A.; POLLEIT, T. **Monetary Economics in Globalised Financial Markets**. Berlin: Springer Heidelberg Dordrecht, 2010.

BLANCHARD, O.; GALÍ, J. Real Wage Rigidities and the New Keynesian Model. **Journal of Money, Credit, and Banking**, 2007. 35-66.

BLANCHARD, O.; KIYOTAKI, N. Monopolistic Competition and the Effects of Aggregate Demand. **American Economic Review**, 1987. 647-666.

BOGDANSKI, J.; TOMBINI, A. A.; WERLANG, S. R. D. C. Implementing Inflation Targeting in Brazil. **Trabalhos para discussão - 1**, Brasília, julho 2000.

CALVO, G. Staggered Prices in a Utility Maximizing Framework. **Journal of Monetary Economics**, 1983.

CARLIN, W.; SOSKICE, D. **Macroeconomics: Imperfections, Institutions & Policies**. Oxford: Oxford University Press, 2006.

COMBINING Hodrick-Prescott Filtering with a Production Function Approach to Estimate Output Gap. **Trabalhos para Discussão 172**, Brasília, Agosto 2008.

CUSINATO, R. T.; MINELLA, A.; PÔRTO JÚNIOR, S. D. S. Hiato do Produto e PIB no Brasil: uma análise de Dados em Tempo Real. **Trabalhos para Discussão 203**, Brasília, Abril 2010. 1-66.

FIGUEIRA DOS SANTOS, V. L.; HELIO, M. S. Metodologia Bayesiana na Estimação do Produto Potencial Brasileira.

GALÍ, J. New Perspectives on Monetary Policy, Inflation, and Business Cycle. **National Bureau of Economic Research**, Fevereiro 2002.

GALÍ, J. **Monetary Policy, Inflation, and Business Cycle**. [S.l.]: Princeton University Press, 2008.

GERTLER, M.; GILCHRIST, S.; NATALUCCI, F. M. External Constraints on Monetary Policy and the Financial Accelerator. **Journal of Money, Credit and Banking**, Ohio, v. 39, n. 3, Março- Abril 2007.

GIBBS, D. Potential Output: Concepts and Measurement. **Labour Markett Bulletin**, p. 72-115, janeiro 1995.

HAMILTON, J. D. **Time Series Analysis**. 1 edição. ed. Princeton: Princeton University Press, 1994.

HAUPTMEIER, S. **Projecting Potential Output: Methods and Problems**. [S.l.]: Springer, 2009.

JONES, C. I. **Introdução à Teoria do Crescimento Econômico**. 10. ed. Rio de Janeiro: Campus, 2000. tradução de Maria José Cyhlar Monteiro.

MCCANDLESS, G. **The ABCs of RBCs: An Introduction to Dynamic Macroeconomic Models**. London: Harvard University Press, 2008.

MINELLA, A. et al. SAMBA: Stochastic Analytical Model with a Bayesian Approach. **Working Paper Series**, Brasília, v. 239, April 2011. ISSN 1518-3548.

MORANDI, L.; REIS, E. Estoque de Capital Fixo no Brasil, 1950-2002. **Anais do XXXII Encontro Nacional de Economia da ANPEC**, 2004.

MORIER, B. D. N. Um modelo "Time-varying markov-switching" para crescimento econômico e algoritmo de estimação. **Tese de Mestrado**, São Paulo, 2010.

MUINHOS, M. K. Medium-Size Macroeconomic Model for the Brazilian Economy. **Trabalhos para Discussão 64**, Fevereiro 2003. p. 1-48.

OKUN, A. M. Potential GNP: it is measurement and significance. **Proceedings of the Business and Economic Statistics Section**, Washington, 1962. 98-104.

PESSÔA, S. D. A.; VELOSO, F. A.; GOMES, V. Evolução da Produtividade Total dos Fatores na Economia Brasileira: Uma análise comparativa. **Ensaio Economicos da EPGE**, junho 2003.

PHILLIPS, A. W. The Relationship between Unemployment and the Rate of Change of Money Wages in the United Kingdom 1861–1957. **Economica**, Novembro 1958. 283-299.

SILVA FILHO, T. N. T. Estimando o Produto Potencial Brasileiro: Uma Abordagem de Função de Produção. **Trabalhos para Discussão 17**, Brasília, Abril 2001. 1-36.

SMETS, F.; WOUTERS, R. An Estimated Stochastic Dynamic General Equilibrium Model of Euro Area. **European Central Bank - Working Papers 171**, Frankfurt, Agosto 2002.

SNOWDON, B.; VANE, H. **Modern Macroeconomics: Its Origins, Development and Current State**. Cheltenham: Edward Elgar Publishing Inc, 2005.

SOUZA JÚNIOR, J. R. D. C. Estimativa do Produto Potencial para a economia brasileira - 1992 a 2007. **Economia & Tecnologia**, 10, Julho/Setembro 2007. 19-28.

SOUZA JÚNIOR, J. R. D. C. Produto Potencial: Conceitos, Métodos de Estimação e Aplicação à Economia Brasileira. **Texto para discussão 1130**, novembro 2005.

SOUZA JÚNIOR, J. R. D. C.; CAETANO, S. M. Produto Potencial como Ferramenta de Análise da Política Monetária e da Capacidade de Crescimento da Economia Brasileira. **a publicar na Revista EconomiA**, 2013.

SUMMA, R.; LUCAS, R. Estimativas de Produto Potencial para a Economia Brasileira: Algumas Observações Críticas. **III Encontro da Associação Keynesiana Brasileira**, agosto 2010.

TELES, V. K. et al. Ciclos Econômicos e Métodos de Filtragem: "Fatos Estilizados" para o Caso Brasileiro. **Revista Economia**, Brasília, 6, n. 2, julho/dezembro 2005. 291-328.

TELES, V. K.; CARDOSO, E. A brief History of Brasil's Growth. **Textos para discussão 214**, São Paulo, Janeiro 2010.

VASCONCELOS, B. F. B. D.; DIVINO, J. A. O desempenho recente da política monetária brasileira sob a ótica da modelagem DSGE. **Textos para Discussão - Banco Central do Brasil**, Setembro 2012.

VETLOV, I. et al. Potential Output in DSGE models. **European Central Bank - Working Paper Series**, Frankfurt, junho 2011.

WALSH, C. **Monetary Theory and Policy**. [S.l.]: Massachusetts Institute of Technology, 2003.

WOODFORD, M. **Interest and Prices: Foundations of a Theory of Monetary Policy**. Princeton: Princeton University Press, 2008.

YEHOUE, E. On Price Stability and Welfare. **IMF Working Paper**, Maio 2012.

6. Apêndice A

Modelo de dois setores com preços rígidos

Abaixo está o conjunto de equações que compõe o modelo com 2 setores. As equações já estão linearizadas ao redor do seu equilíbrio exatamente como fazem Basu e Fernold (2009). São 25 equações para 25 variáveis endógenas: $c, l^I, l^C, l, k^C, k^I, k, \lambda, w, w^C, r, i, y^C, I, y, p^I, p^C, \pi, \pi^C, \pi^I, \mu, \mu^I, \mu^C, a^C$ e a^I

$$k_t = \delta I_t + (1 - \delta) k_{t-1}$$

$$\frac{L_I}{L} l_t^I + \frac{L_C}{L} l_t^C = l_t$$

$$\frac{K_I}{K} k_t^I + \frac{K_C}{K} k_t^C = k_{t-1}$$

$$-c = \lambda_t + p_t^C$$

$$\lambda_t = i_t + \lambda_{t+1}$$

$$\eta l = \lambda_t + w_t$$

$$\lambda_t + p_t^I = \lambda_{t+1} + (1 - \beta)(1 - \delta) r_{t+1} + \beta(1 - \delta) p_{t+1}^I$$

$$y^C = \Gamma^C a_t^C + \alpha^C k_t^C + (1 - \alpha^C) l_t^C$$

$$l_t = \Gamma^I a_t^I + \alpha^I k_t^I + (1 - \alpha^I) l_t^I$$

$$k_t^C + r_t = w_t + l_t^C$$

$$k_t^I + r_t = w_t + l_t^I$$

$$\mu_t^C = \alpha^C r_t + (1 - \alpha^C) w_t - a_t^C$$

$$\mu_t^I = \alpha^I r_t + (1 - \alpha^I) w_t - a_t^I$$

$$\pi_t^I = \beta \pi_{t+1}^I + \varsigma_I \mu_t^I - p^I$$

$$\pi_t^C = \beta \pi_{t+1}^C + \varsigma_C \mu_t^C - p^C$$

$$\pi_t^C = p_t^C - p_{t-1}^C$$

$$\pi_t^I = p_t^I - p_{t-1}^I$$

$$\mu_t = Cshare \mu_t^C + INVshare \mu_t^I$$

$$\pi_t = Cshare \pi_t^C + INVshare \pi_t^I$$

$$w_t^C = w_t - p_t^C$$

$$i_t = \rho_i i_{t-1} + (1 - \rho_i) \phi_\pi \pi_t + \phi_\mu \mu_t$$

$$y_t = Cshare c_t + INVshare I\pi_t^I$$

$$y_t^C = c_t$$

$$a_t^C = \rho_C a_{t-1}^C + \varepsilon_t^C$$

$$a_t^I = \rho_I a_{t-1}^I + \varepsilon_t^I$$