FUNDAÇÃO GETULIO VARGAS
ESCOLA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

João Paulo Carvalho Aveiro

Intervenção do Banco Central no Mercado Interbancário

Rio de Janeiro
Junho de 2012

João Paulo Carvalho Aveiro

Intervenção do Banco Central no Mercado Interbancário

Dissertação submetida a Escola de Pós-Graduação em Economia como requesito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Economia.

Área de Concentração: Teoria Econômica

Orientador: Carlos Eugênio Ellery Lustosa da Costa

Rio de Janeiro
Junho de 2012

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Mario Henrique Simonsen/FGV.

Aveiro, João Paulo Carvalho

Intervenção do banco central no mercado interbancário / João Paulo Carvalho Aveiro. - 2012.

38f.

Dissertação (Mestrado) - Fundação Getulio Vargas, Escola de Pós-Graduação em Economia.

Orientador: Carlos Eugênio Ellery Lustosa da Costa.

Inclui Bibliografia.

1. Bancos centrais. 2. Mercado financeiro. I. Costa, Carlos Eugênio da. II. Fundação Getulio Vargas. Escola de Pós - Graduação em Economia. III. Título.

CDD - 332.11

FUNDAÇÃO
GETULIO VARGAS

JOÃO PAULO CARVALHO AVEIRO

INTERVENÇÃO DO BANCO CENTRAL NO MERCADO INTERBANCÁRIO .

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Economia da Escola de Pós-Graduação em Economia para obtenção do grau de Mestre em Economia.

Data da defesa: 25/06/2012

Aprovada em: 25\06\2012

ASSINATURA DOS MEMBROS DA BANCA EXAMINADORA

Carlos Eugênio Ellery Lustosa da Costa
Orientador (a)

Luis Henrique Bertolino Braido

João Manoel Pinho de Mello

Resumo

Neste trabalho, estudamos a literatura de mercado interbancário e como um banco central pode melhorar o seu funcionamento. Criamos um framework que pudesse acomodar os diferentes modelos de mercado interbancário e intervenção do banco central criados a partir de Bryant (1980) e Diamond and Dybvig (1983). Com isso mostramos que, em grande parte dos casos, os bancos com acesso ao mercado interbancário são incapazes de prover a alocação eficiente para os seus consumidores. Nesse ambiente, encontramos uma função para um banco central que, ao intervir no mercado interbancário, é capaz de induzir os bancos a oferecerem as mesmas alocações que seriam providas por um planejador central, ou seja, alocações eficientes.

PALAVRAS CHAVE: *Mercado Interbancário. Banco Central. Eficiência.*

Abstract

In this work, we studied the literature of the interbank market and how a central bank can improve its functioning. We developed a framework that could accommodate the different models of the interbank market and central bank intervention created from Bryant (1980) and Diamond and Dybvig (1983). With this we show that, in most cases, banks with access to the interbank market are unable to provide the efficient allocation for its consumers. In this environment we find a role for a central bank that, by intervening in the interbank market, is able to induce banks to offer the same allocations that would be provided by a social planner, that is, efficient allocations.

KEYWORDS: *Interbank Market. Central Bank. Efficiency.*

Sumário

1 Introdução

O mercado interbancário tem um papel fundamental no funcionamento do sistema financeiro. Ele deve permitir que liquidez seja prontamente transferida de bancos com excesso para bancos com deficit. Ele é o foco da implementação de política monetária pelo banco central e o funcionamento suave do mercado interbancário é essencial para a estabilidade do sistema financeiro. Apesar de sua importância e das consequências de seu bom funcionamento para a economia em geral, muito tempo se passou até que uma literatura começasse a se desenvolver sobre o assunto. Aparentemente, para que o estudo sobre mercados interbancários evoluísse, era necessária a criação de um bom ambiente de análise de funcionamento dos bancos em si.

Os trabalhos de Bryant (1980) e Diamond e Dybvig (1983) desenvolveram um ambiente que explicitava uma função importante dos bancos: a transformação de maturidades. Essa consiste em bancos coletarem depósitos e investirem em ativos de longo prazo de forma mais eficiente que os consumidores sozinhos poderiam fazer, provendo-lhes uma espécie de seguro. Esse tipo de modelo criava um ambiente onde mercados interbancários poderiam aparecer como uma parte importante de um arranjo financeiro ótimo.

O artigo seminal de Bhattacharya e Gale (1986) é o estudo pioneiro nessa área. Com um ambiente derivado de Diamond-Dybvig, onde os consumidores sujeitos a choques privados de preferência colocam seu dinheiro nos bancos em troca de um contrato de depósito, eles analisam uma situação onde cada banco se depara com choques de liquidez privados resultantes de uma maior fração de seus clientes revelarem-se impacientes. O artigo motiva a existência desses choques distributivos de liquidez, onde alguns bancos tem uma demanda por liquidez maior que outros, como proveniente da distribuição geográfica dos bancos. Os consumidores se tornam clientes de bancos nas suas proximidades e essas diferentes regiões podem sofrer diferentes choques exógenos que fariam com que mais pessoas precisassem de liquidez. Alguns exemplos seriam um maior desemprego em alguma região, ou um acidente da natureza como um terremoto ou furacão.

Além do choque de liquidez, cada banco tem informação privada sobre qual fração de seu portfolio é composta de ativos líquidos. Uma vez que no mundo real o espectro de possibilidades para características de ativos vai muito além de simplesmente "líquidos" ou "ilíquidos", essa última hipótese reflete a dificuldade de se monitorar o quão líquido é o portfólio dos bancos. Como os choques de liquidez são imperfeitamente correlacionados entre os bancos, o ambiente descrito acima claramente abre espaço para que os bancos provejam a eles mesmos um seguro contra necessidades de liquidez inesperadas. Em outras palavras, os bancos possuem incentivos para estabelecer um mercado interbancário.

Apesar disso, Bhattacharya e Gale (1986) mostram que, mesmo na ausência de cho-

ques agregados de liquidez sobre o setor bancário como um todo, os bancos são induzidos a subinvestir em ativos líquidos, se aproveitando da liquidez provida pelo mercado interbancário para atender suas necessidades de curto prazo de liquidez. A principal razão para esse comportamento é a menor rentabilidade dos ativos líquidos. Portanto, podemos ter um deficit de liquidez agregado mesmo com a existência de mercados interbancários. Assim, como Bhattacharya e Gale (1986) sugerem, um banco central pode mitigar esse problema ao monitorar, mesmo que imperfeitamente, as escolhas dos ativos dos bancos. Essa assimetria de informação evita que o mercado interbancário, mesmo com a intervenção do banco central, atinja o first best.

O modelo de Bhattacharya e Gale (1986) foi um começo promissor para uma literatura que estudasse mercados interbáncarios, provisão de liquidez ótima e fragilidade do sistema financeiro. Apesar disso, no seu modelo, o mercado interbancário ainda não fazia parte de um arranjo ótimo. Para isso seria necessário desenvolver um ambiente onde tanto o mercado financeiro quanto os intermediários financeiros tivessem um papel modelado desde o princípio. Allen e Gale (2004b) e Allen e Gale (2004a), entre outros como Fecht (2004), desenvolveram tal ambiente. Eles argumentam que o mercado financeiro e os intermediários financeiros são complementares. Os intermediários provêem um seguro para os consumidores contra os choques de preferências aos quais estes estão sujeitos. Os consumidores sozinhos não têm acesso ao mercado financeiro, pois este é muito custoso para eles devido a custos informacionais e de transação. A razão pela qual o mercado financeiro é importante nesse arcabouço é que os intermediários podem utilizá-lo para se assegurar e, portanto, assegurar seus clientes.

Consumidores depositam fundos em bancos em troca de um seguro de liquidez, podendo resgatá-los quando houver necessidade. Os bancos acumulam esses fundos e emprestam a empresas para financiar projetos de longo prazo. Existem dois tipos de incerteza que permeiam esse ambiente, os quais são o foco do contrato oferecido pelos bancos. O primeiro é que cada banco está exposto a um risco idiossincrático de liquidez, onde uma fração maior do que a esperada dos clientes de algum banco em particular pode precisar de liquidez mais cedo. O segundo tipo é um risco agregado de liquidez, onde em algum momento uma fração maior do que a esperada da população se revela impaciente, atingindo todos os bancos ao mesmo tempo.

O que Allen e Gale analisam nesse ambiente é a capacidade dos bancos de se protegerem contra esses choques de liquidez. Allen e Gale (2004b) mostram que essa capacidade depende da complitude do mercado financeiro. Se os mercados forem completos de tal forma que para cada estado agregado existem ativos de Arrow, então o sistema financeiro provê liquidez de forma eficiente, garantindo que os bancos estão protegidos contra os choques de liquidez aos quais estão sujeitos. Allen e Gale (2004a) exploram com mais

detalhes ramificações desse modelo, investigando o papel da liquidez na determinação do preço dos ativos.

A turbulência nos mercados interbancários durante a crise de 2007/2008 gerou interessantes contribuições à literatura. Dentre elas estão Allen et al. (2009) e Freixas et al. (2009), principal foco desse artigo.

Allen et al. (2009) mostram que o mercado interbancário é caracterizado por volatilidade excessiva quando existem poucas oportunidades para os bancos se protegerem contra os choques idiossincráticos e agregados. Eles analisam como o banco central pode intervir para reestabelecer eficiência, utilizando operações de mercado aberto para fixar a taxa de juros de curto prazo. Assim, o banco central efetivamente completa o mercado, um resultado em linha com o argumento de Goodfriend e King (1988) de que operações de mercado aberto são suficientes para resolver risco de liquidez no mercado interbancário.

Um resultado interessante que Allen et al. (2009) obtêm é que situações onde os bancos param de negociar no mercado interbancário podem ser consistentes com o ótimo restrito sugerido por ele quando o choque agregado é muito alto. Como os bancos consideram ótimo não dar calote, eles seguram liquidez suficiente para pelo menos atender a demanda agregada, recorrendo ao interbancário para pegar ou oferecer a liquidez resultante de seus choques idiossincráticos. Assim, ao antecipar um possível choque alto agregado, ele mantem liquidez suficiente para atendê-lo. Caso o choque agregado seja muito maior que o idiossincrático, no estado normal, é possível que todos os banco detenham mais liquidez do que precisam e, assim, não tenham que acessar o mercado interbancário. Nesse caso, mesmo com volume zero de transações no mercado interbancário, o banco central não precisa atuar dado que o evento é consistente com a alocação ótima restrita.

Freixas et al. (2009) desenvolvem um modelo onde a atuação do banco central na determinação da taxa de juros do mercado interbancário pode diretamente melhorar as condições de liquidez deste durante uma crise financeira. Consistente com a prática dos bancos centrais, a política ótima no modelo deles consiste em reduzir a taxa interbancária durante uma crise. Isso implica que a convencional separação entre política monetária e regulação prudencial deve ser abandonada. Eles introduzem dois estados da natureza diferentes em relação a distribuição da incerteza das necessidades de liquidez dos bancos. No estado "normal", não existe o choque idiossincrático e todos os bancos possuem a mesma demanda por liquidez. No estado "crise", metade dos bancos possuem alta demanda e a outra metade baixa demanda por liquidez. Assim, na perspectiva dos bancos, existe a incerteza de qual estado da natureza vai ocorrer e além disso, se tivermos uma crise, qual tipo de banco este será: o de baixa ou o de alta demanda por liquidez. Posteriormente, também é incluída incerteza agregada que ocorre independente dos estados da natureza.

Mostram, também, que existem múltiplos equilíbrios pareto ordenados associados a

diferentes pares de taxas interbancárias para o estado normal e crise. A multiplicidade de equilíbrios surge devido ao fato de que a oferta e a demanda por fundos no mercado interbancário são inelásticas. Essa inelasticidade é a característica chave do modelo de Freixas et al. (2009) e corresponde à natureza fundamentalmente inelástica das necessidades de liquidez de curto prazo dos bancos. Eles mostram que o papel do banco central é determinar uma única taxa de juros interbancária de equilíbrio e selecionar o equilíbrio que produz a alocação ótima.

A seção 2 apresenta o modelo que utilizaremos como base para discussão ao longo do artigo. A seção 3 mostra como seria a alocação eficiente, i.e., a que seria oferecida por um planejador central. A seção 4 discute como os bancos, com acesso ao mercado interbancário e sujeitos a diferentes tipos de incerteza, se comportam. A seção 5 mostra como o banco central pode intervir de forma diferente para cada distribuição de probabilidade dos choques de liquidez para melhorar a alocação dos consumidores. Concluimos com a seção 6.

2 Modelo

O modelo tem três datas, $t = 0, 1, 2$, e um contínuo de bancos competitivos, cada um com um contínuo de consumidores de medida um. Consumidores idênticos ex-ante são dotados de uma unidade de bem em $t = 0$ e aprendem seu tipo privado em $t = 1$. Com probabilidade $\lambda \in (0, 1)$, um consumidor é impaciente e precisa consumir em $t = 1$. Com probabilidade complementar $1 - \lambda$, o consumidor é paciente e precisa consumir em $t = 2$. Em $t = 0$, os consumidores depositam sua unidade de bem no seu banco em troca de um contrato de depósito que paga uma determinada quantidade quando resgatado na data 1 ou na data 2.

Existem duas tecnologias. A tecnologia de curto prazo, também chamada de ativo líquido, permite estocar bens da data t para a data $t+1$. A tecnologia de investimento de longo prazo, também chamada de ativo ilíquido, permite investir bens em $t = 0$ em troca de um retorno de $r > 1$ em $t = 2$. O investimento é de longo prazo, logo, não pode ser liquidado em $t = 1$.

A determinação de λ está sujeita a alguns tipos de incerteza. Em $t = 0$, os bancos não sabem qual será a sua própria demanda por liquidez em $t = 1$. Bhattacharya e Gale (1986) e Allen et al. (2009) consideram que metade dos bancos possuem uma alta demanda por liquidez enquanto a outra metade possui uma baixa demanda por liquidez. Além disso, Allen et al. (2009) consideram ainda que existe incerteza agregada, i.e., em um determinado estado da natureza, todos os bancos têm uma fração adicional de demanda agregada por liquidez. Enquanto nesses artigos no período 1 sempre temos o choque distributivo, Freixas et al. (2009) introduz dois estados da natureza no período 1, o "crise" e o "normal", sendo que no estado normal, ao contrário do que ocorre no estado crise, não temos o choque distributivo. Ao fazer com que o estado de crise tenha probabilidade igual a um, obtemos o ambiente de Allen et al. (2009). Se fizermos com que o estado crise e o estado com alto choque de demanda agregada tenha probabilidade zero, temos o Diamond e Dybvig (1983). Assim, utilizaremos como base o ambiente de Freixas et al. (2009) com a adição de incerteza agregada. Ao longo do artigo alternaremos a análise entre os possíveis choques, tentando expor ao máximo as diferentes contribuições da literatura.

Podemos imaginar que os choques distributivos de liquidez são decorrentes da distribuição geográfica dos bancos. Os consumidores se tornam clientes de bancos proximos a si, fazendo com que diferentes bancos tenham diferentes clientes em função de sua localização. Dessa forma, os diferentes choques que as diferentes regiões podem sofrer, como uma alta do desemprego ou um acidente ambiental grave, devem gerar diferentes demandas por liquidez.

Os choques agregados podem ser interpretados como eventos que afetem todas as

regiões ao mesmo tempo, como uma aversão ao risco generalizada. A determinação de λ é dada por:

$$\lambda_\theta^{ij} = \bar{\lambda} + \theta\delta + \begin{cases} +i\epsilon & \text{para } j = h \\ -i\epsilon & \text{para } j = l \end{cases}$$

onde $\epsilon > 0$ é o tamanho do choque distributivo de liquidez, $\delta > 0$ é o tamanho do choque agregado de liquidez e h e l representam, respectivamente, alta e baixa demanda por liquidez.

Vamos caracterizar o choque distributivo ("crise" ou "normal") pela variável aleatória $i \in I \equiv \{0, 1\}$ e o choque agregado pela variável aleatória $\theta \in \Theta \equiv \{0, 1\}$ de forma que

$$i = \begin{cases} 1 & \text{com prob } \rho \\ 0 & \text{com prob } 1 - \rho \end{cases}$$

$$\theta = \begin{cases} 1 & \text{com prob } \pi \\ 0 & \text{com prob } 1 - \pi \end{cases}$$

onde $i = 1$ e $\theta = 1$ indicam crise e choque agregado, respectivamente.

Vamos seguir a maior parte da literatura e restringir os bancos a oferecerem "contratos de depósito", onde o consumo do primeiro período também não pode ser contingenciado ao tipo realizado de choque idiossincrático do banco[1]. Bancos são idênticos ex-ante em $t = 0$. Em $t = 1$, cada banco aprende seu tipo privado $j \in J \equiv \{h, l\}$, onde

$$j = \begin{cases} h & \text{com prob } \frac{1}{2} \\ l & \text{com prob } \frac{1}{2} \end{cases}$$

Assumimos que $0 < \bar{\lambda} - \epsilon - \delta \leq \bar{\lambda} + \epsilon + \delta < 1$ para $i \in I$.

Resumindo, quando $i = 1$, uma crise ocorre. Na data 1, bancos do tipo $j = h$ têm uma demanda relativamente alta por liquidez e bancos do tipo $j = l$ têm uma demanda relativamente baixa por liquidez. Se esse estado fosse o único possível, ($\rho = 1$), teríamos o ambiente de Allen et al. (2009). Quando $i = 0$, não temos crise e todos os bancos possuem uma demanda por liquidez de $\bar{\lambda} + \theta\delta$ no período 1. Se esse estado fosse o único possível, ($\rho = 0$), teríamos o ambiente de Diamond e Dybvig (1983) [2]. Na data 2, bancos do tipo $j \in J$ tem uma fração de resgates de pacientes igual a $1 - \lambda_\theta^{ij}$, $i \in I$.

A utilidade do consumidor é dada por

$$U = \begin{cases} u(c_1) & \text{com prob } \lambda \\ u(c_2) & \text{com prob } 1 - \lambda \end{cases}$$

[1] Bhattacharya e Gale (1986) relaxa essa hipótese, deixando que os bancos ofereçam contratos com consumo do primeiro período contingentes

[2] Diamond e Dybvig (1983) também trata de incerteza agregada em sua seção 4, apesar do foco ser maior no modelo sem incerteza agregada, onde $\pi = 0$

onde u é crescente e concava.

A incerteza quanto as preferências ao longo do tempo gera um papel para os bancos como provedores de um seguro liquidez. Os bancos competem entre si oferecendo contratos aos consumidores em troca de sua dotação inicial e os consumidores respondem escolhendo os contratos mais atrativos dentre os oferecidos. Livre entrada garante que os bancos ofereçam contratos que maximizem o bem estar dos consumidores e tenham lucro zero em equilíbrio. Se não fosse o caso, um outro banco poderia entrar e obter um lucro positivo oferecendo um contrato melhor.

Não há perda de generalidade em assumir que os consumidores depositam sua dotação inteira nos bancos na data 0 dado que os bancos podem fazer qualquer alocação que os consumidores fariam. Os consumidores não podem diversificar depostitando recursos em mais de um banco. Assim, os bancos investem $\alpha \in [0,1]$ no ativo ilíquido, estocam $1-\alpha$ no ativo líquido e oferecem um contrato tal que o depositante recebe c_1[3] se resgatar na data 1 ou $c_{2\theta}^{ij}$, a divisão do que sobrou de bens no banco j entre os seus depositantes pacientes, caso resgate na data 2.

A utilidade esperada do consumidor em $t=0$ é

$$\mathbb{E}[U] = \mathbb{E}[\lambda_\theta^{ij} u(c_1) + (1-\lambda) u(c_{2\theta}^{ij})] \tag{1}$$

Da mesma forma que a incerteza nas preferências dos consumidores gera um papel para os bancos como provedores de seguro, as hipóteses acima e as incertezas de demanda por liquidez dos próprios bancos geram um interesse destes em prover entre si um seguro contra choques inesperados de demanda por liquidez. Como α é fixado na data 0, um banco não pode prover a si próprio liquidez extra alterando α quando a demanda por liquidez for realizada. Por outro lado, os bancos podem coletivamente prover liquidez extra após suas necessidades de liquidez se tornarem conhecidas. Em outras palavras, eles têm incentivos para estabelecer um mercado interbancário walrasiano[4] em $t=1$.

Em $t=1$, os consumidores e os bancos aprendem seus tipos. O banco j toma emprestado $f_\theta^{ij} \in \mathbb{R}$ ativos líquidos no mercado interbancário ($f_\theta^{ij}<0$ representa um empréstimo feito ao mercado interbancário) e os depositantes impacientes resgatam c_1. Na data 2, o banco j paga a sua dívida $f_\theta^{ij}\eta_\theta^i$ (referente ao empréstimo tomado no período

[3] Bhattacharya e Gale (1986) permitem que o consumo do primeiro período seja contingente ao tipo do banco.

[4] Bhattacharya e Gale (1986) examinam o caso onde o investimento e o choque idiossincrático não são observaveis, o que cria um problema de free rider em um mercado Walrasiano, pois os bancos tenderiam a subinvestir no ativo líquido, contando com a liquidez que será provida pelos outros bancos. Assim o planejador central de Bhattacharya e Gale (1986) utiliza desenho de mecanismo para incentivar os bancos a dizerem a verdade, mas atinge apenas o second best, diferentemente de Allen et al. (2009) e Freixas et al. (2009)

anterior) e o resto dos clientes do banco resgatam seus depositos, onde η_θ^i é a taxa de juros do mercado interbancário. Como os bancos podem estocar ativos líquidos entre as datas 1 e 2, eles nunca emprestam ativos por um retorno menor que um, assim $\eta_\theta^i \geq 1$ para todo $(i, \theta) \in I \times \Theta$.

As restrições orçamentárias do banco j para as datas 1 e 2 são

$$\lambda_\theta^{ij} c_1 = 1 - \alpha - \beta_\theta^{ij} + f_\theta^{ij} \qquad \text{para } (i, j, \theta) \in I \times J \times \Theta \tag{2}$$

$$(1 - \lambda_\theta^{ij}) c_{2\theta}^{ij} = \alpha r + \beta_\theta^{ij} - f_\theta^{ij} \eta_\theta^i \qquad \text{para } (i, j, \theta) \in I \times J \times \Theta, \tag{3}$$

respectivamente, onde $\beta_\theta^{ij} \in [0, 1 - \alpha]$ é a quantidade de ativos líquidos que o banco do tipo j estoca do período 1 para o período 2. Assumimos que o coeficiente de aversão ao risco relativo é maior que um[5], o que implica que os bancos provêem um seguro com menor risco. Também assumimos que os bancos emprestam liquidez quando indiferentes entre emprestar e estocar. Consideramos apenas parâmetros tais que não existe default de bancos em equilíbrio. Assim, assumimos que a compatibilidade de incentivos é respeitada:

$$c_{2\theta}^{ij} \geq c_1 \qquad \text{para todo } (i, j, \theta) \in I \times J \times \Theta$$

o que descarta corridas bancárias baseadas em altos choques de liquidez, i.e., ainda que o banco de um consumidor paciente tenha uma alta demanda por liquidez no primeiro período, sobram recursos suficientes para que o consumo no segundo período seja maior do que no primeiro, então o paciente no primeiro período prefere esperar para resgatar no segundo período ao invés de resgatar na data 1 e estocar para o período seguinte. [6]

O banco maximiza a utilidade esperada de seus clientes escolhendo α, c_1 e $\{c_{2\theta}^{ij}, \beta_\theta^{ij}, f_\theta^{ij}\}_{(i,j,\theta) \in I \times J \times \Theta}$. A partir da restrição orçamentária da data 1 dada por (2), podemos isolar a necessidade de financiamento do banco j como

$$f_\theta^{ij}(\alpha, c_1, \beta_\theta^{ij}) = \lambda_\theta^{ij} c_1 - (1 - \alpha) + \beta_\theta^{ij} \qquad \text{para } (i, j, \theta) \in I \times J \times \Theta \tag{4}$$

Substituindo f_θ^{ij} da forma acima na restrição orçamentária da data 2 dada por (3) e rearrumando, obtemos o consumo do depositante impaciente como

$$c_{2\theta}^{ij}(\alpha, c_1, \beta_\theta^{ij}) = \frac{\alpha r + \beta_\theta^{ij} - [\lambda_\theta^{ij} c_1 - (1 - \alpha) + \beta_\theta^{ij}] \eta_\theta^i}{1 - \lambda_\theta^{ij}} \tag{5}$$

[5] Essa hipótese sobre o coeficiente relativo de aversão a risco Arrow-Pratt é empiricamente plausível, a luz de estudos como Hansen e Singleton (1983)

[6] Allen e Gale (2004a) estudam as consequências de relaxarmos essa hipotese, deixando uma fração dos bancos dar default. Default nesse caso seria não respeitar a restrição de compatilidade de incentivos para algum $(i^d, j^d, \theta^d) \in I \times J \times \Theta$. O consumidor paciente, ao se deperar com a realização (i^d, j^d, θ^d) em $t = 1$, anteciparia que ele receberia menos resgatando em $t = 2$ do que resgatando em $t = 1$ e estocando, assim, ele corre. O banco, antecipando isso, liquida todo seu patrimônio e o divide entre todos os seus clientes.

O problema de maximização dos bancos pode ser escrito como

$$\max_{\substack{\alpha \in [0,1] \\ c_1, \{\beta_\theta^{ij}\}_{(i,j,\theta) \in I \times J \times \Theta} \geq 0}} \quad \mathbb{E}[U] \tag{6}$$

$$\text{s.a.} \quad \beta_\theta^{ij} \leq 1 - \alpha \tag{7}$$

$$c_{2\theta}^{ij}(\alpha, c_1, \beta_\theta^{ij}) = \frac{\alpha r + \beta_\theta^{ij} - [\lambda_\theta^{ij} c_1 - (1-\alpha) + \beta_\theta^{ij}]\eta_\theta^i}{1 - \lambda_\theta^{ij}} \tag{8}$$

onde $(i, j, \theta) \in I \times J \times \Theta$.

A condição de compensação de mercados é

$$f_\theta^{ih} = -f_\theta^{il} \qquad \text{para } i \in I \tag{9}$$

Um equilíbrio consiste de taxas de juros interbancárias contingentes e uma alocação tal que os bancos maximizem lucro, os consumidores realizem seus resgates de forma a maximizar sua utilidade esperada e que o mercado interbancário se compense.

3 First best

Nessa seção, vamos encontrar a alocação eficiente, aquela que seria provida por um planejador central.

3.1 First best sem incerteza agregada

Para encontrar o first best, consideramos um planejador que pode observar o tipo dos agentes. O planejador pode ignorar os choques distributivos. No caso sem incerteza agregada, o planejador maximiza a utilidade esperada dos consumidores sujeito a restrições de factibilidade:

$$\begin{aligned} \max_{\alpha\in[0,1];c_1,\beta\geq 0} \quad & \bar{\lambda}u(c_1) + (1-\bar{\lambda})u(c_2) \\ \text{s.a.} \quad & \bar{\lambda}c_1 \leq 1-\alpha-\beta \\ & (1-\bar{\lambda})c_2 \leq \alpha r + 1 - \alpha + \beta - \bar{\lambda}c_1 \\ & \beta \leq 1-\alpha \end{aligned}$$

As condições de primeira ordem e as restrições ativas fornecem as alocações first best implicitamente definidas por

$$u'(c_1^*) = ru'(c_2^*) \tag{10}$$

$$\bar{\lambda}c_1^* = 1-\alpha^* \tag{11}$$

$$(1-\bar{\lambda})c_2^* = \alpha^* r \tag{12}$$

$$\beta^* = 0 \tag{13}$$

A equação (10) mostra que no first best a razão entre utilidades marginais do período 1 e 2 são iguais ao retorno marginal sobre o investimento r.

3.2 First best com incerteza agregada

O planejador oferece contratos onde o consumo do primeiro período não pode ser contingente ao estado agregado, sendo restrito nesse sentido assim como os bancos. Por esse motivo, chamamos a alocação gerada pelo planejador de alocação eficiente restrita. Novamente, o planejador pode ignorar os choques distributivos. Agora, contudo, a fração agregada de consumidores impacientes é incerta e igual a $\lambda_\theta = \bar{\lambda} + \theta\delta$. O problema do

planejador é

$$\begin{aligned} \max_{\alpha \in [0,1]; c_1} \quad & \mathbb{E}[\lambda_\theta u(c_1) + (1-\lambda_\theta) u(c_{2\theta})] \\ \text{s.a.} \quad & \lambda_\theta c_1 \leq 1 - \alpha \\ & (1-\lambda_\theta) c_{2\theta} = \alpha r + 1 - \alpha - \lambda_\theta c_1 \qquad \theta \in \Theta \end{aligned}$$

Vamos denotar a alocação eficiente restrita por $\{\bar{\alpha}, \bar{c_1}, \bar{c_{20}}, \bar{c_{21}}\}$ a fim de diferenciá-la da alocação first best.

Podemos reduzir o problema escrevendo $(1-\bar{\alpha})$ em função de $\bar{c_1}$. É intuitivo que o planejador não investiria em liquidez mais do que o necessário para suprir a demanda agregada no choque alto, i.e., não poderiamos ter $(1-\bar{\alpha}) > \lambda_1 \bar{c_1}$. De fato, suponha por contradição que temos $(1-\bar{\alpha}) - \lambda_1 \bar{c_1} = \psi > 0$. Caso o planejador reduzisse $(1-\bar{\alpha})$ em $\frac{\psi}{2}$ e investisse esse valor no ativo longo, ele conseguiria aumentar o consumo do paciente, dado que $r > 1$, sem alterar o consumo do impaciente, aumentando assim a utilidade esperada ex-ante. Portanto, em equilíbrio, temos que $(1-\bar{\alpha}) = \lambda_1 \bar{c_1} = (\bar{\lambda} + \delta)\bar{c_1} > \lambda_0 \bar{c_1}$. Assim, uma das restrições do primeiro período não é ativa e podemos descartá-la. As outras três restrições valem com igualdade e, portanto, podemos substituí-las diretamente na função objetivo. Assim o problema do planejador pode ser escrito como

$$\max_{c_1} \ \mathbb{E}[\lambda_\theta u(c_1) + (1-\lambda_\theta) u(\frac{(1-\theta)\delta c_1 + (1-\lambda_1 c_1) r}{1-\lambda_\theta})]$$

A condição de primeira ordem para c_1 é dada por

$$\mathbb{E}[\lambda_\theta u'(\bar{c_1}) + u'(\frac{(1-\theta)\delta \bar{c_1} + (1-\lambda_1 \bar{c_1}) r}{1-\lambda_\theta})((1-\theta)\delta - \lambda_1 r)] = 0 \tag{14}$$

Diferenciando mais uma vez, temos que a condição de segunda ordem é respeitada, dado que $u'' < 0$, e que a alocação eficiente restrita é única. Com o o que foi descrito acima vemos que a alocação eficiente restrita tem as seguintes características:

$$\begin{aligned} 1 - \bar{\alpha} &= \lambda_1 \bar{c_1} = (\bar{\lambda} + \delta)\bar{c_1} \\ \bar{c_{20}} &= \frac{\delta \bar{c_1} + \bar{\alpha} r}{1 - \lambda_0} \\ \bar{c_{21}} &= \frac{\bar{\alpha} r}{1 - \lambda_1} \end{aligned}$$

4 Mercado interbancário

Vamos buscar nessa seção os equilíbrios em expectativas racionais do mercado interbancário para diferentes perfis de incerteza. Esse processo consiste em encontrar quais são os equilíbrios ex-post, i.e., as taxas de juros que igualariam a oferta e demanda por liquidez no período 1, e dentre estas, encontrar quais taxas seriam ex-ante consistentes com expectativas racionais, ou seja, quais delas gerariam os incentivos corretos de investimento por parte dos bancos.

Vamos começar com o caso onde existem apenas choques distributivos, i.e., $\pi = 0$ e $\rho \in [0, 1]$. Para melhor entendermos essa situação, separamos a análise para diferentes valores de ρ. Vamos estudar os casos onde o estado de crise nunca ocorre, $\rho = 0$, e quando o estado de crise sempre ocorre, $\rho = 1$. O estudo desses caso extremos, onde temos um estado único de liquidez, vai nos dar subsídios para analisar o caso geral, onde $\rho \in [0, 1]$. Com isso, vamos partir para a inclusão de incerteza agregada no modelo.

4.1 Interbancário sem incerteza agregada: $\pi = 0$

Para que um equilíbrio seja sustentável da perspectiva ex-ante ele precisa satisfazer as condições de primeira ordem do problema dos bancos.

Vamos calcular as equações de Euler e de não arbitragem do problema do banco j dado pelas equações (6) - (8) desconsiderando o choque de incerteza agregada.

Lema 1 *As condições de primeira ordem em relação a c_1 e α são respectivamente*

$$u'(c_1) = \mathbb{E}[\frac{\lambda^{ij}}{\lambda}\eta^i u'(c_2^{ij})] \tag{15}$$

$$\mathbb{E}[\eta^i u'(c_2^{ij})] = r\mathbb{E}[u'(c_2^{ij})] \tag{16}$$

A equação (15) é a equação de Euler do problema dos bancos e determina o nível de investimento α em função de η^i para $i \in I$. A equação (16) é condição de não arbitragem, que deixa os bancos indiferentes entre manter ativos líquidos por um retorno de η^i ou o ativo longo por um retorno r. Um corolário da demonstração do Lema 1 é que os bancos não estocam liquidez na data 1:

$$\beta^{ij} = 0 \quad \text{para todo} \quad i \in I, j \in J \tag{17}$$

A condição de compensação dos mercados (9), junto com a equação demanda por emprés-

timo (4), determina $c_1(\alpha)$ e $f^{ij}(\alpha)$ como função de α:

$$\begin{aligned} c_1(\alpha) &= \frac{1-\alpha}{\bar{\lambda}} && (18) \\ f^{ij}(\alpha) &= (1-\alpha)(\frac{\lambda^{ij}}{\bar{\lambda}} - 1) && (19) \\ &= \begin{cases} i\epsilon c_1 \text{ para } & i \in I, j = h \\ -i\epsilon c_1 \text{ para} i & \in I, j = l \end{cases} && (20) \end{aligned}$$

Como no estado $i = 0$ os bancos têm a mesma demanda por liquidez, não ocorrem transações no mercado interbancário e, assim, os consumidores pacientes dividem o investimento feito no ativo de longo prazo:

$$c_2^0(\alpha) = \frac{\alpha r}{1-\bar{\lambda}} \tag{21}$$

Veremos a determinação de α nas seções seguintes.

4.1.1 Estado único de liquidez: $\rho \in \{0,1\}$

Estudaremos primeiramente os casos onde $\rho \in \{0,1\}$. Com $\rho = 0$, temos o ambiente e resultado de Diamond e Dybvig (1983) e seria um estado onde o tipo de "crise" da forma como Freixas et al. (2009) define não ocorre. Com $\rho = 1$, temos o ambiente de Allen et al. (2009) e Bhattacharya e Gale (1986) de certa forma, onde sempre temos o choque distributivo de liquidez. O estudo separado desses casos nos ajuda a entender o caso geral onde $\rho \in [0,1]$

A taxa de juros do mercado interbancário é uma característica do ambiente a qual todos os bancos estão igualmente sujeitos. Assim, diferentes taxas de juros só podem ocorrer para diferentes estados da natureza. No modelo original, o estado da natureza é caracterizado pelo par de variáveis aleatórias $(i,\theta) \in I \times \Theta$. Assim, poderíamos ter $\#I \times \Theta = 4$ taxas de juros diferentes. Nos casos que estudaremos nessa subseção, apenas um desses quatro estados podem acontecer, existindo assim apenas uma taxa de juros relevante. Com apenas um estado da natureza com probabilidade positiva $\hat{i} \in I$, vemos a partir da equação (16) que, para os bancos terem incentivos ex-ante de investir tanto no ativo curto quanto no longo, a taxa de empréstimo interbancária deve se igualar ao retorno do ativo de longo prazo:

$$\begin{gathered} \mathbb{E}_{ij}[\eta^{\hat{i}} u'(c_2^{\hat{i}j})] = r\mathbb{E}_{ij}[u'(c_2^{\hat{i}j})] \Rightarrow \mathbb{E}_j[\eta^{\hat{i}} u'(c_2^{\hat{i}j})] = r\mathbb{E}_j[u'(c_2^{\hat{i}j})] \Rightarrow \\ \Rightarrow \eta^{\hat{i}} \mathbb{E}_j[u'(c_2^{\hat{i}j})] = r\mathbb{E}_j[u'(c_2^{\hat{i}j})] \Rightarrow \eta^{\hat{i}} = r \end{gathered}$$

Com $\rho = 0$, não temos crise. Todos os bancos são idênticos ex-ante e ex-post, por isso não temos transações no mercado interbancário. Apesar de não haver transações, a taxa

de juros interbancária ainda tem o papel de compensar os mercados: Ela é taxa tal que a demanda por liquidez no período 1 dos bancos é igual a zero.

Proposição 1 *Para $\rho = 0$, o equilíbrio é caracterizado por $\eta^0 = r$ e tem uma alocação única first best igual a c_1^*, c_2^*, α^**

A demontração é simples. Com apenas o estado da natureza onde não ocorre crise, temos que $\eta^0 = r$ por (16). Com isso, (15) fica igual a (10) e as restrições orçamentárias do bancos se simplificam para $c_1 = \frac{1-\alpha}{\bar{\lambda}}$ e $c_2 = \frac{\alpha r}{\bar{\lambda}}$. Assim, o problema do banco fica igual ao do planejador central.

Quando $\rho = 0$, a chave para o banco ser capaz de prover um seguro para o consumidor impaciente é que o banco pode pagar um retorno implícito nos depósitos da data 1 para a data 2 de apenas $\frac{c_2^*}{c_1^*}$ que é menor do que r. Esse resultado decorre de (10) e da hipótese de que o coeficiente de aversão ao risco relativo é maior que 1.

No caso onde $\rho = 1$, a crise sempre ocorre, no período 1 metade dos bancos tem uma alta demanda por liquidez, $(\bar{\lambda} + \epsilon)$, e a outra metade uma baixa demanda por liquidez, $(\bar{\lambda} - \epsilon)$. Como é um caso com apenas um possível estado agregado, temos que a taxa de juros do mercado interbancário que é consistente com o equilíbrio ex-ante é novamente $\eta^1 = r$. Assim, no período 1 o mercado interbancário movimentará um volume de recursos igual a ϵc_1, gerando uma incerteza no consumo do individuo paciente, dado que ele que em última instância ele que recebe ou paga os empréstimos realizados no período 1. Assim o consumidor paciente tem consumo incerto, sendo este alto caso seu banco seja o de baixa fração de impacientes e baixo caso seu banco tenha alta fração de consumidores impacientes. Os bancos precisam recompensar de certa forma o paciente por sua incerteza, lhe oferencendo um maior valor esperado de consumo. Para isso, os bancos precisam investir mais no ativo longo, o que acaba reduzindo o consumo do impaciente.

Proposição 2 *Com $\rho = 1$, existe em equilíbrio em expectativas racionais caracterizado por $\eta^1 = r$ que possui uma única alocação subótima*

$$\begin{aligned} c_1 &< c_1^* \\ c_2^{1h} &< c_2^* < c_2^{1l} \\ \alpha &> \alpha^* \end{aligned}$$

4.1.2 Múltiplos estados de liquidez: $\rho \in (0, 1)$

Vamos avaliar agora o caso geral onde $\rho \in [0, 1]$. Para isso é conveniente formalizar o conceito de *equilíbrio ex-post*, que se refere à taxa de juros que compensa o mercado interbancário no estado i na data 1, condicional a um α e c_1 dados. Vamos utilizar o termo

equilíbrio ex-ante para se referir a esse conceito de equilíbrio na perspectiva da data 0.

Primeiro, mostraremos que a taxa de juros de equilíbrio ex-post é indeterminada. No estado $i = 1$, a oferta de liquidez dos bancos do tipo l ao mercado interbancário é

$$- f^{1l}(\eta^1) \ = \begin{cases} \epsilon c_1 \text{ para } \eta^1 \geq 1 \\ 0 \quad \text{para } \eta^1 < 1 \end{cases} \tag{22}$$

O banco do tipo l tem oferta de liquidez inelástica para uma taxa de juros acima de um pois sua alternativa para emprestar é estocar, que tem retorno igual a um.

O banco do tipo h tem demanda por liquidez igual a

$$f^{1h}(\eta^1) \ = \begin{cases} \epsilon c_1 \text{ para } \eta^1 \geq 1 \\ \infty \text{ para } \eta^1 < 1 \end{cases} \tag{23}$$

Freixas et al. (2009) coloca um limite de superior de $\frac{(1-\bar{\lambda})(c_2^0 - c_1)}{\epsilon c_1}$ para a taxa de juros ex-post que o banco com alta demanda por liquidez demandaria recursos. Ele argumenta, de forma correta, que para qualquer taxa acima desta o consumo do paciente ficaria inferior ao do impaciente, o que violaria a restrição de compatibilidade de incentivos. Contudo não consideramos que esse seja um limite para a taxa ex-post, e sim um limite ex-ante. Temos assim que quando formos avaliar se as taxas de juros são consistentes com um equilíbrio em expectativas racionais, ver se estas implicam $c_2^{1j} \geq c_1$. Mas novamente, essa seria uma preocupação ex-ante, pois ex-post os bancos estão preocupados apenas em não dar calote nos seus consumidores impacientes.

No estado $i = 0$, cada banco possui uma demanda inelástica por liquidez de

$$f^{0j}(\eta^0) \ = \begin{cases} 0 \quad \text{para } \eta^1 \geq 1 \\ \infty \text{ para } \ \eta^1 < 1 \end{cases} \tag{24}$$

Assim, temos o seguinte lema sobre a taxa de juros ex-post:

Lema 2 *A taxa de juros de equilíbrio ex-post η^i é indeterminada:*

$$\eta^i \ \geq \ 1 \tag{25}$$

Esse resultado ressalta o principal aspecto de Freixas et al. (2009): a demanda e a oferta de liquidez são fundamentalmente inelásticas. Pela própria natureza do financiamento de curto prazo, liquidez em excesso tem pouco valor fundamental para o banco que a possui no curto prazo, enquanto a demanda de curto prazo por liquidez é de alto valor fundamental para o banco que a requer para evitar o default sobre seus clientes. A taxa de juros η^i determina como os ganhos com as operações interbancárias são divididas ex-post

entre os bancos. Taxas baixas beneficiam bancos ilíquidos e seus credores e reduzem o risco de consumo dos consumidores pacientes, o que aumenta a utilidade esperada ex-ante de todos os depositantes.

Freixas et al. (2009) mostram que nesse ambiente existe um contínuo de equilíbrios ex-ante Pareto ordenáveis. Na perspectiva ex-ante, as taxas de juros precisam respeitar as condições de primeira ordem dos bancos para que estes tenham incentivos para deter ambos os ativos (curto e longo) e para prover a melhor distribuição de recursos no tempo para os consumidores no período zero. Além disso, as taxas de juros devem garantir que o consumo do paciente seja superior ao do impaciente, respeitando a restrição de compatibilidade de incentivos.

Vamos mostrar que, para $\rho \in (0,1)$, existe pelo menos um equilíbrio que atinge o first best. Posteriormente veremos que o banco central se aproveitará disso para tentar induzir esse equilíbrio em particular.

Para que o consumo dos pacientes não seja incerto (termos distribuição ótima de risco no período 2), i.e., $c_2^{1l} = c_2^{1h}$, temos que a taxa de juros do estado de crise deve se igualar ao retorno ótimo dos depósitos bancários first best:

$$\eta^1 = \eta^{1*} = \frac{c_2^*}{c_1^*} < r \tag{26}$$

onde c_2^* e c_1^* são os consumos oferecidos no contrato first best. De fato se utilizarmos as condições de primeira ordem do planejador central sem incerteza agregada, e substituirmos na expressão que determina c_2^{1j} (5.2), temos que

$$c_2^{1l} = c_2^{1h} = \frac{\alpha r}{1-\bar{\lambda}} \tag{27}$$

Assim para que o consumidor paciente não enfrente risco é necessário que a taxa de juros no estado de crise seja baixa em relação a r. Para que ex-ante o par de taxas de juros seja consistente com a condição de não arbitragem dos bancos, a taxa de juros no estado sem crise tem que ser alta em relação a r. Escrevendo a condição de não arbitragem dos bancos (16) de forma explicita e substituindo nesta η^1, c_2^{1j} e c_2^0, encontramos a taxa de juros no estado normal:

$$\eta^0 = r + \frac{\rho(r - \frac{c_2^0}{c_1})}{1-\rho} \tag{28}$$

Substituindo esse valor na equação de euler (15) e rearrumando temos que $u'(c_1) = ru'(c_2^0)$. Essa é a condição de primeira ordem do planejador e implica que $\alpha = \alpha^*, c_1 = c_1^*$ e $c_2^0 = c_2^*$, a alocação first best. Com esses valores confirmados temos que a taxa de juros no estado

sem crise é igual a

$$\eta^0 = \eta^{0*} = r + \frac{\rho(r - \frac{c_2^*}{c_1^*})}{1-\rho} > r \tag{29}$$

Assim encontramos, dentre todos os possíveis equilíbrios em expectativas racionais, um que é idêntico ao first best.

Proposição 3 *Com $\rho \in (0,1)$, existe um contínuo de equilíbrios ex-ante com diferentes alocações pareto ordenáveis. Em particular, existe um equilíbrio ex-ante first best com*

$$\begin{aligned}
\eta^1 &= \frac{c_2^*}{c_1^*} < r \\
\eta^0 &= \eta^{0*} > r \\
\alpha &= \alpha^* \\
c_1 &= c_1^* \\
c_2^{ij} &= c_2^* \qquad \textit{para } (i,j) \in I \times J
\end{aligned}$$

4.2 Interbancário com incerteza agregada: $\pi > 0$

Vamos expor agora como é o problema dos bancos com os choques agregados e distributivos. Para esse caso mais complexo, vamos considerar que o choque distributivo sempre ocorre, i.e., $\rho = 1$. Assim, consideramos que estamos sempre no estado de crise, ou seja, $i = 1$. Isso vai facilitar a nossa análise e é o caso estudado na seção 4 de Allen et al. (2009). Teremos duas taxas de juros relevantes, uma para cada estado agregado, η_0 e η_1. Por simplicidade de notação, também vamos retirar o superescrito i que sempre será igual a um, ou seja, $\lambda_\theta^j \equiv \lambda_\theta^{1j}$ e $c_{2\theta}^j \equiv c_{2\theta}^{1j}$. Resolvendo o problema dos bancos descrito por (6) - (8), temos um resultado similar ao lema (1). Teremos a mesma condição de não arbitragem, sendo que a esperança agora é tomada em $J \times \Theta$ ao invés de $J \times I$, e uma equação de Euler ligeiramente diferente.

Lema 3 *As condições de primeira do problema dos bancos, com incerteza agregada e crise sempre ocorrendo, em relação a c_1 e α são*

$$u'(c_1) = \mathbb{E}_{j\theta}[\frac{\lambda_\theta^j}{\bar{\lambda} + \pi\delta}\eta_\theta u'(c_{2\theta}^j)] \tag{30}$$

$$\mathbb{E}_{j\theta}[\eta_\theta u'(c_{2\theta}^j)] = r\mathbb{E}_{j\theta}[u'(c_{2\theta}^j)] \tag{31}$$

Como os bancos acham ótimo não dar default, temos que eles carregam liquidez o suficiente para que no período 1 exista liquidez agregada para suprir a necessidade da população em todos os possíveis estados, logo, $(1-\alpha) \geq (\bar{\lambda} + \delta)c_1 > \bar{\lambda}c_1$. Assim, no

estado $\theta = 0$, existe um excesso de liquidez no mercado. Nesse caso, a taxa de juros do interbancário teria que ficar igual a um para igualar a oferta e demanda por liquidez. Se η_0 fosse inferior a um, nenhum banco estaria disposto a emprestar dinheiro, pois seria mais vantajoso estocar seu excesso de liquidez para o período seguinte. Caso η_0 fosse superior a um, todos os bancos com excesso de liquidez estariam dispostos a emprestar dinheiro, mas como existe um excesso de liquidez agregada a oferta seria superior a demanda desta. A única forma da oferta e demanda por liquidez se igualarem é fazer com que os bancos com excesso de liquidez fiquem indiferentes entre emprestar ou estocar para o período seguinte, o que só é possível com $\eta_0 = 1$.

Com a argumentação anterior, concluímos que um excesso de liquidez agregada no período 1 leva a taxa de juros do mercado interbancário para um[7]. Repare que, se a taxa de juros no estado de alto choque agregado, η_1, também fosse igual a um, o ativo longo dominaria o ativo curto e nenhum banco carregaria liquidez da data 0 para a data 1. Essa situação seria equivalente ao banco oferecer um contrato ótimo no período 0 já sabendo qual tipo ele seria no período 1. Esses dois pontos nos levam à conclusão de que não podemos ter excesso de liquidez nos dois estados da natureza. O fato dos bancos acharem ótimo evitar default e o fato que $\delta > 0$ faz com que o excesso de liquidez no estado de choque baixo agregado de liquidez seja inevitável. Assim, no estado de choque alto de liquidez, teremos a demanda por liquidez igual a liquidez agregada carregada pelos bancos da data 0 para a data 1. Como a demanda é dada, temos que a liquidez ótima carregada por cada banco é dada por $(1 - \alpha) = (\bar{\lambda} + \delta)c_1$. É intuitivo que η_1 seja maior que r, caso contrário o ativo longo dominaria o ativo curto.

Como os bancos se preparam para o estado com alto choque de demanda por liquidez agregada, caso o choque agregado de demanda por liquidez δ for maior que o choque idiossincrático de demanda por liquidez ϵ, no estado $\theta = 0$, mesmo o banco que teve alta demanda idiossincrática terá liquidez o suficiente para atender seus consumidores impacientes. De fato, o banco tem de liquidez $(1 - \alpha) = (\bar{\lambda} + \delta)c_1 > (\bar{\lambda} + \epsilon)c_1$. Nesse caso, o volume de transações no mercado interbancário é zero e isso não é um problema.

[7] Estamos chamando de taxa de juros na verdade o retorno do empréstimo, que seria a (taxa de juros +1). No caso descrito acima, a taxa de juros seria na verdade zero

5 Atuação do banco central

Nessa seção, vamos estudar como o banco central pode atuar no mercado interbancario para melhorar a utilidade esperada dos consumidores, dado que livre entrada e competição perfeita no setor bancário garantem que maximizá-la é o objetivo dos bancos. Assim, como os bancos provêem um seguro para os consumidores, protegendo-lhes parcialmente contra incerteza em suas preferências, o banco central deve prover um certo seguro aos bancos e, indiretamente, aos consumidores, contra a incerteza quanto à sua demanda por liquidez no primeiro período.

Por enquanto, em nosso modelo, o mercado interbancário faz parte de um arranjo ótimo e vamos estudar como o banco central pode torná-lo mais eficiente. No entanto, a literatura não começou assim. Em Bhattacharya e Gale (1986), o mercado interbancário não faz parte de um arranjo ótimo, o que ocorre devido à hipótese de que o investimento e o choque de liquidez dos bancos do primeiro período não são observáveis. Voltaremos nesse caso mais tarde. Por enquanto, o banco central deve tentar ajustar a taxa de juros do mercado interbancário para prover incentivos para que os bancos no período 0 investam tanto em liquidez quanto no ativo longo e fazer com que a redistribuição de liquidez no período 1 seja feita de maneira ótima. Vamos estudar o caso sem incerteza agregada para depois ver o caso com incerteza agregada.

5.1 Intervenção do banco central no mercado interbancário sem incerteza agregada: $\rho \in (0, 1)$ e $\pi = 0$

Vamos estudar primeiro o problema sem incerteza agregada. No caso $\rho = 0$, o próprio mercado interbancário atinge o first best, sem a necessidade de intervenção do banco central. Trataremos o caso $\rho = 1$ mais a frente. No caso com $\rho \in (0, 1)$, a característica chave para a intervenção do banco central é a inelasticidade da oferta e da demanda por liquidez no período 1 evidenciada pelo lema 2 e a proposição 3. Na data 1, a necessidade de financiamento dos bancos com alta demanda por liquidez é idêntica ao excesso de liquidez dos bancos que tiveram baixa demanda por liquidez. Como os bancos com excesso de liquidez não têm uso presente para esta, ex-post ele aceitaria qualquer taxa de juros superior a um para emprestá-la. Por outro lado, para os bancos com necessidade de liquidez ela é vital para poder cumprir seus contratos com os consumidores que se revelaram impacientes. Os bancos ilíquidos ex-post aceitariam tomar liquidez emprestada a qualquer taxa de juros, desde de que essa não fosse alta o suficiente para prejudicar os seus clientes pacientes que, em última instância, são os que pagam o empréstimo tomado por seu banco para não dar calote nos consumidores impacientes.

Temos, assim, uma faixa de valores que igualariam a oferta e demanda por liquidez

em cada estado ex-post e, segundo a proposição (3), para $\rho \in (0,1)$ existe um par de taxas de juros (η^{0*}, η^{1*}) que ex-ante suporta a alocação first best. Isso apresenta uma oportunidade para o banco central entrar e forçar com que as taxas de juros praticadas no período 1 sejam iguais a estas que geram a alocação first best. Para isso, basta que em cada estado o banco central ofereça liquidez para taxas de juros superiores a η^{i*} e demande liquidez para taxas de juros inferiores a η^{i*}. Note que a necessidade de financiamento e o excesso de liquidez dos bancos são fixas e idênticas, assim, qualquer quantidade ofertada ou demandada pelo banco central gera um excesso de oferta ou excesso de demanda por liquidez, o que reduz ou aumenta a taxa de juros até que essa disparidade seja corrigida, travando a taxa de juros em η^{i*}.

De forma explícita, o banco central pode anunciar no período zero que tem a seguinte função de demanda liquida por liquidez (valores negativos representam oferta de liquidez):

$$f^i_{BC}(\eta^i) \;=\; \begin{cases} \Psi \text{ para } \eta^i < \eta^{i*} \;, & i \in I \\ 0 \text{ para } \eta^i = \eta^{i*} \;, & i \in I \\ -\Psi \text{ para } \eta^i > \eta^{i*} \;, & i \in I \end{cases} \tag{32}$$

para qualquer $\Psi > 0$.

Com o banco central atuando no mercado interbancário, temos uma nova condição de compensação de mercados:

$$\begin{aligned} f^{ih}(\eta^i) + f^{il}(\eta^i) + f^i_{BC}(\eta^i) \;&=\; 0 \\ i\epsilon c_1 - i\epsilon c_1 \;&=\; \mathbf{1}_{\eta^i<\eta^{i*}}\Psi + \mathbf{1}_{\eta^i=\eta^{i*}}0 - \mathbf{1}_{\eta^i>\eta^{i*}}\Psi \end{aligned} \tag{33}$$

que é respeitada, para qualquer $\Psi > 0$, apenas para a taxa de equilíbrio ex-post $\eta^i = \eta^{i*}$.

Proposição 4 *Para $\rho \in (0,1)$ e $\pi = 0$ a intervenção ótima do banco central envolve fixar $\eta^i = \eta^{i*}$ para $i \in I$, onde η^{i*} é definida na proposição 3. Essas taxas de juros suportam um único equilíbrio ex-ante que tem alocação first best igual a α^*, c_1^*, c_2^*.*

Assim, para suportar o first best, o banco central se aproveita do fato de que dentre o contínuo de equilíbrios do problema dos bancos, existe um que atinge o first best. O banco central, então, apenas toma providências para que o equilíbrio first best deixe de ser apenas um no meio de um contínuo de equilíbrios para se tornar o único. Para isso, ele deve anunciar com antecedência no período 0 a sua demanda por liquidez no período 1, de forma que os bancos antecipem as taxas de juros anunciadas e ofereçam contratos ótimos para os consumidores. Esse importante resultado mostra que o banco central elimina todo o risco associado às incertezas de preferências e demanda por liquidez ao ajudar o setor bancário a oferecer o contrato first best para os consumidores. A intervenção ótima

do banco central envolve anunciar a redução da taxa de juros no estado de crise para $\frac{c_2^*}{c_1^*}$, e o aumento desta para $\eta^{0*} > r$ no estado normal para prover incentivos aos bancos investirem em ativos líquidos no período 0.

Para fixar a taxa de juros, o banco central não precisa fazer efetivamente operações de mercado aberto. O mero anúncio de suas intenções no período zero faz com que os bancos se preparem para taxas de juros anunciadas. Esse tipo de manobra, onde o banco central altera a taxa de juros do mercado interbancário apenas anunciando sua meta para a taxa sem efetivamente movimentar recursos no período 1, é utilizada diariamente por bancos centrais no mundo. A literatura a chama de "operações de boca aberta". Guthrie e Wright (2000) descrevem a condução de política monetária na Nova Zelândia através de operações de boca aberta. O Federal Reserve, banco central americano, se utiliza muito dessa técnica para manutenção da taxa de juros no nível desejado com pouca ou nenhuma movimentação de recursos.

Esse resultado de que a taxa de juros do mercado interbancário deve ser contingente ao estado de liquidez agregado da economia pode ser visto como uma crítica à visão tradicional de que a política monetária deve funcionar de forma independente da política de estabilidade financeira. Esta visão alega que a política monetária deveria ser utilizada apenas em situações onde o estresse financeiro afeta diretamente a inflação ou o setor real da economia e não para aliviar a ruptura financeira em si. Alguns estudos recomendam, ainda, a total separação entre a política monetária e a política de estabilidade financeira, mostrando evidências de que países em que elas são de responsabilidade da mesma agência possuem uma inflação mais volátil[8]. Freixas et al. (2009) argumentam que essa visão é contrastada pelo evidência de que, recorrentemente, os bancos centrais utilizam a política monetária em crises bancárias. Talvez esse argumento não seja muito bom, pois o banco central poderia alegar que em todos esses casos existia o risco da ruptura financeira atingir muito rapidamente o setor real. De qualquer forma, o ponto do modelo que desenvolvemos até agora é que, mesmo na ausência de inflação ou outros setores, a manutenção da taxa de juros tem função importante de assegurar a estabilidade do sistema financeiro.

Freixas et al. (2009) descrevem a intervenção do banco central da forma que foi feita nessa seção, utilizando operações de boca aberta para escolher o equilíbrio com alocação firs best dentre todos os possíveis equilíbrios do problema dos bancos com $\rho \in (0, 1)$. Uma crítica que pode ser feita é que, chegando no período 1, os bancos podem duvidar que o banco central tenha recursos para fazer tal operação. Quando e onde o banco central levantou esses recursos? O modelo de Freixas et al. (2009) deixa o financiamento do banco central em aberto. Poderíamos supor que o banco central é algo exógeno ao modelo com recursos próprios.

[8] Ver Goodhart e Schoenmaker (1995) e Di Noia e Di Giorgio (1999)

Freixas et al. (2009) também não oferecem uma intervenção do banco central para o caso em que $\rho = 1$. Como a intervenção desenvolvida dependia do problema dos bancos ter algum equilíbrio com alocação first best, este não teria como abordar o caso $\rho = 1$ pois tem apenas um equilíbrio subótimo. Assim, para resolver esse problema, talvez sejam necessários mais intrumentos para o banco central. Allen et al. (2009) utilizam uma intervenção sofisticada do ponto de vista fiscal que, junto com a política monetária, atinge o first best. Vamos abordar o caso $\rho = 1$ mais a frente.

5.2 Intervenção do banco central no mercado interbancário com incerteza agregada: $\rho \in (0, 1)$ e $\pi \in [0, 1]$

Na seção anterior, o banco central se aproveitava do fato da oferta e da demanda por liquidez dos bancos serem inelásticas e da existência de um equilíbrio ex-ante com uma alocação first best associada a uma das possíveis taxas de juros que compensavam o mercado interbancário. O banco central anunciava na data 0 que iria fixar essa taxa de juros no período 1 e os bancos, antecipando-a, tomavam decisões ótimas de investimento.

Agora o problema não é só de redistribuição de liquidez e sim de excesso ou falta de liquidez agregada. Nesse caso, como vimos na seção 3.2, a alocação eficiente restrita é única e envolve incerteza no consumo do agente paciente. Sendo assim, temos uma alocação com menor utilidade esperada do que a encontrada na seção 3.1.

Com incerteza agregada, as operações de boca aberta não funcionam sozinhas. Independente da escolha de investimento dos bancos, dado que o consumo do primeiro período não pode ser contingenciado ao choque agregado, em algum estado teremos excesso ou deficit de liquidez agregada em relação a liquidez agregada demandada. Nessa situação, não necessariamente existe um conjunto de taxas de juros, contendo a taxa de juros ótima, onde a curva de demanda e oferta por liquidez se sobrepõem, o que cria uma ineficiência. Assim, precisamos que o banco central efetivamente forneça ou retire liquidez do mercado interbancário no período 1 para que as curvas de oferta e demanda por liquidez se encontrem, e a política monetária volte a ser eficaz. Para isso, vamos permitir que o banco central possa taxar a dotação incial dos consumidores em τ_0 no período 0 e, dependendo do choque agregado realizado, devolver para a sociedade esses recursos no período 1 ($\tau_{1\theta}$), ou no período 2 ($\tau_{2\theta}$).

Com esse novo instrumento, as restrições orçamentárias dos bancos (2) e (3) ficam ligeiramente diferentes

$$\lambda_\theta^{ij} c_1 = 1 - \tau_0 - \alpha - \beta_\theta^{ij} + f_\theta^{ij} + \tau_{1\theta} \qquad \text{para } (i, j, \theta) \in I \times J \times \Theta \tag{34}$$

$$(1 - \lambda_\theta^{ij}) c_{2\theta}^{ij} = \alpha r + \beta_\theta^{ij} - f_\theta^{ij} \eta_\theta^i + \tau_{2\theta} \qquad \text{para } (i, j, \theta) \in I \times J \times \Theta, \tag{35}$$

Vamos argumentar que com esses instrumentos o banco central consegue atingir a alocação eficiente restrita.

Proposição 5 *Se $\rho < 1$, o banco central consegue implementar a alocação eficiente restrita ao anunciar a seguinte combinação de política fiscal e monetária:*

$$\begin{aligned}
\tau_0 &= \tau_{11} = \tau_{20} = \delta\bar{c}_1 \\
\tau_{10} &= \tau_{21} = 0 \\
\bar{\eta}_1^1 &= \frac{\bar{c}_{21}}{\bar{c}_1} \\
\bar{\eta}_0^1 &= \frac{\bar{\alpha}r}{(1-\bar{\lambda})\bar{c}_1}
\end{aligned}$$

e $\{\bar{\eta}_0^0, \bar{\eta}_1^0\}$ tal que a condição de não arbitragem dos bancos (31) seja respeitada dados $\{\bar{\eta}_0^1, \bar{\eta}_1^1\}$

Vamos demonstrar essa proposição construindo a alocação eficiente restrita, i.e., mostrando que os bancos podem oferecê-la caso sejam anunciadas estas políticas fiscal e monetária particulares.

De fato, começamos com o banco central taxando em $\tau_0 = \delta\bar{c}_1$ todos os consumidores no período zero. Como a política monetária anunciada respeita a condição de não arbitragem, os bancos têm incentivos para carregar os ativos de curto e longo prazo. Suponha que eles ofereçam o contrato $\{\bar{c}_1, \bar{c}_{20}, \bar{c}_{21}\}$, invistam $\bar{\alpha}$ no ativo longo e $1 - \tau_0 - \bar{\alpha}$ no ativo curto. Vamos lembrar as relações da alocação eficiente restrita:

$$\begin{aligned}
1-\bar{\alpha} &= \lambda_1\bar{c}_1 = (\bar{\lambda}+\delta)\bar{c}_1 \\
\bar{c}_{20} &= \frac{\delta\bar{c}_1 + \bar{\alpha}r}{1-\lambda_0} \\
\bar{c}_{21} &= \frac{\bar{\alpha}r}{1-\lambda_1}
\end{aligned}$$

Vamos mostrar que esse contrato é factível analisando os quatro estados possíveis da natureza:

- $(i, \theta) = (1, 1)$

  Os bancos não têm liquidez suficiente para atender à demanda por liquidez agregada. Os consumidores impacientes estão demandando $\tau_0 = \delta\bar{c}_1$ a mais do os bancos juntos podem prover. O banco central então devolve $\tau_{11} = \delta\bar{c}_1$ para todos os consumidores impacientes, reduzindo sua demanda agregada para o mesmo valor de liquidez agregada detida pelos bancos. Assim, agora temos só os choques distributivos e uma demanda e oferta por liquidez inelástica. O banco central se aproveita disso novamente para estabelecer $\bar{\eta}_1^1$. Substituindo esse valor na equação

(5.2) de $c_{2\theta}^{ij}$, vemos que $c_{21}^{1l} = c_{21}^{1h} = \bar{c}_{21}$.

- $(i,\theta) = (1,0)$

  Nesse caso, os bancos têm a liquidez agregada necessária, porem ainda existe o choque distributivo. O banco central fixa $\bar{\eta}_0^1$ e devolve $\tau_{20} = \delta\bar{c}_1$ para os consumidores pacientes no período 2. Com essa intervenção, podemos verificar que $c_{20}^{1l} = c_{20}^{1h} = \bar{c}_{20}$.

- $(i,\theta) = (0,1)$

  Os bancos novamente não têm liquidez suficiente para atender a demanda por liquidez agregada. Os consumidores impacientes estão demandando $\tau_0 = \delta\bar{c}_1$ a mais do os bancos juntos podem prover. O banco central então devolve $\tau_{11} = \delta\bar{c}_1$ para todos os consumidores impacientes, reduzindo sua demanda agregada para o mesmo valor de liquidez agregada detida pelos bancos. Contudo, como não temos o choque distributivo, não acontecem transações no mercado interbancário e a taxa de empréstimo fica indeterminada. São nesses casos, onde não temos o choque distributivo e, por consequência, não temos transações no mercado interbancário, que o banco central deve aproveitar para escolher taxas de juros tais que a condição de arbitragem dos bancos seja respeitada.

- $(i,\theta) = (0,0)$

  Nessa situação, os bancos têm liquidez agregada suficiente para atender os consumidores impacientes. Novamente, não temos movimento no mercado interbancário e a taxa de juros fica indeterminada. O banco central fixa a taxa de juros necessária para atender a condição de não arbitragem e devolve $\tau_{20} = \delta\bar{c}_1$ para os consumidores pacientes.

Vamos tentar explicar a lógica geral da intervenção do banco central desenvolvida até agora. Sabemos que, ex-post, nos casos onde temos choque distributivo, a taxa de juros do mercado interbancário que faz com que o consumidor paciente não tenha risco de consumo é igual a $\bar{\eta}_\theta^1$ ($\frac{c_2^*}{c_1^*}$ no caso sem incerteza agregada). Isso pode ser verificado utilizando as características da alocação eficiente restrita (ou do first best no caso sem incerteza agregada) e a função $c_{2\theta}^{ij}(\alpha, c_1, \beta_\theta^{ij}) = \frac{\alpha r + \beta_\theta^{ij} - [\lambda_\theta^{ij} c_1 - (1-\alpha) + \beta_\theta^{ij}]\eta_\theta^i}{1-\lambda_\theta^{ij}}$. Contudo, para que possamos praticar essa taxa, precisamos nos preocupar com dois pontos: é necessário que ex-post ela seja uma das taxas que iguala oferta e demanda por liquidez para que os mercados se compensem naturalmente. Além disso, é necessário que, ex-ante, essa taxa, junto com as taxas dos outros estados, respeitem a condição de não arbitragem dos bancos para que estes tenham incentivos para investir tanto no ativo longo quanto no curto.

No estado sem incerteza agregada e $\rho \in (0,1)$, tínhamos que no estado de crise gostariamos de fixar a taxa de juros igual a $\frac{c_2^*}{c_1^*}$. Ex-post, essa taxa pertence ao conjunto

de taxas que iguala a oferta e a demanda por liquidez explicitada no lema (2). Isso pode ser inferido pelo simples fato de que, dadas as nossas hipóteses sobre a utilidade dos consumidores, esse valor é superior a 1. Assim a taxa está acima do mínimo explicitado pelo lema (2) e isso implica que $c_2^* > c_1^*$ que é justamente o que o teto da faixa explicitada pelo lema garante.

Agora, temos que ver se essa taxa de juros gera incentivos para os bancos investirem tanto nos ativos curtos quanto nos longos, i.e., respeita a condição de não arbitragem. Nos aproveitamos do fato de existir mais um estado da natureza e nesse estado a taxa de juros ser indeterminada, para escolher essa outra taxa de forma conveniente para que a condição seja respeitada. Assim, o banco central utiliza operações de boca aberta para estabelecer a taxa de juros desejada, e atingir o first best.

Quando temos incerteza agregada, a dificuldade é que poderíamos ter um excesso ou deficit de liquidez agregada em relação ao que é demandado e isso poderia fazer com que as curvas de oferta e demanda por liquidez não se sobrepusessem, o que faria com que a taxa ótima não fizesse a compensação dos mercados. O banco central então retira ou injeta liquidez para que a quantidade de liquidez agregada disponível seja sempre igual a quantidade de liquidez agregada demandada. Com incerteza agregada e choques ditributivos, temos quatro estados da natureza, assim, quatro taxas de juros. Dentre essas, as duas taxas referentes ao estado de crise distributiva (com e sem incerteza agregada) são relevantes e alvo principal da política monetária do banco central. As duas taxas de juros referentes ao estado normal (com e sem incerteza agregada) são indeterminadas, pois não existe movimentação no mercado interbancário e o banco central se aproveita disso para escolher essas taxas de forma conveniente para que, dadas as taxas relevantes, a condição de não arbitragem seja respeitada. A política fiscal é utilizada em todos os estados para suprir a liquidez demandada pelos consumidores que excede a quantidade de liquidez nos sistema financeiro no período.

5.3 Intervenção do banco central com $\rho = 1$

Na seção anterior, vimos como o banco central se aproveita do fato de existirem estados da natureza onde a taxa de juros do mercado interbancário é indeterminada (não existem transações no mercado interbancário) para nesses estados escolher taxas que façam com que as taxas ótimas dos estados onde existem de fato transações no mercado interbancário sejam consistentes com a condição de não arbitragem dos bancos.

Esses estados onde não ocorrem transações são os que $i = 0$, i.e., o estado de crise não ocorre. Assim, a possibilidade de acontecer um estado sem choque distributivo permite ao banco central prometer taxas mais altas nesses períodos para compensar as taxas mais baixas nos períodos de crise.

Mas e se nunca tivessemos o estado normal, i.e., a probabilidade do estado de crise acontecer, ρ, for igual a 1?

Vimos na seção que descreve o comportamento do mercado interbancário sem incerteza agregada que, se apenas um estado for possível, a taxa de juros do mercado interbancário tem que se igualar a r para ser consistente com a condição de não arbitragem dos bancos. Sendo assim, no caso onde sempre ocorre crise, a taxa de juros que neutralizaria o risco de consumo do paciente, $\frac{c_2^*}{c_1^*}$, não seria necessariamente consistente com a condição de não arbitragem dos bancos[9]. Com incerteza agregada e o estado de crise sempre ocorrendo, temos dois estados agregados mas, nesse caso, temos duas taxas de juros relevantes também, $\bar{\eta}_0^1$ e $\bar{\eta}_1^1$, que não necessariamente atendem à condição de não arbitragem dos bancos. Vamos avaliar primeiro o que podemos fazer no caso $\rho = 1$ e $\pi = 0$.

Sabemos que, sem incerteza agregada, no first best temos $\bar{\lambda} c_1^* = 1 - \alpha^*$ e $c_2^* = \frac{\alpha^* r}{1-\bar{\lambda}}$. Vamos mostrar que essa alocação pode ser atingida no caso $\rho = 1$ utilizando um novo instrumento que se assemelha à política fiscal.

Vamos supor que o banco central possa prover um benefício para os consumidores no período zero, denotado por τ_0, que será financiado por cobrança de um imposto no período 2, denotado por γ_2.

No período zero, todos os consumidores recebem τ_0 do banco central e depositam seu dinheiro nos bancos. Vamos supor que os bancos invistam $1 - \alpha^* + \tau_0$ no ativo curto e α^* no ativo longo. Na data 1, os bancos têm demanda por liquidez igual a $\lambda^{1j} c_1^*$, assim, seu excesso de liquidez é dado por $1 - \alpha^* + \tau_0 - \lambda^{1j} c_1^*$. Caso esse valor seja negativo, eles precisam pegar dinheiro emprestado e, caso seja positivo, eles emprestam o dinheiro. No agregado, temos um excesso de liquidez, então, o banco central (que está com a conta igual a $-\tau_0$) demanda τ_0 em liquidez à taxa de juros igual a r, levando a taxa de juros do mercado interbancário a se igualar a r. É fácil ver que o mercado interbancário se compensa com essas operações.

Agora, os bancos têm como recurso no período 2 a quantidade de ativos longos que investiu no período 0 multiplicada por r mais seu excesso de liquidez múltiplicado por r (ele emprestou ou tomou emprestada essa quantidade no mercado interbancário no período 1 a taxa r). Assim, os bancos têm $(\alpha^* + 1 - \alpha^* + \tau_0 - \lambda^{1j} c_1^*) r = (1 + \tau_0 - \lambda^{1j} c_1^*) r$, podendo oferecer, por enquanto, para os seus consumidores pacientes

$$\beta_j = \frac{(1+\tau_0 - \lambda^{1j} c_1^*) r}{1-\lambda^{1j}}.$$

[9]Em alguns casos como $u(c) = ln(c)$ a taxa ótima é igual a r

O banco central precisa pagar sua dívida com os bancos no valor de $\tau_0 r$ e, para isso, ele cobra um imposto dos consumidores pacientes no valor de

$\gamma_2 = \frac{-\tau_0 r}{1-\bar{\lambda}}$

É fácil checar que se o banco central estabelecer $\tau_0 = c_1^* - 1$ teremos que

$c_2^j = \beta_j + \gamma_2 = \frac{\alpha^* r}{1-\bar{\lambda}} = c_2^*$

É possível demonstrar que α^* e c_1^* respeitam as condições de primeira ordem dos bancos. Como essa é a melhor alocação possível, os bancos consideram ótimo implementar essa alocação.

Proposição 6 *Para o caso $\rho = 1$ e $\pi = 0$ o banco central consegue induzir o first best com ajuda de instrumentos fiscais*

Assim, concluímos que, para $\rho \in [0, 1]$ e $\pi = 0$, é possível atingir o first best. Para $\rho = 0$, o interbancário sozinho atinge o first best. Para $\rho \in (0, 1)$ o banco central intervem no mercado interbancário através de anúncio com antecedência de uma política monetária contingente e induz o first best. Caso $\rho = 1$, apesar de não existir um equilíbrio ex-ante com alocação first best do mercado interbancário sozinho, o banco central utiliza uma combinação de política fiscal e monetária para induzir o first best.

Vamos avaliar, agora, o caso do choque distributivo sempre ocorrendo e incerteza agregada, ou seja, $\rho = 1$ e $\pi \in (0, 1)$.

Sabemos que, com incerteza agregada, $1 - \bar{\alpha} = \lambda_1 \bar{c}_1 = (\bar{\lambda} + \delta)\bar{c}_1$, $\bar{c}_{20} = \frac{\delta \bar{c}_1 + \bar{\alpha} r}{1-\lambda_0}$ e $\bar{c}_{21} = \frac{\bar{\alpha} r}{1-\lambda_1}$. Vamos mostrar que os bancos são capazes de oferecer essa alocação dado que o banco central oferece a política ótima descrita a seguir.

Em $t = 0$, o banco central dá um benefício de $t_0 = \bar{c}_1 - 1$ para os consumidores, que depositam toda sua riqueza nos bancos. Suponha que os bancos invistam $\bar{\alpha}$ no ativo longo e $1 - \bar{\alpha} + \tau_0$ no ativo curto.

- $\theta = 0$

  Com o choque agregado baixo, na data 1 existe excesso de liquidez agregada, $1 - \bar{\alpha} + \tau_0 = (\bar{\lambda} + \delta)\bar{c}_1 + \tau_0$, em relação à liquidez demandada, $\bar{\lambda}\bar{c}_1$. O excesso é igual a $\delta \bar{c}_1 + \tau_0$. Assim, o banco central fixa a taxa de juros do mercado interbancário demandando esse excesso de liquidez à taxa igual a r. O banco j tem demanda por liquidez $\lambda_0^j \bar{c}_1$ e possui liquidez igual a $1 - \bar{\alpha} + \tau_0$. Assim, ele toma emprestado uma

quantidade de recursos igual a $\lambda_0^j \bar{c}_1 - (1 - \bar{\alpha} + \tau_0)$ (caso esse valor seja negativo, ele empresta recursos). Temos que a quantidade de recursos do banco no período 2 é igual ao retorno do investimento longo, $\bar{\alpha}r$, menos os devidos pagamentos de seus empréstimos, $(\lambda_0^j \bar{c}_1 - (1 - \bar{\alpha} + \tau_0))r$. Assim, o banco tem $(1 - \lambda_0^j \bar{c}_1 + \tau_0)r$ e, por enquanto, pode pagar a cada um de seus consumidores pacientes o equivalente a

$$\beta_{0j} = \frac{(1-\lambda_0^j \bar{c}_1 + \tau_0)r}{1-\lambda_0^j}$$

Temos que lembrar que o banco central tinha $-\tau_0$ de ativos líquidos na data 0. Na data 1, ele pegou emprestado $\delta \bar{c}_1 + \tau_0$ ativos líquidos, ficando, portanto, com $\delta \bar{c}_1$ ativos líquidos em seu balanço. Assim, no período 2 ele possui $\delta \bar{c}_1$ e deve $(\delta \bar{c}_1 + \tau_0)r$. Ele, então, tributa todos os consumidores pacientes em

$$\gamma_0 = \frac{\delta \bar{c}_1 (r-1) + \tau_0 r}{1-\lambda}$$

Substituindo $t_0 = \bar{c}_1 - 1$, temos que

$$\beta_{0j} - \gamma_0 = \frac{\delta \bar{c}_1 + \bar{\alpha} r}{1-\lambda} = \bar{c}_{20}$$

- $\theta = 1$

  Nesse caso, temos excesso de liquidez igual a τ_0. O banco central toma essa quantia emprestado no mercado interbancário a r, fixando a taxa de juros. Podemos mostrar de forma similar à feita anteriormente que os bancos têm uma quantidade $\beta_{1j} = \frac{(1-\lambda_1^j \bar{c}_1 + \tau_0)r}{1-\lambda_1^j}$ para dar para cada um de seus consumidores pacientes. O banco central taxa os consumidores impacientes em $\gamma_1 = \frac{\tau_0 r}{1-\lambda_1}$ para financiar seu empréstimo. Utilizando a definição de τ_0 temos que

$$\beta_{1j} - \gamma_1 = \frac{\bar{\alpha} r}{1-\lambda} = \bar{c}_{21}$$

Assim, temos a seguinte proposição:

Proposição 7 *Para o caso $\rho = 1$ e $\pi \in (0, 1)$ o banco central consegue induzir a alocação eficiente restrita com ajuda de instrumentos fiscais.*

Com essa última proposição, encontramos uma forma do banco central induzir os bancos a proverem a mesma alocação que o planejador central poderia oferecer, sendo essa

o first best, no caso sem incerteza agregada, e a alocação eficiente restrita, no caso com incerteza agregada. Assim, concluímos o nosso artigo com a proposição que une todas as anteriores:

Proposição 8 *Para cada uma das possíveis distribuições das variáveis aleatórias* (i, θ), *representadas por* $(\rho, \pi) \in [0,1] \times [0,1]$, *existe uma política econômica do banco central que induz os bancos a proverem aos consumidores a mesma alocação que seria oferecida por um planejador central.*

6 Conclusão

Nesse artigo, estudamos como os bancos se comportam diante de diferentes formas de incerteza quanto à demanda por liquidez de seus clientes. Vimos que, em grande parte dos casos, os bancos com acesso ao mercado interbancário são incapazes de prover a alocação eficiente aos seus consumidores.

Nesse ambiente encontramos uma função para um banco central que, ao intervir no mercado interbancário, é capaz de induzir os bancos a oferecerem as mesmas alocações que seriam providas por um planejador central, ou seja, alocações eficientes.

A chave para a intervenção do banco central se baseia em duas propriedades do nosso modelo proposto. O primeiro é a existência de diferentes estados agregados, que permite a autoridade monetária escolher taxas de juros contingentes de forma a, ex-post, prover a distribuição ótima de liquidez entre os intermediários financeiros e, ex-ante, prover incentivos para que esses intermediários invistam tanto em ativos líquidos quanto em ativos íliquidos com maior rentabilidade. Isso, em geral, é realizado prometendo altas taxas de juros em estados sem crise financeira e baixas taxas juros em estados com crise financeira.

A segunda é que, quando a quantidade de liquidez agregada no sistema financeiro é igual a quantidade demandada de liquidez agregada, a demanda e oferta de recursos líquidos no mercado interbancário são inelásticas. Isso decorre da análise do valor fundamental da liquidez para os dois tipos de bancos, líquidos e ilíquidos. O excendente de liquidez dos bancos líquidos tem baixo valor fundamental para esses, que se interessariam em emprestá-la a qualquer taxa de retorno superior a um. O deficit de liquidez dos bancos ilíquidos tem altíssimo valor fundamental para esses, pois eles precisam repô-la a qualquer custo para atender nossa hipótese de que os bancos não podem dar calote. A escolha de uma taxa de juros dentro dessa faixa de valores possíveis que igualam a oferta e demanda por liquidez, simplesmente determina como serão distribuídos os recursos entre os consumidores pacientes dos bancos que estão com muita e pouca liquidez. Essa inelasticidade torna possível ao banco central fixar a taxa de juros ótimo com custo zero, fazendo apenas operações de boca aberta onde ele anuncia sua demanda e oferta de liquidez, visando a manutenção da taxa desejada.

O foco da implementação da política monetária é essa redução da taxa em estados de crise para um valor inferior ao retorno dos ativos longos r. Se tivéssemos apenas o estado de crise, essa taxa não seria factível na perspectiva ex-ante, pois os bancos, por arbitragem, não teriam incentivos para carregar liquidez. A existência do estado sem crise permite ao banco central oferecer neste altas taxas de juros, superiores a r, o que evita que o ativo longo domine o curto na perspectiva ex-ante.

Em situações onde temos apenas o estado de crise, não é possível a implentação dessa baixa taxa ótima. Assim, a política monetária sozinha não consegue induzir a alocação eficiente, sendo incapaz de ajudar os bancos a oferecerem o seguro ótimo para seus consumidores. Nesse caso, o banco central precisa da ajuda de instrumentos fiscais para, através destes, fazer as tranferências do consumidor paciente para o impaciente, que caracterizam o seguro ótimo em um ambiente com aversão relativa ao risco superior a um.

Em situações com incerteza agregada, o banco central também precisa de instrumentos fiscais, mas dessa vez para injetar ou enxugar liquidez do sistema financeiro. Com impostos aos consumidores, o banco central consegue igualar a quantidade de liquidez do sistema financeiro à demanda agregada por liquidez, o que traz o mercado interbancário novamente para a situação de inelasticidade de oferta e demanda, onde o banco central pode atuar sem custos.

É interessante reparar o quão fácil é a intervenção do banco central nos casos sem incerteza agregada. Ele simplesmente melhora a coordenação dos agentes e, assim, consegue melhorar o bem estar da população. Com incerteza agregada o banco central já precisa de mais instrumentos.

No modelo apresentado, por menor que for o choque agregado δ, este tem grande efeito sobre taxas de juros e torna necesária a utilização de diferentes instrumentos pelo banco central. Esse tipo de efeito é chamado de fragilidade financeira por Allen e Gale (2004a), onde mesmo com $\delta \to 0$ temos volatilidade de taxas de juros e necessidade de diferentes instrumentos fiscais. É importante ressaltar que para as taxas de juros terem efeito sobre as alocações dos indivíduos, é necessário que exista também o choque idiossincrático, dado que ex-post a taxa de juros é que determina a distribuição de recursos entre os pacientes dos bancos com alta e baixa demanda por liquidez no período 1.

Evitar o calote é custoso para os bancos. Garantir que $c_{2\theta}^{ij} \geq c_1$ requer escolher um pequeno valor para c_1, o que distorce o padrão intertemporal de consumo, ou investir muito no ativo curto, o que significa desperdiçar o alto retorno do ativo longo. Allen e Gale (2004a) estressa esse ponto e mostra um modelo onde o banco escolhe alguns estados da natureza onde ele ao invés de oferecer c_1 para os consumidores impacientes, ele liquida todos os seus ativos[10] e os divide entre todos os seus depositantes.

A possibilidade de dar calote levantaria um interesse dos consumidores em diversificar seus investimentos depositando em mais de um banco, o que não permitimos em nosso modelo. O relaxamento dessa hipótese torna o problema muito complicado, mas é uma questão interessante para pesquisa futura. Uma outra possível extensão para o modelo seria incorporar risco de crédito, e avaliar como o banco central poderia intervir em taxas

[10]No nosso modelo ele pegaria o maximo de recursos emprestados no período 1, suficientes para zerar seus recursos no período 2

de juros para maiores prazos.

Referências

ALLEN, F., CARLETTI, E. e GALE, D. (2009): "Interbank market liquidity and central bank intervention," *Journal of Monetary Economics*, 56(5), 639–652.

ALLEN, F. e GALE, D. (2004a): "Financial fragility, liquidity, and asset prices," *Journal of the European Economic Association*, 2(6), 1015–1048.

——— (2004b): "Financial intermediaries and markets," *Econometrica*, 72(4), 1023–1061.

BHATTACHARYA, S. e GALE, D. (1986): "Preference shocks, liquidity and central bank policy," *New Approaches to Monetary Economics*, pp. 69–88.

BRYANT, J. (1980): "A model of reserves, bank runs, and deposit insurance," *Journal of Banking & Finance*, 4(4), 335–344.

DI NOIA, C. e DI GIORGIO, G. (1999): "Should banking supervision and monetary policy tasks be given to different agencies?," *International Finance*, 2(3), 361–378.

DIAMOND, D. e DYBVIG, P. (1983): "Bank runs, deposit insurance, and liquidity," *The Journal of Political Economy*, pp. 401–419.

FECHT, F. (2004): "On the stability of different financial systems," *Journal of the European Economic Association*, 2(6), 969–1014.

FREIXAS, X., MARTIN, A. e SKEIE, D. (2009): "Bank liquidity, interbank markets, and monetary policy," *Federal Reserve Bank of New York Staff Report*, 371, 1–37.

GOODFRIEND, M. e KING, R. (1988): "Financial deregulation, monetary policy, and central banking," *Federal Reserve Bank of Richmond Economic Review*, 74(3), 3–22.

GOODHART, C. e SCHOENMAKER, D. (1995): "Should the functions of monetary policy and banking supervision be separated?," *Oxford Economic Papers*, pp. 539–560.

GUTHRIE, G. e WRIGHT, J. (2000): "Open mouth operations," *Journal of Monetary Economics*, 46(2), 489–516.

HANSEN, L. e SINGLETON, K. (1983): "Stochastic consumption, risk aversion, and the temporal behavior of asset returns," *The Journal of Political Economy*, pp. 249–265.