

# RiD: Uma Nova Abordagem para o Cálculo do Risco de Insolvência

(RiD: A New Approach to Estimate the Insolvency Risk)

Marco Aurélio dos Santos Sanfins\*

Danilo Soares Monte-Mor\*\*

## Resumo

Diante das recentes crises internacionais e do aumento do número de pedidos de recuperação judicial, vários autores têm buscado indicadores que detectem de forma mais eficiente probabilidades de insolvência. As principais métricas utilizadas, entretanto, estão baseadas em modelos que não levam em consideração a qualidade dos recebíveis e os níveis de severidade entre descasamentos de diferentes períodos. Neste trabalho é formalizada matematicamente uma abordagem para o cálculo do risco de insolvência, de forma que sejam considerados a qualidade dos ativos associados e o grau de severidade entre descasamentos. Através de simulações de Monte Carlo e de exemplos hipotéticos, verificou-se que a nova medida foi capaz de capturar os efeitos dos descasamentos. Além disso, nossos resultados sugerem que a ausência de uma distribuição harmoniosa entre ativos e passivos pode incitar um aumento do risco de insolvência, ainda que o total de ativos a valor presente seja superior ao total de passivos.

**Palavras-chave:** risco de insolvência; risco de crédito; simulação de Monte Carlo.

**Código JEL:** G10; G17; G32.

## Abstract

Given the recent international crises and the increasing number of defaults, several researchers have attempted to develop metrics that calculate the probability of insolvency with higher accuracy. The approaches commonly used, however, do not consider the credit risk nor the severity of the distance between receivables and obligations among different periods. In this paper we mathematically present an approach that allow us to estimate the insolvency risk by considering not only future receivables and obligations, but the severity of the distance between them

---

Submetido em 24 de março de 2014. Reformulado em 29 de junho de 2014. Aceito em 29 de julho de 2014. Publicado on-line em 6 de outubro de 2014. O artigo foi avaliado segundo o processo de duplo anonimato além de ser avaliado pelo editor. Editor responsável: Paulo R. S. Terra.

\*Universidade Federal Fluminense, Niterói, RJ, Brasil. E-mail: marcosanfins@automata.uff.br

\*\*Fucape Business School, Vitória, ES, Brasil. E-mail: danilo@fucape.br

*Rev. Bras. Finanças (Online), Rio de Janeiro, Vol. 12, No. 2, June 2014, pp. 229-255*

*ISSN 1679-0731, ISSN online 1984-5146*

©2014 Sociedade Brasileira de Finanças, under a Creative Commons Attribution 3.0 license - <http://creativecommons.org/licenses/by/3.0>

and the quality of the respective receivables. Using Monte Carlo simulations and hypothetical examples, we show that our metric is able to estimate the insolvency risk with high accuracy. Moreover, our results suggest that in the absence of a smooth distribution between receivables and obligations, there is a non-null insolvency risk even when the present value of receivables is larger than the present value of the obligations.

**Keywords:** insolvency risk; credit risk; Monte Carlo simulation.

## 1. Introdução

A crise econômica de 2008 é um desdobramento da crise financeira do *subprime*, desencadeada em 2006 a partir da falência de instituições de crédito americanas que concediam empréstimos hipotecários de risco elevado. Bancos de vários países do mundo, atraídos pelo diferencial das taxas de juros dos títulos hipotecários, financiaram o mercado imobiliário americano, principalmente através das maiores empresas do ramo imobiliário dos Estados Unidos, a FNMA (*Federal National Mortgage Association*) e a FHLMC (*Federal Home Loan Mortgage Corporation*), também conhecidas como *Fannie Mae* e *Freddie Mac*. Num passo seguinte, os bancos criaram derivativos negociáveis no mercado financeiro como forma de securitizar as hipotecas, ou seja, transformá-las em títulos livremente negociáveis, e por elas lastreados, que passaram a ser vendidos para outros bancos, companhias de seguros e fundos de pensão, domésticos e estrangeiros.

Com o início do ciclo expansivo dos juros, muitos mutuários não foram capazes de quitar suas obrigações com os bancos. O crescente número de inadimplentes provocou uma crise de confiança geral no sistema de crédito hipotecário. A crise de confiança congelou o mercado interbancário, pois a avaliação dos ativos securitizados de hipotecas *subprime* ficou comprometida, o que levou várias instituições à uma situação de insolvência e repercutiu negativamente sobre as bolsas de valores de todo o mundo.

Do ponto de vista corporativo, a situação se agravou quando o posicionamento em ativos (recebíveis) no balanço patrimonial das instituições financeiras não foi suficiente para cumprir com as obrigações existentes no passivo das mesmas. O mercado de títulos privados foi praticamente interrompido e os instrumentos criados pelos bancos para tirar as hipotecas de seus balanços já não conseguiam mais encontrar fontes externas de financiamento. Com a paralisação do mercado interbancário, os Bancos Centrais da maior parte dos países desenvolvidos foram obrigados a injetar rapidamente nas instituições financeiras um volume bastante expressivo

de recursos e a estender crédito a bancos e organizações que usualmente não necessitavam de financiamento. O início da crise instaurou pânico por conta do risco de insolvência em que as instituições financeiras foram submetidas. Mesmo com a tentativa governamental de injeção de liquidez ao sistema, ainda era impossível prever o valor real dos ativos hipotecários que ainda continuavam nos balanços patrimoniais dos bancos, o que mantinha em patamares elevados o risco de insolvência.

Dada a relevância do tema, pesquisas têm sido feitas no intuito de buscar indicadores que mensurem de forma mais eficiente a probabilidade de insolvência a que instituições estão submetidas. Dentre as principais métricas existentes na literatura, destacam-se os modelos de análise discriminante (z-score) de Altman (1968), o modelo adaptado de riscos proporcionais de Cox (1972) e o modelo com base em regressão logística, de Thomson (1991), que ainda são utilizados em diversos trabalhos, como em Janot (1999), Nicoló (2000), Cihak & Heiko (2010) e Maechler *et al.* (2009). Tais medidas, entretanto, estão baseadas em indicadores que não levam em consideração a qualidade dos ativos associados (risco de crédito), bem como os níveis de severidade entre descasamentos de diferentes períodos.

Thomson (1991), a partir de uma amostra de 1736 bancos solventes e 770 bancos que faliram no período entre 1984 e 1989, verificou que solvência e liquidez foram os principais fatores relacionados à falência, considerando-se um período anterior de 30 meses. O autor verificou ainda, entretanto, que a qualidade dos ativos, os resultados operacionais e o desempenho gerencial adquiriam maior importância quando estendido o período de análise anterior à falência. Tais resultados também haviam sido encontrados por Kanitz (1976), que verificou que empresas insolventes começam a dar sinais de dificuldades bem antes de chegarem ao ponto crítico de falência ou concordata.

Mais recentemente, trabalhos como Segovia-Vargas *et al.* (2004), Salcedo-Sanz *et al.* (2005) e Hsiao & Whang (2009) apresentaram outras métricas para a estimação do risco de insolvência. Segovia-Vargas *et al.* (2004) e Salcedo-Sanz *et al.* (2005) propõem métricas aplicadas à companhias de seguro, cujas abordagens estão baseadas no mecanismo SVM (*Support Vector Machine*) proposto por Burges (1998) e em algoritmos genéricos, respectivamente. Hsiao & Whang (2009), por sua vez, utilizaram uma abordagem baseada em redes neurais artificiais para modelar probabilidades de insolvência em companhias de seguro de vida. Todas essas abordagens, entretanto, embora apresentem avanços metodológicos com

relação às métricas mais tradicionais, ainda estão construídas com base em indicadores financeiros que não são capazes de refletir o efeito do risco de crédito no risco de insolvência.

O risco de crédito é importante no contexto de risco de insolvência uma vez que mesmo em períodos em que os recebíveis sejam superiores às respectivas obrigações, existe a possibilidade de que o recebimento de parte dos ativos não seja efetuado, ou seja, de que as perdas realizadas estejam acima do valor esperado dos ativos provisionados como não recebíveis. O impacto do risco de crédito no risco de insolvência pode ser ainda maior quando o descasamento entre ativos e passivos não for suficiente para compensar a diferença entre ativos provisionados como recebíveis e ativos efetivamente recebidos. Motivado pela lacuna teórica existente na relação endógena entre risco de crédito, severidade dos descasamentos e risco de insolvência, este trabalho tem como objetivo formalizar matematicamente uma medida com base no descasamento entre ativos e passivos (RiD) que indique a valor presente o risco de insolvência a que determinada instituição está submetida, de forma que sejam considerados, além dos recebíveis e obrigações futuras, a qualidade dos recebíveis associados e o grau de severidade de cada descasamento.

A partir de simulações de Monte Carlo e de um exemplo hipotético, verificou-se que a medida RiD proposta é capaz de capturar os efeitos dos descasamentos entre ativos e passivos, e que a ausência de uma distribuição harmoniosa desses descasamentos pode incitar um aumento do risco de insolvência, ainda que o total de ativos a valor presente seja superior ao total de passivos. Além do risco de insolvência, a nova abordagem permite que sejam detectados os períodos que mais contribuem marginalmente para o aumento desse risco. Nossos resultados sugerem que períodos com elevados impactos marginais devem ser observados com maior cautela, dado que o redirecionamento de recursos ineficaz para esses períodos ou a presença de recebíveis com elevado risco de crédito podem elevar a probabilidade de insolvência.

Os resultados obtidos foram ainda comparados aos resultados de uma medida que recentemente passou a ser implementada por algumas instituições financeiras do mercado e também baseada nos descasamentos entre ativos e passivos. Tal medida, entretanto, não leva em consideração o efeito do risco de crédito sobre o risco de insolvência. A medida utilizada como *benchmark* é, na verdade, um caso particular da RiD quando o risco de crédito de todas as carteiras de ativos é nulo (ou quando desconsidera-se o

risco de crédito nas análises de insolvência). Através de uma simulação que levou em consideração diferentes cenários de descasamentos aleatórios entre ativos e passivos, verificou-se que a medida RiD é capaz de capturar os efeitos do descasamento entre ativos e passivos. Analisando-se a evolução da diferença entre o verdadeiro percentual de descasamento e o percentual calculado pela RiD, verificou-se que os valores dos erros cometidos pela RiD foram inferiores à  $7 \times 10^{-6}$  para quaisquer níveis percentuais de descasamento aleatorizados.

A nova abordagem proposta contribui para o arcabouço de análise do risco de insolvência uma vez que as interpretações dos resultados fornecidos permitem que seja feito um melhor posicionamento dos recebíveis e obrigações presentes no balanço patrimonial, no que tange principalmente aos quesitos cumprimento de metas e redirecionamento de recursos no longo prazo. Nossos resultados sugerem que o acompanhamento dos períodos mais distantes, com elevados descasamentos e com elevados riscos de crédito pode ser determinante para que estratégias de captação e distribuição de recursos sejam elaboradas de forma mais eficazes, e para que decisões de alongar ou encurtar dívidas sejam tomadas de forma a diminuir o risco de insolvência.

Esse artigo contribui ainda para a literatura de falência e recuperação judicial, as quais têm sido amplamente discutidas no atual cenário de aumento do número de pedidos de recuperação judicial. Quando o patrimônio do devedor possui valor inferior ao total de suas dívidas, a regra da individualidade de execução pode não ser aplicada, de forma que sejam criadas oportunidades de realização de crédito a todos os credores de uma mesma categoria. O processo de recuperação judicial, quando instaurado, permite ao devedor a postergação do vencimento de suas obrigações, redução de valor ou instauração de outros meios que impeçam a execução concursal. Os resultados obtidos tanto pela medida RiD quanto pela RiD Marginal podem ser utilizados para que as empresas tracem estratégias de forma a minimizar as probabilidades de falência, dadas as perdas esperadas associadas à atividade em questão, ou para que os processos de recuperação sejam desenhados de forma a se permitir a efetiva recuperação da referida empresa.

O restante desse artigo está organizado da seguinte forma: na seção 2 é feita uma breve revisão acerca dos principais trabalhos relacionados à insolvência; na seção 3 a medida proposta é introduzida; na seção 4 são realizadas simulações e uma aplicação hipotética para que seja demonstrada

a capacidade da nova medida em capturar os efeitos do descasamento entre ativos e passivos. A seção 5 destina-se à conclusão e demais considerações.

## 2. Insolvência

Diversos conceitos já foram utilizados para definir o estado de insolvência de uma instituição. Do ponto de vista mais amplo, uma empresa encontra-se insolvente quando não está em condições de cumprir com suas obrigações correntes e possui a valor presente expectativas de lucro que não garantam a manutenção de suas atividades no futuro. A partir dessa definição, verifica-se que a análise do risco de insolvência está essencialmente relacionada com a capacidade de sobrevivência das instituições financeiras. Nesse sentido, medidas que melhor estimem o risco de insolvência podem ser utilizadas como importantes instrumentos no gerenciamento das decisões de investimento e financiamento.

Diversos estudos exploram o desenvolvimento de modelos de previsão de insolvência. O trabalho pioneiro nesta área foi o estudo desenvolvido por Wall (1919), cujo objetivo foi o desenvolvimento de um modelo que utilizasse indicadores financeiros como variáveis além das variáveis ativo e passivo circulantes utilizados até então. Em um trabalho posterior, Beaver (1966) utilizou um teste de classificação dicotômica em 30 índices e verificou que os indicadores que mais impactavam em risco de falência eram liquidez e as razões entre geração de caixa e dívida total, lucro líquido e ativo total, exigível total e ativo total, e capital de giro e ativo total. Para Matarazzo (2010), esses estudos foram a primeira tentativa de atribuição de pesos à outros fatores relacionados à insolvência.

Altman (1968), contrapondo-se à visão acadêmica que não utilizava índices contábeis, desenvolveu um estudo com base em análise discriminante para testar a qualidade dos indicadores financeiros na previsão de falências. Foram testadas 22 variáveis associadas à solvência, liquidez, rentabilidade, alavancagem e atividade em uma amostra de 66 firmas, das quais 33 eram insolventes, o que resultou na seguinte equação discriminante:

$$z = 0,012x_1 + 0,014x_2 + 0,033x_3 + 0,006x_4 + 0,999x_5 \quad (1)$$

em que  $x_1, x_2, x_3, x_4$  e  $x_5$  representam *working capital/total assets*, *retained earnings/total assets*, *earnings before interest and taxes/total assets*, *market value of equity/book value of total debt* e *sales/total assets*, respectivamente. Análises posteriores confirmaram a qualidade do modelo esti-

mado que, em geral, tem poder preditivo de falência com até 24 meses de antecedência.

Lane *et al.* (1986) adaptaram o modelo de riscos proporcionais de Cox (1972) ao estudo de falências. O modelo de Cox e a análise discriminante multivariada de Altman (1968) foram testados em uma amostra de 130 bancos insolventes e 334 solventes no período entre Janeiro de 1979 e Junho de 1984. Segundo os autores, embora os resultados não indicassem predominância de nenhum dos modelos, o modelo de Cox apresentou melhores resultados considerando-se um horizonte de 24 meses.

Thomson (1991) desenvolveu um modelo de previsão de falências baseado em regressão logística. A partir de uma amostra de 1736 bancos solventes e 770 bancos que faliram no período entre 1984 e 1989, o autor verificou que solvência e liquidez foram os principais fatores relacionados à falência, considerando-se um período anterior de 30 meses. O autor verificou ainda, entretanto, que a qualidade dos ativos, os resultados operacionais e o desempenho gerencial adquiriam maior importância quando estendido o período de análise anterior à falência. Tais resultados também haviam sido encontrados por Kanitz (1976), que verificou que empresas insolventes começam a dar sinais de dificuldades bem antes de chegarem ao ponto crítico de falência ou concordata.

Com relação aos trabalhos brasileiros, destaca-se Janot (1999), que comparou e examinou a eficácia do modelo de regressão logística e o modelo de risco proporcional de Cox em prever o fenômeno de insolvência bancária no Brasil durante o período 1995 a 1998. De acordo com o autor, os modelos utilizados identificam uma proporção considerável das insolvências com antecedência, embora apresentem divergências quanto à alguns resultados.

Mais recentemente, trabalhos como Segovia-Vargas *et al.* (2004), Salcedo-Sanz *et al.* (2005) e Hsiao & Whang (2009) apresentaram outras métricas para a estimação do risco de insolvência. Segovia-Vargas *et al.* (2004) e Salcedo-Sanz *et al.* (2005) propõem métricas aplicadas à companhias de seguro, cujas abordagens estão baseadas no mecanismo SVM (*Support Vector Machine*) proposto por Burges (1998) e em algoritmos genéricos, respectivamente. Hsiao & Whang (2009), por sua vez, utilizaram uma abordagem baseada em redes neurais artificiais para modelar probabilidades de insolvência em companhias de seguro de vida. Todas essas abordagens, entretanto, embora apresentem avanços metodológicos com relação às métricas mais tradicionais, ainda estão construídas com base em

indicadores financeiros que não são capazes de refletir o efeito do risco de crédito no risco de insolvência.

Motivados pelas evidências empíricas encontradas por Kanitz (1976) e Thomson (1991) a respeito da importância da qualidade dos ativos, dos resultados operacionais e do desempenho gerencial na probabilidade de falência, e pela lacuna teórica existente na relação endógena entre risco de crédito, severidade dos descasamentos e risco de insolvência, na próxima seção será apresentada uma medida com base no descasamento entre ativos e passivos que indique, a valor presente, o risco de insolvência a que determinada instituição está submetida, de forma que sejam considerados, além dos recebíveis e obrigações futuras, a qualidade dos ativos associados e o grau de severidade de cada descasamento.

### 3. Risco de Insolvência com base no Descasamento – RiD

O risco de insolvência com base no descasamento (*RiD*) é uma função que indica o risco de insolvência de uma instituição a partir da magnitude do fluxo de passivos (obrigações) e das quantidades absolutas e relativas da relação entre ativos (recebíveis) e passivos, dado o risco de crédito associado à cada carteira.

Como forma de construção desta nova medida, considere um espaço de probabilidade em que estão definidas as variáveis aleatórias  $P^t : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^+$ , que assume o valor do passivo para uma certa maturidade, e  $A^t : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^+$ , que assume o valor do ativo para uma certa maturidade, ambos calculados a valor presente no instante de tempo  $t$ . Dessa forma,  $\{p_1^t, p_2^t, \dots, p_n^t\} \subset \mathbb{R}^+$  e  $\{a_1^t, a_2^t, \dots, a_n^t\} \subset \mathbb{R}^+$  representam vetores compostos pelos valores em unidades monetárias que  $P^t$  e  $A^t$  podem assumir em  $n$  períodos com maturidades distintas, respectivamente. Definamos  $D_k^t = \theta a_k^t - p_k^t$  como o descasamento a valor presente do período  $k$  entre ativos e passivos,  $k \in \{1, 2, \dots, n\}$ , no qual  $\theta = 1 - \Theta$ , sendo  $\Theta \sim \text{Beta}(\alpha, \beta)$  uma medida de risco de crédito

A utilização do risco de crédito para o cálculo do risco de insolvência se faz necessária uma vez que mesmo quando os ativos de uma carteira são superiores aos passivos dessa carteira ( $a_k^t - p_k^t > 0$ ), existe a possibilidade de que o recebimento de parte dos ativos provisionados como recebíveis não seja efetuado. A variável  $\Theta$  apresentada acima, por estar parsimoniosamente definida a partir de uma distribuição Beta, requer que sejam estabelecidos a priori os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  dessa distribuição, que são funções dos parâmetros média e variância das perdas de cada carteira,



que podem ser estimados a partir de modelos de risco de crédito baseados na distribuição das perdas. Nesses modelos, a perda esperada média e a variância das perdas de cada carteira podem ser obtidas a partir da probabilidade de default associada às perdas esperadas relativas e à variância dessa probabilidade de default, respectivamente.

Dentre as principais métricas existentes na literatura utilizadas para se estimar o risco de crédito estão o *Credit Metrics*, desenvolvido pelo JP Morgan em 1997, o modelo KMV, baseado no modelo de Merton (1973) e desenvolvido pela *KMV Corporation*, e o modelo CreditRisk+, desenvolvido pela Credit Suisse Financial Products em 1997. O *Credit Metrics* foi inicialmente criado para que fossem avaliados o risco de uma carteira de crédito com base no rating dos devedores. A metodologia associada requer que sejam obtidos dados históricos do devedor, tais como informações financeiras e evolução do rating. Já no KMV, também conhecido como *Credit Monitor* (nome do software construído para a gestão do risco de crédito pela *KMV Corporation*), os ativos são precificados de acordo com o valor de mercado e a alavancagem de cada empresa, de forma que sejam estimadas a frequência de *default* esperada de cada devedor. O modelo CreditRisk+, por sua vez, tem por objetivo mensurar as perdas esperadas de uma carteira de crédito, cujos devedores passam a ser agrupados em faixas de exposição de forma que a distribuição das perdas possa ser estimada por meio de uma Poisson.

Uma vez estabelecido o risco de crédito associado à cada carteira de ativos, para que seja construída uma medida de insolvência que leve em consideração, além da severidade do descasamento entre ativos e passivos, tais riscos de crédito, definamos:

**Definição 3.1** *O peso atribuído a ocorrência de descasamento para um determinado período  $k$  em um instante de tempo  $t$  será dado pela função  $W^t(k)$  que assume valor igual a ocorrência relativa da variável aleatória  $P^t$ , ou seja,*

$$W^t(k) = \frac{p_k^t}{\sum_{i=1}^n p_i^t}, \quad k = 1, \dots, n. \quad (2)$$

Observe que  $W^t(k)$  é uma função que indica a distribuição relativa da magnitude do fluxo de passivos, uma vez que avalia a posição relativa de cada período  $k$  com relação ao passivo total da instituição.

**Definição 3.2** A função que exprime os impactos relativos do descasamento entre passivos e ativos para um determinado período  $k = 1, 2, \dots, n$  em um dado instante de tempo  $t$  pode ser dada por  $f^t : \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$

$$f^t[(p_k^t, \theta a_k^t)|\theta] = \begin{cases} \frac{p_k^t - \theta a_k^t}{p_k^t}, & p_k^t \geq \theta a_k^t \\ \frac{\theta a_k^t - p_k^t}{\theta a_k^t}, & p_k^t < \theta a_k^t, \theta \neq 0 \end{cases} \quad (3)$$

Observe que  $f^t[(p_k^t, \theta a_k^t)|\theta]$  é uma função que incorpora as quantidades absolutas  $p_k^t$  e  $\theta a_k^t$  e exprime o esforço para se eliminar o descasamento entre passivos e ativos quando  $D_k^t < 0$ , e o esforço para se manter a posição de solvência quando  $D_k^t > 0$ . Note ainda que  $f^t[(p_k^t, \theta a_k^t)|\theta] > 0$  sempre que  $D_k^t \neq 0$  e  $f^t[(p_k^t, \theta a_k^t)|\theta] = 0$  para  $D_k^t = 0$ .

As funções  $W^t(k)$  e  $f^t[(p_k^t, \theta a_k^t)|\theta]$  referentes aos pesos dos descasamentos e aos impactos relativos dos descasamentos entre passivos e ativos compõem, na verdade, uma medida parsimoniosa que recentemente passou a ser implementada por algumas instituições financeiras do mercado, a qual será denotada por  $INS^t$ , mas que considera  $\theta = 1$ , ou seja, não leva em consideração o efeito do risco de crédito sobre os esforços para se eliminar os descasamentos entre ativos e passivos. Formalmente, temos

$$INS^t = \sum_{k=1}^n W^t(k) \cdot f^t[(p_k^t, \theta a_k^t)|\theta = 1], \quad k = 1, \dots, n$$

Entretanto, a não consideração do risco de crédito pode levar à subestimação do risco de insolvência, dado que perdas realizadas podem ser superiores aos valores esperados das perdas provisionadas. Além disso, mesmo quando o descasamento  $D_k^t < 0$ , existe a possibilidade de que a perda de cada período esteja abaixo do valor esperado dos ativos provisionados como não recebíveis. Isso nos leva a definir:

**Definição 3.3** A função que exprime a posição relativa de insolvência pode ser dada por  $\delta^t : \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$

$$\delta^t[(p_k^t, a_k^t)|\theta] = \begin{cases} 1, & p_k^t \geq a_k^t \\ \theta, & \theta a_k^t \leq p_k^t < a_k^t \\ 0, & p_k^t < \theta a_k^t \end{cases} \quad (4)$$

Observe que esse impacto parcial de insolvência é tanto menor quanto maiores forem as garantias de recebimento dos ativos.

Fica intuitivo a partir deste ponto propor uma medida que tente evidenciar o grau de insolvência com relação ao descasamento a que uma instituição financeira está exposta.

**Definição 3.4** *O risco de insolvência com base no descasamento entre ativos e passivos em um instante de tempo  $t$ , denotado por  $RiD^t$ , pode ser dado por:*

$$RiD^t = \sum_{k=1}^n W^t(k) \cdot \delta^t[(p_k^t, a_k^t)|\theta] \cdot f^t[(p_k^t, \theta a_k^t)|\theta], \quad k = 1, \dots, n \quad (5)$$

em que  $p_k^t$  e  $a_k^t$  representam os totais de passivos e ativos de cada um dos  $n$  períodos considerados, respectivamente.

**Corolário 3.5** *A medida  $INS^t$  torna-se um caso particular da medida  $RiD^t$  quando o risco de crédito de todas as carteiras de ativos é nulo, ou seja,*

$$\theta = 1 \Rightarrow INS^t = RiD^t$$

Uma vez calculado o risco de insolvência  $RiD^t$ , é interessante que seja analisado quais períodos impactam marginalmente de forma mais significativa para o aumento desse índice. Dessa forma:

**Definição 3.6** *O risco marginal de insolvência com base no descasamento do período  $k$  em um instante de tempo  $t$ , denotado por  $R^t$ ,  $R^t : \mathbb{R}^+ \rightarrow [0, 1]$ , é dado pela variável aleatória cuja função de probabilidade é:*

$$r^t(k|\underline{p}, \underline{a}, \theta) = \frac{W^t(k) \cdot \delta^t[(p_k^t, a_k^t)|\theta] \cdot f^t[(p_k^t, \theta a_k^t)|\theta]}{\sum_{i=1}^n W^t(i) \cdot \delta^t[(p_i^t, a_i^t)|\theta] \cdot f^t[(p_i^t, \theta a_i^t)|\theta]}, \quad k = 1, \dots, n \quad (6)$$

Observe que tanto a medida  $RiD^t$  quanto a medida  $R^t$  conferem importância significativa uma vez que consideram o risco de crédito ao indicar a valor presente o risco total de insolvência com base no descasamento em que uma instituição está submetida e quais períodos mais contribuem para esse risco, respectivamente. Note ainda que  $RiD^t \in [0, 1]$  e que os valores limites 0 e 1 representam nenhuma e total insolvência, respectivamente.

Nas definições acima, o peso  $W^t(k)$  atribuído a cada descasamento foi dado como a ocorrência relativa da variável aleatória  $P^t$ . Em muitas situações práticas, entretanto, os gestores das instituições têm óticas diferentes sobre qual descasamento relativo de passivo contra ativo de um dado período é mais severo do que outro. Como forma de generalizar o cálculo do  $RiD^t$  e incorporar as diferentes concepções de severidade, considere  $\gamma(k)$  uma função de probabilidade que indica o grau da severidade de insolvência para um determinado período  $k$  e que satisfaz as seguintes condições:

$$\gamma(k) \geq 0 \quad \forall k \quad \text{e} \quad \int_k d\gamma(k) = 1$$

**Definição 3.7** O Valor gama  $RiD$  em Risco de Insolvência com base no descasamento entre ativos e passivos de uma instituição financeira em um instante de tempo  $t$ , denotado por  $\Gamma(RiD^t)$ , é dado pelo valor esperado da variável aleatória  $R^t$ , em relação a medida de probabilidade  $\gamma(k)$ , ou seja:

$$\Gamma(RiD^t) = \int_k r^t(k|\underline{p}, \underline{a}, \theta) d\gamma(k) \quad (7)$$

Um outro caso particular dentre as funções da classe das funções  $\gamma(k)$  é a função

$$\gamma(k) = \frac{|a_k - p_k|}{\sum_{i=1}^n |a_i - p_i|} \quad (8)$$

que expressa o peso relativo de descasamento entre passivos e ativos.

## 4. Desempenho do RiD

### 4.1 Simulação 1

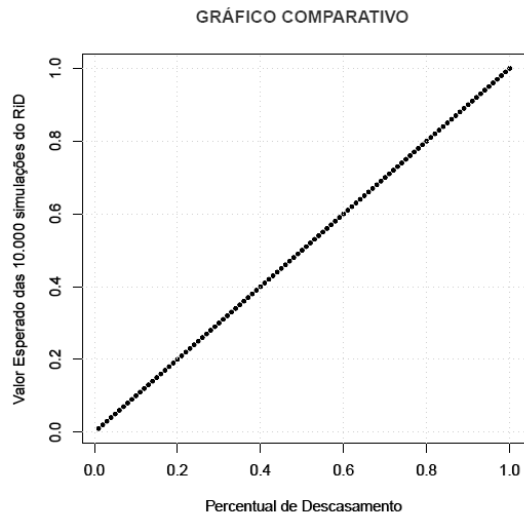
As simulações computacionais desempenham um papel muito importante na Estatística, bem como em outras áreas do conhecimento, uma vez que permitem que verifiquemos o comportamento de uma variável a partir de diferentes cenários. O propósito desta seção é verificar como a nova medida  $RiD$  se comporta diante de diferentes cenários de descasamento entre ativos e passivos. Para tanto, foi construído um algoritmo de simulação em que um determinado passivo atuarial é descasado percentualmente e de forma aleatória do ativo e, posteriormente, foi calculado o valor da medida  $RiD^t$ . Para esta simulação foi atribuído para  $\theta$  o valor 1, ou seja, não existe

risco de crédito associado ao ativo simulado. Como verificado anteriormente, a medida RiD na verdade torna-se o caso particular da medida  $INS^t$  tradicionalmente utilizada pelo mercado e que não leva em consideração o risco de crédito. Os passos do algoritmo podem ser visto a seguir:

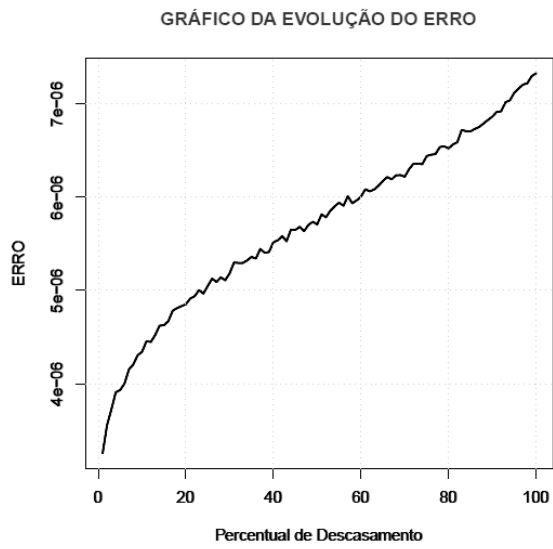
- Passo 1 – O percentual  $i$  variando de  $i = 1, 2, \dots, 100$  é escolhido;
- Passo 2 – São escolhidos aleatoriamente  $n$  períodos para se realizar o descasamento;
- Passo 3 – Para os  $n$  períodos é escolhido aleatoriamente o percentual proporcional a ser descasado;
- Passo 4 – A medida  $RiD$  é calculada;
- Passo 5 – Repetir 10.000 vezes a partir do passo 2 e armazenar a medida  $RiD$ ;
- Passo 6 – Calcular o valor esperado das 10.000 simulações;
- Passo 7 – Retornar ao passo 1 e incrementar uma unidade em  $i$ .

O algoritmo anterior foi programado utilizando-se o software R-project. Na figura 1 podem ser verificados os valores obtidos para cada nível de descasamento proporcionado.

Observe a partir da figura 2 referente à evolução da diferença entre o verdadeiro percentual de descasamento e o percentual calculado que os valores dos erros cometidos foram menores que  $7 \times 10^{-6}$  para qualquer nível percentual de descasamento, o que confirma a capacidade da nova medida em capturar os efeitos do descasamento entre ativos e passivos.



**Figura 1**  
Gráfico comparativo entre valores reais e simulados para o RiD



**Figura 2**  
Gráfico da evolução do erro de estimação do RiD



## 4.2 Simulação 2

Com o intuito de verificar a sensibilidade da medida  $RiD$  ao risco de crédito, variável endógena ao modelo, foram realizadas duas simulações nas quais um valor para  $\theta$  é escolhido a partir de um risco de crédito  $\Theta$  aleatório e proveniente de uma distribuição beta com média  $j$  e variância 0.01. As simulações foram feitas primeiramente a partir do descasamento do ativo relação ao passivo ( $p^t < a^t$ ) e posteriormente a partir do descasamento do passivo em relação ao ativo ( $a^t < p^t$ ). Para tanto, o seguinte algoritmo foi elaborado:

- Passo 1 – O percentual de descasamento  $i$  variando de 0, 10, 20, ..., 100 é escolhido;
- Passo 2 – O percentual  $j$  para o risco de crédito variando de 5, 10, 15, ..., 95 é escolhido;
- Passo 3 – É escolhido aleatoriamente um valor para  $\Theta$  a partir de uma distribuição beta com média  $j$  e variância 0.01;
- Passo 4 – São escolhidos aleatoriamente  $n$  períodos para se realizar o descasamento;
- Passo 5 – Para os  $n$  períodos escolhidos, é escolhido aleatoriamente o percentual proporcional a ser descasado;
- Passo 6 – A medida RiD é calculada;
- Passo 7 – Para cada  $(i, j)$ , repetir 100 vezes a partir do passo 3 e armazenar a medida RiD;
- Passo 8 – Calcular o valor esperado das 100 simulações;
- Passo 9 – Retornar ao passo 2 e incrementar  $j$ ;
- Passo 10 – Retornar ao passo 1 e incrementar  $i$ .

Os Painéis A e B da Tabela 1 apresentam os valores esperados da medida  $RiD$  para cada uma dessas simulações. Note através dos resultados do Painel A que ainda que os ativos sejam iguais aos passivos (descasamento nulo), existe um risco de insolvência, dado que os recebíveis podem

**Tabela 1**  
Resultados das Simulações

Panel A: Resultados das simulações do *RiD* para o caso em que o ativo é descaçado em relação ao passivo.

		Risco de Crédito																		
		0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95
Descasamento	0,0	0,0557	0,1082	0,1490	0,1995	0,2675	0,3166	0,3453	0,3921	0,4713	0,4929	0,5549	0,6083	0,6534	0,7042	0,7451	0,8040	0,8627	0,9032	0,9542
	0,1	0,0279	0,0837	0,0900	0,1269	0,1569	0,1668	0,1948	0,2102	0,2148	0,2173	0,2243	0,2232	0,2270	0,2285	0,2301	0,2303	0,2342	0,2354	0,2365
	0,2	0,0291	0,0446	0,0745	0,0895	0,1282	0,1440	0,1914	0,1921	0,1990	0,2135	0,2075	0,2151	0,2175	0,2181	0,2193	0,2205	0,2265	0,2287	0,2321
	0,3	0,0152	0,0275	0,0247	0,0493	0,1167	0,1399	0,1317	0,1686	0,1655	0,1964	0,2041	0,2065	0,2073	0,2085	0,2093	0,2125	0,2165	0,2189	0,2202
	0,4	0,0147	0,0334	0,0670	0,0599	0,1059	0,1290	0,1338	0,1659	0,1730	0,1956	0,1958	0,1973	0,1982	0,1991	0,2021	0,2052	0,2079	0,2122	0,2176
	0,5	0,0056	0,0131	0,0281	0,0498	0,0804	0,0713	0,1315	0,0766	0,1452	0,1555	0,1578	0,1600	0,1798	0,1832	0,1901	0,1943	0,1998	0,2065	0,2091
	0,6	0,0102	0,0113	0,0386	0,0382	0,0505	0,0910	0,0789	0,0823	0,1284	0,1407	0,1728	0,1563	0,1752	0,1801	0,1891	0,1921	0,1952	0,1990	0,2021
	0,7	0,0063	0,0129	0,0097	0,0177	0,0360	0,0736	0,0372	0,0495	0,1124	0,1283	0,1393	0,1307	0,1475	0,1501	0,1550	0,1643	0,1741	0,1802	0,1854
	0,8	0,0026	0,0001	0,0068	0,0147	0,0087	0,0335	0,0333	0,0251	0,0629	0,0715	0,1117	0,1263	0,1314	0,1432	0,1491	0,1521	0,1572	0,1591	0,1603
	0,9	0,0010	0,0012	0,0002	0,0000	0,0002	0,0003	0,0206	0,0579	0,0621	0,0632	0,0643	0,0731	0,0754	0,0791	0,0801	0,0821	0,0811	0,0841	0,0856
	1,0	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Panel B: Resultados das simulações do *RiD* para o caso em que o passivo é descaçado em relação ao ativo.

		Risco de Crédito																		
		0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95
Descasamento	0,0	0,0589	0,0907	0,1331	0,1947	0,2479	0,2962	0,3312	0,4197	0,4509	0,4979	0,5545	0,5953	0,6522	0,6817	0,7458	0,7862	0,8509	0,9111	0,9504
	0,1	0,1374	0,1718	0,2439	0,2881	0,3223	0,3895	0,4118	0,4659	0,4966	0,5684	0,5751	0,6288	0,6699	0,7282	0,7888	0,8385	0,8572	0,9030	0,9567
	0,2	0,2294	0,2899	0,3240	0,3481	0,3957	0,4351	0,4760	0,5219	0,5647	0,6003	0,6303	0,6879	0,7261	0,7612	0,8048	0,8319	0,8797	0,9240	0,9559
	0,3	0,3301	0,3716	0,3953	0,4360	0,4809	0,4994	0,5459	0,5821	0,6098	0,6367	0,6926	0,7209	0,7474	0,7961	0,8239	0,8639	0,8799	0,9354	0,9698
	0,4	0,4320	0,4583	0,4928	0,5319	0,5512	0,5849	0,6110	0,6489	0,6536	0,6932	0,7262	0,7609	0,7936	0,8215	0,8539	0,8722	0,9144	0,9468	0,9686
	0,5	0,5276	0,5408	0,5695	0,5963	0,6231	0,6518	0,6712	0,6936	0,7338	0,7541	0,7779	0,7927	0,8176	0,8508	0,8769	0,9014	0,9285	0,9449	0,9694
	0,6	0,6227	0,6365	0,6620	0,6874	0,7024	0,7279	0,7397	0,7690	0,7780	0,8012	0,8241	0,8370	0,8637	0,8804	0,9112	0,9234	0,9423	0,9552	0,9775
	0,7	0,7187	0,7293	0,7411	0,7593	0,7772	0,7860	0,8002	0,8183	0,8328	0,8477	0,8627	0,8753	0,8936	0,9092	0,9263	0,9382	0,9563	0,9688	0,9833
	0,8	0,8085	0,8181	0,8300	0,8410	0,8484	0,8582	0,8704	0,8739	0,8851	0,9012	0,9103	0,9208	0,9309	0,9428	0,9511	0,9574	0,9681	0,9754	0,9922
	0,9	0,9037	0,9105	0,9130	0,9223	0,9244	0,9300	0,9356	0,9411	0,9432	0,9507	0,9552	0,9609	0,9653	0,9703	0,9746	0,9795	0,9824	0,9903	0,9950
	1,0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000





não se configurar como ativos disponíveis. Nesse caso, a medida  $RiD$  captura com boa precisão cada um dos riscos de crédito utilizados. Observe ainda que, para cada nível de risco de crédito, a medida  $RiD$  se aproxima de 0 (mas não assume o valor zero) na medida em que o descasamento se aproxima de 1. Isso porque, ainda que os ativos sejam superiores aos passivos, existe um risco de insolvência associado à possibilidade de não recebimento dos ativos.

Observe agora através dos resultados do Painel B que ainda que os ativos sejam iguais aos passivos (descasamento nulo), existe um risco de insolvência, dado que os recebíveis podem não se configurar como ativos disponíveis. Nesse caso, observe que a medida  $RiD$  também captura com boa precisão cada um dos riscos de crédito utilizados. Note ainda que, para cada nível de risco de crédito, a medida  $RiD$  se aproxima de 1 na medida em que o descasamento se aproxima de 1. Isso porque quanto maiores percentualmente forem os passivos em relação aos ativos, maiores serão os riscos de insolvência associados.

A partir dos resultados dessas simulações foi possível verificarmos que a medida  $RiD$  é capaz de mensurar riscos de insolvência para quaisquer que sejam os descasamentos a valor presente entre ativos e passivos e qualquer que seja a forma com que esses descasamentos estejam distribuídos ao longo do tempo. Como a incidência do risco de crédito  $\Theta$  sob as carteiras ao longo do tempo para os níveis de risco de crédito considerados foi também aleatorizada, permitiu-se que carteiras de diferentes períodos pudessem estar suscetíveis à diferentes riscos de crédito, o que aproxima a simulação de contextos reais, nos quais carteiras compostas por diferentes ativos possuem perdas esperadas distintas.

A partir dos resultados da simulação acima descrita obtemos argumentos teóricos que sustentam a medida  $RiD$  como abordagem passível de ser utilizada para análises de insolvência em setores, instituições e/ou contextos específicos a partir de dados reais. Na próxima subseção será apresentada uma aplicação da metodologia  $RiD$  para dados representativos de ativos e passivos presentes em um balanço patrimonial hipotético, de forma que seja possível uma melhor visualização do impacto do risco de crédito no risco de insolvência e a influência marginal que cada período possui na medida  $RiD$ , dadas as respectivas distribuições dos ativos e passivos considerados.

### 4.3 Aplicação Hipotética

Como aplicação da nova medida foram utilizados dados representativos de ativos e passivos presentes em um balanço patrimonial hipotético para 36 períodos e trazidos a valor presente no período  $t = 2012$ . Na tabela 2 estão detalhadas informações acerca dos dados considerados e dos valores assumidos pelas funções que compõe a medida *RiD*.

Para o cálculo do *RiD* foram consideradas perdas esperadas médias de 5% com variância 0.1 para as carteiras de ativos dos períodos analisados. Dessa forma é possível que sejam tomados riscos de crédito distintos para carteiras de diferentes períodos, e com uma probabilidade de recebimento média de 95% dos ativos considerados. A não consideração de um mesmo risco de crédito para todas as carteiras de ativos faz-se necessária uma vez que na prática cada carteira é composta por recebíveis que estão associados à diferentes perdas esperadas. Ou seja, para cada período os recebíveis de cada carteira podem ser menores que os respectivos ativos associados, a depender da qualidade dos recebíveis de cada carteira. A utilização de diferentes riscos de crédito entre as carteiras dos diferentes períodos, portanto, credita ao exemplo uma análise mais verossímil.



**Figura 3**

Gráfico comparativo entre ativos e passivos hipotéticos para os 36 períodos considerados

Na Figura 3 pode ser observada a evolução do descasamento entre os respectivos ativos e passivos considerados. A partir desse gráfico, observa-se que a distribuição dos ativos e passivos é desarmoniosa: enquanto um grande volume de ativos encontra-se concentrado nos primeiros períodos da série, os passivos encontram-se distribuídos de maneira mais uniforme e com uma tendência de queda a partir do ano 2023.

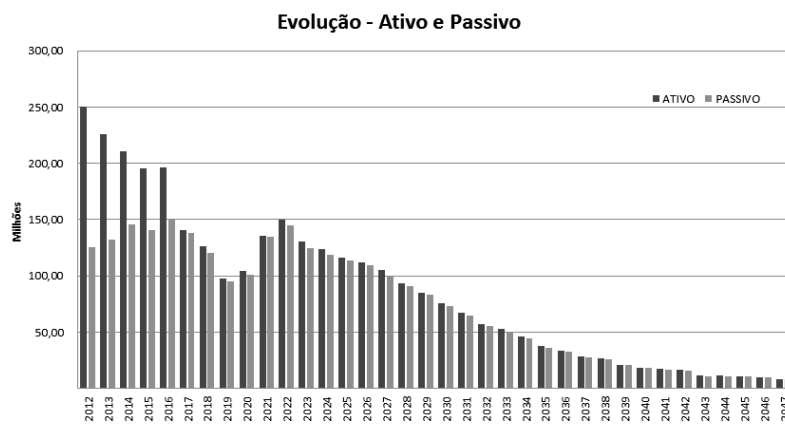
A partir dos resultados da Tabela 2, verifica-se que o valor em risco de insolvência  $RiD$  para o exemplo considerado foi de 30,41%, ou seja, mesmo que a valor presente o total de ativos seja superior ao total de passivos, existe um risco de insolvência de 30,41%. Através do risco marginal de insolvência relativo  $R_t$ , percebe-se ainda que os períodos de 2021 a 2026 são os que mais contribuíram marginalmente para esse risco de insolvência, com 63,53% do total desse índice.

Tais resultados sugerem, portanto, que embora a valor presente o total de ativos possa ser superior ao total de passivos, a ausência de uma distribuição harmoniosa entre ativos e passivos pode conferir à insituição um considerável risco de insolvência. Nesse exemplo, a função indicadora da posição relativa de insolvência  $\delta^t$  assumiu, com excessão do ano de 2013, apenas valores iguais a 0 ou 1, uma vez que em todos os períodos  $\theta a^t > p^t$  ou  $a^t < p^t$ , respectivamente.

**Tabela 2**

Tabela com valores dos ativos e passivos hipotéticos

ANO	ATIVO	PASSIVO	$W^t(k)$	$\theta$	$\delta^t(p, a)$	$f^t$	$RiD^t$	$R^t$
2012	400.692.534,21	125.414.378,56	4,64%	0,9971	0	0,684105951	0,00%	0,00%
2013	300.570.548,63	132.482.725,39	4,90%	0,4288	0,4288	0,027158817	0,06%	0,19%
2014	260.572.274,57	145.335.304,44	5,38%	0,9501	0	0,392345708	0,00%	0,00%
2015	240.480.851,99	140.467.435,50	5,20%	0,9614	0	0,377289314	0,00%	0,00%
2016	220.621.737,83	150.599.121,36	5,57%	0,9968	0	0,314187657	0,00%	0,00%
2017	156.437.319,20	138.532.455,27	5,13%	0,9729	0	0,087353917	0,00%	0,00%
2018	116.421.950,02	120.341.247,85	4,45%	0,9987	1	0,033825861	0,15%	0,50%
2019	92.353.432,30	95.511.020,13	3,53%	0,8853	1	0,143967958	0,51%	1,67%
2020	83.989.094,72	100.708.949,13	3,73%	0,8965	1	0,252338307	0,94%	3,09%
2021	75.875.400,73	134.915.135,68	4,99%	0,9311	1	0,476355375	2,38%	7,82%
2022	60.184.777,37	145.222.992,89	5,37%	0,8753	1	0,637249346	3,42%	11,26%
2023	42.505.234,91	124.437.574,71	4,60%	0,9999	1	0,658455378	3,03%	9,97%
2024	30.736.189,66	118.816.688,35	4,40%	0,9993	1	0,741495284	3,26%	10,72%
2025	24.809.056,05	113.817.310,04	4,21%	0,8793	1	0,808336685	3,40%	11,20%
2026	45.544.648,02	109.163.423,40	4,04%	0,9994	1	0,583035051	2,36%	7,75%
2027	60.827.270,11	100.150.599,10	3,71%	0,9967	1	0,394646256	1,46%	4,81%
2028	70.591.433,80	90.977.379,13	3,37%	0,9722	1	0,245647736	0,83%	2,72%
2029	65.110.860,39	82.941.988,72	3,07%	0,997	1	0,21733818	0,67%	2,19%
2030	55.665.461,55	73.111.520,47	2,71%	0,9233	1	0,297020219	0,80%	2,64%
2031	44.401.073,51	64.344.038,27	2,38%	0,8691	1	0,400271198	0,95%	3,13%
2032	30.054.892,71	55.740.026,13	2,06%	0,8274	1	0,55386784	1,14%	3,76%
2033	27.279.131,84	50.624.434,75	1,87%	0,975	1	0,474618261	0,89%	2,92%
2034	35.961.601,57	44.176.720,57	1,63%	0,683	1	0,444010928	0,73%	2,39%
2035	30.358.997,59	36.084.843,46	1,34%	0,9998	1	0,158845574	0,21%	0,70%
2036	25.177.073,21	32.274.904,80	1,19%	0,9956	1	0,223350332	0,27%	0,88%
2037	19.666.541,12	27.967.756,88	1,03%	0,9737	1	0,315307582	0,33%	1,07%
2038	20.742.901,52	25.850.043,07	0,96%	0,7953	1	0,361825838	0,35%	1,14%
2039	17.275.449,13	20.698.334,09	0,77%	0,9978	1	0,167206256	0,13%	0,42%
2040	10.316.428,87	18.242.272,09	0,68%	0,8567	1	0,515516238	0,35%	1,14%
2041	10.283.516,21	16.649.793,09	0,62%	0,4732	1	0,707734514	0,44%	1,43%
2042	9.664.467,95	15.927.867,19	0,59%	0,9799	1	0,405431246	0,24%	0,79%
2043	7.155.794,69	11.034.030,40	0,41%	0,9672	1	0,372750992	0,15%	0,50%
2044	5.407.391,40	11.000.840,30	0,41%	0,8567	1	0,578894694	0,24%	0,78%
2045	3.503.991,74	10.809.914,28	0,40%	0,9392	1	0,695561967	0,28%	0,92%
2046	4.414.086,36	9.568.284,54	0,35%	0,7545	1	0,651930485	0,23%	0,76%
2047	2.418.457,64	8.340.908,59	0,31%	0,9542	1	0,72332843	0,22%	0,73%
TOTAL	2.708.071.873,11	2.702.282.262,61	100%	-	-	-	30,41%	100%



**Figura 4**  
Gráfico comparativo entre ativos redistribuídos e passivos para os 36 períodos considerados

Suponhamos agora que o gestor dessa instituição hipotética redistribua os ativos concentrados no curto prazo de forma a se eliminar os descasamentos existentes no balanço apresentado. Na tabela 3 estão detalhadas informações acerca dos ativos redistribuídos e dos valores assumidos pelas funções que compõe a medida *RiD*. O gráfico da figura 4 compara os ativos e os passivos de cada período. Observe que, nesse caso, mesmo que a redistribuição dos ativos tenha sido feita de forma que em todos os períodos se tenha ativos superiores aos passivos, existe um risco de insolvência igual a 3,71%, que pode ser tanto maior quanto maiores forem os riscos de crédito das carteiras de ativos.

Tabela 3

Tabela com valores dos ativos hipotéticos redistribuídos

ANO	ATIVO	PASSIVO	$W^t(k)$	$\theta$	$\delta^t(p, a)$	$f^t$	$RiD^t$	$R^t$
2012	250.092.534,21	125.414.378,56	4,64%	0,9971	0	0,495628099	0,00%	0,00%
2013	225.570.548,63	132.482.725,39	4,90%	0,4288	0,4288	0,269907447	0,57%	15,29%
2014	210.572.274,57	145.335.304,44	5,38%	0,9501	0	0,259907976	0,00%	0,00%
2015	195.480.851,99	140.467.435,50	5,20%	0,9614	0	0,242826114	0,00%	0,00%
2016	196.621.737,83	150.599.121,36	5,57%	0,9968	0	0,230866777	0,00%	0,00%
2017	140.437.319,20	138.532.455,27	5,13%	0,9729	0,9729	0,013722325	0,07%	1,84%
2018	126.421.950,02	120.341.247,85	4,45%	0,9987	0	0,046798468	0,00%	0,00%
2019	97.353.432,30	95.511.020,13	3,53%	0,8853	0,8853	0,09762252	0,31%	8,23%
2020	103.989.094,72	100.708.949,13	3,73%	0,8965	0,8965	0,074300504	0,25%	6,69%
2021	135.875.400,73	134.915.135,68	4,99%	0,9311	0,9311	0,06227285	0,29%	7,80%
2022	150.184.777,37	145.222.992,89	5,37%	0,8753	0,8753	0,094793923	0,45%	12,01%
2023	130.505.234,91	124.437.574,71	4,60%	0,9999	0	0,046393615	0,00%	0,00%
2024	123.736.189,66	118.816.688,35	4,40%	0,9993	0	0,039057983	0,00%	0,00%
2025	115.809.056,05	113.817.310,04	4,21%	0,8793	0,8793	0,10531269	0,39%	10,51%
2026	111.544.648,02	109.163.423,40	4,04%	0,9994	0	0,020747726	0,00%	0,00%
2027	104.827.270,11	100.150.599,10	3,71%	0,9967	0	0,041313115	0,00%	0,00%
2028	93.591.433,80	90.977.379,13	3,37%	0,9722	0	0,000130491	0,00%	0,00%
2029	85.110.860,39	82.941.988,72	3,07%	0,997	0	0,022482902	0,00%	0,00%
2030	75.665.461,55	73.111.520,47	2,71%	0,9233	0,9233	0,044447165	0,11%	2,99%
2031	67.401.073,51	64.344.038,27	2,38%	0,8691	0,8691	0,089608384	0,19%	5,00%
2032	57.054.892,71	55.740.026,13	2,06%	0,8274	0,8274	0,153082237	0,26%	7,04%
2033	53.279.131,84	50.624.434,75	1,87%	0,975	0	0,024826208	0,00%	0,00%
2034	45.961.601,57	44.176.720,57	1,63%	0,683	0,683	0,289404613	0,32%	8,71%
2035	37.358.997,59	36.084.843,46	1,34%	0,9998	0	0,033905683	0,00%	0,00%
2036	33.177.073,21	32.274.904,80	1,19%	0,9956	0	0,022792526	0,00%	0,00%
2037	28.666.541,12	27.967.756,88	1,03%	0,9737	0,9737	0,001971763	0,00%	0,05%
2038	26.742.901,52	25.850.043,07	0,96%	0,7953	0,7953	0,177230401	0,13%	3,63%
2039	21.275.449,13	20.698.334,09	0,77%	0,9978	0	0,024925869	0,00%	0,00%
2040	18.316.428,87	18.242.272,09	0,68%	0,8567	0,8567	0,139817423	0,08%	2,18%
2041	17.283.516,21	16.649.793,09	0,62%	0,4732	0,4732	0,508789099	0,15%	4,00%
2042	16.664.467,95	15.927.867,19	0,59%	0,9799	0	0,024101877	0,00%	0,00%
2043	11.155.794,69	11.034.030,40	0,41%	0,9672	0,9672	0,022126618	0,01%	0,24%
2044	11.407.391,40	11.000.840,30	0,41%	0,8567	0,8567	0,111639479	0,04%	1,05%
2045	10.503.991,74	10.809.914,28	0,40%	0,9392	1	0,08737953	0,03%	0,94%
2046	10.014.086,36	9.568.284,54	0,35%	0,7545	0,7545	0,210346628	0,06%	1,51%
2047	8.418.457,64	8.340.908,59	0,31%	0,9542	0,9542	0,036928389	0,01%	0,29%
TOTAL	3.148.071.873,11	2.702.282.262,61	100%	-	-	-	3,71%	100%

Nesse caso, a função indicadora da posição relativa de insolvência  $\delta^t$  assumiu valores entre 0 e 1 para vários anos do período considerado. Isso porque, embora os ativos redistribuídos desses períodos tenham sido superiores aos respectivos passivos, o valor esperado dos recebíveis  $\theta a^t$  foi menor que os respectivos passivos  $p^t$ . Ou seja, embora os ativos desses períodos tenham sido todos superiores aos respectivos passivos, a insituição não encontra-se totalmente solvente, dado que existem riscos de crédito associados às carteiras de vários períodos. Além da qualidade dos ativos, a expertise do gestor em redistribuir os recursos disponíveis afim de balancear contas futuras é uma outra importante variável que influencia o risco de insolvência. Em estudos posteriores pretendemos estabelecer a distribuição a priori da medida  $\Gamma(RiD)$  de forma que a habilidade de redistribuição de recursos por parte do gestor seja modelada probabilisticamente.

## 5. Conclusão

Embora existam na literatura modelos com o proposto de detectar situações de insolvência, suas abordagens estão baseadas em indicadores que não levam em consideração a qualidade dos ativos associados e o grau de severidade atribuído à diferentes descasamentos.

O risco de crédito é importante no contexto de risco de insolvência uma vez que mesmo em períodos em que os recebíveis sejam superiores às respectivas obrigações, existe a possibilidade de que o recebimento de parte dos ativos não seja efetuado, ou seja, de que as perdas realizadas estejam acima do valor esperado dos ativos provisionados como não recebíveis. O impacto do risco de crédito no risco de insolvência pode ser ainda maior quando o descasamento entre ativos e passivos não for suficiente para compensar a diferença entre ativos provisionados como recebíveis e ativos efetivamente recebidos.

Motivados pela lacuna teórica existente na relação endógena entre risco de crédito, severidade dos descasamentos e risco de insolvência, foi proposta uma medida estatisticamente formalizada com base no descasamento entre ativos e passivos (RiD) que indica a valor presente o risco de insolvência a que determinada instituição está submetida, de forma que sejam considerados, além dos recebíveis e obrigações futuras, a qualidade dos recebíveis associados e o grau de severidade de cada descasamento.

Através das definições e simulações apresentadas, verifica-se que a abordagem para o risco de insolvência com base no descasamento proposta é uma abordagem que permite o acompanhamento periódico do descasamento entre ativos e passivos e que fornece a valor presente um grau de insolvência a que uma instituição está exposta, de forma que sejam considerados, além dos recebíveis e obrigações futuras, a qualidade dos ativos associados e a severidade atribuída a cada descasamento.

Como verificado pela simulação 1, o RiD foi capaz de capturar os efeitos dos descasamentos entre ativos e passivos com uma diferença entre o verdadeiro percentual de descasamento e o percentual calculado inferior a  $7 \times 10^{-6}$  para qualquer nível percentual considerado. Além disso, o risco marginal de insolvência  $R^t$ , pela forma em que foi definido, indica marginalmente quais períodos mais contribuem para o risco de insolvência. Dessa forma, as interpretações dos resultados fornecidos pelas medidas  $RiD_t$  e  $R^t$  permitem que seja feito um melhor posicionamento das obrigações presentes no balanço patrimonial, no que tange principalmente aos quesitos cumprimento de metas e redirecionamento de recursos

no longo prazo.

É importante ressaltar que mesmo que em um determinado período os ativos sejam superiores aos respectivos passivos, existe a possibilidade de que o recebimento de parte dos ativos não seja efetuado ou que perdas realizadas estejam abaixo do valor esperado dos ativos provisionados como não recebíveis. A utilização das funções  $\delta^t$ , que exprime a posição relativa de insolvência, e  $f^t$ , que exprime o esforço para se eliminar o descasamento ou manter a posição de solvência, ambas baseadas na variável aleatória  $\theta = 1 - \Theta$ , em que  $\Theta$  tem função de distribuição baseada nas probabilidades de default das carteiras, permitiu que tais restrições fossem capturadas pela medida RiD.

Ainda com relação ao RiD, o peso  $W^t(k)$  atribuído a cada descasamento foi dado como a ocorrência relativa da variável aleatória passivo  $P^t$ . Em muitas situações práticas, entretanto, o gestor das instituições tem óticas diferentes sobre qual descasamento relativo de passivo contra ativo de um dado período é mais severo do que outro. Isso porque é de se esperar que a valor presente valores iguais para descasamentos de diferentes períodos impactem a insolvência de formas diferentes. Como forma de generalizar o cálculo do  $RiD^t$  e incorporar as diferentes concepções de severidade, foi introduzida a função de probabilidade  $\gamma(k)$ , que indica o grau da severidade de insolvência para um determinado período  $k$ . A introdução de tal função permitiu que a medida RiD fosse generalizada através da medida  $\Gamma(RiD)$ , que passa a indicar um risco de insolvência que leva em consideração, além dos recebíveis e obrigações futuras e a qualidade dos ativos associados, a severidade atribuída a cada descasamento. Em estudos posteriores pretendemos estabelecer a distribuição a priori da medida  $\Gamma(RiD)$  de forma que a habilidade de redistribuição de recursos por parte do gestor seja modelada probabilisticamente.

Com base nos valores observados pela aplicação hipotética, verificou-se que a ausência de uma distribuição harmoniosa entre ativos e passivos pode aumentar o risco de insolvência, ainda que o total de ativos a valor presente seja superior ao total de passivos. Nesse caso, períodos com descasamentos e elevados impactos marginais devem ser observados com maior cautela, dado que um redirecionamento de recursos ineficaz para esses períodos ou a presença de ativos no balanço patrimonial com elevados riscos de crédito podem incitar probabilidades de insolvência elevadas.

Percebe-se, portanto, que o acompanhamento dos períodos mais distantes ou com elevadas magnitudes de descasamentos podem ser determinan-



tes para adequar decisões de alongar ou encurtar dívidas, bem como para a elaboração mais eficaz de estratégias de captação de recursos, como a emissão de debentures e de títulos privados de diversos prazos. Nesse caso, a nova abordagem, além de indicar uma probabilidade de insolvência, fornece resultados que permitem que seja feito um melhor posicionamento das obrigações presentes no balanço patrimonial, a fim de que seja obtido um redirecionamento de recursos mais eficiente no longo prazo.

Esse artigo contribui ainda para a literatura de falência e recuperação judicial, as quais têm sido amplamente discutidas no atual cenário de aumento do número de pedidos de recuperação judicial. Quando o patrimônio do devedor possui valor inferior ao total de suas dívidas, a regra da individualidade de execução pode não ser aplicada, de forma que sejam criadas oportunidades de realização de crédito a todos os credores de uma mesma categoria. O processo de recuperação judicial, quando instaurado, permite ao devedor a postergação do vencimento de suas obrigações, redução de valor ou instauração de outros meios que impeçam a execução concursal. Os resultados obtidos tanto pela medida RiD quanto pela RiD Marginal podem ser utilizados para que as empresas tracem estratégias de forma a minimizar as probabilidades de falência, dadas as perdas esperadas associadas à atividade em questão, ou para que os processos de recuperação sejam desenhados de forma a se permitir a efetiva recuperação da referida empresa.

## Referências

- Altman, Edward I. 1968. Financial Ratios, Discriminant Analysis and Prediction of Corporate Bankruptcy. *Journal of Finance*, **23**, 189–209.
- Beaver, William H. 1966. Financial Ratios as Predictors of Failure. *Journal of Accounting Research*, **4**, 71–111. Empirical Research in Accounting: Selected Studies.
- Burges, Christopher J. C. 1998. A Tutorial on Support Vector Machines for Pattern Recognition. *Data Mining and Knowledge Discovery*, **2**, 121–167.
- Cihak, M., & Heiko, H. 2010. Islamic Banks and Financial Stability: An Empirical Analysis. *Journal of Financial Services Research*, **38**, 95–113.
- Cox, David R. 1972. Regression Models and Life-Tables. *Journal of the Royal Statistical Society*, **34**, 187–220. Series B (Methodological).

- Hsiao, Shu-Hua, & Whang, Thou-Jen. 2009. A Study of Financial Insolvency Prediction Model for Life Insurers. *Expert Systems with Applications*, **36**, 6100–6107.
- Janot, Márcio M. 1999. *Previsão de Insolvência Bancária No Brasil: Aplicação de Diferentes Modelos Entre 1995 e 1998*. Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.
- Kanitz, Stephen C. 1976. *Indicadores Contábeis e Financeiros de Previsão de Insolvência: A Experiência Da Pequena e Média Empresa Brasileira*. Tese (Livre Docência). Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, Universidade de São Paulo, São Paulo.
- Lane, William R., Looney, Stephen W., & Wansley, James W. 1986. An Application of the Cox Proportional Hazards Model to Bank Failure. *Journal of Banking and Finance*, **10**, 511–531.
- Maechler, Andrea M., Mitra, Srobona, & Worrell, DeLisle. 2009. Decomposing Financial Risks and Vulnerabilities in Emerging Europe. *IMF Staff Papers*, **57**, 15–60.
- Matarazzo, Dante C. 2010. *Análise Financeira de Balanços: Abordagem Básica e Gerencial*. São Paulo: Atlas.
- Merton, Robert C. 1973. Theory of Rational Option Pricing. *Bell Journal of Economics and Management Science*, **4**, 141–183.
- Nicoló, Gianni. 2000. *Size, Charter Value and Risk in Banking: An International Perspective*. Board of Governors of the Federal Reserve System. International Finance Discussion. Acesso em 11/08/2014. Disponível em <http://www.federalreserve.gov/pubs/ifdp/2000/689/ifdp689.pdf>.
- Salcedo-Sanz, Sancho, Fernández-Villacanas, José-Luiz, Bousono-Calzon, Carlos, & Segovia-Vargas, Maria J. 2005. Genetic Programming for the Prediction of Insolvency in Non-Life Insurance Companies. *Computers & Operations Research*, **32**, 749–765.
- Segovia-Vargas, Jesus M., Salcedo-Sanz, Sancho, & Bousono-Calzon, Carlos. 2004. Prediction Of Insolvency In Non-Life Insurance Companies

Using Support Vector Machines, Genetic Algorithms And Simulated Annealing. *Fuzzy Economic Review*, **0**, 79–94.

Thomson, James B. 1991. Predicting Bank Failures in the 1989s. *Economic Review*, **27**, 9–20. Federal Reserve Bank of Cleveland.

Wall, Alexander. 1919. *The Banker's Credit Manual*. Indianapolis: The Bobbs-Merrill Company.

