

Estratégia *Long-Short*, Neutra ao Mercado, e *Index Tracking* Baseadas em Portfólios Cointegrados

João F. Caldeira*
Marcelo S. Portugal**

Resumo

Modelos de otimização de carteiras baseados na análise média-variância apresentam dificuldades para estimação das matrizes de covariância, o que leva a necessidade de métodos *ad hoc* para limitar ou suavizar as alocações eficientes recomendadas pelo modelo. Embora as carteiras resultantes sejam eficientes, não é assegurado que o *tracking error* seja estacionário, podendo a carteira se distanciar do benchmark, exigindo frequentes recomposições. Este artigo aplica metodologia de cointegração para otimização de carteiras que são utilizadas em estratégias *index tracking* e *long-short*. As carteiras resultantes apresentam elevada estabilidade, refletindo em baixos custos de ajuste. Níveis de retorno e volatilidade superiores aos benchmarks mostram que a metodologia é uma ferramenta eficiente e capaz de gerar resultados robustos, se caracterizando como uma atraente ferramenta para a gestão quantitativa de recursos.

Palavras-chave: cointegração; *index tracking*; *long-short*; estratégia neutra ao mercado.

Códigos JEL: C32; C52; G11.

Abstract

Traditional models to optimize portfolios based on mean-variance analysis aim to determine the portfolio weights that minimize the variance for a certain return level. The covariance matrices used to optimize are difficult to estimate and *ad hoc* methods often need to be applied to limit or smooth the efficient allocations recommended by the model. Although the method is efficient, the tracking error isn't certainly stationary, so the portfolio can get distant from the benchmark, requiring frequent re-balancements. This work uses cointegration methodology to devise two quantitative strategies: *index tracking* and *longshort*. We aim to design optimal portfolios acquiring the asset prices co-movements. The results show that *index tracking* portfolios based on cointegration replicate the benchmarks return and volatility. The *long-short* strategy generated stable returns under several market circumstances, presenting low volatility.

Keywords: cointegration; *index tracking*; *long-short*; market neutral strategy.

Submetido em agosto de 2009. Aceito em agosto de 2010. O artigo foi avaliado segundo o processo de duplo anonimato além de ser avaliado pelo editor. Editor responsável: Ricardo Leal. Agradecemos os comentários de participantes do XXXI Encontro Brasileiro de Econometria, Mathematics and Finance: Research in Options 2009 e IX Encontro Brasileiro de Finanças.

*Analista Quant, Banco Sicredi SA e PPGE – UFRGS, Porto Alegre, RS, Brasil.

E-mail: joao@ppge.ufrgs.br

**Departamento de Economia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul e CNPq, Porto Alegre, RS, Brasil. E-mail: msp@ufrgs.br

1. Introdução

Os modelos tradicionais de otimização de carteiras baseados na análise média-variância buscam determinar a composição que minimize a volatilidade da carteira para um dado nível de retorno. Dificuldades com a estimação das matrizes de covariância, usadas no processo de otimização, levam à necessidade de métodos *ad hoc* para limitar ou suavizar as alocações eficientes recomendadas pelo modelo de média-variância. Embora as carteiras obtidas por este método sejam eficientes, não é assegurado que o *tracking error* seja estacionário, podendo a carteira se distanciar do benchmark, exigindo frequentes rebalanceamentos. Neste artigo empregamos a metodologia de cointegração para otimização de carteiras no âmbito de duas estratégias: *index tracking* e estratégia neutra ao mercado, *long-short*. Para a primeira estratégia o objetivo é replicar os movimentos de um índice de mercado específico em termos de retorno e volatilidade. Já a segunda estratégia, o objetivo principal é minimizar o risco de uma estratégia de investimento e entregar lucros sob todas as circunstâncias de mercado, podendo ser descrita como não-direcional ou neutra ao mercado. Busca-se correlação mínima com o mercado e gerar um alfa positivo independente da direção do mercado. As estratégias apresentadas aqui usam as séries históricas dos preços para projetar o comportamento futuro de uma ação. A diferença entre a metodologia empregada e os modelos tradicionais é que a otimização é baseada na cointegração dos preços, ao invés da correlação dos retornos.

Estratégias *long-short* são amplamente empregadas nos mercados financeiros, seja por gestores de *hedge-funds* ou fundos de pensão, gestores quantitativos e participantes do mercado em geral. Na maioria das vezes as estratégias *long-short* buscam obter retorno sem exposição direcional ao mercado, por isso são chamadas de estratégias neutras ao mercado. As estratégias *long-short* podem aparecer sob vários formatos: i) operações com pares de ações,¹ também conhecidas como *pair trading*, que podem ser construídas tanto com base em modelos matemáticos que buscam capturar desvios das relações de longo prazo entre os preços dos ativos, ou com base em análise fundamentalista; ii) operações envolvendo uma ação e um índice de mercado do setor ao qual a empresa pertença,² ou algum índice geral de mercado; iii) por fim, operações envolvendo duas carteiras de ações, onde assume-se posição vendida em uma das carteiras – a parte *short*, e com os recursos obtidos com a venda dessa carteira assume-se posição comprada em outra – a parte *long*.

De uma forma geral, uma estratégia *long-short* consiste na manutenção de uma carteira comprada (*long*), financiada por uma carteira vendida (*short*). A carteira *short*, além de funcionar como um *hedge* contra riscos de declínios dos mercados, fornece ao gestor a possibilidade de adicionar valor pelo uso de algum

¹No caso de *pairs trading* o mais comum são operações envolvendo ações ON contra PN, de uma mesma empresa, ou de empresas que pertencem a um mesmo setor, onde é mais factível que preços das ações tenham uma relação estável ao longo do tempo

²As operações envolvendo ações contra índices setoriais, conhecidos como ETF's (Exchange Trade Funds) são pouco utilizadas no mercado brasileiro devido à existência de poucos ETF's.

critério de seleção de ações que apresentam desempenho inferior ao desempenho da carteira *long*. Na prática, em estratégias *long-short* envolvendo duas carteiras, a parte *long* não necessariamente precisa apresentar desempenho superior ao mercado, mas sim, precisa apresentar desempenho superior à parte *short* para que a estratégia obtenha resultados positivos.

Por muitas décadas, gestores e participantes do mercado em geral avaliam os co-movimentos e interdependência entre os mercados e ativos em geral. Entretanto, a tradicional otimização de carteiras quantitativas fundamenta-se principalmente na análise da correlação (conceito estritamente linear) para modelar as mais complexas interdependências entre ativos financeiros. A busca por técnicas adequadas para a construção de carteiras que visam replicar um índice de referência, ou para construção de estratégias *long-short* neutras ao mercado, não é algo recente. Atualmente grande parte das pesquisas com métodos quantitativos para construção de tais estratégias está envolvida com aplicações para *hedge funds*, que devido a flexibilidade operacional e baixas restrições, são adequados para aplicação dessas estratégias de alocação.

Nos modelos padrões de risco e retorno as séries de preços são diferenciadas antes de iniciar a análise, removendo *a priori* qualquer tendência de longo prazo nos dados. As tendências ficam implícitas nas séries de retornos, mas qualquer decisão baseada em tendências comuns de longo prazo nas séries de preços é excluída em modelagens padrões de risco e retorno. Uma vez que as correlações são altamente instáveis, sua variabilidade ao longo do tempo torna-a uma ferramenta difícil para uso prático na gestão quantitativa de carteiras, pois os frequentes rebalanceamentos podem implicar em custos elevados.

O *input* mais importante dos modelos baseados em otimização por média-variância é o vetor de retornos esperados. Autores como, por exemplo, Best e Grauer (1985) demonstram que um pequeno aumento no retorno esperado de um dos ativos da carteira pode tirar metade dos ativos da carteira. Com o objetivo de definir adequados pontos de partida no processo de otimização de carteiras, Black e Litterman (1990) e He e Litterman (1999) consideram várias alternativas de previsão dos retornos esperados: retornos históricos, médias de retornos iguais para todos os ativos, médias de retornos ajustadas pelo risco iguais. Concluem, porém, que todas as alternativas de previsão consideradas levam a portfólios extremos, com posições altamente concentradas em poucos ativos, tanto compradas quanto vendidas. Black e Litterman (1990, 1992) propõem uma metodologia baseada na análise média-variância para criar portfólios eficientes e estáveis baseados na visão individual de cada investidor, a qual supera o problema de sensibilidade extrema aos *inputs*.³ Também existe uma ampla literatura que emprega métodos bayesianos no processo de otimização de carteiras.⁴

³Para detalhes ver Meucci (2005), Lee (2000), Black e Litterman (1990, 1992), Idzorek (2004).

⁴Ver Rachev et alii (2000), Michaud e Michaud (1998).

Porém, nos últimos anos, o conceito de cointegração tornou-se amplamente difundido na econometria de séries financeiras. A metodologia de cointegração tornou-se uma ferramenta extremamente poderosa, pois permite a aplicação de métodos de estimação simples à variáveis não estacionárias. Ainda assim, sua relevância para a análise de investimento tem sido limitada, principalmente pelo fato de que o padrão na gestão de carteiras e mensuração de risco se dá através da análise da correlação entre os retornos dos ativos.

Cointegração e correlação são conceitos relacionados, mas diferentes. Elevada correlação não implica em cointegração, bem como elevada cointegração não implica em alta correlação. Na prática séries cointegradas podem apresentar momentos de baixa correlação. Uma carteira grande e diversificada composta por ações de algum índice, na qual as alocações são determinadas pelos respectivos pesos das ações no índice, deveria (a princípio) ser cointegrada com o índice. No longo prazo, a carteira deveria se mover junto com o índice. Contudo, podem ocorrer períodos em que as ações da carteira apresentam movimentos extremos nos preços, fazendo com que a correlação entre a carteira e o índice seja baixa nesse momento.

O exemplo a seguir, baseado em Alexander e Dimitriu (2002), ilustra que cointegração não implica em correlação e vice-versa. Alta correlação dos retornos não implica em alta cointegração nos preços. A figura 1 apresenta, no primeiro painel, as séries de preços diários (em $\ln$) das ações preferenciais e ordinárias da Vale (VALE5 e VALE3), de janeiro de 2000 a outubro de 2009. Testes de cointegração revelam que as séries são cointegradas a 1% e os retornos diários das duas séries apresentam coeficiente de correlação de 0.99. No segundo painel são apresentados logaritmos da série de preços da VALE3 e da VALE5R, que foi construída adicionando-se aos retornos diários da VALE5 10% ao ano distribuídos diariamente, testes de cointegração mostram que essas duas séries não são cointegradas nem a 10% de significância, a simples inspeção visual deixa claro que as séries divergem, porém os retornos continuam apresentando coeficiente de correlação de 0.99.

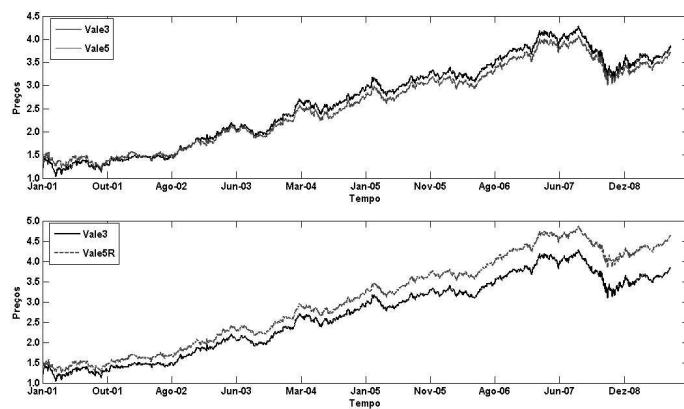


Figura 1

Preços diários das ações Vale5, Vale3 e Vale5 reconstruída

Nota: No primeiro gráfico mostramos as séries diárias de Vale5 e Vale3 (em logaritmo), no segundo gráfico temos as séries diárias da Vale3 e a série VALE5R, que foi construída adicionando-se aos retornos diários da VALE5 10% ao ano distribuídos diariamente

Correlação reflete co-movimentos nos retornos, os quais são suscetíveis a grande instabilidade ao longo do tempo. Trata-se de uma medida intrinsecamente de curto prazo e estratégias baseadas em correlação comumente exigem frequentes rebalanceamentos. Por outro lado, cointegração é uma medida de co-movimentos de longo-prazo nos preços, os quais podem ocorrer mesmo em períodos quando a correlação estática parece baixa.

Os pioneiros na utilização da técnica de cointegração a séries financeiras são Lucas (1997) e Alexander (1999). Segundo Alexander (1999), a técnica de cointegração para modelagem de séries de tempo possibilita muitas aplicações a dados de mercados financeiros: quando *spreads* apresentam característica de reversão à média, preços são cointegrados. Portanto, um modelo multivariado produzirá importantes informações das relações de equilíbrio entre preços de ativos financeiros e da causalidade dos retornos dentro do sistema. Arbitragem entre preços à vista e futuros, modelagem da estrutura da curva de juros, negociações através da construção de *index tracking* e de *spreads*, construção de estratégias *long-short* e *pair tradings*, são algumas das aplicações de cointegração a dados financeiros.

O uso da metodologia de cointegração em aplicações para desenvolvimento de estratégias com ações é encontrado em Alexander e Dimitriu (2002), Dunis e Ho (2005), bem como em Lin et alii (2006), que utilizam a metodologia de cointegração para desenvolver um procedimento que embute uma condição de lucro mínimo em uma estratégia *pair tradings*: uma forma comparativa-valor de arbitragem estatística que busca explorar divergências aleatórias temporárias entre o preço de equilíbrio de duas ações.

Existem também várias aplicações da metodologia de cointegração para modelagem da estrutura a termo da taxa de juros.⁵ Em todos os casos é empregada a metodologia de cointegração para examinar relações intertemporais entre as taxas de juros para diferentes maturidades utilizando dados da estrutura a termo para diferentes países.

O objetivo deste artigo é verificar a aplicabilidade da metodologia de cointegração para derivar carteiras ótimas com ações negociadas no mercado brasileiro e empregá-las na construção de estratégias *long-short*, extrapolando a clássica estratégia *index tracking*. São empregados os preços diários do índice Ibovespa e suas principais ações constituintes para o período de janeiro de 2000 a dezembro de 2008, perfazendo um total de 2,230 observações diárias. São derivadas carteiras que buscam replicar índices de referência construídos a partir do índice Ibovespa, e o próprio Ibovespa.

Na maioria dos casos as carteiras ótimas são obtidas com aproximadamente dez ações e os resultados apresentados reforçam a utilização da cointegração nas estratégias explicitadas. Os resultados mostram a capacidade das carteiras cointegradas *index tracking* de replicar um benchmark em termos de retorno e volatilidade, apresentando resultados inferiores apenas no período compreendido entre setembro de 2001 e agosto de 2002. Da mesma forma, as estratégias *long-short*, baseadas em cointegração, apresentaram resultados estáveis sob condições normais de mercado e em circunstâncias adversas, apresentando retornos superiores ao benchmark considerado e volatilidade em níveis baixos.⁶

Além desta introdução, este artigo está organizado em mais 3 seções. Na seção 2 são apresentadas as estratégias *index tracking* e *long short* neutra ao mercado.⁷ Na seção 3 são apresentados os dados empregados e é metodologicamente explicado como são construídas as carteiras usadas na implementação das estratégias *index tracking* e *long-short*. Na seção 4 são avaliados empiricamente, para dados do mercado brasileiro, as carteiras *index tracking* e a estratégia *long-short* com diferentes periodicidades de rebalanceamento e composições das carteiras. Por último, é apresentada uma conclusão dos resultados empíricos e indicação de passos que podem potencializar os resultados das estratégias.

⁵Ver Bhar (1994), Bauwens et alii (1997), Jumah e Kunst (2002).

⁶É comum fundos definidos como *long-short* no mercado brasileiro apresentarem volatilidades anualizadas inferiores às obtidas com a estratégia *long-short* aqui analisada, vale destacar que a maioria desses fundos, apesar de serem definidos como *long-short*, empregam uma diversidade de estratégias, sendo que apenas uma pequena parcela de seu patrimônio alocadas em estratégias estritamente *long-shorts*.

⁷Cabe destacar que uma estratégia *long-short* não necessariamente é neutra ao mercado. Já a estratégia *long-short* aqui desenvolvida, por construção, busca ser neutra ao mercado.

2. Estratégias Neutras ao Mercado Long-Short e Carteiras Index Tracking

A estratégia de investimento *index tracking* consiste em replicar os movimentos de um benchmark em termos de retorno e volatilidade. Nessa estratégia deve-se atentar principalmente para a análise do *tracking error*.⁸ No processo de otimização de carteiras por meio da análise média-variância geralmente exige frequentes rebalanceamentos para que carteira se mantenha alinhada com o benchmark. Uma das razões para que isso ocorra é que a variância da carteira é mensurada através de uma matriz de covariância, que é difícil de ser estimada e pode mudar consideravelmente ao longo do tempo, alterando as recomendações da fronteira eficiente. Portanto, o critério média-variância não assegura que o *tracking error* seja estacionário. Assim, a carteira poderia desviar arbitrariamente do benchmark. Quando as alocações são determinadas através da cointegração da carteira com um índice de referência, a mesma seguirá o índice no longo prazo, podendo até desviar no curto prazo, mas no longo prazo andarão juntos.

A habilidade da carteira para replicar o índice de referência é caracterizada por seu *tracking error*. O *tracking error* pode ser visto como uma medida da discrepância ou margem de erro que se pode esperar no processo de *tracking*. Numa situação ideal o *tracking error* deve ser um processo ruído branco - média zero e variância constante (invariante com o tempo t). Isto asseguraria que a carteira *index tracking* seria consistente, ou não apresentaria grandes desvios em relação ao benchmark. Outra propriedade desejável do *tracking error* é a baixa correlação com o retorno do índice de referência.

Diferentemente do processo de otimização de carteiras por média-variância, a otimização através de cointegração permite o uso total das informações contidas nas séries de preços das ações, sendo que a composição da carteira é baseada no comportamento de longo prazo das ações. Assim, a construção de carteiras *index tracking* com base em cointegração, ao invés da simples correlação, se deve às seguintes características dos sistemas cointegrados: a) o *tracking error* irá, por construção, apresentar a característica de reversão à média; b) estabilidade dos pesos das ações na carteira e, conseqüentemente, reduzida quantidade de transações para reequilibrar a carteira; c) melhor uso das informações, em particular as informações contidas nos preços das ações.

Existe uma vasta literatura tratando dos diferentes métodos de cointegração,⁹ começando pelo clássico artigo de Engle e Granger (1987), posteriormente refinado em Engle e Yoo (1987). O teste de Engle-Granger consiste em estimar uma regressão de cointegração entre as séries integradas e testar estacionariedade dos resíduos. Existem vários testes de estacionariedade (Choi, 1992, Cochrane, 1991,

⁸O *tracking error* é definido como uma medida de quão aproximadamente um portfólio replica um benchmark. O *tracking error* mede o desvio-padrão da diferença entre os retornos do portfólio e

os do benchmark, $TE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}{N-1}}$, onde X_i é a diferença entre os retornos do portfólio e do benchmark para o período i .

⁹Para detalhes ver Hamilton (1994), Enders (2002), Hendry e Juselius (2000).

Dickey e Fuller, 1979, Schmidt e Phillips, 1992, Phillips e Perron, 1988, Wang e Yau, 1994), sendo que o mais popular é o teste ADF (*Augmented Dickey Fuller*). Segundo Alexander e Dimitriu (2002), quando existem mais que duas séries o método de Engle-Granger pode sofrer de viés e o pesquisador precisa saber claramente qual série deve ser usada como variável dependente na regressão. Quando se trata de sistemas multivariados, a metodologia de cointegração de Johansen¹⁰ é considerada superior. Os testes de Johansen são baseados nos autovalores de uma matriz estocástica e na verdade reduzem para um problema de correlação canônica similar ao dos problemas de componentes principais. Além de não ter viés, sua função de poder tem propriedades melhores: os testes de Johansen buscam a combinação mais estacionária, enquanto o teste de Engle-Granger busca a combinação com variância mínima.

Apesar da metodologia de Johansen ser comumente considerada superior a de Engle-Granger em um sistema multivariado, Alexander (1999) argumenta que para muitas aplicações financeiras de cointegração existem boas razões para este último método ser o preferido. Primeiro, é muito direta sua forma de implementação. Segundo, em aplicações a administração de risco, geralmente é de maior importância o critério de Engle-Granger de variância mínima ao invés do critério de Johansen de máxima estacionariedade. Terceiro, existe frequentemente uma escolha natural da variável dependente em regressões de cointegração (por exemplo, em estratégias *index tracking*). E, finalmente, o viés de Engle-Granger em pequenas amostras não será necessariamente um problema, pois as amostras são geralmente muito grandes nas análises financeiras e o vetor de cointegração é super consistente.

A construção de uma carteira *index tracking* consiste em duas etapas igualmente importantes. A primeira é a seleção das ações que irão compor a carteira, sendo que a qualidade do *index tracking* é altamente dependente desta seleção de ações. A segunda etapa visa determinar os pesos de cada ação na carteira. Esses pesos são determinados pelos coeficientes da equação de cointegração entre o logaritmo natural do índice de referência e o preço das ações (em $\ln$) como variáveis exógenas, onde as estimativas são feitas com base no período de formação das carteiras. A equação da carteira *index tracking* é definida a seguir:

$$\ln ibov_t = \beta_0 + \sum_{k=0}^n \beta_k \ln P_{k,t} + \varepsilon_t \quad (1)$$

onde $ibov_t$ é o índice bovespa em t , $P_{k,t}$ são os preços das ações no tempo t e $\varepsilon_t \sim i.i.d.N(0, \sigma_\varepsilon^2)$. Tomar o $\ln$ das séries produz séries homogêneas e uma vez que as variáveis são cointegradas em nível, os $\ln$'s dessas variáveis também serão. Além disso, usar o $\ln$ dos preços tem a vantagem que o *tracking error* ε_t assume a forma de retorno e os coeficientes são os pesos de cada ativo na carteira. Esses coeficientes são normalizados para somar 1 (um), representando a participação

¹⁰(ver Hendry e Juselius, 2001, Johansen e Juselius, 1990, Johansen, 1991)

percentual de cada ação na carteira. Os retornos da carteira são calculados como a soma, ponderada pelos β_k normalizados, dos retornos diários das ações que a compõem.

Grande parte das estratégias que não envolvem alocação de recursos buscam explorar ineficiências do mercado, comprando ativos subvalorizados e vendendo ativos sobrevalorizados. Entretanto nem sempre é estabelecida uma relação entre os grupos de ativos na abertura da estratégia *long-short*. Espera-se que os ativos subvalorizados se valorizem mais, ou desvalorizem menos que os ativos sobrevalorizados, consequentemente diminuindo o diferencial de preços. Porém isto não implica em neutralidade ao mercado, a não ser que seja estabelecida alguma relação entre os grupos de ativos individualmente. Estratégias *long-short* baseadas em cointegração envolvem apenas ativos com comprovada interdependência.

O objetivo de estratégias neutras ao mercado é obter um beta neutro, no contexto do modelo CAPM, e gerar retorno através da performance superior das posições *long* sob as posições *short*, independente da direção que o mercado se mova, seja em tempos de baixa ou alta volatilidade.

Para entender como carteiras neutras ao mercado são construídas, considere uma carteira composta apenas por posições compradas nos ativos. Espera-se que o β dos ativos seja positivo. Portanto, retornos positivos do mercado resultam em retornos positivos dos ativos, consequentemente retornos positivos para a carteira, o que implicaria em um β positivo para a carteira. De forma similar, uma carteira com posições vendidas possivelmente apresentaria um beta negativo. Assim, construir uma carteira com β zero só é possível mantendo posições compradas (*long*) e vendidas (*short*) nos diferentes ativos que compõem a carteira. Por esta razão, estas carteiras são chamadas de carteiras *long-short*. Outra característica das carteiras *long-short* é que os recursos obtidos com as posições vendidas são usados quase que integralmente para estabelecer as posições compradas, isto é, o valor líquido envolvido é próximo de zero. Não surpreendentemente, carteiras beta zero são também chamadas de carteiras *dollar neutral*.

Ao contrário de simples estratégias *long-short*, estratégias neutras ao mercado envolvem somente ações ou outros ativos com interdependência comprovada. Esta interdependência, que às vezes assume a forma de convergência, assegura que, ao longo do tempo, as ações ou outros ativos assumirão uma relação de preços. Segundo Alexander (1999), as vantagens de investir em estratégias *long-short* neutras ao mercado são perceptíveis pela independência da direção tomada pelo mercado e o uso mais eficiente das informações, quando comparado com estratégias de compra apenas (*long-only*). A independência da direção do mercado, ou baixa correlação com o retorno do mercado, é consequência direta da zeragem dos β 's entre as partes *long* e *short* da carteira.

Uma extensão natural do uso da cointegração na otimização de carteiras *index tracking* é empregá-la para o desenvolvimento de estratégias *long-short*. Nesse caso, o objetivo é construir carteiras que sejam capazes replicar um benchmark para a parte *long* e outro para replicar a parte *short* da estratégia, assumindo

posição comprada na primeira, *long*, e posição vendida na segunda, *short*. Os dois benchmarks são construídos somando (subtraindo) do índice de referência um excesso de retorno anual de $\delta\%$, distribuídos uniformemente para os retornos diários. A partir disso as séries de preços dos índices de referência “*plus*” e “*minus*” são reconstruídos, em relação aos quais as carteiras serão otimizadas. Geralmente, quanto maior for o diferencial de retorno usado na construção dos benchmarks *plus* e *minus*, mais difícil se torna a obtenção de carteiras cointegradas. É bastante razoável esperar que carteiras compostas por muitas ações cointegrem com o índice de referência, o mesmo pode não ser verdade para benchmarks construídos artificialmente. As novas equações de cointegração assumem o seguinte formato:

$$\ln ibov_t^+ = \beta_0 + \sum_{k=0}^n \beta_k \ln P_{k,t}^+ + \varepsilon_t^+ \quad (2)$$

onde $ibov_t^+$ é o índice Ibovespa “*plus*” construído para ser o benchmark da carteira *long*, $P_{k,t}^+$ são os preços das ações que compõem a carteira “*plus*” no tempo t . Se as séries $ibov_t^+$ e $P_{k,t}^+$ são cointegradas a série dos resíduos ε_t^+ é estacionária.

Para a carteira “*minus*”,

$$\ln ibov_t^- = \beta_0 + \sum_{k=0}^n \beta_k \ln P_{k,t}^- + \varepsilon_t^- \quad (3)$$

onde $ibov_t^-$ é o índice Ibovespa “*minus*” construído para ser o benchmark da carteira *short*, $P_{k,t}^-$ são os preços das ações que compõem a carteira “*minus*” no tempo t . Se as séries $ibov_t^-$ e $P_{k,t}^-$ são cointegradas, a série dos resíduos ε_t^- é estacionária.

Geralmente, as estratégias *long-short* neutras a mercado consistem em vender a carteira *short* e com os recursos obtidos financiar a compra da carteira *long*. O retorno global diário da estratégia é calculado como a soma dos retornos diários da carteira “*long*” e da carteira “*short*” (multiplicado por -1 no caso da carteira “*short*”), onde o retorno diário de cada carteira é a soma ponderada dos retornos diários das ações constituintes.

3. Dados e Construção das Carteiras

3.1 Dados

Os dados utilizados neste artigo consistem das séries diárias dos preços de fechamento do índice Ibovespa e das 50 principais ações constituintes do índice no último quadrimestre do período formação. Por exemplo, na estimação das carteiras para janeiro de 2001 foi considerada a composição do índice referente ao último quadrimestre de 2000, e assim sucessivamente. Referem-se a preços diários de fechamento do período de 02/01/2000 a 31/12/2008, totalizando 2,230 observações de cada série de preços. A tabela 1 traz a relação das ações que compunham o índice Ibovespa no último quadrimestre de 2008 em ordem decrescente

de participação. O critério usado para selecionar as ações foi sua participação percentual no índice, bem como se foram negociadas em todo o período amostral. Como consta também na tabela 1, foram realizados testes de raiz unitária para os $\ln/s$ das séries. Todas as séries empregadas são $I(1)$. Vale ressaltar que as séries de preços das ações de algumas empresas que faziam parte da amostra deixaram de existir ao longo do tempo, também ocorreram fusões, bem como novas ações passaram a fazer parte do índice ao longo do período de teste.¹¹

Ao trabalhar apenas com as ações com maior participação no índice Bovespa e que foram negociadas em todos os dias da amostra, evita-se a inclusão de ativos pouco líquidos, que estão sujeitos a apresentar maiores distorções entre o preço de fechamento e o preço ao qual o ativo poderia efetivamente ser negociado.¹² Também, elimina problemas com *missing values*, bem como a inclusão de ações de empresas que tiveram seu capital aberto recentemente, não apresentando séries históricas de preços suficientes para o tratamento econométrico desejado.

Outra razão para se trabalhar apenas com séries de preços de ações que apresentam elevada liquidez está na redução dos custos operacionais. Estratégias *long-short* envolvem a compra de uma carteira de ações e a venda a descoberto de outra carteira. Ao vender as ações a descoberto o agente precisa alugar essas ações no mercado pelo período em que mantém a operação em aberto. O custo de aluguel das ações é determinado, entre outras variáveis, por sua liquidez. Por outro lado, a venda de um ativo com baixa liquidez pode implicar em dificuldade para alugar o ativo no mercado, levando ao encerramento da operação antes do momento desejado, ou em elevados custos de aluguel do ativo. No apêndice A apresentamos as quantidades disponíveis e os custos de aluguel de algumas ações negociadas no mercado. Conforme pode ser visto nas tabelas 7 e 8, as taxas de aluguel das ações variam entre 0.02% e 8.00% a.a, valores que prevaleceram na maioria do período analisado, sendo raros os casos em que o custo de aluguel de algum ativo supera a taxa de 4%a.a.

¹¹Neste caso, por sugestão de um parecerista anônimo, à medida que a série completava 252 dias de negociação a ação é incluída na amostra, desde que satisfeitas as demais condições.

¹²Ao trabalhar apenas com ações com maior liquidez busca-se minimizar problemas de distorções entre os preços de compra e preços de venda (*Bid and Ask spread*) e custos relativos ao aluguel das ações vendidas.

Tabela 1

Ibovespa e Composição da Carteira Teórica Jan-Abr de 2009

Ativo	Part.%	Q. Teórica	ADF-Nível	ADF-1ª Dif	Tipo
IBOV	—	—	0.40	0.00	—
PETR4	16.72	274.81	0.39	0.00	PN
VALE5	11.88	186.79	0.49	0.00	PNA
BVMF3	4.36	275.11	—	0.00	ON
BBDC4	3.70	61.50	0.17	0.00	PN
ITAU4	3.47	50.10	0.16	0.00	PN
CSNA3	3.45	44.72	0.34	0.00	ON
VALE3	3.27	44.34	0.48	0.00	ON
GGBR4	3.10	77.29	0.59	0.00	PN
PETR3	3.06	41.81	0.44	0.00	ON
USIM5	3.05	43.14	0.51	0.00	PNA
UBBR11	2.42	61.33	0.18	0.00	UNT
BBAS3	2.40	61.49	0.20	0.00	ON
ITSA4	2.24	105.46	0.09	0.00	PN
CMIG4	1.64	19.41	0.10	0.00	PN
ALLL11	1.42	53.14	—	0.00	UNT
CYRE3	1.26	51.29	0.58	0.00	ON
CESP6	1.22	30.23	0.77	0.00	PNB
LAME4	1.20	71.85	0.61	0.00	PN
BRAP4	1.20	23.47	0.46	0.00	PN
SDIA4	1.14	114.09	0.82	0.00	PN
AMBV4	1.12	4.16	0.21	0.00	PN
TNLP4	1.09	12.74	0.13	0.00	PN
ELET3	0.95	13.80	0.03	0.00	ON
ELET6	0.95	14.77	0.02	0.00	PNB
NETC4	0.94	26.72	0.58	0.00	PN
GOAU4	0.91	17.08	0.41	0.00	PN
BTOW3	0.90	14.26	0.82	0.00	ON
PRGA3	0.88	11.2	0.40	0.00	ON
LREN3	0.85	20.56	0.22	0.00	ON
ARCZ6	0.77	117.2	0.98	0.00	PNB
TCSL4	0.75	96.43	0.83	0.00	PN
GOLL4	0.73	27.93	0.98	0.00	PN
VIVO4	0.72	9.75	0.20	0.00	PN
TAMM4	0.71	13.98	0.93	0.00	PN
EMBR3	0.65	27.94	0.96	0.00	ON
CPLE6	0.65	10.17	0.05	0.00	PNB
NATU3	0.63	12.60	0.16	0.00	ON
USIM3	0.62	9.01	0.53	0.00	ON
VCPA4	0.61	12.94	0.99	0.00	PN
CCRO3	0.61	9.7	0.26	0.00	ON
CSAN3	0.60	20.14	0.96	0.00	ON
RSID3	0.56	56.56	0.92	0.00	ON
PCAR4	0.55	6.7	0.08	0.00	PN
DURA4	0.55	14.39	0.70	0.00	PN
BRKM5	0.54	36.87	0.28	0.00	PNA
CPFE3	0.52	6.5	0.27	0.00	ON
CRUZ3	0.48	4.14	0.14	0.00	ON

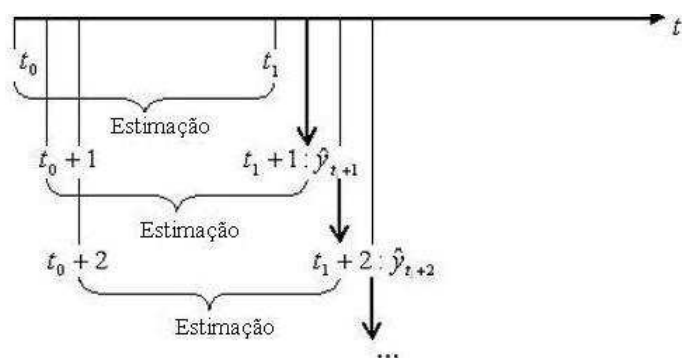
Nota-se na tabela 1, que traz as ações com maior participação no índice Ibovespa, que todas as ações, excluindo-se BVMF3 e ALLL11, que não foram negociadas em todo o período analisado, todas as séries apresentaram uma raiz unitária em nível e estacionariedade em primeira diferença. Levando-se em conta que todas as séries de preços das ações e do índice Ibovespa são $I(1)$, a metodologia de cointegração pode ser empregada na otimização das carteiras.

Um dos problemas com que deparamos ao fazer back-testes empregando algum índice de mercado é que a composição dos índices varia ao longo do tempo. Alexander e Dimitriu (2002) ao trabalhar com dados do índice Dow Jones adotam a estratégia de reconstruir retroativamente o índice a partir da composição mais recente da amostra. No caso do índice Dow Jones essa estratégia é bastante factível, dado que a carteira do índice é definida como a média aritmética das 30 ações que o compõem. No trabalho de Alexander e Dimitriu (2002) é utilizada uma base de dados que vai de janeiro de 1990 a dezembro de 2001, sendo que ao comparar a composição do Dow Jones no período inicial da amostra com a composição do último período apenas 4 ações foram substituídas. No caso do índice Ibovespa, no último quadrimestre de 2000 o índice era composto por 57 ações e no último quadrimestre de 2008 o índice era composto por 66 ações. Das 57 ações que faziam parte do índice em 2000, 27 não faziam parte da carteira de 2008, sendo que das 66 ações que compunham a carteira de 2008, 36 não estavam na carteira de 2000.¹³ Além disso, a composição da carteira teórica do índice Ibovespa não é determinada por uma simples média linear, sendo que a participação de cada ação na carteira pode variar consideravelmente ao longo do tempo. Assim, optamos por trabalhar com o índice Ibovespa efetivo, sem reconstruir retroativamente com base na carteira teórica mais recente.

3.2 Construção das carteiras

Os critérios da análise de cointegração são estacionariedade máxima e variância mínima do *tracking error*. Assim, através da cointegração é possível determinar carteiras ótimas que são aderentes ao benchmark e que apresentam risco mínimo relativo ao *tracking error*. Para a construção de uma carteira *index tracking*, primeiramente, é preciso definir uma carteira inicial cointegrada dentro da amostra – neste caso estimar as equações (2) e (3), de modo que ε_t seja $I(0)$. Nesse sentido, foi utilizado o período de 02/01/2000 a 30/12/2000 (252 observações) – 01 ano de negociações diárias, para se definir a carteira inicial cointegrada (P_0). Progressivamente, a carteira foi expandida até dez/2008. A figura 2 ilustra o processo como a amostra é atualizada para estimação de cada nova carteira.

¹³Muitas das empresas tiveram os nomes alterados ou passaram por algum processo de fusão, passando a ser negociada sob outra denominação.

**Figura 2**

Janela móvel, esquema pelo qual a amostra é atualizada a cada nova estimação

Isto é, para as duas estratégias, são definidas carteiras iniciais dentro da amostra com dados de janeiro de 2000 a dezembro de 2000, que são progressivamente expandidas mensalmente até dezembro de 2008. A primeira carteira, construída com dados de janeiro de 2000 a dezembro de 2000 é testada fora da amostra a partir de janeiro de 2001, então a segunda carteira é estimada sobre o período de fevereiro de 2000 a janeiro de 2001 e aplicada fora da amostra para fevereiro de 2001. O procedimento é atualizado sucessivamente até dezembro de 2008. Portanto, 96 carteiras fora da amostra (P1-P96) são obtidas.

Os coeficientes da regressão de cointegração obtidos na carteira inicial (P0), assegurado que passa nos testes de cointegração, são subsequenteiramente re-estimados mensalmente para se definir a composição (os pesos) de cada carteira. A partir dos coeficientes estimados para cada carteira, *long* e *short*, constrói-se uma carteira com posições líquidas, uma vez que um ativo que faz parte da carteira *long* pode também estar presente na carteira *short*. Como interessa apenas o resultado líquido da estratégia e para evitar uma elevação nos custos operacionais, assumindo posições compradas e vendidas em um mesmo ativo, as operações de fato realizadas seguem a participação líquida dos ativos na carteira. No caso da estratégia *index tracking*, normaliza-se os coeficientes da regressão estimada, de tal forma que somem 1.

Questão crítica na construção de carteiras *index tracking* é o procedimento de seleção das ações. Para fins de determinação da carteira ótima são realizados testes de cointegração de Johansen e Engle-Granger, com todas as combinações entre os ativos da amostra para carteiras compostas entre 8 e 12 ativos. Apesar da composição da carteira ser determinada pela equação de cointegração de Engle-Granger, testes de cointegração de Johansen também são realizados e a carteira que apresenta os melhores critérios de cointegração são empregadas na construção das estratégias. Somente os pesos relativos da composição das ações na carteira

são subseqüentemente modificados.¹⁴ Outro ponto a ser destacado é que o uso de ativos mais líquidos minimiza possíveis erros na apuração dos resultados que surgem em decorrência dos preços de fechamento do mercado não refletirem necessariamente os preços aos quais a compra ou venda do ativo poderia ser realizada.

Como já destacado, a equação de cointegração de Engle-Granger permite que a composição da carteira seja determinada através dos coeficientes da regressão, normalizando-os para somar 1. Não existe nenhuma restrição específica na carteira: são admitidas tanto posições compradas como vendidas, tanto na carteira *long* quanto na carteira *short*. O coeficiente negativo do ativo na carteira significa que deve ser vendido no ato da ponderação da carteira, para posteriormente ser comprado a um preço relativo mais baixo. Ou seja, espera-se que o preço da ação vendida tenha uma queda relativa no tempo de maturidade da carteira, implicando em retornos positivos com o ativo em questão.

4. Avaliação Empírica das Estratégias com Dados do Mercado Brasileiro

4.1 Estratégia *index tracking*

Conforme destacado anteriormente, em modelos padrões de otimização de carteiras *index tracking*, os resíduos (*tracking error*) podem não ser estacionários, e a carteira construída para seguir um benchmark pode se distanciar do mesmo. Verificar se a abordagem proposta é capaz de gerar carteiras estáveis ao longo do tempo, além de reduzir os custos de transação facilita a implementação na prática, reduzindo também o assim chamado, *portfólio turnover*. A vantagem do uso da metodologia de cointegração para otimização de carteiras é a possibilidade de detectar tendências estocásticas comuns nas séries de preços dos ativos, ampliando sua estabilidade em relação ao índice de referência. O fato dos resíduos (*tracking error*), por construção, serem estacionários, assegura que a carteira se manterá próxima ao benchmark no longo prazo, independente dos movimentos individuais de curto prazo no preço das ações. As composições das carteiras *index tracking* e da estratégia *long-short* são apresentadas no apêndice B.

O retorno da estratégia *index tracking* é calculado como a soma do retorno das ações que compõem a carteira ponderada pelo seu peso na carteira, considerando que a composição percentual da mesma foi mantida constante até a data do próximo rebalanceamento. Porém, sabe-se que para manter a composição percentual exata da carteira ao longo de todo o período seriam necessários ajustes diários, de tal forma a corrigir eventuais distorções na composição decorrentes de mudanças nos preços relativos dos ativos. Essas negociações diárias implicam em custos para a estratégia e por mais que fossem feitos esses ajustes diários, dificilmente a composição percentual da carteira seria mantida exatamente a mesma ao longo do período.

¹⁴Para a maioria dos casos a carteira ótima foi obtida com aproximadamente 10 ações, com esse número variando entre 8 e 12. Ao reestimar a carteira no momento do rebalanceamento a composição é alterada conforme os parâmetros da equação de cointegração de Engle-Granger estimada.

Com o objetivo de eliminar os custos relativos aos ajustes diários necessários para manter a composição percentual da carteira constante e tornar a análise mais realista, foi analisada uma segunda alternativa, onde a carteira é construída no início de cada período com uma quantidade fixa de cada ação e mantida até o próximo rebalanceamento. A quantidade é determinada pela participação percentual da ação na carteira, multiplicada pelo volume de recursos a ser alocado na estratégia, divididos pelo preço da ação. Assim, o retorno da estratégia no período é obtido calculando-se o retorno dessa carteira com quantidades fixas de cada ação durante seu período de vigência. A figura 3 traz os retornos acumulados para a estratégia *index tracking* nas suas diferentes periodicidades de rebalanceamento e do Ibovespa.

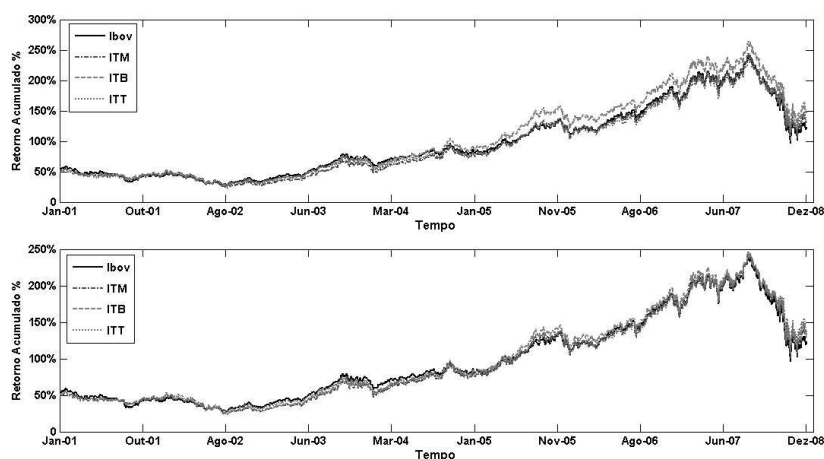


Figura 3

Resultados acumulados da estratégia *index tracking* e Ibovespa (Jan-01 a Dez-08)

Nota: No primeiro painel estão as carteiras com pesos fixos e no segundo quantidades fixas. Retornos já descontados dos custos de transação

Ao comparar os retornos acumulados das carteiras *index tracking* com os retornos do índice Ibovespa, pode-se observar que tanto as carteiras com composição percentual mantidas fixas quanto as carteiras com composição quantidades fixas apresentam comportamento similar ao índice de referência em todas as periodicidades de rebalanceamento. Nota-se, porém, que a estratégia com composição quantidades fixas exibe maior aderência ao índice. Já a observação da figura 4, que traz os retornos mensais das carteiras *index tracking* e Ibovespa corrobora com a percepção de que a estratégia *index tracking* com carteiras cointegradas apresenta elevado grau de aderência ao benchmark, sendo que apenas em alguns meses apresentou descolamentos em relação ao índice de referência (setembro de 2001 a agosto de 2002). Mesmo nos meses de maior oscilação as carteiras não exibem

forte descolamento em relação ao índice de referência. Na tabela 6, do apêndice A, apresentamos os retornos acumulados ano a ano da estratégia *index tracking* e ibovespa. Também são apresentadas algumas estatísticas relativas aos retornos acumulados anuais.

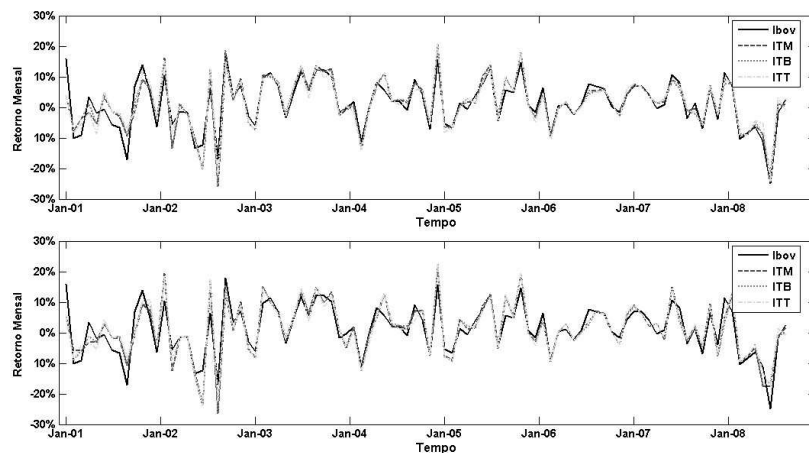


Figura 4

Retornos mensais das carteiras *index tracking* e Ibovespa (Jan-01 a Dez-008)

Nota: No primeiro gráfico carteiras com pesos fixos, no segundo quantidades fixas, considerando rebalanceamentos mensal, bimestral e trimestral nos dois casos

A tabela 2 resume as estatísticas dos resultados acumulados da estratégia *index tracking* para o período entre janeiro de 2001 e dezembro de 2008, considerando todas as periodicidades de rebalanceamento analisadas, carteiras com composição percentual mantidas fixas e quantidades fixas. Além dos retornos acumulados, já descontados dos custos de transação, são apresentados volatilidade anualizada, coeficiente de correlação com Ibovespa e índice de Sharpe. Também são apresentadas estatísticas relativas ao *tracking error*, como curtose e assimetria. Por último, apresentamos autocorrelação de primeira ordem (ACF1) e teste de raiz unitária do *tracking error*. Gráficos mostrando a evolução dos coeficientes de correlação entre as carteiras *index tracking* e Ibovespa são apresentados no apêndice A.

Parte relevante da análise dos resultados da estratégia diz respeito aos custos de transação. Principalmente se levarmos em conta que uma das vantagens que se espera do uso de cointegração é a estabilidade dos parâmetros estimados, que determinam a composição da carteira. Para a estratégia *index tracking*, os custos de transação são de aproximadamente 0.05%, sendo compostos por custos de operação e emolumentos. Assim, incluindo os custos de entrar na estratégia, a compra da carteira, e os custos de encerrar a estratégia, venda ou rebalanceamento da carteira, perfazem um custo total de 0.10%. Uma das principais diferenças entre as diversas estratégias de rebalanceamento é exatamente o custo de transação, que será menor quanto menor for a frequência de rebalanceamento.

Tabela 2

Estatísticas das carteiras *index tracking* e Ibovespa (Jan-01 a Dez-08)

	Ibovespa	ITWFM	ITWFB	ITWFT	ITQFM	ITQFB	ITQFT
Ret Médio Anual	18.77	19.38	20.48	18.01	19.50	19.85	18.92
Ret Acumulado	246.08	251.78	285.79	258.73	246.48	252.97	262.24
Vol Anual	32.34	34.70	34.80	34.52	34.71	35.04	34.60
Corr Ibov	1.000	0.947	0.944	0.946	0.946	0.942	0.944
Ind Sharpe	0.032	0.096	0.141	0.104	0.088	0.100	0.109
Assimetria	—	-0.05	-0.05	0.099	-0.100	-0.06	0.123
Curtose	—	3.168	2.935	3.113	3.315	3.262	3.300
ACF1	—	0.008	0.036	0.034	0.041	0.034	0.032
ADF	—	-21.29	-21.67	-21.83	-21.92	-21.70	-21.82

Nota: Resultados já descontados dos custos de transação. Retorno acumulado e volatilidade anualizada em %. WF = pesos fixos, QF = quantidades fixas, M = Mensal, B = Bimestral e T = Trimestral.

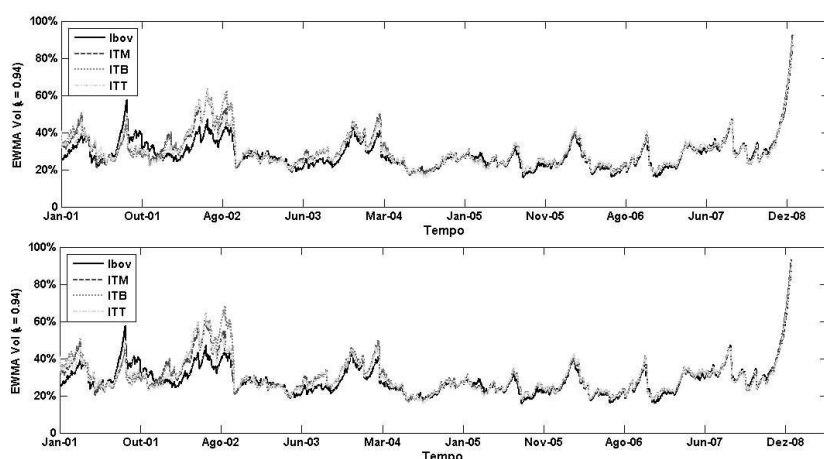


Figura 5

Volatilidade das carteiras *index tracking* (EWMA, com $\lambda = 0.94$)

Nota: No primeiro gráfico carteiras com pesos e no segundo quantidades fixas, considerando rebalanceamentos mensal, bimestral e trimestral nos dois casos

Em termos de volatilidade, todas as carteiras *tracking* exibem padrão similar ao índice Ibovespa, conforme se pode observar pela figura 5, que traz as volatilidades condicionais anualizadas¹⁵ da estratégia *index tracking* e Ibovespa. As carteiras cointegradas compostas em média por 10 ações replicam de maneira satisfatória a volatilidade do benchmark. Durante a maior parte do período analisado a volatilidade condicional das carteiras *index tracking* esteve inferior 40%, conforme figura 5, que traz as volatilidades anualizadas das carteiras com composição percentual fixa e com quantidade de ações mantida fixa.

Nota-se, que de setembro de 2001 até agosto de 2002 a volatilidade das carteiras *index tracking* se distanciou da volatilidade do benchmark. O período foi marcado pelo evento de 11 de setembro e processo eleitoral brasileiro,¹⁶ que trouxe muita instabilidade à maioria dos ativos negociados no mercado doméstico. O pior desempenho da estratégia no período se refletiu também em menor rentabilidade no ano de 2002, consequentemente, menor índice de Sharpe, apresentando também curtose distante do benchmark (ver tabela 6). Nos demais períodos, a estratégia *index tracking* com carteiras cointegradas apresentou padrão de volatilidade similar ao Ibovespa. A partir de agosto de 2008, quando a crise nos mercados financeiros atingiu seu estágio mais agudo, os níveis de volatilidade se elevaram consideravelmente, passando de 100% por alguns períodos. Mesmo nesse momento de maior volatilidade, a estratégia se comportou de maneira bastante aderente ao índice referência, apresentando padrão de volatilidade muito próximo ao benchmark.

No que diz respeito à volatilidade não parece haver muita diferença quando se compara as carteiras com diferentes periodicidades de rebalanceamento e critérios de composição. Também, levar em conta os custos de transação não altera em nada seu padrão de comportamento, dado que os custos são relativamente estáveis e muito pequenos quando comparados com os retornos diários da estratégia.

Para completar a caracterização da estratégia *index tracking* foram estimados os betas das carteiras através do filtro de Kalman,¹⁷ onde foi utilizado o algoritmo do suavizador de Kalman para obter estimativas suavizadas dos betas, apresentadas na figura 6. Os betas suavizados permitem verificar eventuais descolamentos estruturais das carteiras em relação ao índice de referência e quão aderentes as carteiras são ao benchmark. Também são apresentados os coeficientes de correlação obtidos por suavização exponencial da estratégia *index tracking* em relação ao Ibovespa, figura 7. Para o período como um todo, os coeficientes de

¹⁵As volatilidades condicionais foram obtidas através de suavização exponencial, EWMA ($\lambda = 0.94$).

¹⁶Além de eleições e da transição de governos FHC para Lula, o atentado de 11 de setembro elevou significativamente a instabilidade nos mercados, o que levou a aumento de volatilidade nos principais ativos negociados.

¹⁷Para detalhes sobre estimação por filtro de Kalman ver Durbin e Koopman (2001), Anderson e Moore (1979), Simon (2006), Hamilton (1994).

correlação EWMA ($\lambda = 0.94$) ficaram próximos a 0.941, para todas as carteiras, conforme tabela 3. Já os β 's estimados para todo o período ficaram muito próximos a um, corroborando com a análise dos resultados anterior.

Tabela 3

Coefficiente de Correlação EWMA ($\lambda = 0.94$) e β 's das Carteiras *Index Tracking*

	Pesos Fixos			Quantidades Fixas		
	ITM	ITB	ITT	ITM	ITB	ITT
EWMA Correl	0.941	0.940	0.940	0.940	0.940	0.939
β 's	0.998	0.992	0.993	0.996	0.993	0.993

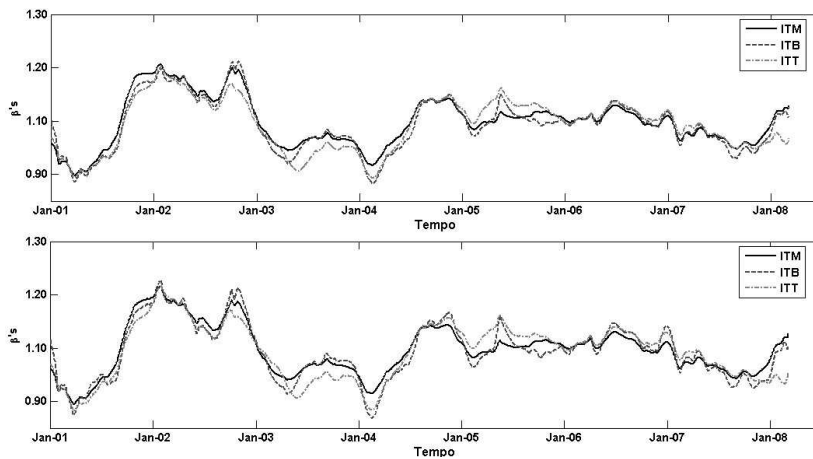


Figura 6

Betas suavizados das carteiras *index tracking* term structure of the interest rate (Jan 2006 to Feb 2009)

Nota: No primeiro gráfico carteiras pesos fixos e no segundo quantidades fixas, considerando rebalanceamentos mensal, bimestral e trimestral nos dois casos

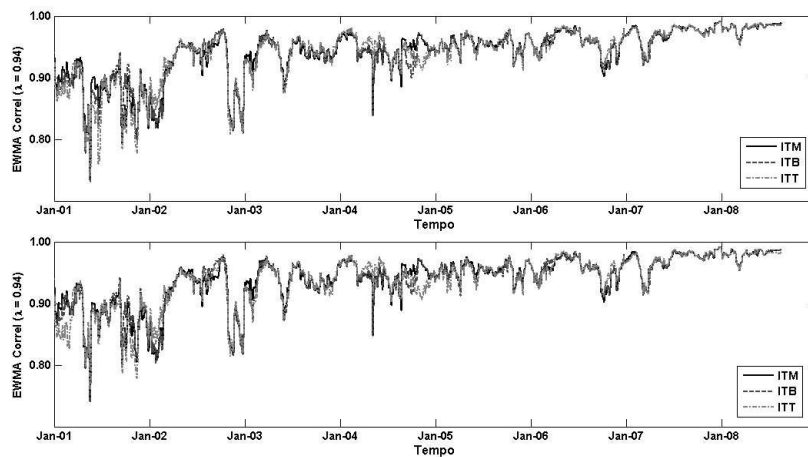


Figura 7

EWMA correlações para as carteiras *index tracking* ($\lambda = 0.94$)

Nota: No primeiro gráfico carteiras com pesos fixos e no segundo quantidades fixas, considerando rebalanceamentos mensal, bimestral e trimestral nos dois casos

Mais uma vez os resultados corroboram com o uso da metodologia de cointegração para otimização de carteiras no âmbito da estratégia *index tracking*. Os β 's das carteiras se comportaram de maneira relativamente estável na maior parte do período analisado. Já os coeficientes de correlação, apesar de apresentarem alguma oscilação, principalmente no período inicial, quase sempre estiveram em patamares superiores a 0.90.

Nota-se que para o período analisado, os resultados fora da amostra das carteiras *index tracking* cointegradas apresentaram correlação com o Ibovespa próxima a um para todas as periodicidades de rebalanceamento. Ao analisar o índice de Sharpe percebe-se que independente da periodicidade de rebalanceamento, todas as carteiras apresentam níveis muito próximos ao benchmark, exceto no ano de 2002 (ver 6) o que já era esperado, tendo em vista a semelhança nos padrões de retorno e volatilidade. O índice de Sharpe foi calculado como a média do excesso de retorno anual da estratégia de investimento sobre a taxa livre de risco,¹⁸ dividido pelo seu respectivo desvio padrão anualizado.

4.2 Estratégia long-short

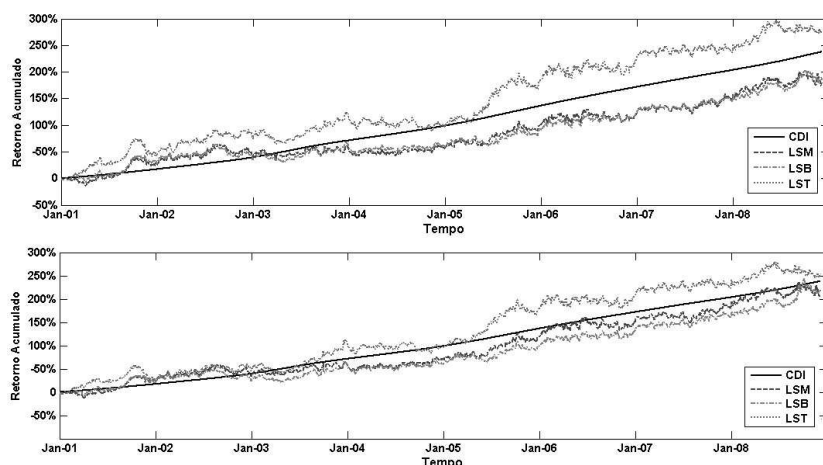
A estratégia *long-short* surge como uma extrapolação natural da estratégia *index tracking*. Conforme destacado anteriormente, a estratégia consiste de uma carteira comprada (*long*) financiada por uma carteira vendida (*short*). A composição líquida da carteira é obtida a partir da estimação das equações 2 e 3, onde o

¹⁸A taxa livre de risco considerada no cálculo do índice de Sharpe foi o CDI diário.

Ibovespa *plus*, benchmark para a carteira *long* estimada, é construído adicionando-se $\delta\%$ ¹⁹ ao retorno anual do Ibovespa distribuídos diariamente. De maneira similar é construído o benchmark *minus*, subtraindo-se do Ibovespa um retorno anual de $\delta\%$ distribuídos diariamente. Todas as equações estimadas passaram nos testes de cointegração de Jonhansen e Engle-Granger, porém, a composição das carteiras é determinada pela equação de cointegração de Engle-Granger. Depois de estimadas as carteiras *long* e *short* e normalizados seus coeficientes de forma que somem um, obtém-se a carteira líquida somando os coeficientes da carteira *long* com os coeficientes da carteira *short* com o sinal invertido (todos os coeficientes da carteira *short* são multiplicados por -1 , uma vez que essa é a carteira de ações que deve ser vendida para financiar a compra das ações que compõem a carteira *long*).

Assim, como no caso da estratégia *index tracking*, as carteiras cointegradas com os benchmarks *plus* e *minus* foram obtidas com 10 ações, em média. Os resultados acumulados da estratégia são apresentados na figura 8, contemplando as alternativas de rebalanceamento mensal, bimestral e trimestral. Também foi considerada a possibilidade da composição da carteira ser mantida com a mesma quantidade de ações durante toda a vigência da mesma. Essa alternativa visa dar mais realidade à análise e redução dos custos de transação inerentes aos ajustes diários necessários para manter a composição percentual da carteira constante. Os resultados acumulados já estão descontados dos custos de transação, que neste caso foram considerados de 0.20% entre corretagem e emolumentos (considerando a compra e a venda de cada uma das carteiras) e os aluguéis das ações que compõem a carteira *short* foram considerados de 2.00%a.a.

¹⁹ A determinação do parâmetro δ , que define o percentual de retorno a ser adicionado na construção dos benchmarks das carteiras *long* e *short* foi determinado via calibragem para o período dentro da amostra. Os melhores resultados foram obtidos com $\delta = 10\%$.

**Figura 8**Resultados acumulados da estratégia *long short* e CDI (Jan-01 a Dez-08)

Nota: No primeiro painel estão as carteiras que consideram pesos fixos e no segundo quantidades fixas

A figura 8 traz também o CDI acumulado para o período, que apesar de não ser um benchmark mais adequado para a estratégia é usado como referência para a maioria dos fundos *long-short* do mercado brasileiro. Como a estratégia consiste em comprar uma carteira, a parte *long*, financiada pela venda de outra carteira, a parte *short*, os custos operacionais envolvidos são bastante relevantes para a estratégia. Além dos custos operacionais das duas carteiras, as ações vendidas precisam ser alugadas no mercado. Os custos de aluguel de alguns ativos são apresentados nas tabelas 7 e 8 do apêndice A. Pode-se observar que nos dois casos considerados o critério de rebalanceamento trimestral acumulou retorno levemente superior, parte desse diferencial é explicado pelos custos de transação, já que no caso do rebalanceamento trimestral a estratégia é operada apenas quatro vezes ao ano, enquanto que com rebalanceamento mensal são doze operações.

Vale destacar que a estratégia *long-short* é praticamente uma estratégia que envolve caixa zero.²⁰ Assim, poderia se considerar, para efeitos de apuração da rentabilidade, que o volume de recursos disponível é aplicado à taxa do CDI, o que potencializa os resultados da estratégia. Essa possibilidade não é considerada aqui. Na tabela 4 apresentamos estatísticas relativas à estratégia *long-short*, todos os itens foram calculados com retornos já descontados os custos de transação. Em todas as alternativas consideradas a estratégia *long-short* apresentou índice de Sharpe positivo, também apresentou volatilidade anualizada inferior a 20%.

Na tabela 5 mostramos as rentabilidades anuais e índices de Sharpe da estratégia *long-short* para os anos de 2001 a 2008. Em praticamente todos os anos

²⁰Só não é caixa zero devido às margens de garantia exigidas pela BM&F, que equivalem a 25% do valor alocado na carteira *short*.

Tabela 4Estatísticas da Estratégia *Long-Short* e CDI (Jan-01 a Dez-08)

	CDI	LSWFM	LSWFB	LSWFT	LSQFM	LSQFB	LSQFT
Ret Médio Anual	20.83	19.19	17.98	22.75	20.71	19.5	21.53
Ret Acumulado	338.17	281.51	284.71	380.94	313.06	314.96	356.17
Vol Anual	–	17.89	17.87	17.45	18.29	18.21	17.34
Corr Ibov	–	-0.060	-0.055	-0.062	-0.055	-0.045	-0.028
Ind Sharpe	–	0.807	0.837	1.022	0.878	0.899	0.959
Assimetria	–	0.022	-0.100	-0.080	0.027	-0.090	-0.15
Curtose	–	3.542	3.633	3.776	3.690	3.792	4.625

Nota: Resultados já descontados dos custos de transação. Retorno acumulado e volatilidade anualizada em %.
WF = pesos fixos, QF = quantidades fixas, M = Mensal, B = Bimestral e T = Trimestral.

os resultados foram positivos, mesmo nos anos de 2001, marcado pelo evento de 11 de setembro que abalou os mercados financeiros e 2008, ano da crise do subprime, que afetou fortemente os mercados financeiros mundiais, inclusive o brasileiro. Exceto no ano de 2004, a estratégia apresentou índice de Sharpe próximo a um em todos os anos analisados. Para as carteiras com pesos mantidos fixos, a estratégia com rebalanceamento mensal superou as demais na maioria dos anos. Já no caso das carteiras com quantidades fixas não há uma alternativa de rebalanceamento que sobressaia e nesse caso, quando levamos em conta os menores custos de transação envolvidos, o rebalanceamento trimestral acaba se destacando, como pode ser visto nos resultados para o período como um todo.

Tabela 5Rentabilidade Anual e Índice de Sharpe da Estratégia *Long-Short* (Jan-01 a Dez-08).

	Rentabilidade Anual						Índices de Sharpe					
	Pesos Fixos			Quantidades Fixas			Pesos Fixos			Quantidades Fixas		
	LSM	LSB	LST	LSM	LSB	LST	LSM	LSB	LST	LSM	LSB	LST
2001	32.83	35.21	48.96	27.80	23.95	27.70	1.43	1.50	1.84	1.24	1.09	1.13
2002	22.54	14.01	31.77	20.60	12.58	27.49	1.12	0.78	1.54	1.05	0.76	1.45
2003	12.25	18.13	23.82	22.36	29.56	42.06	0.73	1.02	1.30	1.16	1.44	1.95
2004	2.34	-0.68	-9.15	7.62	1.43	-5.26	0.22	0.04	-0.49	0.53	0.17	-0.24
2005	28.22	19.27	42.05	28.75	22.15	40.60	1.46	1.10	2.00	1.50	1.25	2.06
2006	15.11	19.62	16.86	20.76	21.41	14.13	0.81	1.00	0.90	1.06	1.11	0.77
2007	24.14	20.79	13.79	23.32	22.85	14.84	1.72	1.50	1.08	1.66	1.54	1.10
2008	16.11	17.52	13.89	14.43	22.08	10.71	1.11	1.22	1.07	0.97	1.33	0.78

Parte muito relevante na análise da estratégia *long-short* é a observação da correlação com o índice de mercado de referência. Por construção, a estratégia busca neutralidade ao mercado, uma vez que tanto a carteira comprada quanto para a carteira vendida espera-se apresentar isoladamente elevada correlação com o índice de referência. Tanto para os dados anuais, quanto para período completo, a estratégia apresentou baixa correlação com o Ibovespa, assumindo valores entre -0.25 e 0.25 na maior parte do período analisado, conforme pode-se observar na figura 9, que traz o coeficiente de correlação EWMA ($\lambda = 0.94$) para todas as carteiras. Assim, a estratégia cumpriu satisfatoriamente o objetivo de neutralidade ao mercado.

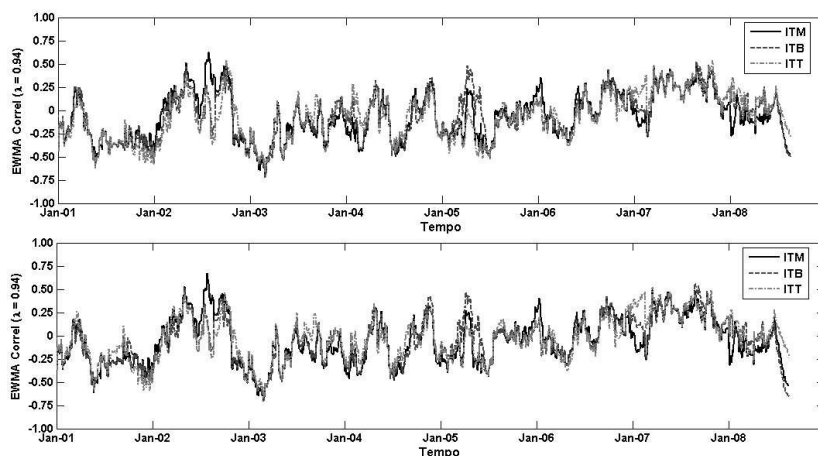


Figura 9

EWMA correlações para estratégia *long-short* ($\lambda = 0.94$)

No primeiro gráfico carteiras com pesos fixos e no segundo quantidades fixas, considerando rebalanceamentos mensal, bimestral e trimestral nos dois casos

Outro ponto a ser destacado é que mesmo nos períodos de maior volatilidade dos mercados, mês de setembro de 2001 e a partir do mês de agosto de 2008, os resultados da estratégia não se deterioraram, evidenciando uma das principais características que se busca em estratégias *long-short* que é serem neutras aos movimentos do mercado.

Uma das razões para os níveis dos índices de Sharpe obtidos para a estratégia está no padrão de volatilidade apresentado por todas as carteiras. Para todas as alternativas analisadas, a volatilidade anualizada ficou abaixo de 20%. Já as volatilidades condicionais,²¹ apresentadas na figura 10, exibem padrão de comportamento bastante estável e em níveis relativamente baixos, permanecendo próximo a 20% napara maior parte do período analisado. Os períodos de maior volatilidade são verificados exatamente no último quadrimestre de 2001 e a partir do mês de agosto de 2008, quando inicia o período mais agudo da crise no mercado financeiro.

²¹A volatilidade condicional foi estimada usando média móvel com suavização exponencial (EWMA), com $\lambda = 0.94$.

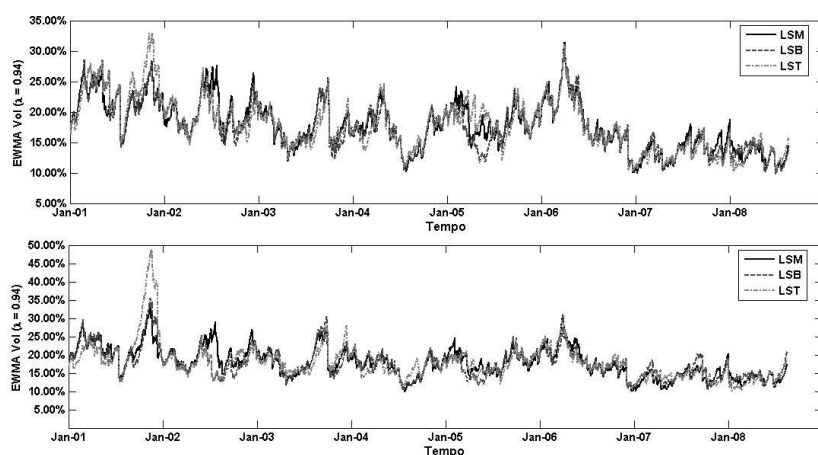


Figura 10

EWMA volatilidade da estratégia *long-short* ($\lambda = 0.94$)

Nota: No primeiro gráfico carteiras com pesos fixos e no segundo quantidades fixas, considerando rebalanceamentos mensal, bimestral e trimestral nos dois casos

Mesmo apresentando níveis mais elevados de volatilidade para esse período, em nenhum momento a volatilidade anualizada superou 50%, enquanto o Ibovespa apresentou níveis de volatilidade superiores a 100% em termos anualizados.

As estratégias neutras ao mercado, *long-short*, como envolvem a negociação de duas carteiras, são auto financiadas, uma vez que a carteira comprada é totalmente financiada pela carteira vendida. Assim, a estratégia envolve desembolso de recursos próximo a zero, sendo o desembolso no momento da abertura da operação constituído pelos custos de transação e margens de garantia. Dessa forma é muito comum, na análise desse tipo de estratégia, considerar que o volume de recursos alocado, geralmente com um nível de alavancagem de 2:1, é remunerado a alguma taxa livre de risco, que no caso brasileiro seria a taxa de juros do CDI. Os resultados apresentados neste artigo não contemplam essa possibilidade.

A observação dos resultados apresentados evidencia que, no caso da estratégia *long-short*, as três alternativas de rebalanceamento apresentaram resultados bem parecidos, sendo que quando se considera os custos de transação a estratégia com rebalanceamento trimestral supera as demais nos resultados acumulados. Uma vez que as alternativas analisadas apresentaram o mesmo padrão de volatilidade, o fator de decisão fica por conta dos custos operacionais. Neste caso, a estratégia *long-short* com rebalanceamento trimestral parece mais atraente do ponto de vista da gestão recursos, tanto no caso em que foram consideradas carteiras com pesos fixos, como quantidades fixas.

5. Conclusões

A principal motivação para este artigo foi demonstrar os benefícios do uso da metodologia de cointegração, que se baseia em relações de equilíbrio de longo prazo entre os preços dos ativos, para otimização de carteiras com dados do mercado brasileiro no contexto da estratégia neutra ao mercado *long-short*, que é uma extrapolação da clássica estratégia *index tracking*, também analisada. Estratégias tradicionais, baseadas em correlação, não asseguram estacionariedade do *tracking error* e exigem, portanto, frequentes rebalanceamentos para que a estratégia se mantenha em linha com o benchmark. As estratégias baseadas em cointegração são baseadas em critérios de reversão à média para o benchmark, uma vez que o *tracking error* é estacionário por construção. Conforme foi demonstrado, esse objetivo pode ser alcançado com carteiras compostas com um número pequeno de ações, dez em média, e com baixos custos de rebalanceamento, tendo em vista a estabilidade das carteiras.

A capacidade de replicar um benchmark em termos de retorno e volatilidade oferecida pela cointegração, com características de reversão à média do *tracking error*, estabilidade na composição das carteiras e melhor uso das informações contidas nos preços dos ativos, possibilita seu uso na implementação de uma variedade de estratégias, como *index tracking*, estratégias neutras ao mercado, *long-short*, estratégias envolvendo pares de ações, *pair-trading*, que não foram analisadas neste artigo, entre outras.

Os resultados obtidos neste estudo são bastante animadores, tendo em vista a capacidade da estratégia *index tracking* baseada em cointegração, de replicar o benchmark em termos de retorno e volatilidade. Da mesma forma, a construção de estratégias *long-short* com carteiras cointegradas gerou resultados superiores ao benchmark e com baixo nível de volatilidade. Mesmo contendo algumas hipóteses simplificadoras, como o uso apenas das 50 ações mais líquidas do índice Bovespa, a não adoção de um critério de encerramento das posições diante de um dado nível de ganho ou perda, a metodologia de cointegração se mostrou eficaz, encorajando seu uso por parte de gestores de *hedge funds*, fundos de pensão e participantes do mercado em geral. Os resultados aqui encontrados, em termos de retorno, neutralidade e aderência ao índice de referência, se mostraram superiores aos obtidos em Alexander (1999) e Dunis e Ho (2005), que também empregam a metodologia de cointegração na otimização de carteiras. Uma das possíveis razões é que aqui o processo de otimização das carteiras envolveu simulações com todas as combinações possíveis dentro do universo de ações considerado, sendo a carteira ótima definida em função dos melhores critérios de cointegração apresentados. Vale destacar também que o parâmetro δ , que define o diferencial de retorno empregado na construção dos benchmarks para as carteiras empregadas na estratégia *long-short*, foi definido através de um processo de calibragem, em que foi escolhido o valor que apresentou os melhores resultados para os testes dentro da amostra.

A definição de critérios para encerramento das estratégias, quando estas atingem determinados níveis de ganho ou perda antes da data do rebalanceamento, podem potencializar consideravelmente os resultados, e são de fácil implementação. Outra possibilidade, para o caso das estratégias *long-short*, que não envolvem desembolso de recursos, é o aumento do grau de alavancagem. Nos resultados aqui apresentados foi considerado apenas um nível de 2:1. Um nível de alavancagem de 4:2, por exemplo, possibilitaria uma melhora considerável nos resultados em relação ao benchmark, sendo bastante razoável, principalmente se for levado em conta o baixo nível de volatilidade apresentado pela estratégia no período analisado.

De maneira geral, a principal conclusão é que a otimização de carteiras através da metodologia de cointegração para implementação de estratégias *index tracking* e estratégias neutras ao mercado, *long-short*, gera resultados significantes em termos de retorno e volatilidade. Além disso, dado que o *traking error* é estacionário, a otimização de carteiras através de cointegração evita os frequentes rebalanceamentos como ocorre com os métodos tradicionais de otimização carteiras. Outro ponto positivo é que as carteiras resultantes não são concentradas, problema também tratado por abordagens bayesianas, técnicas de reamostragem, algoritmos genéticos, entre outros (ver Michaud e Michaud, 1998, Black e Litterman, 1990, He e Litterman, 1999, Black e Litterman, 1992, Idzorek, 2004), em que objetivo é evitar o risco inerente à concentração dos investimentos em poucos ativos. Assim, pode-se afirmar que a otimização de carteiras por meio de cointegração são capazes de gerar valor econômico para o investidor. No período de compreendido entre o último quadrimestre de 2001 e primeiro semestre de 2002 as carteiras se distanciaram do benchmark em termos de retorno e volatilidade, nos demais períodos, mesmo a partir do mês de agosto de 2008, a estratégia *index tracking* se manteve próxima ao benchmark. Já a estratégia *long-short*, que tem como principal objetivo gerar retorno sem exposição a riscos direcionais se mostrou neutra ao mercado, mesmo nesses períodos, com leve aumento no padrão de volatilidade, mas mantendo o mesmo padrão de retornos. Assim, a crescente indústria de *hedge funds*, fundos multimercados e gestores quantitativos, podem fazer uso dessa ferramenta, além da análise de correlação, no processo de otimização de carteiras.

Apêndice A – Coeficientes de correlação de Spearman das carteiras *index tracking* e estratégia *long-short*

Na figura A.1 são apresentados os coeficientes de correlação de *rank* de Spearman das carteiras *index tracking*, considerando uma janela móvel de 63 observações (3 meses). São consideradas as três periodicidades de rebalanceamento e carteiras com composição pesos fixos (parte superior) e quantidades fixas (parte inferior). O coeficiente de correlação de *rank* de Spearman, ou ρ de Spearman, é uma medida de correlação não paramétrica que não depende de qualquer suposição sobre a natureza da relação entre as variáveis. Não é necessária, por exemplo, a suposição de que a distribuição conjunta das variáveis segue uma normal bivariada, como ocorre no cálculo do coeficiente de correlação de Pearson. Como em muitos outros métodos estatísticos não paramétricos, o ρ de Spearman é baseado nos *ranks* dos dados, em vez do valor observado. Deste modo, este coeficiente não é sensível a assimetrias na distribuição, nem à presença de *outliers*, não exigindo, portanto, que os dados provenham de duas populações normais. O coeficiente de correlação de Spearman é calculado usando a seguinte equação:

$$\rho = \frac{\left(1 - 6 \sum_{i=1}^n d_i^2\right)}{n^3 - n} \quad (\text{A.1})$$

onde d_i denota a diferença entre os *ranks* dos correspondentes valores de X_i e Y_i , e n é o número de valores em cada conjunto. onde d_i denota a diferença entre os *ranks* dos correspondentes valores de X_i e Y_i , e n é o número de valores em cada conjunto.

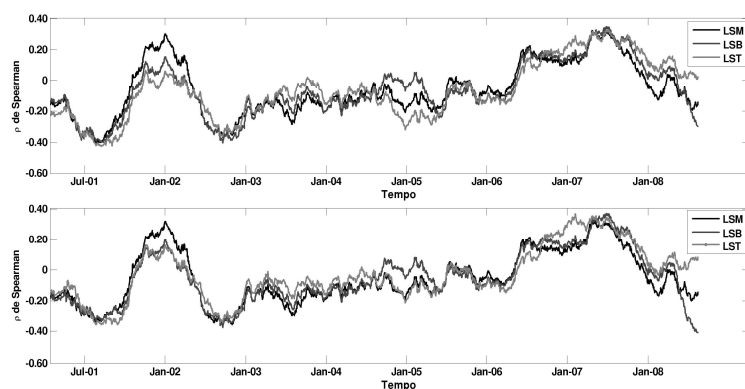


Figura A.1
Coeficiente de correlação de Spearman – estratégia *index tracking*

No caso das carteiras *index tracking*, o coeficiente de correlação de Spearman se manteve sempre acima de 0.80 para todas as carteiras consideradas, e na maior parte do tempo foi superior a 0.90. Assim, parece evidente que as carteiras *index tracking* otimizadas através do método de cointegração se mantêm aderentes ao índice de referência, mesmo quando se considera uma janela de tempo menor.

Já a figura A.2 traz os coeficientes de correlação de Spearman para a estratégia *long-short*. Da mesma forma são consideradas as três periodicidades de rebalanceamento e carteiras com composição percentual fixa (parte superior) e com quantidades fixas (parte inferior). Neste caso, o que se espera é que o coeficiente de correlação se mantenha o mais próximo de zero. Tanto no caso em que a composição percentual da carteira foi mantida fixa durante sua vigência, quanto no caso onde a composição da carteira foi mantida fixa em termos de quantidade, informação mais próxima da realidade, o coeficiente se manteve em níveis satisfatórios por todo o período. Na maior parte do tempo, o coeficiente assumiu valores entre -0.20 e 0.20, o que é bastante satisfatório em termos de neutralidade. No período posterior a agosto de 2008 percebe-se um aumento na instabilidade do parâmetro, principalmente quando se considera rebalanceamento bimestral. Nas outras duas periodicidades de rebalanceamento consideradas o coeficiente não assumiu valores superiores a 0.3, em termos absolutos. Assim, pode-se dizer que, mesmo quando se considera um horizonte mais curto, a estratégia *long-short* com carteiras otimizadas via cointegração, satisfazem o requisito de neutralidade ao mercado.

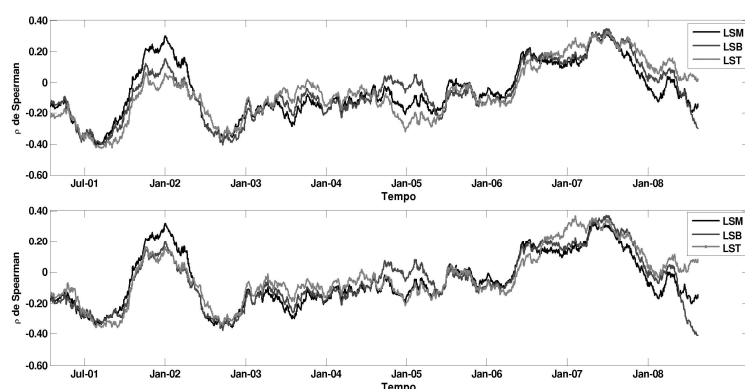


Figura A.2

Coeficiente de correlação de Spearman – estratégia *long-short*

Tabela A.1Estatísticas dos Resultados Anuais das Carteiras *Index Tracking* e Ibovespa

2001							
Retorno	-11.02	-11.59	-5.17	-8.38	-9.53	-7.64	-5.05
Desv Pad	33.18	32.54	33.32	33.47	32.52	33.19	33.02
Corr Ibov	1.00	0.90	0.92	0.89	0.90	0.91	0.88
Curtose	4.37	4.00	3.89	3.71	3.92	3.91	3.69
Assimetria	-0.07	-0.13	-0.20	-0.09	-0.18	-0.23	-0.13
2002							
Retorno	-17.01	-29.08	-26.4	-21.2	-31.0	-30.8	-25.3
Desv Pad	32.87	39.91	42.15	39.29	40.16	43.83	40.12
Corr Ibov	1.00	0.97	0.96	0.94	0.96	0.96	0.96
Curtose	2.89	3.71	3.55	3.22	3.78	3.67	3.29
Assimetria	-0.17	-0.35	-0.32	-0.23	-0.38	-0.30	-0.24
2003							
Retorno	97.33	104.49	104.2	92.92	106.3	107.5	97.51
Desv Pad	24.24	25.73	25.51	25.51	25.80	25.77	25.72
Corr Ibov	1.00	0.93	0.94	0.95	0.92	0.92	0.94
Curtose	4.22	4.85	4.76	4.60	5.04	4.97	4.82
Assimetria	0.26	0.60	0.56	0.59	0.62	0.58	0.62
2004							
Retorno	17.81	20.96	23.57	14.96	22.68	24.91	15.63
Desv Pad	28.47	31.07	30.97	30.29	30.92	30.86	30.38
Corr Ibov	1.00	0.96	0.94	0.96	0.96	0.95	0.95
Curtose	3.62	3.52	3.50	3.53	3.53	3.51	3.52
Assimetria	-0.35	-0.23	-0.23	-0.19	-0.23	-0.24	-0.19
2005							
Retorno	27.71	42.67	44.83	38.76	38.80	41.04	36.75
Desv Pad	24.93	25.38	25.18	25.17	25.43	25.27	25.15
Corr Ibov	1.00	0.96	0.96	0.96	0.96	0.95	0.96
Curtose	2.86	2.88	2.86	2.89	2.85	2.86	2.89
Assimetria	-0.21	-0.28	-0.23	-0.25	-0.25	-0.23	-0.25
2006							
Retorno	32.93	28.27	25.89	23.02	30.84	27.87	26.63
Desv Pad	24.25	25.56	25.65	26.10	25.49	25.63	26.00
Corr Ibov	1.00	0.96	0.96	0.96	0.96	0.96	0.96
Curtose	3.6	3.36	3.51	3.52	3.34	3.49	3.47
Assimetria	0.02	-0.03	0.00	0.00	-0.04	-0.01	-0.02
2007							
Retorno	43.65	45.6	41.36	46.61	45.28	43.25	48.4
Desv Pad	27.4	27.97	28.09	28.26	28.02	28.28	28.43
Corr Ibov	1.00	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98
Curtose	3.81	3.7	3.68	3.64	3.72	3.73	3.66
Assimetria	-0.57	-0.39	-0.40	-0.40	-0.41	-0.43	-0.44
2008							
Retorno	-41.22	-36.63	-34.7	-32.8	-37.7	-37.6	-33.5
Desv Pad	52.46	56.63	55.26	55.99	56.56	55.02	55.87
Corr Ibov	1.00	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.98
Curtose	4.01	4.39	4.24	4.55	4.47	4.30	4.72
Assimetria	0.07	0.11	0.10	0.21	0.13	0.12	0.26

Nota: Resultados descontados dos custos de transação. Retorno e desv. padrão em %.

Tabela A.2

Custo do Aluguel de Ações no Mercado Brasileiro

Ticker	Empresa	Empréstimos QTDE (CBLC)	Numr de Ações Circulação (CBLC)	Taxa % Média (aa)
VALE5	VALE	64,742,414	2,010,613,915	0.0029
ITSA4	ITAUSA	6,051,241	2,197,411,770	0.0052
CMIG4	CEMIG	12,437,687	274,033,130	0.0127
BRAP4	BRADESPAR	1,369,773	222,594,115	0.0077
CPLE6	COPEL	800,135	100,930,675	0.0151
GGBR4	GERDAU	27,615,411	621,797,235	0.0219
TNLP4	TELEMAR	4,998,467	254,747,800	0.0326
AMBV4	AMBEV	1,883,099	144,834,075	0.00545
PETR4	PETROBRAS	46,750,863	3,126,682,060	0.0033
NETC4	NET	1,203,873	197,208,850	0.01245
USIM5	USIMINAS	10,540,704	239,773,490	0.0097
CSNA3	SID NACIONAL	8,737,262	409,809,460	0.009
EMBR3	EMBRAER	3,757,544	721,469,730	0.0312
BRT04	BRASIL TELECOM	977,403	118192615	0.0131

Nota: Os custos de transação e emolumentos somam 5 bps.

Tabela A.3

Custo do Aluguel de Ações no Mercado Brasileiro

Ticker	Empresa	Empréstimos QTDE (CBLC)	Numr de Ações Circulação (CBLC)	Taxa % Média (aa)
PCAR5	PACUCAR-CBD	3,863,225	ND	0.02285
VCPA3	VCP	1,869,209	222,354,405	0.0711
EVEN3	EVEN	2,279,270	64,441,735	0.04115
CCPR3	CYRE COM-CCP	312,519	36,165,270	0.01
POMO4	MARCOPOLO	49,628	125,988,230	0.02005
LUPA3	LUPATECH	658,613	33,536,485	0.0879
CTAX4	CONTAX	132,278	8,776,255	0.0096
MMXM3	MMX MINER	2,515,260	106,273,600	0.0557
KLBN4	KLabin SA	9,152,719	454,707,380	0.0422
GOAU4	GERDAU MET	1,396,027	262,602,050	0.0051
MPXE3	MPX ENERGIA	264,720	32,885,000	0.0361
NATU3	NATURA	3,151,199	112,014,425	0.0833
VIVO4	VIVO	3,446,422	120,891,820	0.0391
BRTP4	BRASIL T PAR	2,514,015	153,291,680	0.0173

Nota: Os custos de transação e emolumentos somam 5 bps.

As tabelas A.2 e A.3 trazem os custos de aluguel de algumas ações no mercado brasileiro. As informações foram obtidas junto a CBLC e referem às taxas cobradas em determinado dia do mês de dezembro de 2008. Apesar das taxas refletirem as condições vigentes no mercado na ocasião de sua obtenção, elas refletem os custos que vigoraram no mercado ao longo do período analisado.

Composições mensais das carteiras *index tracking* e da estratégia *long-short* no início de cada ano para o período de 2001 a 2008

A figura A.4 traz as composições das carteiras *index-tracking* ao início de cada ano para o período de 2001 a 2008. Pode-se perceber a estabilidade da composição das carteiras ao longo do período analisado.

A composição das carteiras *long* e *short* para o mesmo período são apresentadas na figura A.3. Mais uma vez observa-se a estabilidade das carteiras ao longo do período analisado.

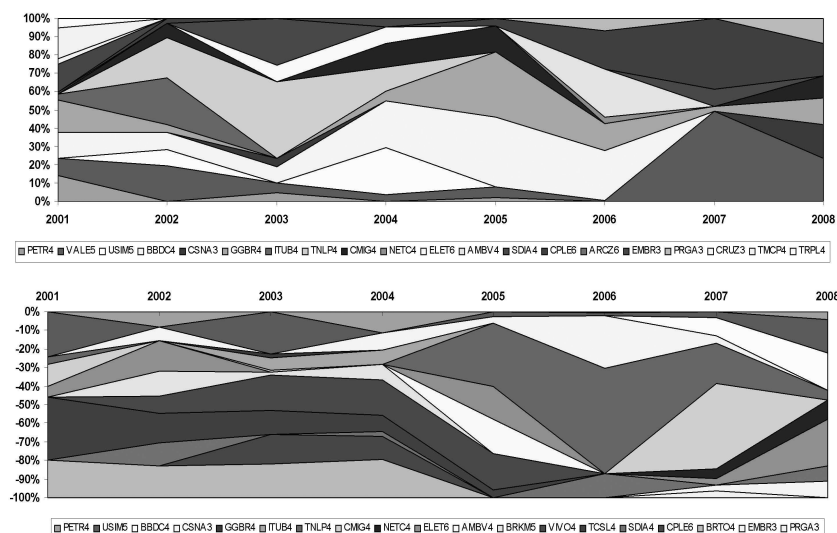


Figura A.3

Composição das carteiras *long* e *short* no início de cada ano (Jan-01 a Dez-08)

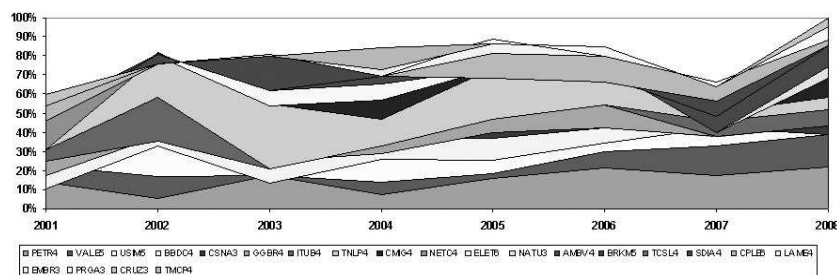


Figura A.4

Composição das carteiras *long* e *short* no início de cada ano (Jan-01 a Dez-08)

Referências

- Alexander, C. (1999). Optimal hedging using cointegration. *Philosophical Transactions of the Royal Society, London*, A.357:2039–2058.
- Alexander, C. & Dimitriu, A. (2002). The cointegration alpha: Enhanced index tracking and long-short equity market neutral strategies. ISMA Discussion Papers in Finance 08, ISMA Centre. <http://www.icmacentre.ac.uk/pdf/discussion/DP2002-08.pdf>.
- Anderson, B. D. O. & Moore, J. B. (1979). *Optimal Filtering*. Englewood Cliffs: Prentice Hall, New York.
- Bauwens, L., Deprins, D., & Vandeuren, J.-P. (1997). Modeling interest rate with a cointegrated VAR-GARCH model. *Core Discussion Paper*.
- Best, M. J. & Grauer, R. R. (1985). Capital asset pricing compatible with market value weights. *Journal of Finance*, 4:85–103.
- Bhar, R. (1994). Yield curve as a cointegrated system: Evidence from Australian treasury securities. *Working Paper*.
- Black, F. & Litterman, R. (1990). Asset allocation: Combining investors views with market equilibrium. *Fixed Income Research*. Goldman, Sachs & Company.
- Black, F. & Litterman, R. (1992). Global portfolio optimization. *Financial Analysts Journal*, 48:28–43.
- Choi, I. (1992). Durbin hausmann tests for a unit root. *Oxford Bulletin of Economic Statistic*, 54:289–304.
- Cochrane, J. H. (1991). A critique of the application of unit root tests. *Journal of Economic Dynamics Control*, 15:275–284.
- Dickey, D. A. & Fuller, W. A. (1979). Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. *Journal of American Statistical Association*, 74:427–429.
- Dunis, C. L. & Ho, R. (2005). Cointegration portfolios of european equities for index tracking and market neutral strategies. *Journal of Asset Management*, 6:33–52.
- Durbin, J. & Koopman, S. J. (2001). *Time Series Analysis by State Space Methods*. Oxford, New York.
- Enders, W. (2002). *Applied Econometric Times Series*. John Wiley and sons., Inc, 2 edition.

- Engle, R. F. & Granger, C. W. J. (1987). Cointegration and error correction: Representation, estimation and testing. *Econometrica*, 55:251–276.
- Engle, R. F. & Yoo, S. B. (1987). Forecasting and testing in cointegrated systems. *Journal of Econometrics*, 35:143–159.
- Hamilton, J. D. (1994). *Times Series Analysis*. IE-Princeton.
- He, G. & Litterman, R. (1999). The intuition behind Black-Litterman model portfolios. *Investment Management Research*. Goldman, Sachs Company.
- Hendry, D. F. & Juselius, K. (2000). Explaining cointegration analysis: Part I. *Energy Journal*, 21.
- Hendry, D. F. & Juselius, K. (2001). Explaining cointegration analysis: Part ii. *Energy Journal*, 22:75–20. <http://www.jstor.org/stable/1913710>.
- Idzorek, T. (2004). A step-by-step guide to the black-litterman model. Zephyr Associates, Inc.
- Johansen, S. (1991). Estimation and hypothesis testing of cointegration vectors in Gaussian vector autoregressive models. *Econometrica*, 59:1551–1580. citeseer.nj.nec.com/arulampalam02tutorial.html.
- Johansen, S. & Juselius, K. (1990). Maximum likelihood estimation and inference on cointegration – with application to the demand for money. *Oxford bulletin of Economic and Statistics*, 52:169–210. citeseer.nj.nec.com/arulampalam02tutorial.html.
- Jumah, A. & Kunst, R. M. (2002). On mean reversion in real interest rates: An application of threshold cointegration. *Reihe Okonomie – Economic Series*.
- Lee, W. (2000). *Theory and Methodology of Tactical Asset Allocation*. New York: John Wiley & Sons.
- Lin, Y.-X., McCrae, M., & Gulati, C. (2006). Loss protection in pairs trading through minimum profit bounds: A cointegration approach. *Journal of Applied Mathematics and Decision Sciences*, pages 1–14.
- Lucas, A. (1997). Strategic and tactical asset allocation and the effect of long-run equilibrium relations. Serie Research Memoranda 0042, VU University Amsterdam, Faculty of Economics, Business Administration and Econometrics. <http://ideas.repec.org/p/dgr/vuarem/1997-42.html>.
- Meucci, A. (2005). *Risk and Asset Allocation*. Springer Finance.
- Michaud, R. & Michaud, R. (1998). *Efficient Asset Management: A Practical Guide to Stock Portfolio Optimization and Asset Allocation*. New York: John Wiley & Sons.

- Phillips, P. C. B. & Perron, P. (1988). Testing for a unit root in time series regressions. *Biometrika*, 75:335–346.
- Rachev, S. T., Hsu, J. S. J., Bagasheva, B. S., & Fabozzi, F. J. (2000). *Bayesian Methods in Finance*. New York: John Wiley & Sons.
- Schmidt, P. & Phillips, P. C. B. (1992). LM tests for a unit root in the presence of deterministic trends. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 54:257–287.
- Simon, D. (2006). *Optimal State Estimation: Kalman, H Infinity, and Nonlinear Approaches*. Wiley, New Jersey.
- Wang, G. H. K. & Yau, J. (1994). A time series approach to testing for market linkage: Unit root and cointegration tests. *Journal of Futures Markets*, 14.