

Modelando Opções de Conversão com Movimento de Reversão à Média

Bastian-Pinto, Carlos L.*

Brandão, Luiz E. T.**

Resumo

Os preços de *commodities* são geralmente muito bem modelados por um processo estocástico de reversão à média, o que resulta em uma melhor aproximação do que por um movimento geométrico browniano, embora este seja usado com mais frequência na avaliação por opções reais devido a sua facilidade de uso. Neste trabalho usamos uma modelagem por reversão à média por árvore recombinante censurada de duas variáveis incertas correlacionadas, para avaliar a opção de conversão dos produtores de açúcar e etanol a partir da cana de açúcar.

Os resultados mostram que a opção de conversão agrega valor significativo para a receita do produtor. Também é mostrado que a mesma opção, quando modelada por um movimento geométrico browniano, tem seu valor aumentado de forma significativa comparativamente ao modelo de reversão à média, assim como o valor do caso base sem flexibilidade. Isso confirma que a escolha do modelo estocástico pode influenciar de forma determinante o valor da opção avaliada.

Palavras-chave: Opções Reais; modelo de reversão à média; opções de conversão; preços de commodities.

Códigos JEL: C34; M21; Q42.

Abstract

Commodity prices are generally better modeled by a long-term Mean Reverting Process, than by a Geometric Brownian Motion stochastic diffusion process, which is more generally used to value real options, since it is simpler to use. In this article we model two correlated uncertain variables using a mean reversing process bivariate lattice to value the switch option between outputs available to ethanol and sugar producers, using the same source: sugarcane.

The model results show that the switch option adds a significant value for the producer income. The article also shows that when modeled by a geometric brownian motion, the switch option yields significantly higher values than with a mean reverting model, for the option itself as much as for the base case without flexibility. This confirms that the stochastic model chosen can influence significantly the option value.

Keywords: Real options; mean reverting model; switch options; commodity prices.

Submetido em Agosto de 2007. Aceito em Novembro de 2007. Os autores agradecem a Marco A. Dias e Andrea Minardi, pelas sugestões relevantes para o artigo.

*Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro - IAG. E-mail: bastian@pobox.com

**Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro - IAG. E-mail: brandao@iag.puc-rio.br

1. Introdução

Em função da alta dos preços do petróleo, a expectativa de exaustão das reservas mundiais e do aumento projetado da demanda de energia no futuro próximo, as fontes alternativas de energia renovável têm se mostrado cada vez mais atraentes e viáveis. Uma dessas alternativas que já atingiu o nível de ampla aceitação no Brasil é o uso do etanol de cana de açúcar como combustível automotivo e substituição de gasolina, onde atualmente representa 45% do consumo nacional, comparado a 3% nos EUA. Este desenvolvimento iniciou-se nos anos 1980 em função dos subsídios governamentais e de uma mistura compulsória de 20% de álcool anidro à gasolina. Depois de duas décadas e vários percalços, a produção de álcool combustível (ou etanol) está em alta e a maioria dos carros novos produzidos é de modelos chamados *flex-fuel* que podem consumir qualquer mistura de gasolina e álcool.

A posição brasileira na produção de etanol é devida à grande vantagem competitiva de sua produção a partir da cana de açúcar em comparação com o milho, principal fonte da produção de etanol americano o qual é altamente dependente de subsídios governamentais. A cana de açúcar, que é a principal fonte brasileira de etanol, era anteriormente quase inteiramente destinada à produção de açúcar, outra *commodity* na qual o Brasil é um líder mundial de produção e exportação, sendo que atualmente o etanol esta rapidamente ganhando o status de *commodity* mundo afora.

Outra vantagem do etanol oriundo da cana de açúcar está na opção de conversão disponível aos produtores brasileiros que lhes permite alterar o *mix* de produção de forma a maximizar o seu retorno, dependendo dos preços relativos de etanol e açúcar. A cana de açúcar pode ser transformada em açúcar em refinarias que produzem uma pequena quantidade de álcool como co-produto, ou processadas numa destilaria de álcool para produzir somente etanol.

Outra alternativa é o de investir em uma planta flexível a um custo maior na qual podem ser produzidos tanto açúcar como etanol. Apesar de esta opção implicar um investimento industrial maior, ela é intuitivamente considerada pela maioria dos produtores e isso é facilmente percebido pelo fato de a maioria das novas usinas em construção no Brasil serem de plantas flexíveis (açúcar e/ ou etanol). Por outro lado, as *commodities* são geralmente mais bem modeladas por um processo de reversão a uma média de longo prazo, como é o caso de uma *commodity* alimentícia (açúcar) e outra energética (etanol). Também a opção de conversão disponível para os produtores deve ser modelada por um método bi-variável, pois as duas incertezas (os preços de açúcar por um lado e de etanol por outro) precisam ser mantidas separadas. Dessa forma, utilizamos uma metodologia discreta para modelar ambas as incertezas como dois processos estocásticos de reversão à média numa única árvore recombinante de eventos (treliça bi-variável) de forma a calcular o valor presente da opção de conversão disponível aos produtores de açúcar e etanol.

Esta metodologia foi ainda comparada a uma simulação de Monte Carlo, de uso mais prático e que produz resultados semelhantes, a qual, apesar de adaptar-se bem ao caso estudado, é no entanto menos flexível para outros tipos de modelagem. Comparamos também os resultados obtidos por reversão à média à uma utilização de processos estocásticos por movimento geométrico browniano, e verificamos que esse último método retorna valores maiores não somente da opção de conversão mas também dos casos base, resultando numa supervalorização destes. A razão para tal é função do *drift* neutro a risco utilizado nessa modelagem, o qual se justifica para ativos financeiros, como ações, mas não para preços de *commodities* com é o caso estudado neste artigo.

O objetivo deste artigo é de propor uma metodologia para modelagem de incertezas que sigam um processo estocástico de reversão à média e mostrar que esta é flexível o suficiente para ser usada num modelo bi-variável com um exemplo prático de opção de conversão.

O presente artigo está organizado da seguinte forma: na Seção 2, é descrito o modelo proposto de modelagem binomial para reversão à média. Na Seção 3, é descrito o panorama do setor sucro-alcooleiro brasileiro. Na Seção 4 é explicada a metodologia empregada na modelagem do caso. Os resultados são descritos, analisados e comparados com um modelo por simulação e por um seguindo um movimento geométrico browniano na Seção 5, o qual é seguido pela conclusão na Seção 6.

2. Modelagem de Processo Estocástico de Reversão a Média

A modelagem discreta por árvore binomial recombinante desenvolvida por Cox et alii (1979) para avaliar opções reais encontra ampla aceitação por generalizar o modelo de Black e Scholes (1973) devido a sua simplicidade de uso, flexibilidade e propriedade de convergir de forma fraca para um Movimento Geométrico Browniano (MGB), quando o passo no tempo (Δt) diminui. Muitas vezes, no entanto, a incerteza a ser modelada não segue um processo estocástico similar a um MGB, como é o frequentemente o caso quando os fluxos de caixa de um projeto são dependentes de preços que dependem de uma média de longo prazo, como é o caso de *commodities* não financeiras.

Infelizmente o Movimento de Reversão à Média (MRM) não é tão fácil de aproximar por uma árvore binomial recombinante como o é o MGB. É a razão pela qual a simulação de Monte Carlo ou árvores discretas trinômiais (Hull, 1999) são geralmente usadas para modelar um MRM, que é um processo de Markov no qual o sentido e a intensidade do desvio são dependentes no preço corrente, e devem reverter a uma média de equilíbrio de mercado a qual é assumida como sendo o preço médio de longo prazo.

A forma mais simples de MRM é o processo de fator único de Ornstein-Uhlenbeck, também chamado de MRM Aritmético, o qual é definido pela Equação abaixo.

$$dY_t = \eta (\bar{Y} - Y_t) dt + \sigma dz_t \quad (1)$$

onde Y_t é o \ln (logaritmo neperiano) do preço da *commodity* modelada, η a velocidade de reversão a média, \bar{Y} o \ln da média de longo prazo, σ a volatilidade do processo e dz um processo de Wiener. O \ln dos preços é utilizado pois é geralmente assumido que os preços de *commodities* são distribuídos segundo uma log-normal. Isto é conveniente porque sendo $Y = \ln(y)$, então y não pode ser negativo. O valor esperado e variância do processo de Ornstein-Uhlenbeck, são dados por:

$$E[Y_t] = \bar{Y} + (Y_0 - \bar{Y}) e^{-\eta T}$$

$$Var[Y_t] = \frac{\sigma^2}{2\eta} (1 - e^{-2\eta T})$$

Portanto podemos observar que, se: $T \rightarrow \infty$, então: $Var[Y_t] \rightarrow \sigma^2/2\eta$, e não para: ∞ , como é o caso com um MGB.

Outros MRM que são utilizados são o Movimento de Reversão a Média Geométrico (Dixit e Pindyck, 1994), onde $dY_t/Y_t = \eta (\bar{Y} - Y_t) dt + \sigma dz_t$, e o modelo de Battacharya dado por $dY_t = \eta (\bar{Y} - Y_t) dt + \sigma Y_t dz_t$. A lógica por trás de um MRM vem da micro-economia: quando os preços estão deprimidos (ou abaixo de sua média de longo prazo), a demanda desse produto tende a aumentar ao passo que sua produção tende a diminuir. Isso é devido ao fato que o consumo de uma *commodity* com preço baixo aumenta enquanto os baixos retornos para as empresas produtoras as levarão a postergar investimentos e fechar unidades menos eficientes, reduzindo assim a disponibilidade do produto. O oposto ocorrerá se os preços estiverem altos (ou acima da média de longo prazo). Estudos empíricos (Pindyck e Rubinfeld, 1991) demonstraram que com preços de petróleo, por exemplo, a lógica da micro-economia indica que o processo estocástico inclui um componente MRM. No entanto testes econométricos somente rejeitam o MGB para séries extremamente longas.

Dias (2005) classifica os processos estocásticos para modelagem de preços de petróleo em três categorias, conforme ilustrado na Tabela 1:

Tabela 1
Modelos Estocásticos

Tipo de Modelo Estocástico	Nome do Modelo	Referências
Modelo Imprevisível	Movimento Geométrico Browniano (MGB)	Paddock, Siegel & Smith (anos 80)
Modelo Previsível	Reversão a Média Pura (MRM)	Schwartz (1997, modelo 1)
Modelos mais Realistas	Modelo de dois ou três fatores Reversão a nível incerto de longo prazo Reversão à média com saltos	Gibson e Schwartz (1990), e Schwartz (modelos 2 & 3) Pindyck (1999) e Baker et alii (1998) Dias e Rocha (1999)

Apesar de o MGB ser amplamente utilizado para modelagem de uma ampla gama de incertezas por ser de fácil utilização, o MRM é considerado mais adequado para modelagem de preços de *commodities* e taxas de juros. No entanto não é fácil rejeitar a modelagem por MGB, especialmente para séries curtas de preços. Da mesma forma a reversão pura de um fator para um nível de preço fixo (ou processo de Ornstein-Uhlenbeck) é por demais previsível e poderia até ser uma escolha de modelagem pior que o MGB. Seria mais realista combinar um processo de MRM com um MGB para o nível de equilíbrio, ou então adicionar um processo de saltos.

2.1 Aproximação binomial para MRM

Nelson e Ramaswamy (1990) propuseram uma metodologia que pode ser utilizada sob uma ampla gama de condições, e é muito apropriada ao processo de Ornstein-Uhlenbeck. Seu modelo é uma sequência binomial simples de n períodos de duração Δt , com um horizonte de tempo $T : T = n\Delta t$, que permite então que uma árvore binomial recombinante possa então ser construída.

Dada a forma geral de equação diferencial para um processo estocástico:

$$dY = \mu(Y, t)dt + \sigma(Y, t)dz, \text{ e}$$

$$Y_t^+ \equiv Y + \sqrt{\Delta t}\sigma(Y, t) \quad (\text{movimento de subida})$$

$$Y_t^- \equiv Y - \sqrt{\Delta t}\sigma(Y, t) \quad (\text{movimento de descida})$$

$$q_t \equiv 1/2 + 1/2\sqrt{\Delta t}\frac{\mu(Y, t)}{\sigma(Y, t)} \quad (\text{probabilidade de subida})$$

$$1 - q_t \quad (\text{probabilidade de descida})$$

Substituído pelos parâmetros do Ornstein-Uhlenbeck, a partir da equação (1), temos:

$$Y_t^+ \equiv Y + \sqrt{\Delta t}\sigma \quad (\text{movimento de subida})$$

$$Y_t^- \equiv Y - \sqrt{\Delta t}\sigma \quad (\text{movimento de descida})$$

$$q_t \equiv 1/2 + 1/2\sqrt{\Delta t} \frac{\eta(\bar{Y} - Y_t)}{\sigma} \quad (\text{probabilidade de subida})$$

$$1 - q_t \quad (\text{probabilidade de descida})$$

Considerando que as probabilidades calculadas não podem ser negativas ou superiores a 100%, é então necessário censurar os valores de q_t (e portanto de: $1 - q_t$), a faixa de 0 a 1:

$$q \equiv \begin{cases} \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\eta(\bar{Y} - Y) \sqrt{\Delta t}/\sigma & \text{se } q_t \geq 0 \text{ e } q_t \leq 1 \\ 0 & \text{se } q_t < 0, q_t \text{ é censurado} \\ 1 & \text{se } q_t > 1, q_t \text{ é censurado} \end{cases}$$

Essas condições podem ser explicitadas pela fórmula:

$$q_t = \max\left(0, \min\left(1, 1/2 + 1/2\sqrt{\Delta t} \frac{\eta(\bar{Y} - Y_t)}{\sigma}\right)\right) \quad (2)$$

e

$$\Delta Y^+ = \sigma\sqrt{\Delta t}; \quad \Delta Y^- = -\sigma\sqrt{\Delta t}$$

Como: Y_t é o \ln do preço y , então $\Delta y^+ = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$ e $\Delta y^- = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}$. Essas são as expressões já familiares usadas na árvore recombinante do MGB. O resultado é então uma árvore binomial recombinante similar àquela obtida pelo MGB de Cox et alii (1979). Mas o cálculo das probabilidades e a censura destas produzirá um modelo que converge de forma fraca para um MRM, como demonstrado por Hahn e Dyer (2006). É importante notar que em cada nó da árvore de preços obtida, a probabilidade de um movimento ascendente (q_t) irá depender de Y_t , gerando, portanto, uma segunda árvore de probabilidades de subida, segundo a equação (2), e uma correspondente de probabilidades de descida.

2.2 Avaliação neutral ao risco

Há duas formas equivalentes de se descontar fluxos de caixa para efeitos de avaliação: seja usando a taxa ajustada ao risco, obtida pela metodologia CAPM, por exemplo; ou descontando à taxa livre de risco, usando uma certeza equivalente - Q (método da neutralidade ao risco), obtida com uma mudança de medida: a medida equivalente de martingale. Através dela penaliza-se os fluxos de caixa, para que o valor descontado pelos dois processos seja igual, em $t = 0$.

As opções são geralmente descontadas dessa última forma, pois é complicado calcular a taxa ajustada ao risco da opção, a qual, não somente é diferente daquela do ativo básico, como também varia ao longo da vida da opção. Portanto uma

certeza equivalente deve ser utilizada para o ativo básico de tal forma a corrigir o valor deste em função do risco, antes de descontá-lo a taxa neutra ao risco.

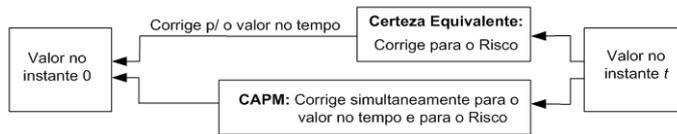


Figura 1

Cox et al. (1979) ao desenvolverem o modelo binomial de apuração de opções que aproxima um MGB, provam também que esse ajuste pode ser feito na probabilidade de um movimento ascendente ao longo da árvore recombinante. Obtém assim a chamada probabilidade neutra ao risco $p^Q = (1 + r - d)/(u - d)$, que permite descontar a opção ao longo da árvore, à taxa livre de risco r .

Com um processo de reversão à média, como o da equação (1), o derivativo F da variável Y , deve satisfazer a seguinte equação diferencial parcial (Dixit e Pindyck, 1994, p. 162):

$$\frac{1}{2}\sigma^2 \frac{\partial^2 F}{\partial Y^2} + [r - \mu + \eta (\bar{Y} - Y)] \frac{\partial F}{\partial Y} - rF = 0 \quad (3)$$

sendo: μ a taxa ajustada ao risco, temos: $\mu = r + \pi$, onde π é o prêmio de risco associado à Y . Podemos então dizer que: $r - \mu + \eta (\bar{Y} - Y) = \eta [(\bar{Y} - \pi/\eta) - Y]$, e definimos: $\bar{Y}^Q = \bar{Y} - \pi/\eta$, como a média de longo prazo que fará o ajuste equivalente de Martingale do processo MRM. Portanto o ajuste do modelo binomial para MRM descrito na seção 2.1, também é feito na probabilidade de um movimento ascendente, através da média de longo prazo, da qual ela depende \bar{Y}^Q (Dixit e Pindyck, 1994, Schwartz, 1997).

2.3 Modelagem discreta bi-variável de MRM

A abordagem usada neste artigo é baseada num modelo bi-variável que combina duas incertezas, cada uma com sua própria árvore de preços. Essa abordagem bi-variável é útil em casos onde as incertezas não podem ser combinadas por uma simulação de Monte Carlo para gerar uma única incerteza de projeto. É o caso, por exemplo, quando um projeto com fluxos de caixa incertos, portanto uma incerteza de valor possui uma opção cujo preço de exercício também é sujeito à incerteza. Opções de conversão também são bons exemplos. Gonçalves et alii (2006) analisam uma opção de conversão de produção de uma usina flexível de açúcar e álcool e modelam as incertezas (preços de açúcar e álcool) usando dois processos de difusão por MGB, com os parâmetros de cada uma das incertezas. O valor da opção de conversão é calculado pela metodologia desenvolvida por Copeland e Antikarov

(2003), chamada de: árvore recombinante quadrinomial. Essa abordagem implica incluir um desvio (*drift*) na evolução dos preços (significando que eles seguem um progresso geométrico) o qual pode superestimar a avaliação determinística do projeto original, assim como o valor da opção em si. Hahn e Dyer (2006) usam dois processos de fator único de reversão à média para modelar a opção de conversão num projeto de petróleo e gás, modelando cada incerteza como um processo de Ornstein-Uhlenbeck.

O modelo de Copeland e Antikarov (2003) não pode ser utilizado para modelagem de dois processos de MRM porque as probabilidades em cada nó alteram-se ao longo da árvore. Para resolver a árvore de eventos bi-variável, as probabilidades conjuntas de cada um dos quatro caminhos possíveis a partir de cada nó da árvore precisam ser determinados (Figura 2). O valor da opção C no passo n depende dos quatro nós subsequentes no passo $n + 1$, multiplicados por suas respectivas probabilidades.

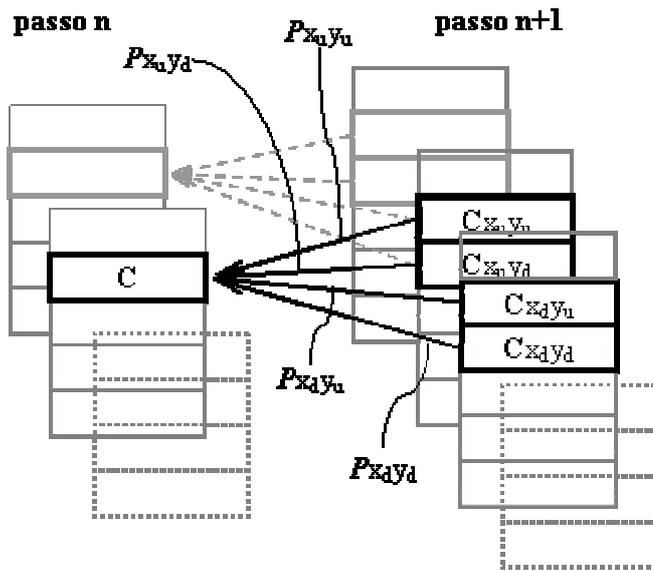


Figura 2
Cálculo da opção na árvore bi-variável

Consideremos as duas variáveis, x e y , de tal forma que $X(t) = \ln(x(t))$, $Y(t) = \ln(y(t))$, cada uma seguindo um processo estocástico MRM diferente com, respectivamente:

$$dX = \eta_x (\bar{X} - X) dt + \sigma_x dz \quad \text{e} \quad dY = \eta_y (\bar{Y} - Y) dt + \sigma_y dz$$

então:

$$\Delta X = \sigma_x \sqrt{\Delta t} \quad \text{e} \quad \Delta Y = \sigma_y \sqrt{\Delta t}$$

Probabilidade de:

X subir e Y subir:

$$P_{x_u y_u} = (\Delta X \Delta Y + \Delta Y \nu_x \Delta t + \Delta X \nu_y \Delta t + \rho_{xy} \sigma_x \sigma_y \Delta t) / 4 \Delta X \Delta Y$$

X subir e Y descer:

$$P_{x_u y_d} = (\Delta X \Delta Y + \Delta Y \nu_x \Delta t - \Delta X \nu_y \Delta t - \rho_{xy} \sigma_x \sigma_y \Delta t) / 4 \Delta X \Delta Y$$

X descer e Y subir:

$$P_{x_d y_u} = (\Delta X \Delta Y - \Delta Y \nu_x \Delta t + \Delta X \nu_y \Delta t - \rho_{xy} \sigma_x \sigma_y \Delta t) / 4 \Delta X \Delta Y$$

X descer e Y descer:

$$P_{x_d y_d} = (\Delta X \Delta Y - \Delta Y \nu_x \Delta t - \Delta X \nu_y \Delta t + \rho_{xy} \sigma_x \sigma_y \Delta t) / 4 \Delta X \Delta Y$$

Com $P_{x_u y_u} + P_{x_u y_d} + P_{x_d y_u} + P_{x_d y_d} = 1$.

Essas probabilidades são dependentes do desvio (*drift*) de cada variável e sua correlação σ_{xy} . Os desvios de cada processo são dados por, respectivamente: $\nu_X = \eta_x (\bar{X} - X_t) - 1/2\sigma_x^2$, e $\nu_Y = \eta_y (\bar{Y} - Y_t) - 1/2\sigma_y^2$, mas um nó de quatro saídas, como o processo modelado, não pode ser diretamente censurado como a modelagem por MRM requer. Hahn & Dyer solucionam esse problema com uma aplicação direta da regra de Bayes: $p(X_t \cap Y_t) = p(Y_t | X_t) p(X_t)$. Como podemos calcular, P_{x_u} e $P_{x_d} (= 1 - P_{x_u})$ a partir da equação (2), censurando na medida do necessário, e sendo as probabilidades condicionais:

$$P_{y_u|x_u} = (\Delta X \Delta Y + \Delta Y \nu_x \Delta t + \Delta X \nu_y \Delta t + \rho_{xy} \sigma_x \sigma_y \Delta t) / 2\Delta Y (\Delta X + \nu_x \Delta t)$$

$$P_{y_d|x_u} = (\Delta X \Delta Y + \Delta Y \nu_x \Delta t - \Delta X \nu_y \Delta t - \rho_{xy} \sigma_x \sigma_y \Delta t) / 2\Delta Y (\Delta X + \nu_x \Delta t)$$

$$P_{y_u|x_d} = (\Delta X \Delta Y - \Delta Y \nu_x \Delta t + \Delta X \nu_y \Delta t - \rho_{xy} \sigma_x \sigma_y \Delta t) / 2\Delta Y (\Delta X - \nu_x \Delta t)$$

$$P_{y_d|x_d} = (\Delta X \Delta Y - \Delta Y \nu_x \Delta t - \Delta X \nu_y \Delta t + \rho_{xy} \sigma_x \sigma_y \Delta t) / 2\Delta Y (\Delta X - \nu_x \Delta t)$$

Com: $P_{y_u|x_u} + P_{y_d|x_u} = 1$, e: $P_{y_u|x_d} + P_{y_d|x_d} = 1$, as quais também são censuradas na medida do necessário, as probabilidades conjuntas são o resultado da multiplicação destas por P_{x_u} ou P_{x_d} . Dessa forma, como sugerido por Hahn e Dyer, dividimos o nó quadrinomial em etapas marginal e condicional, censurando na medida do necessário (Figura 3). Como cada nó terá quatro probabilidades condicionais, quatro conjuntas, e mais uma marginal, esse processo é intensivo do ponto de vista de programação, principalmente quando comparado a uma abordagem dual por MGB, a qual terá apenas quatro probabilidades conjuntas para a árvore inteira.

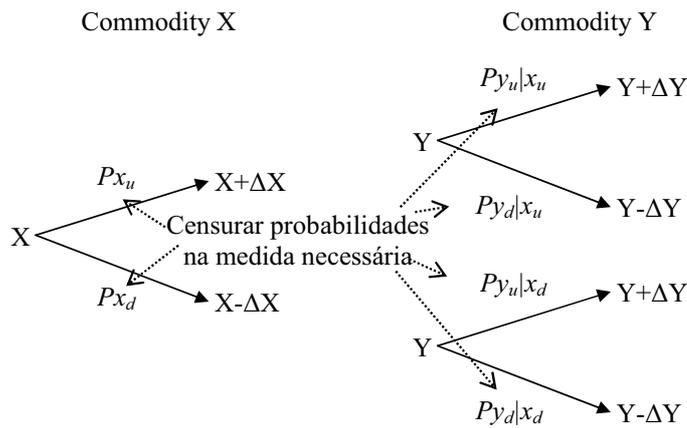


Figura 3
Dividindo o nó quadrinomial em etapas marginal e condicional

3. A Indústria Sucro-alcooleira no Brasil

Três fatores devem ser considerados quando se estuda a história recente brasileira do setor sucro-alcooleiro. Em primeiro lugar o programa “Pró-Álcool” da década de 1970 que transformou o álcool, até então apenas considerado um sub-produto da produção de açúcar, num combustível automotivo de primeira ordem. Esse fato permitiu a criação da infra-estrutura e capacidade industrial que transformaria o álcool num produto de alto retorno para a indústria. Em segundo lugar, o fim da guerra fria teve um impacto significativo no suprimento de açúcar dos antigos países do bloco socialista por Cuba no mercado internacional, e levou ao aumento das exportações dos países africanos. E finalmente, o fim dos subsídios à indústria de álcool no Brasil, que levou a um mercado aberto e eficiente (Pretyman, 2005).

Apesar de ser o maior produtor de açúcar do mundo, o Brasil ainda é o país com o maior estoque de terra disponível para agricultura, mesmo levando em consideração as questões ambientais. Desconsiderando as áreas ocupadas por florestas, o Brasil possui 101 milhões de hectares disponíveis para agricultura, dos quais 62 milhões são utilizados, sendo que apenas 5,4 milhões são utilizados para cana de açúcar (DATAGRO, 2006). A cana é uma cultura renovável, com um alto potencial energético, pois cada tonelada possui o equivalente a 1,2 barril de petróleo (Centro de Tecnologia Canavieira CTC, 2006). A cana de açúcar produz cinco colheitas anuais, e é plantada principalmente na região Sudeste com aproximadamente 3 milhões de hectares, com uma produtividade de 79 ton/ha. No Nordeste, com pouco mais de 1 milhão de hectares, a produtividade é de 56 ton/ha.

3.1 O panorama do açúcar no Brasil

O Brasil é o maior produtor e exportador de açúcar do mundo, o tem sido assim desde o século XVI, pouco mais de 100 anos após o início da colonização. O açúcar foi a maior fonte de divisas para Portugal até o século XIX, e foi a razão das invasões Holandesas no Nordeste. Mesmo após o declínio da demanda no século XVIII, ele permaneceu uma importante fonte de divisas para o Brasil.

O mercado mundial de açúcar é um mercado maduro, com crescimento vegetativo e uma pequena superprodução. Também é um mercado protegido no hemisfério norte (EUA e EU) com altos subsídios à produção assim como barreiras de entrada, as quais vêm sendo questionadas em foruns internacionais. Na verdade, devido às condições naturais locais, o Brasil tem o custo mais baixo de produção no mundo, equivalente a apenas 34% do da União Européia – principalmente da França (ÚNICA, 2004) – e é o maior player no mercado mundial de açúcar com grande fatia de mercado e alta competitividade.

3.2 O panorama do álcool combustível no Brasil

O álcool a partir de cana de açúcar passou a ser visto como um combustível automotivo alternativo no Brasil como consequência da crise do petróleo de 1973, numa época em que o país era altamente dependente do petróleo importado e acumulava grande déficit na sua balança de pagamentos. Na época, o governo federal instituiu um programa com o objetivo de criar não somente o suprimento, mas também a demanda para álcool combustível, na forma de carros que consumiam 100% de álcool hidratado. A produção foi subsidiada através de um imposto sobre a venda de gasolina, e a produção de veículos a álcool beneficiou-se de isenções por algum tempo. O programa foi extremamente bem sucedido no início, e até 1986, a grande maioria dos carros novos consumia exclusivamente álcool hidratado.

Mas no final dos anos 1980 os produtores exerceram sua opção de conversão, e na medida em que os preços do petróleo caíam (e os preços do etanol são correlacionados a estes) e os do açúcar subiam, os produtores converteram sua produção de álcool para açúcar, com maiores preços e demanda em alta. Ao mesmo tempo, com alto déficit de caixa, o governo começou a reduzir sua intervenção na produção e nos subsídios ao álcool. Na medida em que se tornava cada vez mais difícil encontrar o etanol nos postos de abastecimento a confiança dos consumidores no combustível despencou e a produção de carros a álcool caiu de um pico de 72.6% do total de veículos produzidos em 1986 para 9.8% em 1990 (Anfavea, 2006).

A virada para a indústria do álcool combustível veio em 2003, quando os primeiros carros flex fuel apareceram no mercado, como resultado da pesquisa da Bosch do Brasil, que desenvolveu a tecnologia que permitiu que um motor a combustão utilizasse qualquer mistura de gasolina e álcool. A produção de carros flex fuel saltou de 2,6% em 2003, para 15,2% em 2004, 39,4% em 2005 e chegou 53,3% em 2006, de um total de aproximadamente 2,6 milhões de carros produzidos naquele ano. Na medida em que esses carros começaram a aparecer em volumes cada vez mais significativos, o perigo para o consumidor de ficar sem combustível na bomba desapareceu, o álcool voltou a ser competitivo com a gasolina e a indústria atingiu uma grande escala de produção, sendo que até a gasolina hoje consumida tem uma mistura de 20% a 25% de álcool em vez do antigo MTBE. Essa alternativa também trás vantagens para o consumidor: em um estudo recente, Alves (2007) utilizou a metodologia de opções reais para avaliar o valor da opção de combustível para os proprietários de carros flex-fuel, e concluiu que esta opção pode representar até 10% do valor do veículo.

A chave para o Brasil se tornar um líder mundial na produção do etanol é função da perfeita combinação de clima, extensão territorial e reservas de água. Para cada hectare de cana plantada atualmente são produzidos 6.800 litros de etanol, enquanto que nos EUA, que é o único país que possui uma produção de etanol comparável com a brasileira e onde o etanol é produzido principalmente à base de milho, cada hectare rende 3.200 litros de etanol. Portanto o etanol é um mercado em transformação, com grande expectativa de altas demandas e produção.

Os países produtores líderes vêm se organizando, como é o caso do Brasil e dos EUA, os quais criaram em dezembro de 2006 a Comissão Interamericana de Etanol, com a seguinte missão: “Promover o uso do etanol nas reservas de gasolina do hemisfério ocidental”

3.3 O processo de produção do açúcar e etanol

As empresas produtoras de açúcar e álcool no Brasil são responsáveis pela transformação da cana de açúcar nestes dois produtos, bem como a sua estocagem. Trata-se de uma atividade tanto agrícola quanto industrial, indo da escolha das variedades de cana, o plantio e colheita nos períodos adequados e processamento e estocagem. O investimento industrial pode ser realizado diretamente numa planta flexível (capaz de produzir açúcar, álcool ou ambos) ou numa de produto único (açúcar ou etanol), a qual pode ser posteriormente ampliada para produzir o produto complementar.

As plantas de processamento de cana são altamente eficientes energeticamente, pois o bagaço da cana é utilizado como combustível para as fornalhas e até para gerar excedente de energia elétrica. Comparativamente, nos EUA, o processo a partir do milho é dependente de energia seja de carvão, óleo combustível ou gás natural. Uma planta relativamente eficiente de açúcar pode produzir 94 kg a partir de cada tonelada de cana processada, e do melaço que é obrigatoriamente produzido em conjunto, 10,8 litros de álcool. A mesma tonelada de cana, se processada numa destilaria de álcool, produzirá 70 litros de etanol. Dessa forma, o processamento de uma tonelada de açúcar irá gerar:

1 ton cana de açúcar = 94 kg de açúcar + 10,8 litros de álcool = 70 litros de álcool

Essa relação era utilizada para controle de preços dos dois produtos nos tempos do programa “Pró-Álcool” de incentivos governamentais, mas a equivalência ainda continua valendo. Com essa paridade definida, os produtores podem decidir qual o mix de produtos eles irão produzir em cada safra sem custo de conversão, uma vez realizado o investimento numa planta flexível.

4. Metodologia

Analisamos o efeito na renda do produtor de açúcar e álcool a partir da cana de açúcar, da flexibilidade disponível para ele de optar pela produção de álcool ou açúcar e álcool e vice-versa, a cada semestre.

4.1 Levantamento de dados

As séries de preços pagos diretamente aos produtores (incluindo impostos) foram obtidas da CEPEA (Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada, da Escola Superior de Agricultura) e estão disponíveis on-line. Eles são resultado de levantamento diário, realizado por técnicos num convênio entre a CEPEA, a ÚNICA (União da Agroindústria Canavieira de São Paulo) e a ORPLANA (Organização dos Plantadores de Cana do

Estado de SP). Para os preços de álcool, estes são uma média entre álcool hidratado (30%) e anidro (70%). Ambos são produzidos nas usinas e essa proporção corresponde à média histórica da demanda das usinas (Gonçalves et al., 2005). Apesar de serem somente preços pagos no estado de São Paulo, isso se justifica pelo fato de ser este estado o produtor de aproximadamente 64% dessas *commodities* no Brasil e serem uma referência amplamente usada em pesquisas do setor sucro-alcooleiro (Pretyman, 2005). Os preços são dados em reais e para o álcool correspondem a um litro (R\$/l), enquanto para o açúcar são dados em sacas de 50 kg (R\$/ 50 kg), que é o padrão do setor.

Ambas as séries de preços estão em base semanal, coletadas de julho de 2000 a janeiro de 2007, resultado em 344 dados, e foram deflacionadas pelo IGP-DI da Fundação Getúlio Vargas (FGV), também em base semanal. As séries estão plotadas na Figura 4, em escalas diferentes, de forma a serem visualmente comparáveis.

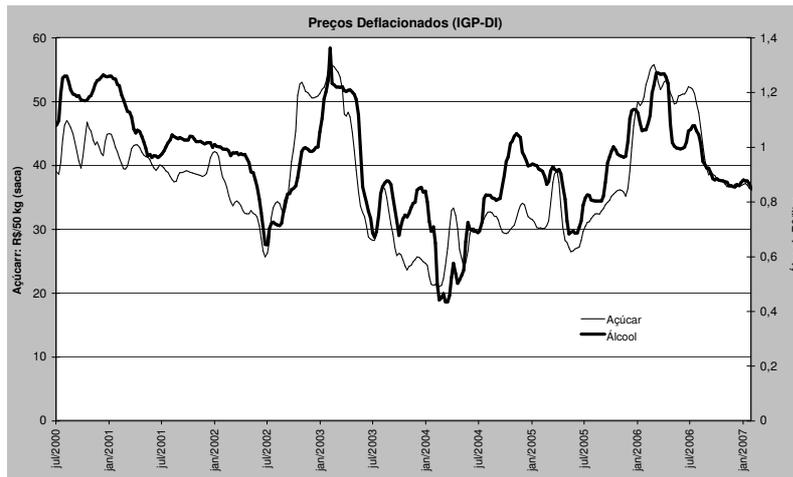


Figura 4
Preços semanais deflacionados de açúcar e álcool para o produtor
Fonte: CEPEA / UNICA

A partir dessas séries foram estimados os parâmetros necessários para a modelagem por reversão à média utilizada no modelo. Apesar de as séries obtidas cobrirem um período de sete anos (2000 a 2007) elas podem ainda ser consideradas relativamente curtas para obter boas estimativas de parâmetros de tendência, tais como a velocidade de reversão, média de longo prazo e correlação entre as séries, as quais requerem um *time-span* o maior possível (Dixit e Pindyck, 1994). A razão para tal é que uma série inferior a 10 ou 20 anos pode não englobar a tendência de longo prazo, tal como o *drift* e a média para a qual os preços revertem. No caso da velocidade de reversão, o parâmetro η também pode ser considerado

como o inverso da “meia vida” do processo de reversão, multiplicado por $\ln(2)$. Portanto o período da série utilizada para estimação dos parâmetros precisa conter diversos períodos de reversão para que a estimação seja consistente. No entanto é preciso lembrar que a produção de álcool vem crescendo muito, exatamente nesse período, e que não muito antes os preços eram de fato controlados pelo governo, tornando assim viesada qualquer análise de série por demais longa. Portanto o intervalo temporal das séries utilizadas é uma das limitações do estudo. No caso do parâmetro de volatilidade, a quantidade de dados passa a ser o fator de maior relevância na estimação do parâmetro. Dias (2005) sugere o uso de dados diários, mas no caso estudado, com o uso de médias semanais, estamos considerando que a volatilidade das duas séries de preços está bem estimada.

Os parâmetros foram estimados utilizando a metodologia descrita por Dixit e Pindyck (1994, p. 76-77) e modificada por Dias (2005) a qual permite estimar simultaneamente todos os parâmetros a partir de séries em tempo discreto. Para ambas séries uma regressão linear simples foi feita com $\ln(P_t) - \ln(P_{t-1})$ como variável dependente, e $\ln(P_{t-1})$ como a variável independente. A equação resultante, portanto, é: $\ln(P_t) - \ln(P_{t-1}) = \beta_0 + \beta_1 \ln(P_{t-1}) + \varepsilon$. Comparando esta com a solução discreta do processo de reversão à média da equação (1): $Y_t - Y_{t-1} = \bar{Y} (1 - e^{-\eta\Delta t}) + Y_{t-1} (e^{-\eta\Delta t} - 1) + \varepsilon_t$, após rodar a regressão acima, podemos então estimar os parâmetros necessários.

Para os coeficientes de velocidade de reversão η , $\beta_1 + 1$ dará $e^{-\eta\Delta t}$, então $\eta = -\ln(\beta_1 + 1)/\Delta t$. A média de longo prazo: $\bar{Y} = -\beta_0/\beta_1$. Também o parâmetro de volatilidade das séries será obtido da fórmula: $\sigma = \sigma_\varepsilon \sqrt{\Delta t \left[(2 \ln(\beta_1 + 1)) / ((\beta_1 + 1)^2 - 1) \right]}$, onde σ_ε é o desvio padrão dos erros ε_t da regressão. E considerando então que: $Y_t = \ln(P_t)$, temos $\bar{P} = \exp \left[(\beta_0 + 0,5\sigma^2\Delta t) / (-\beta_1) \right]$ (Dixit e Pindyck, 1994, Dias, 2005). Das mesmas séries $\ln(P_t) - \ln(P_{t-1})$, foi obtida a correlação entre os preços de açúcar e álcool: $\sigma_{SE} = 0,4117$.

As regressões estão plotadas na Figura 5, assim como os resultados destas.

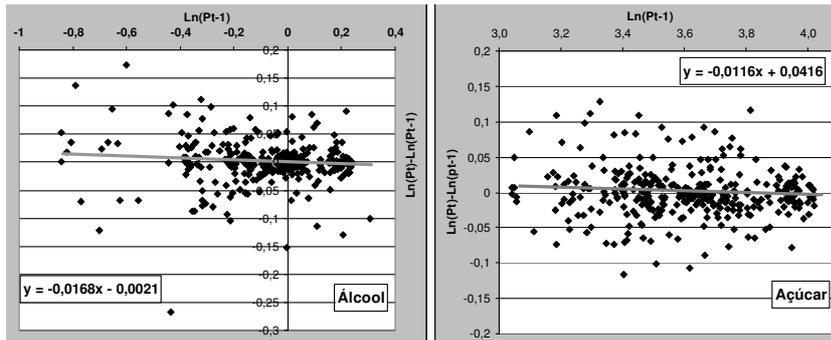


Figura 5
Regressões lineares sobre o \ln dos preços de álcool e açúcar

Todos os parâmetros estimados estão listados na Tabela 2.

Tabela 2
Parâmetros para modelagem de açúcar e álcool

	Açúcar			Álcool		
Média de longo prazo *	38,12 R\$ / 50 kg (saca)			0,9421 R\$ / litro		
Volatilidade - σ	Semanal*	Semestral**	Anual***	Semanal*	Semestral**	Anual***
Velocidade de reversão à média η	0,01167	0,30336	0,60673	0,01694	0,44051	0,88102

* Parâmetro estimado das séries - ** 26 semanas - *** 52 semanas

4.2 Metodologia do modelo

O modelo usado mede a receita gerada pelo processamento de uma tonelada de cana de açúcar mensal, seja como álcool, ou como açúcar e um pouco de álcool (sub-produto). Como o processamento de álcool é mais eficiente que o de açúcar, foi descontado 18% no valor da receita deste como forma de comparação (Pretyman, 2005). O período analisado é de cinco anos, em períodos semestrais ($T = 5, n = 10, \Delta t = 0,5$). Foi assumida a taxa livre de risco real de 6% a.a. a qual é utilizada em trabalhos semelhantes (Dias, 2005, Gonçalves et alii, 2006) e é coerente com a média atual de longo prazo da TJLP. No caso estudado o ativo subjacente é o preço de uma *commodity* (tanto no caso dos preços de açúcar quanto de álcool) e neste caso a taxa de conveniência desta assume o papel do prêmio de risco para cálculo de medida equivalente de Martingale. Mas a estimação de taxa de conveniência é ainda objeto de pesquisas e envolve metodologias como o filtro de Kalman (Schwartz, 1997) ou filtro de partículas (Aiube et alii, 2006), que estão além do escopo do presente estudo. Em função dessa limitação foi utilizado prêmio de risco do setor para calcular a medida equivalente de Martingale.

Assumimos o valor médio de: $\pi = 6\%$ a.a., como prêmio de risco real do setor calculado pelo CAPM a partir de dados da IBOVESPA, para ambas as variáveis incertas.

Com esses valores de parâmetros, as medias de longo prazo ajustadas ao risco passam a ser:

- Para etanol: $\bar{x}^Q = e^{(\bar{X} - \pi/\eta)} = e^{(\ln(0,9241) - 6\%/0,881)} = 0,8632$ R\$/ litro e
- Para açúcar: $\bar{y}^Q = e^{(\bar{Y} - \pi/\eta)} = e^{(\ln(38,13) - 6\%/0,607)} = 34,54$ R\$/ 50 kg

Os valores dos fluxos de caixa do projeto são calculados da seguinte forma:

- No caso de *processamento de álcool unicamente*, o preço projetado do álcool (R\$/litro) é multiplicado por 70 (litros por tonelada de cana processada) e por 6 (período semestral);
- No caso de *processamento de açúcar*, o preço projetado do açúcar (R\$/50 kg) é multiplicado por 1,88 (94 kg de açúcar por tonelada de cana processada, em sacas de 50 kg), mais 10,8 (litros de álcool como sub-produto no processamento de uma tonelada de cana);
- No caso de *uma planta flexível*, o valor máximo dos dois acima é escolhido.

Estes valores correspondem aos fluxos de receita bruta já descontados impostos e taxas, obtidos pela usina, e não ao fluxo de caixa da usina. Gonçalves et alii (2006) calculam os fluxos de caixa livre de um projeto de investimento em usina, com o propósito de avaliar o projeto 50 kg em si. Portanto este trabalho avalia o valor da opção de conversão apenas sobre a receita de uma usina flexível.

Os casos determinísticos estão listados na Tabela 3. Como os preços de açúcar e álcool foram modelados para seguir um MRM com os parâmetros da Tabela 3, eles convergem para a média calculada de longo prazo.

Tabela 3
Casos determinísticos de processamento de cana (R\$)

Modelo de reversão à média	T0	T1		T2		T3		T4		T5	
		1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
Álcool (R\$/L)	0,87	0,87	0,86	0,86	0,86	0,86	0,9	0,86	0,86	0,86	0,86
Açúcar (R\$/ 50 kg)	36,63	36,1	35,66	35,36	35,15	34,99	34,87	34,78	34,72	34,67	34,64
Projeto Álcool puro											
1 ton de cana processada / mês rende			363,58	363,22	362,99	362,84	362,74	362,7	362,6	362,6	362,6
Valor Presente em T_0		R\$ 3.102									
Projeto Açúcar (com álcool sub-produto)											
1 ton de cana processada / mês rende	379,64	375,82	373,03	370,99	369,50	368,4	367,59	367,00	366,56		
Valor Presente em T_0	R\$ 3.170										

Para o modelo utilizado, as duas árvores binomiais recombinantes foram construídas, segundo o modelo de Nelson & Ramaswamy com probabilidades censuradas, que estão ilustradas nas Figuras 6 e 7.

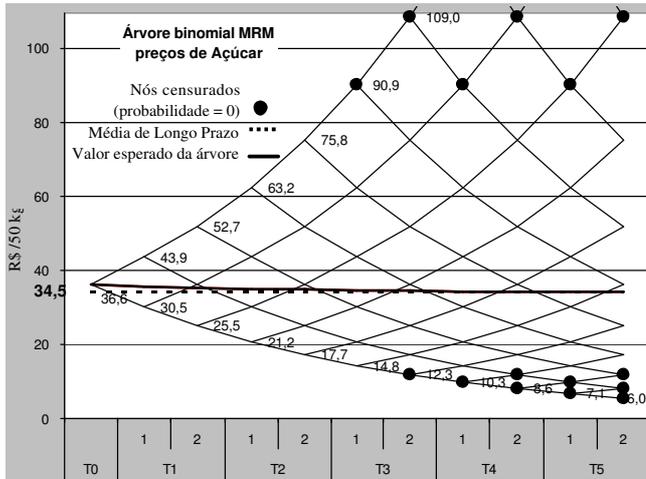


Figura 6
Árvore MRM censurada de preços do açúcar

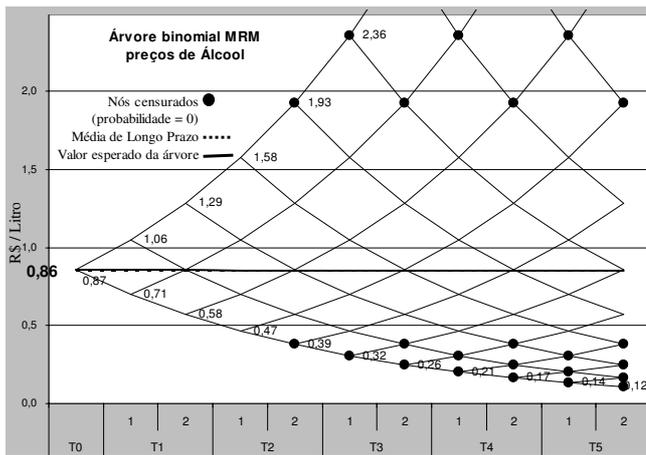


Figura 7
Árvore MRM censurada de preços do álcool

A combinação dessas duas árvores irá gerar a árvore recombinante bi-variável dos valores das duas *commodities*. No entanto essa árvore bi-variável é relativamente grande, tendo com $n=10$ períodos, 121 nós no passo 10 $((n+1)^2)$. E como as probabilidades de um movimento ascendente são dependentes do \ln do preço em cada nó (equação 2), então uma outra árvore similar em tamanho deve ser construída para as probabilidades marginais de subida. E como cada nó foi dividido em passo marginal e passo condicional (Figura 3), de forma a calcular as probabilidades conjuntas necessárias então outras quatro árvores de probabilidades conjuntas deverão também ser construídas. Apesar de computacionalmente intensivo, uma vez programado o modelo é rápido de usar e versátil, tendo ainda a vantagem de poder facilmente ser auditado em planilha eletrônica.

Com a árvore bi-variável de valores dos fluxos de caixa, em cada nó uma decisão será tomada acerca da opção presente para o produtor: produzir álcool ou açúcar (com álcool como sub-produto) no semestre em questão. A opção corresponde a seguinte equação:

$$\text{Máximo}(70 * P_{alcohol}; [18.1 * P_{açucar} + 10.2 * P_{alcohol}] * [1 - 18\%]) * 6(\text{semestre}) \quad (4)$$

Procede-se então a um cálculo de otimização dinâmica, começando pelo último período (backwards). Uma vez a opção exercida no período 10, escolhendo o valor máximo para o fluxo de caixa em cada nó, desconta-se a árvore a partir do passo 9 voltando ao início até o passo 0. Como descrito na Figura 2, o valor em cada nó é calculado como sendo a soma descontada a taxa sem risco, dos quatro nós subseqüentes na árvore, ponderados pelas probabilidades conjuntas. Estas são o resultado da multiplicação das probabilidades marginais do álcool (escolhido como primeira variável, x) pelas probabilidades condicionais em cada nó. A este valor é somado o valor do fluxo de caixa no próprio nó, exercendo mais uma vez a opção de maximização desse fluxo de caixa. Obteremos no passo: 0, o valor presente de uma tonelada de cana de açúcar processada por mês durante cinco anos, com a opção semestral de escolha entre duas possibilidades de produto de saída. Da mesma forma que em Gonçalves et alii (2006), no caso estudado não foi incluído cálculo de perpetuidade ao final do décimo período: estamos portanto avaliando a opção de conversão semestral durante um prazo de cinco anos. A razão para isso está em que o cálculo da perpetuidade apenas aumentaria o valor do projeto, não considerando nenhum efeito da flexibilidade gerencial, ou seja da opção de conversão.

5. Resultados

5.1 Resultados da árvore bi-variável

O modelo descrito retorna um resultado de R\$ 3.359,07 para cada tonelada de cana processada numa planta flexível mensalmente por cinco anos. Esse resultado compara-se a R\$ 3.102,30 para uma planta de álcool puro e R\$ 3.170,15 para uma de açúcar (com álcool como sub-produto). Esses resultados correspondem a um valor adicional de 8,28% e 5,96% respectivamente, e o segundo destes é o valor da opção de conversão (produção flexível comparada com o caso base de maior valor - açúcar). Se utilizássemos um intervalo menor do que o semestral do modelo, mensal por exemplo, o valor da planta flexível poderia ser razoavelmente maior ainda em virtude da maior flexibilidade decorrente de uma maior flexibilidade. No entanto para o modelo de árvore bi-variável usado, a complexidade computacional se tornaria também muito maior.

É importante lembrar que essa metodologia reflete o verdadeiro processo de tomada de decisão a qual os produtores são submetidos quando precisam determinar o *mix* de produção no período em questão. Também vale lembrar que esses valores referem-se à receita do produtor. Quando comparamos o valor da opção com a margem operacional da planta, a qual pode chegar a 20% da receita (Gonçalves et alii, 2006), o valor da opção passa a representar 30% do resultado líquido.

5.2 Resultados da simulação

Na medida em que o exercício da opção de conversão é possível em cada período sem custos (após o custo inicial de investimento da planta flexível), e é independente de qualquer decisão tomada até então e qualquer outra que vier a ser tomada depois, essa opção particular também pode ser modelada como um conjunto (*bundle*) de opções Européias. Neste caso específico de flexibilidade gerencial, o mesmo problema pode ser resolvido por simulação dos preços de álcool e açúcar com a ajuda de um pacote de simulação de Monte Carlo. Isso foi feito como uma forma adicional de checagem dos resultados obtidos na árvore bi-variável MRM correlacionada, utilizando os mesmo valores de entrada. O resultado obtido, depois de 100.000 simulações com um software @RISK[®] foi de R\$ 3.357,93 para o valor da planta flexível, o que corresponde a 0,04% de diferença com relação ao modelo da árvore bi-variável.

Essa metodologia de simulação por Monte Carlo mais fácil e rápida de modelar do que a árvore bi-variável, permite a consideração de períodos muito menores que o semestral considerado. No entanto não é aplicável uma parte dos casos de opções reais, pois não permite considerar opções com exercício antecipado ou que sejam dependentes de trajetória de valor, como é o caso de diversas opções reais que precisam ser calculadas a partir de seu prazo de expiração, caminhando-se de traz para frente. Longstaff e Schwartz (2001) desenvolvem uma metodologia por mínimos quadrados que permite avaliar opções americanas, ou seja com exercício antecipado, com simulação por Monte Carlo. Mas esta por sua vez também requer um uso intensivo de programação e tempo computacional. No entanto ela supera a principal restrição ao uso de simulação na avaliação de opções reais, permitindo utilizar diversos processos estocásticos conjuntamente e com múltiplas variáveis incertas.

5.3 Comparação com modelo MGB

Conforme mencionado no início deste artigo, o Movimento Geométrico Browniano (MGB) é fácil e conveniente para modelar e implementar, mas pode não ser a forma mais realista de modelar determinados processos estocásticos de difusão. Mostramos acima que, para as duas *commodities* analisadas, o processo de difusão por MRM é bem adequado, mas quando estas são modeladas por um MGB, os resultados podem ser bastante diferentes. Nas Figuras 8 e 9, mostramos as projeções para as séries de preços de açúcar e álcool usadas (assim como os intervalos de 30% de confiança) derivados tanto do MRM quanto do MGB. Apesar das escalas destas figuras estarem escolhidas de forma a enfatizar o efeito do *drift* do MGB sobre a projeção do valor esperado dos preços, e que com uma tendência menos íngreme para este, a diferença não ficaria tão discrepante, os gráficos foram plotados considerando a avaliação neutra a risco (onde a tendência, ou *drift*, é substituída pela taxa livre de risco) o valor da opção sem dúvida é aumentado pela escolha do MGB, assim como os casos base de produção de somente álcool ou açúcar (com álcool associado). Isso também é devido a variância do modelo por MGB, a qual, como visto mais acima, cresce proporcionalmente a T aumentando assim o valor da opção, enquanto a do modelo por MRM é limitada a $\sigma^2/2\eta$.

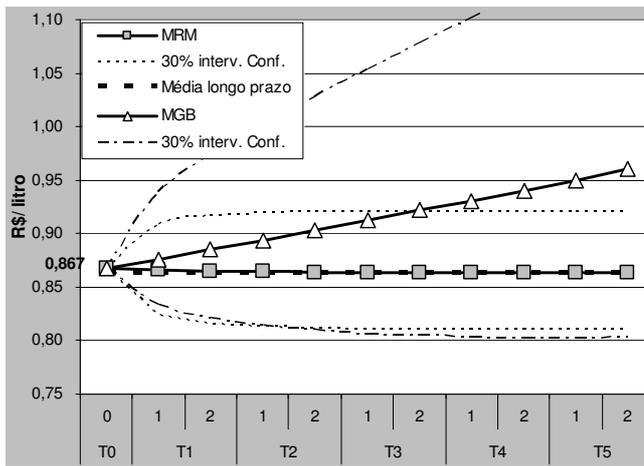


Figura 8
Projeção de preços do álcool por MRM e MGB

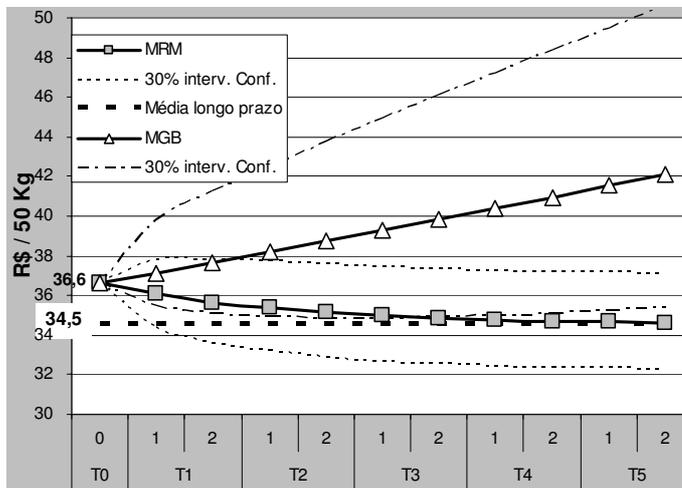


Figura 9
Projeção de preços do açúcar por MRM e MGB

Para compararmos os resultados, o mesmo caso foi modelado assumindo que os preços seguem um MGB, e na Tabela 4 listamos os resultados dos casos determinísticos.

Tabela 4

Casos determinísticos do processamento de cana (R\$) – modelo MGB

Mov. Geométrico Browniano	T0	T1		T2		T3		T4		T5	
		1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
Alcool (R\$/L)	0,87	0,88	0,88	0,89	0,90	0,91	0,92	0,93	0,94	0,95	0,96
Açúcar (R\$/ 50 kg)	36,63	37,15	37,67	38,20	38,73	39,28	39,83	40,39	40,96	41,54	42,12
Projeto Alcool puro											
1 ton de cana processada / mês rende	367,87	371,63	375,44	379,28	383,16	387,08	391,04	395,05	399,09	403,17	
Valor Presente em T_0	R\$ 3.286	Diferença com MRM= 5,90%									
Projeto Açúcar (com álcool sub-produto)											
1 ton de cana processada / mês rende	390,12	395,43	400,81	406,27	411,80	417,40	423,09	428,85	434,69	440,61	
Valor Presente em T_0	R\$ 3.536	Diferença com MRM= 11,50%									

Os casos base (determinísticos) mostram uma diferença de 5,9% e 11,5 % a mais sobre o modelo MRM, devido ao desvio (*drift*) dos preços resultantes da modelagem por MGB, mostrando que este último superestima os resultados finais. A árvore bi-variável para o MGB é mais simples de modelar e segue o modelo chamado quadrinomial de Copeland e Antikarov (2003). O valor da opção obtido dessa forma (e também por simulação) usando os mesmos parâmetros de preço e volatilidade do modelo MRM é R\$ 4.189. Este é portanto 24,7% superior ao obtido no modelo MRM. Os resultados estão listados na Tabela 5.

Tabela 5
Comparação de resultados entre MRM e MGB

	Processo:	MRM	MGB	Diferença
Casos base	Álcool puro	3.102	3.286	5,90%
	Açúcar (álcool como sub-prod.)	3.170	3.536	11,50%
Com opção	Planta Flexível	3.359	4.189	24,70%
Diferença valor da opção	Álcool puro	8,28%	27,47%	
e casos base	Açúcar (álcool como sub-prod.)	5,96%	18,47%	

5.4 Sensibilidade à correlação das variáveis

Em função da correlação presente entre o retorno as duas variáveis incertas (preços de açúcar e álcool) foram utilizados os dois métodos do artigo (árvore bi-variável e simulação) para medir a sensibilidade da opção a essa correlação. Os dois métodos retornam resultados próximos, e a diferença (principalmente em valores de correlação negativa), deve-se a característica discreta do modelo por árvore bi-variável ao usar um $\Delta T = 0,5$, que ainda pode ser considerado relativamente alto, principalmente com o modelo de árvore com probabilidades censuradas utilizado. Os resultados estão na Figura 10, e mostram que o valor da opção cresce na medida em que a correlação diminui, chegando a um valor de R\$ 3.418,40 (7,83 % acima do caso base) quando não há correlação ($\rho = 0$).

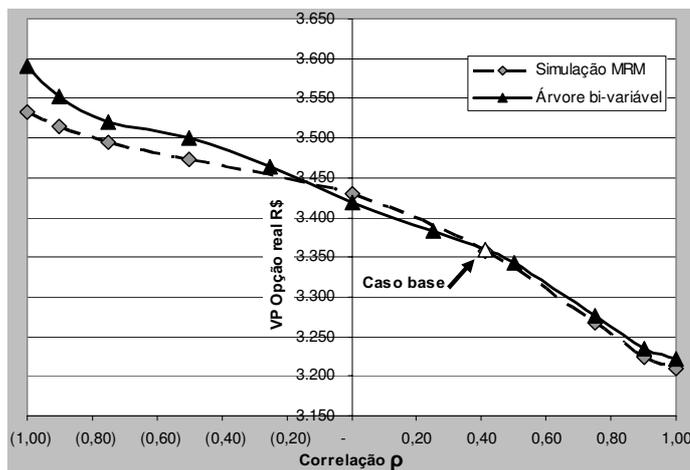


Figura 10

Valor da opção de conversão em função da correlação ρ

Vale notar também que o valor da opção não se anula completamente (chegando a R\$ 3.222,00, ou 1,63% acima do caso base) quando as variáveis incertas são totalmente correlacionadas ($\rho = 1$). Ocorre que esta é a correlação entre as séries de retornos dos preços das duas variáveis, e não entre os fluxos de caixa, os quais oscilam também em função das volatilidades dessas variáveis (as quais não são iguais) e dos níveis de preço, fazendo que a opção de conversão possa vir a ser exercida mesmo se as variáveis forem perfeitamente correlacionadas. Isso foi confirmado também ao executar a simulação de Monte Carlo.

6. Conclusões

O etanol é hoje visto como um dos mais promissores combustíveis automotivos do futuro. Não só é menos poluente que os combustíveis a base de hidrocarbonetos, mas é oriundo de fonte renovável, é mais intensivo em mão de obra, o que é uma consideração importante em países em desenvolvimento com altas taxas de desemprego, mas também uma fonte de energia tecnologicamente disponível com capacidade de substituir uma parte considerável do uso de combustíveis fósseis atual. Este artigo demonstra que os produtores de álcool a partir da cana de açúcar dispõe de uma proteção natural baseada no mercado de açúcar, o qual é uma *commodity* madura e bem estabelecida, a qual age como um garantidor de produção em vista da característica ainda de *commodity* em desenvolvimento do álcool combustível.

Foi desenvolvido um modelo complexo porém preciso para apreçar um processo de difusão por reversão a média (MRM) por árvore binomial recombinante bi-variável baseada em Hahn (2005), e esta foi usada para avaliar a opção de con-

versão de produção disponível aos produtores de álcool e açúcar no Brasil. Apesar de o Movimento Geométrico Browniano (MGB) ser mais fácil de modelar, mesmo com uma árvore bi-variável, do que o MRM proposto, diversas *commodities* são modeladas de forma mais realística por este último. O uso do MGB pode levar, em casos específicos, a resultados erroneamente superiores a um processo modelado por MRM o qual representa mais apropriadamente a evolução dos preços de *commodities*.

Referências

- Aiube, F. A. L., Baidya, T. K. N., & Tito, E. A. H. (2006). Processos estocásticos dos preços das commodities: Uma abordagem através do filtro de partículas. *Revista Brasileira de Economia*, 60(3):215–233.
- Alves, M. d. L. (2007). Carro flex fuel: Uma avaliação por opções reais. Dissertação de Mestrado; PUC - Rio de Janeiro, RJ; Março 2007.
- Anfavea (2006). disponível em www.anfavea.com.br.
- Baker, P. M., Mayfield, E. S., & Parsons, J. E. (1998). Alternative models of uncertain commodity prices for use with modern asset pricing methods. *The Energy Journal*, 19(1).
- Black, F. & Scholes, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*, 81:637–654.
- Centro de Tecnologia Canaveira CTC (2006). Disponível em: <http://www.ctc.com.br/>. Acessado em: 16/12/2006.
- Copeland, T. & Antikarov, A. (2003). *Real Options: A Practitioner's Guide*. Texere, New York.
- Cox, J., Ross, S., & Rubinstein, M. (1979). Option pricing: A 995 simplified approach. *Journal of Financial Economics*, 7:229–263.
- Dias, M. A. G. (2005). Opções reais híbridas com aplicações em petróleo. Tese de Doutorado; PUC - Rio de Janeiro, RJ.
- Dias, M. A. G. & Rocha, K. M. C., editors (1999). *Petroleum Concessions with Extendible Options Using Mean Reversion with Jumps to Model Oil Prices*, Wassenaar-Leiden (Holanda). Proceedings of the 3rd Annual International Conference on Real Options.
- Dixit, A. K. & Pindyck, R. S. (1994). *Investment under Uncertainty*. Princeton University Press, Princeton.
- Gibson, R. J. & Schwartz, E. S. (1990). Stochastic convenience yield and the pricing of oil contingent claims. *Journal of Finance*, 45(3).

- Gonçalves, D. S., Neto, J. A. S., & Brasil, H. G. (2006). Option of switching an investment project into an agribusiness project. Real Option Conference paper.
- Hahn, W. J. (2005). A discrete-time. Approach for Valuing Real Options with Underlying Mean-Reverting Stochastic Processes. PHD Dissertation The University of Texas, Austin.
- Hahn, W. J. & Dyer, J. S. (2006). Discrete time modeling of mean-reverting stochastic processes for real option valuation. European Journal of Operational Research.
- Hull, J. C. (1999). *Options, Futures and Other Derivatives*. Prentice Hall, Upper Saddle River, 4th edition.
- Longstaff, F. A. & Schwartz, E. S. (2001). Valuing american options by simulation: A simple least-squares approach. *The Review of Financial Studies*, 14(1):113–147.
- Nelson, D. B. & Ramaswamy, K. (1990). Simple binomial processes as diffusion approximations in financial models. *The Review of Financial Studies*, 3(3):393–430.
- Pindyck, R. S. (1999). The long-run evolution of energy prices. *The Energy Journal*, 20(2).
- Pindyck, R. S. & Rubinfeld, D. L. (1991). *Econometric Models and Economic Forecasts*. McGraw-Hill, Inc., New York, third edition.
- Pretyman, A. W. (2005). A explosão da demanda por álcool combustível: Quais os impactos no “mix” de produção de uma usina. Monografia de graduação, PUC Rio; de Janeiro, RJ; outubro de 2005.
- Schwartz, E. S. (1997). The stochastic behavior of commodity prices: Implications for valuation and hedging. *The Journal of Finance*, 52(3):923–973.
- UNICA (2006). Disponível em: <http://www.unica.com.br>. Acessado em: 01/12/2006.