Análise da Efetividade de Políticas de *Hedge* no Mercado de Dólar Futuro no Brasil

(Hedge Effectiveness in the Brazilian US Dollar Futures Market)

Marcelo Cabus Klotzle*

Antonio Carlos Figueiredo Pinto**

Mario Domingues Simões***

Leonardo Lima Gomes****

Resumo

Nos últimos anos, o mercado de dólar comercial experimentou grande volatilidade no Brasil. Os episódios de alta forte e rápida do dólar comercial provocaram prejuízos para diversas empresas brasileiras com dívida nesta moeda. A queda do dólar entre 2002 e 2008 provocou perdas para o setor exportador. Nesse contexto, o objetivo deste estudo foi examinar a efetividade do Hedge no mercado futuro de dólar comercial, negociado na BM&FBovespa, no período de dezembro de 2001 a fevereiro de 2009. A determinação da razão de Hedge foi feita de quatro maneiras alternativas: a) ingênua ou 1 – 1, na qual o *Hedger* toma uma posição totalmente inversa à sua posição à vista; b) MQO – Mínimos Quadrados Ordinários; c) GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*) Simétrico Bivariado; d) GARCH Assimétrico Bivariado. Os resultados do estudo mostraram que houve uma melhoria significativa na efetividade do hedge utilizando modelos GARCH em relação às estratégias ingênuas e MQO.

Palavras-chave: *hedge*; mercado futuro de dólar; modelos Garch.

Códigos JEL: F31; G13.

Abstract

In recent years, one could observe a very definite surge in dollar prices in Brazil. Many Brazilian Companies, especially those with large amounts of dollar denominated debt incurred substantial losses due to the strong and fast growth of the dollar. The subsequent dollar price collapse from 2002 to 2008 caused great losses to exporters. In the context of hedge being a form of protection against currency oscillations, this paper aimed to study its effectiveness using the dollar future market in the BM&FBovespa. Specifically, four alternatives for calculating the optimum hedge ratio were compared: a) the so called naïve

Submetido em junho de 2010. Aceito em fevereiro de 2011. O artigo foi avaliado segundo o processo de duplo anonimato além de ser avaliado pelo editor. Editor responsável: Ricardo P. C. Leal.

*Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

E-mail: klotzle@iag.puc-rio.br

**Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

E-mail: figueiredo@iag.puc-rio.br

***Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

E-mail: msimoes@alum.mit.edu

****Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

E-mail: leonardolima@iag.puc-rio.br

approach, where opposite positions are taken in the spot and future markets; b) OLS – Ordinary Least Squares c) symmetric bi-variate GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity); d) asymmetric bi-variate GARCH. The results showed that both GARCH supported hedge ratios presented higher effectiveness when compared to OLS, with in turn surpassed the naïve one.

Keywords: hedge; US-Dollar futures market; Garch models.

1. Introdução

Nos últimos anos, o mercado de dólar comercial experimentou grande volatilidade no Brasil. No ano de 2002, subiu 60% entre maio e outubro, por causa da possibilidade, depois confirmada, de vitória do candidato de esquerda nas eleições presidenciais. Depois disso, acumulou uma queda gradual de mais de 60% entre outubro de 2002 e agosto de 2008. Voltou a subir forte (mais de 60%) entre agosto de 2008 e dezembro de 2008, em função da crise econômica mundial. Os episódios de alta forte e rápida do dólar comercial provocaram prejuízos para diversas empresas brasileiras com dívida em dólar. A queda do dólar entre 2002 e 2008 provocou perdas para o setor exportador.

As perdas com as oscilações do dólar podem ser compensadas com operações de *hedge* com os diversos instrumentos derivativos existentes no mercado brasileiro. No mercado futuro, negociado na BM&FBovespa, as empresas podem comprar contratos futuros para se proteger da alta do dólar e vender contratos futuros para se proteger da queda do dólar. Na execução dessas operações, a empresa precisa determinar a razão ótima de *hedge*. Ou seja, o número de contratos que deve comprar ou vender para executar a operação de *hedge* da forma mais eficiente possível.

Alguns estudos já se preocuparam com a determinação da razão ótima de *hedge* nos mercados futuros brasileiros (p.e., Tanaka (2005); Bueno & Alves (2001); Jorge (2006); Bitencourt *et al.* (2006)). No entanto, em nenhum deles a assimetria da resposta da volatilidade a choques positivos e negativos foi considerada. Brooks *et al.* (2002) demonstram que há ligeiros benefícios em considerar a assimetria da volatilidade na determinação de razões ótimas de *hedge*, trabalhando com proteção de carteiras de ações em mercados futuros de ações.

Este estudo examina a efetividade do *hedge* no mercado futuro de dólar comercial, negociado na BM&FBovespa, no período dezembro/2001 a fevereiro/2009. A determinação da razão de *hedge* foi feita de quatro maneiras alternativas: a) ingênua ou $1 - 1$, na qual o *hedger* toma uma posição totalmente inversa à sua posição à vista; b) MQO – Mínimos Quadrados Ordinários; c) GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity) Simétrico Bivariado; d) GARCH Assimétrico Bivariado. Assim, é um estudo que inova, ao incorporar as assimetrias encontradas na volatilidade do dólar na determinação das razões ótimas de *hedge*.

A assimetria da volatilidade, que é tipicamente encontrada em mercados de ações, associa choques de preços negativos com grandes aumentos da volatilidade, ao contrário do que ocorre quando os choques de preços são positivos. Segundo Glosten *et al.* (1993), isso é devido à alavancagem presente em muitas das operações que são feitas nesses mercados. Entretanto, para o dólar no mercado brasileiro, a assimetria que se observa associa choques de preços positivos com grandes aumentos na volatilidade e queda do preço com diminuição da volatilidade.

Na Seção 2, um resumo sucinto da literatura é apresentado. Na Seção 3, apresentamos uma descrição dos dados que serão utilizados. Na Seção 4, a metodologia empregada é discutida. Na Seção 5 apresentamos os principais resultados encontrados. A Seção 6 conclui o artigo.

2. Revisão da Literatura

Ederington (1979) propôs o cálculo da taxa de *hedge* usando o método de Mínimos Quadrados Ordinários. A hipótese básica desse método é a de que a matriz de variância/covariância é constante ao longo do tempo. Na prática, essa hipótese não se sustenta, pois os mercados alternam períodos de maior e de menor volatilidade e as correlações não se mantêm constantes. Com a introdução dos modelos GARCH, propostos por Engle (1982) e Bollerslev (1986) e generalizados para o contexto multivariado por Bollerslev *et al.* (1988) e Engle & Kroner (1995), tornou-se possível relaxar a hipótese de homocedasticidade, permitindo o cálculo dinâmico das taxas de *hedge*.

Switzer & El-Khoury (2007) examinaram a efetividade do *hedge* no mercado de petróleo durante períodos de extrema volatilidade. Para isso, calcularam quatro taxas de *hedge* alternativas: a) ingênua; b) Mínimos Quadrados Ordinários; c) GARCH Simétrico Bivariado; d) GARCH Assimétrico Bivariado. Segundo os autores, foi a primeira vez que as assimetrias foram incorporadas num modelo GARCH Assimétrico para contratos futuros de petróleo. Os testes demonstraram uma pequena superioridade do modelo GARCH Assimétrico em relação aos modelos alternativos, incluindo o modelo GARCH Simétrico Bivariado.

Indo na direção contrária, Lien (2008) argumenta que, apesar das vantagens aparentes dos métodos que incluem a informação condicional na determinação da taxa de *hedge*, o desempenho desses métodos é inferior ao método de Mínimos Quadrados Ordinários. No artigo, ele explica as condições sob as quais o método de Mínimos Quadrados Ordinários domina o método dinâmico. Na determinação do desempenho de uma forma de *hedge* comparada com outra, ele invoca a medida de desempenho proposta por Ederington (1979). Essa medida é a percentagem de redução da variância da carteira com *hedge* em comparação com a posição sem *hedge*. A estratégia de *hedge* superior é a que produz a maior redução percentual na variância.

No Brasil, alguns trabalhos discutiram a questão da estimação das taxas ótimas de *hedge* (p.e., Tanaka (2005); Bueno & Alves (2001); Jorge (2006); Bitencourt *et al.* (2006)). No entanto, nenhum deles examinou o desempenho do *hedge* levando em consideração as assimetrias existentes no mercado de dólar comercial, ou em outros mercados, incorporando-as num modelo GARCH Bivariado Assimétrico.

Tanaka (2005) estima a razão ótima de *hedge* no mercado futuro de dólar comercial, com dados do período de 04 de abril de 1995 até 30 de março de 2004. As estimativas foram feitas com base em dois métodos: 1º) Mínimos Quadrados Ordinários; 2º) GARCH Bivariado – BEKK – Diagonal. Os resultados que obteve mostram que a carteira com razão de *hedge* variável, estimada pelo método GARCH Bivariado, obteve mais sucesso em reduzir a variância da carteira em relação à carteira sem *hedge* do que a carteira com razão de *hedge* estimada por Mínimos Quadrados Ordinários.

Bueno & Alves (2001) também estimam a razão ótima de *hedge* no mercado futuro de dólar comercial. Os dados que utilizaram compreendem o período desde 02/01/1995 até 30/10/1998. Compararam-se três casos: ingênua, Mínimos Quadrados Ordinários e GARCH Multivariado (modelo VEC). Os resultados obtidos permitiram inferir as seguintes conclusões principais:

1. A redução da volatilidade proveniente do uso de técnicas de *hedge* chegou a 13,3%;
2. O *hedge* ingênuo chega a ser mais arriscado, pois, em alguns casos, aumentou a volatilidade ao invés de diminuí-la;
3. O método GARCH Multivariado é mais eficiente do que o método de Mínimos Quadrados Ordinários;

Jorge (2006) avalia a efetividade de modelos alternativos de proteção cambial para operações de captação e de aplicação de recursos do exterior por instituições financeiras no Brasil. Ele trabalha com dois modelos de *hedge*: 1º) modelo de proteção integral, estático ao longo do tempo, com razão de *hedge* igual a um; 2º) modelo convencional de Mínimos Quadrados Ordinários, estimado de forma dinâmica, com redefinições diárias da razão de *hedge*, utilizando uma janela móvel de tamanho fixo de 190 dias. Conclui que o modelo convencional de Mínimos Quadrados Ordinários produziu melhores resultados do que o modelo de proteção integral.

Bitencourt *et al.* (2006) analisaram dois métodos para o cálculo das razões ótimas de *hedge* no mercado futuro de boi gordo da BM&FBovespa: o modelo convencional de regressão e o modelo GARCH BEKK Bivariado Simétrico, que leva em consideração as correlações condicionais da série. Os resultados obtidos apontam no sentido de que a razão ótima de *hedge* não é constante no tempo, sugerindo que a utilização do modelo GARCH é mais realista do que o de Mínimos Quadrados Ordinários.

3. Metodologia

Na teoria de carteiras, fazer *hedge* com futuros pode ser considerado um problema de seleção de carteiras, no qual os contratos futuros podem ser usados como um dos ativos na carteira para minimizar o risco total ou maximizar a função utilidade. Fazer *hedge* com contrato futuros envolve a compra/venda de futuros em combinação com outro evento, normalmente a expectativa de uma mudança favorável nos preços relativos dos mercados spot e futuro (Castelino, 1992). A idéia básica de se fazer *hedge* usando mercados futuros é compensar uma perda/ganho nos mercados futuros com um ganho/perda nos mercados à vista.

A razão de *hedge* ótima é definida como aquela razão do tamanho da posição assumida nos mercados futuros em relação ao tamanho da posição no mercado à vista que minimiza o risco total da carteira. Os retornos de uma carteira não protegida (RU) e de uma carteira protegida (RH) podem ser definidos respectivamente como:

$$RU = S_{t+1} - S_t$$

$$RH = (S_{t+1} - S_t) - H(F_{t+1} - F_t) \quad (1)$$

onde S_T e F_T são os logaritmos naturais dos preços futuros e *spot* e H é a razão de *hedge*.

As variâncias de um portfólio não protegido – Var (U) – e de um protegido – Var (H) – são por sua vez respectivamente:

$$Var(U) = \sigma_s^2$$

$$Var(H) = \sigma_s^2 + H^2 \sigma_F^2 - 2H \sigma_{S,F} \quad (2)$$

onde σ_s e σ_F são os desvios-padrão dos retornos spot e futuro e $\sigma_{S,F}$ é a covariância entre o retorno spot e futuro.

Com base nisso, a efetividade do *hedge* (E) é definida como a razão entre a variância da posição não protegida menos a variância da posição protegida, dividida pela variância da posição não protegida, como demonstrado na fórmula (3):

$$E = \frac{(Var(U) - Var(H))}{Var(U)} \quad (3)$$

Existem diversos modelos para se fazer *hedge*, desde os mais simples até os mais complexos. Conforme discutido anteriormente, neste trabalho serão analisados quatro modelos de *hedge*: a) ingênuo b) MQO (Mínimos Quadrados Ordinários) c) GARCH BEKK simétrico e d) GARCH BEKK assimétrico.

No *hedge* ingênuo, conhecido também como 1 -1, o *hedger* assume no mercado futuro uma posição inversa à do mercado à vista.

No modelo MQO, variações no preço spot são regredidas contra variações no preço futuro. Neste caso o *hedge* de variância mínima é o beta desta regressão. Ele é a razão entre a covariância entre os preços spot e futuros e a variância do preço futuro. O R^2 deste modelo indica a efetividade do *hedge*. A equação neste caso é definida como:

$$RS = \alpha + HR_F + \epsilon_t \quad (4)$$

onde R_S e R_F são respectivamente os retornos spot e futuros, H é o *hedge* ótimo e $\hat{\epsilon}_t$ é o termo de erro na equação de regressão simples. Muitos estudos empíricos usam o método MQO para estimar o *hedge* ótimo, entretanto esse método não leva em consideração novas informações condicionantes (Myers & Thompson, 1989) e ignora a natureza dinâmica do *hedge*, que deveria variar ao longo do tempo (Cecchetti *et al.*, 1988). O método MQO também não considera a evolução dos retornos futuros como variável endógena e ignora a covariância entre os erros dos retornos spot e futuros. A principal vantagem é a facilidade na implementação.

Baseado nessas limitações a melhor maneira de se modelar o *hedge* é através da utilização de uma estratégia de *hedge* dinâmica, com a utilização de modelos GARCH bivariados. Neste caso a razão de *hedge* é sempre calculada em cada período t , condicionada ao conjunto de informações disponíveis até essa data.

Assim sendo, a razão ótima de *hedge* (H) passa a ser definida pela seguinte relação:

$$H = \frac{h_{SF,t}}{h_{F,t}^2} \quad (5)$$

onde $h_{SF,t}$ é a covariância entre os retornos à vista e futuro no período t , condicionada ao conjunto de informações disponíveis em $t - 1$; e $h_{F,t}^2$ é a variância da série de retornos futuros no período t , condicionada ao conjunto de informações disponíveis em $t - 1$.

Neste artigo a modelagem do *hedge* dinâmico será feita através de um modelo GARCH-BEKK diagonal. Outra possibilidade seria a utilização de um modelo VEC. Entretanto, uma desvantagem do modelo VEC bastante citada na literatura é que não há garantia de uma matriz de covariâncias semidefinida positiva (Brooks, 2008). Uma matriz semidefinida para ser positiva precisa ter que todos os elementos de sua diagonal principal positivos e, além disso, ser simétrica em relação a esta diagonal. Basicamente, é necessário verificar estas propriedades por dois motivos: em primeiro lugar, a estimação de uma variância, que é um valor quadrático, nunca deve ser negativa. Em segundo lugar, a covariância entre duas variáveis quaisquer, x e y , deve ser a mesma, independente de qual série é considerada em primeiro lugar, ou seja, $cov_{X,Y} = cov_{Y,X}$.

Neste sentido, formulações alternativas ao VEC foram propostas de forma a assegurar a semidefinição positiva da matriz de covariâncias. O que será abordado neste trabalho é a formulação proposta por Engle & Kroner (1995), em que as

formulações GARCH sofreram alterações, mas os modelos continuaram a ser estimados de forma bivariada. Estes autores propuseram uma formulação quadrática para os parâmetros do modelo VECH original, que foi chamado de BEKK. Esta parametrização trata da dificuldade do modelo VECH em garantir que a matriz de variâncias condicionais no período t (H_t) seja sempre definida de forma positiva. Formalmente, um modelo BEKK (p, q, K) pode ser descrito pela seguinte relação:

$$H_t = \omega'_0 \omega_0 + \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^q A'_{ik} \zeta_{t-i} \zeta'_{t-i} A_{ik} + \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^p B'_{ik} H_{t-i} B_{ik} \quad (6)$$

em que ζ_{t-i} é um vetor de termos de erro com defasagem de ordem i ; e ω_0 , A_{ik} , B_{ik} são matrizes ($N \times N$), e ω_0 é triangular superior.

Nesta especificação, o limite de soma K é que determina a generalidade do processo. Apesar de no artigo original Engle & Kroner (1995) terem permitido a inclusão de variáveis exógenas na equação, neste artigo não será considerada tal possibilidade. Uma primeira simplificação desta proposição é a especificação BEKK (1,1,1):

$$H_t = \omega'_0 \omega_0 + A'_{11} \zeta_{t-1} \zeta'_{t-1} B_{11} \quad (7)$$

em que ω_0 , A_{11} e B_{11} é triangular.

Por motivos de parcimônia e simplificação, mais uma restrição será imposta neste estudo ao modelo, que é o BEKK diagonal. Neste modelo, é definido que as matrizes A_{11} e B_{11} também sejam diagonais. Considerando o nosso estudo, que é feito em um contexto bivariado, no qual as duas variáveis de interesse são os retornos logarítmicos das taxas de câmbio à vista e futuro, s e f , a expansão destas matrizes fica na seguinte forma:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} h_{SS,t} & h_{sf,t} \\ h_{sf,t} & h_{ff,t} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \omega_{11} & 0 \\ \omega_{21} & \omega_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{11} & \omega_{21} \\ 0 & \omega_{22} \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{s,t-1}^2 & \epsilon_{s,t-1} \epsilon_{f,t-1} \\ \epsilon_{s,t-1} \epsilon_{f,t-1} & \epsilon_{f,t-1}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} b_{11} & 0 \\ 0 & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{SS,t} & h_{sf,t} \\ h_{sf,t} & h_{ff,t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & 0 \\ 0 & b_{22} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

onde h_{ss} é a variância da taxa de câmbio à vista; h_{ff} é a variância da taxa de câmbio futura; e h_{sf} é a covariância entre a taxa de câmbio à vista e futura.

Neste modelo é necessário estimar somente 7 parâmetros para que se obtenha a matriz de covariâncias condicionais das séries. No caso do modelo VECH, menos parcimonioso, já seriam necessários estimar 21 parâmetros. A determinação positiva desta matriz é garantida em função da natureza quadrática dos termos do lado direito da equação (7).

O modelo BEKK apresentado na equação (8) é simétrico, no sentido que ele não faz uma diferenciação entre choques positivos ou negativos. O modelo BEKK

assimétrico difere da sua vertente simétrica porque permite que se observe se há uma reação diferente a choques positivos ou negativos. Isso é feito através da inclusão de uma nova matriz diagonal D (d_{11} e d_{22}) que não somente incorpora a assimetria nas variâncias condicionais, mas também permite um efeito assimétrico na covariância condicional (Switzer & El-Khoury, 2007).

4. Resultados

Neste artigo usamos as séries do dólar à vista (Ptax divulgada pelo Banco Central do Brasil) e do dólar futuro (preço de ajuste divulgado pela BM&F), desde 12/03/2001 a 19/02/2009, totalizando 1808 observações, período de análise sobre o que o nosso estudo se baseia.

Calculamos tanto para o dólar à vista como para o dólar futuro a série de retornos, segundo a equação (9):

$$s = \ln \frac{S_t}{S_{t-1}} \quad (9)$$

$$f = \ln \frac{F_t}{F_{t-1}} \quad (10)$$

onde s é o retorno da taxa spot; f é retorno da taxa futuro; S_t e S_{t-1} são as taxas de câmbio à vista em t e em $t - 1$; e F_t e F_{t-1} são as taxas de câmbio futura em t e em $t - 1$.

A tabela 1 mostra as estatísticas básicas das séries dos retornos do dólar à vista e futuro:

Tabela 1
Características das séries do retorno do dólar à vista e futuro

Série	Média	Máximo	Mínimo	Desvio padrão	Simetria	Curtose	Jarque-Bera (valor p)
Vista	-1,42535	0,073559	-0,099932	0,01203	0,12763	11,2061	0,0000
Futuro	-2,42006	0,06308	-0,090306	0,01211	0,13597	9,84167	0,0000

Primeiro, podemos observar que ambas as séries não são normais, pelos resultados do teste de Jarque-Bera. Concomitante com isso podemos também constatar que ambas as séries têm uma forte evidência de leptocurtose e são assimétricas, o que é consistente com uma distribuição de erros generalizadas (Nelson, 1996) ou uma distribuição t de Student (Bollerslev *et al.*, 1988).

Em um segundo passo são estimadas até a defasagem de ordem 12 as autocorrelações e autocorrelações parciais até das séries do retorno e retorno quadrado do dólar à vista e dólar futuro, conforme se pode observar nas tabelas 2, 3, 4 e 5.

As tabelas 1 e 3 mostram que no caso dos retornos do dólar a vista e do dólar futuro, praticamente não há coeficientes de autocorrelação nem autocorrelação parcial com valores altos, pois, como era de se esperar, as séries são estacionárias. Isso também é comprovado nas tabelas 2 e 4 com os retornos quadrados do dólar à vista

e futuro, onde os coeficientes de autorrelação e auto-correlação parcial são altos e significantes na primeira defasagem, mas vão decaindo parcialmente ao longo do tempo.

Tabela 2

Autocorrelação e autocorrelação parcial dos retornos do dólar à vista

Autocorrelação	Autocorrelação Parcial	AC	ACP	Est Q	Valor p
		1 -0.012	-0.012	0.2580	0.611
*	*	2 -0.079	-0.079	11.905	0.003
		3 0.038	0.037	14.609	0.002
		4 0.010	0.005	14.793	0.005
		5 -0.020	-0.014	15.534	0.008
		6 -0.041	-0.042	18.692	0.005
		7 -0.003	-0.007	18.706	0.009
		8 -0.027	-0.033	20.039	0.010
		9 0.011	0.013	20.268	0.016
		10 0.024	0.021	21.372	0.019
		11 0.007	0.010	21.462	0.029
		12 0.039	0.041	24.274	0.019

Tabela 3

Autocorrelação e autocorrelação parcial dos retornos quadrados do dólar à vista

Autocorrelação	Autocorrelação Parcial	AC	ACP	Est Q	Valor p
***	***	1 0.436	0.436	351.71	0.000
**	*	2 0.347	0.193	574.21	0.000
**	*	3 0.317	0.142	760.13	0.000
**	*	4 0.279	0.085	904.31	0.000
**	*	5 0.327	0.160	1102.1	0.000
**	*	6 0.288	0.064	1255.8	0.000
**	*	7 0.311	0.112	1435.6	0.000
*		8 0.212	-0.050	1518.9	0.000
*		9 0.197	0.005	1590.9	0.000
*		10 0.181	-0.010	1651.7	0.000
**		11 0.215	0.070	1737.7	0.000
*		12 0.189	-0.007	1804.4	0.000

Tabela 4

Autocorrelação e autocorrelação parcial dos retornos do dólar futuro

Autocorrelação	Autocorrelação Parcial	AC	ACP	Est Q	Valor p
		1 -0.014	-0.014	0.3587	0.549
		2 -0.060	-0.060	69.690	0.031
		3 0.020	0.018	77.133	0.052
		4 -0.006	-0.009	77.760	0.100
		5 -0.040	-0.038	10.781	0.056
		6 -0.051	-0.054	15.610	0.016
		7 0.027	0.022	17.004	0.017
		8 -0.016	-0.020	17.456	0.026
		9 0.019	0.023	18.153	0.033
		10 0.019	0.014	18.813	0.043
		11 -0.021	-0.021	19.625	0.051
		12 0.062	0.062	26.788	0.008

Tabela 5

Autocorrelação e autocorrelação parcial dos retornos quadrados do dólar futuro

Autocorrelação	Autocorrelação Parcial	AC	ACP	Est Q	Valor p
***	***	1 0.389	0.389	279.18	0.000
**	*	2 0.329	0.209	479.05	0.000
**	*	3 0.309	0.156	655.56	0.000
**	*	4 0.306	0.135	828.66	0.000
**	*	5 0.309	0.125	1005.9	0.000
***	*	6 0.354	0.169	1238.6	0.000
**		7 0.289	0.047	1393.8	0.000
*		8 0.194	-0.063	1463.3	0.000
**		9 0.216	0.019	1549.7	0.000
**		10 0.215	0.021	1635.2	0.000
**		11 0.215	0.026	1721.1	0.000
**		12 0.217	0.029	1808.2	0.000

Após analisados os coeficientes de autocorrelação e autocorrelação parcial das séries, foi aplicado o teste de Multiplicadores de Lagrange, para se reforçar o teste de autocorrelação. No Teste de Multiplicadores de Lagrange foram usadas também doze defasagens. A hipótese nula do teste é que não há autocorrelação em nenhuma defasagem, sendo que a hipótese alternativa é que pelo menos uma das defasagens exibe um coeficiente de autocorrelação significativo. Repare, entretanto que o teste não inclui as magnitudes dos coeficientes, ou seja, apenas testa a significância estatística das autocorrelações. Conforme se pode observar na tabela 6, pelo teste F, no caso da série do retorno à vista a hipótese nula não pode ser rejeitada e em relação à série do retorno futuro é rejeitada somente a 10% de significância estatística. Em relação aos retornos ao quadrado das séries à vista e fu-

tura, a hipótese nula é rejeitada a 1% de significância, ou seja, os resultados estão em linha com os obtidos nas tabelas de autocorrelação e autocorrelação parcial.

Série	Estatística F	Valor p
Retorno à vista	2.042.695	0.0178
Retorno quadrado à vista	5.905.855	0.0000
Retorno Futuro	2.232.698	0.0086
Retorno quadrado futuro	5.441.445	0.0000

Continuando os testes empíricos analisaremos agora se as séries individuais são cointegradas.

Cointegração é considerada neste caso como uma condição necessária para a eficiência de mercado (Lai & Lai, 1991). O teste de cointegração é feito usando a metodologia desenvolvida por Johansen (1988). Neste caso consideremos um modelo VAR (Vetor Auto-Regressivo) geral de ordem k ,

$$\Delta X_t = D + \Pi X_{t-1} + \sum_{i=1}^{k-1} \Gamma_i \Delta X_{t-i} + \epsilon_t \quad (11)$$

onde $\Delta X_t = X_t - X_{t-1}$; D é um termo determinístico; Π e Γ são matrizes de coeficientes. A relação de cointegração é examinada olhando-se para a ordem do coeficiente da matriz Γ . Se $\Gamma = 0$, não há vetor de cointegração, então neste caso também não há relação de cointegração.

Se $\Gamma = 1$, então as duas séries são cointegradas (Johansen & Juselius, 1990). São usados os testes das estatísticas traço e do máximo autovalor para testar a significância e a existência da cointegração. O teste da estatística traço testa a hipótese nula que o número de vetores cointegrados é menor ou igual a r contra uma hipótese não especificada, ao passo que a estatística do máximo autovalor testa a hipótese nula de que o número de vetores cointegrados é r contra uma hipótese alternativa $r + 1$, onde r é o coeficiente de correlação canônica entre as duas séries. Ambos os testes são formulados da seguinte maneira:

$$\lambda_{\text{traço}}(r) = -T \sum_{i=r, r+1}^g \text{Ln}(1 - \hat{\lambda}_i) \quad (12)$$

$$\lambda_{\text{máx}} = (r, r + 1) = -T \text{Ln}(1 - \hat{\lambda}_i) \quad (13)$$

onde r é o número de vetores de co-integração na hipótese nula e $\hat{\lambda}_i$ é o valor estimado para o autovalor de Π de ordem i .

Como se pode observar na tabela 7, ambas as estatísticas de teste para 4 defasagens chegam ao mesmo resultado e rejeitam a hipótese de não-cointegração. Se olharmos para os vetores de cointegração (tabela 8) pode ser verificado que existe uma relação entre os preços à vista e futuros, que mostra que uma das séries tem informações que ajudam a prever a sua contraparte.

Tabela 6

Testes de cointegração de Johansen

Teste de cointegração (estatística traço)				
Nr. de EI hipotetizadas	Autovalor	Estatística Traço	Valor Crítico	Valor p (0,05)**
Nenhuma*	0,3215977	1049,358813	15,494713	0,0001
Pelo menos 1*	0,1763357	349,7681368	3,8414655	0,0000

Estatística traço indica 2 equações de cointegração ao nível de significância de 0,05%.

*denota rejeição da hipótese ao nível de significância de 0,05%.

**Valores *p* de Mackinnon *et al.* (1999).

Teste de cointegração (estatística de máximo autovalor)				
Nr. de EI hipotetizadas	Autovalor	Estatística de máximo autovalor	Valor crítico	Valor p (0,05)**
Nenhuma*	0,3215977	699,5906758	14,264600	0,0001
Pelo menos 1*	0,1763357	349,7681368	3,8414655	0,0000

Teste de máximo autovalor indica 2 equações de cointegração ao nível de significância de 0,05%.

*denota rejeição da hipótese ao nível de significância de 0,05%.

Valores *p* de Mackinnon *et al.* (1999).Tabela 7**

Vetor de cointegração

Retorno à Vista	Retorno Futuro
1,000000	-0,9723035
	(0,00834)

Tendo confirmado a existência de cointegração, o próximo passo é checar a existência de heteroscedasticidade. Taxas de câmbio são caracterizadas por terem alta volatilidade, ela própria variando fortemente com o tempo, ou seja, elas exibem características de efeitos ARCH/GARCH.

Os testes de autocorrelação e autocorrelação parcial e de multiplicadores de Lagrange feitos anteriormente indicaram que o modelo GARCH (1,1) melhor se adequava às séries do dólar à vista e do dólar futuro.

O modelo GARCH (1,1) simétrico é baseado na seguinte equação:

$$\text{Equação da média: } y_t = \mu + \phi y_{t-1} + u_t, u_t \sim N(0, \sigma^2) \quad (14)$$

$$\text{Equação da variância: } \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad (15)$$

onde u_{t-1}^2 são respectivamente o resíduo ao quadrado e $\sigma(t-1)^2$ a variância ao quadrado no período anterior.

A estimação do modelo GARCH é feita através da maximização da função de máxima verossimilhança (*L*), mostrada abaixo:

$$L = -\frac{T}{2} \log(2\pi) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \log(\sigma_t^2) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (y_t - \mu - \phi y_{t-1})^2 / \sigma_t^2 \quad (16)$$

O modelo GARCH simétrico assume que choques negativos ($u_{t-1} < 0$) e choques positivos ($u_{t-1} > 0$) têm o mesmo efeito sobre a variância condicional. Para permitir os efeitos de choques assimétricos (ou seja, que dependem do sinal do choque) na variância condicional, Glosten *et al.* (1993) introduziram o GARCH assimétrico, cuja equação da média é definida da mesma maneira que o simétrico, mas que introduz a assimetria na equação da variância. O modelo GJR é definido, portanto da seguinte forma:

$$\text{Equação da média: } y_t = \mu + \phi y_{t-1} + u_t, u_t \sim N(0, \sigma^2) \quad (17)$$

$$\text{Equação da variância: } \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 + \gamma u_{t-1}^2 I_{t-1} \quad (18)$$

onde $I_{t-1} = 1$ se $u_{t-1} < 0$ ou $I_{t-1} = 0$ se $u_{t-1} \geq 0$.

Repare, entretanto, que o ajuste dos modelos univariados GARCH e GARCH assimétricos não contribuem em nada para este trabalho. Única exceção seria se fosse associada a comprovação da presença de assimetria nos modelos univariados com a ausência nos modelos bivariados.

Os resultados do estudo mostraram que no caso do modelo GARCH (1,1) tanto o retorno à vista como o retorno futuro das taxas de câmbio, os coeficientes do resíduo defasado ao quadrado como da variância defasada ao quadrado foram altamente significantes, ou seja, a 1%. Além disso, o que é típico em estimativas de modelos GARCH em séries financeiras, as somas dos coeficientes do resíduo defasado ao quadrado e da variância defasada ao quadrado foram quase próximos de 1, o que implica que os choques na variância condicional serão altamente persistentes (Brooks, 2008).

Ao se analisar a introdução da assimetria de choques no modelo GJR-GARCH, pôde-se observar que o termo que incorpora a assimetria em ambas as séries era significativo a 1% e negativo, implicando a existência de assimetria nas séries. O sinal negativo em ambas as séries de retorno spot e futuro sugere que choques positivos implicam em uma maior variância condicional no período seguinte do que choques negativos de mesma magnitude.

Aplicado ao retorno da taxa à vista e futura do Real/US\$, isso significa que um choque positivo implica em mais Reais por Dólar e por consequência em uma desvalorização do Real e em uma valorização do Dólar. Isso está de acordo com o esperado e demonstra que uma desvalorização do Real resulta em uma volatilidade maior no próximo período que uma valorização do Real na mesma magnitude. Conforme discutido anteriormente, isso contrasta com típicos resultados para mercados acionários, onde a assimetria negativa é observada, ou seja, a volatilidade

aumenta mais com declínio de preços devido a efeitos de alavancagem (Glosten *et al.*, 1993).

Entretanto o valor do coeficiente foi baixo em ambas as séries, sendo bem menor na série do retorno futuro ($-0,099$) do que na série de retorno à vista ($-0,116$). Com base nisso a descrição exata das séries GARCH e GJR univariadas torna-se redundante neste trabalho. Baseado nisso, o próximo passo para se calcular a efetividade de um *hedge* variável é estimar modelos GARCH bivariados, que foram apresentados na metodologia.

Conforme discutido na metodologia, serão estimados tanto o modelo GARCH BEKK diagonal simétrico como o assimétrico para as duas séries em conjunto. As tabelas 9 e 10 reportam os resultados. Vale a pena salientar que seguindo a linha de raciocínio anterior, os modelos estimados serão do tipo (1,1), ou seja, com uma defasagem.

Os parâmetros mostrados na tabela 9 se referem à fórmula (8) onde os termos ϖ representam os interceptos, os termos a se referem aos coeficientes dos elementos ARCH, ou seja, aos resíduos defasados ao quadrado e aos resíduos conjuntos e os termos b representam os elementos GARCH, ou seja, as variâncias defasadas ao quadrado e as variâncias defasadas conjuntas.

Tabela 8

Estimativas dos parâmetros do modelo GARCH BEKK bivariado simétrico

	Coeficiente	Erro padrão	Valor p
ω_{11}	0,0000004	0,0000001	0,00
ω_{21}	0,0000003	0,0000001	0,00
ω_{22}	0,0000003	0,0000001	0,00
α_{11}	0,2436554	0,0055142	0,00
α_{22}	0,2318747	0,0051652	0,00
b_{11}	0,9696584	0,0012529	0,00
b_{22}	0,9731855	0,0009827	0,00
Razão de Verossimilhança: 13741,607853			

Conforme se pode ver na tabela 9 todos os parâmetros foram estatisticamente significantes a 1%, demonstrando, entre outros, a existência dos efeitos fortes de heterocedasticidade nos retornos conjuntos de ambas as séries.

O próximo passo foi então testar se a assimetria também estava presente no modelo bivariado, estimando-se, portanto um modelo GARCH BEKK diagonal assimétrico. Os resultados são mostrados na tabela 10.

Conforme se pode ver na tabela 10, os coeficientes referentes aos efeitos da assimetria (d_{11} e d_{22}) não foram estatisticamente significantes, mostrando que no caso do modelo bivariado choques positivos e negativos de mesma magnitude não têm impactos diferentes nas variâncias condicionais e nem na covariância condicional entra as duas séries.

Tabela 9

Estimativas dos parâmetros do modelo GARCH BEKK bivariado assimétrico

	Coefficiente	Erro padrão	Valor p
ω_{11}	0,0000004	0,0000001	0,00
ω_{21}	0,0000003	0,0000001	0,00
ω_{22}	0,0000004	0,0000001	0,00
α_{11}	0,23404	0,0052954	0,00
α_{22}	0,2449677	0,0058381	0,00
b_{11}	0,9724348	0,0010307	0,00
b_{22}	0,9690648	0,0013223	0,00
d_{11}	0,0168068	0,0761855	0,83
d_{22}	-0,0045032	0,0810086	0,96
Razão de Verossimilhança: 13741,640951			

Os outros parâmetros do modelo, entretanto continuam estatisticamente significantes a 1%, ou seja, não há uma diferença forte entre o modelo BEKK simétrico e o assimétrico. Isso pode ser também constatado pelo valor da Razão de Verossimilhança entre os dois modelos, que praticamente não mudou (13741,607853 e 13741,640951 respectivamente para o BEKK simétrico e assimétrico).

Tendo efetuado todos os testes econométricos para as séries do retorno da taxa de câmbio à vista e futura entre o Real e o Dólar, o próximo passo é, de acordo com a metodologia, calcular as taxas de *hedge* ótimas segundo os quatro modelos: a) *hedge* ingênuo, b) Mínimos Quadrados Ordinários, c) BEKK diagonal simétrico e d) BEKK diagonal assimétrico.

A tabela 11 mostra a razão de *hedge* ótimo usando os mínimos quadrados ordinários, na qual a variável dependente é o retorno da taxa de câmbio à vista e a variável independente é o retorno da taxa de câmbio futura. Como pode ser constatado na tabela a razão ótima de *hedge* foi 0,914, que foi estatisticamente significativa a 1%, sendo o poder explicativo do modelo de 84,6% (R^2).

Tabela 10Estimativa do *hedge* ótimo por MQO

Variável dependente: retorno <i>spot</i>			
	Coefficiente	Estatística t	Valor p
C	0	0,117	0,907
Retorno Futuro	0,914	99,805	0
R2	0,846		
Estatística F	9961,187		
Valor p (Estatística F)	0		

Por fim, a figura 1 abaixo mostra as estimativas dos *hedges* ótimos diários segundo cada um dos modelos.

Figura 1
Estimativa do *hedge* ótimo diário pelos 4 modelos

Como se pode observar nessa figura, há uma pequena diferença na variação do *hedge* ótimo diário entre o modelo BEKK simétrico e assimétrico, o que foi comprovado anteriormente na estimação dos modelos, visto que os coeficientes referentes aos efeitos de assimetria no modelo BEKK assimétrico não foram estatisticamente significantes.

Por fim a tabela 12 mostra como foi a efetividade do *hedge* segundo os quatros modelos. A efetividade do *hedge* foi definida segundo a fórmula (3) na metodologia.

Tabela 11
Efetividade do *hedge* segundo os 4 Modelos

Redução das Variâncias dos Retornos			
Ingênuo	MQO	BEKK sim	BEKK assim
83,79%	84,65%	87,46%	87,50%

Conforme pode ser observado na tabela 12, a utilização do modelo BEKK simétrico acarretou em uma redução da variância em 87,46%, ao passo que o *hedge* ingênuo e o método dos mínimos quadrados ocasionaram reduções respectivamente de 83,79% e 84,65%. Entretanto, não houve melhoria da efetividade do *hedge* utilizando o modelo BEKK assimétrico em relação ao modelo BEKK simétrico, o que já era esperado, visto que os coeficientes de assimetria no modelo assimétrico não foram estatisticamente significantes.

5. Conclusões

O objetivo deste estudo foi analisar a efetividade de quatro políticas diferentes de *hedge* no mercado futuro de dólar no Brasil, no período entre dezembro de 2001

e fevereiro de 2009. Para alcançar tal objetivo foram testados quatro modelos: 1) ingênuo, 2) MQO, 3) GARCH BEKK simétrico e d) GARCH BEKK assimétrico.

Esse estudo inovou no sentido que foi o primeiro estudo a testar a efetividade de *hedge* no Brasil usando um modelo bivariado assimétrico. Todos os estudos até então utilizaram modelos bivariados simétricos.

Entretanto apesar de haver sido constatada uma melhoria na efetividade do *hedge* utilizando um modelo GARCH BEKK bivariado simétrico em relação às estratégias ingênuas e MQO, não houve uma melhoria substancial quando o modelo GARCH BEKK assimétrico é incluído.

Importante foi que esse estudo comprovou que a razão ótima de *hedge* no mercado de divisas futuro varia ao longo do tempo. Isso se deve principalmente ao caráter dinâmico do mercado cambial, permitindo que em uma política de atualização diária do *hedge*, novas informações sejam incorporadas diariamente no modelo, permitindo captar tendências de mercado ao longo do tempo.

Sendo assim, se torna mais realista e desejável a utilização de modelos de proteção que considerem essa variação temporal do *hedge* no mercado de dólar futuro.

Referências

- Bitencourt, Wanderci A., Silva, Washington S., & Sáfadi, Thelma. 2006. Hedge Dinâmicos: Uma Evidência Para Os Contratos Futuros Brasileiros. *Organizações Rurais & Agroindustriais*, **8**, 71–78.
- Bollerslev, Tim. 1986. Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity. *Journal of Econometrics*, **31**, 307–327.
- Bollerslev, Tim, Engle, Robert F., & Wooldridge, Jeffrey M. 1988. A Capital Asset Pricing Model with Time Varying Covariances. *Journal of Political Economy*, **96**, 116–131.
- Brooks, Chris. 2008. *Introductory Econometrics for Finance*. 2 edn. Cambridge: Cambridge University Press.
- Brooks, Chris, Henry, Olan T., & Persaud, Gita. 2002. The Effect of Asymmetries on Optimal Hedge Ratios. *Journal of Business*, **75**, 333–352.
- Bueno, Rodrigo, & Alves, Denisard. 2001. *Hedge: Variância Mínima*. Encontro Brasileiro de Finanças, I, 2001, São Paulo. SBFIn, 2001.
- Castelino, Mark G. 1992. Hedge Effectiveness: Basis Risk and Minimum-Variance Hedging. *Journal of Futures Markets*, **12**, 187–201.
- Cecchetti, Stephen G., Cumby, Robert E., & Figlewski, Stephen. 1988. Estimation of the Optimal Futures Hedge. *Review of Economics and Statistics*, **70**, 623–630.

- Ederington, Louis H. 1979. The Hedging Performance of the New Futures Markets. *Journal of Finance*, **34**, 157–170.
- Engle, Robert F. 1982. Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, **50**, 987–1007.
- Engle, Robert F., & Kroner, Kenneth F. 1995. Multivariate Simultaneous Generalized ARCH. *Econometric Theory*, **11**, 122–150.
- Glosten, Lawrence R., Jagannathan, Ravi, & Runkle, David E. 1993. On the Relation Between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks. *Journal of Finance*, **48**, 1779–1801.
- Johansen, Soren. 1988. Statistical Analysis of Cointegration Vectors. *Journal of Economic Dynamics & Control*, **12**, 231–254.
- Johansen, Soren, & Juselius, Katarina. 1990. Maximum Likelihood Estimation and Inference on Cointegration with Applications to the Demand for Money. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, **52**, 169–210.
- Jorge, Marcos Roberto M. 2006. *Análise Das Captações e Aplicações de Recursos Do Exterior Por Instituições Financeiras No Brasil*. Universidade de Brasília, Brasília. Dissertação de Mestrado.
- Lai, Kon S., & Lai, Michael. 1991. A Cointegration Test for Market Efficiency. *Journal of Futures Markets*, **11**, 567–575.
- Lien, Donald. 2008. A Further Note on the Optimality of the OLS Hedge Strategy. *Journal of Futures Markets*, **28**, 308–311.
- Mackinnon, James G., Haug, Alfred A., & Michelis, Leo. 1999. Numerical Distribution Functions of Likelihood Ratio Tests for Cointegration. *Journal of Applied Econometrics*, **14**, 563–577.
- Myers, Robert, & Thompson, Stanley. 1989. Generalized Optimal Hedge Ratio Estimation. *American Journal of Agricultural Economics*, **71**, 858–868.
- Nelson, Daniel B. 1996. A Note on the Normalized Errors in ARCH and Stochastic Volatility Models. *Econometric Theory*, **12**, 113–128.
- Switzer, Lorne N, & El-Khoury, Mario. 2007. Extreme Volatility, Speculative Efficiency, and the Hedging Effectiveness of the Oil Futures Markets. *Journal of Futures Markets*, **27**, 61–84.
- Tanaka, Yutaro. 2005. *Estimação Da Razão Ótima de Hedge Para O Dólar Futuro Usando Um Modelo MGARCH-BEKK-Diagonal*. Escola de Pós-Graduação em Economia, Fundação Getúlio Vargas, Rio de Janeiro. Dissertação de Mestrado Profissionalizante.