

# Estimação do beta de ações através do método dos coeficientes agregados

Newton C.A. da Costa Jr.

Emilio A. Menezes

Eduardo Facó Lemgruber\*

Este trabalho propõe uma alternativa para cálculo do coeficiente de risco sistemático beta de ações com baixa frequência de negócios. Para uma amostra de 29 empresas com ações negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo, no período 1988/89, a metodologia tradicional de regressão linear simples indicou que as ações pouco negociadas têm seu risco sistemático subavaliado. Esse resultado mostra que o uso do beta tradicional pode levar a erros de decisão sobre investimentos no mercado de capitais, quando se tem em foco empresas com ações menos negociadas. A metodologia dos coeficientes agregados, proposta neste trabalho, permite uma estimativa não-viesada do risco das ações. Os resultados mostraram que mesmo para ações consideradas *blue-chips* este fenômeno de subestimação do beta pode ocorrer. Verifica-se, também, que as ações menos negociadas têm, em média, risco significativamente maior que o das *blue-chips*, fato que só é comprovado quando é empregado o método dos coeficientes agregados.

*1. Introdução; 2. Estudos anteriores; 3. O método dos coeficientes agregados (AC); 4. Coleta de dados e metodologia; 5. Resultados; 6. Conclusão.*

## 1. Introdução

A área de finanças tem tido notável evolução nos últimos anos. Vários conceitos, que antes eram usados sem muita fundamentação teórica, foram aprimorados e revestidos de sólida base teórica. Entre esses conceitos está a noção de risco, que é o foco principal do Modelo de Formação de Preços de Ativos (CAPM). Este modelo se constitui em um dos principais paradig-

\* Os autores são, respectivamente, professores do Departamento de Engenharia de Produção e Sistemas da UFSC e professor do Coppead/UFRJ.

mas usados na área de decisão sobre investimentos em ativos de risco, sejam ações, debêntures, *commodities* e mesmo em seleção de projetos.

O CAPM, que é um modelo normativo proposto simultaneamente por Sharpe (1964), Treynor (1961) e Lintner (1965), na década de 60, entre outros autores que o aperfeiçoaram mais tarde, estabelece que o retorno esperado de equilíbrio para qualquer ativo de risco é uma função linear de sua covariância com os retornos da carteira de mercado dividida pela variância dos retornos desta última. A carteira de mercado deve ser composta por todos os ativos de risco negociados na economia, proporcionalmente ao seu valor.<sup>1</sup>

Essa covariância entre os retornos de um ativo e os retornos da carteira de mercado dividida pela sua variância é denominada ( $\beta$ ) ou coeficiente de risco sistemático do ativo em questão. O CAPM, na sua versão mais simples, pode ser representado pela seguinte equação:

$$E(\tilde{R}_j) = R_F + [E(\tilde{R}_M) - R_F] \beta_j \quad (1)$$

onde  $E(\tilde{R}_j)$  é o valor esperado do retorno do ativo  $j$ ,  $R_F$  é o retorno de um ativo livre de risco,  $E(\tilde{R}_M)$  é o valor esperado do retorno da carteira de mercado e  $\beta_j$  é o coeficiente de risco sistemático do ativo  $j$ , calculado por  $COV(\tilde{R}_j, \tilde{R}_M)/VAR(\tilde{R}_M)$ .

Esse modelo distingue dois tipos de risco associados a um investimento: o risco diversificável ou não-sistemático, e o risco não-diversificável ou sistemático. O primeiro não é recompensado porque pode ser neutralizado por uma seleção cuidadosa de uma carteira de investimentos. Somente o risco sistemático associado a um investimento é que deve ser levado em consideração na formação de preços de títulos, no contexto do CAPM.

### 1.1 Determinação do coeficiente de risco sistemático — Beta ( $\beta$ )

O coeficiente beta pode ser estimado fazendo-se a regressão linear entre os retornos históricos observados da ação, ou de outro ativo de risco conside-

<sup>1</sup> Testes do CAPM no mercado brasileiro foram desenvolvidos por Puggina (1974), Brito & Sancovschi (1980) e Moraes Jr. (1981), entre outros. Puggina (1974) verifica a hipótese de que o beta, como uma medida de risco das ações ordinárias e preferenciais, é o fator determinante das taxas de retorno. Os resultados obtidos confirmam essa hipótese, para o período de 1968 a 1972, na Bolsa de Valores de São Paulo. Moraes Jr. (1981) utiliza as metodologias de Black, Jensen & Scholes (1972) e de Fama & MacBeth (1973) para testar a validade do CAPM no mercado brasileiro de ações, durante o período 1970 a 1979, na Bolsa de Valores de São Paulo. Os resultados não apresentam evidências claras de que haja uma relação linear entre risco e retorno. Brito & Sancovschi (1980) examinam a especificação do modelo de mercado e observam um efeito do mercado na formação de preços dos ativos.

rado, e os retornos históricos da carteira de mercado, durante uma amostra de tempo considerada típica para refletir o relacionamento entre a ação e a carteira de mercado. Essa regressão, denominada Modelo de Mercado e que supõe uma relação linear entre as variáveis  $\tilde{R}_j$  e  $\tilde{R}_M$ , é dada pela seguinte equação:

$$R_{j,t} = a_j + b_j R_{M,t} + \tilde{e}_{j,t} \quad (2)$$

onde  $R_{j,t}$  é o retorno do ativo  $j$ , no período  $t$ ,  $R_{M,t}$  é o retorno da carteira de mercado no período  $t$ ,  $a_j$  e  $b_j$  são os parâmetros, específicos do ativo  $j$ , a serem estimados a partir de dados históricos, e  $\tilde{e}_{j,t}$  é o erro aleatório, suposto independente e identicamente distribuído e com valor esperado igual a zero.

Observa-se que na equação acima, o coeficiente de inclinação da reta,  $b_j$ , é dado por  $\text{COV}(R_j, R_M) / \text{VAR}(R_M)$ , exatamente o beta ( $\beta$ ) definido no CAPM.

## 1.2 O problema da pouca freqüência de transações

A baixa freqüência de transações das ações pode causar uma série de problemas tanto na construção de índices compostos por essas ações como também na estimação dos betas dessas ações.

O problema na construção de índices de ações, constatado há muito tempo por Working (1960) e por Fisher (1966) entre outros, decorre da falta de sincronismo nas negociações das ações, o que induz a uma autocorrelação positiva na série de retornos de um índice de ações formado por elas, mesmo que essas ações não apresentem, individualmente, autocorrelação em seus retornos. Por exemplo, suponhamos que um índice de ações tenha determinado valor no dia 31 de outubro de 19x2, mas que uma das ações que o compõe teve seu último negócio realizado em 25 de outubro. Nesse caso, seu valor de fechamento mensal será uma média do fechamento das ações entre o período de 25 a 31 de outubro. Esse fato, como demonstrou Working (1960), acarreta uma autocorrelação positiva na série de retornos do índice de preços formado por essas ações, fazendo com que a estimativa da variância dessa série de retornos seja subestimada. Esse fenômeno também ocorre a nível diário, ou seja, quando um índice de fechamento diário representa a média de preços de ações que tiveram seu último negócio antes do fechamento da Bolsa.

O outro problema, que é o foco deste trabalho, é que a falta de sincronismo na negociação de ações acarreta um problema econométrico na estimação dos parâmetros da equação (2), do Modelo de Mercado. Principalmente quando uma ação é pouco negociada, ao se estimar seu beta, a covariância dos retornos dessa ação com os retornos do índice de mercado será subesti-

mada, fazendo com que o beta dessa ação também seja subestimado. Esse problema econométrico ocorre principalmente ao se trabalhar com cotações e retornos diários. Assim, apesar de que com dados diários seja possível fazer testes estatísticos mais precisos, deve-se tomar cuidado ao se estimar os parâmetros da equação do Modelo de Mercado.

Na próxima seção são apresentadas várias metodologias que procuram superar esse problema de subestimação de beta.

## 2. Estudos anteriores

Existem diversas metodologias que tentam corrigir o problema da subestimação do beta de ações quando estas estão sujeitas a uma baixa frequência de negociação. A seguir são descritas algumas dessas metodologias.

### 2.1 Retornos sincrônicos

Este método se baseia no cálculo dos retornos sobre intervalos compreendidos entre negócios sucessivos da ação e fazendo-se a regressão desses retornos sobre os retornos do índice de mercado calculados sobre os mesmos intervalos.

Obviamente esse método é bastante trabalhoso, pois requer que para cada ação o preço negociado esteja associado à data de negociação. Além do mais, supõe-se que o índice de mercado seja composto por ações com alta frequência de negócios. Mesmo com essas dificuldades, existem alguns trabalhos feitos nos mercados inglês e norte-americano usando essa metodologia. Para uma discussão sobre o tema, ver os artigos de Marsh (1979) e Schwert (1977).

### 2.2 Aumento do intervalo de tempo para o cálculo dos retornos

Este método consiste em calcular os retornos de ações sobre intervalos de tempo cada vez maiores (de períodos diários para períodos semanais, mensais etc.), até que o beta da ação se torne invariante frente a novos aumentos do intervalo para o cálculo desses retornos.

Smith (1978) constatou, no mercado norte-americano, que o coeficiente de determinação da regressão dada pela equação (2) aumenta monotonicamente à medida que o intervalo para o cálculo dos retornos aumenta, o mesmo acontecendo para as estimativas do beta das ações.

Handa et alii (1989) examinaram o comportamento do beta como uma função do tamanho do intervalo em que se calcula o retorno da ação. Mostraram que o beta variava com o tamanho do intervalo dos retornos porque a covariân-

cia entre os retornos da ação com os retornos do mercado não variava na mesma proporção que a variância dos retornos de mercado. Betas de ações agressivas ( $\beta > 1$ ) aumentaram com o aumento do intervalo de cálculo dos retornos, ao passo que betas de ações defensivas ( $\beta < 1$ ) diminuíram com o aumento do intervalo de cálculo dos retornos. Estes autores consideraram como intervalo ideal o retorno calculado em base anual.

O problema com essa metodologia é que se precisa de séries históricas de preços longas à medida que se aumentam os intervalos para o cálculo dos retornos, e o uso de poucos valores de retornos faz com que a precisão estatística na estimação de beta seja pequena, ou seja, os betas serão menos capazes de explicar as variações nos retornos das ações.

### 2.3 O método de Scholes-Williams

O método proposto por Scholes & Williams (1977) considera mais duas variáveis independentes na equação (2) do Modelo de Mercado. Além da série temporal dos retornos de mercado, considera esta própria série com defasagem de uma fase (*lagged*) e outra com antecedência de uma fase (*leading*), como é mostrado na equação a seguir:

$$R_{j,t} = a_j + \sum_{k=-1}^1 b_{j,k} R_{M,t+k} + \tilde{v}_{j,t} \quad (3)$$

onde  $R_{j,t}$  é o retorno da ação  $j$  no período  $t$ ,  $a_j$  é o intercepto da regressão,  $b_{j,k}$  (para  $k = -1, 0, +1$ ), são os coeficientes de inclinação da regressão,  $R_{M,t+k}$ , (para  $k = -1, 0, +1$ ), são as três séries dos retornos de mercado: com defasagem, sincrônica e com antecedência, respectivamente, sendo  $\tilde{v}_{j,t}$  uma variável aleatória independente, identicamente distribuída e com valor esperado igual a zero.

Dessa maneira, de acordo com Scholes & Williams (1977), uma estimativa não-viesada do beta da ação  $j$ ,  $\hat{\beta}_j$  será dada pela soma dos três coeficientes de inclinação da regressão acima  $b_{j,k}$  ( $k = -1, 0, +1$ ), dividido por  $(1 + 2r)$ , onde  $r$  é a estimativa do coeficiente de autocorrelação da série de retornos do índice de mercado. Essa estimativa é mostrada na equação a seguir.

$$\hat{\beta}_j = \frac{\sum_{k=-1}^1 b_{j,k}}{(1 + 2r)} \quad (4)$$

Esse método exige que o retorno de uma ação seja calculado e usado somente se ocorreu transação em períodos consecutivos de tempo, descar-

tando da série de preços os valores que não são precedidos ou seguidos por uma transação adjacente no tempo, sendo o índice de mercado calculado como uma média de tais retornos.

Como mostra Dimson (1979, p. 208), esse método, apesar de proporcionar uma estimativa não-viesada do beta de ações pouco negociadas, tem uma eficiência estatística menor que o método dos coeficientes agregados, a ser descrito em seguida.

### 3. O método dos coeficientes agregados (AC)

Os métodos descritos anteriormente têm sua importância para determinadas situações; contudo, nenhum deles é de aplicabilidade geral. O método dos coeficientes agregados (AC), proposto por Dimson (1979), supera as falhas dos métodos acima descritos, com a vantagem de não necessitar associar datas de transação aos preços, além de proporcionar uma estimativa mais eficiente do risco sistemático das ações menos negociadas que o método de Scholes & Williams (1977).

Esse método sugere que se faça a regressão múltipla entre os retornos da ação em apreço e os retornos do índice de mercado juntamente com as várias séries desses retornos defasadas e antecedidas por  $k$  períodos de tempo (fases).

O critério para a determinação do número ótimo de períodos de tempo ( $k$ ) é mostrado em Dimson (1979, p. 205).<sup>2</sup> Essa regressão múltipla é dada pela equação abaixo:

$$R_{j,t} = a_j + \sum_{-n}^n b_{j,k} R_{M,t+k} + \tilde{w}_{j,t} \quad (5)$$

onde  $R_{M,t+k}$  é a série de retornos da carteira de mercado defasada/antecedida de  $k$  períodos de tempo ou fases em relação à série original.

A estimativa do beta da ação,  $\hat{\beta}_j$ , será dada pelo somatório de todos os coeficientes de inclinação dessa regressão múltipla:

<sup>2</sup> Verifica-se que ao se aumentar o número de fases, tanto das séries defasadas como das séries antecedentes, o valor da estatística  $F$ , que se refere à significância global da regressão múltipla dada pela equação (5), diminui, chegando a ser estatisticamente insignificante para números de fase maiores que  $k = 10$ , como será visto na seção 5.

$$\hat{\beta}_J = \sum_{-n}^n b_{j,k} \quad (6)$$

onde  $b_{j,k}$ ,  $k = -n$  até  $+n$  são os coeficientes da regressão e  $R_{M,t+k}$ ,  $k = -n$  até  $+n$  são as várias séries defasadas, a série sincrônica e as séries antecedentes dos retornos de mercado.<sup>3</sup>

## 4. Coleta de dados e metodologia

### 4.1 Retornos

Os dados para este trabalho foram coletados na Bolsa de Valores de São Paulo, para o período de *janeiro de 1988 até dezembro de 1989*. Foram compilados os preços de fechamento diários, que foram ajustados aos proventos do período.

Para o cálculo dos retornos diários, foi suposto que os preços das ações seguissem o modelo de um caminho aleatório multiplicativo dado por:<sup>4</sup>

$$P_t = P_{t-1} (\exp [E(\tilde{R}_t) + \tilde{e}_t]) - D_t \quad (7)$$

onde  $P_t$  e  $P_{t-1}$  são as cotações de fechamento nos dias  $t$  e  $t-1$ , respectivamente,  $E(\tilde{R}_t)$  é o valor esperado do retorno no dia  $t$ ,  $D_t$  é o dividendo pago no dia  $t$  e  $\tilde{e}_t$  é uma variável aleatória independente, igualmente distribuída e cujo valor esperado é igual a zero. Tomando-se o logaritmo em ambos os lados da equação acima, tem-se:

$$R_t = \ln[(P_t + D_t)/P_{t-1}] = E(\tilde{R}_t) + \tilde{e}_t \quad (8)$$

Fazem parte da amostra inicial 519 observações de retornos. Observa-se que o retorno na segunda-feira corresponde à variação de preços entre o fechamento de sexta-feira e o fechamento de segunda-feira, ou seja, foi considerado que as informações chegam ao mercado independentemente

<sup>3</sup> Fowler & Rorke (1983) generalizaram a metodologia proposta por Scholes & Williams (1977) para séries com defasagem e antecedência de dois períodos. Arif et alii. (1990) estenderam o procedimento para três períodos para análise do mercado de Cingapura. Estes autores notam que o procedimento proposto por Fowler & Rorke estendido parece ser o melhor método, mas que o método proposto por Dimson fornece resultados semelhantes, sendo muito mais simples.

<sup>4</sup> Ver Fama (1965), Lemgruber et alii. (1988) e Costa Jr. (1990).

de a Bolsa estar fechada ou aberta. A amostra inicial continha 103 retornos de segunda-feira e 104 para cada um dos outros dias da semana. Neste trabalho, não foram considerados os retornos dos dias seguintes a feriados. Assim, a amostra final compreende um total de 463 retornos, sendo 85 deles referentes às segundas-feiras, 89 às terças, 98 às quartas, 95 às quintas e 96 às sextas. Para um esclarecimento sobre processos geradores de retornos ver Lemgruber (1992) e French & Roll (1986).

#### 4.2 Amostra

Para emular as ações com baixa frequência de negócios, tomaram-se como amostra as ações de empresas com valor de mercado de até US\$20 milhões, valores estes referentes ao final do ano de 1988. Essa amostra ficou composta por 15 ações. A tabela 1 mostra essas ações com o respectivo valor de mercado e liquidez.

Para efeito de comparação, como controle, foram também coletados dados de empresas de alta liquidez. Para tanto, foram escolhidas como amostra empresas com valor de mercado maiores que US\$500 milhões, também ao final de 1988. Essas empresas, com seu respectivo valor de mercado e liquidez, podem ser vistas na tabela 2.

Para a carteira de mercado utilizaram-se as cotações diárias de fechamento do índice Ibovespa, durante o mesmo período de tempo citado no item anterior.

#### 4.3. Metodologia

Os métodos dos AC e da metodologia tradicional foram usados para estimar os betas das ações pertencentes a cada uma das amostras descritas no item anterior. Os betas tradicionais foram estimados fazendo-se uma regressão linear simples entre os retornos de cada ação e os retornos do índice Ibovespa, de acordo com o modelo de mercado representado pela equação (2). Os betas do método dos AC foram estimados fazendo-se uma regressão linear múltipla, tendo como variável dependente os retornos de cada ação e como variáveis explicativas as séries defasadas, antecedentes e sincrônicas dos retornos diários do índice Ibovespa. Os números de fase para as séries defasadas e antecedentes foram para  $k = 5$ ,  $k = 10$  e  $k = 15$ .

Em seguida, tendo como pressuposto que a metodologia tradicional subavalia o valor de beta de ações pouco negociadas, foi realizado um teste de hipótese para verificar se a estimativa de beta dessas ações aumenta com o emprego do método dos AC. Para tanto, realizou-se o seguinte teste:



**Tabela 1**  
**Valor de mercado, liquidez e código das ações com baixa frequência de negócios**

Nome da ação	Código da ação	VM em 1988 (US\$ milhões)	Liquidez (dez.1988)
Azevedo PP	AZE2	6,54	0,08
CBV Ind. Mec. PP	CBV2	8,29	0,14
Cobrasma PP	CBM2	5,56	0,05
Cruz do Sul PP	CSS2	3,27	0,01
Ferro Bras PP	FER2	11,13	0,05
Transbrasil PP	TRB2	5,78	0,10
Pérsico PP	PRS2	12,41	0,19
Olvebra PP	OLV2	15,73	0,10
Cacique PP	CIQ2	17,31	0,14
Refripar PP	REP2	15,72	0,24
Eluma PP	ELU2	17,20	0,14
Lam. Nacional PP	LN2	7,28	...
Luxma PP	LUX2	10,44	0,16
Manah PP	MAH2	16,07	0,11
Perdigão PP	PDG2	7,92	0,09
Média		10,71	0,11

**Tabela 2**  
**Valor de mercado, liquidez e código das ações com alta frequência de negócios**

Nome da ação	Código da ação	VM em 1988 (US\$ milhões)	Liquidez (dez.1988)
Banco do Brasil ON	BB3	1.572,52	0,12
Souza Cruz OP	CRU1	650,53	0,23
Itaú SA PN	ITS4	792,39	0,72
Klabin PP	KLA2	602,62	0,35
Petrobrás PP	PET2	2.767,81	18,79
Petrobrás ON	PET3	2.767,81	0,19
Paranapanema PP	PMA2	537,07	12,26
Vale Rio Doce PP	VAL2	963,15	0,32
Aracruz PPB	ARC8	929,14	...
Bradesco ON	BBD3	945,00	0,10
Bradesco PN	BBD4	945,00	0,82
Copene PPA	CPN7	1.237,80	2,15
Itaubanco PN	ITA4	596,71	0,50
Suzano PP	SUZ2	575,46	0,38
Média		1.134,50	2,84

$$H_0: \beta_{AC} = \beta_{OLS}$$

$$H_1: \beta_{AC} > \beta_{OLS}$$

onde  $\beta_{AC}$  é o beta estimado pelo método dos AC e  $\beta_{OLS}$  é o beta estimado pela metodologia tradicional. O teste acima também foi realizado para a amostra de ações *blue-chips*, ações de empresas maiores e com maior liquidez.

Também foi realizado um teste de hipótese para verificar se existe diferença entre os betas das ações pouco negociadas e das *blue-chips*, dentro de cada método, ou seja, foi realizado o seguinte teste de hipótese:

$$H_0: \beta_P = \beta_G$$

$$H_1: \beta_P \neq \beta_G$$

onde  $\beta_P$  é o beta das ações “pequenas” ou pouco negociadas, e  $\beta_G$  é o beta das ações “grandes” ou com alta frequência de negócios. Isso foi feito para cada uma das duas metodologias.

Este último teste foi realizado para verificar se existe alguma diferença no nível de risco sistemático — beta — entre as duas categorias de ações. Supõe-se, em geral, que ações pouco negociadas têm nível de risco associado maior quando comparadas com ações mais negociadas do mesmo setor.

## 5. Resultados

Nas tabelas 3 e 4 são mostrados os resultados referentes aos cálculos de beta pela metodologia tradicional, na segunda coluna, e os betas calculados pela metodologia dos AC nas outras três colunas. Os betas foram calculados usando-se três fases ( $k = 5$ ,  $k = 10$  e  $k = 15$ ) defasadas e antecedentes da série de retornos da carteira de mercado.

### 5.1 Ações pouco negociadas

Na tabela 3, referente às ações menos negociadas, o beta tradicional médio foi de 0,708. Aplicando-se a metodologia dos coeficientes agregados, observa-se um aumento médio de mais de 100% quando o número de séries defasadas e antecedentes cresce para  $k = 15$ .

**Tabela 3**  
**Betas das ações incluídas na carteira com baixa frequência de negócios, calculados pelo método tradicional dos mínimos quadrados e pelo método dos coeficientes agregados para 1988/89**

Ação	Beta tradicional	Beta Dimson (5/5)	Beta Dimson (10/10)	Beta Dimson (15/15)
AZE2	0,80 (12,03)+	1,25 (10,19)*	1,01 (2,73)*	0,56 (1,95)
CBV2	0,75 (10,67)+	1,27 (6,90)*	1,50 (2,91)*	0,50 (2,44)*
CBM2	0,64 (8,03)+	1,46 (5,74)*	1,56 (2,16)*	1,90 (1,98)
CSS2	0,48 (5,18)+	1,34 (3,78)*	1,93 (2,94)*	1,60 (1,85)
FER2	0,53 (6,79)+	0,61 (2,56)*	1,45 (1,38)*	0,93 (1,87)
TRB2	0,81 (8,24)+	0,63 (3,63)*	1,60 (1,56)*	4,62 (1,07)
PRS2	0,97 (13,83)+	0,76 (11,87)*	1,13 (5,08)*	1,64 (2,45)*
OLV2	0,62 (9,41)+	1,26 (6,43)*	1,24 (3,02)*	1,74 (2,78)*
CIQ2	0,38 (6,64)+	0,54 (4,32)*	0,70 (2,81)*	1,35 (2,58)*
REP2	1,10 (17,00)+	1,08 (12,72)*	0,82 (3,66)*	1,66 (2,33)*
ELU2	0,79 (13,65)+	1,24 (11,10)*	1,08 (3,94)*	1,61 (1,88)
LNM2	0,81 (14,49)+	1,03 (9,39)*	1,24 (2,18)*	2,11 (2,07)
LUX2	0,79 (11,59)+	1,47 (10,56)*	0,98 (3,45)*	0,95 (2,90)*
MAH2	0,55 (8,17)+	0,67 (3,32)*	1,15 (2,26)*	1,37 (1,78)
PDG2	0,60 (8,30)+	0,48 (4,58)*	1,15 (2,70)*	2,27 (1,54)
<b>Média</b>	<b>0,708</b>	<b>1,006</b>	<b>1,21</b>	<b>1,654</b>

\* Estatística *F* da regressão múltipla, significativa ao nível de  $\alpha = 1\%$ , para o método dos coeficientes agregados.

+ Estatística *t* da regressão simples, significativa ao nível de  $\alpha = 1\%$ , para o método de regressão simples.

Os testes de hipótese para verificar se o beta estimado pela metodologia do AC é igual ao beta tradicional foram rejeitados, ao nível de 1% de significância, para as três diferentes fases usadas:

- para  $k = 5$ ,  $H_0: \beta_{AC} = \beta_{OLS}$  (contra  $H_1: \beta_{AC} > \beta_{OLS}$ ) foi rejeitada ao nível de 1% de significância com uma estatística  $t = 3,21$  (p-value = 0,003), usando-se o teste  $t$  para a diferença entre duas médias com dados emparelhados.

- para  $k = 10$ ,  $H_0$  foi rejeitada ao nível de 0,1%, com estatística  $t = 4,94$  (p-value = 0,0001).

- para  $k = 15$ ,  $H_0$  foi rejeitada ao nível de 1%, com estatística  $t = 3,80$  (p-value = 0,001).

## 5.2. Ações *blue-chips*

Na tabela 4, referente às ações mais negociadas, o beta tradicional médio foi de 0,684. Aplicando-se o método dos AC, observou-se um aumento do beta dessas ações que, no entanto, se estabilizou entre 0,8 e 0,9, independentemente do número de fases ( $k$ ) usado na regressão múltipla.

Os testes de hipótese para verificar se o beta estimado pela metodologia do AC é igual ao beta tradicional não foram rejeitados, usando-se um nível de significância de 1%, para  $k = 10$  e  $k = 15$  e foi rejeitado para  $k = 5$ .

- para  $k = 5$ ,  $H_0: \beta_{AC} = \beta_{OLS}$  (contra  $H_1: \beta_{AC} > \beta_{OLS}$ ) foi rejeitada ao nível de 1% de significância, com uma estatística  $t = 3,11$  (p-value = 0,004).

- para  $k = 10$  e  $k = 15$ ,  $H_0$  não foi rejeitada. As estatísticas foram:  $t = 1,49$  (p-value=0,08), e  $t = 1,30$  (p-value = 0,11), respectivamente.

Isso mostra que mesmo as ações *blue-chips* podem ter problemas de não-sincronicidade, principalmente em se trabalhando com dados diários, embora em menor grau em relação às ações pouco negociadas.<sup>5</sup>

## 5.3 Diferença no risco entre os dois grupos

Os resultados dos testes de hipótese para verificar se existe diferença entre os betas das ações pouco negociadas e as ações *blue-chips* são apresentados a seguir:

- beta tradicional (*OLS*): o beta tradicional médio das ações pouco negociadas ( $\beta = 0,708$ ) não é significativamente diferente do beta das ações

<sup>5</sup> Aqui, convém observar que o Ibovespa é um índice ponderado pelo volume total negociado das ações e não pelo valor total de mercado dos ativos negociados neste mercado, como supõe a teoria do CAPM. Por causa disso, o uso de índices como o Ibovespa ou o IBV provoca um viés na estimação dos parâmetros do modelo que será tanto maior, em termos absolutos, quanto menor for a correlação entre a liquidez (volume negociado) e o valor de mercado das ações. Ver, por exemplo, o trabalho de Contador (1975), que ao usar o IBV provocou uma tendenciosidade para baixo nas estimativas de beta.

**Tabela 4**  
**Betas das ações incluídas na carteira com alta frequência de negócios, calculados pelo método tradicional dos mínimos quadrados e pelo método dos coeficientes agregados para 1988/89**

Ação	Beta tradicional	Beta Dimson (5/5)	Beta Dimson (10/10)	Beta Dimson (15/15)
BB3	0,57 (9,40)+	0,46 (4,72)*	0,45 (2,49)*	0,24 (0,99)
CRU1	0,45 (10,45)+	1,08 (6,83)*	1,03 (2,05)*	1,94 (1,12)
ITS4	0,55 (11,46)+	0,83 (9,65)*	0,69 (2,72)*	0,03 (2,81)*
KLA2	0,57 (14,70)+	1,10 (15,06)*	0,65 (4,18)*	1,23 (2,40)*
PET2	1,16 (36,81)+	0,92 (59,96)*	1,23 (19,20)*	1,38 (8,97)*
PET3	0,62 (9,64)+	0,95 (5,20)*	0,97 (1,38)	1,26 (0,89)
PMA2	1,31 (39,87)+	1,20 (73,98)*	1,03 (18,17)*	0,62 (7,88)*
VAL2	0,94 (21,26)+	1,05 (24,96)*	0,81 (6,60)*	0,86 (4,28)*
ARC8	0,52 (13,10)+	0,86 (10,81)*	0,36 (3,29)*	0,20 (1,97)
BBD3	0,34 (7,32)+	0,73 (8,89)*	0,76 (2,46)*	0,83 (1,60)
BBD4	0,51 (11,37)+	0,77 (10,58)*	0,79 (3,06)*	0,98 (2,18)*
CPN7	1,01 (28,92)+	0,94 (41,78)*	0,75 (10,59)*	1,55 (6,28)*
ITA4	0,49 (9,89)+	0,94 (6,69)*	1,14 (1,99)	0,42 (1,81)
SUZ2	0,54 (13,49)+	0,82 (12,12)*	0,59 (4,62)*	0,85 (2,25)*
Média	0,684	0,904	0,804	0,885

\* Estatística *F* da regressão múltipla, significante ao nível de  $\alpha = 1\%$ , para o método dos coeficientes agregados.

+ Estatística *t* da regressão simples, significante ao nível de  $\alpha = 1\%$ , para o método de regressão simples.

*blue-chips* ( $\beta = 0,684$ ). A estatística  $t$  foi de  $t = 0,26$  (p-value = 0,80) para a diferença entre duas médias com dados não emparelhados.

- beta pelo método dos AC com  $k = 5$ : também não foi significativa a diferença entre os dois betas ( $\beta = 1,006$  e  $\beta = 0,904$ ). A estatística  $t$  foi de  $t = 0,99$  (p-value = 0,34) para a diferença entre duas médias com dados não emparelhados.

- beta pelo método dos AC com  $k = 10$ : a hipótese de igualdade entre os dois betas ( $\beta = 1,236$  e  $\beta = 0,804$ ) foi rejeitada ao nível de 0,1% de significância, com  $t = 4,02$  (p-value = 0,0004).

- beta pelo método dos AC com  $k = 15$ : a hipótese de igualdade entre os dois betas ( $\beta = 1,654$  e  $\beta = 0,885$ ) foi rejeitada ao nível de 5% de significância, com  $t = 2,64$  (p-value = 0,015).

Os resultados confirmam que o risco associado às ações menos negociadas é, em média, maior que o risco associado às ações *blue-chips*. No entanto, a metodologia tradicional não foi eficaz para distinguir essa diferença para a amostra utilizada.

Na tabela 3 também são apresentadas as estatísticas  $F$ , que mostram a significância global da regressão múltipla para as ações menos negociadas. Observa-se que a maior parte dos betas calculados pelo método dos AC com  $k = 15$  não é significativa. Dessa maneira, para a amostra adotada, o número de fases ideal no método dos AC estaria entre  $k = 5$  e  $k = 10$ . Observa-se, ainda, que não existe necessidade de se adotar  $k$  fases defasadas e  $k$  fases antecedentes, pode-se usar, por exemplo, cinco fases antecedentes e 10 fases defasadas, entre outras. Aqui convém salientar que não é o objetivo deste trabalho determinar os números ideais de fases a serem adotados no mercado brasileiro, e sim mostrar que a metodologia tradicional proporciona estimativas viesadas do risco sistemático das ações menos negociadas.

## 6. Conclusão

Este trabalho propõe uma alternativa para o cálculo do coeficiente de risco sistemático beta para ações com baixa frequência de negócios. É mostrado que essas ações têm seu beta subestimado quando é usada a metodologia tradicional da regressão linear simples entre os retornos da ação em questão e os retornos da carteira de mercado. A metodologia dos coeficientes agregados vem corrigir esse viés, proporcionando uma estimação não-viesada do risco das ações.

Os resultados mostraram que ações pouco negociadas têm seu risco corrigido para mais de 70% de seu valor quando é usada a metodologia proposta com 10 fases de séries defasadas e antecedentes dos retornos do índice de mercado. Esse ajuste cresce para mais de 100% quando o número

de séries defasadas e antecedentes aumenta para  $k = 15$ . Isso vem mostrar que o uso do beta calculado pela metodologia tradicional pode levar a erros de decisão sobre investimentos no mercado de capitais quando se tem em foco ações menos negociadas. Os resultados mostraram que mesmo para ações consideradas *blue-chips* este fenômeno de subestimação do beta pode ocorrer: o risco dessas ações, se calculado pelo método tradicional, é em média 23% menor que quando calculado pelo método dos coeficientes agregados, apesar de as diferenças não serem estatisticamente significantes.

Finalmente, verifica-se que as ações menos negociadas têm, em média, risco significativamente maior que o risco das ações *blue-chips*. Este resultado só é comprovado quando é empregado o método dos coeficientes agregados proposto.

## Abstract

This paper offers an alternative methodology to estimate shares' systematic risk beta in a non-synchronous market. For a sample with 29 stocks traded in the São Paulo Stock Exchange during 1989 and 1990, it shows that the traditional ordinary least square betas for low traded shares are underestimated. This fact indicates that when shares' systematic risk is calculated by the traditional methodology it is possible to incur in investment decision errors. The suggested method corrects the systematic bias in the beta risk metric. It indicates that even for the blue ship shares the bias may occur, and that low-traded shares present higher betas.

## 7. Referências bibliográficas

Arif, M. & Johnson, L. W. *Securities markets & stock pricing: evidence from a developing capital market in Asia*. Cingapura, Longman, 1990.

*BDI — Boletim Diário de Informações*. Publicação da Bolsa de Valores de São Paulo, 4.1.88 a 31.12.89.

Black, F.; Jensen, M. C. & Scholes, M. The capital asset pricing model: some empirical tests. In: Jensen, M.C. (org.). *Studies in the theory of capital markets*. New York, Praeger, 1972. p. 79-121.

Brito, N. O. & Sabcovschi, M. Risco, retorno e betas: o mercado acionário brasileiro. Relatório de Pesquisa, 24. Coppead/UFRJ, 1980.

Contador, C. R. *Os investidores institucionais no Brasil*. Instituto Brasileiro de Mercado de Capitais, 1975.

Costa Jr., N.C.A. da. Sazonalidades do Ibovespa. *Revista de Administração de Empresas*, 30(3): 7.984, 1990.

Dimson, E. Risk measurement when shares are subject to infrequent trading. *The Journal of Financial Economics*, 7: 197-216, 1979.

Fama, E. F. The behavior of stock market prices. *Journal of Business*, 37: 34-105, 1965.

\_\_\_\_\_ & MacBeth, J. D. Risk, return and equilibrium: empirical tests. *Journal of Political Economy*, 81:607-36, May/June 1973.

Fisher, L. Some new stock-market indexes. *Journal of Business*, 39 (suppl.): 191-225, 1966.

Fowler, D. J. & Rorke, C. H. The risk measurement when shares are subjected to infrequent trading. *The Journal of Financial Economics*, 12(2): 279-89, 1983.

French, K. & Roll, R. Stock return variances: the arrival of new information and the reaction of traders. *The Journal of Financial Economics*, 17: 5-26, 1986.

Handa, P.; Kothari, S. P. & Wasley, C. The relation between the return interval and betas. *The Journal of Financial Economics*, 23: 79-100, 1989.

Lintner, J. The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. *Review of Economics and Statistics*, 1965. p. 13-37.

Lemgruber, E.F. *Avaliação de contratos de opções*. São Paulo, Bolsa de Mercadorias & Futuros, 1992.

\_\_\_\_\_; Becker, J. L. & Chaves, T. B. S. O efeito fim de semana no comportamento dos retornos diários de índices de ações. XII ANPAD, 1988.

Marsh, P. R. Equity rights issues and the efficiency of the U.K. Stock Market. *Journal of Finance*, 34: 839-62, 1979.

Moraes Jr., J. Q. *Market; performance of the São Paulo Stock Exchange*. Ph.D. Dissertation. Michigan State University, 1981.

*Perfil 1988*. Publicação da Bolsa de Valores de São Paulo.

Puggina, W. A. Analysis of rate of return and risk for common and preferred stocks: the Brazilian experience. Ph.D. Dissertation. Michigan State University, 1974.

Sharpe, W. F. Capital asset prices: theory of market equilibrium under conditions of risk. *Journal of Finance*, 19:425-42, 1964.



Scholes, M. & Williams J. Estimating betas from non-synchronous data. *The Journal of Financial Economics*, 5:309-27, 1977.

Schuwert, G.W. Stock exchange seats as capital assets. *The Journal of Financial Economics*, 4:51-78, 1977.

Smith, K. V. The effect of intervalling on estimating parameters of the capital asset pricing model. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 13: 313-32, 1978.

Treynor, J. Toward a theory of the market value of risky assets. 1961 (inédito).

Working, H. Note on the correlation of first differences of averages in a random chain. *Econometrica*, 28:916-18, 1960.