EXPECTATIVAS RACIONAIS EM MODELOS MACROECONOMÉTRICOS PARA A ECONOMIA BRASILEIRA *

P. Guedes e J. L. Mascolo **

1 – Introdução

Elabora-se, neste trabalho, uma seqüência de modelos macroeconômicos de pequeno porte, integrando duas importantes linhas de pesquisa: (i) os modelos macroeconômicos de Lucas–Sargent para análise de flutuações cíclicas, com base na hipótese de expectativas racionais; (ii) a abordagem de Zellner e Palm para sistemas dinâmicos de equações simultâneas, combinando a formulação tradicional de equações estruturais com análise de séries temporais.

Impondo restrições a um processo multivariado de séries temporais com base em teoria econômica, isto é, considerando algumas das variáveis do vetor estocástico como endógenas e as demais como puramente exógenas, e admitindo distintos processos de formação de expectativas, obtêm-se as formas estruturais alternativas do sistema, bem como as funções de transferência e equações finais associadas às mesmas.

As implicações testáveis de cada forma estrutural são as ordens das funções de transferência e equações finais para as variáveis endógenas, isto é, produto real, taxas de juros e taxa de inflação. É possível, portanto, identificar os modelos cujas implicações são compatíveis com as informações contidas nos dados e, conseqüentemente, as hipóteses econômicas que não são rejeitadas pela evidência empírica no Brasil.

2 – Metodologias para formulação e análise de sistemas dinâmicos de equações simultâneas

Em seu artigo clássico (1974), Zellner e Palm apresentam uma nova abordagem para o estudo de modelos dinâmicos, baseada em análise de séries temporais e na formulação tradicional de equações estruturais.

* Os autores agradecem a Ricardo Coqueiro e Antonio Perrota por sua assistência computacional.

** Da Fundação Centro de Estudos do Comércio Exterior (CECEX) e Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC–RJ).

Segundo Quenouille (1957), um conjunto de variáveis $z_{1t}, z_{2t}, \dots, z_{nt}$, gerado por um processo linear multivariado de séries temporais, pode ser representado por um modelo MARMA (multivariate autoregressive moving average) do tipo:

$$[H(L)] \vec{z}_t = [F(L)] \vec{\epsilon}_t, \quad (2.1)$$

onde $t = 1, 2, \dots, T$; $\vec{z}_t = (z_{1t}, z_{2t}, \dots, z_{nt})$ é um vetor de variáveis estocásticas; $\vec{\epsilon}_t = (\epsilon_{1t}, \epsilon_{2t}, \dots, \epsilon_{nt})$ é um vetor de erros aleatórios com média zero, não correlacionados serialmente e cuja matriz de variância-covariância é dada pela matriz identidade, isto é, $E \vec{\epsilon}_t = \vec{0}$ e $E \vec{\epsilon}_r \vec{\epsilon}_s' = \delta_{rs} I$, onde r e $s \in (1, 2, \dots, n)$, I é a matriz identidade e δ_{rs} é o delta de Kronecker. $[H(L)]$ e $[F(L)]$ são matrizes de ordem $n \times n$, de posto máximo, cujos elementos são polinômios no operador de defasagens L .

Ainda de acordo com Quenouille, as equações em (2.1) podem ser resolvidas para $\vec{z}_t$, com as variáveis individuais seguindo processos ARMA univariados consistentes com o processo conjunto descrito em (2.1):

$$|H(L)| \vec{z}_t = [H(L)]^* [F(L)] \vec{\epsilon}_t, \quad (2.2)$$

onde $|H(L)|$ é o determinante da matriz não singular $[H(L)]$ e $[H(L)]^*$ é a matriz adjunta associada à mesma.

Segundo Zellner e Palm, o processo multivariado linear de séries temporais pode ser transformado num sistema dinâmico de equações simultâneas, desde que restrições baseadas em teoria econômica sejam impostas a $[H(L)]$ e $[F(L)]$ em (2.1). Desta forma, as variáveis $\vec{y}_t$ em $\vec{z}_t$ podem ser vistas como endógenas, ao passo que as demais variáveis $\vec{x}_t$ serão vistas como puramente exógenas, isto é, seguem um processo estocástico independente. Neste caso, pode ser adotada a seguinte partição para (2.1):

$$\begin{pmatrix} [H_{11}(L)] & [H_{12}(L)] \\ [H_{21}(L)] & [H_{22}(L)] \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \vec{y}_t \\ \vec{x}_t \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} [F_{11}(L)] & [F_{12}(L)] \\ [F_{21}(L)] & [F_{22}(L)] \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \vec{u}_t \\ \vec{v}_t \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

onde $[H_{11}(L)]$, $[H_{22}(L)]$, $[F_{11}(L)]$ e $[F_{22}(L)]$ são matrizes quadradas e as demais possuem as dimensões apropriadas. A hipótese de que o vetor $\vec{y}_t$, de ordem $p \times 1$, é endógeno e de que o vetor $\vec{x}_t$, de ordem $k \times 1$, é exógeno ($p + k = n$) faz com que sejam nulas as submatrizes $[H_{21}(L)]$, $[F_{21}(L)]$ e $[F_{12}(L)]$.

A forma estrutural do sistema dinâmico de equações simultâneas acima é dada por:

$$[H_{11}(L)] \vec{y}_t + [H_{12}(L)] \vec{x}_t = [F_{11}(L)] \vec{u}_t \quad (2.4)$$

e o processo MARMA seguido pelas variáveis exógenas é:

$$[H_{22}] \vec{x}_t = [F_{22}] \vec{u}_t \quad (2.5)$$

As equações da forma reduzida do sistema são derivadas das equações estruturais em (2.4):

$$\vec{y}_t = -[H^0(L)]^{-1} [H^h(L)] \vec{y}_t - [H^0(L)]^{-1} [H^h(L)] \vec{x}_t + [H^0(L)]^{-1} [F_{11}(L)] \vec{u}_t \quad (2.6)$$

onde $[H^0(L)]$

é o polinômio de defasagens e $[H^h(L)]$

cujos elementos são as partes homogêneas destes polinômios, de tal forma que

$$[H^h(L)]$$

As equações da forma final, no sentido de Theil e Boot (1962), são também derivadas da forma estrutural:

$$\vec{y}_t = -[H_{11}(L)]^{-1} [H_{12}(L)] \vec{x}_t + [H_{11}(L)]^{-1} [F_{11}(L)] \vec{u}_t \quad (2.7)$$

As funções de transferência (Box e Jenkins, 1970), associadas às equações estruturais do sistema são dadas por:

$$[H_{11}(L)] \vec{y}_t = -[H_{11}(L)] * [H_{12}(L)] \vec{x}_t + [H_{11}(L)] * [F_{11}(L)] \vec{u}_t$$

Para se chegar às "equações finais" (Tinbergen, 1940), isto é, modelos ARMA lineares univariados para as variáveis endógenas, o processo MARMA em (2.5) deve ser substituído em (2.7):

$$[H_{22}(L)] \vec{x}_t = -[H_{22}(L)] * [H_{12}(L)] \vec{y}_t + [H_{22}(L)] * [F_{22}(L)] \vec{u}_t$$

3 – OS MODELOS MACROECONOMÉTRICOS

São apresentados nesta Seção os modelos macroeconômicos, essencialmente monetários, cujas implicações serão testadas empiricamente. Admitindo-se de início expectativas adaptativas, duas versões são elaboradas, as quais diferem pela inclusão, ou não, de um termo de persistência para o hiato do produto na equação de oferta agregada.

A inclusão deste termo pode ser justificada, devido à possibilidade de que a oferta responda também a erros passados de previsão, isto é, uma vez fora de sua posição de equilíbrio, a economia não se ajusta instantaneamente. Em seguida, admitindo-se expectativas racionais, deriva-se um modelo simplificado, que é generalizado, posteriormente, através da inclusão de diversos polinômios no operador de defasagens nas equações estruturais.

Os modelos possuem uma estrutura neoclássica comum: equações para oferta e demanda por moeda, uma condição de equilíbrio no mercado monetário, uma equação de Fisher para a determinação da taxa de juros nominal, uma oferta agregada tipo Lucas-Sargent e uma equação para descrever o processo de formação de expectativas.

3.1 – Um modelo com expectativas adaptativas

A estrutura geral acima descrita, conjugada com a hipótese de expectativas adaptativas e sem um termo de persistência na equação de oferta agregada, tem a seguinte representação:

$$y_t - y_t^n = \gamma (p_t - p_t^*) + u_{1t} \quad (1)$$

onde

y_t = ln do produto real

y_t^n = ln do produto potencial

γ = parâmetro que mede o desvio entre as taxas de crescimento — observada e potencial — do produto real como resposta a um ponto percentual de inflação não-antecipada

p_t = ln do nível de preços

p_t^* = ln antecipado do nível de preços

u_{1t} = perturbação aleatória (choque real)

que é a equação de oferta agregada tipo Lucas—Sargent, na qual a inflação não-antecipada explica os desvios entre o produto real e sua tendência natural.

$$m_t^d = p_t + \alpha_1 y_t - \alpha_2 i_t + u_{2t}, \quad (2)$$

onde

$m_t^d = \ell_n$ da demanda nominal por moeda

α_1 = elasticidade renda da demanda por moeda; $\alpha_1 > 0$

i_t = taxa de juros nominal

$\alpha_2 i_t$ = elasticidade juros da demanda por moeda; $\alpha_2 > 0$

u_{2t} = erro aleatório,

que especifica a demanda por encaixes reais como função da renda real e da taxa nominal de juros.

$$i_t = \rho + (p_t^* - p_{t-1}) + u_{3t} \quad (3)$$

onde

ρ = taxa de juros real

$p_t^* - p_{t-1}$ = taxa

u_{3t} = erro aleatório,

que é a equação de Fisher. Trata-se de uma representação da teoria neoclássica de determinação da taxa de juros nominal, segundo a qual o componente real é determinado por fatores reais (poupança e investimento) ao passo que o prêmio inflacionário é determinado pela taxa de inflação esperada (fatores monetários).

$$m_t^s = h_t + \alpha_3 i_t + u_{4t}, \quad (4)$$

onde

$m_t^s = \ell_n$ da oferta nominal de moeda

$h_t = \ell_n$ da base monetária

α_3 = parâmetro que mede o desvio entre as taxas de crescimento, da oferta de moeda e da base monetária, devido a um aumento de um ponto percentual na taxa nominal de juros,

que descreve o processo de oferta de moeda como função da base monetária e do multiplicador monetário.

$$p_t^* = p_{t-1}^* + \beta (p_{t-1} - p_{t-1}^*), \quad (5)$$

onde

β = coeficiente de ajustamento das expectativas; $0 < \beta \leq 1$,

que descreve o mecanismo de expectativas adaptativas.

$$m_t^d = m_t^s, \quad (6)$$

que estabelece a condição de equilíbrio no mercado monetário.

Deve-se eliminar a variável não-observável da forma estrutural. De acordo com (6), pode-se igualar (2) e (4) obtendo-se uma demanda agregada no mercado de bens e serviços, cujos parâmetros são i_t e h_t . Diferenciando a equação obtida, elimina-se m_t^s e m_t^d , chegando-se à primeira equação da nova forma estrutural:

$$rp_t + \alpha_1 ry_t = (\alpha_2 + \alpha_3) \Delta i_t + rh_t - (1 - L)(u_{2t} - u_{4t}) \quad (7)$$

onde

$L \equiv$ operador de defasagens

$\Delta \equiv (1 - L)$

$rp_t \equiv \Delta p_t$ = taxa de inflação

$ry_t \equiv \Delta y_t$ = taxa de crescimento do produto real

$rh_t \equiv \Delta h_t$ = taxa de crescimento da base monetária

Resta, ainda, eliminar p_t^* em (1) e (3). Diferenciando (3) e multiplicando a equação resultante por $[1 - (1 - \beta)L]$, tem-se:

$$[1-(1-\beta)L] (1-L)i_t = [1-(1-\beta)L] (1-L) p_t^* - (1-L) [1-(1-\beta)L] L p_t + \\ + (1-L) [1-(1-\beta)L] u_{3t} \quad (8)$$

Rearrmando os termos em (5) e multiplicando por (1-L), tem-se:

$$[1-(1-\beta)L] (1-L) p_t^* = (1-L) \beta L p_t \quad (9)$$

Levando (9) em (8), elimina-se a variável não-observável p_t^* na equação da taxa de juros, obtendo-se a segunda equação da nova forma estrutural:

$$[1-(1-\beta)L] \Delta i_t = - (1-\beta) (1-L) L r p_t + (1-L) [1-(1-\beta)L] u_{3t} \quad (10)$$

Multiplicando (1) por $[1-(1-\beta)L] (1-L)$ e usando (9), fecha-se o sistema:

$$[1-(1-\beta)L] (r y_t - r y^n) = \gamma (1-L) r p_t + (1-L) [1-(1-\beta)L] u_{1t} \quad (11)$$

onde

$r y^n = \Delta y_t^n =$ taxa de crescimento do produto potencial (taxa natural de crescimento), suposta constante.

A nova forma estrutural do modelo é dada pelas equações (7), (10) e (11). Em notação matricial tem-se:

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 & 1 & -(\alpha_2 + \alpha_3) \\ [1-(1-\beta)L] & -\gamma(1-L) & 0 \\ 0 & (1-\beta)(1-L)L & [1-(1-\beta)L] \end{bmatrix} \begin{pmatrix} r y_t \\ r p_t \\ \Delta i_t \end{pmatrix} = \quad (12)$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ [1-(1-\beta)L] \\ 0 \end{pmatrix} r y^n + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} m_t + \begin{pmatrix} v_{1t} \\ v_{2t} \\ v_{3t} \end{pmatrix}$$

onde

$$v_{1t} = (1 - L) (u_{4t} - u_{2t})$$

$$v_{2t} = (1 - L) [1 - (1 - \beta) L] u_{1t}$$

$$v_{3t} = (1 - L) [1 - (1 - \beta) L] u_{3t}$$

Resolvendo (12) para ry_t , rp_t e Δi_t , chega-se às funções de transferência associadas ao modelo:

$$\left\{ \alpha_1 \gamma (1-L) [1 - (1-\beta)L] - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-L)(1-\beta)L [1 - (1-\beta)L] - [1 - (1-\beta)L]^2 \right\} ry_t = \left\{ -\gamma(1-L) [1 - (1-\beta)L] \right\} rh_t - \beta^2 ry^n +$$

$$+ \left\{ -\gamma(1-L) [1 - (1-\beta)L] \right\} v_{1t} + \left\{ -[1 - (1-\beta)L] - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-\beta)(1-L)L \right\} v_{2t} +$$

$$+ \left\{ -\gamma \right\} \quad (13)$$

$$\left\{ -\alpha_1 \gamma (1-L) - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-L)(1-\beta)L - [1 - (1-\beta)L] \right\} rp_t =$$

$$= \left\{ -[1 - (1-\beta)L] \right\} rh_t + \alpha_1 \beta ry^n + \left\{ -[1 - (1-\beta)L] \right\} v_{1t} +$$

$$+ \alpha_1 v_{2t} - (\alpha_2 + \alpha_3) v_{3t} \quad (14)$$

$$\left\{ -\alpha_1 \gamma (1-L) [1 - (1-\beta)L] - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-L)(1-\beta)L [1 - (1-\beta)L] - [1 - (1-\beta)L]^2 \right\} \Delta i_t = \left\{ (1-\beta)(1-L) [1 - (1-\beta)L] \right\} rh_t +$$

$$+ \left\{ (1-\beta)(1-L) [1 - (1-\beta)L] \right\} v_{1t} + \left\{ -\alpha_1 (1-\beta)(1-L)L \right\} v_{2t} +$$

$$+ \left\{ -\alpha_1 \gamma (1-L) - [1 - (1-\beta)L] \right\} v_{3t} \quad (15)$$

Assim sendo, as ordens dos polinômios no operador de defasagens das funções de transferência, que são implicações testáveis da forma estrutural em (12), são:

Variável	AR	MA para rh_t	MA para o erro
ry_t	3	2	4
rp_t	2	1	2
Δi_t	3	3	4

Fazendo a hipótese de que a variável exógena segue um processo ARMA independente dado por $\psi_p(L) rh_t = \theta_q(L) u_{5t}$ e multiplicando as equações (13), (14) e (15) por $\psi_p(L)$, chega-se às equações finais associadas a (12):

$$\begin{aligned} \psi_p(L) \left\{ -\alpha_1 \gamma (1-L) [1-(1-\beta)L] - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-L)(1-\beta)L [1-(1-\beta)L] - \right. \\ \left. - [1-(1-\beta)L]^2 \right\} ry_t = \left\{ -\gamma(1-L)[1-(1-\beta)L] \right\} \theta_q(L) u_{5t} - \\ - \phi_p(1) \beta^2 ry^n + \left\{ -\gamma(1-L) [1-(1-\beta)L] \right\} \psi_p(L) v_{1t} + \\ + \left\{ -[1-(1-\beta)L] - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-\beta)(1-L)L \right\} \psi_p(L) v_{2t} + \\ + \left\{ -\gamma(1-L)(\alpha_2 + \alpha_3) \right\} \psi_p(L) v_{3t} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \phi_p(L) \left\{ -\alpha_1 \gamma (1-L) - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-L)(1-\beta)L - [1-(1-\beta)L] \right\} rp_t = \\ \cdot \left\{ -[1-(1-\beta)L] \right\} \theta_q(L) u_{5t} + \psi_p(1) \alpha_1 \beta ry^n \\ + \left\{ -[1-(1-\beta)L] \right\} \psi_p(L) v_{1t} + \alpha_1 \phi_p(L) v_{2t} - (\alpha_2 + \alpha_3) \psi_p(L) v_{3t} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \psi_p(L) \left\{ -\alpha_1 \gamma (1-L) [1-(1-\beta)L] - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-L)(1-\beta)L [1-(1-\beta)L] - \right. \\ \left. - [1-(1-\beta)L]^2 \right\} \Delta i_t = \left\{ (1-\beta)(1-L)[1-(1-\beta)L] \right\} \theta_q(L) u_{5t} + \\ + \left\{ (1-\beta)(1-L)[1-(1-\beta)L] \right\} \phi_p(L) v_{1t} + \left\{ -\alpha_1(1-\beta)(1-L)L \right\} \psi_p(L) v_{2t} + \\ + \left\{ -\alpha_1 \gamma (1-L) - [1-(1-\beta)L] \right\} \phi_p(L) v_{3t} \end{aligned} \quad (18)$$

As ordens dos polinômios, por inspeção para as partes AR e aplicando-se o lema de Granger às partes MA, são:

Variável	AR	MA
ry_t	$p + 3$	$\max(q + 2; p + 4)$
rp_t	$p + 2$	$\max(q + 1; p + 2)$
Δi_t	$p + 3$	$\max(q + 3; p + 4)$
rh_t	p	q

3.2 - Um modelo com expectativas adaptativas e persistência no produto real

Desvios entre o produto observado e seu nível potencial podem não ser totalmente explicados pela inflação não-antecipada no período. Erros passados de previsão podem ter deslocado a economia de sua trajetória natural de crescimento e, como o ajustamento não se dá de forma instantânea, estes erros podem ser responsáveis por desvios correntes.

Para levar este efeito em consideração, foi introduzido um termo de persistência do hiato

$$y_t - y_t^n = \gamma (p_t - p_t^*) + k (y_{t-1} - y_{t-1}^n) + u_{1t} \quad (19)$$

onde $k \equiv$ coeficiente de persistência do hiato do produto real; $0 < k < 1$.

O sistema

terior.

A demanda agregada no mercado de bens e serviços e a equação da taxas de juros são obtidas exatamente como na seção anterior (vide equações (7) e (10)).

Expressando p_t^* como função de rp_t em (5), multiplicando a equação resultante por γ e eliminando p_t^* na equação (19) após multiplicá-la por $[1 - (1-\beta)L]$, obtém-se uma oferta agregada em função apenas das variáveis observáveis:

$$\begin{aligned} & (1-kL) [1-(1-\beta)L] ry_t - (1-k) [1-(1-\beta)L] ry^n = \\ & = \gamma [1-(1-\beta)L] rp_t - \gamma \beta L rp_t + (1-L) [1-(1-\beta)L] u_{1t} \end{aligned} \quad (20)$$

Diferenciando o sistema formado pelas equações (7), (10) e (20) e resolvendo, para ry_t , rp_t e Δi_t , as funções de transferência associadas ao modelo são obtidas:

$$\begin{aligned} & \left\{ - (1-kL) [1-(1-\beta)L]^2 + (\alpha_2 + \alpha_3) \left\{ \beta L - L [1-(1-\beta)L] \right\} \right. \\ & \left. [1-(1-\beta)L] (1-kL) - \alpha_1 \gamma (1-L) [1-(1-\beta)L] \right\} ry_t = \\ & = \left\{ -\gamma (1-L) \{1-(1-\beta)L\} \right\} rh_t - \beta^2 (1-k) ry^n - \\ & - \gamma (1-L) [1-(1-\beta)L] v_{1t} - \left\{ [1-(1-\beta)L] - (\alpha_2 + \alpha_3) \right. \\ & \left. \{ \beta L - L [1-(1-\beta)L] \} \right\} v_{2t} + \gamma (\alpha_2 + \alpha_3) (1-L) v_{3t} \end{aligned} \quad (21)$$

$$\left\{ - (1-kL) [1-(1-\beta)L] + (\alpha_2 + \alpha_3) \left\{ \beta L - L [1-(1-\beta)L] \right\} (1-kL) - \right. \\ \left. - \alpha_1 \gamma (1-L) \right\} r p_t = \left\{ - (1-kL) [1-(1-\beta)L] \right\} r h_t + (1-k) \alpha_1 \beta r y^n + \\ + \left\{ - (1-kL) [1-(1-\beta)L] \right\} v_{1t} + \alpha_1 v_{2t} + \left\{ (\alpha_2 + \alpha_3) (1-kL) \right\} v_{3t} \quad (22)$$

$$\left\{ - (1-kL) [1-(1-\beta)L]^2 + (\alpha_2 + \alpha_3) \left\{ \beta L - L [1-(1-\beta)L] \right\} [1-(1-\beta)L] \right. \\ \left. + (1-kL) - \alpha_1 \gamma (1-L) [1-(1-\beta)L] \right\} \Delta i_t = \left\{ - (1-kL) [1-(1-\beta)L] \right\} \\ \left\{ \beta L - L [1-(1-\beta)L] \right\} r h_t + \left\{ - (1-kL) [1-(1-\beta)L] \right\} \\ \left\{ \beta L - L [1-(1-\beta)L] \right\} v_{1t} + \left\{ \alpha_1 \left\{ \beta L - L [1-(1-\beta)L] \right\} \right\} v_{2t} + \\ + \left\{ \alpha_1 \gamma (1-L) + (1-kL) [1-(1-\beta)L] \right\} v_{3t} \quad (23)$$

A forma estrutural do modelo com persistência no hiato do produto real tem como implicações as seguintes ordens para os polinômios de suas funções de transferência:

Variável	AR	MA para rh_t	MA para o erro
ry_t	4	2	4
rp_t	3	2	3
Δi_t	4	4	5

Supondo que a variável rh_t é puramente exógena, pode-se representá-la pelo processo ${}_{\rho}rh_t = \theta_q(L) u_{5t}$. Para se chegar às equações finais a partir das funções de transferência acima, deve-se multiplicar (21), (22) e (23) por ${}_{\rho}(L)$ e substituir o processo estocástico da taxa de crescimento da base monetária nas equações resultantes.

Os graus dos polinômios no operador de defasagens resultantes deste processo são os seguintes:

Variável	AR	MA
ry_t	$p + 4$	$\max(2 + q; 2 + p)$
rp_t	$p + 3$	$\max(2 + q; 2 + p)$
Δi_t	$p + 4$	$\max(4 + q; 4 + p)$
rh_t	p	q

3.3 - Um modelo com expectativas racionais e persistência no produto real

Este modelo mantém a idéia da persistência no hiato do produto real e introduz a hipótese de expectativas racionais. A estrutura reproduz a da seção anterior, i.e., equações (2), (3), (4), (6) e (19), acrescentando-se a equação que descreve o processo de formação de expectativas:

$$p_t^* = E_t(p_t | \Omega_t) \quad (24)$$

onde:

$E_t \equiv$ operador de expectativas condicionadas no período t

$\Omega_t \equiv$ conjunto de informações no período t .

Em primeiro lugar deve-se eliminar a variável não-observável mas, neste caso, é necessário resolver o sistema para p_t como função das variáveis pré-determinadas e dos erros. Igualando (2) e (4) de acordo com a condição de equilíbrio no mercado monetário dada por (6), e usando (3) para eliminar i_t , deriva-se uma demanda agregada no mercado de bens e serviços.

$$p_t + \alpha_1 y_t - (\alpha_2 + \alpha_3) [\rho + E_t(p_t - p_{t-1}) + u_{3t}] = h_t + (u_{4t} - u_{2t}) \quad (25)$$

Multiplicando-se (25) por $(1-kL)$ e substituindo-se $(1-kL)y_t$ por sua expressão obtida de (19), chega-se à solução para p_t :

$$\begin{aligned} p_t \left\{ (1+\alpha_1\gamma) \left[1 + \left(\frac{\alpha_2+\alpha_3-k}{1+\alpha_1\gamma} \right) L - \left(\frac{(\alpha_2+\alpha_3)k}{1+\alpha_1\gamma} \right) L^2 \right] \right\} &= (1-kL)h_t - \\ &- \alpha_1(1-kL)y_t^n + (\alpha_2+\alpha_3)(1-k)\rho - \alpha_1 u_{1t} + (\alpha_2+\alpha_3)(1-kL)u_{3t} + \\ &+ (1-kL)(u_{4t} - u_{2t}) + [\alpha_1\gamma + (\alpha_2+\alpha_3)(1-kL)]p_t^* \Rightarrow \\ \Rightarrow p_t &= \left\{ (1+\alpha_1\gamma) [(1-\psi_1L)(1-\psi_2L)] \right\}^{-1} \left\{ (1-kL)h_t - \alpha_1(1-kL)y_t^n + \right. \\ &+ (\alpha_2+\alpha_3)(1-k)\rho - \alpha_1 u_{1t} + (\alpha_2+\alpha_3)(1-kL)u_{3t} + (1-kL)(u_{4t} - u_{2t}) + \\ &+ [\alpha_1\gamma + (\end{aligned} \quad (26)$$

onde:

$$\psi_1 \psi_2 = - \frac{(\alpha_2 + \alpha_3)k}{1 + \alpha_1 \gamma}$$

$$\psi_1 + \psi_2 = - \frac{(\alpha_2 + \alpha_3 - k)}{1 + \alpha_1 \gamma}$$

Se $\psi_1 \neq \psi_2$, (26) pode ser escrita da seguinte forma:

$$p_t = (1 + \alpha_1 \gamma)^{-1} \left\{ \frac{\psi_1}{\psi_1 - \psi_2} (1 - \psi_1 L)^{-1} - \frac{\psi_2}{\psi_1 - \psi_2} (1 - \psi_2 L)^{-1} \right\}$$

$$\left\{ (1 - kL)h_t - \alpha_1 (1 - kL)y_t^n + (\alpha_2 + \alpha_3)(1 - k)\rho - \alpha_1 u_{1t} + \right. \\ \left. + (\alpha_2 + \alpha_3)(1 - kL)u_{3t} + (1 - kL)(u_{4t} - u_{2t}) + \right.$$

$$\left. + [\alpha_1 \gamma + (\alpha_2 + \alpha_3)(1 - kL)] p_t^* \right\} = (1 + \alpha_1 \gamma)^{-1} \left\{ \frac{\psi_1}{\psi_1 - \psi_2} (1 - kL) \sum_{j=0}^{\infty} \psi_1^j L^j h_t - \right. \\ - \frac{\psi_2}{\psi_1 - \psi_2} (1 - kL) \sum_{j=0}^{\infty} \psi_2^j L^j h_t - \alpha_1 (1 - kL) \left(\frac{\psi_1}{\psi_1 - \psi_2} \sum_{j=0}^{\infty} \psi_1^j L^j y_t^n - \right. \\ - \frac{\psi_2}{\psi_1 - \psi_2} \sum_{j=0}^{\infty} \psi_2^j L^j y_t^n \Big) + \frac{(\alpha_2 + \alpha_3)(1 - k)}{(1 - \psi_1)(1 - \psi_2)} \rho - \alpha_1 \left(\frac{\psi_1}{\psi_1 - \psi_2} \sum_{j=0}^{\infty} \psi_1^j L^j u_{1t} - \right. \\ - \frac{\psi_2}{\psi_1 - \psi_2} \sum_{j=0}^{\infty} \psi_2^j L^j u_{1t} \Big) + (\alpha_2 + \alpha_3)(1 - kL) \left(\frac{\psi_1}{\psi_1 - \psi_2} \sum_{j=0}^{\infty} \psi_1^j L^j u_{3t} - \right. \\ - \frac{\psi_2}{\psi_1 - \psi_2} \sum_{j=0}^{\infty} \psi_2^j L^j u_{3t} \Big) + (1 - kL) \left(\frac{\psi_1}{\psi_1 - \psi_2} \sum_{j=0}^{\infty} \psi_1^j L^j u_{4t} - \right. \\ \left. - \frac{\psi_2}{\psi_1 - \psi_2} \sum_{j=0}^{\infty} \psi_2^j L^j u_{4t} \right) - (1 - kL) \left(\frac{\psi_1}{\psi_1 - \psi_2} \sum_{j=0}^{\infty} \psi_1^j L^j u_{2t} - \right.$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{\psi_2}{\psi_1 - \psi_2} \sum_{j=0}^{\infty} \psi_2^j L^j u_{2t} \Big) + [\alpha_1 \gamma + (\alpha_1 + \alpha_3)(1 - kL)] \\
& \left(\frac{\psi_1}{\psi_1 - \psi_2} \sum_{j=0}^{\infty} \psi_1^j L^j p_t^* - \frac{\psi_2}{\psi_1 - \psi_2} \sum_{j=0}^{\infty} \psi_2^j L^j p_t^* \right) \quad (27)
\end{aligned}$$

Aplicando-se o operador de expectativas, considerando y_t^n como não estocástico, e representando h_t pelo processo $\phi_p(L) h_t = \theta_q(L) \epsilon_t$ ou $[1 + \psi'_p(L)] h_t = [1 + \theta'_q(L)] \epsilon_t$, onde $\psi'_p(L)$ e $\theta'_q(L)$ são as partes homogêneas do processo ARMA que gera h_t , a equação (27) passa a ter a seguinte representação:

$$\begin{aligned}
E_t p_t = (1 + \alpha_1 \gamma)^{-1} & \left\{ \left[\frac{\psi_1}{\psi_1 - \psi_2} \left(-\psi'_p(L) h_t + \theta'_q(L) \epsilon_t + \sum_{j=1}^{\infty} \psi_1^j h_{t-j} - \right. \right. \right. \\
& \left. \left. - k \sum_{j=0}^{\infty} \psi_1^j h_{t-1-j} \right) - \frac{\psi_2}{\psi_1 - \psi_2} \left(-\psi'_p(L) h_t + \theta'_q(L) \epsilon_t + \right. \right. \\
& \left. \left. + \sum_{j=1}^{\infty} \psi_2^j h_{t-j} - k \sum_{j=0}^{\infty} \psi_2^j h_{t-1-j} \right) \right] - \alpha_1 (1 - kL) \left(\frac{\psi_1}{\psi_1 - \psi_2} \sum_{j=0}^{\infty} \psi_1^j y_{t-j}^n - \right. \\
& \left. - \frac{\psi_2}{\psi_1 - \psi_2} \sum_{j=0}^{\infty} \psi_2^j y_{t-j}^n \right) + \frac{(\alpha_2 + \alpha_3)(1 - k)}{(1 - \psi_1)(1 - \psi_2)} \rho - \alpha_1 \left(\frac{\psi_1}{\psi_1 - \psi_2} \sum_{j=1}^{\infty} \psi_1^j u_{1t-j} - \right. \\
& \left. - \frac{\psi_2}{\psi_1 - \psi_2} \sum_{j=1}^{\infty} \psi_2^j u_{1t-j} \right) + (\alpha_2 + \alpha_3) \left[\frac{\psi_1}{\psi_1 - \psi_2} \left(\sum_{j=1}^{\infty} \psi_1^j u_{3t-j} - \right. \right. \\
& \left. \left. - k \sum_{j=0}^{\infty} \psi_1^j u_{3t-1-j} \right) - \frac{\psi_2}{\psi_1 - \psi_2} \left(\sum_{j=1}^{\infty} \psi_2^j u_{3t-j} - k \sum_{j=0}^{\infty} \psi_2^j u_{3t-1-j} \right) \right] + \\
& \left. + \left[\frac{\psi_1}{\psi_1 - \psi_2} \left(\sum_{j=1}^{\infty} \psi_1^j u_{4t-j} - k \sum_{j=0}^{\infty} \psi_1^j u_{4t-1-j} \right) - \frac{\psi_2}{\psi_1 - \psi_2} \left(\sum_{j=1}^{\infty} \psi_2^j u_{4t-j} - \right. \right. \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - k \sum_{j=0}^{\infty} \psi_2^j u_{4t-1-j} \Bigg] - \left[\frac{\psi_1}{\psi_1 - \psi_2} \left(\sum_{j=1}^{\infty} \psi_1^j u_{2t-j} - k \sum_{j=0}^{\infty} \psi_1^j u_{2t-1-j} \right) - \right. \\
& \left. - \frac{\psi_2}{\psi_1 - \psi_2} \left(\sum_{j=1}^{\infty} \psi_2^j u_{2t-j} - k \sum_{j=0}^{\infty} \psi_2^j u_{2t-1-j} \right) \right] + \\
& + [\alpha_1 \gamma + (\alpha_2 + \alpha_3)(1 - kL)] \left(\frac{\psi_1}{\psi_1 - \psi_2} \sum_{j=0}^{\infty} \psi_1^j E_{t-j} p_{t-j} - \right. \\
& \left. - \frac{\psi_2}{\psi_1 - \psi_2} \sum_{j=0}^{\infty} \psi_2^j E_{t-j} p_{t-j} \right) \Bigg\} \quad (28)
\end{aligned}$$

Somando e subtraindo h_t , y_t^n , ϵ_t , u_{1t} , u_{2t} , u_{3t} e u_{4t} ao lado direito de (28) com o objetivo de substituir as representações de soma infinita por polinômios racionais e multiplicando a expressão resultante por

$$(1 - \psi_1 L)(1 - \psi_2 L)(1 + \alpha_1 \gamma),$$

tem-se:

$$\begin{aligned}
& [(1 - \psi_1 L)(1 - \psi_2 L) - \alpha_1 \gamma - (\alpha_2 + \alpha_3)(1 - kL)](1 + \alpha_1 \gamma) E_t p_t = \\
& = \left\{ (1 - \psi_1 L)(1 - \psi_2 L)(-\epsilon_t) + (1 - kL)h_t - \alpha_1(1 - kL)y_t^n + (\alpha_2 + \alpha_3)(1 - k)\rho + \right. \\
& + \alpha_1 [(1 - \psi_1 L)(1 - \psi_2 L) - 1]u_{1t} - (\alpha_2 + \alpha_3) [(1 - \psi_1 L)(1 - \psi_2 L) - \\
& - (1 - kL)]u_{3t} - [(1 - \psi_1 L)(1 - \psi_2 L) - (1 - kL)]u_{4t} + \\
& \left. + [(1 - \psi_1 L)(1 - \psi_2 L) - (1 - kL)]u_{2t} \right\} \quad (29)
\end{aligned}$$

Para que a nova forma estrutural seja obtida, deve-se eliminar a variável não-observável $E_t p_t$. Multiplicando a equação de oferta agregada, (19), por

$$\left\{ (1 - \psi_1 L)(1 - \psi_2 L) - \alpha_1 \gamma - (\alpha_2 + \alpha_3)(1 - kL) \right\} (1 + \alpha_1 \gamma)$$

e substituindo (29) na expressão resultante, tem-se:

$$\begin{aligned}
& \left\{ (1-\psi) \right. \\
& = -\gamma(1-kL)h_t + \left\{ \alpha_1\gamma(1-kL) + (1-kL)(1+\alpha_1\gamma)[(1-\psi) \right. \\
& \quad \left. - \alpha_1\gamma - (\alpha_2+\alpha_3)(1-kL)] \right\} y_t^n - \gamma(\alpha_2+\alpha_3)(1-k) \rho + \gamma(1-\psi_1L)(1-\psi) \\
& \quad + [(1-\psi) \\
& \quad - \gamma[(1-\psi_1L)(1-\psi) \\
& \quad - (1-kL)] u_{3t} + \gamma[(1-\psi_1L)(1-\psi_2L) - (1-kL)] u_{4t}
\end{aligned} \tag{30}$$

Multiplicando-se agora a equação da taxa de juros, (3), por

$$\left\{ (1-\psi_1L)(1-\psi_2L) - \alpha_1\gamma - (\alpha_2+\alpha_3)(1-kL) \right\} (1+\alpha_1\gamma)$$

e substituindo-se, mais uma vez, (29) no resultado obtido, vem:

$$\begin{aligned}
& \left\{ (1-\psi_1L)(1-\psi) \right. \\
& = \left\{ (1+\alpha_1\gamma)(1-\psi) \right. \\
& \quad + (1-kL)h_t - \alpha_1(1-kL)y_t^n + \alpha_1[(1-\psi) \\
& \quad + [(1-\psi) \\
& \quad - (1-kL)] u_{3t} - [(1-\psi_1L)(1-\psi_2L) - (1-kL)] u_{4t}
\end{aligned} \tag{31}$$

Após a eliminação da variável não-observável, completa-se a nova forma estrutural com a equação da demanda agregada:

$$p_t + \alpha_1 y_t = (\alpha_2 + \alpha_3) i_t + h_t + (u_{4t} - u_{2t}) \tag{32}$$

Diferenciando o sistema de equações (30), (31) e (32) e resolvendo para ry_t , rp_t e Δi_t , chega-se às funções de transferência do modelo:

$$\begin{aligned}
& [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \alpha_1 \gamma - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)](1+\alpha_1 \gamma)[(1-kL) + \\
& + \alpha_1 \gamma + (1-kL)L(\alpha_2 + \alpha_3)] r v_t = \left\{ [1 + (\alpha_2 + \alpha_3)L] [-\gamma(1-kL)] + \right. \\
& + \gamma[(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \gamma\alpha_1 - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL) \\
& + (1-kL)\gamma(\alpha_2 + \alpha_3)] \left. \right\} r h_t + \left\{ \gamma\alpha_1(1-kL) + (1-kL)[(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \right. \\
& - \gamma\alpha_1 - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)](1+\alpha_1 \gamma)[1 + (\alpha_2 + \alpha_3)L] + \\
& + \gamma(\alpha_2 + \alpha_3)[- \alpha_1(1-kL)] \left. \right\} r v^n + [1 + (\alpha_2 + \alpha_3)L] v_{1t} \\
& + \gamma[(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \gamma\alpha_1 - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)](1+\alpha_1 \gamma) v_{2t} + \\
& + \gamma(\alpha_2 + \alpha_3) v_{3t} \tag{33}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \gamma\alpha_1 - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)](1+\alpha_1 \gamma)[(1-kL) + \\
& + \gamma\alpha_1 + (1-kL)L(\alpha_2 + \alpha_3)] r p_t = \left\{ \gamma\alpha_1(1-kL) + [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \right. \\
& - \gamma\alpha_1 - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)](1+\alpha_1 \gamma)(1-kL) + (1-kL)^2(\alpha_2 + \alpha_3) \left. \right\} r h_t - \\
& - \left\{ \alpha_1 \left\{ \alpha_1 \gamma(1-kL) + (1-kL)[(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \alpha_1 \gamma - \right. \right. \\
& - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)](1+\alpha_1 \gamma) \left. \right\} + \alpha_1(1-kL)(1-kL)(\alpha_2 + \alpha_3) \left. \right\} r v^n - \\
& - \alpha_1 v_{1t} + [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \gamma\alpha_1 - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)](1+\alpha_1 \gamma)(1-kL) v_{2t} + \\
& + (1-kL)(\alpha_2 + \alpha_3) v_{3t} \tag{34}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \gamma\alpha_1 - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)](1+\alpha_1 \gamma)[(1-kL) + \gamma\alpha_1 + \\
& + (1-kL)L(\alpha_2 + \alpha_3)] \Delta i_t = \left\{ -\alpha_1 \gamma(1-kL)L - [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \right. \\
& - \gamma\alpha_1 - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)](1+\alpha_1 \gamma)(1-kL)L + (1-kL)[\alpha_1 \gamma + (1-kL)] \left. \right\} r h_t + \\
& + \left\{ \alpha_1^2 \gamma(1-kL) + (1-kL)[(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \alpha_1 \gamma - \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \dots (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL) \cdot (1+\alpha_1\gamma) \alpha_1 - \alpha_1(1-kL)[(1-kL) + \gamma\alpha_1] \} ry^n + \\
& + \alpha_1 L v_{1t} - (1-kL)L [(1-\psi_1L)(1-\psi_2L) - \gamma\alpha_1 - \\
& - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL) \cdot (1+\alpha_1\gamma) v_{2t} + [(1-kL) + \alpha_1\gamma] v_{3t} \quad (35)
\end{aligned}$$

As ordens dos polinômios nas funções de transferências são:

Variável	AR	MA para rh_t	MA para o erro
ry_t	4	2	4
rp_t	4	3	4
Δi_t	4	4	5

Para se passar às equações finais, deve-se substituir o processo estocástico independente da variável rh_t ,

$$\mu_{p-1}(L) rh_t = \theta_q(L) \epsilon_t \quad (1),$$

nas funções de transferência.

As ordens esperadas para as equações finais são:

Variável	AR	MA
ry_t	$3 + p$	$\max(2+q; 3+p)$
rp_t	$3 + p$	$\max(3+q; 3+p)$
Δi_t	$3 + p$	$\max(4+q; 4+p)$
rh_t	$p - 1$	q

(1)

Admitindo-se que a estacionariedade da série do logaritmo da base monetária em termos nominais seja alcançada na d -ésima diferença, pode-se escrever

$$\lambda_{p-d}(L)(1-L)^d h_t = \theta_q(L) \epsilon_t.$$

Tem-se, pois, que

$$\phi_p(L) = \lambda_{p-d}(L)(1-L)^d$$

e que

$$\mu_{p-1}(L) = \lambda_{p-d}(L)(1-L)^{d-1}$$

3.4 — Um modelo generalizado com expectativas racionais

Nesta seção, vários polinômios no operador de defasagens são introduzidos no modelo neoclássico até então considerado, com o objetivo de levar em consideração a possibilidade de estruturas de defasagens mais complexas no processo de oferta monetária, nos ajustamentos da demanda por moeda e na resposta da atividade econômica à inflação não-antecipada. A esta nova estrutura incluímos as equações (3), (6) e (24).

$$\phi_1(L)(y_t - y_t^n) = \gamma(p_t - p_t^*) + u_{1t} \quad (36)$$

$$\phi_2(L)(m_t^d - p_t) = \alpha_1 \psi_3(L)y_t - \alpha_2 \psi_4(L)i_t + u_{2t} \quad (37)$$

$$\phi_5(L)m_t^s = \psi_6(L)h_t + \alpha_3 \psi_7(L) + u_{4t} \quad (38)$$

A solução para p_t é obtida quando se iguala (37) e (38), de acordo com (6), e se substitui a expressão de i_t , dada por (3), na equação resultante:

$$\begin{aligned} p_t [L(\alpha_2 \phi_4(L) + \alpha_3 \phi_2(L) \psi_5^{-1}(L) \psi_7(L)) + \psi_2(L) + \alpha_1 \gamma \psi_1^{-1}(L) \psi_3(L)] = \\ = [\psi_2(L) \psi_5^{-1}(L) \psi_6(L)] h_t + [\alpha_2 \phi_4(L) + \alpha_3 \psi_2(L) \phi_5^{-1}(L) \psi_7(L)] p + \\ + [\alpha_1 \gamma \psi_1^{-1}(L) \phi_3(L) + \alpha_2 \psi_4(L) + \alpha_3 \psi_2(L) \psi_5^{-1}(L) \psi_7(L)] p_t^* + \\ + [\alpha_2 \phi_4(L) + \alpha_3 \psi_2(L) \psi_5^{-1}(L) \psi_7(L)] u_{3t} + \psi_2(L) \psi_5^{-1}(L) u_{4t} - \\ - \alpha_1 \phi_3(L) y_t^n - \alpha_1 \psi_3(L) \phi_1^{-1}(L) u_{1t} - u_{2t} \end{aligned} \quad (39)$$

Com o intuito de simplificar a álgebra sem incorrer, no entanto, em perda de generalidade, (2) supõe-se que $\psi_2, \psi_4, \psi_5, \psi_6, \psi_7, \alpha_1$ e α_2 sejam parâmetros constantes e que $\psi_1(L) \propto \psi_3(L)$. Assim sendo, a equação (39) pode ser reescrita da seguinte maneira:

(2)

De acordo com Quenouille, as variáveis endógenas nas equações finais possuem polinômios autoregressivos idênticos. Desta forma, ry_t , rp_t e Δi_t comportam-se de maneira análoga durante os ciclos econômicos. Como ficará claro mais adiante, quando da obtenção das ordens esperadas para as funções de transferência e equações finais, qualquer que seja o grau dos polinômios AR verificado empiricamente, este pode ser explicado por uma ordem de $\psi_1(L)$ suficientemente alta.

$$(\beta_0 - \psi L)p_t = \beta_1 h_t + \beta_2 + \beta_3 p_t^* + \beta_4 u_{3t} + \beta_5 u_{4t} - \beta_6(L)y_t^n - \beta_7 u_{1t} - u_{2t} \quad (40)$$

onde

$$\beta_0 \equiv [r_2 + \alpha_1 \gamma_1^{-1} (L) \psi_3 (L)],$$

$$\psi \equiv -(\alpha_2 r_4 + \alpha_3 \psi_2 \psi_5^{-1} \psi_7)$$

$$\beta_1 \equiv r_2^{-1} \psi_6$$

$$\beta_2 \equiv -\psi \rho$$

$$\beta_3 \equiv (\alpha_1 \gamma_1^{-1} (L) \psi_3 (L) + \alpha_2 \phi_4 + \alpha_3 \psi_2 \psi_5^{-1} \psi_7)$$

$$\beta_4 \equiv -\psi$$

$$\beta_5 \equiv \psi_2 \psi_5^{-1}$$

$$\beta_6(L) \equiv \alpha_1 r_3 (L)$$

$$\beta_7 \equiv \alpha_1 \gamma_1^{-1} (L) r_3 (L)$$

Supondo que a trajetória de p_t satisfaça a condição de estabilidade, isto é, $|\psi| < 1$, tem-se a seguinte representação para (40):

$$\begin{aligned} p_t = & \beta_0^{-1} \left[\beta \sum_{j=0}^{\infty} (\psi/\beta_0)^j h_{t-j} + \beta_2 [1 - (\psi/\beta_0)] + \beta_3 \sum_{j=0}^{\infty} (\psi/\beta_0)^j p_{t-j}^* + \right. \\ & + \beta_4 \sum_{j=0}^{\infty} (\psi/\beta_0)^j u_{3t-j} + \beta_5 \sum_{j=0}^{\infty} (\psi/\beta_0)^j u_{4t-j} - \beta_6(L) \sum_{j=0}^{\infty} (\psi/\beta_0)^j y_{t-j}^n - \\ & \left. - \beta_7 \sum_{j=0}^{\infty} (\psi/\beta_0)^j u_{1t-j} - \sum_{j=0}^{\infty} (\psi/\beta_0)^j u_{2t-j} \right] \quad (41) \end{aligned}$$

Aplicando-se o operador de expectativas, considerando y_t^n como não estocástico e representando h_t pelo processo $\phi_p(L) h_t = \theta_q(L) \epsilon_t$, ou $[1 + \phi_p'(L)] h_t = [1 + \theta_q'(L)] \epsilon_t$, onde $\phi_p'(L)$ e $\theta_q'(L)$ são as partes homo-

gêneas do processo ARMA que gera h_t , tem-se:

$$\begin{aligned}
 E_t p_t = & \beta_0^{-1} \left\{ \beta_1 \sum_{j=1}^{\infty} \left(\frac{\psi}{\beta_0} \right)^j y_{t-j}^n - \right. \\
 & + \beta_2 \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{\psi}{\beta_0} \right)^j y_{t-j}^n - \\
 & + \beta_5 \sum_{j=1}^{\infty} \left(\frac{\psi}{\beta_0} \right)^j u_{1t-j} - \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{\psi}{\beta_0} \right)^j y_{t-j}^n - \\
 & \left. - \beta_7 \sum_{j=1}^{\infty} \left(\frac{\psi}{\beta_0} \right)^j u_{1t-j} - \sum_{j=1}^{\infty} \left(\frac{\psi}{\beta_0} \right)^j u_{1t-j} \right\} \quad (42)
 \end{aligned}$$

Somando e subtraindo h_t , y_t^n , ϵ_t , u_{1t} , u_{2t} , u_{3t} e u_{4t} ao lado direito de (42) com o objetivo de substituir as representações de soma infinita por polinômios racionais, multiplicando a expressão resultante por $(\beta_0 - \psi L)$ e coletando os termos comuns, tem-se:

$$\begin{aligned}
 [(\beta_0 - \beta_3) - \psi L] E_t p_t = & \beta_1 h_t - \beta_1 [1 - (\psi/\beta_0) \\
 & + \beta_5 (\psi/\beta_0) L] u_{4t} - \beta_6 (L) y_t^n - \beta_7 (\psi/\beta_0) L u_{1t} - (\psi/\beta_0)
 \end{aligned} \quad (43)$$

A nova forma estrutural para y_t , p_t e i_t pode ser obtida eliminando-se a variável não-observável $E_t p_t$ no sistema inicial. Multiplicando-se (36) por $[(\beta_0 - \beta_3) - \psi L]$, oferta agregada como função, apenas, das variáveis observáveis:

$$\begin{aligned}
 \phi_1(L) [(\beta_0 - \beta_3) - \psi L] \\
 = & -\gamma \beta_1 h_t + \left\{ \gamma \beta_6 (L) + \phi_1(L) [(\beta_0 - \beta_3) - \psi L] \right\} \\
 & + \gamma \beta_1 [1 - (\psi/\beta_0)] \\
 & + [(\beta_0 - \beta_3) - \psi L + \gamma \beta_7 (\psi/\beta_0) L] u_{1t} + \gamma (\psi
 \end{aligned} \quad (44)$$

Multiplicando-se (37) por ψ_5 e (38) por ψ_2 e igualando-se as expressões obtidas, chega-se à equação da demanda agregada:

$$\begin{aligned} \phi_2 \phi_5 p_t + \alpha_1 \psi_3 (L) \psi_5 y_t - (\alpha_2 \psi_4 \psi_5 + \alpha_3 \psi_2 \psi_7) i_t = \\ = \phi_2 \phi_6 h_t + (\phi_2 u_{4t} - \psi_5 u_{2t}) \end{aligned} \quad (45)$$

Multiplicando (3) por $[(\beta_0 - \beta_3) - 1]$ resultado, obtém-se a equação para a taxa nominal de juros, em função apenas das variáveis observáveis:

$$\begin{aligned} [(\beta_0 - \beta_3) - 1] \\ + \beta_2 - \beta_6 (L) y_t^n + \left\{ [(\beta_0 - \beta_3) - 1] \right. \\ \left. - \beta_7 (1) \right\} \end{aligned} \quad (46)$$

As equações (44), (45) e (46) descrevem a forma estrutural do modelo após a eliminação da variável não-observável $E_t p_t$.

Diferenciando este sistema e resolvendo para ry_t , rp_t e Δi_t , obtêm-se as funções de transferência do modelo:

$$\begin{aligned} [(\beta_0 - \beta_3) - 1] \\ = \left\{ -\gamma \beta_1 [\psi_2 \right. \\ \left. + \gamma \right. \\ \left. (\alpha_2 \psi_5 + \alpha_2 \psi_4 \psi_5 \right. \\ \left. + [\psi_2 \psi_5 + (\alpha_2 \phi_4 \psi_5 + \alpha_3 \psi_2 \psi_7) \right. \\ \left. + \gamma (\alpha_2 \psi_4 \psi_5 + \alpha_3 \psi_2 \psi_7) \psi_3 t \right\} \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} [(\beta_0 - \beta_3) - 1] \psi L [\phi_1 \\ = \left\{ \alpha_1 \psi_3 (L) \right. \\ \left. + \alpha_3 \phi_2 \psi_7 \right\} m_t - \left\{ \alpha_1 \psi_3 (1) \psi_5 [\gamma \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \beta_6 (1) \gamma^n \varphi_1(1) (\alpha_2 \varphi_4 \varphi_5 + \alpha_3 \varphi_2 \varphi_7) \} - \alpha_1 \varphi_3(L) \varphi_5 v_{1t} + \\
& + [(\beta_0 - \beta_3) - \psi L] \varphi_1(L) v_{2t} + \varphi_1(L) (\alpha_2 \varphi_4 \varphi_5 + \alpha_3 \varphi_2 \varphi_7) v_{3t} \quad (48)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& [(\beta_0 - \beta_3) - \psi L] [\varphi_1(L) \varphi_2 \varphi_5 + \alpha_1 \gamma \varphi_3(L) \varphi_5 + \varphi_1(L) (\alpha_2 \varphi_4 \varphi_5 + \\
& + \alpha_3 \varphi_2 \varphi_7) L] \Delta i_t = \left\{ \beta_1 [\varphi_1(L) \varphi_2 \varphi_5 + \gamma \alpha_1 \varphi_3(L) \varphi_5] - \alpha_1 \gamma \beta_1 \varphi_3(L) \varphi_5 L - \right. \\
& - \varphi_1(L) \varphi_2 \varphi_6 [(\beta_0 - \beta_3) - \psi L] L \left. \right\} rh_t + \left\{ [\gamma \beta_6 (1) + \varphi_1(1) (\beta_0 - \beta_3 - \psi)] \gamma^n \alpha_1 \varphi_3(L) \right. \\
& \left. \varphi_5 L - \beta_6 (1) \gamma^n [\varphi_1(1) \varphi_2 \varphi_5 + \gamma \alpha_1 \varphi_3(1) \varphi_5] \right\} + \alpha_1 \varphi_3(L) \varphi_5 L v_{1t} - \\
& - \varphi_1(L) [(\beta_0 - \beta_3) - \psi L] L v_{2t} + [\varphi_1(L) \varphi_2 \varphi_5 + \gamma \alpha_1 \varphi_3(L) \varphi_5] v_{3t} \quad (49)
\end{aligned}$$

A forma estrutural do modelo tem como implicações as seguintes ordens para os polinômios das funções de transferência:

Variável	AR	MA para rh_t	MA para os erros
ry_t	$2 + \text{ORD } \varphi_1(L)$	1	3
rp_t	$2 + \text{ORD } \varphi_1(L)$	$1 + \text{ORD } \varphi_1(L)$	$2 + \text{ORD } \varphi_1(L)$
Δi_t	$2 + \text{ORD } \varphi_1(L)$	$2 + \text{ORD } \varphi_1(L)$	$3 + \text{ORD } \varphi_1(L)$

Com base na hipótese de que o logaritmo da base monetária em termos nominais é não estacionário, o processo ARMA $\varphi_p(L)h_t = \theta_q(L)\epsilon_t$ pode ser representado por $\varphi_{p-1}(L)(1-L)h_t = \theta_q(L)\epsilon_t$. Multiplicando (47), (48) e (49) por $\varphi_{p-1}(L)$ e substituindo-se em cada uma destas equações o processo estocástico da variável exógena, chega-se às equações finais do modelo.

As ordens esperadas para as equações finais são:

Variável	AR	MA
ry_t	$p + 1 + \text{ORD } \varphi_1(L)$	$\max(q+1; p+2)$
rp_t	$p + 1 + \text{ORD } \varphi_1(L)$	$\max[q+1 + \text{ORD } \varphi_1(L); p+1 + \text{ORD } \varphi_1(L)]$
Δi_t	$p + 1 + \text{ORD } \varphi_1(L)$	$\max[q+2 + \text{ORD } \varphi_1(L); p+2 + \text{ORD } \varphi_1(L)]$
rh_t	$p - 1$	q

4. — ANÁLISE EMPÍRICA DAS EQUAÇÕES FINAIS E DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA

As formas estruturais dos modelos monetários desenvolvidos na seção 3 têm como implicações testáveis as ordens das funções de transferência e modelos ARMA para produto real, taxa de juros e inflação. Nesta seção aplicam-se aos dados brasileiros as técnicas de identificação e estimação sugeridas por Box e Jenkins, com o objetivo de identificar os modelos cujas implicações são compatíveis com as informações contidas nos dados e, conseqüentemente, as hipóteses econômicas que não são rejeitadas pela evidência empírica no Brasil.

A análise foi desenvolvida em bases mensais (1975—80) e trimestrais (1971—80) para as equações finais e, também, em bases semestrais (1975—80, 72 observações, considerando-se o semestre que termina a cada mês) para as funções de transferência.

A produção industrial foi considerada como “proxy” para o produto real, e entre as diversas alternativas de taxas de juros, foram utilizadas as taxas de juros das financeiras (crédito ao consumidor) que representam o segmento mais livre de um mercado altamente controlado. (3)

No processo de identificação das equações finais foram examinadas as funções de autocorrelação e de autocorrelação parcial (respectivamente AC e ACP), considerando-se os processos ARMA alternativos sugeridos pelo comportamento destas funções. Para a comparação destes processos, foi empregado o teste da razão de verossimilhança (RV), a fim de evitar o caráter subjetivo dos métodos de Box e Jenkins (Zellner e Palm, 1974, pág. 32).

Serão discutidas, primeiramente, as estimativas efetuadas em bases mensais. A Tabela 1 apresenta os resultados obtidos para o logaritmo do nível de preços. Rejeita-se de início o modelo m_2 , devido à não-significância de seus coeficientes e ao resultado do teste F. O teste RV indica que os modelos m_4 e m_5 são mais adequados que m_3 . O mesmo teste não pode ser feito com o modelo m_1 , uma vez que os parâmetros deste não representam um subconjunto dos parâmetros dos modelos (1, 2, 2). Por esta razão, o modelo m_1 será considerado, juntamente com m_4 e m_5 , como um dos processos estocásticos capazes de descrever a série do nível de preços em sua forma logarítmica.

(3)

As fontes dos dados utilizados são:

- (i) nível de preços: IGP, Col. 2, Conjuntura Econômica, FGV;
- (ii) produção industrial: Indústria de Transformação; Indicadores Conjunturais da Indústria, IBGE;
- (iii) taxas de juros: Taxas de Juros das Financeiras no Rio de Janeiro (Crédito ao Consumidor), Quadro I.28, Boletim do Banco Central do Brasil;
- (iv) base monetária: Quadro I.1, Boletim do Banco Central do Brasil.

TABELA 1

LN DO NÍVEL DE PREÇOS, dados mensais, 1975-80: equações finais estimadas e testes da razão de verossimilhança

MODELOS	SQR ^(a)	GL ^(b)	SQR/GL	AR ₁	AR ₂	CONSTANTE	MA ₂	$\bar{R}^2$	Q(12) ^(c)	Q(12) ^(c)	F
m ₁ : (2,2,2)	0,00597	67	0,000089104		-0,26715* (-2,014)	0,00083 (1,1311)	0,45075* (3,706)	0,168	6,5** (9 df)	9,9** (21 df)	F (2,67) = 7,95***
m ₂ : (2,2,2)	0,00688	68	0,0001012		-0,18895 (-0,4058)		0,083314 (0,1764)	0,039	12,4** (10 df)	19,4** (22 df)	F (2,68) = 2,45
m ₃ : (2,2,2)	0,00587	66	0,00008894	-0,46183* (-3,779)	0,18863* (0,8481)	0,00083 (1,669)	0,6146* (3,027)	0,168	5,8** (8 df)	9,1** (20 df)	F (3,66) = 5,65***
m ₄ : (1,2,2)	0,00592	67	0,000088358	-0,45030* (-3,646)		0,00096 (1,524)	0,46363* (3,793)	0,175	6,5** (19 df)	10,1** (21 df)	F (2,67) = 8,31***
m ₅ : (1,2,2)	0,00609	68	0,000089559	-0,39179* (-3,208)			0,40234* (3,331)	0,149	6,5** (10 df)	10,2 (22 df)	F (2,68) = 7,16***
MODELOS COMPARADOS	$\lambda = \frac{L(X H_1)}{L(X H_0)}$					2 ln λ		r			
H ₀ : m ₄ vs H ₁ : m ₃	1,35709					0,61069		1			
H ₀ : m ₅ vs H ₁ : m ₃	3,76054					2,64913		2			

(a) - Soma dos Quadrados dos Resíduos

(b) - Graus de Liberdade

(c) - Estatística Box-Pierce (distribuição qui-quadrada), que testa a significância de um conjunto de correlações amostrais para as defasagens, respectivamente, de 1 a 12 e de 1 a 24

(d) - Os valores entre parênteses são as estatísticas t dos coeficientes estimados

* - indica significância estatística ao nível de 5% (distribuição t)

** - indica não-rejeição da hipótese nula ao nível de significância de 10% (distribuição χ^2)

*** - indica significância estatística ao nível de 10% (distribuição F)

+, ++, +++ - indicam respectivamente rejeição da hipótese nula aos níveis de significância de 5%, 10% e 25% (2 ln λ possui distribuição χ^2 com r graus de liberdade)

Os resultados da análise dos dados de produção industrial são descritos na Tabela 2. Os padrões de comportamento das funções AC e ACP sugerem que o processo $(2, 1, 1) \times (0, 1, 0)_{12}$ pode representar uma boa aproximação, embora esquemas mais simples como $(0, 1, 1) \times (0, 1, 0)_{12}$, $(2, 1, 0) \times (0, 1, 0)_{12}$ ou $(1, 1, 1) \times (0, 1, 0)_{12}$ também sejam compatíveis com aquelas funções.

Os coeficientes AR mostraram-se estatisticamente não significantes quando estimados separadamente (modelos m_4 e m_5), o mesmo acontecendo quando considerados em conjunto com o termo MA (modelo m_6). Quando se abandona o componente de média móvel (modelo m_3) os termos autoregressivos tornam-se significantes, enquanto o modelo MA puro (m_2) também apresenta um bom ajustamento. Estes resultados, que indicam um melhor desempenho dos modelos AR ou MA, são confirmados pelos testes RV nos quais os modelos mistos são rejeitados.

A Tabela 3 resume os modelos estimados para as taxas de juros. A função AC apresenta valores estatisticamente diferentes de zero para as defasagens 1, 2 e 3, o mesmo acontecendo para a função ACP para as defasagens 1 e 4. Partindo-se de um esquema puramente MA (m_1) e introduzindo-se termos autoregressivos, o modelo m_4 emerge como o processo que melhor reproduz a série original, o que pode ser visto também pelo resultado do teste RV.

A série de base monetária, em termos logarítmicos, segue um processo do tipo "passeio aleatório" com um termo MA sazonal, já que todos os valores da função AC, exceto para a defasagem 12, mostraram-se estatisticamente nulos. Os resultados das estimações são apresentados na Tabela 4.

Discutem-se, em seguida, as análises trimestrais, sendo apresentados na Tabela 5 os modelos estimados para o logaritmo do nível de preços. A comparação entre m_1 e m_4 é favorável ao primeiro modelo: o termo MA de grau um introduzido em m_4 não se mostrou significativo e o teste RV confirmou a superioridade de m_1 . Este mesmo teste aponta m_3 como uma representação mais adequada que m_2 , apesar da não-significância do termo AR e do termo MA de primeiro grau, o que parece sugerir a importância do termo MA de quarto grau. Assim sendo, foram ajustados modelos MA puros (m_5 e m_6), os quais se mostraram superiores ao modelo misto m_3 .

As funções AC e ACP, para os dados de produção industrial, sugerem um componente MA de primeira ordem e termos AR de primeiro, segundo e terceiro graus. As estimativas efetuadas, bem como o teste RV, ambos resumidos na Tabela 6, mostram que o modelo misto $(3, 1, 1)$ é o que melhor reproduz o comportamento da série original.

Com respeito às taxas de juros, a função AC apresenta um valor estatisticamente diferente de zero para uma defasagem de 5 períodos, o mesmo acontecendo com a função ACP nas defasagens 1 e 4. Dentre os modelos estimados, cujos resultados são apresentados na Tabela 7, m_3 e m_4 mostraram-se os

TABELA 2

LN DA PRODUÇÃO INDUSTRIAL, dados mensais, 1975-80: equações finais estimadas e testes da razão de verossimilhança

MODELOS	SQR	GL	SQR/GL	AR ₁	AR ₂	CONSTANTE	MA ₂	$\bar{R}^2$	Q(12)	Q(24)	F
m ₁ : (0,1,1) x (0,1,0) ₁₂	0,07641	57	0,0013405			-0,00091 (-0,5574)	0,66911* (6,88)	0,348	9,8** (10 df)	15,3** (22 df)	F (1,57) = 32***
m ₂ : (0,1,1) x (0,1,0) ₁₂	0,07682	58	0,001324				0,66218* (6,77)	0,343	9,8** (11 df)	15,2** (23 df)	F (1,58) = 31,9***
m ₃ : (2,1,0) x (0,1,0) ₁₂	0,07509	57	0,001317	-0,70772* (-6,155)	-0,41982* (-3,656)			0,358	12,4** (10 df)	16,4** (22 df)	F (2,57) = 17,5***
m ₄ : (2,1,1) x (0,1,0) ₁₂	0,07673	57	0,0013461		0,04359 (-0,3137)		0,64813* (5,93)	0,332	9,6** (10 df)	15,3** (22 df)	F (2,57) = 15,7***
m ₅ : (1,1,1) x (0,1,0) ₁₂	0,07545	56	0,0013473	-0,15917 (-0,8747)			0,59446* (3,93)	0,349	10,9** (9 df)	16 ** (21 df)	F (2,56) = 16,5***
m ₆ : (2,1,1) x (0,1,0) ₁₂	0,07337	55	0,001334	-0,41408 (-1,599)	-0,27407 (-1,48)	-0,00174 (-0,5451)	0,35163 (1,314)	0,359	12** (8 df)	17,2** (20 df)	F (3,55) = 11,8***
MODELOS COMPARADOS	$\lambda = \frac{L(X, H_1)}{L(X, H_0)}$			2 ln λ		r					
H ₀ : m ₄ vs H ₁ : m ₆	4,31261			2,92 ⁺		2					
H ₀ : m ₂ vs H ₁ : m ₅	1,91136			1,29563		2					

TABELA 3

TAXAS DE JUROS PARA 6 MESES (custo para o mutuário), dados mensais, 1975-80: equações finais estimadas e testes da razão de Verossimilhança

MODELOS	SQR	GL	SQR/GL	AR ₁	AR ₄	CONSTANTE	MA ₁	MA ₂	MA ₃	R ²	Q(12)	Q(24)	F
m ₁ : (0,1,3)	9,81562	67	0,1465			0,5694* (2,9)	0,35289* (3,873)	-0,52035* (-7,028)	0,77009* (8,189)	0,424	7,7** (8 df)	11,7** (20 df)	F (3,67) = 18,2***
m ₂ : (1,1,3)	9,54227	66	0,14458	-0,61254* (-3,259)		0,09623* (2,173)	-0,10627 (-0,6119)	-0,24666* (-2,041)	0,43506* (3,127)	0,4	7,7** (7 df)	12,7** (19 df)	F (4,66) = 12,7***
m ₃ : (4,1,3)	8,6398	65	0,13292	0,04919 (0,4152)	0,55284* (4,603)	0,02133* (2,318)	0,58153* (13,79)	-0,55741* (-13,65)	0,90643* (31,23)	0,489	9,3** (6 df)	12,8** (18 df)	F (5,65) = 14,4***
m ₄ : (4,1,3)	8,6502	66	0,13166		0,54616* (4,527)	0,02405* (3,066)	0,5564* (12,3)	-0,531527* (-12,3)	0,90565* (29,94)	0,491	9,9** (7 df)	13,5** (19 df)	F (4,66) = 17,9***
MODELOS COMPARADOS	$\lambda = \frac{L(X H_1)}{L(X H_0)}$				2 ln λ				r				
H ₀ : m ₁ vs H ₁ : m ₂	2,76425				2,03354 ⁺				1				
H ₀ : m ₁ vs H ₁ : m ₃	98,83385				9,18688 ⁺⁺⁺				2				
H ₀ : m ₂ vs H ₁ : m ₃	35,75431				7,15334 ⁺⁺⁺				1				
H ₀ : m ₁ vs H ₁ : m ₄	94,64489				9,10026 ⁺⁺⁺				1				
H ₀ : m ₄ vs H ₁ : m ₃	1,04426				0,08662				1				

TABELA 4

LN DA BASE MONETÁRIA, dados mensais, 1975-80: equações

MODELOS	SQR	GL	SQR/GL	CONSTANTE	MA_{12}	$\bar{R}^2$	Q(12)	Q(24)	F	
$m_1: (0,1,0) \times (0,1,1)_{12}$	0,06262	57	0,0010986	0,00205 (0,8943)	0,75818* (12,38)	0,508	13,4** (10 df)	20,9** (22 df)	F (1,57) = 60,9***	=
$m_2: (0,1,0) \times (0,1,1)_{12}$	0,0635	58	0,0010948		0,75571* (12,71)	0,508	13,4** (11 df)	21,1** (23 df)	F (1,58) = 61,8***	=

TABELA 5

LN DO NÍVEL DE PREÇOS, dados trimestrais, 1971-80: equações finais estimadas e testes

MODELOS	SQR	GL	SQR/GL	AR ₄	CONSTANTE	MA ₁	MA ₄	MA ₈	R ²	Q(12)	Q(24)	F	
m ₁ : (4,2,8) x (0,1,0) ₄	0,01834	32	0,0005731	-0,7699* (-6,844)				0,79826* (6,861)	0,456	9,1** (10 df)	16,2** (22 df)	F (2,32) = 15,3***	=
m ₂ : (4,2,1) x (0,1,0) ₄	0,02387	32	0,0007459	-0,49003* (-3,101)		0,36805* (2,264)			0,234	9,5** (10 df)	15,2** (22 df)	F (2,32) = 6,23***	
m ₃ : (4,2,4) x (0,1,0) ₄	0,01847	31	0,00059581	-0,09477 (-0,5052)		-0,05781 (-0,599)	0,8817* (14,05)		0,42	11,9** (9 df)	18,9** (21 df)	F (3,31) = 9,26***	=
m ₄ : (4,2,8) x (0,1,0) ₄	0,01829	31	0,00059	-0,75404* (-6,39)		-0,04131 (-0,3105)		0,81192* (6,892)	0,44	9,7** (9 df)	17,1** (21 df)	F (3,31) = 9,96***	=
m ₅ : (0,2,0) x (0,1,1) ₄	0,01807	32	0,00056469		0,00164 (1,174)		0,87843* (14,45)		0,458	11,4** (10 df)	18,2** (22 df)	F (1,32) = 28,9***	=
m ₆ : (0,2,0) x (0,1,1) ₄	0,0188	33	0,0005697				0,86419* (15,5)		0,451	10,3** (11 df)	16,7** (23 df)	F (1,33) = 29 ***	=
MODELOS COMPARADOS	$\lambda = \frac{L(X H_1)}{L(X H_0)}$			2 ln λ			τ						
H ₀ : m ₂ vs H ₁ : m ₃	168,93144			10,25899+++			1						
H ₀ : m ₁ vs H ₁ : m ₄	1,056118			0,1092			1						
H ₀ : m ₆ vs H ₁ : m ₃	1,42501			0,70836			2						

TABELA 6

LN DA PRODUÇÃO INDUSTRIAL, dados

MODELOS	SQR	GL	SQR/GL	AR ₁	AR ₂	AR ₃	CONSTANTE	MA ₁	R ²	Q(12)	Q(24)	F
m ₁ : (0,1,1)	0,20934	37	0,0056578				0,02339* (5,071)	0,63497* (5,198)	0,29	11,3** (10 df)	14,6** (22 df)	F (1,37) = 16,6***
m ₂ : (3,1,0)	0,18168	35	0,0051908	-0,75946* (-5,064)	-0,65646* (-4,079)	-0,40708* (-3,121)	0,06768* (4,585)		0,367	4,4** (18 df)	7** (20 df)	F (3,35) = 8,35***
m ₃ : (3,1,1)	0,16992	34	0,0049976	-1,36473* (-24,85)	-1,12553* (-19,2)	-0,7245 (-8,354)	0,10224* (5,323)	-0,64242* (-5,003)	0,416	5,4** (7 df)	8,5** (19 df)	F(14,34) = 7,76***
MODELOS COMPARADOS	$\lambda = \frac{L(X H_1)}{L(X H_0)}$			2 ln λ			r					
H ₀ : m ₁ vs H ₁ : m ₃	64,88651			8,34528+++			3					
H ₀ : m ₂ vs H ₁ : m ₃	3,81287			2,67677+			1					

TABELA 7

TAXAS DE JUROS ANUAIS (custo para o mutuário), dados trimestrais, 1971-80: equações finais estimadas e testes da razão de verossimilhança

MODELOS	SQR	GL	SQR/GL	AR ₁	AR ₄	CONSTANTE	MA ₁	MA ₄	MA ₅	R ²	Q(12)	Q(24)	F
m ₁ : (4,1,1) x (0,1,1) ₄	20,93512	30	0,697837	0,558574* (2,311)	-0,49698* (-2,248)	0,09948 (1,333)	0,23973 (0,8258)	0,47929 (1,666)		0,529	5,5** (7 df)	10,1** (19 df)	F (4,30) = 10,6***
m ₂ : (0,1,5)	21,4661	37	0,5801786			0,27046* (5,612)			0,81733* (9,221)	0,377	6,1** (10 df)	10,9** (22 df)	F (1,37) = 24***
m ₃ : (4,1,5) x (0,1,0) ₄	18,70447	31	0,60337	0,22761 (1,355)	-0,64685* (-4,017)	0,13179 (1,716)			0,59725* (3,361)	0,594	6,5** (8 df)	9,4** (20 df)	F (3,31) = 17,6***
m ₄ : (4,1,5) x (0,1,0) ₄	19,3399	32	0,6043719		-0,70785* (4,528)	0,15221* (2,397)			0,77584* (7,802)	0,598	7,6** (9 df)	11,9** (21 df)	F (2,32) = 26,2***
MODELOS COMPARADOS	$\lambda = \frac{L(X H_1)}{L(X H_0)}$					2 ln λ					r		
H ₀ : m ₄ vs H ₁ : m ₃	1,95064					1,33631*					1		

mais adequados, com o teste RV rejeitando m_3 a um nível de significância de 25%. Uma opção clara por m_3 ou m_4 não é de muita relevância, pois o que diferencia os dois modelos é o termo AR de primeiro grau e não a ordem do polinômio autoregressivo; em ambos os casos o processo escolhido é $(4, 1, 5) \times (0, 1, 0)_4$.

Os resultados obtidos para a série de base monetária encontram-se na Tabela 8. Os valores das funções AC e ACP sugerem um componente sazonal e termos AR ou MA de primeiro grau. O teste RV indica que o modelo $(1, 1, 1) \times (0, 1, 1)_4$ possui um número excessivo de parâmetros, optando-se portanto por m_1 e m_3 , com alguma preferência pelo processo MA.

No que tange às funções de transferência, o exame das correlações cruzadas não indicou a existência de relações sistemáticas, em termos mensais, entre as variáveis endógenas e a base monetária. De acordo com Box e Jenkins, as séries relativas às variáveis endógenas foram filtradas através do mesmo processo ARMA ajustado à série da variável exógena (base monetária), examinando-se em seguida as correlações cruzadas entre os resíduos. Os poucos valores estatisticamente diferentes de zero apresentaram padrões bastante irregulares, não indicando a possibilidade de ajustamento de funções de transferência. Este resultado não chega a ser surpreendente; não seria mesmo razoável esperar que flutuações mensais na taxa de expansão da base monetária produzissem efeitos sistemáticos sobre o produto real, a taxa de juros e a taxa de inflação. Com dados trimestrais as relações tornaram-se mais claras, mas não a ponto de permitir modelagem.

Em termos semestrais, considerando-se o semestre que termina a cada mês, (4) os resultados são bem melhores. Optou-se por esta agregação, e não por dados referentes a semestres legais, com o intuito de preservar um número aceitável de graus de liberdade. Para evitar a falsa causalidade, foram examinados apenas os valores das funções de correlação cruzada para as defasagens $6k$, $k = 1, 2, \dots$

As funções estimadas foram:

$$(1 - L^6) r p_t = \frac{(0,14 + 0,17 L^6)}{(1,718)} (1 - 0,39 L^{12}) (1 - L^6) r h_t + 0,02 + e_{1t} \quad (50)$$

$$i_t = \frac{\frac{(1,77 + 3,47 L^6)}{(2,1)} (1 - 0,39 L^{12})}{(1 - 0,76 L)} r h_t + \frac{1,35}{(6,36)} + e_{2t} \quad (51)$$

(4)

A observação para o mês é o $\bar{y}_n$ da média da série original nos últimos seis meses.

TABELA 8

LN DA BASE MONETÁRIA, dados trimestrais, 1971-80: equações finais estimadas e testes da razão de verossimilhança

MODELOS	SQR	GL	SQR/GL	AR ₁	CONSTANTE	MA ₁	MA ₄	R ²	Q(12)	Q(24)	F
m ₁ : (1,1,0) x (0,1,1) ₄	0,05285	33	0,0016019	0,43982* (2,757)			0,80078* (11,79)	0,471	4,7** (10 df)	12,2** (22 df)	F (2,33) = 16,6***
m ₂ : (0,1,1) x (0,1,1) ₄	0,04757	32	0,00148656		0,00598 (1,852)	-0,39667* (-2,313)	0,81624 (12,55)	0,531	5,4** (9 df)	12,8** (21 df)	F (2,32) = 20,2***
m ₃ : (0,1,1) x (0,1,1) ₄	0,05186	33	0,0015715			-0,50246* (-3,267)	0,76549* (9,795)	0,484	3,6** (10 df)	10,2** (22 df)	F (2,33) = 17,5***
m ₄ : (1,1,1) x (0,1,1) ₄	0,05181	32	0,0016191	0,10198 (0,2785)		-0,41001 (-1,228)	0,78289* (9,893)	0,468	3,6** (9 df)	10,4** (21 df)	F (3,32) = 11,3***
MODELOS COMPARADOS	$\lambda = \frac{L(X H_1)}{L(X H_0)}$					2 ln λ		r			
H ₀ : m ₁ vs H ₁ : m ₄			1,48809			0,79498		1			
H ₀ : m ₃ vs H ₁ : m ₄			1,01948			0,03858		1			

Um resultado bastante interessante e que pode ser entendido a partir do conceito de expectativas racionais, segundo o qual apenas variações não-antecipadas na oferta de moeda afetam variáveis reais, é a ausência de uma relação sistemática entre a taxa de expansão da base monetária e a taxa de crescimento da produção industrial. Um exame das correlações cruzadas entre estas variáveis, uma vez filtradas pelo processo estocástico estimado para a base monetária, não sugere o ajustamento de uma função de transferência.

Os modelos ARMA sugeridos pela análise empírica encontram-se na Tabela 9.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A comparação entre as ordens esperadas a partir dos modelos monetários examinados na seção 3 e aquelas verificadas empiricamente, leva a algumas observações:

(i) em termos mensais, as ordens esperadas para os polinômios AR e MA são sistematicamente maiores do que as ordens encontradas na análise empírica, independentemente do mecanismo de formação de expectativas considerado;

(ii) as ordens esperadas para os polinômios AR nos modelos de expectativas racionais, são extremamente compatíveis com os resultados da análise dos dados trimestrais; a implicação, aparentemente restritiva, de que, salvo nos casos de cancelamento de termos comuns, os polinômios AR nas equações finais das variáveis endógenas são idênticos, é parcialmente satisfeita para inflação (m_1 na Tabela 5) e taxa de juros (m_4 na Tabela 7);

(iii) as ordens esperadas para os polinômios MA de todos os modelos são sempre maiores do que aquelas indicadas pelos resultados empíricos, o que sugere estruturas teóricas de erros menos complexas. Estas estruturas teriam sido obtidas caso tivesse sido adotado neste trabalho o procedimento de Zellner e Palm (1975), de introduzir as perturbações aleatórias nas equações estruturais somente após a eliminação da variável não-observável;

(iv) exceto no caso do modelo com expectativas adaptativas em que não se considera a persistência no hiato do produto real, as ordens esperadas para os polinômios AR e MA nas equações finais da taxa de juros correspondem exatamente àquelas encontradas na análise dos dados trimestrais;

(v) o modelo generalizado com expectativas racionais integra a prática econométrica usual à análise de séries temporais: a teoria econômica é utilizada na especificação da forma estrutural, cabendo à análise dos dados a determinação da estrutura de defasagens dos polinômios de ajustamento. Caso a evidência empírica houvesse mostrado, que o conjunto das variáveis endógenas do modelo tem seu comportamento ao longo dos ciclos econômicos determinado por um polinômio AR de grau superior a 4, os dados teriam realmente transmitido alguma informa-

ção a respeito do "polinômio de persistência" $\varphi_1(L)$. No entanto, a dinâmica introduzida na estrutura do modelo mais simples com expectativas racionais revelou-se suficientemente complexa para reproduzir as informações contidas nos dados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Box, G.E.P. and Jenkins, G.M. — **Time Series Analysis Forecasting and Control**, 1970, Holden-Day Inc., San Francisco.
- Lucas, R. — "Some International Evidence on Output-Inflation Tradeoffs", **American Economic Review**, 1973, 68, 326–334.
- Quenouille, M.H. — **The Analysis of Multiple Time Series**, 1957, C. Griffin and Co., London.
- Sargent, T. — "A Classical Macroeconomic Model of the United States", **Journal of Political Economy**, 1976, 84, 207–238.
- Theil, H. and Boot, J.C.D. — "The Final Form of Econometric Equation Systems", **Review of the International Statistical Institute**, 1962, 30, 136–152.
- Tinbergen, J. — "Econometric business cycle research", **Review of Economic Studies**, 1940, 7, 73–90.
- Zellner, A. and Palm, F. — "Time Series Analysis and Simultaneous Equation Models", **Journal of Econometrics**, 1974, 2, 17–54.
- Zellner, A. and Palm, F. — "Time Series and Structural Analysis of Monetary Models of the U.S. Economy", **Sankhyā (The Indian Journal of Statistics)**, 1975, 37, Series C, Pt. 2, 12–56.