

**FUNDAÇÃO GETÚLIO VARGAS**  
**ESCOLA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA**  
**MESTRADO EM FINANÇAS E ECONOMIA EMPRESARIAL**

**MARISE REIS DE FREITAS**

**CARTEIRAS DE RENDA FIXA:**  
**IMUNIZAÇÃO, RISCO DE IMUNIZAÇÃO E RISCO IDIOSINCRÁTICO**

**RIO DE JANEIRO**

**2011**

**MARISE REIS DE FREITAS**

**CARTEIRAS DE RENDA FIXA:  
IMUNIZAÇÃO, RISCO DE IMUNIZAÇÃO E RISCO IDIOSINCRÁTICO**

Dissertação submetida ao corpo docente da Escola de Pós-Graduação em Economia da Fundação Getúlio Vargas – EPGE / FGV, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Finanças e Economia Empresarial.

Orientador: Claudio Barbedo

**RIO DE JANEIRO**

**2011**

**MARISE REIS DE FREITAS**

**CARTEIRAS DE RENDA FIXA:  
IMUNIZAÇÃO, RISCO DE IMUNIZAÇÃO E RISCO IDIOSINCRÁTICO**

Dissertação submetida ao corpo docente da Escola de Pós-Graduação em Economia da Fundação Getúlio Vargas – EPGE / FGV, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Finanças e Economia Empresarial.

Aprovada em 10/05/2011

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Claudio Barbedo – Orientador  
(IBMEC / RJ)

---

Prof. Marco Bonomo  
(EPGE / FGV)

---

Prof. José Valentim Machado Vicente  
(IBMEC / RJ)

## RESUMO

O termo imunização significa construir uma carteira de títulos de forma a torná-la imune a variações nas taxas de juros. O presente trabalho tem o intuito de avaliar a eficácia das diferentes estratégias de imunização de um portfólio e avaliar seus impactos sobre a rentabilidade dos mesmos. O trabalho aborda medidas de Duração, Convexidade e Dispersão, além de medidas do VaR (value-at-risk) e o CVaR (conditional value-at-risk). O objetivo é analisar de que forma essas medidas de risco podem ser usadas como parâmetros indicadores da carteira ótima e como elas se relacionam entre si. Além disto, este trabalho inova ao introduzir uma análise sobre o risco idiossincrático a que uma carteira pode ficar exposta ao tentar mitigar o risco de imunização. Para avaliar o desempenho das diferentes estratégias de imunização e a existência de um *trade off* entre risco idiossincrático e risco de imunização foram realizados estudos empíricos de otimização de carteiras com títulos prefixados da dívida interna brasileira no período de 2006 a 2010.

**Palavras-chave:** duração; convexidade; imunização; risco de imunização; risco idiossincrático; valor em risco.

## **ABSTRACT**

The objective of an immunization strategy is to guarantee a final portfolio value independently of interest rate changes. The purpose of this study is to evaluate the effectiveness of different immunization strategies. We analyze traditional risk measures such as Duração, Convexity, Dispersion, and other more recent risk measures such as Value at Risk and Conditional Value at Risk. We also examine immunization strategies performance and how they can be used as tools for the formation of an optimum investment portfolio. Moreover, this study innovates by introducing an analysis of idiosyncratic risk and immunization risk. The study compares idiosyncratic and immunization risk in fixed income portfolios. In order to evaluate the performance of different immunization strategies and the existence of a trade off between idiosyncratic and immunization risk an empirical study has been conducted on the Brazilian bonds market by means of the formation of different portfolios among a selected set of bonds with different maturities and structures. In addition, information about yields from 2006 to 2010 has been used to find the optimum portfolio compositions based on each alternative risk measure.

**Keywords:** duration; convexity; immunization; immunization risk; idiosyncratic risk; value at risk.

## **AGRADECIMENTOS**

A concretização de uma dissertação de mestrado é gratificante, mas é também o resultado de um exercício de disciplina e privação. Agradeço aos meus filhos, Bruno e Luisa, pela compreensão por todas as horas que não pudemos estar juntos. Agradeço ao meu ex-marido, Luiz Carlos, pois sem o seu suporte, nada disso seria possível.

Serei sempre grata ao Professor Claudio Barbedo, por ter orientado minha dissertação com competência e dedicação.

À BB DTVM, meu agradecimento pelo auxílio financeiro.

Aos colegas da BB DTVM, em especial Luiz Henrique e Waldyr, pelo auxílio na elaboração das planilhas de cálculo e na coleta de dados utilizados neste trabalho. Peço desculpas aos colegas Alessandro, Isaac e Rafael por todos os momentos de ausência e principalmente por todos os momentos em que, embora presente, estive dispersa.

Aos colegas de mestrado, pelo companheirismo e convivência quase diária durante esta jornada.

E, por fim, agradeço aos professores e funcionários da EPGE-FGV, em especial ao Vitor Souza, por todo suporte dado ao longo do mestrado.

# SUMÁRIO

<b>I. Introdução</b>	<b>10</b>
<b>II. Apresentação do Mercado de Renda Fixa</b>	<b>15</b>
2.1 Definição e modalidades de aplicação	16
2.2 Princípios gerais para avaliação de um título de renda fixa	16
2.3 Títulos disponíveis no mercado doméstico	17
2.4 Riscos financeiros	17
2.5 Estrutura a Termo da Taxa de Juros	19
2.5.1 Movimentos da Estrutura a Termo da Taxa de Juros	21
<b>III. Gestão de Renda Fixa</b>	<b>23</b>
3.1 Estratégias de escolha de portfólio	23
3.1.1 Riding the curve	24
3.1.2 Buy-and-hold	24
3.1.3 Bullet	24
3.1.4 Barbel	24
3.1.5 Ladder	25
3.1.6 Burttefly	25
3.2 Estratégias de gerenciamento de risco	26
3.2.1 Duração	29
3.2.2 Convexidade	30
3.2.3 Dispersão Quadrática ( $M^2$ )	30
3.2.4 Dispersão Linear ( $\tilde{N}$ )	32
3.2.5 Value-at-Risk e Conditional Value-at-Risk	33
3.2.6 Risco Idiossincrático	36

<b>IV. Teste Empírico</b>	<b>39</b>
<b>4.1 Desempenho das estratégias de risco</b>	<b>40</b>
4.1.1. <i>Imunização de um título de renda fixa</i>	41
4.1.2. <i>Imunização de carteiras de renda fixa</i>	42
<b>4.2 Risco de imunização x Risco idiossincrático</b>	<b>44</b>
 <b>V. Resultados</b>	 <b>46</b>
 <b>VI. Conclusão</b>	 <b>53</b>
 <b>VII. Bibliografia</b>	 <b>56</b>



## ÍNDICE DE GRÁFICOS

<i>Gráfico 1 – Taxa de Juros (2005-2010)</i>	<u>40</u>
--	-----------

## ÍNDICE DE TABELAS

<b><i>Tabela 4.1 Características dos títulos e medidas de risco</i></b>	<b><i>41</i></b>
<b><i>Tabela 4.2 Peso dos títulos</i></b>	<b><i>45</i></b>
<b><i>Tabela 5.1 Carteiras do Grupo I</i></b>	<b><i>47</i></b>
<b><i>Tabela 5.2 Carteiras do Grupo II</i></b>	<b><i>47</i></b>
<b><i>Tabela 5.3 Carteiras do Grupo III</i></b>	<b><i>48</i></b>
<b><i>Tabela 5.4 Resultado das carteiras – etapa I</i></b>	<b><i>49</i></b>
<b><i>Tabela 5.5 VaR histórico, VaR paramétrico e CVaR</i></b>	<b><i>50</i></b>
<b><i>Tabela 5.6 Regressão linear</i></b>	<b><i>51</i></b>
<b><i>Tabela 5.7 Resultado das carteiras – etapa II</i></b>	<b><i>52</i></b>
<b><i>Tabela 5.8 Retorno esperado x realizado</i></b>	<b><i>52</i></b>

## 1. Introdução

O risco pode ser definido como a incerteza inerente a um acontecimento. Contrariamente ao que é percebido, o risco não é algo necessariamente ruim. Embora o termo risco apareça normalmente associado ao perigo de perda, a teoria financeira caracteriza o risco pela dispersão dos resultados esperados de um investimento, nos vários estados da natureza possíveis, em consequência de movimentos nas variáveis financeiras, que são os chamados fatores de risco. Assim, a noção de risco decorre da incerteza presente na economia. Os agentes são defrontados por dois tipos de riscos: risco sistemático e risco idiossincrático. O primeiro refere-se a situações adversas que podem ocorrer com qualquer tipo de investimento, sendo a probabilidade de ocorrência igual para todos. Ou seja, todos estão sujeitas às mesmas adversidades. O segundo pode ser entendido como inerente à natureza do investimento, o qual pode ser mensurado pela incerteza quanto ao retorno após a maturação do investimento.

Na teoria do portfólio, risco idiossincrático é também chamado de risco não-sistemático ou específico. Esse risco pode ser virtualmente eliminado através da diversificação em um portfólio. Ou seja, à medida que o número de contrapartes aumenta, deveria ser possível distribuir todo o risco idiossincrático, sobrando apenas o risco sistemático ou não diversificável.

O principal risco para um investidor de renda fixa é o risco de taxa de juros. O preço de um título padrão mudará no sentido oposto ao de uma mudança nas taxas de juros: à medida que as taxas de juros sobem, o preço do título cai; à medida que as taxas caem, o preço do título sobe. Se o investidor precisar vender um título antes da data do vencimento, um aumento nas taxas de juros significará a realização de uma perda de capital. Além disso, a volatilidade do preço de um bônus é dependente de seu prazo até o vencimento. Ou seja, tudo o mais constante, quanto maior o prazo até o vencimento de um título, maior a volatilidade de preço resultante de uma variação nos retornos de mercado.

A preocupação das instituições financeiras e de acadêmicos em criar instrumentos que pudessem auxiliar na gestão de riscos de flutuação das taxas de juros conduziu ao desenvolvimento de diversas ferramentas. As técnicas de imunização contra variações de taxa de juros buscam reduzir ou até mesmo eliminar

esse efeito. Então, imunizar uma carteira de renda fixa significa construir uma carteira de forma a torná-la imune a variações nas taxas de juros.

O desenvolvimento de medidas de risco de taxa de juros remonta a Macaulay (1938), Hicks (1939) e Samuelson (1945). Macaulay introduziu o conceito de duração como uma medida resumo da vida de uma obrigação. Duração é uma média ponderada de cada pagamento em dinheiro. O peso de cada pagamento é o seu valor presente dividido pelo valor presente total dos pagamentos em numerário. Independente de Macaulay, Hicks desenvolveu a mesma medida como a elasticidade do valor do capital em relação ao fator de desconto e chamou-a período médio. Ao analisar o impacto das variações da taxa de juros sobre o valor de recursos financeiros instituições, Samuelson derivou um período de tempo médio, o que corresponde a Duração de Macaulay. Em todos esses trabalhos iniciais, a medida de duração assume um rendimento constante, o fator de desconto.

Fisher e Weil (1971) relaxaram a hipótese de rendimento constante da Duração de Macaulay e desenvolveram uma nova medida de Duração, a Duração de Fisher-Weil. Similar à Duração de Macaulay, a Duração de Fisher-Weil também assume movimentos paralelos da curva de juros. Entretanto, os autores desenvolveram uma aplicação para a medida de Duração através da ponderação das taxas de desconto diferentes para cada fluxo futuro, ou seja, a duração com o uso da taxa de juros variável em cada período. Esta estratégia também pressupõe que seja definido, no momento em que se efetua o investimento, o tipo de choque sobre a estrutura de prazos das taxas de juros.

Estas duas medidas continuam sendo largamente utilizadas. Embora o gerenciamento do risco de taxa de juros através da imunização esteja essencialmente associado ao modelo tradicional de *Duração*, vários modelos foram desenvolvidos a partir de variações do modelo tradicional. Estes estudos acabaram gerando metodologias de natureza mais complexa para proteção de carteiras ao buscar também neutralizar movimentos não-paralelos da curva de rendimentos.

Depois do estudo de Fisher e Weil, os estudos sobre medidas de risco de taxa de juros avançaram em dois sentidos. Um grupo de estudos é dedicado ao desenvolvimento de medidas de risco para mudanças mais complexas da curva de rendimento. Outro grupo se concentra em modelos específicos de estrutura de taxa de juros.

Modelos de Duração são baseados em uma relação linear entre os preços dos títulos e das taxas de juros. Este pressuposto é válido para variações infinitesimais na taxa de juros. Mas a relação entre o preço de um título e as taxas de juros não é linear e convexa. Isto significa que a inclinação, medida pelo declive da reta tangente à curva num determinado ponto, não é constante ao longo de todo o seu domínio. Assim, para uma não infinitesimal alteração na curva de juros, a verdadeira relação não-linear entre os preços dos títulos e as taxas de juros deve ser considerada para que se consiga uma imunização precisa. Para capturar a relação não linear entre o preço do título e a curva de juros, outra medida é usada em adição à Duração. Esta outra medida é a convexidade.

Duração e convexidade, juntos, oferecem um quadro mais preciso para medir o risco de mudanças não infinitesimal na taxa de juros. Apesar da convexidade se tratar de uma correção que permite a utilização em variações maiores das taxas de juros, permanecem os pressupostos de curva de juros plana e de movimentos paralelos. Assim, qualquer análise com base na metodologia duração-convexidade está sujeita a essa limitação, não perdendo, entretanto, sua utilidade. Ou seja, um investidor pode adotar um procedimento de investimento que permite proteger-se do risco de taxa de juros: é a estratégia de imunização [Redington (1952) e Fisher e Weil (1971)]. No entanto, esta estratégia pressupõe que seja definido, no momento em que se efetua o investimento, o tipo de choque sobre a estrutura de prazos das taxas de juros. Como consequência desta estratégia, o investidor se coloca então diante de um novo tipo de risco: o risco de imunização.

Assim, além da convexidade, outras medidas foram propostas a fim de imunizar uma carteira de títulos para deslocamentos não paralelos. Para ultrapassar este problema, Fong e Vasicek (1984) deduziram um instrumento que permite minimizar o risco de imunização, e que designaram por M-Quadrado ( $M^2$ ). Ou seja, o M-Quadrado foi desenvolvido como uma medida do risco de imunização contra variações arbitrárias das taxas de juros. Carteiras com baixo M-Quadrado terão baixa exposição a mudanças nas taxas de juros e vice-versa.

Mais recentemente, uma nova medida de risco de imunização foi sugerida por Balbás e Ibáñez (1998). Esta medida é a dispersão linear ( $\tilde{N}$ ) dos fluxos de caixa em torno do horizonte  $H$  de investimento. A dispersão linear foi desenvolvida considerando o conjunto de choques em que a diferença entre quaisquer dois choques nas taxas de juros instantâneas futuras obedece a um limite superior.

Assim, minimizar o  $\tilde{N}$  significa reduzir o risco de imunização, ou seja, o efeito do pior choque é minimizado (Balbás et al., 2002).

A literatura também sugere que carteiras *bullets* permitem reduzir o risco de imunização. Entretanto, investir em uma carteira *bullet* implica em construir um portfólio com apenas um ou dois ativos. Sob este aspecto, minimizar o risco de imunização pode significar assumir uma posição que contraria a teoria das carteiras, em que a diversificação é fator primordial na redução do risco idiossincrático. Em outras palavras, reduzir o risco de imunização pode significar um *trade off* entre o risco de imunização e o risco idiossincrático.

O presente trabalho tem o intuito de avaliar a eficácia das diferentes estratégias de imunização de um portfólio constituído por títulos de renda fixa e avaliar seus impactos sobre a rentabilidade dos mesmos. O trabalho busca apresentar diversas estratégias de imunização de carteiras de renda fixa, abordando medidas de duração, convexidade e dispersão, além de medidas do VaR (value-at-risk) e o CVaR (conditional value-at-risk). Para avaliar o desempenho das diferentes estratégias, foram realizados estudos empíricos de otimização de carteiras com títulos prefixados da dívida interna brasileira.

Embora exista uma vasta literatura sobre modelos de imunização, este artigo inova ao introduzir uma análise sobre o risco idiossincrático a que uma carteira pode ficar exposta ao tentar mitigar o risco de imunização. O objetivo é analisar de que forma essas medidas de risco podem ser usadas como parâmetros indicadores da carteira ótima e como elas se relacionam entre si.

Os resultados indicaram uma evidência direta de que o modelo que se utiliza do hedge pela Duração foi mais eficaz no gerenciamento do risco de taxa de juros quando avaliamos a rentabilidade alcançada. Utilizando o VaR como uma medida de desempenho, as carteiras que utilizaram as duas medidas alternativas de dispersão obtiveram desempenho superior ao da imunização tradicional (duração-convexidade), o que comprova a importância do risco de imunização sobre o desempenho da carteira e, por conseguinte, a necessidade de incluí-lo no gerenciamento de riscos associados a carteiras de renda fixa. Em relação ao risco idiossincrático, o estudo mostra evidências de um *trade off* entre risco de imunização e risco idiossincrático, mas novos estudos se fazem necessários nesta área.

Este primeiro capítulo descreve a relevância e o objetivo do trabalho. O segundo capítulo apresenta o mercado de renda fixa, os principais títulos

negociados no mercado brasileiro e os riscos a que estão sujeitos. No capítulo três são apresentados conceitos sobre gestão de carteira de renda fixa, gestão de risco de taxa de juros, imunização de carteiras de renda fixa, risco de imunização e risco idiossincrático, além de uma revisão de estudos mais recentes sobre os temas. No capítulo quatro, são descritos os testes empíricos realizados no mercado brasileiro. O quinto capítulo apresenta os resultados encontrados. O sexto e último capítulo apresenta as conclusões e limitações do trabalho, bem como sugestões para pesquisas futuras.

## **2. Apresentação do Mercado de Renda Fixa**

No universo dos investimentos, uma primeira distinção é feita entre renda fixa e renda variável. Um título de renda fixa é um passivo que gera um fluxo de pagamentos preestabelecido. São títulos representativos de contratações de empréstimos pelas empresas ou pelos governos, os quais prometem pagar a seus investidores determinado fluxo futuro de rendimentos. Em contraste, uma ação é um título representativo da fração unitária do capital social de uma sociedade anônima ou companhia, denominação deste tipo de empresa na legislação brasileira, conferindo a seu proprietário o direito de participação nessa sociedade.

Uma característica dos papéis de renda fixa é que seus preços não são diretamente comparáveis pois, o passar do tempo muda sua natureza uma vez que, dia a dia, ele se torna um papel de prazo menor, até o seu vencimento. Além disso, como os pagamentos são fixos, os valores dos papéis variam com as mudanças nas taxas de juros, gerando um potencial para perdas.

Nos investimentos em títulos de renda variável, o investidor não tem como saber, previamente, qual será a rentabilidade da sua aplicação. Nos investimentos em renda variável, a possibilidade de perda decorre não apenas da possibilidade de não pagamento pelo devedor, ou empresa na qual se investiu, mas também da possibilidade de a rentabilidade obtida terminar sendo menor do que a taxa de juros oferecida por aplicações de renda fixa disponíveis no mesmo período do investimento.

Nos investimentos em renda fixa, a remuneração, ou sua forma de cálculo, é previamente definida no momento da aplicação. As condições do investimento, tais como cláusulas de recompra, prazos, formas de remuneração e índices, são acertadas com o emissor do título no momento da aplicação. Na renda fixa, assim como em qualquer investimento, sempre existe a possibilidade de perda do capital investido, no todo ou em parte. Por exemplo, se o emissor do título não cumpre a obrigação assumida, o investidor deixará de receber uma parte ou a totalidade da quantia pactuada. Outro risco possível é de, ao final da aplicação, a rentabilidade se revelar menor do que a oferecida para outras aplicações de risco similar e disponíveis durante o mesmo período.



No mercado de renda fixa, o que se negocia são os títulos, públicos ou privados. Entretanto, a taxa de juros é um tema relevante neste segmento. É que a taxa de juros é o instrumento utilizado para acompanhar e modelar o comportamento dos preços dos ativos negociados no mercado financeiro. É interessante notar que não se negocia a taxa de juros. No entanto, na prática, a taxa de juros funciona como se fosse o objeto de negociação.

## **2.1. Definição e modalidades de obrigações**

Uma obrigação pode ser definida, em termos genéricos, como um título de dívida negociável, representativo de um empréstimo, através do qual o emitente se compromete a pagar, ao seu detentor, um determinado rendimento periódico, o juro ou cupom, e a reembolsar, na data do vencimento (maturidade), o valor do capital nos termos das condições definidas na data da emissão.

As várias modalidades de obrigações distinguem-se, entre si, por um conjunto relativamente extenso de características como: tipo de emitente (público, privado), taxa do cupom (fixa, variável, indexada, ou nula), periodicidade do cupom (anual, semestral, etc), direitos do detentor (conversão em ações), tipos de garantias (garantia real ou colateral) e risco de crédito entre outras.

## **2.2. Princípios gerais para avaliação de um título de renda fixa**

O preço teórico de um título (e de qualquer instrumento financeiro) é igual ao valor presente dos seus fluxos de caixa esperados. Assim, o preço de um título vai ser determinado:

- i) pela estimativa dos fluxos de caixa futuros;
- ii) pelo intervalo de tempo entre o momento atual e a data de cada um destes fluxos de caixa;
- iii) pelo fator de desconto usado na atualização dos fluxos de caixa, que pode ser determinado pelo mercado ou pela taxa de juros exibida por um instrumento financeiro com risco comparável.

As obrigações que não pagam cupom (zero coupon bonds) constituem um caso particular dos títulos clássicos, pois não existe qualquer pagamento durante toda a vida do papel. Neste sentido, para estes títulos o juro está implícito na diferença entre o preço de aquisição e o valor de venda (ou do reembolso, caso o investidor mantenha o papel até o vencimento).

### **2.3. Títulos disponíveis no mercado doméstico**

Embora possua características peculiares em comparação a mercados mais desenvolvidos, o mercado brasileiro é um dos maiores mercados de renda fixa do mundo. No conjunto dos principais títulos domésticos negociados podemos destacar:

- Públicos: LTN (Letra do Tesouro Nacional), LTF (Letra Financeira do Tesouro), NTN-F (Nota do Tesouro Nacional Série F – cupom de juros), NTN-B (Nota do Tesouro Nacional Série B – IPCA mais juro), NTN-C (Nota do Tesouro Nacional Série C – IGP-M mais juro) e NTN-D (Nota do Tesouro Nacional Série D – câmbio mais juro).
- Privados: CDB (Certificado de Depósito Bancário), CDB-pós (Certificado de Depósito Bancário pós-fixado), Letras Hipotecárias, Notas Promissórias e Debêntures (títulos emitidos por empresas não-financeiras).

### **2.4. Riscos Financeiros**

O risco pode ser definido como a incerteza inerente a um acontecimento. Contrariamente ao que é percebido, o risco não é algo necessariamente ruim. Embora o termo risco apareça normalmente associado ao perigo de perda, a teoria financeira caracteriza o risco pela dispersão dos resultados esperados de um investimento, nos vários estados da natureza possíveis, em consequência de movimentos nas variáveis financeiras, que são os chamados fatores de risco. Assim, a noção de risco decorre da incerteza presente na economia. Segundo Jorion, o risco pode ser definido, de modo geral, como a incerteza em relação a resultados.

Ou seja, o risco pode originar um resultado positivo ou negativo que hoje não sabemos qual é.

Na verdade, a gestão estratégica de risco incorpora um conceito mais amplo de risco, derivado de sua origem latina "risicare", que significa "ousar". Neste sentido o risco é uma opção, e não um destino. Significa escolher um curso de ação que pode falhar ou ter sucesso. É das ações que ousamos tomar, que dependem de nosso grau de liberdade de opção, que a história do risco trata. Ainda segundo Jorion, existem quatro tipos distintos de riscos financeiros: risco de mercado, risco de crédito, risco de liquidez e risco operacional.

O risco é mensurado por meio do desvio-padrão dos resultados inesperados, também chamado de volatilidade. As perdas podem ocorrer pela combinação de dois fatores: volatilidade da variável financeira-objeto e exposição a essa fonte de risco. Embora os agentes econômicos não tenham controle sobre a volatilidade das variáveis financeiras, eles podem ajustar suas exposições a tais riscos.

A expressão "administração do risco" pode significar muita coisa, mas, em finanças, significa procurar identificar eventos que possam ter consequências financeiras adversas e, então, buscar alternativas para prevenir e/ou minimizar o perigo causado por tais eventos. Existe sempre a preocupação de se distinguir situações em que se incorre em risco daquelas em que predomina a incerteza. Ainda, segundo Fabozzi, no caso específico dos títulos de renda fixa, um investidor está exposto a um ou mais dos seguintes riscos:

- i) Risco de taxa de juros;
- ii) Risco de reinvestimento;
- iii) Risco de resgate antecipado;
- iv) Risco de inadimplência;
- v) Risco de inflação;
- vi) Risco cambial;
- vii) Risco de liquidez;
- viii) Risco de volatilidade;
- ix) Risco de riscos.

Dentre os riscos listados acima, o principal risco para um investidor de renda fixa é o risco de taxa de juros. O preço de um título padrão mudará no sentido oposto ao de uma mudança nas taxas de juros: à medida que as taxas de juros sobem, o preço do título cai; à medida que as taxas caem, o preço do título sobe. Se

o investidor precisar vender um título antes da data do vencimento, um aumento nas taxas de juros significará a realização de uma perda de capital.

Além disso, a volatilidade do preço de um bônus é dependente de seu prazo até o vencimento. Ou seja, tudo o mais constante, quanto maior o prazo até o vencimento de um título, maior a volatilidade de preço resultante de uma variação nos retornos de mercado.

## **2.5. Estrutura a Termo da Taxa de Juros**

O rápido desenvolvimento da literatura sobre o mercado de renda fixa e a disponibilidade e sofisticação da tecnologia criou uma oportunidade para se desenvolver novas medidas de risco de taxa de juros. Uma vez que estas medidas de risco dependem da estrutura a termo da taxa de juros, a modelagem da estrutura a termo constitui um elemento fundamental da gestão de risco de taxa de juros hoje.

A Estrutura a Termo desempenha um papel chave na avaliação de títulos de renda fixa por ser o principal fator que motiva a variação do preço dos ativos livres de risco de crédito. Neste contexto, é importante analisar suas características, a magnitude dos seus deslocamentos e sua inclinação. Ou seja, a análise do comportamento das taxas de juros assume papel fundamental na avaliação da maioria dos ativos financeiros. E o sucesso desta tarefa depende do acompanhamento dos principais determinantes da taxa de juros.

Segundo Bessada (2002), conceitualmente, a Estrutura a Termo da Taxa de Juros pode ser definida como a relação que se estabelece, em determinados instantes, entre o prazo para o vencimento e a taxa de retorno de títulos de renda fixa, oriundos de uma mesma classe de risco. Ela é também conhecida como yield curve ou curva de juros. A curva de juros, portanto, é um gráfico que demonstra a estrutura de prazos das taxas de juros através de um arranjo de rendimentos de todas as obrigações de mesma qualidade (mesma classe de risco), cujos vencimentos variam desde o mais curto até o mais longo prazo possível. A curva resultante indica se as taxas de juros a curto prazo são superiores ou inferiores às aplicadas ao longo prazo.

As mais modernas teorias sobre o comportamento da Estrutura a Termo da Taxa de Juros admitem que as alterações nas taxas de juros ao longo do tempo são

determinadas pelo comportamento estocástico de uma ou mais variáveis de estado (fontes de incerteza). Entre as várias modelagens sugeridas neste contexto é possível distinguir dois tipos de abordagem: os chamados modelos de equilíbrio, nos quais a imposição de restrições de consistência interna assegura a inexistência de oportunidade de arbitragem no mercado e determina, endogenamente, a Estrutura a Termo da Taxa de Juros. Já os modelos de não arbitragem são desenhados, pelo contrário, de modo que a dinâmica de toda a Estrutura a Termo seja consistente com dados observados no mercado para as taxas de juros e, em alguns casos, para a sua estrutura por prazos de volatilidade.

O formato da Estrutura a Termo pode então ser definido como o efeito do prazo de maturidade sobre a taxa esperada até o vencimento de um título de renda fixa. Para isto, é necessário entender a relação entre a taxa esperada e o prazo de vencimento. Fabozzi (1997) demonstra hipoteticamente que o desenho da estrutura temporal da taxa juros possui basicamente quatro formatos: curva normal ou positiva, curva invertida ou negativa, curva ondulada e a forma reta de estrutura de juros. De acordo com Bessada (2002), se as taxas de juros a curto prazo forem mais baixas, teremos uma curva de rentabilidade positiva (positive yield curve), se as taxas de juros a curto prazo forem mais altas, a curva de rentabilidade será negativa (ou invertida) (negative or inverted yield curve). Se houver pouca diferença entre as taxas de curto prazo e as de longo prazo, teremos uma curva de rentabilidade fixa (flat yield curve).

De forma geral, existem duas formas principais para que obtenhamos aproximações de uma Estrutura a Termo da Taxa de Juros completa. A forma mais usual de se aproximar taxas não observadas é a interpolação. A outra forma de se aproximar uma Estrutura a Termo completa é através de um modelo estrutural e/ou teórico para a Estrutura a Termo. Tais modelos teóricos são funcionais, que para qualquer instante do tempo  $t$ , fornecem a taxa de juros associada a qualquer vencimento desejado. Nesse sentido, eles executam uma ação muito similar à executada pelos polinômios na interpolação.

É preciso, entretanto, salientar as diferenças entre o trabalho de estimação de um modelo teórico da Estrutura a Termo e um trabalho de interpolação da Estrutura a Termo observada. Um modelo teórico é derivado a partir de uma equação diferencial estocástica para os fatores da economia que, por hipóteses de equilíbrio ou não arbitragem, geram um funcional que explica a dinâmica da Estrutura a Termo

ao longo do tempo como função desses fatores da economia. Um modelo teórico calibrado ou estimado não tem porque se ajustar perfeitamente à Estrutura a Termo observada da economia, afinal, o modelo impõe uma série de restrições, tanto em relação à dinâmica dos fatores/estados (que formam a taxa de curto prazo) como em relação às correlações entre as várias taxas de mais longo prazo que formam a Estrutura a Termo a cada período do tempo.

Podemos definir então duas áreas de pesquisa distintas. Uma primeira área de pesquisa relaciona-se então ao problema da estimação da Estrutura a Termo em uma determinada data, na qual se destacam os trabalhos de McCulloch (1971 e 1975), Shaefer (1981), Vasicek e Fong (1982), Adams e Van Deventer (1994) e Duarte, Almeida e Fernandes (1998). Uma segunda área relaciona-se aos chamados modelos de equilíbrio e modelos de não arbitragem. Como exemplos de trabalhos nesta área podemos citar o modelo de Vasicek (1977), Dothan (1978), Cox, Ingersoll e Ross (1985) e Heath, Jarrow e Morton (1992). A principal distinção entre os modelos de equilíbrio e os de não-arbitragem é que a estrutura a termo inicial das taxas de juros é um resultado do modelo de equilíbrio e é um dado do modelo de não-arbitragem.

### **2.5.1. Movimentos da Estrutura a Termo da Taxa de Juros**

Após a análise dos formatos da curva de juros e das teorias que influenciam os seus movimentos, pode-se admitir que a Estrutura a Termo da Taxa de Juros pode se deslocar em movimentos distintos, ou seja, de forma paralela e não-paralela nos diversos prazos ao longo da curva. No caso específico da estrutura a termo, uma análise busca estimar os componentes mais representativos das alterações no amplo espectro das taxas de juros representadas.

Litterman e Scheinkman (1991), usando a ferramenta estatística de Análise de Componentes Principais, determinaram fatores explicativos para a dinâmica da estrutura a termo de juros. De posse de uma série de dados sobre a ETTJ do mercado americano, Litterman e Scheinkman (1991) identificam três fatores ortogonais como os responsáveis pela maior parte (aproximadamente 98%) dos movimentos da estrutura a termo da taxa de juros americana. O primeiro fator corresponde a mudanças paralelas de nível da curva, o segundo a mudanças de

inclinação, o terceiro a variações de curvatura. Embora parcialmente idealizados, os fatores sugeridos têm um grande apelo intuitivo, sendo facilmente visualizados no dia a dia de uma mesa de operações. Segundo Varga e Valli (2001), esses mesmos fatores respondem por 94,3% dos movimentos da ETTJ no mercado brasileiro.

O primeiro tipo de movimento se refere aos movimentos paralelos da curva, ou seja, todos os rendimentos movem-se para uma mesma direção numa mesma magnitude. Já o movimento de inclinação, define se a curva é positiva ou negativa em função de sua maturidade, ou seja, é a primeira derivada dos rendimentos em relação aos prazos. E por último, a curvatura, segunda derivada dos rendimentos em relação aos prazos, define a velocidade em que as taxas crescem (no caso da inclinação positiva), ou decrescem (no caso da inclinação negativa).

Barber e Copper (1996), com base no trabalho de Litterman e Scheinkman (1991), sugeriram a adoção de métodos de imunização alicerçados no *hedge* desses componentes principais. Partindo-se da premissa que a estrutura a termo se altera em múltiplas direções, e que a carteira só estará imunizada se prover proteção para cada uma das alterações de direção fundamentais, os autores sugerem a adoção da análise de componentes principais, já que “o único guia disponível para determinar o conjunto de movimentos independentes é a própria história destes (Barber e Cooper, 1996)”.

O problema desta abordagem é que também é necessário que as taxas de juros sejam diretamente observáveis, o que não acontece em todos os mercados de renda fixa. Quando as taxas de juros não são diretamente observáveis, existe a necessidade de um passo intermediário de construção da curva de juros.

### **3. Gestão de Renda Fixa**

Nos últimos anos, investimentos em Renda Fixa se tornaram mais complexos. A seleção de uma carteira que seja consistente com os objetivos de investimento e a estratégia a ser adotada são decisões fundamentais no processo de gestão de renda fixa. As estratégias de carteiras podem ser classificadas como estratégias ativas, passivas ou portfólios estruturados.

Em relação às estratégias ativas, elas têm em comum a especificação das expectativas dos agentes sobre os fatores que influenciam o desempenho de uma classe de ativos. No caso do gerenciamento de uma carteira ativa, a atividade pode envolver projeções de taxas futuras de juros, volatilidade da taxa de juros futura ou spread de rendimentos futuros.

Estratégias passivas envolvem informações previsivas mínimas. Um tipo de estratégia passiva bastante conhecido é a indexação, cujo objetivo é acompanhar o desempenho de um índice predeterminado. Embora a indexação seja muito utilizada no gerenciamento de carteiras de renda variável, o seu uso para gerenciar carteiras de renda fixa ainda é relativamente recente no mercado doméstico.

Uma Estratégia de Portfólio Estruturado (ALM), em contraste com uma estratégia passiva, tem como meta as obrigações, ou um determinado nível de renda, que seja suficiente para honrar obrigações futuras. Para fundos de pensão e companhias de seguro, o target de renda estará ligado aos benefícios requeridos e seguros reclamados. Estratégias estruturadas também são adequadas para bancos.

#### **3.1. Estratégias de escolha de portfólio**

A estrutura a termo mostra o relacionamento entre o vencimento dos títulos e seus retornos. A configuração desta curva muda ao longo do tempo. Neste sentido, as estratégias de curva de retorno envolvem posicionar a carteira para capitalizar sobre as mudanças esperadas na configuração da curva de rendimento.

Um deslocamento na curva de retorno se refere a uma mudança relativa no retorno para cada vencimento de título que compõe a curva. Uma alteração paralela na curva de retorno é um deslocamento no qual a mudança é a mesma para todos



os vencimentos. Um deslocamento não-paralelo na curva de retorno indica que o retorno relativo aos diversos vencimentos não se altera segundo o mesmo número de pontos-base.

Portfólios com a mesma duração podem registrar performances diferentes quando a estrutura de juros se altera. Então, investidores com diferentes expectativas para a curva de juros irão selecionar estruturas com maturidades diferentes.

### **3.1.1. Riding the curve**

Em uma estratégia Riding the curve, os investidores compram títulos mais longos e os vendem antes de seu vencimento, com o objetivo de apropriar-se dos prêmios por aplicar em títulos de prazos mais longos.

### **3.1.2 Buy-and-hold**

Comprar e manter títulos refere-se a uma estratégia onde os investidores compram títulos e estes são mantidos até o seu vencimento.

### **3.1.3. Bullet**

Em uma estratégia Bullet, o portfólio é construído de forma que a maturidade está concentrada em um ponto da curva. O ponto de maturidade escolhido para a estratégia vai afetar o desempenho da carteira de acordo com o tipo de deslocamento da curva de juros.

### **3.1.4. Barbell**

Em uma estratégia Barbell a maturidade dos títulos escolhidos está concentrada nos extremos da curva. Títulos muito curtos e títulos muito longos nos

quais se investe na mesma quantidade. Quando os títulos curtos vencerem serão substituídos por outros títulos curtos.

### **3.1.5. Ladder**

Na estratégia Ladder, o portfólio é construído para ter aproximadamente quantidades iguais de cada um dos vencimentos.

### **3.1.6. Butterfly**

A estratégia Butterfly é uma combinação da estratégia Barbell (chamado de asas da borboleta) e uma estratégia Bullet (chamado de corpo da borboleta), em que uma estratégia é utilizada para financiar a outra. Se a estratégia comprada é a Barbell e a vendida é a Bullet ou vice-versa, vai depender das mudanças antecipadas na taxa de juros. O objetivo é ajustar os pesos desses componentes, de forma que a estratégia implementada tenha uma Duração igual a zero. Esta propriedade garante uma quase perfeita neutralidade de taxa de juros, quando apenas pequenas mudanças paralelas afetarem a curva de juros. Além disso, a borboleta, que normalmente é estruturada de modo a exibir uma convexidade positiva, gera um resultado positivo se grandes mudanças ocorrem em paralelo. Por outro lado, quando a curva é afetada por movimentos mais complexos que mudanças paralelas, incluindo movimentos de inclinação e curvatura, o desempenho da estratégia pode ser drasticamente afetado. A estratégia Butterfly tem um grande número de usos, incluindo implementação de estratégias de arbitragem, criação de opções sintéticas, e apostas em volatilidade e formatos de curva. No entanto, em geral, é bastante complexo reconhecer em que condições do mercado exatamente uma estratégia Butterfly gera pay-offs positivos ou negativos quando todos os movimentos possíveis são contabilizados.

### **3.2. Estratégias de Gerenciamento de Risco**

Com o objetivo de proteger os títulos ou carteiras de títulos contra os deslocamentos da curva de rendimentos, vários autores desenvolveram estudos e teorias com variados graus de complexibilidade e aplicabilidade.

O desenvolvimento de medidas de risco de taxa de juros remonta a Macaulay (1938), Hicks (1939) e Samuelson (1945). Macaulay introduziu o conceito de Duração como uma medida resumo da vida de uma obrigação. Duração é uma média ponderada de cada pagamento em dinheiro e, o peso de cada pagamento é o seu valor presente, dividido pelo valor presente total dos pagamentos. Independente de Macaulay, Hicks desenvolveu a mesma medida e chamou-a período médio. A expressão utilizada por Hicks para designar a duração foi “a elasticidade do valor do capital em relação ao fator de desconto”. A duração de Macaulay e o período médio de Hicks são conceitos equivalentes.

Ao analisar o impacto das variações da taxa de juros sobre o valor de recursos financeiros de algumas instituições, Samuelson concluiu que quando a duração dos ativos da empresa é mais alta que a das obrigações, a instituição sofrerá perdas quando a taxa de juros subir e terá lucros quando a taxa de juros cair. Samuelson derivou então um período de tempo médio, o que corresponde a Duração de Macaulay. Em todos esses trabalhos iniciais, a medida de duração assume um rendimento constante, o fator de desconto. No âmbito de uma curva de juros plana e mudança paralela das taxas de juros para todos os termos, a Duração de Macaulay fornece uma estratégia de imunização precisa.

Fisher e Weil (1971) relaxaram a hipótese de rendimento constante da Duração de Macaulay e desenvolveram uma nova medida de Duração, a Duração de Fisher-Weil. Similar à Duração de Macaulay, a Duração de Fisher-Weil também assume movimentos paralelos da curva de juros. Entretanto, os autores desenvolveram uma aplicação para a medida de Duração através da ponderação das taxas de desconto diferentes para cada fluxo futuro, ou seja, a duração com o uso da taxa de juros variável em cada período, o que gerou resultados bem satisfatórios.

Essas medidas são geralmente conhecidas como medidas tradicionais de risco de taxa de juros e continuam sendo largamente utilizadas. Cabe ressaltar que a premissa principal do modelo tradicional de Duração é que a eficiência na proteção

dos títulos ou da carteira de títulos ocorre em função dos deslocamentos paralelos da curva de juros. Assim, com o intuito de aperfeiçoar o modelo de Duração, vários estudos sobre os impactos nos valores dos investimentos em relação aos prazos de maturidade e em função das mudanças nas taxas de juros foram desenvolvidos. Estes estudos acabaram gerando metodologias de natureza mais complexa para proteção de carteiras ao buscar também neutralizar movimentos não-paralelos da curva de rendimentos.

Para obter proteção contra deslocamentos não paralelos da curva de juros, muitos autores desenvolveram métodos mais sofisticados de imunização que vão além do conceito simples de duração. Dentre estes modelos, pode-se citar a abordagem de coeficiente angular de Cooper (1977), os modelos de Bierwag (1977) e Bierwag, Kaufman e Khang (1978), que incorporam medidas de risco mais complexas. Ainda, Khang (1979) que derivou uma medida diferente de Duração considerando um caso específico, no qual as taxas de títulos com vencimento no curto prazo variavam mais que os títulos de vencimento no longo prazo.

Reitano (1990) desenvolveu uma variação do modelo de Duração de Macauley, considerando durações parciais para explicar o comportamento dos preços sob mudanças não paralelas na curva de taxa de juros. O autor desenvolveu também o conceito da Duração modificada. Segundo este conceito, a Duração modificada mede a variação percentual do valor da carteira em função da variação de um ponto percentual na taxa de juros e da convexidade que está relacionada à segunda derivada do valor presente do título em relação à taxa de juros, sendo considerada uma medida de sensibilidade da Duração modificada às variações nas taxas de juros.

Modelos de Duração são baseados em uma relação linear entre os preços dos títulos e das taxas de juros. Este pressuposto é válido para variações infinitesimais na taxa de juros. Mas a relação entre o preço de um título e as taxas de juros não é linear e convexa. Isto significa que a inclinação, medida pelo declive da reta tangente à curva em um determinado ponto não é constante ao longo de todo o seu domínio. Assim, para não infinitesimal alterações na curva de juros, a verdadeira relação não-linear entre os preços dos títulos e as taxas de juros deve ser considerada para que se consiga uma imunização precisa. Para capturar a relação não linear entre o preço do título e a curva de juros, outra medida é usada em adição à Duração. Esta outra medida é a convexidade.

Segundo Fabozzi e Modigliani (1992), a convexidade mede a taxa de variação da Duração em relação à taxa de juros. Isto porque o efeito da variação da taxa de juros sobre o preço de um título de renda fixa não é linear, necessitando da correção de segunda ordem. Trata-se de um efeito positivo, independente do sinal da mudança da taxa de juros. Apesar de se tratar de uma correção que permite a utilização em variações maiores das taxas de juros, permanecem os pressupostos de curva de juros plana e de movimentos paralelos. Ou seja, Duração e Convexidade, juntos, oferecem um quadro mais preciso para medir o risco de mudança não infinitesimal na taxa de juros. Assim, qualquer análise com base na metodologia duração-convexidade está sujeita a essa limitação, não perdendo, no entanto, sua utilidade. Um investidor pode então adotar um procedimento de investimento que permite proteger-se do risco de taxa de juro: é a estratégia de imunização.

O termo imunização foi usado em finanças, pela primeira vez por Redington, em um artigo publicado em 1952, significando o investimento em ativos de forma que o portfólio existente seja imune a uma mudança geral nas taxas de juros. Redington (1952) mostrou que se a duração dos ativos e passivos são iguais e que se a dispersão dos fluxos de caixa do ativo em torno da duração fosse superior à dispersão dos fluxos do passivo, o portfólio está protegido contra uma variação local (infinitesimal) paralela na curva de juros.

No entanto, esta estratégia pressupõe que seja definido, no momento em que se efetua o investimento, o tipo de choque sobre a estrutura de prazos das taxas de juros. Consequentemente, deste modo, o investidor se coloca diante de um novo tipo de risco: o risco de imunização.

Assim, além da convexidade, outras medidas foram propostas a fim de imunizar uma carteira de títulos para deslocamentos não paralelos. Para ultrapassar este problema Fong e Vasicek (1984) deduziram um instrumento que permite minimizar o risco de imunização, e que designaram por M-Quadrado. Ou seja, o M-Quadrado foi desenvolvido como uma medida do risco de imunização contra variações arbitrárias das taxas de juros. Carteiras com baixo M-Quadrados terão baixa exposição a mudanças nas taxas de juros e vice-versa.

Recentemente, Balbás e Ibáñez (1998) propuseram uma nova medida para o risco de imunização. Esta medida é a dispersão linear ( $\tilde{N}$ ) dos fluxos de caixa em torno do horizonte  $h$  de investimento. A medida foi desenvolvida considerando um

conjunto de choques em que a diferença entre quaisquer dois choques nas taxas de juros instantâneas futuras obedece a um limite superior. Assim, minimizar o  $\tilde{N}$  significa também minimizar o risco de imunização.

### 3.2.1. Duração

A duração de um título é a medida mais tradicional do risco de taxas de juros, e mede a sensibilidade do preço a pequenas mudanças no nível das taxas de juros. Segundo Hull (1998), a duração de um título representa o tempo médio em que seu detentor recebe seus pagamentos. Em outras palavras, é o prazo médio para recuperar o investimento realizado.

A duração de Macaulay (1938) considera que o nível da taxa de juros é constante para qualquer prazo, ou seja, assume que a curva de rendimento é plana. A duração, portanto, é a média ponderada do tempo em que os pagamentos são recebidos, sendo que os pesos correspondem à proporção do valor presente dos pagamentos em relação ao valor presente total do título. Assim, a Duração é uma medida de sensibilidade de um ativo à taxa de juros.

Portanto, considerando o rendimento de um título prefixado como uma taxa de juros efetiva anual  $y$ , seu preço  $P$  corresponde ao somatório do valor presente de seus fluxos de pagamentos e pode ser representado por:

$$P = \sum_{i=1}^n \frac{F_i}{(1+y)^t}$$

em que

**$F_i$**  representa o  $i$ -ésimo fluxo de pagamento do título;

**$n$**  corresponde à quantidade de fluxos de pagamento do título;

**$t$**  é o tempo, em anos até a data do pagamento do  $i$ -ésimo fluxo.

Neste caso, a duração  $D$  de um título com pagamentos periódicos será calculada pela seguinte fórmula:

$$D = \frac{\sum_{i=1}^n \left[ t_i \cdot \frac{F_i}{(1 + y_i)^t} \right]}{P}$$

em que

**P** é o preço atual do título.

### 3.2.2. Convexidade

Segundo Fabozzi e Modigliani (1992), a convexidade mede a taxa de variação da Duração em relação à taxa de juros. Isto porque o efeito da taxa de juros sobre o preço de um título de renda fixa não é linear, necessitando da correção de segunda ordem. Trata-se de um efeito positivo, independente do sinal da mudança da taxa de juros, sendo benéfico para as posições ativas. Apesar de se tratar de uma correção que permite a utilização em variações maiores das taxas de juros, permanecem os pressupostos de curva de juros plana e de movimentos paralelos. A convexidade de um título com pagamentos periódicos será calculada pela seguinte fórmula:

$$C = \frac{\sum_{i=1}^n t_i \times (t_i + 1) \times \frac{F_i}{(1 + y_i)^{t+2}}}{P}$$

em que,

**F<sub>i</sub>** representa o fluxo de pagamento do título no i-ésimo ano;

**n** corresponde à quantidade de fluxos de pagamentos anuais;

**t** é o tempo, em anos até a data do pagamento do fluxo;

**P** é o preço atual do título.

### 3.2.3. Dispersão quadrática – M<sup>2</sup>

A medida de dispersão M-Quadrado, é uma medida de imunização de risco e foi introduzida por Fong e Vasicek (1984) para superar as limitações da teoria

tradicional de imunização, formalizada por Fischer e Weil (1971). O modelo mede a exposição ao risco de uma carteira relativamente a variações na inclinação da Estrutura a Termo da Taxa de Juros. O M-Quadrado é uma característica do portfólio que determina a exposição do mesmo a uma alteração arbitrária das taxas de juros. Neste sentido, pode ser entendido como uma medida do risco de imunização. Então, deverá ser minimizado de forma a constituir-se um portfólio que tenha a menor vulnerabilidade possível a qualquer movimento das taxas de juros. O modelo do M-Quadrado apresenta duas vantagens principais:

- é um parâmetro que o investidor pode controlar e, dessa forma, estruturar o portfólio adequadamente;
- não é necessário assumir hipóteses quanto à natureza do processo estocástico que governa o comportamento das taxas de juros.

Os autores demonstraram que a variação percentual no preço de uma carteira imunizada pela Duração, ou seja, cuja Duração é igual ao horizonte de investimento, é limitada inferiormente pela medida quadrática de dispersão ( $M^2$ ) dos fluxos de caixa em torno do horizonte. O teorema é expresso pela seguinte inequação:

$$\left[ \frac{\Delta P}{P} \right] \geq -\frac{1}{2} \kappa \cdot M^2$$

em que,

$$M^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \left[ (t-H)^2 \times \left( \frac{F_i}{(1+y_i)^t} \right) \right]}{P}$$

Analisando a estrutura da inequação, constata-se que a variação relativa do valor final de um portfólio imunizado se decompõe em dois elementos. O primeiro,  $-(1/2)\kappa$ , é função do movimento das taxas de juros. O gestor do portfólio não tem controle sobre este primeiro elemento, que mede a alteração da configuração da curva de taxas de juro. Para uma alteração da curva de taxas de juro não coincidente com o esperado, a rentabilidade realizada será inferior ao esperado. O segundo,  $M^2$ , depende apenas da estrutura do portfólio. É este segundo elemento



que o gestor do portfólio pode controlar e, assim, determinar a composição do mesmo. A exposição do portfólio a uma dada alteração das taxas de juro é proporcional ao M-Quadrado. Portfólios com um M-Quadrado pequeno têm uma baixa exposição ao movimento das taxas de juros e portfólios com M-Quadrado elevados o oposto. Por esta razão, o M-Quadrado é uma medida do risco de imunização. Um portfólio perfeitamente imunizado tem uma exposição mínima a variações nas taxas de juro, o que se obtém minimizando a medida do risco M-Quadrado, sujeito à condição de duração do portfólio igual ao horizonte temporal do investimento.

A medida do risco M-Quadrado é sempre não negativa. Atinge o seu valor mais baixo (zero) se, e somente se, o portfólio consistir de apenas um único título, sem cupom, com maturidade igual ao horizonte de tempo do investimento. Este é de fato o portfólio perfeitamente imunizado, dado que nenhuma variação das taxas de juros afeta o seu valor final. Qualquer outro portfólio está, até determinado ponto, vulnerável a um movimento adverso nas taxas de juros.

#### **3.2.4. Dispersão Linear – $\tilde{N}$**

A medida de dispersão linear proposta por Balbás e Ibáñez (1998) foi desenvolvida considerando o conjunto de choques em que a diferença entre quaisquer dois choques nas taxas de juros instantâneas futuras obedece a um limite superior. Nesse caso, o risco da estratégia de imunização pode ser calculado a partir das perdas ocasionadas pela ocorrência de tais choques e a minimização do risco de imunização estará associada à minimização dessas perdas. A condição pode ser interpretada da seguinte forma: um investidor que tenha certeza da ocorrência de um determinado choque  $k$  irá comprar um título cuja rentabilidade esperada não será comprometida pela alteração na curva de juros.

Esta medida de dispersão linear ( $\tilde{N}$ ) dos fluxos de caixa em torno do horizonte  $H$  de investimento pode ser expressa por:

$$\tilde{N} = \frac{\sum_{i=1}^n \left( |t_i - H| \times \frac{F_i}{(1 + y_i)^t} \right)}{P}$$

Assim, minimizar o  $\tilde{N}$  também significa reduzir o risco de imunização, ou seja, o efeito do pior choque é minimizado (Balbás et al., 2002).

Embora as duas medidas de dispersão partam de uma mesma premissa, a da ocorrência de choques arbitrários sobre a curva de taxa de juros, a carteira de ativos é exposta a diferentes extensões de choques, o que justifica a diferença entre as medidas de dispersão apresentadas.

Balbás et al. (2002) realizaram um estudo empírico, com títulos de renda fixa do mercado espanhol, para testar o uso das medidas de dispersão como estratégia de imunização do risco de taxas de juros.

Neste estudo, foram conduzidos 12 testes, com períodos escolhidos entre 16 de abril de 1993 e 18 de dezembro de 1995, para um horizonte de investimento de 3 anos. Utilizando dados mensais, divulgados pelo Banco da Espanha, de preços de títulos cujas maturidades variavam desde 1, 2 e 6 meses até 15 anos, foram escolhidos os 12 períodos para os quais havia um título de maturidade igual ao horizonte (maturity-matching). Todos os títulos tinham pagamento anual de cupom de juros e cada carteira era composta por dois títulos. Cada carteira foi rebalanceada sempre que houve pagamento de cupom, ou seja, duas vezes ao ano.

A conclusão final é que carteiras selecionadas segundo a estratégia de minimizar a dispersão linear ( $\tilde{N}$ ) geralmente incluem um título de mesma maturidade que o horizonte de investimento (m-m) e têm melhor desempenho do que aquelas que minimizam a dispersão quadrática ( $M^2$ ). Além disso, segundo os autores, carteiras com restrição de maturidade (m-m barbell e m-m bullet) também têm bom desempenho.

### 3.2.5. Value-at-Risk e Conditional Value-at-Risk

O VaR e o CVaR são medidas mais modernas que tentam superar as limitações das medidas clássicas de risco (Duração, convexidade e dispersão). As

medidas clássicas não consideram o comportamento real das taxas de juros, verificado em séries históricas. Assim, ao trabalhar com distribuições de retornos de séries históricas ou obtidas por simulações, estas medidas tentam superar esta limitação. Depois de formadas as carteiras imunizadas, pode-se usar as medidas de VaR para testar a sua eficiência na redução dos riscos associados às taxas de juros.

O valor em risco de uma variável aleatória  $r$  qualquer a um nível de confiabilidade  $\alpha$  é definido por:

$$VaR_{\alpha}(r) = \inf \{ t: P(r > t) \leq \alpha \}$$

Se  $r$  representa perdas,  $t$  é a máxima perda a um nível de confiança de  $\alpha \times 100\%$ .  $VaR_{\alpha}(r) = t^{\alpha}$  é o quantil mínimo associado a  $P(r > t^{\alpha}) = \alpha$ , i.e., a probabilidade da variável aleatória  $r$  exceder o  $VaR_{\alpha}(r)$  é menor ou igual a  $\alpha$ .

O CVaR tem sido amplamente utilizado em problemas de portfólio. Uma das motivações iniciais para o uso do valor esperado condicional como medida de risco é a sua capacidade de capturar a presença de eventos pouco prováveis mas de alta profundidade (catastróficos). O VaR não distingue tais eventos. Em linhas gerais, o VaR só captura a área da cauda da distribuição não importando como a cauda se distribui ao longo dos eventos, enquanto o CVaR é uma média na cauda.

CVaR é o valor esperado condicional definido por:

$$CVaR_{\alpha}(r) = E[r | r \geq VaR_{\alpha}(r)]$$

Note que na definição acima, para calcularmos o CVaR de uma variável aleatória devemos primeiro calcular o VaR da variável aleatória. Por definição, o CVaR é a média condicional das piores  $(1-\alpha) \times 100\%$  perdas, logo

$$CVaR_{\alpha}(r) \geq VaR_{\alpha}(r),$$

o que demonstra que o CVaR é uma medida de risco mais conservadora, pois restringe ainda mais o espaço de decisões.

Com a afluência destas novas medidas de risco, Mato (2005) realizou um estudo com títulos do tesouro norte-americano (U.S. Treasury bonds) para avaliar a relação entre as medidas de risco clássicas e estas outras medidas de risco mais

recentes na formação de uma carteira de investimento ideal. Foram selecionados 11 títulos com diversos prazos de vencimento (1, 2, 3, 5, 7, 10 e 20 anos) e diferentes taxas de cupom de juros. Foram formadas 24 carteiras pela combinação de dois títulos, de forma que a duração resultante fosse igual ao horizonte de investimento, estabelecido como 5 anos, a exemplo de estudos anteriores sobre imunização de carteiras.

As medidas clássicas de risco, convexidade e dispersão ( $M^2$  e  $\tilde{N}$ ), foram calculadas para as 24 carteiras, assim como o VaR histórico e o CVaR, nos dois períodos, com o objetivo de comparar a carteira ótima indicada por cada estratégia.

Os resultados mostraram que a prática de maximizar a convexidade nem sempre implica em uma otimização utilizando o CVaR. O portfólio indicado como de maior convexidade não coincidiu com o portfólio equivalente a encontrar carteira de mínimo CVaR.

Quanto à estrutura, observou-se que carteiras compostas por títulos com menores taxas de cupom apresentaram menor CVaR do que carteiras equivalentes, nas quais apenas as taxas de cupom eram maiores. Em contrapartida, carteiras com as maiores taxas de cupom apresentaram maior convexidade. Com relação à dispersão, as duas carteiras que apresentaram as menores medidas continham, em grande proporção, um título de maturidade idêntica ao prazo de cinco anos. Este resultado confirmou a afirmação de Balbás et al. (2002) de que carteiras com dispersão mínima geralmente contêm um título de maturidade coincidente com o horizonte de investimento.

Para o mercado brasileiro, Daumas (2007) realizou estudo empírico semelhante ao estudo que Mato (2005) realizou com títulos do Tesouro americano. Primeiramente, analisou-se o mercado brasileiro de títulos prefixados da dívida pública mobiliária federal interna. Adicionalmente, foi feita abordagem do mercado de títulos da dívida pública mobiliária federal externa (DPMFe), mas apenas dos novos títulos denominados em dólar americano, chamados genericamente de Globals.

O trabalho apresentou as diversas estratégias de imunização de risco de carteiras de renda fixa, abordando medidas clássicas de risco, duração, convexidade e dispersão, além de medidas mais modernas, como o VaR (value-at-risk) e o CVaR (conditional value-at-risk). Os resultados indicaram que não é recomendável utilizar a convexidade como instrumento de escolha de carteiras, pois em mercados líquidos

ela provavelmente já está precificada. A estratégia de seleção da carteira de dispersão mínima revelou-se a melhor para o mercado de títulos da dívida externa. Os critérios de escolha segundo o menor VaR e CVaR, com graus de confiança elevados, mostraram-se satisfatórios em ambos os mercados.

### **3.2.6. Risco idiossincrático**

Embora o principal risco para um investidor de renda fixa seja o risco de taxa de juros, o preço de um bônus está sujeito a elementos idiossincráticos que são independentes da taxa de juros. Entre esses fatores idiossincráticos que podem afetar os preços dos títulos temos efeitos fiscais, mudanças de status de *on-the-run* para o *off-the-run* que podem afetar a liquidez dos títulos, alterações no custo com derivativos, etc.

Segundo Dias, Gonzales e Navarro (2006), o preço de um título pode ser obtido pela soma de dois componentes: o valor presente do fluxo de caixa esperado e um termo de erro, que seria decorrente dos elementos idiossincráticos. Desta forma, todos estes fatores idiossincráticos poderiam afetar o preço do título, independente das mudanças da taxa de juros, afetando assim as estratégias de imunização.

Em um portfólio diversificado, este termo de erro tenderia a ser cancelado já que eles são independentes das mudanças nas taxas de juros e eles são também independentes entre si. Segundo os autores, o impacto sobre o portfólio, derivado de uma variação no valor de um título específico vai ser menor se o peso deste título na composição do portfólio for de apenas 15% ao invés de 50% ou mais, como é comum acontecer nos casos de portfólios bullets. Assim, em relação às estratégias de imunização, os efeitos idiossincráticos poderiam ser mais intensos em portfólios não diversificados.

Sob esta perspectiva, o valor final do portfólio seria influenciado por dois fatores, um seria decorrente das possíveis mudanças na estrutura a termo e o outro seria a estrutura do portfólio. De acordo com a literatura, movimentos da estrutura a termo tendem a afetar em maior grau portfólios ladder. Mas se um portfólio ladder é composto por muitos títulos, consequentemente, os efeitos idiossincráticos tendem a ter um efeito menor. Se o efeito idiossincrático for maior que o efeito do movimento

da estrutura a termo, portfólios diversificados tendem a apresentar retornos mais estáveis.

Para testar a importância relativa destas duas fontes de risco, os autores utilizaram um programa de otimização que selecionou os portfólios imunizados, ou seja, com Duração igual ao horizonte de investimento, e de menor M-Absoluto<sup>1</sup>, medida de dispersão desenvolvida por Nawalkha and Chambers (1996). Alternativamente foram criados mais três modelos. O segundo modelo minimizou o quadrado da soma dos pesos dos títulos, reduzindo o risco idiossincrático. O terceiro modelo foi um mix dos modelos anteriores, cujo objetivo era testar se existe um trade off entre risco de imunização e risco idiossincrático. O quarto e último modelo procurou testar se é possível reduzir simultaneamente o risco de taxa de juros e o risco de imunização buscando minimizar o M-Absoluto, sem limitar a Duração do portfólio igual ao horizonte temporal do investimento. Foi determinado um horizonte de investimento de 3 (três) anos. Os portfólios foram construídos com seis títulos do tesouro espanhol de mais alta liquidez: dois títulos com maturidade menor que o horizonte do investimento, um título de 3 (três) anos, dois títulos com maturidade acima de 3 (três) anos e um título de 10 (dez) anos. O período foi dividido em 29 intervalos sobrepostos, começando no primeiro dia de janeiro, abril, julho e outubro, de janeiro de 1993 a janeiro de 2000. Para comparar a eficácia das diferentes estratégias foi calculada a diferença entre o retorno realizado e o benchmark (um título zero cupom com maturidade de 3 anos a partir do início do período de investimento).

O resultado encontrado pelos autores foi que a diversificação ajuda a reduzir a volatilidade dos desvios em relação ao benchmark e o retorno realizado. Este resultado é independente do tamanho e do sinal das mudanças da taxa de juros. E,

---

<sup>1</sup> O M-Absoluto é definido como: 
$$M^A = \frac{\sum_{i=1}^n |t_i - H| \times C_i \times P_0(t_i)}{I_0}$$
, em que  $C_i$  é o fluxo de caixa gerado

pelo portfólio ( $C_i > 0$ ),  $P_0(t_i)$  é o valor presente de uma unidade do título zero cupom em  $t$ ,  $I_0$  é o valor presente e  $H$  é o horizonte do investimento.

finalmente, segundo os autores, portfólios imunizados performam melhor que estratégias baseadas em minimizar o M-Absoluto.

#### 4. Teste Empírico

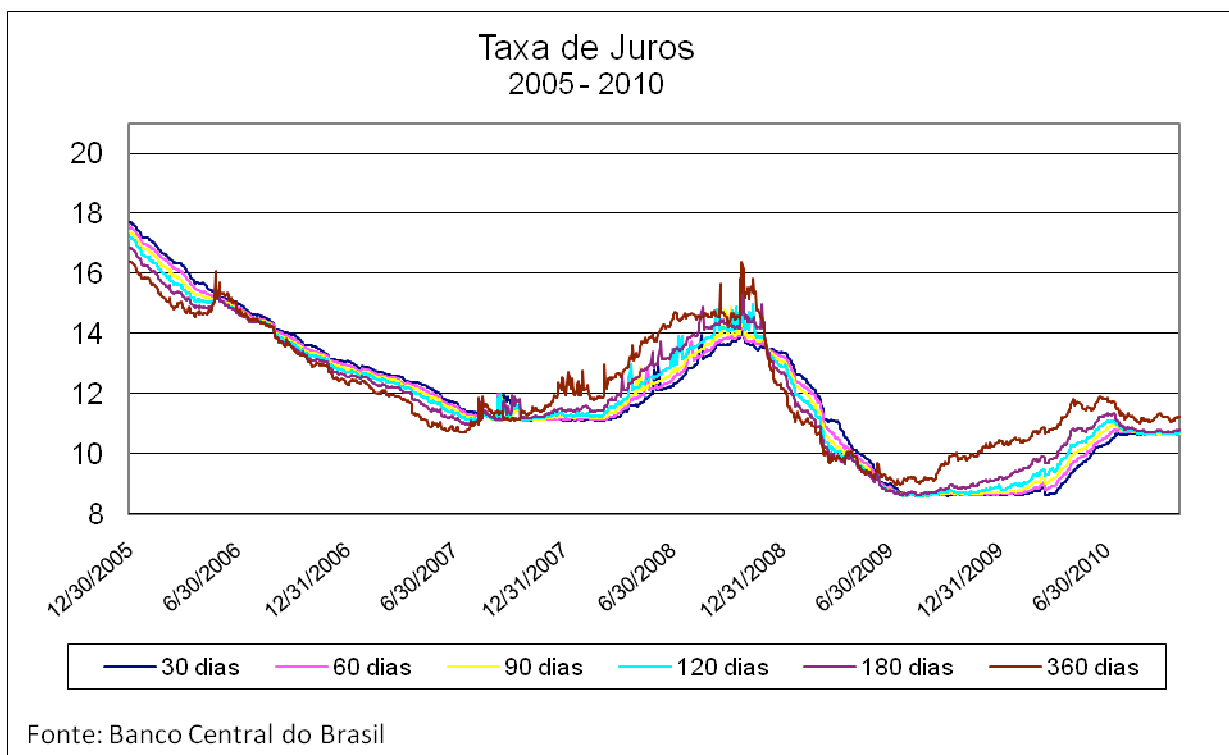
O teste empírico foi conduzido a partir da otimização de carteiras, podendo ser dividido em duas etapas. Na primeira, para avaliar o desempenho das diversas estratégias de gerenciamento de risco, o período analisado é de 02/01/2007 até 04/01/2010 (754 dias úteis). As carteiras foram criadas a partir dos títulos prefixados da dívida pública brasileira (LTN e NTN-F) disponíveis em 02/01/2007. Nesta fase, além de avaliar o desempenho das estratégias, fizemos uma primeira avaliação sobre o risco idiossincrático.

Na segunda etapa, o objetivo foi avaliar de forma mais abrangente o risco idiossincrático. O período analisado é de 02/01/2006 até 31/10/2010, e o mesmo foi dividido em 3 subperíodos, de dois anos cada, que se sobrepõem. As carteiras também foram construídas a partir dos títulos prefixados da dívida pública disponíveis em 02/01/2006.

É importante destacar as condições que vigoravam na economia brasileira naquele momento. A Política Monetária vinha operando um ciclo de queda de taxa de juros, que teve início em outubro de 2005 e se encerrou em outubro de 2007. Na primeira etapa do estudo, a Taxa Selic caiu de 19,75%aa em outubro de 2005 para 11,25%aa em outubro de 2007. No instante da composição da carteira (02/01/2007), a taxa Selic se encontrava em 13,25%aa. Esta conjuntura está refletida na forma da curva de juros, com as taxas de juros a curto prazo mais altas que as taxas de longo prazo, caracterizando uma curva de rentabilidade negativa (ou invertida).

Durante o horizonte do investimento a taxa Selic voltou a subir em abril de 2008, porém, o ciclo de alta foi relativamente curto, a taxa atingiu 13,75% em setembro do mesmo ano, e permaneceu neste patamar por quatro meses quando então o Banco Central deu início a um novo ciclo de afrouxamento monetário. Este novo ciclo refletiu a maior percepção de que os impactos da crise financeira e da possível recessão global ocorreriam de forma mais intensa também na economia brasileira. Neste novo ciclo de queda a taxa Selic atingiu o patamar de 8,75%aa, mesmo patamar em que se encontrava no encerramento do prazo do investimento (04/01/2010).





Na segunda etapa do estudo, no instante da composição da carteira (02/01/2006), a taxa Selic se encontrava em 18,00%aa. Em outubro de 2010, quando se encerram os últimos investimentos, a taxa de juros básica era 10,75%, tendo o Banco Central iniciado um novo ciclo de aperto monetário em abril de 2010.

#### **4.1. Desempenho das estratégias de risco**

Na primeira etapa do estudo foram calculados a Duração, em dias úteis, e a Convexidade de cada título. Em seguida, foram calculadas as medidas de dispersão,  $M^2$  e  $\tilde{N}$ , considerando o horizonte de investimento de 3 anos. A Tabela 4.1 apresenta o rendimento previsto e as medidas de risco de taxas de juros, para cada título, considerando o dia 02/01/2007 como data inicial para o investimento.

Tabela 4.1 - Características dos títulos e medidas de risco para um investimento de 756 dias

Data Inicial	Títulos	Data de Vencimento	YTM	Prazo (d.u.)	Duration (d.u.)	Convexidade	Ñ	M <sup>2</sup>
1/2/2007	LTN	4/1/2007	12.8692	62	62	15,282	692	478,864
1/2/2007	LTN	7/1/2007	12.6170	124	124	36,762	630	396,900
1/2/2007	LTN	10/1/2007	12.4716	188	188	65,392	566	320,356
1/2/2007	LTN	1/1/2008	12.3705	250	250	99,389	504	254,016
1/2/2007	NTN-F	1/1/2008	12.3783	250	244	85,989	510	260,734
1/2/2007	LTN	4/1/2008	12.3046	311	311	138,827	443	196,249
1/2/2007	LTN	7/1/2008	12.2658	373	373	184,967	381	145,161
1/2/2007	LTN	1/1/2009	12.2254	504	504	302,531	250	62,500
1/2/2007	NTN-F	1/1/2010	12.2810	754	669	367,950	85	40,412
1/2/2007	NTN-F	1/1/2012	12.3303	1,256	1,011	651,469	433	209,617
1/2/2007	NTN-F	1/1/2014	12.3481	1,760	1,286	871,918	708	586,097

Depois de calcular a Duração, a convexidade e as medidas de dispersão para cada título, a segunda fase da análise foi dedicada à montagem das carteiras, que foram separadas em 3 (três) diferentes grupos. No primeiro grupo avaliamos o desempenho de um título (carteira composta por um único título), sem utilizar qualquer instrumento de proteção. Depois acompanhamos a evolução deste mesmo título, mas imunizado via utilização de um modelo de hedge através de Duração. Primeiramente utilizamos um hedge estático e depois um hedge dinâmico, com o rebalanceamento a cada pagamento de cupom.

No segundo grupo de carteiras o critério utilizado para a construção das mesmas foi a utilização de dois títulos, com a condição de que todas as carteiras apresentassem a Duração igual ao horizonte do investimento, de 754 dias. Todos os títulos disponíveis foram utilizados.

No terceiro grupo, a construção das carteiras envolveu um número menor de títulos, foram utilizados os seis mais líquidos disponíveis em 02/01/2007, juntamente com outras restrições além da Duração da carteira igual ao horizonte do investimento. O horizonte do investimento foi mantido em 3 (três) anos.

#### 4.1.1. Imunização de um título de renda fixa

Operações de imunização são estratégias que protegem as carteiras ou títulos contra os principais movimentos da curva de juros. Para formar o primeiro

grupo de carteiras, dentre os títulos disponíveis escolhemos a NTN-F (01/01/2010), título com maturidade de 754 dias (3 anos) e com pagamento de cupom semestral.

A estratégia de imunização da NTN-F pelo modelo de Duração foi realizada com a utilização do contrato de DI futuro<sup>2</sup>, de mesmo vencimento. Os financeiros de cada ativo, do título e do futuro de juros, foram ponderados pelas razões das suas respectivas sensibilidades, com sinais trocados. Assim, para os dois ativos  $t_1$  e  $t_2$ , títulos com sensibilidades de primeira ordem  $S_1$  e  $S_2$  a variações de uma taxa( $r$ ), arbitramos a quantidade do primeiro título como  $Q_1$ . A quantidade do segundo ativo foi obtida resolvendo a equação:

$$Q_1 \cdot VP_1 \cdot S_1 + Q_2 \cdot VP_2 \cdot S_2 = 0$$

em que VP é o valor presente dos fluxos esperados.

Deve-se ressaltar que os custos de transação nas estratégias acima não foram considerados.

#### **4.1.2. Imunização de carteiras de renda fixa**

Com o intuito de avaliar as diferentes estratégias de imunização do risco de taxa de juros e testar a performance das carteiras, o critério de imunização considerado foi igualar a Duração ao horizonte temporal do investimento. Os títulos disponíveis no mercado de renda fixa brasileiro na data inicial escolhida para o estudo (02/01/2007) permitiram a construção de portfólios com períodos de investimento de no máximo 3 anos (756 dias úteis). Ou seja, ainda não é possível trabalhar com portfólios com horizonte de investimento muito elevado quando

---

<sup>2</sup> O contrato futuro de DI-1 dia tem como objeto de negociação a taxa de juros efetiva de Depósitos Interfinanceiros-DI. Os contratos são definidos pela taxa média de depósitos interfinanceiros de um dia calculado pela CETIP, expressa em taxa efetiva anual, base 252 dias úteis. Esta taxa média é formada com base nas expectativas dos agentes econômicos e nas operações de transferências de recursos de uma instituição financeira com sobra de recursos para outra que esteja precisando. A data de vencimento dos contratos se dá sempre no primeiro dia útil do mês de vencimento.

trabalhamos com Duração do portfólio igual ao horizonte de investimento, sem um título mais longo, de 10 anos por exemplo, para compor as carteiras. Foram criadas 16 carteiras com 2 títulos cada, conforme abaixo:

$$\text{Carteira}_{ij} = w_i T_i + w_j T_j$$

sujeito a

$$\sum w_{ij} D_{ij} = H$$

$$\sum w_{ij} = 1$$

Depois que a carteira foi formada, os pesos dos títulos ( $w$ ) foram alterados a cada rebalanceamento para coincidir com a duração do período restante até o vencimento. Os rebalanceamentos foram feitos a cada pagamento de cupom e também quando um novo título foi adicionado ao portfólio em função do vencimento dos títulos de curto prazo. Foram formados 16 portfólios diferentes. E, novamente nenhum custo de transação foi assumido.

Na segunda fase desta etapa, as carteiras não foram limitadas pelo número de títulos. Trabalhamos com os seis títulos de maior liquidez. Foram formados 7 (sete) portfólios. O primeiro foi montado sob o critério de imunização utilizado nas carteiras anteriores, ou seja, a duração igual ao horizonte do investimento. As outras seis carteiras seguintes, que tinham por objetivo iniciar a discussão sobre risco idiossincrático, foram formadas de acordo com os modelos descritos a seguir:

Modelo I - A restrição em relação a duração da carteira ser igual ao horizonte de investimento foi mantida. Acrescentamos a condição de minimizar a medida de dispersão  $\tilde{N}$ .

$$\text{Carteira} = \sum w_i T_i$$

sujeito a

$$\min \sum w_i \tilde{N}$$

$$\sum w_i D_i = H$$

$$\sum w_i = 1$$

Modelo II - A restrição em relação a duração da carteira ser igual ao horizonte de investimento foi mantida. Acrescentamos a condição de minimizar o quadrado da soma dos pesos dos títulos ( $w^2$ ), buscando minimizar os efeitos do risco idiossincrático.

$$\text{Carteira} = \sum w_i T_i$$

sujeito a

$$\min \sum w_i^2$$

$$\sum w_i D_i = H$$

$$\sum w_i = 1$$

Modelo III - A restrição em relação a duração da carteira ser igual ao horizonte de investimento foi relaxada. E re colocamos a restrição para minimizar a dispersão linear  $\tilde{N}$ .

$$\text{Carteira} = \sum w_i T_i,$$

sujeito a

$$\min \sum \tilde{N}_i$$

$$\sum w_i = 1$$

Modelo IV - A restrição em relação a duração da carteira ser igual ao horizonte de investimento foi mantida. Acrescentamos um mix das duas restrições anteriores, condição de minimizar a dispersão ( $\tilde{N}$ ) e minimizar a soma do quadrado dos pesos ( $w^2$ ). O objetivo é verificar se existe um *trade off* entre o risco de imunização e o risco idiossincrático.

$$\text{Carteira} = \sum w_i T_i$$

sujeito a

$$\min \sum (\lambda) \tilde{N}_i + (1 - \lambda) w_i^2$$

$$\sum w_i D_i = H$$

$$\sum w_i = 1$$

O modelo IV foi rodado com três diferentes valores de lambda: 0,30, 0,50 e 0,70. É importante ressaltar que o Modelo I equivale ao Modelo III quando  $\lambda = 1$  e o Modelo II equivale ao Modelo III quando  $\lambda = 0$ .

#### 4. 2. Risco de imunização x Risco idiossincrático

O número de títulos numa carteira imunizada também é importante, pois pode afetar o desempenho da imunização. Assim, na segunda etapa do estudo o objetivo foi avaliar de forma mais abrangente a eficácia da diversificação e a existência do

*trade off* entre risco de imunização e risco idiossincrático. O período em análise foi de 2006 a 2010. O horizonte de investimento foi definido como de 2 (dois) anos. Similar ao trabalho de Dias, Gonzales e Navarro (2006), os portfólios também foram construídos com seis títulos de maior liquidez: dois títulos com maturidade menor que o horizonte do investimento, um título com maturidade em torno de 2 (dois) anos, dois títulos com maturidade acima de 2 (dois) anos e a NTN-F mais longa no momento de montagem do portfólio. O período da amostra foi dividido em 3 (três) intervalos sobrepostos, 2006-2008, 2007-2009 e 2008-2010. Para cada um dos 3 (três) períodos foram criados 4 (quatro) portfólios iniciais e estes foram submetidos aos quatro modelos descritos anteriormente. No total foram avaliadas 72 carteiras. Cada carteira foi rebalanceada a cada pagamento de cupom ou vencimento de título de curto prazo.

A tabela 4.2 mostra o peso dos títulos de acordo com o modelo utilizado no primeiro período avaliado. Podemos observar que quanto menor o valor de  $\lambda$ , maior o número de títulos que compõem o portfólio.

Tabela 4.2 - Peso dos Títulos (%)							
Período 1 - 2006-2008							
Peso dos títulos							
Estratégia	Duration do Portfólio	w1	w2	w3	w4	w5	w6
Modelo 1	2.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.9040	0.0960	0.0000
Modelo 2	2.0	0.1905	0.1697	0.1704	0.1729	0.1545	0.1420
Modelo 3	1.8	0.0000	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000
Modelo 4 ( $\lambda = 3$ )	2.0	0.0119	0.2623	0.2447	0.2276	0.1735	0.0804
Modelo 4 ( $\lambda = 5$ )	2.0	0.0000	0.1676	0.1017	0.5621	0.1013	0.0702
Modelo 4 ( $\lambda = 7$ )	2.0	0.0000	0.0000	0.3099	0.5271	0.1401	0.0231

## 5. Resultados

A imunização é definida como a condição em que uma carteira é insensível a mudanças nas taxas de juros. Uma definição alternativa de imunização foi introduzida por Fisher e Weil (1971). De acordo com os autores, uma carteira de títulos é imunizada contra as alterações das taxas de juros se o retorno após o horizonte temporal do investimento é pelo menos tão grande como o retorno estabelecido como meta. Segundo Agca (2002), Bierwag, Kaufman, and Toevs (1981) mediram a performance da imunização de várias outras maneiras. Uma medida foi comparar a distância entre o retorno durante o horizonte do investimento e o retorno prometido. A carteira é considerada imunizada com sucesso se o retorno após o horizonte do investimento é maior ou igual ao benchmark em pelo menos cinco pontos de base. Em outras palavras, um erro de cinco pontos base é permitido. Outra medida examinou a frequência que o retorno, durante o horizonte do investimento, superou em cinco pontos base a meta de rendimento. Além disso, pode-se analisar o número de carteiras que apresentaram um desempenho dentro de uma range de mais ou menos dois pontos base em relação ao rendimento-alvo. Ainda segundo Agca (2002), Brennan e Schwartz (1983), e Nelson e Schaefer (1983) examinaram quão próximo do benchmark o retorno durante o período do investimento estava.

Sobre este aspecto, na primeira etapa trabalhamos com duas métricas. Primeiro utilizamos como referência a taxa de juros da NTN-F (01/01/2010), mesmo título que foi escolhido para ser carregado até o vencimento. Além disso, consideramos também o desempenho absoluto, comparando o desempenho esperado da carteira e o seu desempenho efetivo.

No total foram formadas 26 carteiras. Para cada carteira, foram calculadas as seguintes medidas de risco: convexidade, dispersão quadrática e dispersão linear. A Tabela 5.1 mostra os dados do Grupo I, com um único título mantido até o vencimento:

Tabela 5.1 - Carteiras do Grupo I				
Carteira	Convexidade	Ñ	M <sup>2</sup>	YTM
Grupo I - NTN-F (01/2010)	367,950	85	40,412	12.281
Grupo I - Hedge Estático				12.281
Grupo I - Hedge Dinâmico				12.281

Para a imunização das carteiras do segundo grupo foram feitos rearranjos nos percentuais de cada título (rebalanceamentos), somente nas datas de pagamento de cupom ou de vencimento de título, de forma a atingir a duração igual ao tempo remanescente do prazo inicial de 754 dias úteis. Não foram permitidas vendas a descoberto (short sales) e sempre que houve resgate de um título (no caso a LTN), buscou-se substituí-lo por outro de prazo semelhante ao inicial. A Tabela 5.2 mostra os dados das carteiras do Grupo II:

Tabela 5.2 - Carteiras do Grupo II				
Carteira	Convexidade	Ñ	M <sup>2</sup>	YTM
Grupo II - 1	479,062	504	282,958	12.4763
Grupo II - 2	499,281	701	539,451	12.5748
Grupo II - 3	473,204	491	264,295	12.4134
Grupo II - 4	489,416	672	499,445	12.4713
Grupo II - 5	468,027	475	244,632	12.3745
Grupo II - 6	480,753	639	457,213	12.4080
Grupo II - 7	464,866	457	224,965	12.3439
Grupo II - 8	474,838	603	415,407	12.3596
Grupo II - 9	462,816	437	205,023	12.3208
Grupo II - 10	471,650	563	373,240	12.3243
Grupo II - 11	463,468	412	183,949	12.3043
Grupo II - 12	471,425	517	329,031	12.3001
Grupo II - 13	474,557	341	135,283	12.2770
Grupo II - 14	484,735	397	230,051	12.2647
Grupo II - 15	438,546	172	82,672	12.2933
Grupo II - 16	438,002	172	116,262	12.2903

No terceiro grupo (Tabela 5.3), as carteiras também foram rebalanceadas nas datas de pagamento de cupom e no vencimento dos títulos curtos, que foram substituídos por outro. As carteiras foram rebalanceadas mantendo as restrições iniciais.



Tabela 5.3 - Carteiras do Grupo III				
Carteira	Convexidade	Ñ	M <sup>2</sup>	YTM
Grupo III - 1	468,682	426	258,674	12.3409
Grupo III - 2	437,619	171	115,848	12.2903
Grupo III - 3	469,953	442	274,723	12.3461
Grupo III - 4	367,950	85	40,412	12.2810
Grupo III - 5	464,491	360	206,657	12.3031
Grupo III - 6	452,201	289	177,591	12.3012
Grupo III - 7	444,904	205	119,250	12.2877

Para comparar a eficiência das estratégias de imunização, considerou-se como retorno realizado ( $y_r$ ) a média dos rendimentos diários da carteira, desde 02/01/2007 até 04/01/2010, convertida para taxa anual pela seguinte fórmula:

$$Y_r = \exp\left(252 \times \bar{y}\right) - 1$$

em que

$\bar{y}$  representa a média dos rendimentos diários da carteira.

Sob a perspectiva de menor erro em relação ao benchmark, apenas as estratégias que utilizam o modelo de hedge para o título registraram desempenho melhor que o da NTN-F 01/01/2010. No Grupo II, as duas carteiras que apresentaram o menor Ñ registraram os dois piores desempenhos em relação ao benchmark. Na verdade, estas duas carteiras registraram o mesmo de valor de Ñ, sendo que uma das carteiras de menor Ñ foi também a de menor M<sup>2</sup>.

Em relação ao retorno absoluto, as carteiras imunizadas não conseguiram superar o desempenho dos papéis com hedge. Já a carteira de maior convexidade registrou o pior desempenho absoluto, se consideramos como medida de desempenho o erro em relação ao benchmark. Neste contexto, as carteiras de menor Ñ também não registraram bom desempenho, e só foram melhores do que a carteira 2, a de maior convexidade.

O portfólio barbell (Carteira 1 – Grupo II) registrou um retorno mais elevado que os portfólios m-m bullet (Carteira 15 e 16 – Grupo II). A carteira de maior

retorno, a Carteira 9 do Grupo II, não foi indicada como carteira ótima por nenhum dos critérios utilizados.

No Grupo III, a carteira que buscava minimizar o risco idiossincrático não conseguiu confirmar o benefício da diversificação. A Carteira 3 registrou os maiores erros do grupo, tanto o erro absoluto quanto o erro em relação ao benchmark. Em termos de retorno absoluto a Carteira 3 foi também a de pior desempenho. A Carteira 2, que tinha como objetivo minimizar o  $\tilde{N}$ , foi a que registrou o melhor retorno absoluto e o menor erro em relação ao benchmark. Quanto ao erro absoluto, a carteira 2 foi superada na margem pela carteira 4. Estes resultados podem ser vistos na Tabela 5.4 abaixo:

Tabela 5.4 - Resultado das Carteiras

Carteira	Convexidade	$\tilde{N}$	$M^2$	YTM	Rentabilidade Real	$\text{Erro}^2(\text{Abs})$	$\text{Erro}^2(\text{Bench})$
Grupo I - NTN-F (01/2010)	367,950	85	40,412	12.281	11.7213	0.3133	0.3133
Grupo I - Hedge Estático				12.281	11.7261	0.3079	0.3079
Grupo I - Hedge Dinâmico				12.281	11.7251	0.3090	0.3090

Carteira	Convexidade	$\tilde{N}$	$M^2$	YTM	Rentabilidade Real	$\text{Erro}^2(\text{Abs})$	$\text{Erro}^2(\text{Bench})$
Grupo II - 1	479,062	504	282,958	12.4763	11.6766	0.6396	0.3653
Grupo II - 2	499,281	701	539,451	12.5748	11.5958	0.9584	0.4695
Grupo II - 3	473,204	491	264,295	12.4134	11.6772	0.5421	0.3646
Grupo II - 4	489,416	672	499,445	12.4713	11.5968	0.7647	0.4682
Grupo II - 5	468,027	475	244,632	12.3745	11.6809	0.4811	0.3601
Grupo II - 6	480,753	639	457,213	12.4080	11.6008	0.6516	0.4627
Grupo II - 7	464,866	457	224,965	12.3439	11.6881	0.4301	0.3515
Grupo II - 8	474,838	603	415,407	12.3596	11.6087	0.5639	0.4520
Grupo II - 9	462,816	437	205,023	12.3208	11.6898	0.3982	0.3495
Grupo II - 10	471,650	563	373,240	12.3243	11.6067	0.5150	0.4547
Grupo II - 11	463,468	412	183,949	12.3043	11.6825	0.3866	0.3582
Grupo II - 12	471,425	517	329,031	12.3001	11.6111	0.4748	0.4488
Grupo II - 13	474,557	341	135,283	12.2770	11.6498	0.3935	0.3985
Grupo II - 14	484,735	397	230,051	12.2647	11.5799	0.4689	0.4915
Grupo II - 15	438,546	172	82,672	12.2933	11.4243	0.7550	0.7339
Grupo II - 16	438,002	172	116,262	12.2903	11.4132	0.7694	0.7531
Média				12.3623	11.6114	0.5746	0.4551

Carteira	Convexidade	$\tilde{N}$	$M^2$	YTM	Rentabilidade Real	$\text{Erro}^2(\text{Abs})$	$\text{Erro}^2(\text{Bench})$
Grupo III - 1	468,682	426	258,674	12.3409	11.6488	0.4789	0.3996
Grupo III - 2	437,619	171	115,848	12.2903	11.7199	0.3253	0.3148
Grupo III - 3	469,953	442	274,723	12.3461	11.6258	0.5189	0.4293
Grupo III - 4	367,950	85	40,412	12.2810	11.7163	0.3189	0.3189
Grupo III - 5	464,491	360	206,657	12.3031	11.6616	0.4116	0.3837
Grupo III - 6	452,201	289	177,591	12.3012	11.6682	0.4007	0.3755
Grupo III - 7	444,904	205	119,250	12.2877	11.7177	0.3249	0.3173
Média				12.3072	11.6798	0.3970	0.3627

Posteriormente, foram calculados o VaR histórico, o VaR paramétrico e o CVaR para os seguintes graus de confiança: 90%, 95% e 99%. A volatilidade das taxas de juros, base para o cálculo do VaR paramétrico, foi obtida a partir do desvio-padrão da série de variações diárias na taxa de juros. A mesma série foi usada para obter o VaR histórico, a partir do percentil, segundo cada grau de confiança escolhido. O CVaR foi calculado a partir da média das variações diárias que excederam o percentil correspondente ao grau de confiança considerado. Sendo que, o VaR utilizado para o cálculo do CVaR foi o paramétrico.

A Tabela 5.5 exibe o VaR histórico, o VaR paramétrico e o CVaR das 26 carteiras, com destaque para os valores mínimos:

	VaR Historico				VaR Parametrico				C VaR		
Grupo I	90%	95%	99%		90%	95%	99%		90%	95%	99%
NTN-F - 01/01/2010	-0.2912%	-0.4239%	-0.9068%		-0.4248%	-0.5452%	-0.7711%		-0.5328%	-0.7219%	-1.1865%
Hedge Estatico	-0.3022%	-0.4456%	-0.9163%		-0.4527%	-0.5811%	-0.8218%		-0.5574%	-0.7568%	-1.2440%
Hedge Dinamico	-0.2936%	-0.4076%	-0.8960%		-0.4241%	-0.5443%	-0.7698%		-0.5298%	-0.7187%	-1.1619%

	VaR Historico				VaR Parametrico				C VaR		
Grupo II	90%	95%	99%		90%	95%	99%		90%	95%	99%
Grupo II - 1	-0.2388%	-0.3480%	-0.83670%		-0.3175%	-0.4075%	-0.5764%		-0.4458%	-0.6125%	-1.0961%
Grupo II - 2	-0.1877%	-0.2982%	-0.71203%		-0.2657%	-0.3410%	-0.4823%		-0.3769%	-0.5274%	-0.9910%
Grupo II - 3	-0.2389%	-0.3480%	-0.83670%		-0.3174%	-0.4074%	-0.5762%		-0.4461%	-0.6121%	-1.0961%
Grupo II - 4	-0.1877%	-0.2982%	-0.71203%		-0.2656%	-0.3409%	-0.4822%		-0.3773%	-0.5285%	-0.9911%
Grupo II - 5	-0.2381%	-0.3480%	-0.83670%		-0.3168%	-0.4067%	-0.5751%		-0.4459%	-0.6127%	-1.0961%
Grupo II - 6	-0.1874%	-0.2934%	-0.71203%		-0.2653%	-0.3405%	-0.4816%		-0.3771%	-0.5299%	-0.9912%
Grupo II - 7	-0.2364%	-0.3522%	-0.83670%		-0.3155%	-0.4049%	-0.5727%		-0.4461%	-0.6107%	-1.0910%
Grupo II - 8	-0.1850%	-0.2886%	-0.69526%		-0.2628%	-0.3373%	-0.4770%		-0.3743%	-0.5279%	-0.9892%
Grupo II - 9	-0.2338%	-0.3449%	-0.83670%		-0.3116%	-0.3999%	-0.5656%		-0.4410%	-0.6074%	-1.0852%
Grupo II - 10	-0.1799%	-0.2857%	-0.69515%		-0.2597%	-0.3334%	-0.4715%		-0.3715%	-0.5262%	-0.9892%
Grupo II - 11	-0.2231%	-0.3449%	-0.83194%		-0.3062%	-0.3930%	-0.5558%		-0.4356%	-0.6040%	-1.0791%
Grupo II - 12	-0.1726%	-0.2848%	-0.71558%		-0.2634%	-0.3381%	-0.4782%		-0.3764%	-0.5380%	-0.9848%
Grupo II - 13	-0.2006%	-0.3247%	-0.83060%		-0.2922%	-0.3751%	-0.5304%		-0.4171%	-0.5881%	-1.0660%
Grupo II - 14	-0.1575%	-0.2406%	-0.72268%		-0.2495%	-0.3203%	-0.4529%		-0.3540%	-0.5152%	-0.9990%
Grupo II - 15	-0.1051%	-0.1654%	-0.51505%		-0.2159%	-0.2771%	-0.3919%		-0.2747%	-0.4221%	-1.0451%
Grupo II - 16	-0.0923%	-0.1447%	-0.5127%		-0.2165%	-0.2778%	-0.3929%		-0.2677%	-0.4221%	-1.0835%

	VaR Historico				VaR Parametrico				C VaR		
Grupo III	90%	95%	99%		90%	95%	99%		90%	95%	99%
Grupo III - 1	-0.2849%	-0.4044%	-0.8964%		-0.4305%	-0.5525%	-0.7815%		-0.5037%	-0.6880%	-1.1401%
Grupo III - 2	-0.3097%	-0.4839%	-1.0217%		-0.4275%	-0.5486%	-0.7760%		-0.5613%	-0.7678%	-1.2749%
Grupo III - 3	-0.2606%	-0.3817%	-0.8570%		-0.3565%	-0.4576%	-0.6472%		-0.4828%	-0.6631%	-1.0751%
Grupo III - 4	-0.3091%	-0.4815%	-1.0199%		-0.4246%	-0.5449%	-0.7707%		-0.5561%	-0.7623%	-1.2631%
Grupo III - 5	-0.2795%	-0.4226%	-0.9219%		-0.3829%	-0.4915%	-0.6951%		-0.5098%	-0.7024%	-1.1653%
Grupo III - 6	-0.3023%	-0.4574%	-1.0217%		-0.4228%	-0.5426%	-0.7674%		-0.5444%	-0.7562%	-1.2685%
Grupo III - 7	-0.3053%	-0.4773%	-1.0219%		-0.4256%	-0.5463%	-0.7726%		-0.5596%	-0.7679%	-1.2728%

(\*) O CVaR foi calculado utilizando o VaR Paramétrico

A carteira Grupo II – 2, indicada como ótima pelo critério de maior convexidade, não foi a mesma indicada pelo menor VaR, em nenhuma das 3 (três)

métricas. Contudo, as carteiras Grupo II – 15 e Grupo II – 16, que apresentaram o menor  $\tilde{N}$ , registraram o menor VaR histórico e paramétrico respectivamente, em todos os graus de confiança analisados. A carteira Grupo II – 12 registrou o menor CVaR para o grau de confiança de 90%.

Os resultados obtidos demonstraram haver uma relação entre a medida de dispersão  $\tilde{N}$  e o VaR. Ou seja, a carteira ótima indicada pelas medidas de dispersão não diferiu da carteira recomendada pelas medidas modernas VaR e CVaR. Contudo, os resultados obtidos demonstraram não haver uma relação entre as medidas clássicas de risco, ou seja, a carteira ótima indicada pela convexidade difere das carteiras recomendadas pelas medidas VaR e CVaR, confirmando o resultado encontrado por Mato (2005). Qual seja, maximizar convexidade não implica otimização usando CVaR.

Ainda sobre as medidas de VaR, observamos uma correlação negativa entre VaR e rentabilidade. Para confirmar a significância do parâmetro, rodamos uma regressão da rentabilidade contra o VaR Paramétrico. Os resultados podem ser vistos na Tabela 5.6 abaixo:

Tabela 5.6 - Regressão Linear			
	Constante	VaR	$R^2$
Coefficiente	0.1120	-0.8501	0.9566
Estatística t	410.4253	-16.2638	
P-Valor	0.00000	0.00000	
P (F-Statistic)	0.00000		

Ainda sobre as medidas de VaR, no Grupo III, a Carteira 3, que buscava confirmar a vantagem da diversificação foi a carteira de menor VaR, em todas as três medidas.

Na Segunda etapa do trabalho, o Modelo 2, que procurava reduzir o risco idiossincrático (minizar  $w^2$ ), registrou um erro menor do que o Modelo 1 em 8 (oito) dos 12 (doze) casos analisados, conforme pode ser visto na Tabela 5.7:

Tabela 5.7 - Resultado das Carteiras

Modelo 1 2006				Modelo 2 2006			Modelo 3 2006		
Subperíodo	Efetivo	Carteira	Erro <sup>2</sup>	Efetivo	Carteira	Erro <sup>2</sup>	Efetivo	Carteira	Erro <sup>2</sup>
1	13.03730	16.08032	9.259948	12.95785	16.29285	11.12222	13.00407	16.1156	9.681609
4	12.57905	14.78829	4.880736	12.48306	14.88217	5.755734	12.56665	14.6946	4.528167
7	12.27884	15.20363	8.554415	12.28725	15.12648	8.061219	12.26535	15.0500	7.754260
10	12.24911	13.72785	2.186673	12.20599	13.72459	2.306143	12.24404	13.5349	1.666308

2007				2007			2007		
Subperíodo	Efetivo	Carteira	Erro <sup>2</sup>	Efetivo	Carteira	Erro <sup>2</sup>	Efetivo	Carteira	Erro <sup>2</sup>
1	12.32177	12.27253	0.002425	12.36861	12.38326	0.000215	12.19196	12.2658	0.005452
4	12.35848	11.73167	0.392895	12.45361	11.89277	0.314537	12.47229	11.6751	0.635511
7	12.28142	10.72992	2.407173	12.24049	10.84891	1.936494	12.2124	10.70893	2.260406
10	12.17100	11.32933	0.708415	12.03032	11.22235	0.652819	12.2351	11.2971	0.879845

2008				2008			2008		
Subperíodo	Efetivo	Carteira	Erro <sup>2</sup>	Efetivo	Carteira	Erro <sup>2</sup>	Efetivo	Carteira	Erro <sup>2</sup>
1	11.70558	12.71706	1.023105	11.78592	12.76213	0.952988	11.82266	12.8164	0.987524
4	11.53920	13.27654	3.018367	11.37732	12.95418	2.486494	11.43265	13.26242	3.348060
7	11.22950	15.23503	16.04424	11.04216	14.73396	13.62944	10.89034	15.2361	18.88564
10	10.88604	14.31009	11.72408	10.64868	14.26899	13.10666	10.39775	14.2957	15.19401

A tabela 5.8 mostra a média do desvio absoluto e o desvio padrão para os três períodos. O resultado do modelo II, que é o modelo de maior diversificação e pode ser considerado um portfólio ladder, foi o melhor no período 2006-2008, quando apresentou a menor média, e nos períodos 2007-2009 e 2008-2010, quando apresentou menor desvio padrão. Entretanto, nos outros dois períodos o resultado não se repete.

Tabela 5.8 - Retorno Esperado x Realizado

	Média do desvio absoluto			Desvio Padrão do desvio absoluto		
	Período 2006-2008	Período 2007-2009	Período 2008-2010	Período 2006-2008	Período 2007-2009	Período 2008-2010
Modelo 1	0.5700	0.4293	1.1702	0.2616	0.3235	0.3288
Modelo 2	0.5641	0.4133	1.2322	0.3573	0.2898	0.2735
Modelo 3	0.6193	0.4325	1.3550	0.3177	0.3353	0.3353
Modelo 4 (3)	0.5673	0.3780	1.2589	0.3124	0.3368	0.3368
Modelo 4 (5)	0.5983	0.3891	1.2660	0.3303	0.3687	0.3687
Modelo 4 (7)	0.5814	0.4575	1.2283	0.2393	0.3279	0.3279

## 6. Conclusão

Este estudo apresentou uma evidência direta de que o modelo de hedge através da Duração foi mais eficaz no gerenciamento do risco de taxa de juros. O desempenho dos papéis com hedge, tanto o hedge estático quanto o dinâmico, foi mais satisfatório do que o desempenho das carteiras imunizadas. Os papéis com hedge registram o melhor retorno absoluto e o menor erro dentre todas as carteiras analisadas. Por outro lado, a diferença entre o hedge estático e o dinâmico foi pouco significativa. Evidentemente, o resultado pode estar influenciado pela não consideração dos custos envolvidos em uma operação de hedge utilizando contratos futuros.

No que se refere à convexidade, confirmando o resultado encontrado por Mato (2005), a carteira indicada como de maior convexidade não coincidiu com as carteiras ótimas indicadas pelas medidas de risco e, as carteiras de maior convexidade foram também as carteiras tipo barbell, com durações extremas. A carteira ótima escolhida a partir da convexidade registrou retorno abaixo da média e o erro em relação ao benchmark acima da média do Grupo II. Além disto, em termos de retorno absoluto, a carteira de maior convexidade foi a que registrou maior erro. Uma análise da correlação mostrou uma convexidade mais correlacionada com erro do que com retorno. Isto pode estar demonstrando que maior convexidade não gera mais retorno.

Este resultado encontrado sugere estar relacionado ao fato de que a otimização de carteiras com base na combinação de duração e convexidade parte do pressuposto irreal de que a estrutura a termo da taxa de juros move-se paralelamente. Os resultados podem estar indicando que os movimentos não paralelos na estrutura a termo no período analisado foram suficientemente significativos para invalidar o uso da convexidade como instrumento para a escolha de carteiras. Uma outra possibilidade seria uma evidência de que a convexidade já estaria precificada pelo mercado. Ou seja, em um mercado equilibrado, não deveria ser possível auferir ganhos de arbitragem, o que aconteceria por meio da compra de uma carteira tipo barbell (alta convexidade) e a venda a descoberto de uma carteira bullet (baixa convexidade) ou de convexidade igual a zero. Alternativamente, se todos os participantes do mercado considerarem a convexidade um atributo valioso

para a carteira, o investidor deverá estar disposto a sacrificar algum retorno para aumentar a sua convexidade.

Quanto ao critério de escolha segundo a menor dispersão, as duas carteiras m-m bullet foram as que se destacaram, tendo obtido, porém, um retorno abaixo da média e erro em relação ao benchmark acima do erro da carteira de maior convexidade. A exemplo do resultado encontrado por Balbás (2002) e Matos (2005), as carteiras de menor dispersão tinham em sua composição um título de mesma maturidade que o horizonte do investimento.

Neste estudo houve coincidência quanto à escolha da carteira ótima pelos critérios de dispersão  $\tilde{N}$  e o VaR histórico. A carteira de menor  $M^2$  e menor  $\tilde{N}$  coincidiu com a carteira indicada pelo VaR paramétrico e com a carteira indicada pelo CVaR para dois níveis de confiança.

O portfólio barbell (Carteira 1 – Grupo II) obteve uma rentabilidade mais elevada que os portfólios m-m bullet (Carteira 15 e 16 – Grupo II), o que sinaliza um mercado em equilíbrio na medida em que o portfólio que apresenta maior risco (barbell) proporcionou uma rentabilidade maior.

As carteiras que buscaram medir o *trade off* entre risco de imunização e risco idiossincrático não confirmaram esta hipótese. No Grupo III, a Carteira 3 registrou o pior desempenho, embora tenha registrado o menor VaR e CVaR do grupo. Ou seja, a redução do risco idiossincrático estaria então relacionada não só a um menor risco, mas também a uma menor rentabilidade. A análise realizada na segunda etapa do trabalho também não é conclusiva a respeito da vantagem da diversificação. O estudo sugere a existência de um *trade off* entre risco idiossincrático e risco de imunização, mas os números não foram considerados significativos.

Em relação ao VaR e ao CVaR, verificou-se que, do ponto de vista de desempenho, as medidas não representam uma boa alternativa para a gestão do risco. As carteiras com menor VaR e CVaR apresentaram baixo desempenho. A vantagem é que para sua adoção, tal como para a dispersão, não é necessário assumir movimentos paralelos na ETTJ, uma vez que se baseiam no comportamento histórico das taxas de juros. Além disso, observou-se que o VaR é mais estável em relação aos diferentes graus de confiança do que o CVaR.

Por fim, devemos ressaltar as limitações deste estudo. O mercado de títulos prefixados da dívida interna ainda é pouco diversificado, o que pode ter influenciado

os resultados encontrados. A ausência de um título prefixado de prazo mais longo (dez anos) com certeza limitou a formação das carteiras. Além disso, as séries históricas disponíveis ainda são relativamente curtas, prejudicando, de alguma forma, a realização dos testes.

Para um conhecimento mais aprofundado do comportamento do mercado de renda fixa e da eficácia da estratégia de imunização, sugerimos que novos estudos sejam desenvolvidos quando houver séries mais longas que permitam utilizar diferentes períodos como horizonte de investimento. Uma interessante questão para estudos futuros seria investigar a hipótese de que alta convexidade pode gerar retornos maiores, verificando se os efeitos assimétricos sobre a convexidade são mesmo relevantes. Efetivamente, os efeitos de uma queda nas taxas de juros sobre a convexidade são, em termos relativos, mais pronunciados do que no caso de uma alta das taxas de juros. Novos estudos também se fazem necessários para confirmar as vantagens da diversificação.



## 7. Bibliografia

- AGCA, S. (2002). **The Performance of Alternative Interest Rate Risk Measures and Immunization Strategies under a Heath-Jarrow-Morton Framework**; Dissertation submitted to the faculty of Virginia Polytechnic Institute and State University
- BALBÁS, A. e IBÁÑEZ, A. **When can you immunize a bond portfolio?** Journal of Banking and Finance, Vol. 22, No. 12 (1998), pp. 1571-95.
- BALBÁS, A.; IBÁÑEZ, A. e LOPEZ, S. **Dispersion measures as immunization risk measures.** Journal of Banking and Finance, Vol. 26 (2002), pp. 1229-44.
- BARBER, J.; COPPER, M. **Immunization using Principal Component Analysis.** Journal of Portfolio Management, v.23, n.1, p. 99-105, 1996.
- BIERWAG, G.O. 1977. **“Immunization, Duração, and the Term Structure of Interest Rates”.** Journal of Financial and Quantitative Analysis, vol. 12, no. 5 (Dezembro): 725-742.
- BIERWAG, G. O.;KAUFMAN, G.G. e KHANG, C. (1978). **Duration and portfolio Analysis: An Overview.** Journal of Financial and Quantitative Analysis, 13, November, pp. 671-685.
- COPELAND, T. E.; Fred J. Weston and Kuldeep Shastri, (2005) – **“Financial Theory and Corporate Policy”**, 4th edition (Pearson Addison Wesley).
- COOPER, L.A. 1977. **“Asset Values, Interest-Rate Changes, and Duração”.** Journal of Financial and Quantitative Analysis, vol. 12, no. 5 (Dezembro):701-723.
- DAUMAS, S. P. **Análise de Risco de Carteiras de Títulos Prefixados da Dívida Pública Federal**, Rio de Janeiro, 2007. Dissertação (Mestrado em Administração) – Instituto COPPEAD de Administração, Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- DIAZ, A.; GONZALEZ, M. O.; NAVARRO, E. **Bond portfolio immunization, immunization risk and idiosyncratic risk: Spanish experience**, 2006. Working paper. Disponível em: [www.fep.up.pt/conferencias/pfn2006/Conference%20Papers/498.pdf](http://www.fep.up.pt/conferencias/pfn2006/Conference%20Papers/498.pdf). Acesso em: abril 2011.
- FABOZZI, F. J.; MODIGLIANI, F. **Capital markets: institutions and instruments.** Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, 1992.
- FISHER, L.; WEIL, R. L. **Coping with the risk of market rate fluctuations: Returns to Bondholders from Naive and Optimal Strategies.** Journal of Business (1971), pp. 408-431.
- FRALETTI, Paulo Beltrão. **Ensaio sobre taxa de juros em reais e sua aplicação na análise Financeira**, 2004. 160f.. Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo, São Paulo.

FONG, H.G.; VASICEK, O.A. **A risk minimizing strategy for portfolio immunization.** Journal of Finance, Vol. 39, (1984), pp. 1541-6.

HO, T.S.Y.; LEE, S.B. **Term structure movements and pricing interest rate contingent claims.** Journal of Finance 41, 1986.

HULL, J. C. **Introdução aos mercados futuros e de opções.** 2. ed. rev. ampl. São Paulo: Bolsa de Mercadorias e Futuros: Cultura Editores Associados, 1996. 448p.

\_\_\_\_\_. **Opções, Futuros e Outros Derivativos.** São Paulo: Bolsa de Mercadorias e Futuros & Cultura Editores Associados. 3a edição, 1998.

JORION, P. **Value at Risk: a nova fonte de referência para a gestão do risco financeiro.** São Paulo: Bolsa de Mercadorias e Futuros. 2a edição, 2003.

KHANG, C. **Bond Immunization When Short Term Interest Rates Fluctuate More than Long Term Rates.** Journal of Financial and Quantitative Analysis, December 1979, pp. 1085-1090.

LION, O. M. B. **Um Estudo sobre a Modelagem da Estrutura a Termo das Taxas de Juros e a Precificação de Opções sobre Títulos de Renda Fixa.** Teses de Doutorado – COOPe/UFRJ, Rio de Janeiro, 2002.

LITTERMAN, R.; SCHEINKMAN, J. **Common factors affecting bond returns.** Journal of Fixed Income, v. 1, p. 54-61, 1991.

MACHADO, S.J. **Gestão de Risco de taxa de juros em entidades de previdência complementar: limites e possibilidades de imunização.** Tese de Doutorado em Administração– PUC-RJ, 2006.

MACAULAY, F. R. **Some Theoretical Problems Suggested by the Movements of Interest Rates, Bond Yields, and Stock Prices in the United States Since 1856.** New York: National Bureau of Economic Research, 1938

MATO, M. A. M. **Classic and modern measures of risk in fixed-income portfolio optimization.** The Journal of Risk Finance, Vol. 6, No. 5 (2005), pp. 416-423.

OHANIAN, G. **Operações indexadas ao percentual do CDI: precificação e hedge dinâmico usando o contrato DI futuro da BM&F.** In: Encontro Brasileiro de Finanças 5, da Sociedade Brasileira de Finanças, São Paulo, 2005. **Anais Eletrônicos.** Disponível em <www.sbfm.org.br>. Acesso em 21 nov. 2005.

REDINGTON, F. M. (1952). **Review of the Principles of Life Office Valuations.** Journal of the Institute of Actuaries, vol. 78, pages 286-340.

VARGA, G.; VALLI, M. **Movimentos da estrutura a termo da taxa de juros brasileira e imunização,** Economia Aplicada, v.5, 2001.