

FUNDAÇÃO GETULIO VARGAS
ESCOLA DE ECONOMIA DE SÃO PAULO

BRUNNO MUHRINGER VOLPE

QUAL ÍNDICE DE MERCADO UTILIZAR?
Um Teste das Aproximações da Carteira de Mercado Brasileira

SÃO PAULO
2010

BRUNNO MUHRINGER VOLPE

QUAL ÍNDICE DE MERCADO UTILIZAR?

Um Teste das Aproximações da Carteira de Mercado Brasileira

Dissertação apresentada à Escola de
Economia de São Paulo da Fundação Getulio
Vargas, como requisito para obtenção do
título de Mestre em Economia

Campo do conhecimento: Finanças

Orientador: Prof. Dr. Vladimir Kuhl Teles
Co-Orientador: Prof. Dr. Ricardo Dias de
Oliveira Brito

SÃO PAULO

2010

Volpe, Brunno Muhringer.

Qual Índice de Mercado Utilizar?: Um Teste das Aproximações da Carteira de Mercado Brasileira / Brunno Muhringer Volpe – São Paulo: FGV – EESP, 2010,

V, 57 f. : il. ; 31 cm

Orientadores: Vladimir Kuhl Teles e Ricardo Dias de Oliveira Brito

Dissertação (Mestrado) – FGV, Escola de Economia de São Paulo, 2010

Referências bibliográficas: f. 54-57

1. Carteira de Mercado. 2. Índices Brasileiros de Ações. 3. Eficiência. 4. CAPM *Zero-Beta*. 5. Prêmio de Risco do Mercado. 6. Finanças – Tese. I. Teles, Vladimir Kuhl. II. Brito, Ricardo Dias de Oliveira. III. Dissertação (Mestrado) – FGV, EESP, IV. Título. .

Resumo

Este trabalho analisa as propriedades de alguns índices em busca da melhor aproximação (*proxy*) para a carteira de mercado brasileira. Além dos usuais Ibovespa, IBrX, FGV-100, são considerados dois índices construídos segundo as diretrizes da Moderna Teoria de Carteiras, a saber, uma carteira ponderada pelo valor de mercado (PV) e uma carteira igualmente ponderada (PI). Em um primeiro teste é analisada a eficiência em média e variância e em um segundo avalia-se o potencial dos índices como fatores de risco sistemático. O estudo cobre o período de 1996 a 2009 e todas as ações negociadas na BOVESPA. Os resultados evidenciam a semelhança nas qualidades dos índices, não sendo possível destacar uma melhor aproximação. Ibovespa, IBrX e FGV-100 são aproximações razoáveis e podem ser utilizadas.

Palavras-chave: carteira de mercado, índices brasileiros de ações, eficiência, CAPM *zero-beta*, prêmio de risco do mercado

Código JEL: G11, G12, G14

Sumário

1	Introdução.....	6
2	Revisão Bibliográfica	10
2.1	Teste de Eficiência em Média e Variância – Shanken (1986)	17
2.2	Teste de Significância do Preço de Mercado do Risco – Fama e MacBeth (1973)	20
3	Metodologia	21
3.1	Teste de Eficiência em Média e Variância – Shanken (1986)	21
3.2	Teste de Significância do Preço de Mercado do Risco – Fama e MacBeth (1973)	25
4	Dados	29
4.1	Ações e Índices de Mercado	29
4.2	Análise Descritiva dos Índices de Mercado.....	32
5	Resultados	37
5.1	Teste de Eficiência em Média e Variância – Shanken (1986)	37
5.2	Teste de Significância do Preço de Mercado do Risco – Fama e MacBeth (1973)	42
6	Conclusão	52
	Referência bibliográfica	54
	Apêndice	58

1 Introdução

Há uma distinção básica na teoria financeira entre os riscos sistemático (agregado) e idiossincrático (específico). Como apenas o risco sistemático não é diversificável, os retornos esperados dos ativos devem ser determinados pela relação destes com a fonte de risco sistemático. Consequentemente, a carteira de mercado é um conceito fundamental, porque reúne todos os ativos disponíveis aos agentes em quantidades proporcionais aos seus valores de mercado e, dessa forma, sintetiza o risco sistemático.

Como a construção de uma carteira tão abrangente é impraticável, aproximações são utilizadas. Entretanto, são poucas as aplicações que fundamentam a escolha da aproximação. É comum observar a opção acrítica por índices de mercado popularmente difundidos, que não condizem exatamente com o teoricamente estipulado. O objetivo do presente trabalho é criar uma base de referência, através de evidências empíricas, para a seleção do melhor representante da carteira de mercado.

Para isso, índices amplamente utilizados no mercado brasileiro, Ibovespa, IBrX e FGV-100, são comparados a duas aproximações calculadas especialmente para os testes deste trabalho, um índice de ações ponderado por valor de mercado (PV) e outro ponderado igualmente (PI). A princípio, os resultados obtidos com os índices construídos deveriam ser mais próximos aos que esperaríamos alcançar com a verdadeira carteira de mercado. O PV seguiria a propriedade da carteira de mercado de ponderar os ativos de acordo com seus valores de mercado. Esse critério de formação aplicado ao subconjunto das empresas de capital aberto, porém, ignora as firmas menores de capital fechado. Por esse motivo, testa-se também o PI que, por atribuir um peso relativamente maior às ações com menores valores de mercado, compensaria a informação das empresas fechadas desconsiderada pelos outros índices.

A análise deste artigo consiste na comparação dos diferentes índices em dois procedimentos clássicos. O primeiro é uma avaliação da eficiência (*ex-ante*) em média e variância das aproximações e corresponde a um teste do CAPM (*Capital Asset Pricing Model*) *zero-beta*. Essa versão foi elaborada por Black (1972) e se diferencia do original – Sharpe (1964) e Lintner (1965) – por não requerer um ativo livre de risco. Combinações

dos ativos da amostra formam uma fronteira eficiente em média e variância de retornos e, então, a distância entre a fronteira e a carteira objeto do teste é avaliada.

O segundo teste verifica a capacidade que os índices examinados têm de concentrar o risco sistemático. Esse procedimento é menos específico que o anterior, pois equivale a um teste do modelo unifatorial, e foi escolhido por permitir um nível de gradação na qualidade dos índices, isto é, um índice pode: (i) não ser um fator de risco sistemático e também não ser eficiente, (ii) ser apenas um fator de risco sistemático ou (iii) satisfazer ambas as hipóteses. Nessa etapa são observados os coeficientes de determinação médios, obtidos em regressões entre os retornos de ativos e dos índices; e a significância do preço de mercado do risco (*market price of risk*), estimado seccionalmente da relação entre os retornos médios dos ativos individuais e as sensibilidades individuais ao retorno do mercado (obtidas nas regressões anteriores).

Ambos são testes essenciais, escolhidos para embasar a utilização de determinado representante da carteira de mercado. Se um índice estiver na fronteira eficiente em média e variância formada pelas oportunidades de investimento, ou reproduzir em média o risco do mercado, seu uso como aproximação é justificado. Por outro lado, caso algum índice de mercado não satisfaça essas propriedades básicas, ou ele não é um referencial adequado ou o modelo unifatorial não é válido.

Roll (1977) argumentou que, como não é possível conhecer todas as oportunidades de investimento, não há como testar a eficiência em média e variância de uma carteira em relação a todas as possibilidades e, equivalentemente, não há como testar o CAPM. Stambaugh (1982) testou o CAPM expandindo a aproximação, em uma tentativa de aproximá-la a verdadeira carteira de mercado. Adicionou às ações norte-americanas, títulos públicos e privados, investimentos imobiliários e outros ativos duráveis. Entretanto, o autor encontrou que testes do CAPM não são sensíveis a expansões da aproximação além das ações. A volatilidade dos retornos de mercado expandidos foi dominada pela volatilidade dos retornos das ações. Neste presente estudo, foi reconhecida a impossibilidade de se conhecer todos os ativos existentes, e, portanto, a análise se restringe às ações, seguindo as evidências apresentadas em Stambaugh (1982).

Gibbons (1982), Shanken (1986) e Gibbons, Ross e Shanken (1989) formam a base literária e metodológica do teste de eficiência em média e variância, enquanto Silva e Motta

(2002), Araújo, Fajardo e Tavani (2006) e Hagler e Brito (2007) representam os raros esforços de comparações de índices brasileiros. Diferenciando-se das citadas avaliações de índices, este estudo utiliza também o teste de significância de risco sistemático desenvolvido por Fama e MacBeth (1973).

Os resultados de Silva e Motta (2002) não rejeitaram a hipótese de eficiência dos índices que testaram – o Ibovespa e um índice de ações igualmente ponderado – com o modelo CAPM *zero-beta*, de 1996 a 2001. Mostraram, também, que o Ibovespa foi o mais capaz em explicar os dados. Araújo, Fajardo e Tavani (2006) testaram o Ibovespa e um índice cuja carteira rende o equivalente ao PIB. Como o PIB é resultado de todos os fatores em atividade na economia, essa carteira constituiria uma ampla e legítima aproximação da carteira de mercado. Baseados no CAPM e no CAPM *zero-beta*, apenas não rejeitaram a eficiência em média e variância do Ibovespa, ou a validade do CAPM *zero-beta*, no período de 1991 a 2002. Hagler e Brito (2007) encontraram que entre 1998 e 2003, com o CAPM como base, o IBrX-50 foi eficiente quando os retornos eram separados pelos betas, mas ineficientes quando a ordenação das carteiras era por setor. Dos resultados para o CAPM *zero-beta*, não encontraram índices eficientes.

A existência de poucos esforços similares ao deste trabalho, importante para trabalhos empíricos e práticas financeiras, pode ser explicada pela disponibilidade apenas recente de séries de dados suficientemente longas para a obtenção de estimativas confiáveis. Este estudo cobre o intervalo entre 01/1996 e 12/2009, com periodicidade mensal, e engloba todas as ações negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo (BOVESPA) que satisfizeram um critério mínimo de liquidez. A relativa estabilidade econômica nesses 14 anos observados, aliada aos crescentes números de ações e negociações, possibilita inferências mais seguras e exercícios de robustez.

De acordo com os resultados encontrados, não é possível destacar um índice como a melhor aproximação da carteira de mercado. Os índices Ibovespa, IBrX e FGV-100 podem ser considerados tão bons quanto os formados de acordo com a teoria, PV e PI. Além dessa conclusão, dois subprodutos dos testes podem ser destacados. O primeiro é a percepção de que o mercado acionário brasileiro está mudando, um provável resultado das crescentes aberturas de capital. O segundo é uma evidência de que ocorreu um desapontamento quanto ao desempenho do mercado na parte inicial da amostra – 1996 a 2003.

Além desta introdução, cinco outras seções compõem o trabalho. A próxima, Metodologia, mostra a derivação do CAPM *zero-beta* e como os testes são executados através de Shanken (1986) e de Fama e MacBeth (1973). A seção Revisão Bibliográfica resume a teoria e evidência existentes. Seguindo a sequência, Dados apresenta quais dados são utilizados, o período de observação, a frequência e suas fontes. A seção Resultados se refere ao que foi obtido na análise e suas interpretações. Conclusão apresenta as considerações finais.

2 Revisão Bibliográfica

A Moderna Teoria de Carteiras, iniciada por Markowitz (1952), estabelece que decisões relacionadas à seleção de investimentos devam ser tomadas com base na relação risco-retorno esperado, através da diversificação. Seria indicado carregar carteiras que apresentassem uma relação de risco-retorno esperado eficiente perante as demais oportunidades de investimento. Desse princípio, Sharpe (1964) e Lintner (1965) desenvolveram o CAPM, que determina, para um mercado em equilíbrio, os retornos esperados de ativos individuais combinando as escolhas de carteiras de todos os investidores na economia.

Os resultados do CAPM são fundamentais para o presente trabalho, pois definem as hipóteses testadas. Por esse motivo, esse modelo é brevemente apresentado nesta seção. A derivação do modelo se inicia com suposições simplificadoras sobre os investidores e sobre o mercado:

- investidores individuais são tomadores de preço;
- investidores são racionais e buscam otimizar em média e variância;
- informação é disponível sem custos a todos os investidores;
- horizonte de investimento é de um período;
- investimentos são limitados a ativos financeiros negociados e divisíveis;
- não há impostos ou custos de transação;
- expectativas são homogêneas sobre os retornos esperados e a matriz de covariância;
- há uma única taxa livre de risco – para emprestar ou tomar emprestado.

O teorema da separação de Tobin (1958) mostra que a escolha de carteiras pode ser realizada em dois estágios: no primeiro é necessário encontrar a carteira eficiente de ativos arriscados; no segundo, deve-se determinar a fração ótima para investir na carteira eficiente de ativos arriscados e no ativo livre de risco. Dadas as suposições sobre os investidores e sobre o mercado, os investidores se deparam com o problema de uma forma homogênea e, combinando os ativos de forma ótima individualmente, todos encontram uma mesma fronteira de ativos eficientes. Por consequência, pelo princípio de igualdade entre demanda

e oferta, essas carteiras de ativos com risco (equilíbrio parcial) devem ser a carteira de mercado M (equilíbrio geral), composta por todos os ativos arriscados e ponderada pelo valor de mercado de cada ativo.

Supondo que um indivíduo possua a carteira M e invista a em um ativo com risco i , formando uma carteira p . O retorno esperado e o desvio padrão de uma carteira que divide seu patrimônio em i e M são:

$$E[R_p] = aE[R_i] + (1-a)E[R_m] \quad (1)$$

$$\sigma(R_p) = \sqrt{a^2\sigma_i^2 + (1-a)^2\sigma_m^2 + 2a(1-a)\sigma_{mi}} \quad (2)$$

Todos os investidores trocam retorno e desvio padrão, em uma tentativa de maximizar a relação $E[R_p]/\sigma(R_p)$. O *trade-off* retorno-risco é a mudança no retorno obtida com uma alteração no desvio padrão.

$$\frac{dE[R_p]}{d\sigma(R_p)} = \frac{\partial E[R_p]}{\partial a} \bigg/ \frac{\partial \sigma(R_p)}{\partial a} \quad (3)$$

$$\frac{\partial E[R_p]}{\partial a} = E[R_i] - E[R_m] \quad (4)$$

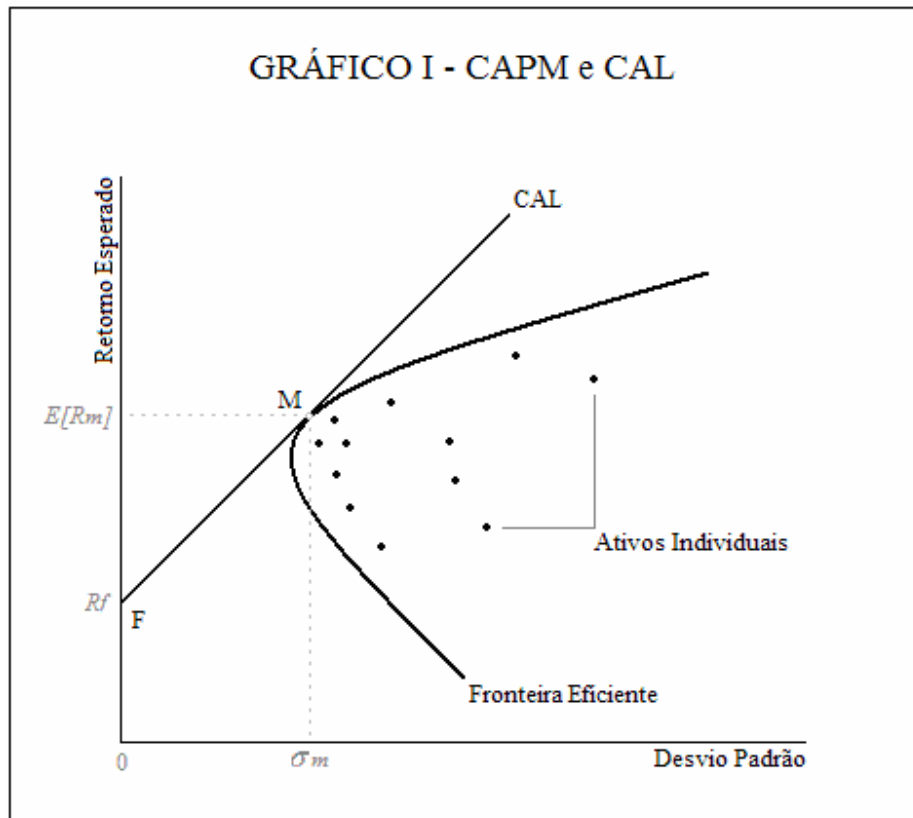
$$\frac{\partial \sigma(R_p)}{\partial a} = \frac{1}{\sigma(R_p)} (a\sigma_i^2 - (1-a)\sigma_m^2 + (1-2a)\sigma_{mi}) \quad (5)$$

Como todos os investidores detêm a carteira de mercado no equilíbrio, a representa um excesso de demanda do ativo i . Então, $a = 0$.

$$\left. \frac{dE[R_p]}{d\sigma(R_p)} \right|_{a=0} = \left. \frac{\partial E[R_p]}{\partial a} \bigg/ \frac{\partial \sigma(R_p)}{\partial a} \right|_{a=0} \quad (6)$$

$$\Rightarrow \left. \frac{dE[R_p]}{d\sigma(R_p)} \right|_{a=0} = \frac{(E[R_i] - E[R_m])}{\sigma_m} \frac{(\sigma_{mi} - \sigma_m^2)}{\sigma_m} \quad (7)$$

Essa é a inclinação da fronteira eficiente no ponto M , representação da carteira de mercado que pode ser observada no GRÁFICO I.



A linha de alocação de capital (CAL – *capital allocation line*) representa todas as combinações possíveis entre a carteira arriscada comum (M) e o ativo livre de risco (F). A inclinação da CAL é igual a mais elevada razão de Sharpe – $(E[R_m] - R_f)/\sigma_m$ – do conjunto de oportunidades de investimento:

$$\frac{E[R_i] - E[R_m]}{\sigma_{mi} - \sigma_m^2} = \frac{E[R_m] - R_f}{\sigma_m} \quad (8)$$

$$\Rightarrow E[R_i]\sigma_m^2 = \sigma_{mi}(E[R_m] - R_f) - \sigma_m^2 R_f \quad (9)$$

$$\Rightarrow E[R_i] - R_f = \frac{\sigma_{mi}}{\sigma_m^2}(E[R_m] - R_f) \quad (10)$$

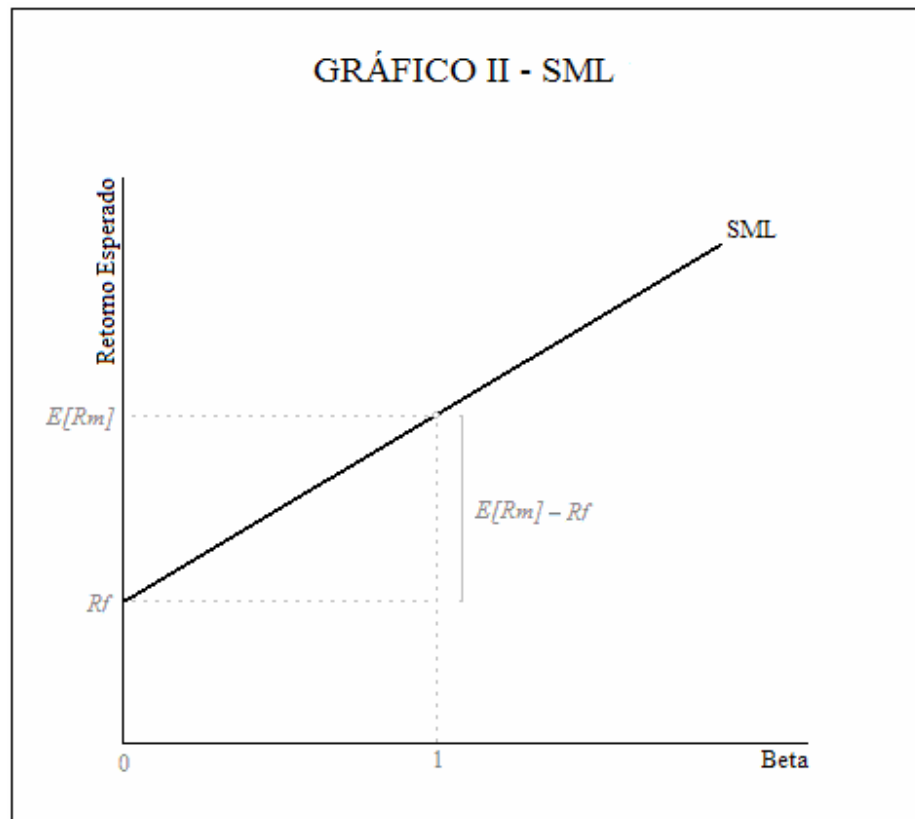
Rearranjando os termos:

$$E[R_i] - R_f = \beta_i(E[R_m] - R_f) \quad (11)$$

Onde $\beta_i = \frac{\sigma_{mi}}{\sigma_m^2}$

A relação (11) é a principal fórmula do CAPM; o retorno esperado dos ativos é uma função do risco sistemático. O coeficiente *beta* (β_i) mede a parte da variância de um ativo *i* que não pode ser mitigada pela diversificação provida pela carteira de mercado, porque o retorno desse ativo é correlacionado com os retornos de outros ativos da carteira. Esse valor descreve a relação do excesso de retorno de um ativo com o excesso de retorno do mercado como um todo.

A representação gráfica do modelo é a linha de mercado de títulos (SML – *Security Market Line*), que resume a linearidade positiva entre *betas* e retornos esperados de todas as opções de investimento (GRÁFICO II). A inclinação da SML é $(E[R_m] - R_f)$, o preço de mercado do risco (λ – *lambda*), e representa o ganho esperado por acréscimo de risco sistemático. O prêmio de risco realizado é a diferença $(R_m - R_f)$.



Portanto, as suposições do modelo implicam que:

- há um equilíbrio – demanda iguala oferta para todos os ativos e para cada tomador de empréstimos há alguém para emprestar;
- os investidores detêm a mesma carteira de ativos arriscados, a carteira de mercado;
- os investimentos dos indivíduos diferem apenas no grau de endividamento devido às diferentes aversões ao risco (segundo estágio do teorema de Tobin);
- a carteira de mercado é a carteira tangente a CAL ótima – a medida de Sharpe dessa carteira é a máxima obtida com o *trade-off* entre média e variância;
(hipótese do primeiro teste – carteira é eficiente em média e variância)
- a carteira de mercado contém todos os ativos e a proporção de cada ativo é seu valor de mercado como porcentagem do valor de mercado total;

- a carteira de mercado é eficientemente diversificada, incorrendo apenas do risco sistemático – investidores não são recompensados por carregar risco específico, que pode ser reduzido com a diversificação;
- (hipótese do segundo teste – carteira representa o mercado e o risco sistemático)
- A estratégia passiva de investir em ativos arriscados segundo sua importância relativa no mercado é ótima.

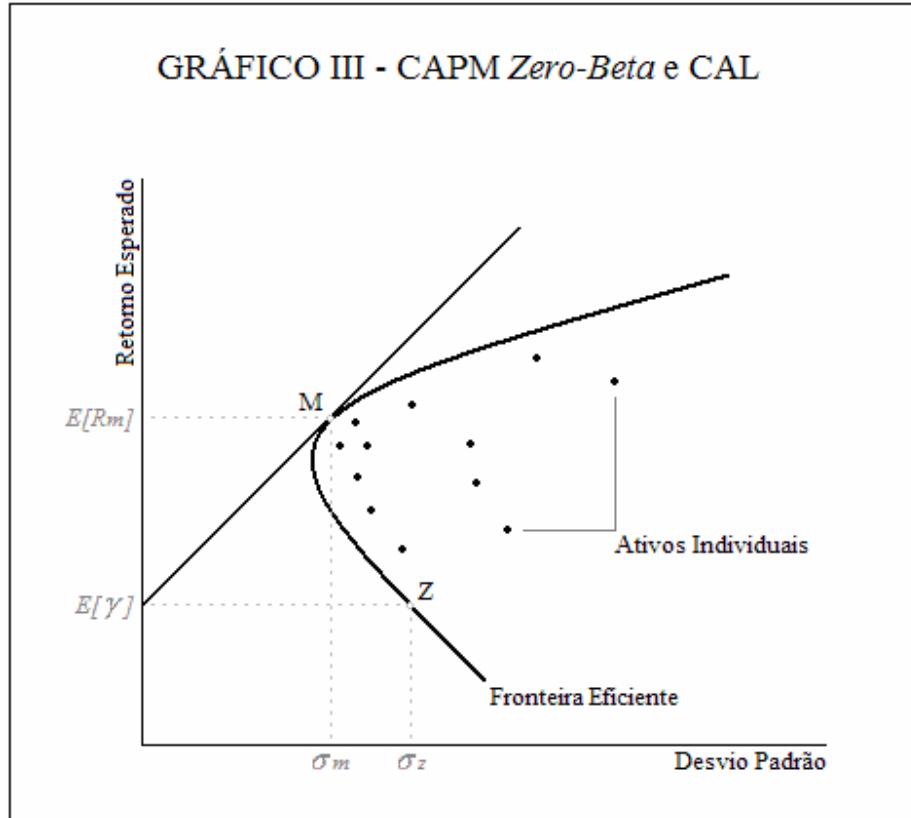
Black (1972) estendeu o modelo supondo a inexistência do ativo livre de risco – CAPM *zero-beta*. Como na primeira versão, os investidores buscam possuir uma carteira com o maior retorno esperado dada uma volatilidade, isto é, uma carteira eficiente em média e variância. Sem o retorno do ativo livre de risco e o endividamento equilibrado que ele possibilita, a aversão ao risco dos indivíduos se manifesta em escolhas de carteiras arriscadas diferentes. Todas essas carteiras, contudo, se situam na fronteira eficiente. Combinações de carteiras da fronteira também pertencem à fronteira¹. Como a carteira de mercado é a combinação das carteiras de ativos arriscados de todos os investidores, ela deve ser eficiente em média e variância.

A derivação do CAPM *zero-beta* é a mesma que a do CAPM até a parte (7). Na ausência do ativo livre de risco, a nova inclinação é:

$$\frac{E[R_m] - E[\gamma]}{\sigma_m} \quad (12)$$

Todas as carteiras eficientes da fronteira têm uma carteira-par com quais não são correlacionadas – as carteiras *zero-beta* – que pertencem à parte ineficiente da fronteira (a metade de baixo). O retorno da carteira *zero-beta*, relacionada à carteira de mercado, é representado por γ (GRÁFICO III).

¹ Essas são combinações convexas – combinações lineares com pesos $\in [0,1]$. Combinações convexas de carteiras da metade superior da fronteira também se situam nessa metade.



Seguindo a mesma idéia do CAPM de Sharpe (1964) e Lintner (1965), o retorno esperado de qualquer ativo pode ser expresso como a relação linear de duas carteiras da fronteira eficiente:

$$E[R_i] - E[\gamma] = \beta_i (E[R_m] - E[\gamma]) \quad (13)$$

Onde $\beta_i = \frac{\sigma_{mi}}{\sigma_m^2}$

Nesse caso, o preço de mercado do risco é $(E[R_m] - E[\gamma])$ e a diferença efetiva, $R_m - \gamma$, é o prêmio de risco.

Optou-se, neste trabalho, pela escolha do modelo que não pressupõe a existência de um ativo livre de risco porque, dessa forma, evita-se a busca de uma aproximação para esse ativo. Determinar um ativo livre de risco no Brasil não é uma tarefa trivial, como pode ser observado em Silveira, Barros e Famá (2002). Os autores destacaram características

indesejáveis dos ativos utilizados como livres de risco, por exemplo: incerteza quanto ao valor a ser recebido (*default* e variações nas taxas de juros caso haja divergência entre o prazo de vencimento do título e o período em que o mesmo será mantido pelo investidor), correlação com os outros ativos da economia, retornos superiores ao retorno médio dos ativos com risco, similaridade entre CDI e Caderneta de Poupança (risco similares e retornos distintos). Outra vantagem da escolha é que ao relaxar a suposição da existência de um ativo sem risco, o modelo se torna mais geral.

2.1 Teste de Eficiência em Média e Variância – Shanken (1986)

Como o CAPM demonstra a eficiência *ex-ante* da carteira de mercado, índices são frequentemente analisados no contexto desse modelo, em testes das relações resultantes dessa eficiência: a otimização de média e variância leva à restrição no modelo de que o vetor intercepto deve ser nulo. Esses testes podem ser interpretados de duas maneiras. Assumindo que a aproximação da carteira de mercado representa bem essa carteira, testar a insignificância do intercepto equivale a testar se o modelo é adequado. Por outro lado, assumindo a validade do modelo, avaliar se o intercepto é estatisticamente igual à zero é um teste da eficiência em média e variância da aproximação da carteira de mercado.

Na teoria de Máxima-Verossimilhança, existem testes para valores de coeficientes em conjunto, como: Wald, Multiplicador de Lagrange (LM) e Razão de Verossimilhança (LR). Por essa razão, esse arcabouço é normalmente o escolhido para testar a significância do vetor intercepto.

Gibbons (1982) iniciou os trabalhos com abordagens de estatísticas multivariadas para testar eficiência. Utilizando o CAPM *zero-beta*, o autor desenvolveu um teste LR para verificar a eficiência do índice ponderado por valor do CRSP (*Center for Research in Security Prices*). Em três dos quatro subperíodos analisados entre 1926 e 1975, a aproximação da carteira de mercado foi considerada ineficiente.

Shanken (1986) derivou um nível mínimo (*lower bound*) para a função de distribuição do LRT. Dessa forma, possibilitou a aplicação de um teste para o CAPM *zero-beta* com boas propriedades para amostras pequenas, adicionando a suposição de retornos normais. Esse é o método adotado na presente análise das aproximações da carteira de mercado brasileira.

Gibbons, Ross e Shanken (1989) realizaram o trabalho que é a principal referência para análises de eficiência. Adotando o artifício de Shanken (1986) e generalizando a idéia também para o CAPM tradicional, criaram um teste F multivariado para amostras pequenas. Mostraram, adicionalmente, que testar a nulidade dos interceptos equivale a testar as diferenças entre razões de Sharpe (*ex-post*). Com o teste de Wald, para a amostra de 1926 a 1982, não rejeitaram a eficiência do índice CRSP. Contudo, o resultado não é robusto para alguns subperíodos de dez anos.

Os testes de eficiência e as comparações entre aproximações da carteira de mercado foram pouco explorados no Brasil. Silva e Motta (2002) testaram o CAPM *zero-beta* para uma amostra de retornos de 1986 a 2001. A análise foi feita sobre três subperíodos de cinco anos. Utilizaram o Ibovespa e um índice igualmente ponderado (“IIP”), para verificarem se o último representaria uma melhor aproximação. Entre 1986 e 1991 todos os testes LR rejeitaram o CAPM *zero-beta* e as eficiências. No subperíodo de 1991 a 1996, somente a eficiência do Ibovespa não pode ser rejeitada. O teste não rejeitou a hipótese de validade do modelo, de 1996 a 2001, para quaisquer dos índices. Esse resultado equivale à constatação de eficiência em média e variância dos índices nesses cinco anos.

Verificou-se que o Ibovespa explicou melhor os dados do que o “IIP”. O “IIP”, entre 1991 e 1996, gerou prêmios de risco negativos, contrariando a premissa do modelo de que o retorno de mercado é superior ao do ativo *zero-beta*. Os autores consideraram esperado o resultado, uma vez que o Ibovespa estaria mais próximo de um índice ponderado por valor, mesmo considerando a correlação elevada dos índices no período. Baseando-se nesses resultados, parece haver uma gradual evolução na eficiência do mercado acionário brasileiro. Como o trabalho aqui desenvolvido analisa dados a partir de 1996 e também se baseia no CAPM *zero-beta*, são esperados resultados similares, que evidenciem a eficiência dos índices testados ou a superioridade dos índices ponderados por valor.

A proposta apresentada por Araújo, Fajardo e Tavani (2006) foi testar empiricamente o CAPM com o Ibovespa e através de uma carteira de mercado hipotética que paga o PIB (Produto Interno Bruto) como dividendo. Esse índice sintético constituiria uma legítima aproximação da carteira de mercado, de acordo com os autores, pois refletiria a capacidade produtiva do país composta por fatores tangíveis e intangíveis. Duas versões do CAPM

foram testadas, a original e a *zero-beta*, que consideraram mais relevante por acreditarem que não existe um ativo livre de risco no Brasil.

O estudo foi feito sobre o período de 1991 a 2002, que também foi dividido e analisado em três subperíodos de quatro anos. O índice construído com o PIB não se apresentou eficiente em média e variância, tanto para o modelo CAPM tradicional como para o *zero-beta*. Contudo, a eficiência do Ibovespa não foi rejeitada nos primeiros quatro anos e quando o período inteiro era considerado, mas apenas com o modelo na versão *zero-beta*. Ao contrário do encontrado por Silva e Motta (2002), grande parte dos resultados de Araújo, Fajardo e Tavani (2006) referentes à eficiência do mercado foi obtida nos períodos do começo da amostra.

Hagler e Brito (2007) é o trabalho que mais se assemelha ao desenvolvido neste texto. Para o período de 1989 a 2003, os autores testaram exaustivamente a eficiência de índices utilizados recorrentemente como aproximações para a carteira de mercado: Ibovespa, IBrX-50 e FGV-100. O exame foi realizado através de testes estatísticos multivariados de Wald, nas versões tradicional e *zero-beta* do CAPM. Os retornos foram divididos em carteiras em função dos *betas* e por setores industriais.

Entre 1998 e 2003, com o CAPM tradicional, encontraram que o IBrX-50 foi eficiente quando os retornos eram separados pelos *betas*, mas ineficientes quando a ordenação das carteiras era por setor. A eficiência do Ibovespa e do FGV-100 foram rejeitadas. Dos resultados para o CAPM *zero-beta*, não encontraram índices eficientes.

Expandiram, então, o intervalo estudado para os anos entre 1989 e 2003 (incluindo os subperíodos: 1989 a 1994 e 1995 a 2003) para verificarem a robustez dos achados. Nessa etapa, o IBrX-50 não foi aproveitado por ser uma série mais recente. Encontraram que, entre 1995 e 2003, separando os retornos em carteiras por *betas* e com o CAPM *zero-beta* como base, a eficiência do Ibovespa não pôde ser rejeitada. Os autores ressaltaram, porém, que essa eficiência é relativa ao subconjunto especificado de carteiras e que, observando todos os resultados, não é possível destacar algum índice como referencial.

Assim como em Silva e Motta (2002) e Araújo, Fajardo e Tavani (2006), o período analisado por Hagler e Brito (2007) foi dividido, para que eventuais quebras estruturais fossem amenizadas ou mesmo evitadas. Os três trabalhos citados também destacaram o CAPM *zero-beta*. Dividir a amostra e usar o CAPM *zero-beta* como base são dois

procedimentos seguidos neste presente estudo. Tanto Araújo, Fajardo e Tavani (2006), quanto Hagler e Brito (2007) alocaram os ativos em carteiras para atenuar o risco idiossincrático, aumentando as chances de se captar a relação entre risco sistemático e excessos de retorno. Essa prática também é considerada na elaboração dos testes aqui desenvolvidos.

2.2 *Teste de Significância do Preço de Mercado do Risco – Fama e MacBeth (1973)*

Além da análise de eficiência, este trabalho verifica a significância dos preços de mercado do risco gerados com os índices. Esse teste menos restritivo é considerado para que os índices possam ser qualificados de uma forma gradual, a saber, uma aproximação da carteira de mercado pode: (i) não ser um fator de risco e tampouco eficiente; (ii) não ser eficiente em média e variância, mas representar o risco sistemático; (iii) ser um fator de risco e eficiente em média e variância.

Teoricamente, o desempenho da carteira de mercado sintetiza as variações do mercado e, conseqüentemente, o risco comum do sistema. Modelos de apreçamento unifatoriais, como o CAPM, baseiam-se nessa concepção de que o retorno da carteira de mercado é a única variável que afeta os retornos esperados dos ativos.

Fama e MacBeth (1973) desenvolveram o método necessário para a verificação da significância de fatores de risco. Nesse trabalho clássico, não rejeitaram: o *trade-off* positivo entre retorno e risco, a relação linear entre retorno esperado e risco da carteira, a suficiência do risco da carteira na explicação sistemática dos retornos médios e a consistência dos coeficientes e resíduos (preços refletindo toda a informação disponível). Os autores analisaram todas as ações negociadas entre 1926 e 1968 na NYSE (*New York Stock Exchange*), utilizaram um índice de mercado ponderado por valor e a fonte dos dados foi a CRSP.

3 Metodologia

3.1 Teste de Eficiência em Média e Variância – Shanken (1986)

O método do primeiro teste, de eficiência em média e variância, é o desenvolvido por Shanken (1986). O autor mostra como calcular os estimadores de máxima-verossimilhança exatos e como implementar um teste de razão de verossimilhança aproximado de eficiência, quando não há um ativo sem risco, com boas propriedades para amostras finitas.

A base do teste deste trabalho é a versão sem ativo de risco do CAPM, representada na seguinte relação entre excessos de retornos dos ativos e da carteira de mercado em relação ao retorno do ativo *zero-beta*.

$$R_{it} - \gamma = \alpha_i + \beta_i (R_{mt} - \gamma) + \varepsilon_{it} \quad (14)$$

$$\forall i = 1, \dots, N \text{ e } \forall t = 1, \dots, T.$$

Assume-se que os erros são independentes e identicamente distribuídos ao longo do tempo, com distribuição conjunta normal de média zero e matriz de covariância não-singular – Σ . A suposição de normalidade para retornos mensais de ações é vista como uma boa aproximação (Fama, 1976), mas existem algumas evidências de que as distribuições são leptocúrticas em relação à normal. Entretanto, MacKinlay (1985) mostrou, através de simulações, que o teste F é robusto a esse provável erro de especificação.

Neste primeiro teste os retornos utilizados são organizados em carteiras, o que mantém o número de observações por parâmetros, denominado razão de saturação, superior a 10. Essa razão é dada por $T/(2+(N+1)/2)$, uma vez que são utilizadas NT observações para a estimação de um número de parâmetros igual a $2N$ (em α e β) mais $N(N+1)/2$ (de Σ). Os retornos foram separados em 10 carteiras de acordo com a dimensão dos *betas* dos respectivos ativos.

Supondo que γ seja conhecido, os estimadores de máxima verossimilhança desse modelo irrestrito são dados pelas relações a seguir em forma matricial:

$$\hat{\alpha}(\gamma) = \hat{\mu} - \gamma - \hat{\beta}(\hat{\mu}_m - \gamma) \quad (15)$$

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{t=1}^T (R_t - \hat{\mu}) (R_{mt} - \hat{\mu}_m)}{\sum_{t=1}^T (R_{mt} - \hat{\mu}_m)^2} \quad (16)$$

$$\hat{\Sigma} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [R_t - \hat{\mu} - \hat{\beta}(R_{mt} - \hat{\mu}_m)] [R_t - \hat{\mu} - \hat{\beta}(R_{mt} - \hat{\mu}_m)]^T \quad (17)$$

$$\text{Onde } \hat{\mu}_m = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_{mt} \text{ e } \hat{\mu} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_t .$$

O valor da função irrestrita de log-verossimilhança não depende de γ .

$$L = -\frac{NT}{2} \log(2\pi) - \hat{\mu} - \frac{T}{2} \log|\hat{\Sigma}| - \frac{NT}{2} \quad (18)$$

A condição de eficiência é dada por $\alpha = 0$, implicando uma restrição não-linear nos parâmetros, que é a hipótese testada.

$$\alpha = (\iota - \beta)\gamma \quad (19)$$

Interceptos, as constantes nas regressões (14) ou o vetor formado por elas em (15), não nulos representam que as aproximações das carteiras de mercado testadas não pertencem ao conjunto eficiente ou que o mercado não está em equilíbrio.

Com a restrição $\alpha = 0$ os estimadores (16) e (17) mudam, assim como a função de verossimilhança.

$$\hat{\beta}^* = \frac{\sum_{t=1}^T (R_t - \gamma) (R_{mt} - \gamma)}{\sum_{t=1}^T (R_{mt} - \gamma)^2} \quad (20)$$

$$\hat{\Sigma} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left[R_t - \gamma(\mathbf{I} - \hat{\beta}^*) - \hat{\beta}^* R_{mt} \right] \left[R_t - \gamma(\mathbf{I} - \hat{\beta}^*) - \hat{\beta}^* R_{mt} \right]^T \quad (21)$$

$$L^*(\gamma) = -\frac{NT}{2} \log(2\pi) - \frac{T}{2} \log |\hat{\Sigma}^*(\gamma)| - \frac{NT}{2} \quad (22)$$

A versão restrita depende de γ . Formar a razão dos logaritmos de máxima-verossimilhança e maximizar é subtrair (18) de (22).

$$LR(\gamma) = L^*(\gamma) - L = -\frac{T}{2} \left(\log |\hat{\Sigma}^*(\gamma)| - \log |\hat{\Sigma}| \right) \quad (23)$$

O valor de γ que minimiza (23) é o estimador de máxima-verossimilhança de γ . O $LR(\gamma)$ pode ser simplificado.

$$LR(\gamma) = -\frac{T}{2} \log \left[\left(\frac{\hat{\sigma}_m^2}{(\hat{\mu}_m - \gamma)^2 + \hat{\sigma}_m^2} \right) \hat{\alpha}(\gamma)^T \hat{\Sigma}^{-1} \hat{\alpha}(\gamma) + 1 \right] = -\frac{T}{2} \log[G] \quad (24)$$

$$G = \left(\frac{\hat{\sigma}_m^2}{(\hat{\mu}_m - \gamma)^2 + \hat{\sigma}_m^2} \right) \left[\hat{\mu} - \gamma - \hat{\beta}(\hat{\mu}_m - \gamma) \right]^T \hat{\Sigma}^{-1} \left[\hat{\mu} - \gamma - \hat{\beta}(\hat{\mu}_m - \gamma) \right] \quad (25)$$

$$LR(\gamma) = -\frac{T}{2} \log \left\{ \left(\frac{\hat{\sigma}_m^2}{(\hat{\mu}_m - \gamma)^2 + \hat{\sigma}_m^2} \right) \left[\hat{\mu} - \gamma - \hat{\beta}(\hat{\mu}_m - \gamma) \right]^T \hat{\Sigma}^{-1} \left[\hat{\mu} - \gamma - \hat{\beta}(\hat{\mu}_m - \gamma) \right] \right\} \quad (26)$$

Dessa forma, maximizar G equivale a minimizar $LR(\gamma)$. Existem duas soluções para $\partial G/\partial \gamma = 0$, que podem ser expressas como raízes reais de uma equação quadrática. Se A é positivo, o estimador de $\hat{\gamma}^*$ é a maior raiz e caso A seja negativo, o estimador é a menor raiz.

$$H(\gamma) = A\gamma^2 + B\lambda + C \quad (27)$$

$$A \equiv \frac{1}{\hat{\sigma}_m^2} (\mathbf{l} - \hat{\beta})^T \hat{\Sigma}^{-1} (\hat{\mu} - \hat{\beta} \hat{\mu}_m) - \frac{\hat{\mu}_m}{\hat{\sigma}_m^2} (\mathbf{l} - \hat{\beta})^T \hat{\Sigma}^{-1} (\mathbf{l} - \hat{\beta}) \quad (28)$$

$$B \equiv \left(1 + \frac{\hat{\mu}_m^2}{\hat{\sigma}_m^2}\right) (\mathbf{l} - \hat{\beta})^T \hat{\Sigma}^{-1} (\mathbf{l} - \hat{\beta}) - \frac{1}{\hat{\sigma}_m^2} (\hat{\mu} - \hat{\beta} \hat{\mu}_m)^T \hat{\Sigma}^{-1} (\hat{\mu} - \hat{\beta} \hat{\mu}_m) \quad (29)$$

$$C \equiv -\left(1 + \frac{\hat{\mu}_m^2}{\hat{\sigma}_m^2}\right) (\mathbf{l} - \hat{\beta})^T \hat{\Sigma}^{-1} (\hat{\mu} - \hat{\beta} \hat{\mu}_m) + \frac{\hat{\mu}_m}{\hat{\sigma}_m^2} (\hat{\mu} - \hat{\beta} \hat{\mu}_m)^T \hat{\Sigma}^{-1} (\hat{\mu} - \hat{\beta} \hat{\mu}_m) \quad (30)$$

O teste aproximado da versão *zero-beta* pode, então, ser aplicado:

$$J(\gamma) = \frac{(T - N - 1)}{N} \left[1 + \frac{(\hat{\mu}_m - \hat{\gamma}^*)^2}{\hat{\sigma}_m^2} \right]^{-1} \hat{\alpha}(\gamma)^T \hat{\Sigma}^{-1} \hat{\alpha}(\gamma) \sim F_{N, T-N-1} \quad (31)$$

Como $\hat{\gamma}^*$ minimiza a razão de log-verossimilhança, se a hipótese nula de eficiência (19) for rejeitada com esse valor, será rejeitada com qualquer outro γ .²

² A derivação completa do teste pode ser encontrada em Campbell, Lo e MacKinlay (1997).

3.2 *Teste de Significância do Preço de Mercado do Risco – Fama e MacBeth (1973)*

O método utilizado no segundo teste, referente aos coeficientes de determinação e preços de mercado do risco, foi o de Fama e MacBeth (1973). Esse processo pode ser dividido em três etapas. Dado um conjunto de N elementos observados durante T períodos: na primeira etapa são feitas $(N \times (T+1-\tau))$ regressões em séries temporais, com τ observações cada, para estimar os β'_{it} ³:

$$r_{il} = \alpha_{il} + \beta'_{it} r_{ml} + \zeta_{il}, \quad \forall i = 1, 2, \dots, N \quad e \quad l = (t - \tau + 1), \dots, t \quad (32)$$

onde $t = \tau, (\tau + 1), \dots, T$.

Assim, sendo $N = 10$ a quantidade de carteiras que agrupam as ações (em média 12 ações por carteira, agrupadas pelo tamanho seus betas), $T = 168$ o número de observações ao longo do tempo e $\tau = 48$ o tamanho das janelas de estimação, são obtidos $\hat{\beta}'_{it}$ de $t=48$ até $T=168$ para cada carteira i .

Essas são regressões conhecidas como *rolling regressions*, feitas em janelas móveis. Dado o CAPM *zero-beta* (14), o α_{it} da especificação (32) pode ser interpretado como $(1 - \beta'_{it})\gamma'$.

O tamanho das janelas escolhido, de 48 meses, é próximo do padrão da literatura. Como a quantidade de dados é consideravelmente limitada, optar por janelas maiores diminuiria o tamanho das séries de teste e inferência, apesar dos ganhos quanto à precisão dos *betas'* estimados sob a hipótese de constância deste parâmetro. Entre aumentar a precisão dos *betas'* ou a precisão dos testes de risco sistemático, optou-se pelo segundo, dada a incipiência e mudança de condições do mercado nacional, que fazem razoável admitir a variação dos betas ao longo do tempo.

Este trabalho efetua o teste para dois conjuntos de retornos. O primeiro conjunto, “A”, é composto pelos retornos de todas as ações negociadas na BOVESPA, de 01/1996 até

³ Neste teste, as sensibilidades ao fator de risco sistemático são chamadas de *betas'*, para que não sejam confundidas com as estimativas *betas* do teste anterior. O mesmo raciocínio vale para *gamma' - γ'* – o retorno *zero-beta*.

12/2009, selecionadas através de um critério de liquidez. O segundo conjunto “B” é formado apenas pelas ações que faziam parte do Ibovespa no respectivo mês. O motivo da utilização dos dois conjuntos de variáveis dependentes distintos é avaliar a robustez dos resultados.

Para o segundo teste das aproximações, os coeficientes de determinação médios são calculados das estimativas de (32).

$$R_{it}^2 = 1 - \frac{\sum_{l=(t-\tau+1)}^t (r_{il} - \hat{r}_{il})^2}{\sum_{l=(t-\tau+1)}^t (r_{il} - \bar{r}_{it})^2} \quad \forall i = 1, 2, \dots, N \quad e \quad t = \tau, \dots, T$$

$$\bar{R}_t^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N R_{it}^2 \quad t = \tau, \dots, T \quad (33)$$

onde

$$\hat{r}_{il} = \hat{\alpha}_{il} + \hat{\beta}'_{it} r_{ml} \quad \forall i = 1, 2, \dots, N \quad e \quad l = (t - \tau + 1), \dots, t ; e$$

$$\bar{r}_{it} = \frac{1}{\tau} \sum_{l=(t-\tau+1)}^t r_{il} .$$

Na etapa seguinte, utilizando as séries de estimativas dos β'_{it} , são feitas estimações seccionais (*cross-section*).

$$E[r_{it}] = \gamma' + \lambda_t' \hat{\beta}'_{it} + \varepsilon_{it}, \quad \forall i = 1, 2, \dots, N \quad e \quad t = \tau, \dots, T \quad (34)$$

E são encontrados $(T + 1 - \tau)$ *lambdas*, $\hat{\lambda}_t$, que representam os preços de mercado do risco. Os retornos esperados ($E[r_{it}]$) utilizados são as médias dos retornos das ações na própria janela de 48 meses (\bar{r}_{it}).

Uma vez que os *betas*', regressores nas regressões seccionais, são estimados, erros de medida (*measurement errors* ou *errors-in-variables*) podem gerar vieses. Uma forma de aumentar a precisão das estimativas e reduzir esse erro é a utilizada por Blume e Friend (1970) e Black, Jensen e Scholes (1972), trabalhar com carteiras organizadas de acordo com os tamanhos dos *betas* em vez de ativos individuais. É por esse motivo que esses agrupamentos de ações são utilizados no presente trabalho.

A última etapa consiste no cálculo do preço médio de mercado do risco:

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{(T+1-\tau)} \sum_{t=\tau}^T \hat{\lambda}_t \quad (35)$$

Para que inferências sejam feitas, utiliza-se a variância da série de *lambdas*:

$$\sigma^2(\hat{\lambda}) = \frac{1}{(T-\tau)^2} \sum_{t=\tau}^T (\hat{\lambda}_t - \bar{\lambda})^2 \quad (36)$$

A extensão tradicional para os preços de risco autocorrelacionados é utilizar a variância de longo prazo e não a variância da média.

$$\sigma^2(\hat{\lambda}) = \frac{1}{(T+1-\tau)} \sum_{j=-\infty}^{\infty} cov_{(T+1-\tau)}(\hat{\lambda}_t, \hat{\lambda}_{t-j}) \quad (37)$$

Contudo, adota-se neste artigo o mesmo procedimento de Fama e French (2002). Diante da limitação de dados para uma estimação exata do coeficiente de autocorrelação, os autores calculam um fator de correção do valor crítico.

$$\sigma^2\left(\sum_{t=\tau}^T \lambda_t\right) = (T+1-\tau)\sigma^2(\lambda) + 2\sigma^2(\lambda) \sum_{t=\tau}^{T-1} \sum_{j=t+1}^T \rho^{j-t} \quad (38)$$

A relação acima é a variância da soma da sequência de $(T-\tau)$ observações, onde ρ é a medida de autocorrelação. As séries se aproximam de processos autorregressivos de

primeira ordem. Quando T tende ao infinito, a variância pode receber uma aproximação simplificadora.

$$\sigma^2\left(\sum_{t=\tau}^T \lambda_t\right) \cong (T+1-\tau)\sigma^2(\lambda) + 2\sigma^2(\lambda)(T+1-\tau)\frac{\rho}{1-\rho} \quad (39)$$

4 Dados

4.1 Ações e Índices de Mercado

Os retornos mensais das ações negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo (BOVESPA) de 01/1996 até 12/2009 foram utilizados na análise. A opção do período de teste deveu-se à estabilidade e redução dos índices de inflação posteriores ao Plano Real, para que prováveis distorções fossem evitadas. Os dados foram obtidos na base *Economatica*. Selecionaram-se os primeiros preços de fechamentos disponíveis. Quando não houve negociação logo no início do mês, uma tolerância de cinco dias úteis foi dada. Ações que não satisfizeram esse critério de liquidez foram excluídas das regressões; no caso do segundo teste, que utilizou janelas móveis, as ações eram excluídas apenas das janelas em que não obtinham essa liquidez mínima.

Para cada ativo e índice da amostra, o retorno composto foi calculado através do logaritmo neperiano. Esses são retornos contínuos, ou seja, para o mês t , o retorno mensal r_{it} é definido como $r_{it} = \ln(P_{it} / P_{it-1})$, em que P_{it} é o preço do ativo i no mês t . Dez carteiras, formadas a cada passo pelo critério de dimensão de *betas* (ou *betas'*), agruparam os retornos.

Cinco aproximações da carteira de mercado foram testadas: Ibovespa, IBrX, FGV-100, índice ponderado pelo valor de mercado (PV) e índice ponderado igualmente (PI), estes dois últimos exclusivamente calculados para esta análise. As formas de construção de PV e PI são (aproximadamente) baseadas nos cálculos dos índices com essas mesmas ponderações criados pelo *Center of Research in Security Prices* (CRSP) da *Chicago University*. A TABELA I compara os índices CRSP com os cinco índices testados⁴.

⁴ Mais detalhes sobre os índices Ibovespa, IBrX e FGV-100 estão disponíveis no apêndice.

TABELA I – Índices de Mercado

	Ibovespa	IBrX	FGV-100	PV	PI	"PV" do CRSP	"PI" do CRSP
Ponderação	Volume e número de negócios	Valor de mercado	Patrimônio Líquido (PL)	Valor de mercado	Mesmo peso para todas as ações	Valor de mercado	Mesmo peso para todas as ações
Base	BOVESPA	BOVESPA	BOVESPA	BOVESPA	BOVESPA	NYSE, Amex, NASDAQ, ARCA e combinações	NYSE, Amex, NASDAQ, ARCA e combinações
Representatividade	Média de 60 no período	100	100	Todas as ações - na prática, média de 120 devido ao critério mínimo de liquidez	Todas as ações - na prática, média de 120 devido ao critério mínimo de liquidez	Todas as ações (critério mínimo de liquidez)	Todas as ações (critério mínimo de liquidez)
(Número de Ações)	analisado						
Critério de Seleção de Ações	Estar entre aquelas com maiores volumes e números de negócios nos últimos 12 meses	Ter negociações frequentes e maiores volumes e números de negócios nos últimos 12 meses	Tamanho (PL), desempenho financeiro, número de negociações, volume e não ser financeira ou estatal	Ter negociação em pelo menos um dos primeiros cinco dias úteis de cada um dos próximos 12 meses	Ter negociação em pelo menos um dos primeiros cinco dias úteis de cada um dos próximos 12 meses	Ter negociação no período e no anterior (para calculo do retorno)	Ter negociação no período e no anterior (para calculo do retorno)
Ajuste por Proventos	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Existem as duas opções	Existem as duas opções
Início	1968	1995	1986	1996	1996	1925, 1962, 1972 ou 2006	1925, 1962, 1972 ou 2006
Utiliza Cotações de	Último negócio	Último negócio	Último negócio (14h e 18h)	Fechamento - início do mês	Fechamento - início do mês	Fechamento - final do mês	Fechamento - final do mês
Reformulação	Quadrimestral	Quadrimestral	Anual	Anual	Anual	Anual	Anual
Pesos Estipulados com Informações do	12 meses anteriores	Último período	(Informações contábeis do) último período	Último período	Número de ações que satisfizeram o critério mínimo de liquidez no ano	Último período	Número de ações que satisfizeram o critério mínimo de liquidez no ano
Tolerância quando não há Cotação	Último preço disponível; tolerância de 50 dias antes da retirada por motivo de redução considerável nas negociações	Último preço disponível; integrantes são alteradas apenas na próxima reformulação quadrimestral	Último preço disponível; alterações são anuais (com exceção do caso de interrupção dos negócios de alguma das ações)	Próximo preço (observado em até 5 dias úteis)	Próximo preço (observado em até 5 dias úteis)	Último preço disponível	Último preço disponível

Como mencionado na introdução, a razão da escolha de Ibovespa, IBrX e FGV-100 para os testes foi a ampla e recorrente utilização dessas aproximações em trabalhos acadêmicos e aplicações práticas no mercado financeiro. Trabalhos que necessitam de uma aproximação da carteira de mercado normalmente recorrem aos índices citados⁵. Do ponto de vista prático, dados da Associação Nacional de Bancos de Investimento (ANBID), de 10/2009, mostram que cerca de R\$35 bilhões estão aplicados em fundos de ações que utilizam esses índices como referencial. Isso equivale a aproximadamente 45% do patrimônio líquido dos fundos de ações (excluindo os fechados).

Os índices PV e PI foram calculados por serem mais próximos do referencial teórico e por representarem alternativas em potencial às aproximações atualmente utilizadas. O PV é ponderado pelo valor de mercado da empresa, dado pela multiplicação do número de ações e de suas cotações. O PI atribui o mesmo peso ou importância ($1/n$) a cada ação. Essas duas opções são condizentes, mesmo que de maneiras distintas, com a característica teórica da carteira de mercado de conter todos os ativos, ponderando-os com seus valores de mercado. O PV pressupõe que a distribuição de valor no mercado acionário é uma boa aproximação da economia real. O PI, por atribuir um peso relativamente maior às ações com menores valores de mercado, compensaria a informação ignorada pelos outros índices de firmas menores que não têm capital aberto.

PV e PI têm suas carteiras balanceadas anualmente e as composições vigoram de Janeiro até Dezembro do mesmo ano. As informações necessárias para as ponderações são as observadas no mês anterior à formação da carteira. Por exemplo, a carteira do índice PV de 2009 utiliza os valores de mercado de Dezembro de 2008 para determinar os pesos referentes a cada ação. Os índices abrangem todas as ações negociadas na BOVESPA que apresentam cotações até o quinto dia útil do mês, durante 13 meses (de Dezembro a Dezembro). Da mesma forma que o restante da base de dados, as cotações são as de fechamento (observadas no início do mês), os retornos calculados são compostos e são ajustados por proventos, isto é, incluem dividendos e juros sobre capital próprio.

⁵ A Revista Brasileira de Finanças (RBFfin), por exemplo, tem os seguintes trabalhos com essas aproximações: Bonomo e Dall'Agnol (2003); Procianny e Verdi (2003); Rostagno, Kloeckner e Becker (2004); Procianny e Verdi (2006); Meurer (2006); Baptista e Pereira (2008); Nogueira e Lamounier (2008); Castro e Minardi (2009); Santos e Perobelli (2009); Silva, Moreira e Motta (2009).

Os retornos dos dois índices, para um determinado mês t , podem ser definidos como:

$$PV_t = \sum_{i=1}^n \left(\frac{P_{idez} \cdot Q_{idez}}{\sum_{i=1}^n P_{idez} \cdot Q_{idez}} \cdot r_{it} \right) \quad (40)$$

$$PI_t = \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{n} \cdot r_{it} \right) \quad (41)$$

Onde P_{idez} representa a cotação do ativo i no último mês de Dezembro, Q_{idez} é a quantidade de ações i disponíveis no último Dezembro, r_{it} é o retorno do ativo i no mês t e n é o número de ações (com cotações observadas continuamente do último Dezembro até o seguinte). Os valores de mercado utilizados foram os disponibilizados na base *Economatica*.

4.2 Análise Descritiva dos Índices de Mercado

Observando a amostra (TABELA II), é possível notar que o Ibovespa apresenta-se dominado na relação entre média e variância pelos índices IBrX, FGV-100, PV e PI no período analisado. A média do índice é a menor, mas seu desvio padrão é o mais elevado. O IBrX é dominado em média e variância pelo FGV-100 e PV. Não há dominância em média e variância entre FGV-100, PV e PI.

TABELA II – Análise Descritiva dos Índices

A amostra foi formada por 168 retornos compostos mensais de cinco índices considerados aproximações da carteira de mercado. No período analisado, de 01/1996 até 12/2009, a primeira cotação de fechamento observada em cada mês foi selecionada. Os retornos compostos foram calculado através da diferença, em logaritmo neperiano, desses preços. Os índices IBrX e FGV-100 foram compostos, de forma pré-determinada, por 100 ações. O Ibovespa foi formado em média por 60 ações e os índices construídos, PI e PV, agregaram cerca de 120 papéis.

	<i>Ibovespa</i>	<i>IBrX</i>	<i>FGV-100</i>	<i>PV</i>	<i>PI</i>
Média	0,0165	0,0183	0,0192	0,0196	0,0165
Mediana	0,0239	0,0300	0,0235	0,0241	0,0169
Desvio Padrão	0,0983	0,0913	0,0815	0,0890	0,0631
Curtose	1,6627	2,8445	1,1068	1,5618	1,7057
Assimetria	-0,7044	-0,9404	-0,2918	-0,4009	-0,0277
Mínimo	-0,4090	-0,4191	-0,2772	-0,3527	-0,1998
Máximo	0,2476	0,2149	0,2680	0,2467	0,2561
Soma	2,7671	3,0803	3,2226	3,2953	2,7795
Razão de Sharpe	0,1676	0,2008	0,2355	0,2203	0,2621

PI tem a distribuição mais simétrica. Todas, contudo, apresentam assimetrias negativas – médias inferiores às medianas e ambas menores que as modas. As distribuições dos cinco índices são mais afiladas que a normal, são leptocúrticas. Essas são características comuns aos retornos das ações; quedas são mais abruptas que elevações e é mais provável ocorrerem valores próximos à zero (pico mais elevado que o da normal). PI apresenta retornos menos extremados por ser composto de forma mais diversificada. O peso que dá a papéis de firmas menores é maior que o dos demais índices.

A maior razão de Sharpe, razão entre média e desvio padrão, é a do PI: 0,2621. O desvio padrão relativamente menor contribui para esse resultado. O índice pode ser considerado, relativamente, o mais eficiente *ex-post*. Esse achado é similar a uma parte das conclusões de DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009). Esses autores compararam o desempenho para fora da amostra de uma regra de alocação “1/N” com os de modelos estáticos e dinâmicos de alocação ótima de ativos. Encontraram que a carteira igualmente ponderada apresenta razão de Sharpe mais elevada, retorno equivalente de certeza maior e *turnover* (*trading volume*) menor. O retorno equivalente de certeza é definido como a taxa livre de risco que um investidor aceita ao invés de adotar certa estratégia arriscada. *Turnover* representa a quantidade de negócios necessária para implementar certa estratégia, é a soma média do valor absoluto de negócios entre ativos disponíveis em certa regra.

Apesar dos diferentes critérios de seleção e ponderação, os retornos dos índices são bastante correlacionados (TABELA III). A menor medida encontrada é 86,95%, entre IBrX e PI. Em geral, o índice ponderado igualmente é o que mais se diferencia. IBrX e PV, ambos ponderados pelo valor de mercado, têm a correlação mais elevada: 98,60%. Da mesma forma, o Ibovespa apresenta uma forte relação com tais índices: 97,79% e 96,79%, respectivamente.

TABELA III – Correlação entre os Retornos dos Índices

A matriz de correlações* entre os retornos mensais compostos das aproximações da carteira de mercado, de 01/1996 até 12/2009.

	<i>Ibovespa</i>	<i>IBrX</i>	<i>FGV-100</i>	<i>PV</i>	<i>PI</i>
<i>Ibovespa</i>	1	-	-	-	-
<i>IBrX</i>	0,9779	1	-	-	-
<i>FGV-100</i>	0,9028	0,9030	1	-	-
<i>PV</i>	0,9679	0,9860	0,9117	1	-
<i>PI</i>	0,8700	0,8695	0,9196	0,8921	1

*As correlações entre os vetores dos retornos dos índices são calculadas como $\text{Cov}(r_i, r_j)/\sigma_{ri}\sigma_{rj}$.

A carteira PV tem o maior retorno acumulado, igual a 329,53% durante o período de Janeiro de 1996 até Dezembro de 2009. Os retornos de FGV-100, no período analisado, mantêm uma relação equilibrada com os demais retornos. As magnitudes das correlações mostram que o FGV-100 pode ser considerado um índice intermediário. Sua carteira inclui mais ações de pequenas firmas (ou atribui um peso maior a elas) que os três índices “de valor” – Ibovespa, IBrX e PV – mas não ao nível do PI.

5 Resultados

O período analisado, de 1996 a 2009, pode ser considerado um intervalo de relativa estabilidade macroeconômica e política no Brasil. Grandes eventos, entretanto, têm a capacidade de gerar quebras estruturais nos processos geradores de dados. Alguns desses possíveis casos são: Crise da Ásia (Julho de 1997), Crise da Rússia (Agosto de 1998), mudança do regime cambial brasileiro (Janeiro de 1999) de um sistema controlado (regime de bandas cambiais) para um câmbio flexível (ou de flutuação parcialmente suja), *Crash* da Nasdaq (Março de 2000), Crise da Argentina (Dezembro de 2001), problemas de credibilidade no mercado decorrentes da eleição presidencial no Brasil (2001-2002), Crise Financeira (2006-2007), Crise Econômica (2008-2009).

Para que conclusões pouco robustas fossem reduzidas, os testes foram aplicados em subperíodos, do mesmo modo que em toda a amostra. Visando a precisão dos resultados, buscaram-se divisões que disponibilizassem informações suficientes para os cálculos. No primeiro teste, a repartição gera dois subperíodos de sete anos (1996-2002 e 2003-2009), que coincidem com os anos finais da presidência de Fernando Henrique Cardoso e os iniciais de Luiz Inácio Lula da Silva. No segundo, como quatro anos são trocados pela utilização de janelas móveis, os resultados são divididos em dois quinquênios (2000-2004 e 2005-2009).

5.1 *Teste de Eficiência em Média e Variância – Shanken (1986)*

O primeiro teste, sobre a eficiência em média e variância das aproximações, teve o CAPM *zero-beta* como base e agregou os retornos em dez carteiras divididas em função dos *betas*. Para o período de 1996 até 2009, 35 ações foram utilizadas, resultando em uma razão de saturação (observações por parâmetros) de 22,4. Utilizaram-se apenas as ações com cotações observados nos começos todos os meses da amostra.

TABELA IV (1) – Teste de Eficiência (Wald) das Aproximações da Carteira de Mercado (1996-2009)

O teste de eficiência em média e variância realizado é o desenvolvido por Shanken (1986). Calculam-se os estimadores de máxima-verossimilhança exatos e um teste de Wald aproximado é aplicado. Esse procedimento é necessário quando não há um ativo sem risco. Nessa etapa foram utilizados os ativos que apresentaram retornos em todos os meses da amostra, 01/1996 a 12/2009; as ações foram divididas em dez carteiras de acordo com seus *betas*. As 35 ações observadas e os 168 meses geram uma razão de saturação de 22,4.

	<i>Ibovespa</i>	<i>IBrX</i>	<i>FGV-100</i>	<i>PV</i>	<i>PI</i>
Média	0,0165	0,0183	0,0192	0,0196	0,0165
Retorno do Ativo Zero-Beta	-0,0328	-0,0332	-0,0144	-0,0427	-0,0082
Excesso de Retorno	0,0492	0,0515	0,0336	0,0624	0,0248
Desvio Padrão	0,0983	0,0913	0,0815	0,0890	0,0631
Razão de Sharpe	0,1676	0,2008	0,2355	0,2203	0,2621
P-Valor	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,04%

Os excessos de retornos (diferença entre os retornos de mercado e *zero-beta*) estimados foram: 4,92% (Ibovespa), 5,15% (IBrX), 3,36% (FGV-100), 2,48% (PI), 6,24% (PV). Os retornos estimados da carteira *zero-beta* foram negativos (ver TABELA IV – 1) e, portanto, a exigência teórica de que esses sejam inferiores ao retorno de mercado foi satisfeita – os investidores foram premiados pelo risco.

O índice mais eficiente *ex-post* nesses anos, o PI, com razão de Sharpe de 0,2621, não se mostrou eficiente *ex-ante*. Assim como as outras aproximações, obteve p-valor quase nulo, rejeitando a hipótese de eficiência.

Os índices Ibovespa, IBrX, FGV-100, PI e PV também podem ser considerados ineficientes no subperíodo composto pela metade inicial da amostra. Entre 1996 e 2002, as estimativas dos retornos da carteira *zero-beta* foram novamente negativas. Foram calculados os seguintes excessos de retornos: 4,93% (Ibovespa), 5,35% (IBrX), 4,78% (FGV-100), 2,14% (PI) e 5,06% (PV). Como pode ser observada na TABELA IV (2), a razão de Sharpe mais elevada nesses sete anos foi a do FGV-100: 0,1625. Nessa etapa dos testes, 56 ações foram agrupadas em dez carteiras de acordo com os *betas* e a razão de saturação foi 11,2.

A análise do segundo subperíodo, entretanto, gerou resultados diversos (TABELA IV – 3). Os retornos *zero-beta* estimados foram mais próximos a zero e os excessos de retorno foram inferiores aos do primeiro subperíodo: 3,26% (Ibovespa), 2,23% (IBrX), 3,28% (FGV-100), 3,39% (PI) e 2,67% (PV). Para esses anos, não foi possível rejeitar a eficiência dos cinco índices e, portanto, a adequação do modelo CAPM *zero-beta*. Os p-valores encontrados foram os seguintes: 6,20% (Ibovespa), 21,67% (IBrX), 11,37% (FGV-100), 12,89% (PI) e 61,67% (PV). O índice com maior razão de Sharpe no subperíodo, PI (com indicador igual a 0,3703), também se mostrou eficiente *ex-ante*. De 2003 até 2009, 70 foram as ações alocadas nas carteiras pelo critério dos *betas* (com razão de saturação de 11,2).

TABELA IV (2) – Teste de Eficiência (Wald) das Aproximações da Carteira de Mercado (1996-2002)

O teste de eficiência em média e variância realizado é o desenvolvido por Shanken (1986). Calculam-se os estimadores de máxima-verossimilhança exatos e um teste de Wald aproximado é aplicado. Esse procedimento é necessário quando não há um ativo sem risco. Nessa etapa foram utilizados os ativos que apresentaram retornos em todos os meses da subamostra, 01/1996 a 12/2002; as ações foram divididas em dez carteiras de acordo com seus *betas*. As 56 ações observadas e os 84 meses geram uma razão de saturação de 11,2.

	<i>Ibovespa</i>	<i>IBrX</i>	<i>FGV-100</i>	<i>PV</i>	<i>PI</i>
Média	0,0108	0,0138	0,0151	0,0162	0,0099
Retorno do Ativo Zero-Beta	-0,0384	-0,0397	-0,0326	-0,0344	-0,0115
Excesso de Retorno	0,0493	0,0535	0,0478	0,0506	0,0214
Desvio Padrão	0,1161	0,1054	0,0931	0,1031	0,0627
Razão de Sharpe	0,0932	0,1313	0,1625	0,1571	0,1583
P-Valor	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%

TABELA IV (3) – Teste de Eficiência (Wald) das Aproximações da Carteira de Mercado (2003-2009)

O teste de eficiência em média e variância realizado é o desenvolvido por Shanken (1986). Calculam-se os estimadores de máxima-verossimilhança exatos e um teste de Wald aproximado é aplicado. Esse procedimento é necessário quando não há um ativo sem risco. Nessa etapa foram utilizados os ativos que apresentaram retornos em todos os meses da subamostra, 01/2003 a 12/2009; as ações foram divididas em dez carteiras de acordo com seus *betas*. As 70 ações observadas e os 84 meses geram uma razão de saturação de 11,2.

	<i>Ibovespa</i>	<i>IBrX</i>	<i>FGV-100</i>	<i>PV</i>	<i>PI</i>
Média	0,0221	0,0232	0,0235	0,0234	0,0234
Retorno do Ativo Zero-Beta	-0,0104	0,0009	-0,0092	-0,0033	-0,0105
Excesso de Retorno	0,0326	0,0223	0,0328	0,0267	0,0339
Desvio Padrão	0,0767	0,0751	0,0682	0,0728	0,0632
Razão de Sharpe	0,2882	0,3097	0,3452	0,3214	0,3703
P-Valor	6,20%	21,67%	11,37%	61,37%	12,89%

Os retornos decepcionantes dos índices constatados no primeiro subperíodo (1996 a 2002) podem ser atribuídos ao fraco crescimento econômico e elevadas taxas de juros do intervalo. Em resposta às especulações decorrentes de crises em economias emergentes, por exemplo, as taxas de juros anuais (SELIC) passaram de 22% (Setembro de 1997) para 42,20% (Outubro de 1997) e de 33,50% (Setembro de 1998) para 39,30% (Outubro de 1998). O crescimento médio (variação real anual do PIB) no primeiro subperíodo foi 2%, contra 3,60% do segundo (2003 até 2009). O mercado também se apresentava mais instável, a média dos desvios padrão dos índices no primeiro é aproximadamente 35% superior ao do segundo subperíodo.

5.2 Teste de Significância do Preço de Mercado do Risco – Fama e MacBeth (1973)

Conforme a explanação na seção Metodologia, o segundo teste – sobre os índices serem fatores de risco – foram realizados com duas amostras de retornos com critérios de liquidez distintos (A e B). O critério de “A” foi o utilizado na formação dos índices PI e PV, que selecionou todas as ações com negócios realizados até o quinto dia útil do mês. O “B” é um subconjunto de “A”, e inclui apenas os retornos das ações que compuseram a carteira do Ibovespa. Dessa maneira, o “B” contempla as ações mais negociadas e com maiores volumes transacionados.

Como resultado inicial do segundo teste, os índices testados produziram coeficientes de determinação médios bastante similares (TABELA V). Em “A”, onde o critério de liquidez foi menos restritivo e mais ações compuseram a amostra, as aproximações formadas por carteiras mais gerais tiveram coeficientes marginalmente maiores, como esperado. O PI explicou 31,18% dos retornos do período, o PV conseguiu captar 30,53% dos movimentos e o FGV-100, 30,48%. Os *betas* do Ibovespa geraram coeficientes com média 29,67% e os do IBrX atingiram 29,55% de explicação.

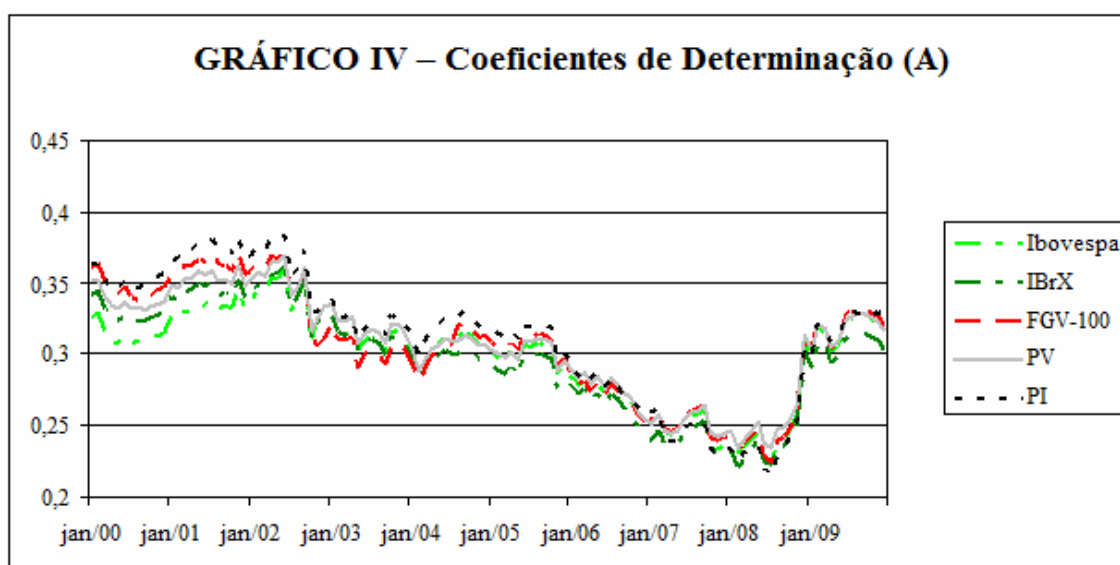
TABELA V – Coeficientes de Determinação dos Retornos dos Ativos

Os coeficientes de determinação (R^2) representam o quanto dos retornos dos ativos é explicado pelo retorno de certo índice, aproximação da carteira de mercado. Espera-se que uma boa aproximação da carteira de mercado seja capaz de gerar o maior R^2 médio (equação 33) dentre todos os ativos, maximizando a explicação em torno da média. As regressões utilizaram dois conjuntos de variáveis dependentes; o primeiro (A) é composto pelos retornos de todas as ações negociadas na BOVESPA entre 01/1996 e 12/2009 (base da formação das carteiras ponderadas igualmente e por valor), o segundo (B) tem apenas os retornos das ações que formavam o Ibovespa no respectivo mês.

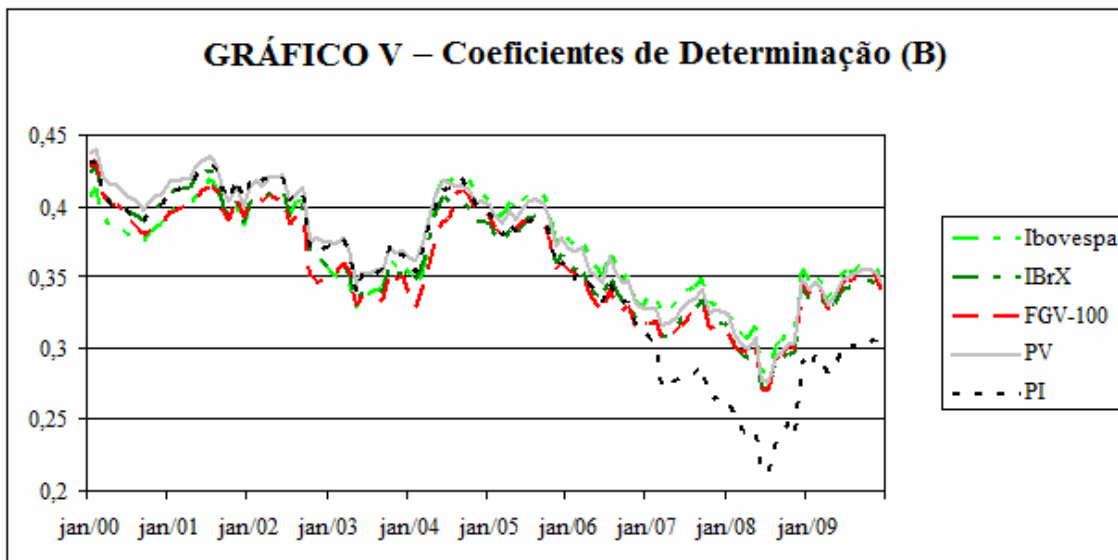
			<i>Ibovespa</i>	<i>IBrX</i>	<i>FGV-100</i>	<i>PV</i>	<i>PI</i>
2000 - 2009	A	Média	0,2967	0,2955	0,3048	0,3053	0,3118
		Desvio Padrão	0,0333	0,0378	0,0400	0,0365	0,0454
	B	Média	0,3692	0,3639	0,3601	0,3751	0,3580
		Desvio Padrão	0,0336	0,0385	0,0375	0,0398	0,0590
2000 - 2004	A	Média	0,3210	0,3247	0,3331	0,3328	0,3460
		Desvio Padrão	0,0159	0,0202	0,0272	0,0203	0,0239
	B	Média	0,3847	0,3877	0,3819	0,3997	0,3959
		Desvio Padrão	0,0260	0,0262	0,0279	0,0247	0,0241
2005 - 2009	A	Média	0,2764	0,2686	0,2797	0,2805	0,2995
		Desvio Padrão	0,0313	0,0296	0,0323	0,0296	0,0366
	B	Média	0,3497	0,3354	0,3349	0,3448	0,3079
		Desvio Padrão	0,0314	0,0303	0,0306	0,0323	0,0499

Em “B”, os índices FGV-100 e PI, perderam poder explicativo em comparação aos demais. Por atribuírem pesos maiores às ações menores, suas capacidades de determinar os retornos de ações mais líquidas são relativamente inferiores. O coeficiente médio do FGV-100 foi 36,01% e o do PI foi 35,80%. IBrX obteve 36,39%, Ibovespa conseguiu 36,92% e o maior valor explicativo foi o do PV, 37,51%.

Independendo da amostra, os coeficientes diminuíram ao longo dos anos estudados (GRÁFICO IV). Tomando como exemplo o Ibovespa, o seu \bar{R}^2 passou de 32,10% (2000-2004) para 27,64% (2005-2009) em “A” e sua queda em “B” foi de 3,50%. Para o IBrX, a queda foi de 5,61% (A) e 5,23% (B). O FGV-100 perdeu 5,40% (A) e 4,70% (B). O índice PI teve uma redução de capacidade explicativa de 4,65% (A) e 8,80% (B). O PV teve reduções de 5,24% (A) e 5,50% (B).



A diminuição dos coeficientes de determinação pode ser explicada com a crescente entrada de novas firmas na bolsa. A série de coeficientes de determinação do PI, em “B”, ilustra bem essa justificativa (GRÁFICO V). Como “B” foca apenas nas ações com maior liquidez e o PI é formado por todas as ações com pesos iguais, as aberturas de capital de diversas firmas afetaram muito a composição do PI, mas não a da amostra “B”. Assim, o “B” se afastou do PI e este perdeu parte de sua capacidade explicativa.



Apesar das diferenças, os cinco índices testados explicaram uma parte considerável dos retornos das ações do período. As aproximações são, portanto, potenciais fatores de risco.

Na etapa final do segundo teste, regressões seccionais entre os *betas*' e a média dos retornos das ações na janela 48 meses formam os preços de mercado do risco sistemático (TABELA VI – 1). As séries de preços de risco mostraram-se autocorrelacionadas e a variância corrigida (39) foi utilizada. Com as variáveis dependentes “A”, apenas três índices geraram preços significativos. O preço de risco encontrado com a aproximação IBrX foi 0,66% ao mês. O índice igualmente ponderado, PI, obteve um prêmio de 0,46% e o ponderado pelo valor de mercado, PV, gerou uma estimativa de 0,58%. Os p-valores foram, respectivamente, 0,73%, 1,93% e 1,85%. A média dos valores pelos índices para o retorno do ativo *zero-beta* ($\gamma' - \text{gama}'$) foi de aproximadamente 1,70%.

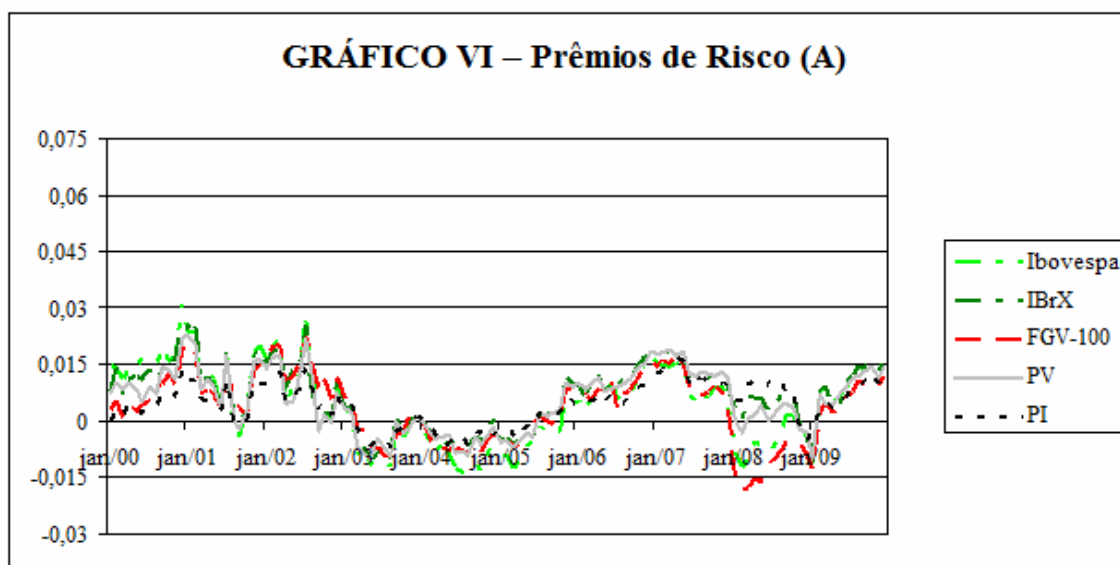
TABELA VI (1) – Prêmios de Risco Associados aos *Betas'* das Aproximações da Carteira de Mercado (2000-2009)

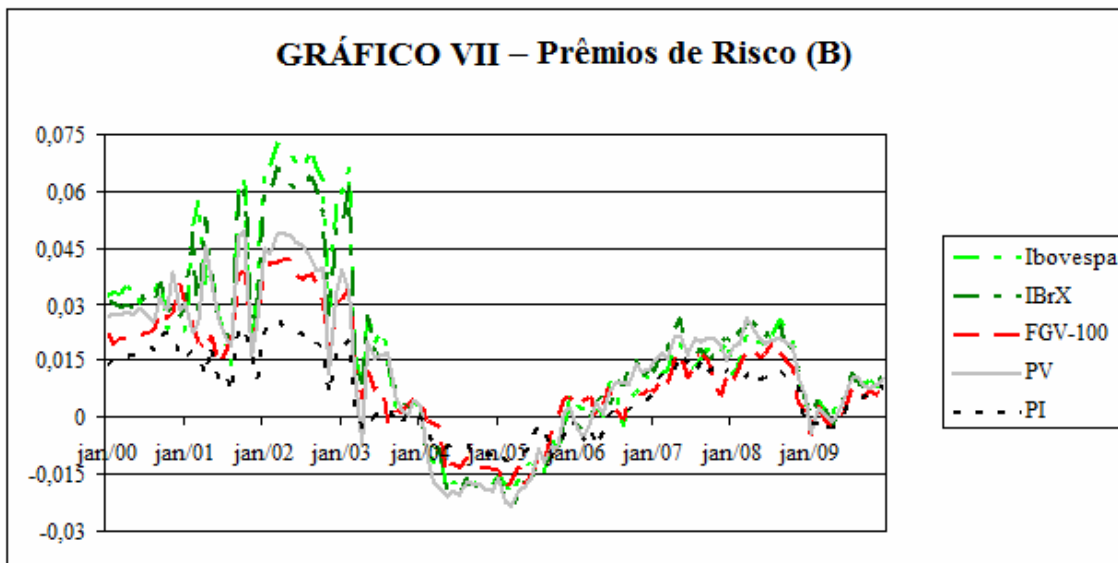
Os *betas'* estimados na etapa anterior são regredidos contra a média dos retornos das ações na forma cross-section. Então, das estimativas seccionais para *lambda* e *gama'*, calcula-se a média (35) e o desvio-padrão (39) das estimativas. A correção do valor crítico, de Fama e French (2002), para autocorrelação nas séries de *lambdas* é feita. As regressões utilizam dois conjuntos de variáveis dependentes; o primeiro (A) é composto pelos retornos de todas as ações negociadas na BOVESPA entre 01/1996 e 12/2009, o segundo (B) tem apenas os retornos das ações que formavam o Ibovespa no respectivo mês.

		<i>Ibovespa</i>	<i>IBrX</i>	<i>FGV-100</i>	<i>PV</i>	<i>PI</i>
A	Média	0,0043	0,0066*	0,0035	0,0057*	0,0045*
	Desvio Padrão	0,0034	0,0024	0,0035	0,0024	0,0019
	Autocorrelação	0,8541	0,8094	0,8874	0,8192	0,8551
	Retorno <i>Zero-Beta</i>	0,0187	0,0165	0,0185	0,0171	0,0161
B	Média	0,0169*	0,0166*	0,0108	0,0134*	0,0067
	Desvio Padrão	0,0094	0,0095	0,0075	0,0080	0,0049
	Autocorrelação	0,8954	0,9090	0,9343	0,9109	0,9261
	Retorno <i>Zero-Beta</i>	0,0060	0,0055	0,0090	0,0082	0,0105

Com “B”, o *lambda* médio do Ibovespa foi 1,70% ao mês com p-valor de 7,45%. O preço obtido através do IBrX foi de 1,66%, com 8,43% de p-valor. Nesse caso, o PV produziu um *lambda* de 1,34% e p-valor de 9,75%. Nesse universo de dados, o γ' médio foi menor: 0,80%.

As séries de prêmios de risco estimadas com os cinco índices seguiram o mesmo padrão (GRÁFICO VI). Oscilaram em torno de 1,00% de 2000 até o segundo semestre de 2002. Houve uma queda, então, no final de 2002 e começo de 2003. Os valores de *lambdas* se mantiveram próximos à zero ou negativos, até a metade de 2005. Depois da recuperação que se iniciou no segundo semestre de 2005, ocorreu a única disjunção. Durante o ano de 2008, os *lambdas* de IBrX, PI e PV permaneceram próximos a 0,50%, 1,00% e 0,05%, respectivamente. Os preços de mercado de risco do Ibovespa e do FGV-100 alcançaram valores negativos nesse ano. Entretanto, na transição para 2009, todas as séries chegaram a -1,00% e, então, ascenderam até 1,50% no decorrer do final do ano. Um comportamento similar pode ser visto com os resultados em “B” (GRÁFICO VII), mas com uma amplitude maior.





Supondo que o fator, o desempenho do mercado, é positivamente correlacionado com a renda e o consumo futuros, então ele relaciona-se negativamente com a utilidade marginal e o preço de mercado do risco desse determinante é positivo⁶. Caso as expectativas não se realizem, ocorre um desapontamento. Dessa forma, o valor do prêmio ocorrido é reduzido em uma magnitude relacionada à diferença entre o esperado e o que de fato ocorreu. Esses dois períodos (2003 até Junho de 2005 e o ano de 2008) de prêmios próximos a zero podem, assim, ser interpretados como momentos de decepção.

Entre 2000 e 2004 (TABELA VI – 2), três índices formaram preços de risco do mercado significativos, mas somente para os retornos de “B”. O *lambda* do Ibovespa foi 2,76% e o p-valor 4,61%. O IBrX teve um preço de risco médio de 2,57% ao mês, com 5,43% de p-valor. O PV gerou 1,95% de média e p-valor igual a 8,70%. As estimativas para o retorno *zero-beta* foram próximas a 1,60% em “A” e zero em “B”.

⁶ A derivação matemática das relações entre prêmio de risco e renda é exposta no apêndice.

TABELA VI (2) – Prêmios de Risco Associados aos *Betas'* das Aproximações da Carteira de Mercado (2000-2004)

Os *betas'* estimados na etapa anterior são regredidos contra a média dos retornos das ações na forma cross-section. Então, das estimativas seccionais para *lambda* e *gama'*, calcula-se a média (35) e o desvio-padrão (39) das estimativas. A correção do valor crítico, de Fama e French (2002), para autocorrelação nas séries de *lambdas* é feita. As regressões utilizam dois conjuntos de variáveis dependentes; o primeiro (A) é composto pelos retornos de todas as ações negociadas na BOVESPA entre 01/1996 e 12/2009, o segundo (B) tem apenas os retornos das ações que formavam o Ibovespa no respectivo mês.

		<i>Ibovespa</i>	<i>IBrX</i>	<i>FGV-100</i>	<i>PV</i>	<i>PI</i>
A	Média	0,0051	0,0058	0,0044	0,0044	0,0026
	Desvio Padrão	0,0053	0,0038	0,0043	0,0033	0,0023
	Autocorrelação	0,8370	0,7952	0,8633	0,7787	0,8006
	Retorno <i>Zero-Beta</i>	0,0163	0,0154	0,0156	0,0163	0,0160
B	Média	0,0276*	0,0257*	0,0170	0,0195*	0,0100
	Desvio Padrão	0,0135	0,0131	0,0107	0,0112	0,0066
	Autocorrelação	0,8618	0,8732	0,9210	0,8802	0,9039
	Retorno <i>Zero-Beta</i>	-0,0039	-0,0046	0,0009	0,0010	0,0028

TABELA VI (3) – Prêmios de Risco Associados aos *Betas'* das Aproximações da Carteira de Mercado (2005-2009)

Os *betas'* estimados na etapa anterior são regredidos contra a média dos retornos das ações na forma cross-section. Então, das estimativas seccionais para *lambda* e *gama'*, calcula-se a média (35) e o desvio-padrão (39) das estimativas. A correção do valor crítico, de Fama e French (2002), para autocorrelação nas séries de *lambdas* é feita. As regressões utilizam dois conjuntos de variáveis dependentes; o primeiro (A) é composto pelos retornos de todas as ações negociadas na BOVESPA entre 01/1996 e 12/2009, o segundo (B) tem apenas os retornos das ações que formavam o Ibovespa no respectivo mês.

		<i>Ibovespa</i>	<i>IBrX</i>	<i>FGV-100</i>	<i>PV</i>	<i>PI</i>
A	Média	0,0035	0,0075*	0,0026	0,0071*	0,0065*
	Desvio Padrão	0,0045	0,0030	0,0055	0,0036	0,0027
	Autocorrelação	0,9048	0,8612	0,9122	0,8917	0,9052
	Retorno <i>Zero-Beta</i>	0,0211	0,0177	0,0214	0,0179	0,0161
B	Média	0,0063	0,0074	0,0045	0,0073	0,0034
	Desvio Padrão	0,0069	0,0114	0,0059	0,0108	0,0061
	Autocorrelação	0,9349	0,9665	0,9337	0,9654	0,9527
	Retorno <i>Zero-Beta</i>	0,0159	0,0156	0,0171	0,0154	0,0182

No intervalo do segundo subperíodo, de 2005 a 2009 (TABELA VI – 3), três índices também formaram *lambdas* positivos, mas apenas para os retornos “A”. O preço referente ao IBrX foi 0,75% (p-valor de 1,42%). O *lambda* do PI foi 0,65% (p-valor de 1,94%) e o de PV foi 0,71% (p-valor de 5,14%). Para “A” o *gamma* médio foi cerca de 1,80% e para “B” o valor foi 1,60%.

Os índices mais próximos à ponderação por valor – Ibovespa, IBrX e PV – foram capazes de representar o risco sistemático para o conjunto de ações mais negociadas (B) entre 2000 e 2004. Contudo, quando todas as ações são utilizadas (A), IBrX, PI e PV se mostraram como as melhores aproximações da carteira de mercado por representarem o risco geral no subperíodo de 2005 a 2009. Esse resultado se relaciona com o observado na análise dos coeficientes de determinação, o aumento do número de aberturas de capital aproxima o mercado acionário e o PI.

Como conclusão do segundo teste, é possível destacar a similaridade de resultados. Os poderes explicativos das aproximações da carteira de mercado estão no mesmo patamar e, apesar de algumas médias de prêmios de risco não serem significativas, as séries de *lambdas* são próximas e seguem um padrão. Por essa abordagem, são poucas as evidências a favor de algum dos índices.

6 Conclusão

Os índices Ibovespa, IBrX, FGV-100, PV e PI obtiveram resultados próximos nos testes realizados. Dependendo do nível de significância estipulado, todos podem ser considerados eficientes em média e variância na metade final da amostra (2003 a 2009). Os coeficientes de determinação médios ficaram próximos a 30% (A) e 36% (B), independentemente do índice utilizado. Portanto, todas as aproximações testadas tiveram a capacidade de explicar uma parte considerável dos retornos das ações do período. As séries de preços de mercado do risco seguiram um mesmo padrão no período analisado o que revelou a similaridade das capacidades dos índices de sintetizarem o risco sistemático.

Consequentemente, a principal conclusão do estudo é que, dados os resultados encontrados, as aproximações de mercado usualmente utilizadas, Ibovespa, IBrX e FGV-100, são boas e podem ser utilizadas. As diferenças percebidas nos resultados dos índices construídos de acordo com a teoria são insignificantes.

Duas conclusões adicionais, subprodutos dos testes, podem ser destacadas. A primeira é a percepção de que a composição do mercado acionário brasileiro está mudando e que isso é, provavelmente, um resultado das crescentes aberturas de capital. Os reflexos desse fenômeno observados na análise foram: as séries de coeficientes de determinação calculados se apresentaram declinantes, o poder explicativo do PI (índice mais geral) no conjunto “B” (das ações mais negociadas) foi o que obteve a maior queda, apesar do índice PI ter gerado o maior \bar{R}^2 em “A” (todas as ações).

A segunda dedução adicional é sobre um desapontamento referente ao desempenho do mercado em parte da amostra. Os modelos do trabalho lidam com retornos esperados. Na parte inicial do período analisado, os retornos esperados foram superiores àqueles que de fato ocorreram. Esse desapontamento sobre o realizado se traduziu em preços de mercado do risco negativos e na inadequação do CAPM *zero-beta*. Entre 2003 e a metade de 2005 todos os índices geraram *lambdas* negativos. Esse intervalo pode ser considerado, portanto, um momento de desempenho decepcionante do mercado acionário. A rejeição de eficiência entre 1996-2002 é outra evidência de que, em média, os investimentos em ações na primeira metade da amostra obtiveram resultados aquém do esperado. A maior

estabilidade econômica com menores taxas de juros e maiores taxas de crescimento são possíveis fontes dessa transformação.

Apesar da utilização de dados de um período de 14 anos de relativa estabilidade econômica, eles ainda podem ser insuficientes para captarem diferenças significantes entre os índices. Portanto, trabalhos futuros podem estender as séries para inferências ainda mais seguras. Outras formas de prosseguir explorando o tema aqui tratado são: alterar os testes, utilizar outros modelos como base ou criar e avaliar outras aproximações da carteira de mercado.

Referência bibliográfica

BAPTISTA, R.; PEREIRA, P. (2008). Análise do Desempenho de Regras da Análise Técnica Aplicada ao Mercado Intradiário do Contrato Futuro do Índice Ibovespa. *Revista Brasileira de Finanças*, v. 6, n. 2, p. 205-234.

BECKER, J.; KLOECKNER, G.; ROSTAGNO, L. (2004). Previsibilidade de Retorno das Ações na Bovespa: Um Teste Envolvendo o Modelo de Fator de Retorno Esperado. *Revista Brasileira de Finanças*, v. 2, n. 2, p. 183-206.

BLACK, F. (1972). Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing. *Journal of Business*, v. 45, p. 444-454.

BLACK, F.; JENSEN, M.; SCHOLES, M. (1972). The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests. *In the Theory of Capital Markets*. Praeger Publishers.

BLUME, M.; FRIEND, I. (1970). Measurement of Portfolio Performance under Uncertainty. *The American Economic Review*, v. 60, n. 4, p. 561-575.

BONOMO, M.; DALL'AGNOL, I. (2003). Retornos Anormais e Estratégias Contrárias. *Revista Brasileira de Finanças*, v. 1, n. 2, p. 165-215.

BRITO, R.; HAGLER, C. (2007). Sobre a Eficiência dos Índices de Ações Brasileiros. *Revista de Administração da Universidade de São Paulo*, v. 42, p. 74-85.

CAMPBELL, J.; LO, A.; MACKINLAY, C. (1997). *The Econometrics of Financial Markets*. Princeton University Press.

CASTRO, B.; MINARDI, A. (2009). Comparação do Desempenho dos Fundos de Ações Ativos e Passivos. *Revista Brasileira de Finanças*, v. 7, n. 2, p. 143-161.

DEMIGUEL, V.; GARLAPPI, L.; UPPAL, R. (2009). Optimal versus Naive Diversification: How Inefficient Is the 1/N Portfolio Strategy? *Review of Financial Studies*, v. 22, n. 5, p. 1915-1953.

FAMA, E. (1976). *Foundations of Finance: Portfolio Decisions and Securities Prices*. Basic Book.

FAMA, E.; FRENCH, K. (1993). Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds. *Journal of Financial Economics*, v. 33, p. 3-56.

FAMA, E.; FRENCH, K. (2002). Testing Tradeoff and Pecking Order Predictions about Dividends and Debt. *Review of Financial Studies*, v. 15, p. 1-33.

FAMA, E.; MACBETH, J. (1973). Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests. *Journal of Political Economy*, Vol. 81.

GIBBONS, M. (1982). Multivariate Tests of Financial Models: A New Approach, *Journal of Financial Economics*, v. 10, p. 3-27.

GIBBONS, M.; ROSS, S.; SHANKEN, J. (1989). A Test of the Efficiency of a Given Portfolio. *Econometrica*, v. 57, n. 5, p. 1121-1152.

HAHN, J.; LEE, H. (2006). Yield Spreads as Alternative Risk Factors for Size and Book-to-Market. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v. 41, n. 2, p. 245-269.

HAUGEN, R.; BAKER, N. (1996). Commonality in the Determinants of Expected Stock Returns. *Journal of Financial Economics*, v. 41, p. 401-439.

JOBSON, J.; KORKIE, R. (1982). Potential Performance and Tests of Portfolio Efficiency. *Journal of Financial Economics*, v. 10, p. 433-466.

- LINTNER, J. (1965). The Valuation of Risky Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. *Review of Economics and Statistics*, v. 47, n. 1, p.13-37.
- MACKINLAY, C. (1985). An Analysis of Multivariate Financial Tests. *Ph.D. Dissertation, University of Chicago*.
- MARKOWITZ, H. (1952). Portfolio Selection. *Journal of Finance*, v. 7, n. 1, p. 77-91.
- MEURER, R. (2006). Fluxo de Capital Estrangeiro e Desempenho do IBOVESPA. *Revista Brasileira de Finanças*, v. 4, n. 1, p. 79-95.
- MOREIRA, R.; MOTTA, L.; SILVA, R. (2009). Impacto da Aplicação em Ativos Internacionais no Desempenho dos Fundos de Pensão no Brasil. *Revista Brasileira de Finanças*, v. 7, n. 2, p. 237-258.
- NOGUEIRA, E.; LAMOUNIER, W. (2008). “Contágio” entre Mercados de Capitais Emergentes e Mercados Desenvolvidos: Evidências Empíricas e Reflexos sobre a Diversificação Internacional de Portfólios. *Revista Brasileira de Finanças*, v. 6, n. 2, p. 267-286.
- PEROBELLI, F.; SANTOS, A. (2009). Reação do Mercado à Deliberação de Planos de Opção de Compra de Ações: Um Estudo de Eventos para as Empresas Negociadas na Bovespa. *Revista Brasileira de Finanças*, v. 7, n. 2.
- PROCIANOY, J.; VERDI, R. (2003). O Efeito Clientela no Mercado Brasileiro: Será que os Investidores São Irracionais? *Revista Brasileira de Finanças*, v. 1, n. 2, p. 217-242.
- PROCIANOY, J.; VERDI, R. (2006). Reação do Mercado à Alteração na Composição da Carteira de Índices da Bolsa de Valores Brasileiros. *Revista Brasileira de Finanças*, v. 4, p. 22-35.

- ROLL, R. (1977). A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests. *Journal of Financial Economics*, v. 4, p. 129-176.
- SHANKEN, J. (1985). Multivariate Test of the Zero-Beta CAPM. *Journal of Financial Economics*, v. 14, p. 327-348.
- SHANKEN, J. (1986). Testing Portfolio Efficiency When the Zero-Beta Rate Is Unknown: A Note. *Journal of Finance*, v. 41, p. 269-276.
- SHARPE, W. (1964). Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk. *Journal of Finance*, v. 19, n. 3, p. 425-442.
- SILVA, F.; MOTTA, L. (2002). Teste do CAPM Zero-Beta no Mercado de Capitais Brasileiro. *Revista de Economia e Administração*, v. 1, n. 4, p. 72-88.
- SILVEIRA, H; BARROS, L.; FAMA, R. (2002). Conceito de Taxa Livre de Risco e sua Aplicação no Capital Asset Pricing Model: Um Estudo Exploratório para o Mercado Brasileiro. *2º Encontro Brasileiro de Finanças, Rio de Janeiro*.
- STAMBAUGH, R. (1982). On The Exclusion of Assets from Tests of the Two-Parameter Model: A Sensitivity Analysis. *Journal of Financial Economics*, v. 10, n. 3, p. 237-268.
- TOBIN, J. (1958). Liquidity Preference as Behavior Towards Risk. *Review of Economic Studies*, v. 25, n. 1, p. 65-86.

Apêndice

ÍNDICES DE MERCADO RECORRENTEMENTE UTILIZADOS NO BRASIL

IBOVESPA

O Ibovespa, índice da BOVESPA, tem sua carteira teórica composta pelas ações que atenderam cumulativamente os seguintes critérios (nos 12 meses anteriores à formação): estar incluída em uma relação de ações cujos índices de negociabilidade somados representem 80% do valor acumulado de todos os níveis individuais; apresentar participação, em termos de volume, superior a 0,1% do total; e ter sido negociada em mais de 80% do total de pregões do período.

A participação, ou ponderação, é diretamente relacionada com representatividade do título no mercado à vista, considerando o número de negociações e o volume financeiro, ajustado pelo tamanho da amostra. O Ibovespa é o produto interno dos pesos das ações incluídas pelos preços das mesmas, $Ibovespa_t = \sum_{i=1}^n IN_{it} \cdot P_{it}$. Nessa igualdade, n é o número de ações componentes da carteira; o peso $IN = \sqrt{d/D \cdot v/V}$ indica ser um índice ponderado por liquidez, sendo d o número de negócios realizados com a ação no último ano, D o número total de negócios no último ano, v o valor movimentado com a ação no último ano, V o valor total movimentado no mercado no último ano; e P o último preço da ação i em t .

Um papel deixa de participar do índice quando não consegue atender a pelo menos dois dos critérios de inclusão. Ações de empresas que passaram por regime de recuperação judicial, processo falimentar, situação especial ou estão sujeitas a um prolongado período de suspensão de negócios não podem compor a carteira do índice. Quando a ação já faz parte do Ibovespa e suas negociações passam a minguar, há uma tolerância de 50 dias para que a situação volte ao normal antes que ela seja excluída. A carteira é reavaliada ao final de cada quadrimestre, que são os períodos: janeiro a abril, maio a agosto e setembro a dezembro.

IBRX

O IBrX, Índice Brasil, é formado pelas 100 ações mais negociadas, selecionadas em função do número de negócios e volume financeiro. Essa liquidez, que é o critério de inclusão de papéis, é determinada de acordo com a frequência das negociações e um índice de negociabilidade medido nos 12 meses anteriores à formação da carteira do índice. Dessa forma, uma ação é incluída na carteira do IBrX quando é negociada em pelo menos 70% dos pregões desses meses e tem um dos 100 maiores índices de negociabilidade. A carteira teórica é ponderada pelos valores de mercado e, assim como o Ibovespa, tem vigência de quatro meses. Outras semelhanças entre os índices são os critérios de exclusão.

FGV-100

O índice FGV-100, da Fundação Getúlio Vargas, é calculado com base em uma carteira composta por 100 papéis de 100 empresas privadas não-financeiras. Os critérios de seleção são: a dimensão da empresa, medida pelo patrimônio líquido; o desempenho financeiro, de acordo com demonstrativos contábeis; e a liquidez de negócios na BOVESPA e na Sociedade Operadora de Mercado de Ativos (SOMA). O critério liquidez leva em consideração parâmetros como assiduidade dos papéis nos pregões e negociações de balcão, número de negócios, número de títulos negociados e volume de recursos transacionados. Uma empresa não pode ter mais do que um tipo de ação escolhido e o peso de cada uma na carteira do FGV-100 é estimado com base no seu patrimônio líquido. A composição é atualizada anualmente ou na eventualidade da interrupção dos negócios de algum dos papéis que compõem o índice.

DERIVAÇÃO DA RELAÇÃO ENTRE PRÊMIO DE RISCO E RENDA

Supondo um modelo de dois períodos, um investidor recebe uma dotação z em $t = 0$, 0 em $t = 1$ e sua utilidade é formada nos dois momentos. O investidor tem a possibilidade de investir sua poupança do primeiro período em uma combinação de ativo sem risco sem risco (de taxa fixa R_0) e ativos arriscados (com remuneração R_a).

Sua função de utilidade é:

$$U(x, y) = U(x) + \frac{1}{1 + \theta} U[u(y)]$$

Restrita a:

$$y = (z - x) \cdot \left(\sum_{a=0}^A w_a \cdot R_i \right) \quad e \quad \sum_{a=0}^A w_a = 1$$

Reescrevendo:

$$w_0 + \sum_{a=1}^A w_a = 1 \quad \Rightarrow \quad w_0 = 1 - \sum_{a=1}^A w_a$$

$$y = (z - x) \cdot \left(R_0 + \sum_{a=1}^A w_a \cdot (R_a - R_0) \right) = (z - x) \cdot R$$

O problema do investidor é:

$$\max_{x, \{w_a\}_{a=1}^A} \left\{ U(x) + \frac{1}{1 + \theta} E[U(y)] \right\}$$

Com as seguintes condições de primeira ordem:

$$U'(x) - \frac{1}{1+\theta} E[U'(y) \cdot R] = 0$$

$$E[U'(y) \cdot (R_a - R_0)] = 0 \Rightarrow E[U'(y) \cdot R_a] = R_0 \cdot E[U'(y)] \quad \forall a \geq 1 \quad (1A)$$

É possível escrever:

$$Cov(U'(y), R_a) = E[U'(y) \cdot R_a] - E[R_a] \cdot E[U'(y)]$$

Substituindo $E[U'(y) \cdot R_a]$ em (1A):

$$Cov(U'(y), R_a) + E[R_a] \cdot E[U'(y)] = R_0 \cdot E[U'(y)] \quad \forall a \geq 1$$

Rearranjando:

$$E[R_a] - R_0 = -\frac{1}{E[U'(y)]} Cov(U'(y), R_a) \quad \forall a \geq 1. \quad (2A)$$

Dado:

$$E[R] - R_0 = -\frac{1}{E[U'(y)]} Cov(U'(y), R) \Rightarrow -\frac{1}{E[U'(y)]} = \frac{(E[R] - R_0)}{Cov(U'(y), R)}$$

A relação (2A) pode ser reescrita como:

$$(E[R_a] - R_0) = \frac{Cov(U'(y), R_a)}{Cov(U'(y), R)} \cdot (E[R] - R_0) \quad \forall a \geq 1$$

Como $U'' < 0$ e $y = (z - x) \cdot R \Rightarrow Cov(U'(y), R) < 0$, o prêmio de risco demandado pelo investidor individual é:

$$(E[R_a] - R_0) > (<) 0 \Leftrightarrow Cov(U'(y), R_a) < (>) 0 \quad (3A)$$

Que também pode ser entendido como:

$$(E[R_a] - R_0) > (<) 0 \Leftrightarrow Cov(y, R_a) > (<) 0 \quad (4A)$$

$$(E[R_a] - R_0) > (<) 0 \Leftrightarrow Cov(R, R_a) > (<) 0 \quad (5A)$$

O prêmio de risco é positivo se o ativo é positivamente correlacionado com a riqueza individual (4A) ou se ele for positivamente correlacionado com o retorno da carteira ótima do investidor (5A).

Ativos negativamente correlacionados com “y” têm maior retorno quando a renda é menor; isto significa que têm resultados bons quando a estratégia do investidor não gera bons resultados (quando U' é maior). Dessa forma, esses ativos servem como seguro contra resultados ruins e, por isso, o investidor está disposto a tê-los em sua carteira por um retorno menor.