

# Combinação de Previsões de Índices de Preços

Dissertação submetida à Escola de Pós-Graduação em Economia da Fundação Getulio Vargas  
como exigência parcial para obtenção do título de Mestre em Finanças e Economia Empresarial

Eduardo Barrozo Marques  
João Victor Issler (Orientador)

Escola de Pós-Graduação em Economia  
Fundação Getulio Vargas

Rio de Janeiro  
Julho de 2005

# Combinação de Previsões de Índices de Preços

Dissertação submetida à Escola de Pós-Graduação em Economia da Fundação Getulio Vargas como exigência parcial para obtenção do título de Mestre em Finanças e Economia Empresarial

Eduardo Barrozo Marques

Banca Examinadora:

João Victor Issler (Orientador, EPGE-FGV)

Luiz Renato Lima (EPGE-FGV)

Osmani Teixeira de Carvalho Guillén (Banco Central do Brasil)

Rio de Janeiro  
Julho de 2005

## **Resumo**

A combinação de previsões é caracterizada pelo aumento da precisão de prognósticos decorrente da complementaridade da informação contida nas previsões individuais. Este trabalho parte das idéias do consagrado artigo de Bates e Granger (1969) com o objetivo de investigar se há como elevar a precisão de previsões de índices de preços. Há evidências de que, embora os ganhos da combinação sejam limitados, os riscos decorrentes da combinação são menores que seus benefícios.

## **Abstract**

Combining forecast is characterized by an improvement in the accuracy of the prognoses due to the complementarity of the information contained in individual forecasts. This paper follows the seminal work of Bates and Granger (1969) with the objective of investigating whether room exists to improve the accuracy in price index forecasts. There is evidence that even though the gains in combining forecasts are limited, the risks incurred from combining forecasts are less than the benefits gained.

## Agradecimentos

Este trabalho é resultado de uma combinação de diversos fatores.

Meu primeiro agradecimento é para minha família, a que dedico este trabalho. Um agradecimento especial para minha esposa Cláudia pelo carinho, compreensão e paciência. A Pedro Henrique, resultado perfeito de nossa combinação, que nasceu na mesma semana em que se iniciou este curso, sendo uma forte fonte de motivação e equilíbrio para a realização deste trabalho, sobretudo com o seu “pai, brinca comigo”. A meus pais e meus irmãos que estiveram incondicionalmente ao meu lado durante minha vida, sem os quais minha caminhada até aqui teria sido muito mais árdua.

À Escola de Pós-Graduação em Economia pelo excelente ambiente de educação e pesquisa. Meu reconhecimento à qualidade do trabalho e dedicação de todos os funcionários da área administrativa. A todos os professores da EPGE pela competência, dedicação e contribuição à minha formação acadêmica. A toda minha turma que compartilhou de perto esta jornada, em particular aos amigos Igor Ferreira pelo exemplo de dedicação e esforço e Yutaro Tanaka pelo companheirismo. Um agradecimento em especial ao doutorando Wagner Gaglianone pela atenção, dedicação e contribuições na revisão do texto.

Ao Professor João Victor Issler pelo privilégio em tê-lo como orientador. Meu reconhecimento à dedicação e ao incentivo a pesquisa. Suas críticas e sugestões foram fundamentais no desenvolvimento deste trabalho, sendo de minha exclusiva responsabilidade quaisquer erros remanescentes.

Aos amigos Elson Teles e Marcelo Ferreira que tiveram uma participação fundamental na minha formação profissional durante os anos em que trabalhamos juntos nos bancos Icatu e Boreal.

A toda a equipe do Opportunity Asset onde encontrei um excelente ambiente trabalho baseado na constante busca pela melhora, fruto da combinação de muito trabalho, estudo e dedicação. Um agradecimento em especial para Nilto Calixto e Gino Olivares pelas construtivas críticas a este trabalho.

Registro meu imenso agradecimento à equipe da Gerência-Executiva de Relacionamento com Investidores do Banco Central, em particular a Pedro Fachada e Maurício Simões, pelas contribuições a este trabalho.

Por fim, registro meu agradecimento aos Professores Luiz Renato Lima e Osmani Guillén por aceitarem o convite para participar da banca examinadora e por suas críticas e contribuições a este trabalho.

## Índice

<b>1. Introdução</b>	<b>8</b>
1.1 Motivação	
1.2 Metodologia	
1.3 Dados	
<b>2. Modelos</b>	<b>15</b>
2.1 Métodos de combinação	
2.2 Seleção do método	
<b>3. Combinação de previsões</b>	<b>24</b>
3.1 Combinação de previsões	
3.2 <i>Ranking Top 5</i>	
<b>4. Conclusão</b>	<b>34</b>
<b>5. Referências bibliográficas</b>	<b>36</b>

## Tabelas e Gráficos

Gráfico 1 - Opportunity Asset no <i>Ranking Top 5</i> para IPCA . . . . .	11
Tabela 1 - Resumo das estatísticas dos modelos de previsão . . . . .	14
Gráfico 2 - Erros das previsões para o IPCA - Um passo à frente . . . . .	14
Tabela 2 - Critérios de seleção dos métodos de combinação . . . . .	23
Tabela 3 - Correlações entre as séries de previsões . . . . .	23
Tabela 4 - Matriz de covariância . . . . .	23
Tabela 5 – Erros na previsão dentro da amostra (2001:07 - 2003:12, n=30) . . . . .	24
Tabela 6 - Erros na previsão fora da amostra (2004:01 - 2005:05, n=17) . . . . .	26
Gráfico 3 - Erros das previsões para a combinação AR(1)-Referência-VEC . . . . .	27
Gráfico 4 - Erros das previsões para a combinação AR(1)- Referência . . . . .	27
Gráfico 5 - Erros das previsões para a combinação AR(1)-VEC . . . . .	28
Gráfico 6 - Erros das previsões para a combinação Referência -VEC . . . . .	28
Tabela 7 - Razão entre o EQM da previsão e do Critério de Referência . . . . .	30
Tabela 8 - <i>Ranking Top5</i> de curto prazo (2001:12 - 2005:05, n=42) . . . . .	32

# 1 Introdução

## 1.1 Motivação

A previsão de indicadores econômicos corresponde a um dos conjuntos de informações considerados nas tomadas de decisão tanto na condução de política monetária quanto na gestão de ativos no mercado financeiro. O consenso para um indicador pode ser encontrado para diversos horizontes temporais e sendo elaborados por diversas fontes.

Este trabalho tem como objetivo avaliar se há como aumentar a precisão da previsão de um indicador através da combinação de previsões. Mais especificamente, o objetivo é aplicar o conceito de combinação de previsões para estimativas de índices de preços, em particular o Índice de Preços ao Consumidor Amplo do IBGE (IPCA).

Por combinação de previsões entende-se a adoção de regras para agregar duas ou mais séries temporais, ponderadas pelas performances passadas de cada previsão original. Tais regras cobrem desde a média simples aos métodos mais sofisticados como redes neurais para combinações não-lineares. Este trabalho, entretanto, se restringirá aos métodos que adotam a combinação linear como formulação, pois como observaram Terui e Dijk (2002), há evidência empírica de que estes métodos apresentam melhores resultados em modelos com o horizonte de tempo objeto deste estudo.

O artigo de Bates e Granger (1969) é considerado o trabalho inspirador para a extensa produção sobre combinação de previsões, cujo princípio refere-se à possibilidade de aumentar a precisão de prognósticos beneficiando-se da complementaridade da informação contida em cada previsão individual. Esse resultado decorre da proposição de que a variância



esperada dos erros da previsão combinada é inferior à menor das variâncias das previsões individuais subjacentes<sup>1</sup>.

Este conceito, entretanto, não se restringe ao campo de previsões ou teve origem no artigo de Bates e Granger, como pode ser vista na extensa revisão bibliográfica feita por Clemen (1989). A mais antiga referência a este conceito talvez se deva a Galton (1907), mencionada por Surowiecki (2004).

Neste artigo, Galton descreve um experimento realizado como base em palpites para o peso da carcaça de um boi em um concurso promovido numa feira regional. O prêmio para a melhor previsão era o incentivo para que cada participante procurasse fazer a melhor estimativa. Para a surpresa de Galton devido à elevada heterogeneidade dos participantes, das 787 previsões registrou-se como mediana 1207 libras ante o peso real de 1198 libras.

Um resultado estilizado deste efeito, e no mesmo espírito de Galton, decorre do experimento sobre a quantidade de balas de goma num jarro. Miller (2003) fez esta experiência e observou que apenas dois por cento dos participantes registrou um desvio inferior à média. Um agravante a este resultado, como observou Surowiecki (2004), é que embora sempre se observe um pequeno conjunto de indivíduos que “batem” a média, talvez um conjunto ainda mais restrito consegue apresentar consistentemente melhor performance do que o grupo.

O valor da contribuição adicional de cada série individual tem relação inversamente proporcional ao grau de correlação entre as previsões. Dito de outra forma, quando duas séries apresentam elevada correlação, a previsão derivada de suas combinações terá um forte componente de redundância,

---

<sup>1</sup> Veremos mais a diante que este resultado requer que as previsões sejam não-viesadas e não apresentem elevada correlação. Outro ponto relevante a ser observado é que a interação entre a variância e a correlação dos erros das previsões individuais é determinante para performance da combinação.

reduzindo o ganho esperado pela diversificação. O limite do benefício da diversificação se dá na medida em que se aumenta o número de previsões individuais, que resulta na eliminação do desvio diversificável.

Cabe ressaltar, como observado por Granger (1989), que não há razões para se esperar que a melhor previsão possível seja produzida por uma combinação de previsões. Entretanto, Hibon e Evgeniou (2004) concluíram que quando não se sabe qual o melhor método de previsão individual incorre-se em menor risco ao selecionar combinações, mesmo que estas não sejam em média superiores à melhor previsão individual.

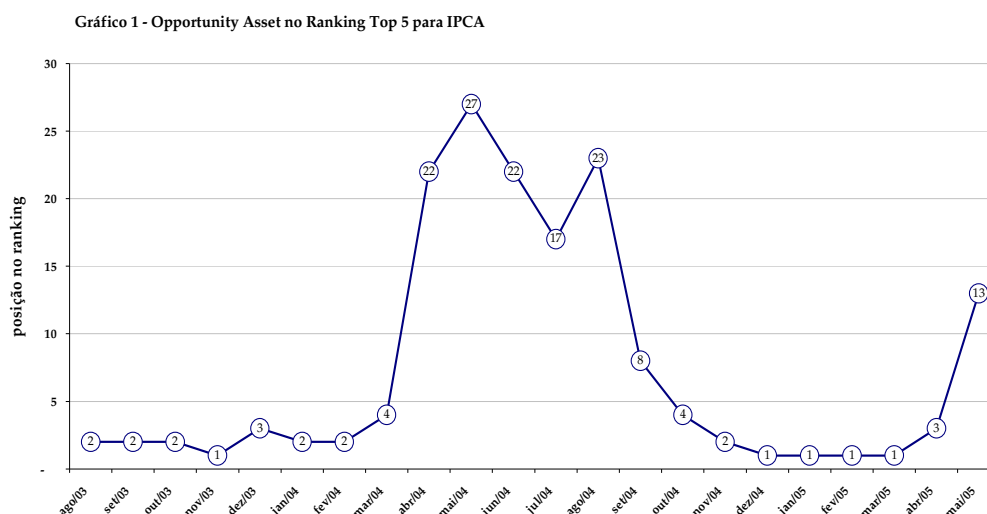
Este trabalho está dividido da seguinte forma. Ainda nesta seção os dados utilizados neste trabalho são descritos de forma resumida. Na seção 2 discutimos as metodologias propostas para a combinação e os critérios de seleção. Os resultados das combinações e uma aplicação dos critérios de classificação de previsões do Banco Central são apresentados na seção 3. Finalmente, a seção 4 conclui o estudo.

## 1.2 Metodologia

Uma motivação comum para a combinação de previsões é de que a interação entre as diferentes fontes de informação individuais amplia o conjunto de informações usadas nas previsões originais, elevando a capacidade preditiva de um modelo.

Como detalhado mais adiante, desde setembro de 2001, o Banco Central do Brasil através da Gerência-Executiva de Relacionamento com Investidores (Gerin), órgão subordinado à Diretoria de Política Econômica, divulga mensalmente o *ranking* das instituições com maior grau de acerto para estimativas de diversos indicadores macroeconômicos. Dentre as

atividades profissionais do autor está a previsão de índices preços<sup>2</sup>. O Gráfico 1 apresenta a classificação das previsões para o IPCA do Opportunity Asset no *ranking* da Gerin dentro do período de estudo deste trabalho.



Com o objetivo de elevar a precisão das previsões elaboradas pelo autor foram geradas mais duas séries de previsões para o IPCA e agregadas de acordo com quatro métodos de combinação usuais, gerando-se portanto, dezesseis séries de previsões. A partir deste ponto, foram utilizados dois critérios para comparar as séries combinadas. O primeiro corresponde a um indicador estatístico usual de performance, representado pelo erro quadrado médio (EQM). O segundo critério de comparação adotado foi o *ranking* elaborado pelo Banco Central para classificar as previsões dos participantes do Sistema de Expectativas de Mercado.

O formato desta pesquisa segue os trabalhos de diversos autores que buscaram modelos para extrair o benefício da informação incorporada numa série de previsões para agregá-las de forma a otimizar a previsão.

<sup>2</sup> Banco Icatu (1991-1994); Banco Boreal (1994-2003); e Opportunity Asset (2003 em diante).

### 1.3 Dados

Desde a publicação do consagrado artigo de Bates e Granger (1969), parece existir um razoável consenso de que a performance preditiva de um indicador cresce com a combinação das previsões subjacentes, desde que estas não sejam viesadas e apresentem informações pouco correlacionadas.

Neste trabalho emprega-se um conjunto de três métodos de previsões mensais um passo à frente para o IPCA, para o período compreendido entre julho de 2001 e maio de 2005. Além da série de previsões originalmente gerada pelo autor, e doravante denominada de critério de referência, foram contruídas mais duas séries formadas por um modelo univariado autoregressivo e um modelo vetorial de correção de erros. Nestas duas últimas séries as predições foram feitas com base na abordagem recursiva de atualização das estimativas dos parâmetros, depois de ter estimado o modelo na amostra compreendida entre janeiro de 1995 e junho de 2001. Deve-se ressaltar que as três séries são formadas por previsões um passo à frente.

O critério de referência pode ser associado a um método de inferência bayesiano. Estas previsões têm como base os critérios metodológicos do índice-alvo e conta com uma pesquisa própria de coleta de preços<sup>3</sup>. No caso em particular do IBGE há uma série de relatórios metodológicos para quase todos os indicadores elaborados pelo instituto<sup>4</sup>. Entretanto, o componente mais relevante ao combinar a metodologia de cálculo à coleta de preços é o julgamento do autor ao fazer as previsões do índice. Neste ponto não há uma regra estável para fazer a previsão, onde se misturam diversos fatores dentre os quais a experiência com este conjunto de informações.

---

<sup>3</sup> A coleta no varejo do Opportunity Asset é realizada nos municípios do Rio de Janeiro e São Paulo por três pesquisadores que levantam cerca de onze mil cotações semanais, distribuídas por 240 informantes, dentre os quais supermercados, feiras-livres, açougues, padarias, restaurantes, postos de gasolina e farmácias. Além da pesquisa de campo, faz-se um acompanhamento de preços dos serviços públicos.

<sup>4</sup> Para o IPCA ver Sistema Nacional de Índices de Preços ao Consumidor: Métodos de cálculo. Departamento de Índices de Preços – 4ª edição. IBGE, 1996.

A razão de se considerar um critério que envolva um elevado grau de subjetividade é de procurar seguir as sugestões de Bunn e Wright (1991) e de Sanders e Ritzman (1995) onde a informação denominada por conhecimento contextual - em oposição ao conhecimento técnico - é superior na combinação de previsões, desde que esta apresente um desvio inferior ao dos modelos de séries temporais.

O modelo denominado AR(1) é um modelo univariado autoregressivo de ordem um, tendo sido o que melhor se adaptou a amostra pela abordagem Box-Jenkins. O modelo conta com a constante e onze *dummies* sazonais como variáveis exógenas, cuja representação corresponde a:

$$\hat{\pi}_t = c + \phi_1 \pi_{t-1} + \sum_{i=1}^{11} \phi_{2i} d_{it} + \varepsilon_t \quad (1)$$

Onde:

$\pi$  = taxa de variação mensal do IPCA

$d$  = *dummies* sazonais

O modelo denominado VEC é um modelo de vetor restrito composto pela taxa de juros nominal e a taxa de variação do IPCA como variáveis endógenas e um vetor de co-integração para os juros reais. A existência de co-integração foi investigada através da metodologia de Johansen. Os critérios de informação apontaram para uma estrutura sem defasagens para o modelo VEC. Adotou-se uma estrutura com tendência linear e uma constante na relação de co-integração. Esta representação ainda inclui como variáveis exógenas onze *dummies* sazonais, cuja representação corresponde a:

$$\begin{bmatrix} \Delta \pi_t \\ \Delta i_t \end{bmatrix} = c + at + \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} [i_{t-1} - \pi_{t-1}] + \sum_{i=1}^{11} \phi_{3i} d_{it} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Onde:

$i$  = taxa de juro nominal mensal Selic

$\pi$  = taxa de variação mensal do IPCA

$d$  = *dummies* sazonais

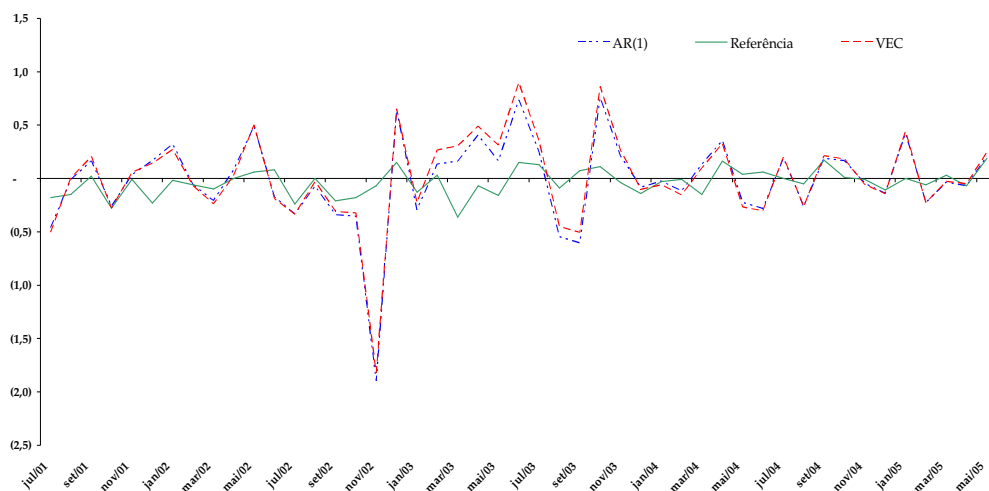
As estatísticas das estimativas para os modelos AR(1) e VEC no período compreendido entre janeiro de 1995 e maio de 2005 estão sumarizados na Tabela 1:

**Tabela 1 - Resumo das estatísticas dos modelos de previsão**

	AR(1)	VEC
$R^2$	0.559	0.339
$R^2$ ajustado	0.478	0.269
Erro padrão da regressão	0.370	0.383
SQR	8.914	16.461
Log Verossimilhança	-26.083	-50.660
Critério AIC	1.002	1.019
Critério SC	1.395	1.313
Estatística-F	6.865	4.793

O Gráfico 2 apresenta os erros destas previsões dos três métodos em relação aos resultados do IPCA:

**Gráfico 2 - Erros das previsões para o IPCA - Um passo à frente**



## 2 Modelos

### 2.1 Métodos de combinação

Várias formas de combinação de previsões foram desenvolvidas desde a publicação do artigo de Bates e Granger (1969), se estendendo desde a simples média aritmética aos métodos mais sofisticados como redes neurais para combinações não-lineares. Este estudo se concentra em quatro métodos de combinação bastante usuais tendo como formulação a combinação linear.

O valor esperado de uma determinada variável derivado da combinação é formado com base em diversas fontes de informação. Vários modelos podem ser utilizados para gerar um conjunto de previsões, onde o peso de cada previsão está associado a seu grau de precisão e correlação entre os desvios das demais séries.

Um problema na combinação de previsões é a sobreposição de informações entre as previsões individuais. Como destacado por Clemen e Winkler (1985), o valor incremental de cada série é uma função côncava do número de séries combinadas, ou seja, é decrescente na medida em que cresce sua quantidade. Esta sobreposição pode ser representada por uma correlação positiva entre as previsões individuais sendo diretamente relacionada ao grau de concavidade, e portanto, a velocidade em que a informação adicional se torna irrelevante.

Portanto, este grau de dependência entre as previsões individuais pode comprometer a precisão e a contribuição do valor contido em cada série. Os métodos aqui considerados ilustram a sensibilidade da precisão da previsão combinada ao grau de dependência entre as previsões individuais subjacentes.

Bates e Granger (1969), Newbold e Granger (1974) e Winkler (1981) constroem modelos teóricos análogos e ótimos que admitem a dependência entre as séries de previsões individuais. Estes modelos consideram uma forte hipótese: que sejam conhecidas as verdadeiras propriedades estatísticas de cada série de previsão individual. Considera-se portanto que a variância dos erros e suas correlações sejam conhecidas e estacionárias nos períodos de previsões dentro e fora da amostra.

Estes modelos são construídos tendo como referência uma variável de interesse  $\theta$  para um conjunto de  $k$  modelos de previsão não-viesados. O erro da previsão do  $i$ -ésimo modelo será:

$$u_i = \mu_i - \theta \quad (2)$$

A previsão de  $\theta$  para o  $i$ -ésimo modelo tem distribuição normal com media  $\mu_i$  e variância  $\sigma_i^2$ , sendo a relação de dependência entre os modelos representada pelas correlações  $\rho_{ij}$  entre os erros, onde:

$$E[\theta | X, \Sigma] = \mu = \frac{e' \Sigma^{-1} X}{e' \Sigma^{-1} e} \quad (3)$$

$$Var[\theta | X, \Sigma] = \sigma^2 = (e' \Sigma^{-1} e)^{-1} \quad (4)$$

e  $X$  é o vetor de  $k$  previsões,  $\Sigma$  é a matriz  $k \times k$  de covariância dos erros e  $e'$  um vetor  $k$  onde todos os seus elementos são iguais a um.

A combinação de previsões  $\mu$  é portanto uma combinação linear:

$$\mu = \sum_{i=1}^k w_i \mu_i \quad (5)$$



e o peso do  $i$ -ésimo modelo:

$$w_i = \frac{\sum_{j=1}^k \alpha_{ij}}{\sum_{m=1}^k \sum_{j=1}^k \alpha_{mj}} \quad (6)$$

onde  $\alpha_{ij}$  é inversa da matriz de covariância, ou seja,  $\Sigma^{-1}$ .

Para  $k = 2$ , a solução da equação (3) que minimiza a variância dos erros é dada por:

$$\mu^* = \frac{\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \rho\sigma_1\sigma_2 \\ \rho\sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \rho\sigma_1\sigma_2 \\ \rho\sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}} \quad (7)$$

$$\mu^* = \frac{[(\sigma_2^2 - \rho\sigma_1\sigma_2)\mu_1 + (\sigma_1^2 - \rho\sigma_1\sigma_2)\mu_2]}{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2)} \quad (7.1)$$

Com variância:

$$\sigma^{*2} = \frac{(1 - \rho^2)\sigma_1^2\sigma_2^2}{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2)} \quad (8)$$

Embora a formulação original imponha que  $\alpha_{ij}$  seja positivo para todo  $i$ , o grau de correlação entre as séries pode fazer com que nem todos os pesos sejam positivos. Ao permitir pesos negativos, a previsão combinada deixa de ser necessariamente uma combinação convexa das previsões individuais, ainda que os pesos somem a unidade.

Assumindo-se que  $\mu_1$  seja mais precisa que  $\mu_2$ , o que implica em  $\sigma_1 < \sigma_2$ ,  $\mu_1$  sempre receberá peso positivo, mas  $\mu_2$  terá peso negativo se as duas séries apresentarem elevada correlação, tal que  $\rho > \sigma_1/\sigma_2$ . Desta forma, a equação (7) atribui peso negativo à previsão mais imprecisa e peso maior do que um à previsão mais precisa, trazendo a primeira para um valor mais próximo da variável alvo.

Na prática, nem sempre o grau de dependência é conhecido, ou as séries deixam de apresentar sistematicamente algum viés. Neste caso, como destacado por Winkler (1981), o modelo não vai à direção de uma combinação linear, mas requer um arcabouço bayesiano, que em linhas gerais além de corrigir o viés pondera cada previsão com base no valor esperado de sua precisão. Anandalingam e Chen (1989) mostram que o modelo bayesiano corresponde a um caso geral que engloba todos os demais modelos de combinação.

O presente trabalho segue a equação (3) adotando o procedimento usual de estimar matriz de covariância  $\Sigma$  com base nos erros de previsão passados. Portanto, os parâmetros estimados são as variâncias ( $\sigma^2$ ) e os coeficientes de correlação ( $\rho$ ). Schmittlein et. al. (1990) observaram que diversos autores afirmam que se estas propriedades estatísticas devem ser estimadas, geralmente o melhor a fazer é desconsiderá-las assumindo que são não-correlacionadas e adotar uma média simples das previsões. Esta questão será avaliada na seção 2.2.

Os quatro métodos considerados neste estudo são: a média simples, a média ponderada pelo inverso do erro quadrático médio, a otimização com restrição de pesos e sem constante, e a otimização sem restrição de pesos e com constante.

A média simples desconsidera as estimativas dos parâmetros, o que corresponde a fazer  $\sigma_1 = \sigma_2$  e  $\rho = 0$  na equação (7), independentemente das estimativas  $\hat{\sigma}_1$ ,  $\hat{\sigma}_2$  e  $\hat{\rho}$ , resultando em:

$$\mu^* = \frac{\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 \\ 0 & \sigma^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 \\ 0 & \sigma^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}} \quad (9)$$

$$\mu^* = \frac{\sigma^2 \mu_1 + \sigma^2 \mu_2}{2\sigma^2} \quad (9.1)$$

$$\mu^* = \frac{\mu_1 + \mu_2}{2} \quad (9.2)$$

Este critério também pode ter como parâmetros  $\sigma_1 = \sigma_2$  e  $\rho = \hat{\rho}$ , onde substituindo na equação (7) obtém-se:

$$\mu^* = \frac{\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma^2 & \hat{\rho}\sigma^2 \\ \hat{\rho}\sigma^2 & \sigma^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma^2 & \hat{\rho}\sigma^2 \\ \hat{\rho}\sigma^2 & \sigma^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}} \quad (10)$$

$$\mu^* = \frac{[(\sigma^2 - \hat{\rho}\sigma^2)\mu_1 + (\sigma^2 - \hat{\rho}\sigma^2)\mu_2]}{(2\sigma^2 - 2\hat{\rho}\sigma^2)} \quad (10.1)$$

$$\mu^* = \frac{\mu_1 + \mu_2}{2} \quad (10.2)$$

A média ponderada corresponde a fazer  $\sigma_1 = \hat{\sigma}_1$ ,  $\sigma_2 = \hat{\sigma}_2$  e  $\rho = 0$  na equação (7), logo:

$$\mu^* = \frac{\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\sigma}_1^2 & 0 \\ 0 & \hat{\sigma}_2^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\sigma}_1^2 & 0 \\ 0 & \hat{\sigma}_2^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}} \quad (11)$$

$$\mu^* = \frac{\hat{\sigma}_2^2 \mu_1 + \hat{\sigma}_1^2 \mu_2}{\hat{\sigma}_1^2 + \hat{\sigma}_2^2} \quad (11.1)$$

Este método de combinação foi um dos critérios sugeridos por Bates e Granger (1969). Ainda que desconsidere o grau de dependência entre as séries, leva em conta o princípio de que a previsão com melhor performance no passado recente deve ser atribuído maior peso. Estes autores propõem uma forma alternativa de ponderação, qual seja, o inverso do erro quadrático médio para cada previsão  $i$  dentre os  $k$  modelos entre os períodos  $t = 0$  e  $t = T-1$ , definida por:

$$w_{i,T} = \frac{\left( \sum_{t=0}^{T-1} u_{i,t}^2 \right)^{-1}}{\left[ \sum_{j=1}^k \left( \sum_{t=0}^{T-1} u_{j,t}^2 \right)^{-1} \right]} \quad (12)$$

A otimização com restrição de pesos e sem constante foi o principal critério proposto por Bates e Granger (1969) e corresponde a fazer  $\sigma_1 = \hat{\sigma}_1$ ,  $\sigma_2 = \hat{\sigma}_2$  e  $\rho = \hat{\rho}$ , tendo como resultado a equação (3). Esta solução corresponde à estimativa dos pesos (coeficientes) pelo método de mínimos quadrados, com a restrição de que os pesos somem um e sem a constante.

Granger e Ramanathan (1984) apontam para o fato de que no critério de otimização proposto por Bates e Granger (1969) os erros da combinação podem apresentar correlação com as previsões individuais. Estes autores propõem a combinação linear sem a restrição de que os pesos somem um e com a inclusão do termo constante. Esta solução também corresponde a fazer  $\sigma_1 = \hat{\sigma}_1$ ,  $\sigma_2 = \hat{\sigma}_2$  e  $\rho = \hat{\rho}$ , na equação (3), e a inclusão da constante tem a vantagem de apresentar como resultado uma previsão não-viesada, mesmo que as previsões individuais subjacentes sejam viesadas.

## 2.2 Seleção do método

Diebold e Lopez (1996) propõem que a classificação entre métodos de previsão seja determinada através da minimização de uma função de perda,  $L(\theta_{t+k}, \hat{\theta}_{t+k,t})$ , geralmente restrita a  $L(u_{t+k,t})$ , que reflete o custo associado ao desvio entre o previsão e a variável observada.

Dentre as diversas estatísticas estilizadas de função de perda, adotou-se o erro quadrado médio (EQM) como medida de precisão das previsões, por ser este o critério mais comum dentre os trabalhos voltados à avaliação de combinação de previsões, definido por:

$$EQM = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T u_{t+k,t}^2 \quad (13)$$

Schmittlein et. al. (1990) constroem um modelo que associa a minimização do EQM à variância dos erros das previsões e suas correlações, como forma de otimizar a seleção de combinações quando estes parâmetros têm que ser estimados. Estes autores consideram os seguintes critérios, que podem ser diretamente associados aos métodos apresentados na seção 2.1:

*Método I:*  $\sigma_1 = \sigma_2$  e  $\rho = 0$ .

*Método II:*  $\sigma_1 = \hat{\sigma}_1$ ,  $\sigma_2 = \hat{\sigma}_2$  e  $\rho = 0$ .

*Método III:*  $\sigma_1 = \sigma_2$  e  $\rho = \hat{\rho}$ .

*Método IV:*  $\sigma_1 = \hat{\sigma}_1$ ,  $\sigma_2 = \hat{\sigma}_2$  e  $\rho = \hat{\rho}$ .

Como visto anteriormente, os métodos I e III correspondem à média simples, o método II à média ponderada pelo inverso do erro quadrático médio e o métodos IV aos modelos de otimização com restrição e irrestrito.

Os autores dividiram um conjunto de 100 observações para cada um dos modelos subdividindo amostras de 10, 25, 50 e 100 observações para obter estimativas dos parâmetros dentro da amostra e suas previsões como forma de avaliar o EQM.

Em termos gerais concluem que com 25 observações dentro da amostra, para que os métodos I e III sejam superiores aos demais modelos, os desvios das previsões devem ser próximos ( $\sigma_2/\sigma_1 < 1.1$ ) e não deve ocorrer elevada correlação entre as séries ( $\rho < 0.5$ ). O método II é dominante quando os desvios das previsões são desiguais ( $\sigma_2/\sigma_1 > 1.2$ ) e o valor absoluto da correlação é baixo ( $-0.3 < \rho < 0.5$ ). Por fim, o método IV é superior quando os desvios das previsões são desiguais ( $\sigma_2/\sigma_1 > 1.2$ ) e o valor absoluto da correlação é elevado ( $\rho < -0.3, \rho > 0.4$ ).

A tabela 2 resume os critérios de seleção dos métodos de combinação:

Tabela 2: Critérios de seleção dos métodos de combinação:

Método	Razão dos desvios	Correlação
Média simples  <i>Método I:</i> $\sigma_1 = \sigma_2$ e $\rho = 0$ <i>Método III:</i> $\sigma_1 = \sigma_2$ e $\rho = \hat{\rho}$	Baixo	Baixa
Média ponderada  <i>Método II:</i> $\sigma_1 = \hat{\sigma}_1$ , $\sigma_2 = \hat{\sigma}_2$ e $\rho = 0$	Alto	Baixa
Otimização  <i>Método IV:</i> $\sigma_1 = \hat{\sigma}_1$ , $\sigma_2 = \hat{\sigma}_2$ e $\rho = \hat{\rho}$	Alto	Alta

A Tabela 3 reproduz as correlações entre as três séries originais:

Tabela 3 - Correlações entre as séries de previsões

	AR(1)	Subjetivo	VEC
AR(1)	1,000	-	-
Referência	0,362	1,000	-
VEC	0,992	0,376	1,000

E a Tabela 4 a matriz de covariância:

Tabela 4 - Matriz de covariância

	AR(1)	Subjetivo	VEC
AR(1)	0,252	-	-
Referência	0,024	0,018	-
VEC	0,256	0,026	0,264

### 3. Combinação de previsões

#### 3.1 Combinação de previsões

Seguindo o artigo de Granger e Ramanathan (1984) as combinações das previsões mensais para o IPCA geradas pelos três métodos descritos na seção 1.3 serão analisadas de duas formas. A primeira corresponde aos resultados dentro da amostra com 30 meses compreendidos entre 2001:07 e 2003:12 para as estimativas dos pesos de cada combinação. A Tabela 5 sintetiza os principais resultados:

Tabela 5 - Erros na previsão dentro da amostra (2001:07 - 2003:12, n=30)

Previsão	Média	Variância	EQM	Assimetria	Ponderações			
					Constante	AR(1)	Referência	VEC
<b>Original</b>								
AR(1)	(0,033)	0,252	0,245	(1,582)	-	1,000	-	-
Referência	(0,064)	0,018	0,021	(0,206)	-	-	1,000	-
VEC	0,007	0,264	0,255	(1,278)	-	-	-	1,000
Referência MQO	0,000	0,018	0,017	(0,209)	0,059	-	1,007	-
<b>Média simples</b>								
AR(1)-Referência-VEC	(0,030)	0,127	0,124	(1,090)	-	0,333	0,333	0,333
AR(1)-Referência	(0,048)	0,080	0,079	(0,874)	-	0,500	0,500	-
AR(1)-VEC	(0,013)	0,257	0,249	(1,437)	-	0,500	-	0,500
Referência-VEC	(0,028)	0,083	0,081	(0,659)	-	-	0,500	0,500
<b>Média ponderada pelo Inverso do EQM</b>								
AR(1)-Referência-VEC	(0,034)	0,108	0,105	(0,987)	-	0,314	0,398	0,287
AR(1)-Referência	(0,050)	0,069	0,070	(0,753)	-	0,455	0,545	-
AR(1)-VEC	(0,013)	0,257	0,248	(1,441)	-	0,513	-	0,487
Referência-VEC	(0,034)	0,065	0,064	(0,468)	-	-	0,579	0,421
<b>Otimização com restrição (BG)</b>								
AR(1)-Referência-VEC	(0,056)	0,018	0,021	(0,190)	-	(0,231)	1,023	0,208
AR(1)-Referência	(0,065)	0,018	0,021	(0,299)	-	(0,020)	1,020	-
AR(1)-VEC	(0,049)	0,250	0,244	(1,687)	-	1,414	-	(0,414)
Referência-VEC	(0,065)	0,018	0,021	(0,281)	-	-	1,014	(0,014)
<b>Otimização sem restrição (GR)</b>								
AR(1)-Referência-VEC	(0,000)	0,017	0,016	(0,556)	0,080	0,346	1,025	(0,372)
AR(1)-Referência	(0,000)	0,018	0,017	(0,352)	0,069	(0,033)	1,028	-
AR(1)-VEC	(0,000)	0,238	0,230	(2,116)	0,207	1,540	-	(0,720)
Referência-VEC	0,000	0,017	0,017	(0,405)	0,073	-	1,033	(0,040)



Dentre as séries originais, as previsões do critério de referência são as melhores, com um EQM cerca de 90% inferior ao VEC, que é o segundo melhor método. Nota-se pela média dos erros que os métodos AR(1) e de referência apresentam um ligeiro viés, implicando que os métodos de combinação pela média simples, pelo inverso do EQM e pela otimização com restrição de pesos e sem constante também apresentem o viés. O método de otimização irrestrito e com constante apresentou o resultado esperado da média dos erros não-viesada.

De Menezes et. al. (2000) propõem que sejam considerados outros atributos das especificações dos erros. Dentre estas especificações destaca-se a assimetria dos erros, pois a hipótese implícita na formulação teórica derivada na seção 2.1 é a de simetria da distribuição dos erros. Os autores relacionam o grau de assimetria à escolha do método de combinação, tendo o nível de dependência entre as séries papel fundamental em reduzir este problema. Os resultados apresentados na Tabela 5 mostram momento de assimetria negativa para todos os métodos, sendo o de referência o mais próximo da simetria<sup>5</sup>.

A segunda forma de análise da combinação das previsões mensais foi derivada dos resultados fora da amostra re-estimando cada combinação pela abordagem recursiva. Mais especificamente, a partir da amostra inicial entre 2001:07 e 2003:12 foram re-estimados os coeficientes um passo à frente até 2005:05, mantendo-se fixo o período inicial 2001:07. A Tabela 6 resume os principais resultados:

---

<sup>5</sup> O fato dos erros das previsões do critério de referência mostrarem resultado mais próximo da simetria é um ponto a ser melhor explorado numa análise futura. Este resultado pode estar associado ao fato deste modelo se adaptar mais rapidamente a choques e apresentar um menor componente inercial *vis-à-vis* aos dos métodos autoregressivo e VEC.

Tabela 6 - Erros na previsão fora da amostra (2004:01 - 2005:05, n=17)  
Erros na previsão dentro da amostra (2001:07 - 2003:12, n=30)

Previsão	Média	Variância	EQM	Assimetria	Ponderações			
					Constante	AR(1)	Referência	VEC
<b>Original</b>								
AR(1)	(0,016)	0,176	0,172	(1,747)	-	1,000	-	-
Referência	(0,037)	0,016	0,017	(0,312)	-	-	1,000	-
VEC	0,008	0,184	0,180	(1,332)	-	-	-	1,000
Referência MQO	0,021	0,015	0,015	(0,276)	0,031	1,015	-	-
<b>Média simples</b>								
AR(1)-Referência-VEC	(0,015)	0,090	0,088	(1,214)	-	0,333	0,333	0,333
AR(1)-Referência	(0,026)	0,057	0,057	(1,039)	-	0,500	0,500	-
AR(1)-VEC	(0,004)	0,179	0,175	(1,547)	-	0,500	-	0,500
Referência-VEC	(0,015)	0,060	0,059	(0,752)	-	-	0,500	0,500
<b>Média ponderada pelo Inverso do EQM</b>								
AR(1)-Referência-VEC	(0,017)	0,076	0,075	(1,116)	-	0,309	0,407	0,284
AR(1)-Referência	(0,027)	0,050	0,050	(0,918)	-	0,449	0,551	-
AR(1)-VEC	(0,004)	0,179	0,175	(1,553)	-	0,518	-	0,482
Referência-VEC	(0,018)	0,047	0,047	(0,573)	-	-	0,582	0,418
<b>Otimização com restrição (BG)</b>								
AR(1)-Referência-VEC	(0,033)	0,016	0,017	(0,282)	-	(0,198)	1,019	0,179
AR(1)-Referência	(0,038)	0,015	0,017	(0,381)	-	(0,016)	1,016	-
AR(1)-VEC	(0,026)	0,174	0,171	(1,894)	-	1,529	-	(0,529)
Referência-VEC	(0,038)	0,015	0,017	(0,368)	-	-	1,011	(0,011)
<b>Otimização sem restrição (GR)</b>								
AR(1)-Referência-VEC	0,025	0,015	0,015	(0,542)	0,036	0,104	1,024	(0,116)
AR(1)-Referência	0,022	0,015	0,015	(0,391)	0,036	(0,015)	1,025	-
AR(1)-VEC	0,030	0,165	0,162	(2,425)	0,180	1,227	-	(0,426)
Referência-VEC	0,023	0,015	0,015	(0,433)	0,036	-	1,027	(0,017)

Os EQMs nos resultados fora da amostra, derivada da combinação foram bastante semelhantes aos obtidos nos resultados dentro da amostra, sugerindo que as estimativas dos parâmetros variância e correlação se mantiveram relativamente estáveis ao longo da amostra completa.

E os Gráficos 3 a 6 apresentam os erros de previsão dos quatro métodos por conjunto de combinações:

Gráfico 3 - Erros das previsões para a combinação AR(1)-Referência-VEC

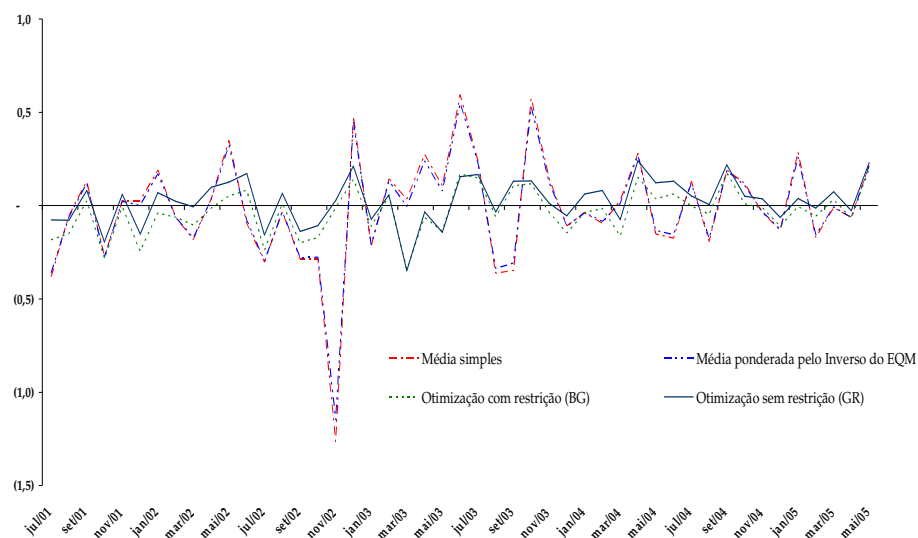


Gráfico 4 - Erros das previsões para a combinação AR(1)-Referência

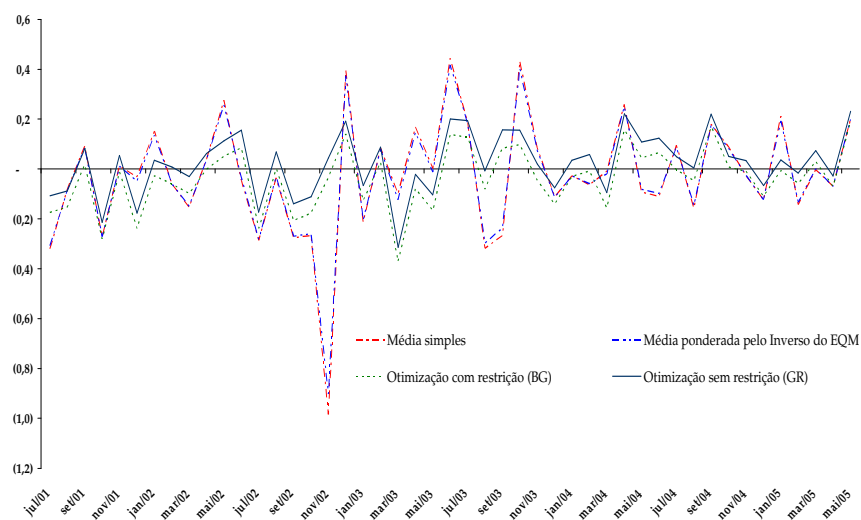


Gráfico 5 - Erros das previsões para a combinação AR(1)-VEC

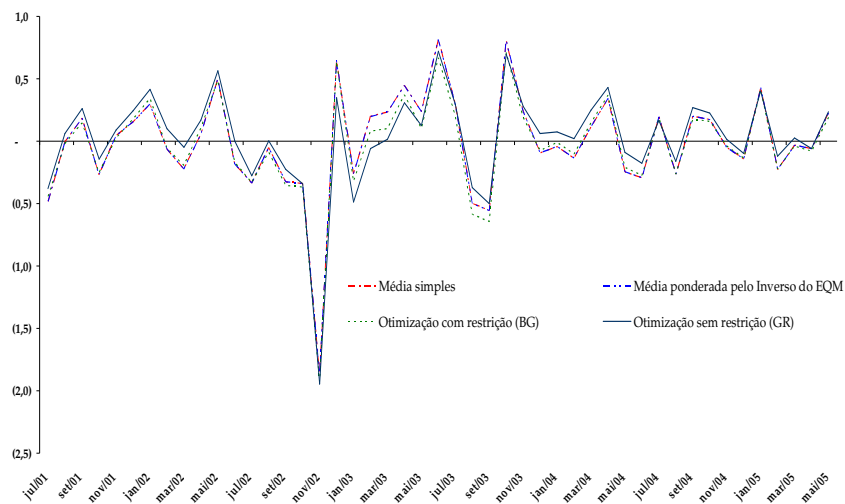
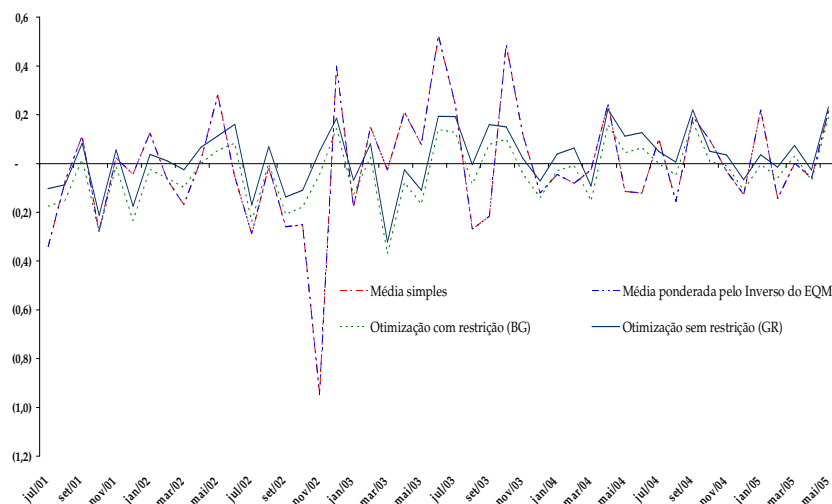


Gráfico 6 - Erros das previsões para a combinação Referência-VEC



Os resultados sumarizados nas Tabelas 5 e 6 estão consistentes com as sugestões apresentadas em Schmittlein et. al. (1990) e em de Menezes et. al. (2000). O método de combinação pela média simples apresentou o pior desempenho. Esta combinação corresponde ao método I de Schmittlein et. al.

(1990), onde a premissa que requer o desvio das previsões próximas ( $\sigma_2/\sigma_1 < 1.1$ ) e baixa correlação entre as séries ( $\rho < 0.5$ ) não foi respeitada. A performance deste método também foi comprometido pela forte assimetria observada pelos métodos AR(1) e VEC que não foram diluídas nas combinações por se considerar pesos iguais para cada previsão original.

No método de combinação pela média ponderada pelo inverso do EQM observou-se melhora *vis-à-vis* ao da média simples. Esta combinação corresponde ao método II de Schmittlein et. al. (1990), e ainda que respeite a proposição de que os desvios das previsões sejam desiguais ( $\sigma_2/\sigma_1 > 1.2$ ) e do valor absoluto da correlação baixo ( $-0.3 < \rho < 0.5$ ), ao ignorar a relação de dependência entre as previsões originais incorre-se em que o EQM resultante da combinação fique dentro do intervalo de EQM das previsões originais.

Os métodos de otimização apresentaram os maiores ganhos pela combinação, são equivalentes ao método IV de Schmittlein et. al. (1990). Observa-se que em todos os casos os EQMs situaram-se abaixo dos EQMs das previsões originais, tendo sido reduzidos também o grau de assimetria de melhor forma do que os métodos que desconsideram a matriz de covariância em suas formulações.

A superioridade destes métodos tem forte influência da opção por relaxar a restrição de que os pesos (coeficientes) para uma ou mais séries individuais sejam não negativos. Clemen e Winkler (1985) alertam para o fato de que este procedimento pode implicar em forte instabilidade das estimativas dos pesos em função de variações nos parâmetros utilizados ( $\sigma, \rho$ ). Entretanto, notou-se uma variação bastante reduzida nas estimativas dos pesos no período fora da amostra, com resultados muito próximos ao período dentro da amostra. Schmittlein et. al. (1990) consideraram este procedimento como um "truque" que geralmente funciona bem.

Como forma de observar o ganho de precisão decorrente da combinação criou-se um índice correspondente à razão entre o EQM de cada previsão em relação à melhor previsão individual, qual seja, do critério de referência. Retornando a questão original deste trabalho, observa-se que é possível elevar a precisão de uma previsão através da combinação. Ademais, nota-se que qualquer modelo que incorpore a melhor previsão individual em sua formulação apresenta desempenho superior às piores previsões individuais. A Tabela 7 sumariza estes resultados:

**Tabela 7 - Razão entre o EQM da previsão e do Critério de Referência**

<b>Previsão</b>	<b>Razão</b>
Otimização sem restrição (GR) Referência-VEC	0,9192
Referência MQO	0,9196
Otimização sem restrição (GR) AR(1)-Referência	0,9196
Otimização sem restrição (GR) AR(1)-Referência-VEC	0,9207
Otimização com restrição (BG) AR(1)-Referência-VEC	0,9950
Otimização com restrição (BG) AR(1)-Referência	0,9983
Otimização com restrição (BG) Referência-VEC	0,9991
<b>Original Referência</b>	<b>1,0000</b>
Inverso do EQM Referência-VEC	2,8058
Inverso do EQM AR(1)-Referência	3,0185
Média aritmética simples AR(1)-Referência	3,4221
Média aritmética simples Referência-VEC	3,5272
Inverso do EQM AR(1)-Referência-VEC	4,5242
Média aritmética simples AR(1)-Referência-VEC	5,3146
Otimização sem restrição (GR) AR(1)-VEC	9,7771
Otimização com restrição (BG) AR(1)-VEC	10,3212
Original AR(1)	10,3901
Inverso do EQM AR(1)-VEC	10,5659
Média aritmética simples AR(1)-VEC	10,5728
Original VEC	10,8674

### 3.2 *Ranking Top 5*

Como forma alternativa de tentar responder à questão relativa à viabilidade de se aprimorar a previsão de um indicador, utilizaram-se os critérios adotados pela Gerência-Executiva de Relacionamento com Investidores (Gerin), órgão subordinado à Diretoria de Política Econômica do Banco Central, para classificar as instituições participantes do Sistema de Expectativas de Mercado.

O Sistema de Expectativas de Mercado corresponde a uma pesquisa de previsões de indicadores econômicos. Esta pesquisa foi iniciada em maio de 1999, contemplando um conjunto de informações constituído pelos principais índices de preços, indicadores de atividade econômica, fiscais e do setor externo e de taxas de câmbio e juros. São participantes desta pesquisa cerca de 90 instituições entre consultorias, empresas financeiras e não-financeiras.

Tendo como objetivo aferir a precisão das previsões dos participantes da pesquisa, incentivar a qualidade e premiar a excelência das projeções, a Gerin elabora *rankings* das instituições com base nos desvios das previsões de curto (um passo à frente), médio (até quatro passos à frente) e longo prazo (até doze passos à frente).

O *ranking Top 5* é elaborado para o IPCA, o IGP-M, o IGP-DI, a meta da taxa Selic e a taxa de câmbio. Os dias considerados para a apuração da pesquisa variam de 15 a 20 dias que precedem a divulgação do indicador. As instituições são classificadas de acordo com a precisão das projeções válidas na véspera da data crítica, dia no qual são publicadas informações que podem influenciar fortemente o resultado do índice projetado.

No *ranking* de curto prazo avalia-se a precisão das previsões com defasagem de um mês, nos últimos seis meses. O *ranking* de médio prazo avalia-se a precisão das previsões com defasagens de até quatro meses, nos últimos três meses. Por fim, o *ranking* de longo prazo considera a precisão das projeções com defasagem de até doze meses para o indicador anual. Este trabalho restringe-se ao *ranking* de curto por se tratarem de previsões um passo à frente.

Como forma de aferir a precisão relativa das previsões geradas pelos quatro métodos de combinação foram considerados os desvios divulgados pela Gerin. A tabelas 8 classifica os quatro métodos pelo número de vezes em que seus respectivos desvios ficaram dentro do limite das cinco melhores instituições classificadas pela Gerin.

Tabela 8 - *Ranking Top5* de curto prazo (2001:12 - 2005:05, n=42)

Previsão	Total	Total %
<b>Original Referência</b>	<b>16</b>	<b>38%</b>
Otimização com restrição (BG) AR(1)-Referência	16	38%
Otimização com restrição (BG) AR(1)-Referência-VEC	16	38%
Otimização com restrição (BG) Referência-VEC	16	38%
Otimização sem restrição (GR) AR(1)-Referência	16	38%
Otimização sem restrição (GR) Referência-VEC	16	38%
Referência MQO	16	38%
Otimização sem restrição (GR) AR(1)-Referência-VEC	15	36%
Inverso do EQM AR(1)-Referência	7	17%
Inverso do EQM Referência-VEC	7	17%
Média aritmética simples AR(1)-Referência	7	17%
Média aritmética simples Referência-VEC	7	17%
Inverso do EQM AR(1)-Referência-VEC	6	14%
Média aritmética simples AR(1)-Referência-VEC	3	7%
Otimização sem restrição (GR) AR(1)-VEC	2	5%
Inverso do EQM AR(1)-VEC	1	2%
Média aritmética simples AR(1)-VEC	1	2%
Original AR(1)	1	2%
Original VEC	1	2%
Otimização com restrição (BG) AR(1)-VEC	1	2%



Pelo critério de classificação da Gerin as combinações derivadas dos métodos de otimização apresentaram os melhores desempenhos. Estes resultados estão consistentes com a classificação pelo EQM apresentada na seção anterior.

A série de previsão do critério de referência foi a que apresentou o melhor desempenho dentre as séries de previsões individuais no *ranking* de curto prazo. Embora nenhum modelo de combinação com esta série tenha superado a série da previsão individual, todas elas registraram desempenho superior às outras duas séries de previsões individuais.

Estes resultados estão consistentes com os obtidos por Hibon e Evgeniou (2004) que concluíram que a vantagem em combinar previsões não reside no fato de que a melhor combinação apresenta performance superior à do melhor modelo de previsão individual, mas que é menos arriscado combinar a selecionar um método individual.

#### 4. Conclusão

A motivação básica da combinação de previsões é de que a reunião de informações permite aumentar a precisão ou reduzir a incerteza associada a um modelo de previsão individual. Para responder a questão sobre a possibilidade de aumentar a precisão da previsão para um indicador através da combinação podemos recorrer às conclusões de Makridakis e Winkler (1983) e Hibon e Evgeniou (2004). Estes autores afirmam que adotar uma combinação é geralmente menos arriscado do que usar uma previsão individual.

Esta afirmação pode ser observada tanto para os critérios de performance com base no erro quadrado médio, quanto pelo critério de classificação de previsões adotado pelo Banco Central. A aplicação empírica mostrou que embora as melhores combinações nem sempre sejam superiores às melhores previsões individuais, desde que a melhor série esteja entre as combinações, a pior combinação sempre apresentará melhor desempenho do que a pior série individual.

Kleinmuntz (1990), citado por Larrick e Soll (2003), afirma que há uma tendência das pessoas a evitarem combinações devido à crença que se deve buscar o melhor modelo. Entretanto parece ser mais razoável seguir Zarnowitz (1984) que defende um contraponto a este comportamento, afirmando que num determinado ponto do tempo a sorte pode contar tanto quanto a técnica para selecionar a melhor previsão, entretanto, num horizonte de tempo mais longo, a combinação de bons modelos, técnica e algum grau de subjetividade resultam em melhor performance.

Em suma, ainda que os ganhos da combinação sejam limitados, os riscos associados ao se incorporar previsões de diferentes fontes a um

modelo parecem ser baixos frente aos ganhos em absorver informações complementares, desde que tratadas de forma adequada.

Há uma extensa literatura sobre combinação de previsões, mas ainda pouco explorada no Brasil. Atualmente, contamos com um amplo banco de previsões organizado pela Gerência-Executiva de Relacionamento com Investidores do Banco Central. Uma investigação mais profunda deste banco de dados poderia contribuir de forma significativa para construção de modelos mais apurados de previsões de indicadores econômicos domésticos.

Um ponto a ser mais bem explorado em pesquisas futuras é a consideração de modelos *threshold* não-lineares como forma de evitar problemas associados a quebras estruturais.

Por fim, embora os resultados para o conjunto de dados estudados neste trabalho estejam consistentes com a teoria de combinação de previsões, registra-se como sugestão para futuros trabalhos uma análise dos resultados da combinação com técnicas de *bootstrap*, como forma de verificar se os resultados aqui encontrados são robustos independentemente do processo gerador dos dados subjacentes às combinações.

## 5 Referências Bibliográficas

Anandalingam, G. and Chen, L. (1989). Linear combination of forecasts: a general bayesian model. *Journal of Forecasting*, Vol. 8, 3, 199-214.

Armstrong, J.S. (1989). Combining forecasts: The end of the beginning or the beginning of the end? *International Journal of Forecasting*, 5, 585-588.

Batchelor, R. and Dua, P. (1995). Forecaster diversity and the benefits of combining forecasts. *Management Science*, 41: 68-75

Bates, J.M. and Granger, C.W.J. (1969). The combination of forecasts. *Operational Research Quarterly*, 20: 451-468.

Blinder, A.S. and Morgan, J. (2000). Are two heads better than one?: An experimental analysis of group vs. individual decisionmaking. *NBER Working paper*, 7909.

Bunn, D.W. and Wright, G. (1991). Interaction of judgmental and statistical forecasting methods: Issues & analysis. *Management Science*, Vol. 37, 5: 501-518.

de Menezes, L.M., Bunn, D.W. and Taylor, J.W. (2000). Review of guidelines for the use of combined forecasts. *European Journal of Operational Research*, 120: 190-204.

Clemen, R.T. (1989). Combining forecasts: A review and annotated bibliography. *International Journal of Forecasting*, 5, 559-583.

Clemen, R.T. and Winkler, R.L. (1985). Limits for the precision and value of information from dependent sources. *Operations Research*, Vol. 33, 2: 427-442.

Cochrane, J.H. (1997). *Time series for macroeconomics and finance*. Lecture Notes Online.

Diebold, F.X. (1989). Forecast combination and encompassing: Reconciling two divergent literatures. *International Journal of Forecasting*, 5, 589-592.

Diebold, F.X. and Lopez, J.A. (1996). Forecast evaluation and combination. *NBER Technical working paper*, 192.

Elliott, G. and Timmermann, A. (2004). Optimal forecast combinations under general loss functions and forecast error distributions. *Journal of Econometrics*, 122: 47-79

Fair, R.C. and Shiller, R.J. (1990). Comparing information in forecasts from econometric models. *The American Economic Review*, Vol. 8, 3: 375-389

Fischer, I. and Harvey, N. (1999). Combining forecasts: What information do judges need to outperform the simple average? *International Journal of Forecasting*, 15: 227-246.

Galton, F. (1907). Vox Populi. *Nature*, Vol. 75, 1949: 450-451.

Granger, C.W.J. (1989). Invited review combining forecasts – Twenty years later. *Journal of Forecasting*, 8: 167-173.

Granger, C.W.J. and Ramanathan, R. (1984). Improved methods of combining forecasts. *Journal of Forecasting*, Vol. 3, 2: 197-204.

Hibon, M. and Evgeniou, T. (2005). To combine or not to combine: selecting among forecasts and their combinations. *International Journal of Forecasting*, Vol.21, 1: 15-24.

Issler, J.V. (2004). Modelos VECM aplicados a previsão de crescimento da produção industrial. Mimeo.

Johnston, J. and DiNardo, J. (1997). *Econometric methods*. 4<sup>th</sup> edition. McGraw-Hill.

Kay, J. (2004). When to ask an expert and when a crowd. *Financial Times*, Aug 31.

Kleinmuntz, B. (1990). Why we still use our heads instead of formulas: Toward an integrative approach. *Psychological Bulletin*, 107, 296-310.

Larrick, R. and Soll, J. (2003). Intuitions about combining options: Misappreciation of the averaging principle. *Working paper INSEAD*, 2003/09/TM.

Lombardelli, C., Proudman, J. and Talbot, J. (2005). Committees versus individuals: An experimental analysis of monetary policy decision making. *International Journal of Central Banking*, Vol.1, 1: 181-205.

Maines, L.A. (1996). An experimental examination of subjective forecast combination. *International Journal of Forecasting*, 12: 223-233.

Makridakis, S. (1989). Why combining works? *International Journal of Forecasting*, 5: 601-603.

- Makridakis, S. and Winkler, R.L. (1983). Averages of forecasts: some empirical results. *Management Science*, Vol. 29, 9: 987-996.
- Marques, A.B, Fachada, P. e Cavalcanti, D.C. (2003). Sistema Banco Central de expectativas de mercado. *Notas Técnicas do Banco Central*, N°. 36.
- Miller, B. (2003). Outlook and closing observations. *Speech delivered at the Legg Mason Funds Management Conference*, November 8<sup>th</sup>.
- Newbold, P. and Granger, C.W.J. (1974). Experience with forecasting univariate time series and the combination of forecasts. *Journal of Royal Statistical Society*, 137, part 2, 131-165.
- Terui, N. and van Dijk, H.K. (2002). Combined forecasts from linear and nonlinear time series models. *International Journal of Forecasting*, 18: 421-438.
- Sanders, N.R. and Ritzman, L.P. (1995). Bringing judgment into combination forecasts. *Journal of Operations Management*, 13: 311-321.
- Schmittlein, D.C., Kim, J. and Morrison, D.G. (1990). Combining forecasts: Operational adjustments to theoretically optimal rules. *Management Science*, Vol. 36, 9: 1044-1056.
- Surowiecki, J. (2004). *The wisdom of crowds: Why the many are smarter than the few and how collective wisdom shapes business, economies, societies and nations*. Doubleday.
- Winkler, R.L. (1981). Combining probability distributions from dependent information sources. *Management Science*, Vol. 27, 4: 479-488.
- Winkler, R.L. (1989). Combining forecasts: A philosophical basis and some current issues. *International Journal of Forecasting*, 5, 605-609.
- Winkler, R.L. and Clemen, R.T. (1992) Sensitivity of weights in combining forecasts. *Operational Research*, 3: 609-613.
- Zarnowitz, V. (1984) The accuracy of individual and group forecasts from business outlook surveys. *Journal of Forecasting*, 3: 11-26.
- Zou, H. and Yang, Y. (2004). Combining time series models for forecasting. *International Journal of Forecasting*, 20: 69-84.