

FUNDAÇÃO GETULIO VARGAS
ESCOLA DE ECONOMIA DE SÃO PAULO

GUSTAVO PICOLI LOPES

**PREVISÃO DE VENDAS EM ALTA FREQUÊNCIA DO VAREJO BRASILEIRO: UM
ESTUDO COMPARATIVO ENTRE MODELOS TRADICIONAIS E REDES
NEURAIS ARTIFICIAIS**

SÃO PAULO
2019

GUSTAVO PICOLI LOPES

**PREVISÃO DE VENDAS EM ALTA FREQUÊNCIA DO VAREJO BRASILEIRO: UM
ESTUDO COMPARATIVO ENTRE MODELOS TRADICIONAIS E REDES
NEURAIS ARTIFICIAIS**

Dissertação apresentada à Escola de
Economia de São Paulo da Fundação
Getúlio Vargas como requisito para
obtenção do título de Mestre em Economia

Campo de Conhecimento:
Previsão Econômica

Orientador: Prof. Dr. Fernando Daniel
Chague

SÃO PAULO
2019

Lopes, Gustavo Picoli.

Previsão de vendas em alta frequência do varejo brasileiro : um estudo comparativo entre modelos tradicionais e redes neurais artificiais / Gustavo Picoli Lopes. - 2019.

189 f.

Orientador: Fernando Daniel Chague.

Dissertação (mestrado profissional MPFE) – Fundação Getulio Vargas, Escola de Economia de São Paulo.

1. Comércio varejista - Brasil. 2. Previsão econômica. 3. Previsão de vendas. 4. Redes neurais (Computação). I. Chague, Fernando Daniel. II. Dissertação (mestrado profissional MPFE) – Escola de Economia de São Paulo. III. Fundação Getulio Vargas. IV. Título.

CDU 339.37(81)

GUSTAVO PICOLI LOPES

**PREVISÃO DE VENDAS EM ALTA FREQUÊNCIA DO VAREJO BRASILEIRO: UM
ESTUDO COMPARATIVO ENTRE MODELOS TRADICIONAIS E REDES
NEURAIS ARTIFICIAIS**

Dissertação apresentada à Escola de
Economia de São Paulo da Fundação
Getúlio Vargas como requisito para
obtenção do título de Mestre em Economia

Campo de Conhecimento:
Previsão Econômica

Data de aprovação:
01/07/2019

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Fernando Daniel Chague
(Orientador)
FGV-EESP

Prof. Dr. Ricardo Pereira Masini
FGV-EESP

Prof. Dr. Diogo de Prince Mendonça
UNIFESP

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus pela força e perseverança durante os dois anos do mestrado, principalmente nos momentos de turbulência na vida pessoal e profissional.

Agradeço à minha mãe, Irene, e aos meus avós, Lourdes e José, pelo apoio, amor, carinho e, principalmente, paciência.

Agradeço também a todos os professores da FGV com quem tive a oportunidade de aprender ao longo do curso.

Agradeço aos meus colegas de sala pela ajuda nos momentos de desafio e pelas risadas nos momentos de descontração.

Por fim, agradeço ao Prof. Dr. Fernando Daniel Chague pela orientação neste trabalho.

RESUMO

O estudo das vendas agregadas do comércio varejista é essencial para compreender a dinâmica de consumo de um país. Neste contexto, a avaliação de métodos de previsão que sejam capazes de gerar um nível de acuracidade elevado para estas vendas demonstra-se importante para a formação das expectativas de crescimento do consumo. Este trabalho, portanto, tem como principal finalidade a realização de um estudo comparativo entre as previsões de quatro índices diários de vendas no varejo em quatro horizontes de previsão. A comparação foi feita entre modelos tradicionais de séries temporais – *Naïve*, *Seasonal Naïve*, Holt-Winters e SARIMA – e duas arquiteturas de redes neurais – *feedforward Multilayer Perceptron* (MLP) e recorrente *Long Short-Term Memory* (LSTM).

No total, foram testadas 1632 combinações distintas de parâmetros para cada índice com a técnica *holdout cross-validation* no período *in-sample*. As métricas de erros das previsões, *Root Mean Squared Error* (RMSE) e *Mean Absolute Percentual Error* (MAPE), foram calculadas iterativamente no período *out-of-sample* para simular a situação real de um agente econômico construindo diariamente suas previsões.

As evidências encontradas neste trabalho sugerem que existe ganho em acuracidade ao optar pelo modelo de rede neural recorrente LSTM em horizontes mais longos de previsão, pois foi possível rejeitar a hipótese nula do teste Diebold-Mariano para dois dos quatro índices. Por fim, os resultados também demonstram que houve ganho significativo em acuracidade ao modelar o efeito calendário do comércio varejista com redução de até 60,6% de RMSE.

Palavras-chave: previsão, varejo, validação cruzada, redes neurais artificiais

ABSTRACT

Analyzing aggregated retail sales is essential to comprehend a country's consumption dynamics. In this context, the comparison of forecasting methods that can generate high accuracy for these sales are essential to form consumption's growth expectations. The main objective of this work is, therefore, to compare the forecasting accuracy of four daily retail sales indexes at four prediction horizons. The comparison was made between traditional time series models – Naïve, Seasonal Naïve, Holt-Winters and SARIMA – and two neural network architectures – feedforward Multilayer Perceptron (MLP) and recurrent Long Short-Term Memory (LSTM).

A total of 1632 parameter combinations were tested for each index using holdout cross-validation method to evaluate the models in in-sample period. The forecasting error metrics, Root Mean Squared Error (RMSE) and Mean Absolute Percentual Error (MAPE), were calculated iteratively in out-of-sample period to simulate a real daily forecasting work of an economic agent.

The evidences found in this study suggests that there is accuracy improvement by choosing recurrent neural network LSTM for forecasting at distant horizons since it was possible to reject the null hypothesis of Diebold-Mariano's statistical test for two of the four indexes. Lastly, results also indicate that an accuracy improvement was obtained by modelling retail sale's calendar effect with a RMSE's reduction of up to 60,6%.

Keywords: forecasting, retail, cross-validation, artificial neural networks

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 – Funcionamento de um <i>Perceptron</i>	33
Figura 2 – Arquitetura da rede neural <i>Multilayer Perceptron</i>	35
Figura 3 – Funcionamento de uma rede neural recorrente	38
Figura 4 – Célula de memória LSTM	39
Figura 5 – Fluxo de autorização de uma transação com cartão	43
Figura 6 – Gráfico, estatísticas descritivas, FAC e FACP da série GERAL	45
Figura 7 – Gráfico, estatísticas descritivas, FAC e FACP da série NAODURAVEIS	46
Figura 8 – Gráfico, estatísticas descritivas, FAC e FACP da série DURAVEIS	47
Figura 9 – Gráfico, estatísticas descritivas, FAC e FACP da série SERVICOS	48
Figura 10 – Fluxograma para definição dos parâmetros de cada modelo	53
Figura 11 – Fluxograma para a previsão e medição dos resultados.....	54
Figura 12 – Boxplot do RMSE das parametrizações no período de validação para a série GERAL	60
Figura 13 – Boxplot do RMSE das parametrizações no período de validação para a série NAODURAVEIS	61
Figura 14 – Boxplot do RMSE das parametrizações no período de validação para a série DURAVEIS	62
Figura 15 – Boxplot do RMSE das parametrizações no período de validação para a série SERVICOS	63
Figura 16 – Boxplot dos erros de previsão em D+1 por modelo para a série GERAL	69
Figura 17 – Boxplot dos erros de previsão em D+7 por modelo para a série GERAL	69
Figura 18 – Boxplot dos erros de previsão em D+30 por modelo para a série GERAL	69
Figura 19 – Boxplot dos erros de previsão em D+90 por modelo para a série GERAL	69
Figura 20 – Boxplot dos erros de previsão em D+1 por modelo para a série NAODURAVEIS	70
Figura 21 – Boxplot dos erros de previsão em D+7 por modelo para a série NAODURAVEIS	70
Figura 22 – Boxplot dos erros de previsão em D+30 por modelo para a série NAODURAVEIS	70
Figura 23 – Boxplot dos erros de previsão em D+90 por modelo para a série NAODURAVEIS	70
Figura 24 – Boxplot dos erros de previsão em D+1 por modelo para a série DURAVEIS	71
Figura 25 – Boxplot dos erros de previsão em D+7 por modelo para a série DURAVEIS	71
Figura 26 – Boxplot dos erros de previsão em D+30 por modelo para a série DURAVEIS	71
Figura 27 – Boxplot dos erros de previsão em D+90 por modelo para a série DURAVEIS	71
Figura 28 – Boxplot dos erros de previsão em D+1 por modelo para a série SERVICOS	72
Figura 29 – Boxplot dos erros de previsão em D+7 por modelo para a série SERVICOS	72
Figura 30 – Boxplot dos erros de previsão em D+30 por modelo para a série SERVICOS	72
Figura 31 – Boxplot dos erros de previsão em D+90 por modelo para a série SERVICOS	72
Figura 32 – Correlograma da série GERAL	87
Figura 33 – Correlograma da série NAODURAVEIS	88
Figura 34 – Correlograma da série DURAVEIS	89
Figura 35 – Correlograma da série SERVICOS	90
Figura 36 – Série GERAL em logaritmo da primeira diferença de d-1	91
Figura 37 – Série GERAL em logaritmo da primeira diferença de d-7	91
Figura 38 – Série NAODURAVEIS em logaritmo da primeira diferença de d-1	92
Figura 39 – Série NAODURAVEIS em logaritmo da primeira diferença de d-7	92
Figura 40 – Série DURAVEIS em logaritmo da primeira diferença de d-1	93
Figura 41 – Série DURAVEIS em logaritmo da primeira diferença de d-7	93
Figura 42 – Série SERVICOS em logaritmo da primeira diferença de d-1	94
Figura 43 – Série SERVICOS em logaritmo da primeira diferença de d-7	94
Figura 44 – Boxplot do RMSE das parametrizações no período de treino para a série GERAL	95
Figura 45 – Boxplot do RMSE das parametrizações no período de treino para a série NAODURAVEIS	95
Figura 46 – Boxplot do RMSE das parametrizações no período de treino para a série DURAVEIS	96
Figura 47 – Boxplot do RMSE das parametrizações no período de treino para a série SERVICOS	96
Figura 48 – Série GERAL – <i>Naïve – In-Sample</i>	97
Figura 49 – Série GERAL – <i>Naïve – Previsão D+1</i>	97
Figura 50 – Série GERAL – <i>Naïve – Previsão D+7</i>	98
Figura 51 – Série GERAL – <i>Naïve – Previsão D+30</i>	98
Figura 52 – Série GERAL – <i>Naïve – Previsão D+90</i>	99
Figura 53 – Série GERAL – <i>Seasonal Naïve – In-Sample</i>	99
Figura 54 – Série GERAL – <i>Seasonal Naïve – Previsão D+1</i>	100
Figura 55 – Série GERAL – <i>Seasonal Naïve – Previsão D+7</i>	100
Figura 56 – Série GERAL – <i>Seasonal Naïve – Previsão D+30</i>	101
Figura 57 – Série GERAL – <i>Seasonal Naïve – Previsão D+90</i>	101
Figura 58 – Série GERAL – <i>Holt-Winters – In-Sample</i>	102
Figura 59 – Série GERAL – <i>Holt-Winters – Previsão D+1</i>	102
Figura 60 – Série GERAL – <i>Holt-Winters – Previsão D+7</i>	103
Figura 61 – Série GERAL – <i>Holt-Winters – Previsão D+30</i>	103

Figura 62 – Série GERAL – Holt-Winters – Previsão D+90	104
Figura 63 – Série GERAL – SARIMA – <i>In-Sample</i>	104
Figura 64 – Série GERAL – SARIMA – Previsão D+1	105
Figura 65 – Série GERAL – SARIMA – Previsão D+7	105
Figura 66 – Série GERAL – SARIMA – Previsão D+30	106
Figura 67 – Série GERAL – SARIMA – Previsão D+90	106
Figura 68 – Série GERAL – MLP – <i>In-Sample</i>	107
Figura 69 – Série GERAL – MLP – Previsão D+1	107
Figura 70 – Série GERAL – MLP – Previsão D+7	108
Figura 71 – Série GERAL – MLP – Previsão D+30	108
Figura 72 – Série GERAL – MLP – Previsão D+90	109
Figura 73 – Série GERAL – LSTM – <i>In-Sample</i>	109
Figura 74 – Série GERAL – LSTM – Previsão D+1	110
Figura 75 – Série GERAL – LSTM – Previsão D+7	110
Figura 76 – Série GERAL – LSTM – Previsão D+30	111
Figura 77 – Série GERAL – LSTM – Previsão D+90	111
Figura 78 – Série GERAL – SARIMA_CALENDARIO – <i>In-Sample</i>	112
Figura 79 – Série GERAL – SARIMA_CALENDARIO – Previsão D+1	112
Figura 80 – Série GERAL – SARIMA_CALENDARIO – Previsão D+7	113
Figura 81 – Série GERAL – SARIMA_CALENDARIO – Previsão D+30	113
Figura 82 – Série GERAL – SARIMA_CALENDARIO – Previsão D+90	114
Figura 83 – Série GERAL – MLP_CALENDARIO – <i>In-Sample</i>	114
Figura 84 – Série GERAL – MLP_CALENDARIO – Previsão D+1	115
Figura 85 – Série GERAL – MLP_CALENDARIO – Previsão D+7	115
Figura 86 – Série GERAL – MLP_CALENDARIO – Previsão D+30	116
Figura 87 – Série GERAL – MLP_CALENDARIO – Previsão D+90	116
Figura 88 – Série GERAL – LSTM_CALENDARIO – <i>In-Sample</i>	117
Figura 89 – Série GERAL – LSTM_CALENDARIO – Previsão D+1	117
Figura 90 – Série GERAL – LSTM_CALENDARIO – Previsão D+7	118
Figura 91 – Série GERAL – LSTM_CALENDARIO – Previsão D+30	118
Figura 92 – Série GERAL – LSTM_CALENDARIO – Previsão D+90	119
Figura 93 – Série NAODURAVEIS – <i>Naïve</i> – <i>In-Sample</i>	120
Figura 94 – Série NAODURAVEIS – <i>Naïve</i> – Previsão D+1	120
Figura 95 – Série NAODURAVEIS – <i>Naïve</i> – Previsão D+7	121
Figura 96 – Série NAODURAVEIS – <i>Naïve</i> – Previsão D+30	121
Figura 97 – Série NAODURAVEIS – <i>Naïve</i> – Previsão D+90	122
Figura 98 – Série NAODURAVEIS – <i>Seasonal Naïve</i> – <i>In-Sample</i>	122
Figura 99 – Série NAODURAVEIS – <i>Seasonal Naïve</i> – Previsão D+1	123
Figura 100 – Série NAODURAVEIS – <i>Seasonal Naïve</i> – Previsão D+7	123
Figura 101 – Série NAODURAVEIS – <i>Seasonal Naïve</i> – Previsão D+30	124
Figura 102 – Série NAODURAVEIS – <i>Seasonal Naïve</i> – Previsão D+90	124
Figura 103 – Série NAODURAVEIS – Holt-Winters – <i>In-Sample</i>	125
Figura 104 – Série NAODURAVEIS – Holt-Winters – Previsão D+1	125
Figura 105 – Série NAODURAVEIS – Holt-Winters – Previsão D+7	126
Figura 106 – Série NAODURAVEIS – Holt-Winters – Previsão D+30	126
Figura 107 – Série NAODURAVEIS – Holt-Winters – Previsão D+90	127
Figura 108 – Série NAODURAVEIS – SARIMA – <i>In-Sample</i>	127
Figura 109 – Série NAODURAVEIS – SARIMA – Previsão D+1	128
Figura 110 – Série NAODURAVEIS – SARIMA – Previsão D+7	128
Figura 111 – Série NAODURAVEIS – SARIMA – Previsão D+30	129
Figura 112 – Série NAODURAVEIS – SARIMA – Previsão D+90	129
Figura 113 – Série NAODURAVEIS – MLP – <i>In-Sample</i>	130
Figura 114 – Série NAODURAVEIS – MLP – Previsão D+1	130
Figura 115 – Série NAODURAVEIS – MLP – Previsão D+7	131
Figura 116 – Série NAODURAVEIS – MLP – Previsão D+30	131
Figura 117 – Série NAODURAVEIS – MLP – Previsão D+90	132
Figura 118 – Série NAODURAVEIS – LSTM – <i>In-Sample</i>	132
Figura 119 – Série NAODURAVEIS – LSTM – Previsão D+1	133
Figura 120 – Série NAODURAVEIS – LSTM – Previsão D+7	133
Figura 121 – Série NAODURAVEIS – LSTM – Previsão D+30	134
Figura 122 – Série NAODURAVEIS – LSTM – Previsão D+90	134
Figura 123 – Série NAODURAVEIS – SARIMA_CALENDARIO – <i>In-Sample</i>	135
Figura 124 – Série NAODURAVEIS – SARIMA_CALENDARIO – Previsão D+1	135
Figura 125 – Série NAODURAVEIS – SARIMA_CALENDARIO – Previsão D+7	136
Figura 126 – Série NAODURAVEIS – SARIMA_CALENDARIO – Previsão D+30	136
Figura 127 – Série NAODURAVEIS – SARIMA_CALENDARIO – Previsão D+90	137
Figura 128 – Série NAODURAVEIS – MLP_CALENDARIO – <i>In-Sample</i>	137

Figura 129 – Série NAODURAVEIS – MLP_CALENDARIO – Previsão D+1	138
Figura 130 – Série NAODURAVEIS – MLP_CALENDARIO – Previsão D+7	138
Figura 131 – Série NAODURAVEIS – MLP_CALENDARIO – Previsão D+30	139
Figura 132 – Série NAODURAVEIS – MLP_CALENDARIO – Previsão D+90	139
Figura 133 – Série NAODURAVEIS – LSTM_CALENDARIO – <i>In-Sample</i>	140
Figura 134 – Série NAODURAVEIS – LSTM_CALENDARIO – Previsão D+1	140
Figura 135 – Série NAODURAVEIS – LSTM_CALENDARIO – Previsão D+7	141
Figura 136 – Série NAODURAVEIS – LSTM_CALENDARIO – Previsão D+30	141
Figura 137 – Série NAODURAVEIS – LSTM_CALENDARIO – Previsão D+90	142
Figura 138 – Série DURAVEIS – <i>Naïve</i> – <i>In-Sample</i>	143
Figura 139 – Série DURAVEIS – <i>Naïve</i> – Previsão D+1	143
Figura 140 – Série DURAVEIS – <i>Naïve</i> – Previsão D+7	144
Figura 141 – Série DURAVEIS – <i>Naïve</i> – Previsão D+30	144
Figura 142 – Série DURAVEIS – <i>Naïve</i> – Previsão D+90	145
Figura 143 – Série DURAVEIS – <i>Seasonal Naïve</i> – <i>In-Sample</i>	145
Figura 144 – Série DURAVEIS – <i>Seasonal Naïve</i> – Previsão D+1	146
Figura 145 – Série DURAVEIS – <i>Seasonal Naïve</i> – Previsão D+7	146
Figura 146 – Série DURAVEIS – <i>Seasonal Naïve</i> – Previsão D+30	147
Figura 147 – Série DURAVEIS – <i>Seasonal Naïve</i> – Previsão D+90	147
Figura 148 – Série DURAVEIS – Holt-Winters – <i>In-Sample</i>	148
Figura 149 – Série DURAVEIS – Holt-Winters – Previsão D+1	148
Figura 150 – Série DURAVEIS – Holt-Winters – Previsão D+7	149
Figura 151 – Série DURAVEIS – Holt-Winters – Previsão D+30	149
Figura 152 – Série DURAVEIS – Holt-Winters – Previsão D+90	150
Figura 153 – Série DURAVEIS – SARIMA – <i>In-Sample</i>	150
Figura 154 – Série DURAVEIS – SARIMA – Previsão D+1	151
Figura 155 – Série DURAVEIS – SARIMA – Previsão D+7	151
Figura 156 – Série DURAVEIS – SARIMA – Previsão D+30	152
Figura 157 – Série DURAVEIS – SARIMA – Previsão D+90	152
Figura 158 – Série DURAVEIS – MLP – <i>In-Sample</i>	153
Figura 159 – Série DURAVEIS – MLP – Previsão D+1	153
Figura 160 – Série DURAVEIS – MLP – Previsão D+7	154
Figura 161 – Série DURAVEIS – MLP – Previsão D+30	154
Figura 162 – Série DURAVEIS – MLP – Previsão D+90	155
Figura 163 – Série DURAVEIS – LSTM – <i>In-Sample</i>	155
Figura 164 – Série DURAVEIS – LSTM – Previsão D+1	156
Figura 165 – Série DURAVEIS – LSTM – Previsão D+7	156
Figura 166 – Série DURAVEIS – LSTM – Previsão D+30	157
Figura 167 – Série DURAVEIS – LSTM – Previsão D+90	157
Figura 168 – Série DURAVEIS – SARIMA_CALENDARIO – <i>In-Sample</i>	158
Figura 169 – Série DURAVEIS – SARIMA_CALENDARIO – Previsão D+1	158
Figura 170 – Série DURAVEIS – SARIMA_CALENDARIO – Previsão D+7	159
Figura 171 – Série DURAVEIS – SARIMA_CALENDARIO – Previsão D+30	159
Figura 172 – Série DURAVEIS – SARIMA_CALENDARIO – Previsão D+90	160
Figura 173 – Série DURAVEIS – MLP_CALENDARIO – <i>In-Sample</i>	160
Figura 174 – Série DURAVEIS – MLP_CALENDARIO – Previsão D+1	161
Figura 175 – Série DURAVEIS – MLP_CALENDARIO – Previsão D+7	161
Figura 176 – Série DURAVEIS – MLP_CALENDARIO – Previsão D+30	162
Figura 177 – Série DURAVEIS – MLP_CALENDARIO – Previsão D+90	162
Figura 178 – Série DURAVEIS – LSTM_CALENDARIO – <i>In-Sample</i>	163
Figura 179 – Série DURAVEIS – LSTM_CALENDARIO – Previsão D+1	163
Figura 180 – Série DURAVEIS – LSTM_CALENDARIO – Previsão D+7	164
Figura 181 – Série DURAVEIS – LSTM_CALENDARIO – Previsão D+30	164
Figura 182 – Série DURAVEIS – LSTM_CALENDARIO – Previsão D+90	165
Figura 183 – Série SERVICOS – <i>Naïve</i> – <i>In-Sample</i>	166
Figura 184 – Série SERVICOS – <i>Naïve</i> – Previsão D+1	166
Figura 185 – Série SERVICOS – <i>Naïve</i> – Previsão D+7	167
Figura 186 – Série SERVICOS – <i>Naïve</i> – Previsão D+30	167
Figura 187 – Série SERVICOS – <i>Naïve</i> – Previsão D+90	168
Figura 188 – Série SERVICOS – <i>Seasonal Naïve</i> – <i>In-Sample</i>	168
Figura 189 – Série SERVICOS – <i>Seasonal Naïve</i> – Previsão D+1	169
Figura 190 – Série SERVICOS – <i>Seasonal Naïve</i> – Previsão D+7	169
Figura 191 – Série SERVICOS – <i>Seasonal Naïve</i> – Previsão D+30	170
Figura 192 – Série SERVICOS – <i>Seasonal Naïve</i> – Previsão D+90	170
Figura 193 – Série SERVICOS – Holt-Winters – <i>In-Sample</i>	171
Figura 194 – Série SERVICOS – Holt-Winters – Previsão D+1	171
Figura 195 – Série SERVICOS – Holt-Winters – Previsão D+7	172

Figura 196 – Série SERVICOS – Holt-Winters – Previsão D+30.....	172
Figura 197 – Série SERVICOS – Holt-Winters – Previsão D+90.....	173
Figura 198 – Série SERVICOS – SARIMA – <i>In-Sample</i>	173
Figura 199 – Série SERVICOS – SARIMA – Previsão D+1.....	174
Figura 200 – Série SERVICOS – SARIMA – Previsão D+7.....	174
Figura 201 – Série SERVICOS – SARIMA – Previsão D+30.....	175
Figura 202 – Série SERVICOS – SARIMA – Previsão D+90.....	175
Figura 203 – Série SERVICOS – MLP – <i>In-Sample</i>	176
Figura 204 – Série SERVICOS – MLP – Previsão D+1.....	176
Figura 205 – Série SERVICOS – MLP – Previsão D+7.....	177
Figura 206 – Série SERVICOS – MLP – Previsão D+30.....	177
Figura 207 – Série SERVICOS – MLP – Previsão D+90.....	178
Figura 208 – Série SERVICOS – LSTM – <i>In-Sample</i>	178
Figura 209 – Série SERVICOS – LSTM – Previsão D+1.....	179
Figura 210 – Série SERVICOS – LSTM – Previsão D+7.....	179
Figura 211 – Série SERVICOS – LSTM – Previsão D+30.....	180
Figura 212 – Série SERVICOS – LSTM – Previsão D+90.....	180
Figura 213 – Série SERVICOS – SARIMA_CALENDARIO – <i>In-Sample</i>	181
Figura 214 – Série SERVICOS – SARIMA_CALENDARIO – Previsão D+1.....	181
Figura 215 – Série SERVICOS – SARIMA_CALENDARIO – Previsão D+7.....	182
Figura 216 – Série SERVICOS – SARIMA_CALENDARIO – Previsão D+30.....	182
Figura 217 – Série SERVICOS – SARIMA_CALENDARIO – Previsão D+90.....	183
Figura 218 – Série SERVICOS – MLP_CALENDARIO – <i>In-Sample</i>	183
Figura 219 – Série SERVICOS – MLP_CALENDARIO – Previsão D+1.....	184
Figura 220 – Série SERVICOS – MLP_CALENDARIO – Previsão D+7.....	184
Figura 221 – Série SERVICOS – MLP_CALENDARIO – Previsão D+30.....	185
Figura 222 – Série SERVICOS – MLP_CALENDARIO – Previsão D+90.....	185
Figura 223 – Série SERVICOS – LSTM_CALENDARIO – <i>In-Sample</i>	186
Figura 224 – Série SERVICOS – LSTM_CALENDARIO – Previsão D+1.....	186
Figura 225 – Série SERVICOS – LSTM_CALENDARIO – Previsão D+7.....	187
Figura 226 – Série SERVICOS – LSTM_CALENDARIO – Previsão D+30.....	187
Figura 227 – Série SERVICOS – LSTM_CALENDARIO – Previsão D+90.....	188

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 – Setores do varejo que compõem as séries NAODURAVEIS, DURAVEIS e SERVICOS	44
Tabela 2 – Maiores picos e vales de faturamento por série.....	49
Tabela 3 – Variáveis <i>dummy</i> para controle de feriados	50
Tabela 4 – Variáveis <i>dummy</i> para controle de datas comemorativas.....	51
Tabela 5 – Variáveis <i>dummy</i> para antecipação de compras	51
Tabela 6 – Tipos de modelos de previsão testados.....	52
Tabela 7 – Descrição dos horizontes de previsão	54
Tabela 8 – Resultados dos testes de raiz unitária	56
Tabela 9 – Parâmetros testados por tipo de modelo	57
Tabela 10 – Parametrização definida para a série GERAL por tipo de modelo	60
Tabela 11 – Parametrização definida para a série NAODURAVEIS por tipo de modelo	61
Tabela 12 – Parametrização definida para a série DURAVEIS por tipo de modelo.....	62
Tabela 13 – Parametrização definida para a série SERVICOS por tipo de modelo.....	63
Tabela 14 – MAPE e RMSE das previsões do período <i>out-of-sample</i> da série GERAL.....	65
Tabela 15 – MAPE e RMSE das previsões do período <i>out-of-sample</i> da série NAODURAVEIS	66
Tabela 16 – MAPE e RMSE das previsões do período <i>out-of-sample</i> da série DURAVEIS.....	66
Tabela 17 – MAPE e RMSE das previsões do período <i>out-of-sample</i> da série SERVICOS	67
Tabela 18 – Modelos sem efeito calendário com melhores previsões no período <i>out-of-sample</i>	68
Tabela 19 – Modelos com melhores previsões no período <i>out-of-sample</i>	68
Tabela 20 – Resultados dos testes de Diebold-Mariano com a métrica MAPE	74
Tabela 21 – MAPE calculado nas observações com efeito calendário no período <i>out-of-sample</i>	76
Tabela 22 – Modelos com melhores previsões do efeito calendário no período <i>out-of-sample</i>	76
Tabela 23 – Redução do RMSE pelo efeito calendário por índice, modelo e horizonte de previsão.....	77
Tabela 24 – Resultados dos testes de Diebold-Mariano com a métrica MSE	189

LISTA DE ABREVIATURAS

ABECS	Associação Brasileira das Empresas de Cartões de Crédito e Serviços
ADAM	<i>Adaptive Moment Estimation</i> – Estimação por momentos adaptativa
ADF	<i>Augmented Dickey–Fuller</i>
AR	<i>Autoregressive</i> – Autorregressivo
ARCH	<i>Autoregressive Conditional Heteroskedasticity</i> – Heterocedasticidade condicional autorregressiva
ARIMA	<i>Autoregressive Integrated Moving Average</i> – Autorregressivo integrado de média móvel
DM	Teste de Diebold-Mariano
FAC	Função de Autocorrelação
FACP	Função de Autocorrelação Parcial
GARCH	<i>Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity</i> – ARCH generalizado
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IJF	<i>International Journal of Forecasting</i>
IPCA	Índice de Preços ao Consumidor Amplo
JoF	<i>Journal of Forecasting</i>
KPSS	Kwiatkowski–Phillips–Schmidt–Shin
LSTM	<i>Long Short-Term Memory</i> – Memória de curto e longo prazo
MA	<i>Moving Average</i> – Média móvel
MAE	<i>Mean Absolute Error</i> – Erro absoluto médio
MAPE	<i>Mean Absolute Percentual Error</i> – Média dos erros percentuais absolutos
MLP	<i>Multilayer Perceptron</i> – Perceptron multicamada
MSE	<i>Mean Squared Error</i> – Erro quadrático médio
PIB	Produto Interno Bruto
PMC	Pesquisa Mensal do Comércio
PP	Phillips–Perron
ReLU	<i>Rectified Linear Unit</i> – Unidade linear retificada

RMSprop	<i>Root Mean Square Propagation</i> – Propagação pela raiz do erro quadrático
RMSE	<i>Root Mean Squared Error</i> – Raiz quadrada do erro quadrático médio
RNA	Rede Neural Artificial
SARIMA	<i>Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average</i> – ARIMA sazonal
SBVC	Sociedade Brasileira de Varejo e Consumo
SELIC	Sistema Especial de Liquidação e Custódia
SKU	<i>Stock keeping unit</i> – Unidade de manutenção de estoque
STAR	<i>Smooth Transition Autorregressive</i> – Autorregressivo com transição suave
SUR	<i>Seemingly unrelated regression</i> – Regressão aparentemente não relacionada

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	16
2 REVISÃO DA LITERATURA.....	19
2.1 Previsão de vendas do varejo no exterior	19
2.2 Previsão de vendas do varejo brasileiro.....	22
2.3 Metodologias e métricas de previsão de séries temporais	24
3 REVISÃO TEÓRICA.....	27
3.1 Modelos de séries temporais e parâmetros	27
3.1.1 Métodos <i>Naïve</i> e <i>Seasonal Naïve</i>	27
3.1.2 Método Holt-Winters.....	28
3.1.3 Modelo SARIMA.....	30
3.1.4 Redes neurais artificiais MLP e LSTM.....	32
3.2 Métricas de acuracidade de previsão.....	40
4 METODOLOGIA E ANÁLISES.....	42
4.1 Séries temporais e fonte de dados.....	42
4.2 Análise univariada.....	44
4.3 Sazonalidade e efeito calendário	50
4.4 Metodologia de previsão	52
4.5 Testes de raiz unitária.....	55
4.6 Parametrização dos modelos.....	57
5 RESULTADOS	59
5.1 Resultados do <i>cross-validation</i>	59
5.2 Previsões das séries temporais	64
5.2.1 Resultados das previsões no período <i>out-of-sample</i>	65
5.2.2 Testes Diebold-Mariano	73
5.3 Análise do efeito calendário.....	75
6 CONCLUSÕES	78
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	81
ANEXO A: Correlogramas das séries temporais e testes Q	87
ANEXO B: Gráficos das séries temporais em primeira diferença	91
ANEXO C: RMSE das parametrizações no período de treino	95
ANEXO D: Gráficos das previsões das séries temporais	97
ANEXO E: Resultados dos testes Diebold-Mariano com MSE	189

1 INTRODUÇÃO

Segundo a Sociedade Brasileira de Varejo e Consumo (SBVC), é denominado “varejo” toda atividade econômica em que existe uma venda de um bem ou serviço para o consumidor final, ou seja, em que existe uma transação entre um CNPJ e um CPF. Na composição do Produto Interno Bruto (PIB), o varejo está relacionado ao consumo das famílias, que, em 2017, correspondeu a 63,4% do PIB brasileiro, segundo os dados do sistema de contas nacionais divulgado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE).

O mercado de cartões é um dos setores de meios de pagamento que mais cresce em representatividade no varejo brasileiro. Segundo o balanço divulgado pela Associação Brasileira das Empresas de Cartões de Crédito e Serviços (ABECS), o valor total das transações em cartão correspondeu a R\$ 1,55 trilhões em 2018, crescendo 14,5% em relação ao ano anterior e chegando a representar 38,3% do consumo das famílias no quarto trimestre. A contextualização deste mercado se faz necessária uma vez que dados de transações em cartão são utilizados neste trabalho.

Dada a relevância do varejo no contexto macroeconômico, é natural que exista formação de expectativas de crescimento do país e de determinados setores da economia com base na evolução das vendas do varejo. Sendo assim, um estudo aprofundado sobre a previsão destas vendas demonstra-se vantajoso. O foco principal desta dissertação é, portanto, analisar a dinâmica de alguns índices de vendas e comparar a acuracidade das previsões com diferentes modelos de séries temporais.

Os índices são compostos pelo agregado das transações em cartão capturadas por uma empresa brasileira do setor de adquirência, separados em: varejo total, bens duráveis, bens não duráveis e serviços. Esta classificação é semelhante à utilizada na Pesquisa Mensal do Comércio (PMC), divulgada pelo IBGE. Porém, segundo a SBVC, esta classificação é utilizada somente no Brasil, sendo que outros países costumam a segmentar o varejo em bens de consumo geral, carros e combustíveis e serviços. Um ponto importante a se ressaltar é de que os índices são compostos tanto pelo varejo em loja física quanto pelo *e-commerce*, canal que vem se tornando cada vez mais representativo no varejo brasileiro, principalmente nas datas comemorativas.

A natureza dos dados utilizados permitiu que os índices pudessem ser avaliados em frequência diária. Desta forma, eventos representativos do calendário varejista, como datas comemorativas e feriados, podem ser analisados isoladamente dos dias comuns de vendas. Esta dinâmica de sazonalidade é conhecida como **efeito calendário** e gera um aumento abrupto da volatilidade dos índices de vendas.

O estudo comparou a acuracidade de modelos e métodos tradicionais de previsão de séries temporais – **Naïve**, **Seasonal Naïve**, **Holt-Winters** (suavização exponencial tripla) e *Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average* (**SARIMA**) – com duas arquiteturas de redes neurais – *Multilayer Perceptron* (**MLP**), rede neural com alimentação *feedforward*, e *Long Short-Term Memory* (**LSTM**), rede neural recorrente. Com exceção dos métodos *Naïve* e *Seasonal Naïve*, os demais modelos avaliados são dependentes da escolha de uma parametrização, que impacta diretamente nos resultados de acuracidade.

Como método de seleção dos parâmetros, foi utilizada uma abordagem de aprendizado de máquina denominada *cross-validation*, no qual o período *in-sample* foi subdividido em dois trechos menores, um para treinamento do modelo e outro para validação dos resultados. Na literatura brasileira de previsão de vendas, autores como Pasquotto (2010), Felisoni de Angelo et al. (2011) e Bessa (2018) utilizaram pelo menos um dos critérios de informação de Akaike ou Schwarz para a seleção de modelos. Porém, dado que autores como Arlot e Celisse (2010), Bergmeir e Benítez (2012), Bergmeir et al. (2014) e Pinto e Marçal (2019) reportaram bons resultados de acuracidade em previsão de séries temporais com o método de *cross-validation*, o presente trabalho testa esta técnica como método de seleção.

As previsões foram construídas em quatro horizontes para cada índice de vendas: previsão para o dia seguinte (**D+1**), após sete dias corridos (**D+7**), após trinta dias corridos (**D+30**) e após noventa dias corridos (**D+90**). As métricas de erro de previsão *Root Mean Squared Error* (**RMSE**) e *Mean Absolute Percentual Error* (**MAPE**) foram calculadas iterativamente no período *out-of-sample* em cada um dos cenários, retroalimentando as observações ao histórico após as previsões. Este processo foi construído com o objetivo de simular uma situação real, na qual um agente econômico atualiza diariamente suas previsões.

Um ponto interessante sobre a literatura de previsão de séries temporais está relacionado à capacidade das redes neurais serem melhores preditoras, quando

comparadas aos modelos mais tradicionais. Na década de 1990, com o avanço da literatura no tema, Gorr (1994) e Hill et al. (1994) sugeriram futuras pesquisas sobre as condições nas quais uma rede neural artificial supera um modelo tradicional. Esta discussão continua recorrente nos dias atuais e é um dos principais motivadores desse trabalho. No Brasil, autores como Pasquotto (2010), Felisoni de Angelo et al. (2011) e Bessa (2018) realizaram estudos de previsão com redes neurais para alguns setores do varejo e nem todos obtiveram ganhos expressivos.

Resumidamente, os macro objetivos desta dissertação são: (1) avaliar a existência de um modelo capaz de prever os índices diários com maior acuracidade, comparando os modelos tradicionais com as rede neurais artificiais; (2) identificar se os resultados são semelhantes por índice de venda; (3) identificar se os resultados são semelhantes entre os horizontes de previsão e (4) avaliar o impacto em acuracidade na modelagem do efeito calendário. A principal conclusão do trabalho foi a de que o modelo de rede neural LSTM se mostrou estatisticamente superior aos demais modelos em horizontes mais longos de previsão, quando modelado o efeito calendário, mas este resultado só foi consistente para dois dos quatro índices. A inclusão do efeito calendário gerou uma redução de RMSE que variou entre 16,4% e 60,6% a depender do modelo, horizonte de previsão e série temporal.

Conclui-se, portanto, que as principais contribuições deste trabalho para a literatura são: (1) a apresentação de um estudo de previsão de índices de vendas em frequência diária, compostos por empresas de diferentes setores do varejo; (2) a utilização do método de *cross-validation* para seleção de parâmetros, técnica ainda pouco explorada nesta literatura e (3) a apresentação de uma análise comparativa entre séries temporais e horizontes de previsão, com a inclusão de uma modelagem para o efeito calendário do varejo brasileiro.

O trabalho está dividido em seis seções, sendo esta a primeira. A segunda seção é composta pela revisão da literatura de previsão de vendas do varejo, divididas em estrangeira e brasileira, e uma breve revisão do histórico de previsão de séries temporais. Em seguida, na terceira seção, é apresentada a revisão teórica dos modelos utilizados no trabalho, descrevendo os principais parâmetros que os compõem. Na quarta e na quinta seções, são apresentados, respectivamente, os detalhes da metodologia e os resultados das previsões. Por fim, a última seção conclui o trabalho com as respostas dos macro objetivos.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Primeiramente, é válido ressaltar que o tema de previsão de vendas no varejo é amplamente estudado na literatura, tanto pela vertente de administração de empresas, que foca na previsão para fins de planejamento estratégico e otimização de cadeia de suprimentos, quanto pela vertente econômica, que estuda o agregado de vendas com a finalidade de compreender a dinâmica do crescimento econômico de um país.

Nesta seção, é apresentada uma breve revisão da literatura existente, sendo estruturada em três tópicos principais: (1) pesquisas realizadas no exterior sobre previsão de vendas do varejo, com as metodologias e dados utilizados pelos autores e suas principais conclusões; (2) pesquisas já realizadas no Brasil e (3) um resumo da literatura sobre metodologias e métricas de previsão de séries temporais.

2.1 Previsão de vendas do varejo no exterior

Tendo como referência a primeira vertente descrita no início da seção, o estudo construído por Geurts e Kelly (1986) inicialmente descreve o problema de previsão para o fornecedor de insumos e o varejista, explorando os benefícios em se obter melhores níveis de acuracidade. Ao analisar as vendas mensais de uma loja de departamentos norte-americana, os autores encontraram evidências de que um modelo tradicional de suavização exponencial obteve melhor performance do que os modelos SARIMA, utilizando-se a métrica MAPE. Os autores, neste caso, citam os impactos do efeito calendário na previsão, em especial para o período entre o dia de ação de graças e o Natal norte-americano, representado pelos maiores picos de vendas.

Para o estudo do volume de vendas agregadas, Alon et al. (2001) analisaram o varejo norte-americano entre os períodos de janeiro de 1978 e abril de 1995. O trabalho comparou os modelos de suavização exponencial de Winters, *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA) e Redes Neurais Artificiais

(RNAs), encontrando melhor MAPE nas RNAs. Os autores atribuem o resultado encontrado à capacidade da rede neural de capturar a dinâmica de tendência e padrões sazonais não lineares. Outro resultado obtido pelos autores foi o de que o modelo de Winters, apesar de simples, demonstrou-se como um método acurado para realizar previsões em condições econômicas estáveis.

A partir deste ponto na literatura, diversos autores testam o poder preditivo das redes neurais artificiais para o problema de previsão no varejo. Eles comparam diferentes métricas e estratégias de otimização das RNAs com foco em gerar maior poder preditivo. Em geral, os autores utilizam os modelos tradicionais de Holt-Winters e SARIMA como um *benchmark* na comparação entre modelos.

No trabalho realizado por Chu e Zhang (2003), que comparou modelos lineares e não lineares de séries de tempo, foram analisadas as vendas agregadas do varejo norte-americano entre o período de janeiro de 1985 e dezembro de 1999. A principal conclusão obtida pelos autores foi a de que modelos não lineares geram melhor performance em comparação aos lineares. Os melhores resultados foram obtidos pelas RNAs em nível dessazonalizado. Assim, o resultado apresentado corrobora com aquele encontrado por Nelson et al. (1999), no qual a utilização de uma série de tempo ajustada sazonalmente aumentou a capacidade preditora de um modelo RNA. Além do MAPE, os autores utilizaram as métricas de *Mean Absolute Error* (MAE) e RMSE para a comparação entre os modelos. Por fim, os autores também concluem que o uso de variáveis *dummy* para gerar o comportamento sazonal nos modelos de regressão não se mostrou robusto e consistente.

Ainda para o mercado norte-americano, Frank et al. (2003) avaliaram uma série de vendas diárias de vestuário feminino no período entre janeiro de 1997 e fevereiro de 2001. Os autores obtiveram melhor performance no modelo de RNA em comparação aos de suavização exponencial. Porém, os autores também mencionam que a correlação entre os valores preditos e reais foi mais elevada no modelo de Winters, relatando que um problema potencial seria a presença de ruídos na série diária e de que a base de dados de treino da RNA poderia ser relativamente pequena para o estudo do problema, resultando em um *overfitting* do modelo construído.

Com o aumento do poder de processamento computacional, houveram avanços nos estudos de redes neurais evolutivas, que são capazes de encontrar uma estrutura de rede ideal em um sistema de previsão. Assim, com o objetivo de comparar

este tipo de modelo com os tradicionais, Au et al. (2008) utilizaram uma série diária de dois anos de vendas de artigos de vestuário para estudar a indústria do varejo de moda. Os autores obtiveram melhor performance com os algoritmos de rede neural evolutiva em comparação ao modelo SARIMA, utilizando a métrica de *Mean Squared Error* (MSE).

O trabalho realizado por Ali et al. (2009) explorou o trade-off existente entre obter acuracidade e a complexidade de um modelo. Os autores utilizaram dados de vendas de *stock keeping units* (SKUs) de um varejo alimentício na presença e ausência de promoções. Os autores conseguiram concluir que, em momentos de baixa volatilidade, ou seja, na ausência de promoções, os modelos tradicionais de séries de tempo conseguem obter uma boa acuracidade, mas falham em períodos de promoção. Para este cenário, modelos de árvores de regressão, uma das principais técnicas de *machine learning*, permitiram capturar o efeito do aumento na volatilidade, demonstrado pelos melhores resultados em MAE e MAPE.

Diferentemente de outros autores mencionados anteriormente, Gil-Alana et. al (2014) não utilizaram RNA para um setor específico, mas investigaram séries mensais de vendas dos setores do varejo australiano e norte-americano entre abril de 1982 e fevereiro de 2009 com o objetivo de modelar a persistência de um choque de curto prazo ao longo do tempo. Para isto, os autores analisaram funções impulso-resposta nos modelos construídos e concluíram que existe distinção entre os setores da economia e que as curvas de vendas agregadas do varejo são melhor modeladas por séries que incorporem memória de longo prazo e sazonalidade.

Por fim, o trabalho realizado por Aye et. al (2015) analisa o caso específico da África do Sul como o estudo de uma economia emergente. A motivação dos autores deveu-se ao fato deste tipo de economia ser mais suscetível a mudanças estruturais. Os autores analisaram dados de vendas agregadas no varejo de janeiro de 1970 a maio de 2012 e testaram 26 tipos distintos de modelos, sendo 3 deles uma combinação dos anteriores. Entre os modelos testados estão os de Holt-Winters, SARIMA, *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (GARCH) e RNA. Diferentemente dos estudos realizados anteriormente, os autores estudaram a acuracidade das previsões em diferentes horizontes de tempo com um processo recursivo de estimação dos parâmetros, assemelhando-se à estimação que ocorre na prática pelos agentes econômicos. É notório ressaltar que os autores, neste caso, não

utilizaram métricas usuais de acuracidade, mas ajustaram as funções de custo dos modelos para penalizar mais os erros em períodos de *boom* e recessão econômica. Os autores encontraram melhor performance em modelos não lineares combinados que dão maior peso às observações mais recentes.

2.2 Previsão de vendas do varejo brasileiro

Um dos trabalhos desenvolvidos sobre o tema de previsão no varejo brasileiro foi o de Almeida e Passari (2006), que utilizou dados mensais de vendas em nível de SKU de um varejista de grande porte. Os autores compararam técnicas de regressão linear e o método *Naïve* com o desempenho de redes neurais artificiais. As RNAs demonstraram possuir um maior poder preditivo para a resolução do problema de previsão desta empresa, pois, segundo os autores, o método foi capaz de capturar as interações existentes entre as vendas de cada produto, simulando um efeito de elasticidade cruzada. As métricas utilizadas neste trabalho foram o MSE, RMSE e MAPE.

O trabalho realizado por Fouto (2008) estudou a dinâmica das vendas agregadas do varejo brasileiro em função de fatores externos como renda do consumidor, crédito disponível e nível de juros. Neste trabalho, foi utilizada a série da PMC, divulgada pelo IBGE, de janeiro de 2000 a junho de 2007. O objetivo do autor era encontrar evidências estatísticas sobre possíveis variáveis geradoras de mudança no comportamento do consumidor, refletidas nas vendas do varejo. Foi encontrada uma relação de longo prazo entre as vendas e a renda do consumidor brasileiro, ao passo que estes também se mostraram mais sensíveis aos juros do que à alavancagem de crédito. Através do uso de funções impulso-resposta, foi evidenciado que existe um tempo de aproximadamente 5 meses para uma estabilização das vendas do varejo após um choque nas taxas de juros.

Ainda sobre o tema de influência da conjuntura macroeconômica sobre o comércio, Campos (2009) avaliou o faturamento de cinco grandes varejistas de capital aberto, com ações negociadas na bolsa de valores. Os varejistas foram escolhidos para representar os setores de bens duráveis, semi-duráveis, não duráveis e

automotivo do comércio brasileiro. Como variáveis explicativas, a autora utilizou o índice de preços ao consumidor amplo (IPCA), a renda média nominal dos consumidores, a taxa básica de juros SELIC e o volume de crédito para pessoa física. Como variável endógena, a autora utilizou dados de faturamento bruto trimestral destas empresas entre o primeiro trimestre de 1999 e o quarto trimestre de 2008. Os resultados demonstram que existe diferença de impacto no faturamento entre as empresas. Por fim, a autora ressalta que, pelo fato de se analisar apenas uma empresa de cada setor, existem fatores exógenos aos quais estas estão expostas que não são capturados pelos modelos.

No estudo divulgado por Faleiros (2009), por sua vez, foi construído um modelo de mínimos quadrados não lineares, adaptado de um modelo STAR, que permite a alternância de regimes de crescimento. Este modelo foi testado sobre as séries de vendas mensais com ajuste sazonal dos setores de hipermercado e supermercado, tecidos, vestuários e calçados, móveis e eletrodomésticos no período de janeiro de 2000 a janeiro de 2008. O autor conclui que o modelo foi apropriado para as séries, pois estas não rejeitaram a hipótese de não linearidade com o teste de Terasvirta e Anderson (1992). Através de *thresholds*, o autor dividiu as séries em momentos de regime de alto e baixo crescimento.

Abordando novamente o tema de previsão com RNA, o trabalho construído por Pasquotto (2010) comparou as redes neurais recorrentes simples, conhecidas também por Redes de Elman, com o modelo SARIMA. Para isso, o autor construiu uma previsão com intervalo de 12 meses para três séries mensais de vendas dos setores de produtos farmacêuticos, adubos e tráfego aéreo. Os primeiros resultados obtidos demonstraram que as redes neurais não obtiveram poder preditivo superior aos modelos lineares pela avaliação do RMSE e MSE. Posteriormente, o autor realizou um pré-tratamento nas séries, removendo a sazonalidade. As redes de Elman obtiveram, por fim, maior capacidade preditiva nas novas séries, mas ainda não foram capazes de superar o modelo SARIMA.

Corroborando com estes resultados, Felisoni de Angelo et al. (2011) também comparam os modelos tradicionais de séries de tempo, suavização exponencial, ARIMA e RNA utilizando a série mensal de vendas reais da PMC no período entre junho de 2000 e junho de 2007. Os autores concluem que, apesar de obter maior acuracidade em MSE com a utilização dos modelos de redes neurais

artificiais, o ganho não se mostrou expressivamente maior do que um modelo ARIMA tradicional. Os resultados destes dois últimos trabalhos demonstram-se interessantes do ponto de vista acadêmico, pois muitos autores, principalmente estrangeiros, encontraram ganhos significativos ao utilizar as RNAs.

Na linha de pesquisa de variáveis exógenas que afetam as vendas no varejo, Moraes e Silva (2015) utilizaram dados em painel para seis estados brasileiros entre os anos de 2004 e 2011. Os autores optaram por uma regressão aparentemente não relacionada (SUR). Como variáveis explicativas, foram utilizadas as séries mensais de renda real média do consumidor, taxa de desemprego e taxa de juros. Os resultados encontrados demonstram que houve elasticidade apenas para a renda real média, sendo as outras duas variáveis inelásticas ou não significativas, dependendo do estado avaliado. Estes resultados corroboram com aqueles encontrados por Fouto (2008).

Por fim, um trabalho recente realizado por Bessa (2018) avaliou a previsão de vendas no setor de varejo de moda. A autora utilizou quatro séries semanais de vendas de artigos de vestuário em um grande centro comercial da cidade de São Paulo. O período analisado foi de janeiro de 2007 a dezembro de 2016. A autora comparou modelos distintos de previsão: Método *Naïve*, SARIMA, SARIMA GARCH, redes neurais MLP e redes neurais LSTM. Cada modelo também foi testado com variáveis exógenas para verificar incremento de acuracidade. Como resultado principal, o trabalho demonstrou um ganho de acuracidade de 54,32% ao utilizar as redes neurais LSTM em comparação ao método de previsão adotado pelo centro comercial. Avaliando todos os modelos, a autora obteve maior acuracidade, medida em MAPE, com as RNAs.

2.3 Metodologias e métricas de previsão de séries temporais

Neste trabalho, é construído um estudo comparativo entre algumas das principais metodologias de previsão de séries temporais utilizadas pela academia e pela indústria nas últimas décadas. O artigo feito por De Gooijer e Hyndman (2006) exhibe a magnitude do número de publicações no tema de previsão ao resumir os

resultados de mais de 940 artigos publicados entre 1982 e 2005 no *Journal of Forecasting* (JoF) e no *International Journal of Forecasting* (IJF). Os autores dividem o artigo nos principais modelos e metodologias: suavização exponencial, modelos ARIMA, modelos espaço-estado, modelos não lineares, combinação de modelos, avaliação de modelos e métricas de acuracidade.

Hyndman et al. (2002) classificaram a suavização exponencial em quinze métodos distintos, sendo cada um deles composto por uma combinação das componentes de tendência e sazonalidade. De Gooijer e Hyndman (2006) avaliam que os métodos mais conhecidos e utilizados na literatura são: SES (sem tendência e sazonalidade), método linear de Holt (tendência aditiva e sem sazonalidade), método aditivo de Holt-Winters (tendência aditiva e sazonalidade aditiva) e método multiplicativo de Holt-Winters (tendência aditiva e sazonalidade multiplicativa). Os dois últimos são aplicados nesta dissertação para a parametrização da estrutura do modelo de suavização exponencial.

Na literatura de modelos ARIMA, trabalhos realizados por Hill e Fildes (1984), Libert (1984), Poulos, Kvanli e Pavur (1987) e Texter e Ord (1989) apresentaram que uma modelagem automática de seleção de parâmetros consegue atingir resultados satisfatórios de acuracidade de previsão. É importante ressaltar tais resultados uma vez que a abordagem de seleção de parâmetros para os modelos SARIMA neste trabalho também está relacionada a uma seleção automática, baseada na técnica de *cross-validation*.

O trabalho construído por Kang (2003) testa diferentes modelos autorregressivos para horizontes de tempo distintos e conclui que a acuracidade da previsão pode ou não melhorar dependendo de fatores como critério de seleção, horizonte de previsão, período de previsão e a própria série de tempo. Nesta pesquisa, o autor utilizou dados mensais de séries temporais da economia norte-americana. O resultado obtido por Kang (2003) demonstra que podem existir condições nas quais modelos podem performar melhor que outros a depender dos critérios citados. A construção de um cenário comparativo semelhante faz parte dos macro objetivos desta dissertação.

Gorr (1994) e Hill et al. (1994) foram autores que sugeriram futuras pesquisas sobre as condições nas quais uma RNA obtém melhor performance de previsão em comparação aos modelos tradicionais. Uma das principais vantagens

deste tipo de modelo é sua flexibilidade, podendo possuir uma grande quantidade de parâmetros. Porém, o uso de estruturas mais complexas ainda é questionável. Como exemplo prático desta discussão na literatura, pode-se citar o trabalho realizado por Swanson e White (1997) que sugere que RNAs compostas de somente uma camada escondida já são boas alternativas em comparação aos modelos lineares tradicionais. Mas, enquanto isso, Hippert, Bunn e Souza (2005) encontraram boa performance de previsão ao utilizar redes neurais mais complexas para prever consumo diário de energia elétrica. Tais resultados evidenciam que podem existir ganhos em performance para as redes neurais ao se optar por estruturas com maior número de camadas escondidas. Porém, dado que as séries utilizadas nesta dissertação possuem uma amostra relativamente pequena de observações, optou-se por uma estrutura mais simples, seguindo o trabalho de Swanson e White (1997).

Por fim, a literatura também evoluiu nas métricas de acuracidade. De Gooijer e Hyndman (2006) avaliam que, nos artigos publicados entre o período de 1982 e 2005, 17 métricas foram utilizadas, sendo as principais delas MAPE e RMSE. Nesta dissertação, optou-se por utilizar estas duas como medidas de acuracidade, dada a alta frequência de uso na literatura. Porém, é válido ressaltar algumas de suas limitações: Chatfield (1988) e Armstrong e Collopy (1992) indicam que o RMSE não é apropriado para a comparação entre diferentes séries temporais, uma vez que é dependente da escala. Makridakis, Wheelwright e Hyndman (1998), por sua vez, apontam problemas para o MAPE quando as séries possuem valores próximos de zero.

3 REVISÃO TEÓRICA

Com o objetivo de introduzir alguns conceitos teóricos abordados na metodologia, esta seção é dividida em duas subseções: uma breve abordagem teórica do funcionamento dos modelos e seus parâmetros e uma revisão das duas métricas de acuracidade de previsão utilizadas neste trabalho.

3.1 Modelos de séries temporais e parâmetros

Seguindo a revisão histórica da literatura apresentada por De Gooijer e Hyndman (2006), este trabalho focou na construção de um estudo comparativo entre modelos tradicionais de séries temporais e modelos de previsão por redes neurais artificiais. Os representantes do primeiro grupo estudado foram os modelos *Naïve*, *Seasonal Naïve*, Holt-Winters e SARIMA. Para as redes neurais artificiais, foram estudadas as arquiteturas de rede neural *feedforward Multilayer Perceptron* (MLP) e recorrente *Long Short-Term Memory* (LSTM). Cada um dos modelos e seus parâmetros são descritos com maiores detalhes a seguir.

3.1.1 Métodos *Naïve* e *Seasonal Naïve*

O método *Naïve* de previsão, também conhecido como método ingênuo, assume que o melhor preditor para o próximo período é o período imediatamente anterior. Usualmente, este modelo não é utilizado na prática pelas suas limitações, mas funciona como um *benchmark* para o erro previsão em uma modelagem mais complexa. Autores como Makridakis et al. (1982), Makridakis et al. (1993) e Lawrance (2000) inclusive demonstram que esta abordagem de previsão pode atingir resultados satisfatórios em determinadas condições.

A equação que representa o método *Naïve* de previsão é dada por:

$$\hat{y}_{t+1} = y_t \quad (1)$$

Nas quais:

\hat{y}_{t+1} : valor previsto para o período t+1;

y_t : valor observado no período t.

O método *Naïve* pode ser adaptado para considerar a sazonalidade da série temporal. Esta adaptação é conhecida como *Seasonal Naïve* e é representada pela equação abaixo:

$$\hat{y}_{t+1} = y_{t-s} \quad (2)$$

Nas quais:

\hat{y}_{t+1} : valor previsto para o período t+1;

y_{t-s} : valor observado no período sazonal anterior.

Por fim, é válido destacar que o método *Naïve* não é parametrizável e o *Seasonal Naïve* só possui o parâmetro s , que correspondente ao período sazonal. Desta forma, conclui-se que a estrutura destes modelos é fixa e não é possível calibrá-los de forma a tentar gerar melhores resultados de previsão. Além disso, também não é possível incorporar variáveis exógenas nestes modelos.

3.1.2 Método Holt-Winters

Conforme mencionado na seção 2.3, os métodos de suavização exponencial podem assumir quinze formatos distintos, envolvendo as componentes de tendência e sazonalidade das séries. A formulação completa de todos os quinze métodos pode ser encontrada no trabalho de Gardner Jr. (2006). Nesta dissertação, são avaliados os dois mais aplicados na literatura, segundo De Gooijer e Hyndman (2006): o Holt-Winters aditivo e o Holt-Winters multiplicativo. Estes métodos se baseiam em três equações de suavização.

As equações que regem o método de Holt-Winters aditivo para a previsão do período t+1 são dadas abaixo:

$$\text{Nível: } L_t = \alpha * (y_t - S_{t-s}) + (1 - \alpha) * (L_{t-1} + b_{t-1}) \quad (3)$$

$$\text{Tendência: } b_t = \beta * (L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta) * b_{t-1} \quad (4)$$

$$\text{Sazonalidade: } S_t = \gamma * (y_t - L_t) + (1 - \gamma) * S_{t-s} \quad (5)$$

$$\text{Previsão: } \hat{y}_{t+1} = L_t + b_{t-1} + S_{t-s+1} \quad (6)$$

Por sua vez, o método de Holt-Winters multiplicativo é composto pelas seguintes equações para a previsão em t+1:

$$\text{Nível: } L_t = \alpha * \frac{y_t}{S_{t-s}} + (1 - \alpha) * (L_{t-1} + b_{t-1}) \quad (7)$$

$$\text{Tendência: } b_t = \beta * (L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta) * b_{t-1} \quad (8)$$

$$\text{Sazonalidade: } S_t = \gamma * \frac{y_t}{L_t} + (1 - \gamma) * S_{t-s} \quad (9)$$

$$\text{Previsão: } \hat{y}_{t+1} = (L_t + b_{t-1}) * S_{t-s+1} \quad (10)$$

Nas quais:

s: comprimento sazonal;

L_t : nível da série calculada no período t;

b_t : tendência da série calculada no período t;

S_t : componente sazonal calculada no período t;

\hat{y}_{t+1} : previsão da série para o período t+1;

y_t : valor observado no período t;

α , β e γ : parâmetros de suavização das componentes de nível, tendência e sazonalidade, respectivamente.

Os métodos de Holt-Winters são conhecidos por atribuírem maior peso às observações mais recentes para a construção das previsões dos próximos períodos, capturando as dinâmicas da tendência e sazonalidade de curto prazo. É de se esperar, portanto, que estes métodos sejam capazes de gerar previsões acuradas apenas em horizontes curtos de previsão. Por fim, é válido ressaltar que, assim como nos métodos *Naïve* e *Seasonal Naïve*, não é possível incorporar variáveis exógenas nos modelos de Holt-Winters.

3.1.3 Modelo SARIMA

O modelo SARIMA é uma variação do modelo ARIMA, no qual a sazonalidade é modelada por um processo estocástico. Ambos os modelos são regressões lineares, nas quais a variável explicada y_t é determinada por um processo autoregressivo (AR), sendo função linear das observações passadas. A consolidação da literatura sobre os processos autorregressivos foi iniciada por Box e Jenkins (1970). Os autores desenvolveram um método de identificação, estimação e verificação de séries temporais, que ficou conhecido na literatura como **método Box-Jenkins**.

Para determinar um modelo ARIMA são necessários três parâmetros – **p**, **d** e **q** – e, para o SARIMA, sete parâmetros – **p**, **d**, **q**, **P**, **D**, **Q** e **s**. Caso a série temporal não seja estacionária, a indução de estacionariedade se faz necessária. Para isto ocorrer, o parâmetro **d** do modelo ARIMA, que diz respeito à diferenciação da série, deve ser assumir um valor diferente de zero. É válido ressaltar que, usualmente, as séries econômicas não são estacionárias. A generalização do modelo SARIMA (p,d,q)(P,D,Q)s a partir do modelo ARIMA (p,d,q) consiste em incluir novos parâmetros autorregressivos e de média móvel (MA), calculados no período sazonal **s**. Também é possível induzir estacionariedade na série temporal a partir da diferença em relação ao período sazonal, determinada pelo parâmetro **D**.

Portanto, um modelo SARIMA (p,d,q)(P,D,Q)s genérico pode ser expresso pelo seguinte conjunto de equações:

$$\Phi(L^s)\phi(L)\Delta^d\Delta_s^D y_t = \theta_0 + \theta(L^s)\theta(L)\epsilon_t \quad (11)$$

$$y_t^* = (1 - L)^d (1 - L^s)^D y_t \quad (12)$$

$$\phi(L) = 1 - \phi_1 L - \dots - \phi_p L^p \quad (13)$$

$$\theta(L) = 1 + \theta_1 L - \dots + \theta_q L^q \quad (14)$$

$$\Phi(L^s) = 1 - \phi_1 L^s - \dots - \phi_P L^{Ps} \quad (15)$$

$$\Theta(L^s) = 1 + \theta_1 L^s - \dots + \theta_Q L^{Qs} \quad (16)$$

Nas quais:

s : período sazonal da série temporal;

$\Phi(L^s)$: operador defasagem aplicado ao componente autorregressivo sazonal de ordem P , definido pela equação (15);

$\phi(L)$: operador defasagem aplicado ao componente autorregressivo de ordem p , definido pela equação (13);

Δ^d : operador diferença de ordem d , componente da equação (12);

Δ_s^D : operador diferença de ordem D aplicado ao período sazonal, componente da equação (12);

$\Theta(L^s)$: operador defasagem aplicado ao componente de média móvel sazonal de ordem Q , definido pela equação (16);

$\theta(L)$: operador defasagem aplicado ao componente de média móvel de ordem q , definido pela equação (14);

ε_t : erro do modelo com distribuição normal, média zero e variância constante ao longo do tempo;

$\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_q, \phi_1, \dots, \phi_p, \theta_1, \dots, \theta_Q, \phi_1, \dots, \phi_P$: coeficientes estimados pela regressão.

Como os modelos ARIMA e SARIMA são, em sua essência, regressões lineares, é possível incluir variáveis exógenas explicativas na modelagem. Este ganho em flexibilidade é fundamental para a geração de um maior poder preditivo, uma vez que podem existir fatores exógenos que influenciam na dinâmica das séries, mas não são capturados por tendência ou sazonalidade.

3.1.4 Redes neurais artificiais MLP e LSTM

Primeiramente, é necessário citar que a literatura que abrange os modelos de redes neurais artificiais é vasta e ainda está em desenvolvimento. Apesar das primeiras pesquisas na área surgirem na década de 1940, somente nas últimas décadas, com a evolução do poder de processamento de dados, é que apareceram os primeiros casos práticos de modelagem com redes neurais artificiais. Atualmente, o estado da arte da técnica envolve aplicações como reconhecimento facial, reconhecimento de voz e processamento de linguagem natural.

Um modelo de rede neural recebe esse nome pela forma lúdica de como o algoritmo é construído para imitar o funcionamento de um cérebro humano, no qual o processamento das informações se dá de forma não linear e paralela. A rede neural se assemelha ao cérebro humano nos seguintes aspectos: o “conhecimento” é adquirido através de um processo de aprendizagem e as conexões entre os neurônios ocorrem por “pesos sinápticos”, responsáveis pelo armazenamento de informações.

Como modelo matemático, as redes neurais artificiais possuem algumas desvantagens: necessitam de um grande volume de dados para treinamento do modelo; o algoritmo de *backpropagation*, o qual é responsável por atualizar os pesos da rede a cada iteração (*epoch*), pode exigir tempo elevado de processamento; e, por fim, são considerados modelos “caixa-preta”, com baixa interpretabilidade dos resultados. Ainda assim, caso a previsão seja o objetivo principal de utilização do algoritmo, redes neurais artificiais demonstraram ser vantajosas pela capacidade de encontrar padrões não lineares nos dados.

Dada a complexidade desse tipo de modelo e o alto nível de detalhamento necessário para descrever rigorosamente os cálculos matemáticos que geram a convergência dos algoritmos, o objetivo desta seção é introduzir a intuição dos componentes, parâmetros e funcionamento das redes neurais. No decorrer das descrições são apresentados os artigos mais relevantes da literatura que possuem a demonstração matemática. Como o funcionamento das redes neurais varia de acordo com a estrutura da rede, esta introdução foi dividida nos dois tipos de arquitetura exploradas neste trabalho: a rede neural *feedforward* MLP e a rede neural recorrente LSTM.

Multilayer Perceptron (MLP)

Antes de introduzir o conceito da arquitetura de rede neural MLP, uma breve explicação do seu principal componente, o neurônio, se faz necessária. O neurônio nada mais é do que um modelo matemático composto por uma soma ponderada das variáveis de entrada seguida por uma função de ativação. Esta função é, usualmente, não linear e é a principal responsável por gerar a capacidade da rede neural de encontrar padrões não lineares nos dados. A arquitetura de rede neural *feedforward* mais simples, composta de apenas um neurônio, é conhecida como *Perceptron* e foi desenvolvida por Frank Rosenblatt em 1957. A Figura 1 exibe o funcionamento do *Perceptron*:

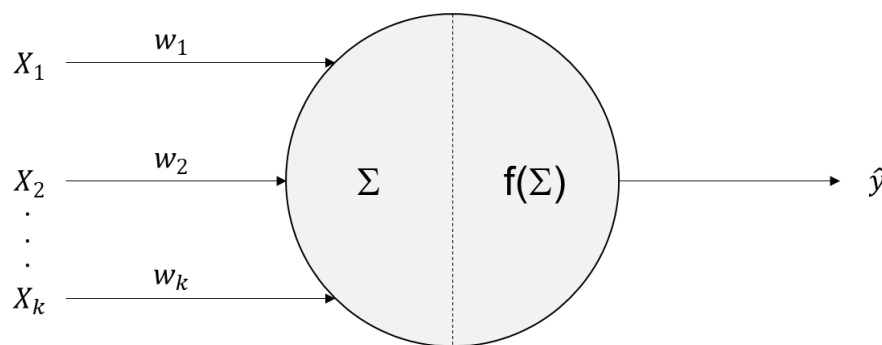


Figura 1 – Funcionamento de um *Perceptron*

Fonte: Elaboração própria.

Nas quais:

X_1, X_2, \dots, X_k : variáveis de entrada (explicativas);

w_1, w_2, \dots, w_k : pesos atribuídos a cada variável;

Σ : função soma das variáveis de entrada;

$f(\Sigma)$: função de ativação aplicada após o cálculo da soma ponderada;

\hat{y} : valor predito pelo *Perceptron*.

Os pesos w_1, w_2, \dots, w_k são, portanto, os coeficientes que são atualizados no processo de aprendizado do algoritmo para gerar a convergência do valor previsto \hat{y} para a variável explicada y . Desta forma, pode-se concluir que, quanto maior o valor

do peso atribuído a uma variável explicativa, maior a sua representatividade para a explicação do fenômeno.

Um dos componentes a ser escolhido, portanto, durante a definição de uma rede neural, é a função de ativação que é aplicada à soma ponderada das variáveis. São encontradas, na literatura, diversas funções que cumprem o objetivo de gerar não linearidade na rede neural. Este trabalho foca na utilização de duas das principais funções: a sigmoide e a *Rectified Linear Unit* (ReLU), expressas pelas equações (17) e (18), respectivamente:

$$\text{Sigmoide: } f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}} \quad (17)$$

$$\text{ReLU: } f(x) = \max(0, x) \quad (18)$$

A escolha das duas funções deu-se pelos seguintes motivos:

1. A função sigmoide foi escolhida por ser o exemplo mais clássico de função de ativação, utilizada na literatura desde a década de 1980, segundo Specht (1990) e sua aplicação pode ser encontrada em Rumelhart et al. (1986). Alguns autores como Zadeh et al. (2010), Glorot e Bengio (2010) e Karlic e Olgac (2011) testaram a performance da função sigmoide com outras funções de ativação.
2. O uso da função ReLU é relativamente recente, iniciado por Nair e Hinton (2010) e, desde então, trabalhos como o de Glorot et al. (2011) e Maas et al. (2013) demonstraram que esta função de ativação consegue gerar ganhos em acuracidade em determinadas condições.

Assim, uma vez definido o componente principal de uma rede neural, é possível definir uma arquitetura através da organização de múltiplos neurônios. A arquitetura mais comum é a *Multilayer Perceptron* (MLP), que consiste em organizar sequencialmente os neurônios em **camadas**, contendo: uma camada de entrada com as variáveis explicativas X_1, X_2, \dots, X_k , uma ou mais camadas escondidas – também chamadas de *hidden layers* – e uma camada de saída, responsável por gerar o *output* do modelo. A Figura 2 exibe um exemplo de arquitetura de rede neural MLP:

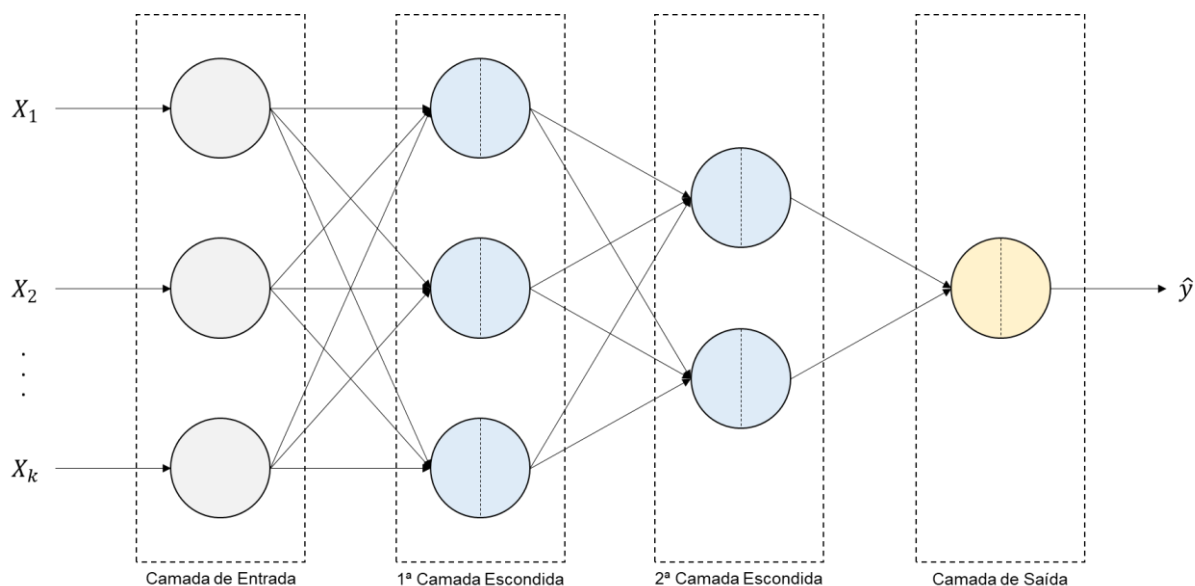


Figura 2 – Arquitetura da rede neural *Multilayer Perceptron*

Fonte: Elaboração própria.

No exemplo da Figura 2, a rede neural possui duas camadas escondidas, contendo três neurônios na primeira camada e dois neurônios na segunda. A função da camada escondida é gerar novas variáveis a partir das variáveis de entrada através dos cálculos dos *Perceptrons*. Assim, quanto maior o número de camadas escondidas compondo a rede neural, maior a capacidade da mesma em “abstrair” novas variáveis dos dados originais. Porém, a desvantagem deste tipo de abordagem, conforme dito anteriormente, é a perda de interpretabilidade dos resultados. O motivo pelo qual a rede neural MLP é dita como *feedforward* também pode ser observado na Figura 2: o fluxo dos cálculos é sequencial em relação às camadas e paralelo em relação aos neurônios de uma mesma camada. Desta forma, os *outputs* de cada *Perceptron* não retornam para camadas anteriores e não são *inputs* para os outros neurônios da mesma camada.

Uma vez descrita a intuição da rede neural MLP, é necessário explicar o mecanismo de funcionamento com o qual o modelo consegue gerar uma boa predição para o fenômeno y . Este processo se dá através de um algoritmo de otimização, no qual é minimizada uma função de custo (*loss function*). Embora autores como Aye et al. (2015) tenham adaptado a função de custo para penalizar mais os erros em períodos de *boom* e recessão econômica, este trabalho optou por utilizar a métrica MSE convencional como função a ser minimizada nas redes neurais. A equação (19) define o cálculo do MSE:

$$MSE = \frac{1}{N} * \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (19)$$

Nas quais:

y_i : valor real da observação i ;

\hat{y}_i : valor previsto para a observação i ;

N : total de observações.

A função de custo é, portanto, dependente dos pesos atribuídos em cada neurônio da rede neural e estes são atualizados pelo algoritmo de otimização. Estas atualizações de pesos são chamadas de *epochs* e podem ocorrer de duas formas distintas: (1) considerando toda a amostra N de observações ou (2) considerando apenas um “lote” de dados por vez. O parâmetro que determina o tamanho deste lote é denominado *batch size*. É válido ressaltar que a atualização em lotes acelera o processamento, mas corre-se o risco de uma *epoch* não capturar um padrão não linear presente na amostra de dados de fora do lote.

O algoritmo mais utilizado para a minimização da função de custo é o *Gradient Descent*, que pode ser entendido como uma “descida” na superfície da função na direção do vetor gradiente em relação aos parâmetros da rede neural. A este vetor é aplicada uma taxa chamada de taxa de aprendizado (*learning rate*), responsável por gerar uma variação no valor da função. É intuitivo pensar que, quanto menor a taxa de aprendizado, mais iterações são necessárias para a convergência ao valor mínimo e, portanto, maior o tempo de processamento. Porém, uma *learning rate* menor ajuda a prevenir problemas de convergência, conforme a função se aproxima do valor mínimo. A atualização de cada um dos pesos da rede neural se dá através dos cálculos das derivadas parciais da função de custo, em um mecanismo conhecido como *backpropagation*. Os cálculos formais do *Gradient Descent* e do mecanismo de *backpropagation* podem ser consultados no trabalho de Widrow e Lehr (1990).

A principal desvantagem do *Gradient Descent* é a limitação da taxa de aprendizado se manter fixa durante as *epochs* da rede neural. Assim, com o avanço da literatura, surgiram otimizadores capazes de adaptar os valores da *learning rate* conforme há a convergência da função de custo ao valor mínimo. Esta otimização ficou conhecida na literatura como otimização adaptativa.

Ruder (2017) avaliou o desempenho dos principais otimizadores e concluiu que, caso haja escassez de dados, melhores resultados são obtidos com os métodos adaptativos das taxas de aprendizado. Como este é o caso das séries apresentadas neste trabalho, optou-se pelos otimizadores **Adam** e **RMSProp**, avaliados por Ruder (2017) como os de melhor desempenho.

É importante ressaltar que arquiteturas de redes neurais mais complexas, com maior número de neurônios e *hidden layers*, podem sofrer da famosa “maldição da dimensionalidade”, descrita por Bellman (1957), que diz que um alto número de parâmetros pode contribuir negativamente para a performance do modelo. Por isso, dada a amostra limitada de dados nas séries estudadas neste trabalho, optou-se pela utilização de uma arquitetura mais simples, contendo apenas uma camada escondida.

Long Short-Term Memory (LSTM)

Para introduzir os conceitos teóricos dos componentes que compõem uma rede neural *Long Short-Term Memory* (LSTM), é necessário, primeiramente, explicar a distinção entre uma arquitetura de rede neural *feedforward*, introduzida na seção anterior, e a arquitetura de rede neural recorrente.

Uma das principais limitações de uma estrutura *feedforward* é que este tipo de rede neural não é capaz de capturar o dinamismo e o sequenciamento nos dados e variáveis explicativas, uma vez que a soma ponderada destas variáveis é calculada paralelamente nos neurônios de uma camada escondida. Desta forma, de forma ainda conceitual, pode-se entender a rede neural recorrente como uma solução ao problema de sequenciamento de uma rede neural *feedforward*. A rede neural recorrente é um tipo de arquitetura em que ocorrem *loops* nos cálculos dos neurônios de uma camada escondida. Nestes *loops*, *outputs* de cálculos anteriores se tornam novas variáveis de entrada.

Como a estrutura de dados de séries temporais é o exemplo mais clássico no qual a sequência de informações é um fator relevante na predição de um fenômeno y , o subscrito t foi utilizado para representar esta sequência nos dados. A Figura 3 apresenta o fluxo de funcionamento de uma rede neural recorrente:

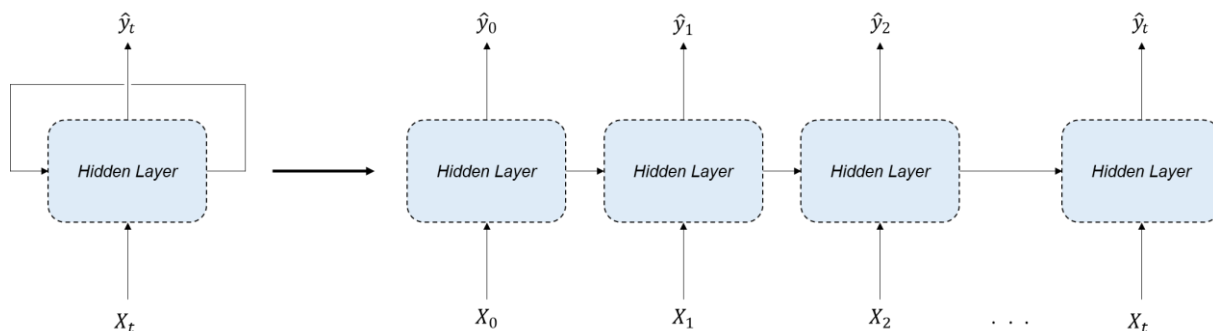


Figura 3 – Funcionamento de uma rede neural recorrente

Fonte: Elaboração própria.

Nas quais:

X_0, X_1, \dots, X_t : variáveis explicativas nos períodos 0, 1, ... , t;

$\hat{y}_0, \hat{y}_1, \dots, \hat{y}_t$: valor predito para a variável resposta nos períodos 0, 1, ... , t.

Embora, conceitualmente, este tipo de arquitetura permita o aprendizado de interdependência temporal de longo prazo, Bengio et al. (1994) demonstraram que existem limitações no uso de técnicas de otimização baseadas no *Gradient Descent* neste tipo de arquitetura de rede neural, pois os erros se propagam ao longo da rede e impactam a magnitude dos pesos. Assim, o gradiente pode tanto assumir valores muito próximos de zero quanto crescer exponencial ao longo do treinamento da rede. No artigo de Gers, Schmidhuber e Cummins (2000), os autores relatam que as redes neurais recorrentes usuais da época não conseguiam aprender padrões relevantes acima de dez defasagens.

A estrutura da LSTM foi desenvolvida em 1997 por Sepp Hochreiter e Jürgen Schmidhuber com o objetivo de solucionar o problema do gradiente. Assim como as demais redes neurais recorrentes, a LSTM também possui uma estrutura sequencial semelhante à exibida na Figura 3. Porém, ao invés de possuir uma camada escondida de *Perceptrons*, com funções de ativação previamente estabelecidas, a estrutura da camada escondida da LSTM é conhecida como célula de memória (*memory block*) e pode ser encontrada na Figura 4. Um ponto importante a se ressaltar é de que a estrutura apresentada na figura já contempla a modificação proposta por Gers, Schmidhuber e Cummins (2000). Esta modificação baseia-se na adição de um novo componente, conhecido como portão de esquecimento, à estrutura original da LSTM.

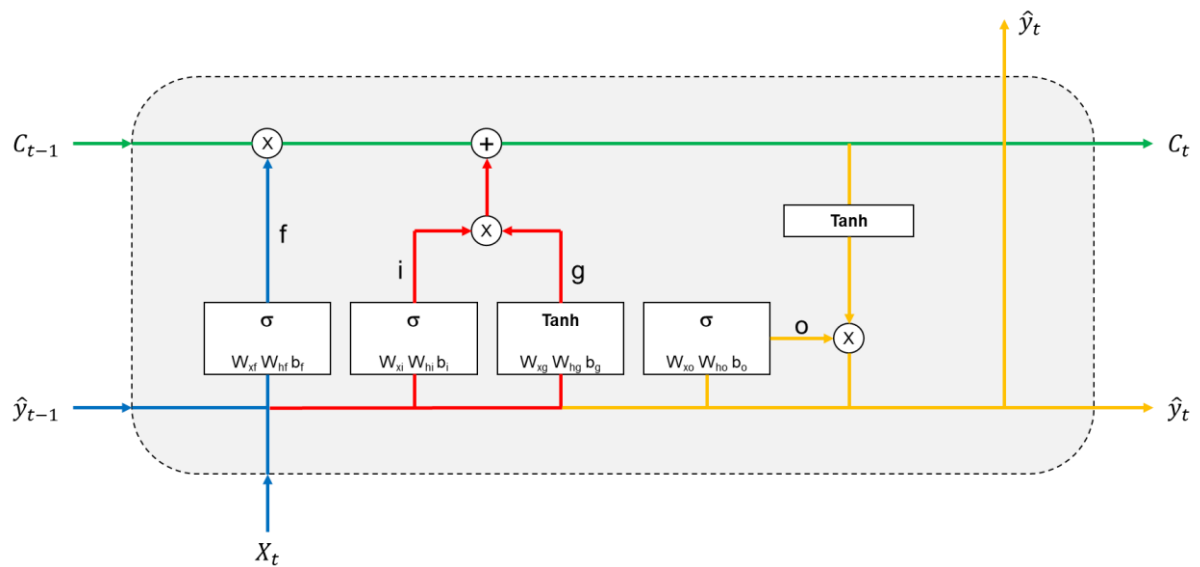


Figura 4 – Célula de memória LSTM

Fonte: Elaboração própria.

Nas quais:

X_t : variáveis explicativas no período t ;

\hat{y}_{t-1} , \hat{y}_t : valor predito para a variável resposta nos períodos $t-1$ e t ;

C_{t-1} , C_t : estado da célula de memória calculado nos períodos $t-1$ e t ;

W_{xf} , W_{hf} , b_f , W_{xi} , W_{hi} , b_i , W_{xg} , W_{hg} , b_g , W_{xo} , W_{ho} , b_o : pesos da rede neural.

Os cálculos formais que são realizados na estrutura da LSTM podem ser encontrados no artigo de Gers, Schmidhuber e Cummins (2000). Nesta dissertação, é apresentada somente a intuição do funcionamento da estrutura devido ao alto nível de detalhamento necessário para explicar rigorosamente os cálculos.

O principal componente que rege o funcionamento da LSTM é chamado de estado da célula (*cell state*) e é definido pela **linha verde** da Figura 4. Neste componente, as informações relevantes à interdependência temporal das variáveis são armazenadas. Os demais componentes da LSTM são responsáveis por decidir e calibrar quais informações são removidas ou adicionadas ao estado da célula. Estes componentes reguladores são chamados de “portões” pela literatura e são definidos a seguir:

- 1. Portão de esquecimento (f) – linha azul:** Primeira interação que ocorre na célula de memória. Este “portão” é o responsável por decidir quais informações de X_t ,

adicionadas ao *output* da célula anterior, \hat{y}_{t-1} , são **removidas** do estado da célula. Esta decisão se dá através de uma transformação sigmoide, cujo *output* é um valor entre zero e um. O valor unitário representa a manutenção integral da informação e o valor zero representa o total descarte desta. Assim, esta etapa é a responsável por “resetar” o estado da célula quando dados de períodos muito distantes deixam de ser relevantes para explicar os valores mais atuais da série;

2. **Portão de entrada (i) e nó de entrada (g) – linha vermelha:** Responsáveis por decidir quais informações de X_t , adicionadas ao *output* da célula de memória anterior, \hat{y}_{t-1} , são **adicionadas** ao estado da célula. Este cálculo é realizado em duas etapas: a primeira através de uma função sigmoide, que decide quais informações são atualizadas e a segunda através de uma função tangente hiperbólica, que gera um vetor de possíveis valores. Os *outputs* desta etapa, somados aos *outputs* do portão de esquecimento, atualizam o estado da célula no período t .
3. **Portão de saída (o) – linha laranja:** Responsável por decidir quais informações passam para a próxima célula de memória. O *output* deste “portão” é o estado atual da célula, previamente calculado no passo anterior, removido de algumas informações. Neste caso, são aplicadas as funções sigmoide e tangente hiperbólica para gerar o *output* \hat{y}_t .

Apesar da arquitetura LSTM ser muito diferente da *feedforward* MLP, os principais conceitos de otimizadores, funções de custo e processamento de dados em lotes se mantêm em ambas as estruturas de redes neurais.

3.2 Métricas de acuracidade de previsão

Conforme abordado na seção 2.3, a revisão histórica da literatura de previsão de séries temporais feita por De Gooijer e Hyndman (2006) indicou a utilização de 17 métricas de erros de previsão pela academia, das quais RMSE e

MAPE destacam-se como as mais utilizadas. As equações que definem estes erros são dadas a seguir:

$$RMSE = \left(\frac{1}{N} * \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (20)$$

$$MAPE = \frac{1}{N} * \sum_{i=1}^N \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right| \quad (21)$$

Nas quais:

y_i : valor observado no período i ;

\hat{y}_i : valor previsto no período i ;

N : total de observações temporais.

Pelas equações apresentadas, é possível verificar que o RMSE penaliza mais os erros, uma vez que estes são calculados na forma quadrática. Além disso, não é recomendado utilizar esta métrica para comparar diferentes séries temporais, uma vez que ela depende dos valores absolutos dos erros e estes variam conforme a escala da série temporal. Porém, o RMSE pode ser utilizado como um indicador de previsão em momentos de aumento repentino de volatilidade, pois espera-se um erro maior nestas condições. No caso das séries temporais de vendas do varejo, este fenômeno ocorre em feriados e datas comemorativas ao longo do ano.

Por fim, a métrica MAPE é calculada de forma relativa ao valor da série, permitindo que esta possa ser comparada entre diferentes séries de tempo.

4 METODOLOGIA E ANÁLISES

Nesta seção, são abordados os tópicos principais relacionados à metodologia aplicada no trabalho e análises construídas antes das previsões das séries temporais. A seção é subdividida em seis tópicos:

1. **Séries temporais e fonte de dados:** Breve descrição da fonte geradora dos dados e definição dos períodos *in-sample* e *out-of-sample*;
2. **Análise univariada:** Análise qualitativa dos gráficos e correlogramas das séries temporais;
3. **Sazonalidade e efeito calendário:** Descrição das variáveis empregadas para modelar a sazonalidade do varejo;
4. **Metodologia de previsão:** Definição da metodologia aplicada para avaliação de modelos e métricas utilizadas. Também são descritos os horizontes de previsão definidos para o período *out-of-sample*;
5. **Testes de raiz unitária:** Definição dos testes de raiz unitária aplicados nas séries temporais e resultados;
6. **Parametrização dos modelos:** Definição do espectro de parâmetros testados para o período *in-sample*.

4.1 Séries temporais e fonte de dados

As séries estudadas nesta dissertação são oriundas da agregação de transações em cartão capturadas por uma empresa brasileira do setor de adquirência nos estabelecimentos comerciais em que ela está presente. Neste agregado, constam apenas as transações autorizadas, ou seja, aquelas em que realmente houve a confirmação da circulação do valor monetário da transação entre o portador do cartão e o estabelecimento comercial. A Figura 5 exibe de forma simplificada o fluxo de dados e as entidades que participam do processo da autorização de transação em cartão no mercado de adquirência brasileiro.

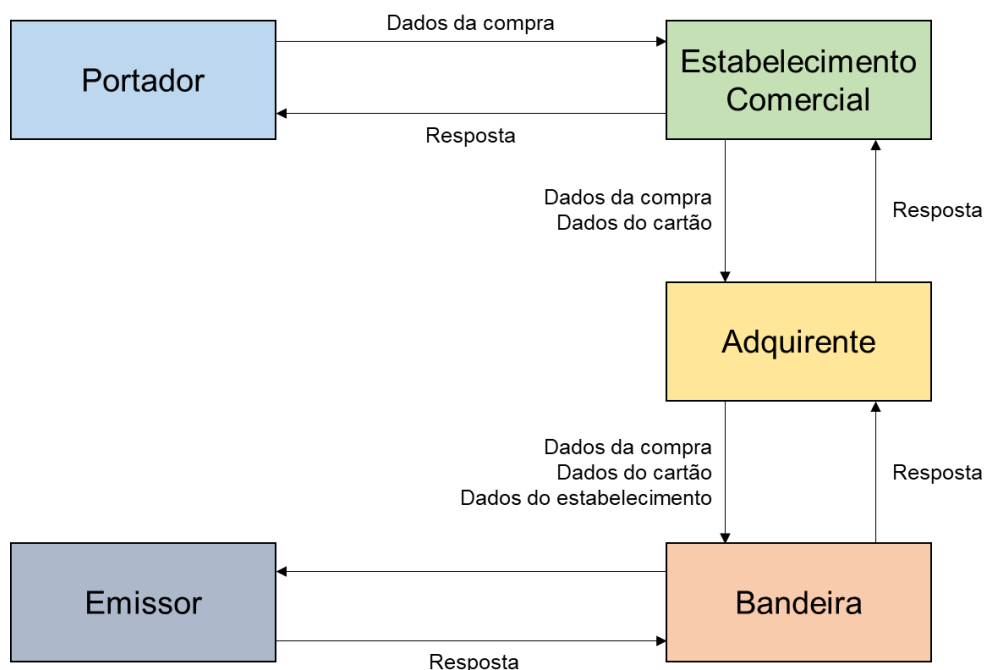


Figura 5 – Fluxo de autorização de uma transação com cartão

Fonte: Elaboração própria.

Desta forma, foram construídas quatro séries temporais em frequência diária na forma de índice em base 100. Estas séries correspondem ao total do faturamento nominal de vendas em cartão dos estabelecimentos comerciais. O período analisado é de 01/01/2014 a 31/07/2018, constituindo um histórico de aproximadamente 4,5 anos de dados em um total de 1673 observações para cada série. O dia 02/01/2014 foi escolhido como referência para representar o valor em base 100.

Cada série é definida da seguinte forma:

- Índice do varejo (**GERAL**): composto pelo faturamento nominal agregado de todos os estabelecimentos comerciais;
- Índice de bens não duráveis (**NAODURAVEIS**): composto pelo faturamento nominal agregado dos estabelecimentos comerciais dos setores de bens não duráveis e semiduráveis;
- Índice de bens duráveis (**DURAVEIS**): composto pelo faturamento nominal agregado dos estabelecimentos comerciais dos setores de bens duráveis;
- Índice de serviços (**SERVICOS**): composto pelo faturamento nominal agregado dos estabelecimentos comerciais prestadores de serviço.

A Tabela 1 descreve os setores do varejo brasileiro que compõem as séries NAODURAVEIS, DURAVEIS e SERVICOS:

Tabela 1 – Setores do varejo que compõem as séries NAODURAVEIS, DURAVEIS e SERVICOS

NAODURAVEIS	DURAVEIS	SERVICOS
Cosméticos e higiene pessoal	Artigos esportivos	Agências e operadores de viagens
Drogarias e farmácias	Eletroeletrônicos	Bares e restaurantes
Livrarias e papelarias	Lojas de departamento	Aluguel de veículos
Postos de Gasolina	Materiais para construção	Autopeças e serviços automotivos
Supermercados e hipermercados	Móveis e decoração	Companhias aéreas
Varejo alimentício especializado	Óticas e joalherias	Estética e cabeleireiros
Veterinárias e pet-shops	Vestuário	Hotéis
		Recreação e lazer
		Transporte

Fonte: Elaboração própria.

Por fim, cada série foi dividida em dois períodos: *in-sample* e *out-of-sample*. O trecho *in-sample* corresponde ao período entre 01/01/2014 e 31/07/2017 em um total de 1308 observações para cada série. O trecho *out-of-sample* corresponde ao período entre 01/08/2017 e 31/07/2018 em um total de 365 observações para cada série. A divisão dos períodos foi realizada desta forma para manter todos os dias de um ano completo no trecho *out-of-sample*.

4.2 Análise univariada

A seguir, são exibidas as análises exploratórias que foram construídas para as quatro séries temporais. As análises foram divididas em quatro partes:

1. Análise gráfica temporal com a divisão entre os trechos *in-sample* e *out-of-sample*;
2. Estatísticas descritivas da série e histograma;
3. Função de autocorrelação (FAC);
4. Função de autocorrelação parcial (FACP);

Posteriormente, é feita uma análise qualitativa para as séries destacando os pontos principais das análises gráficas.

GERAL

As análises da série GERAL são resumidas na Figura 6:

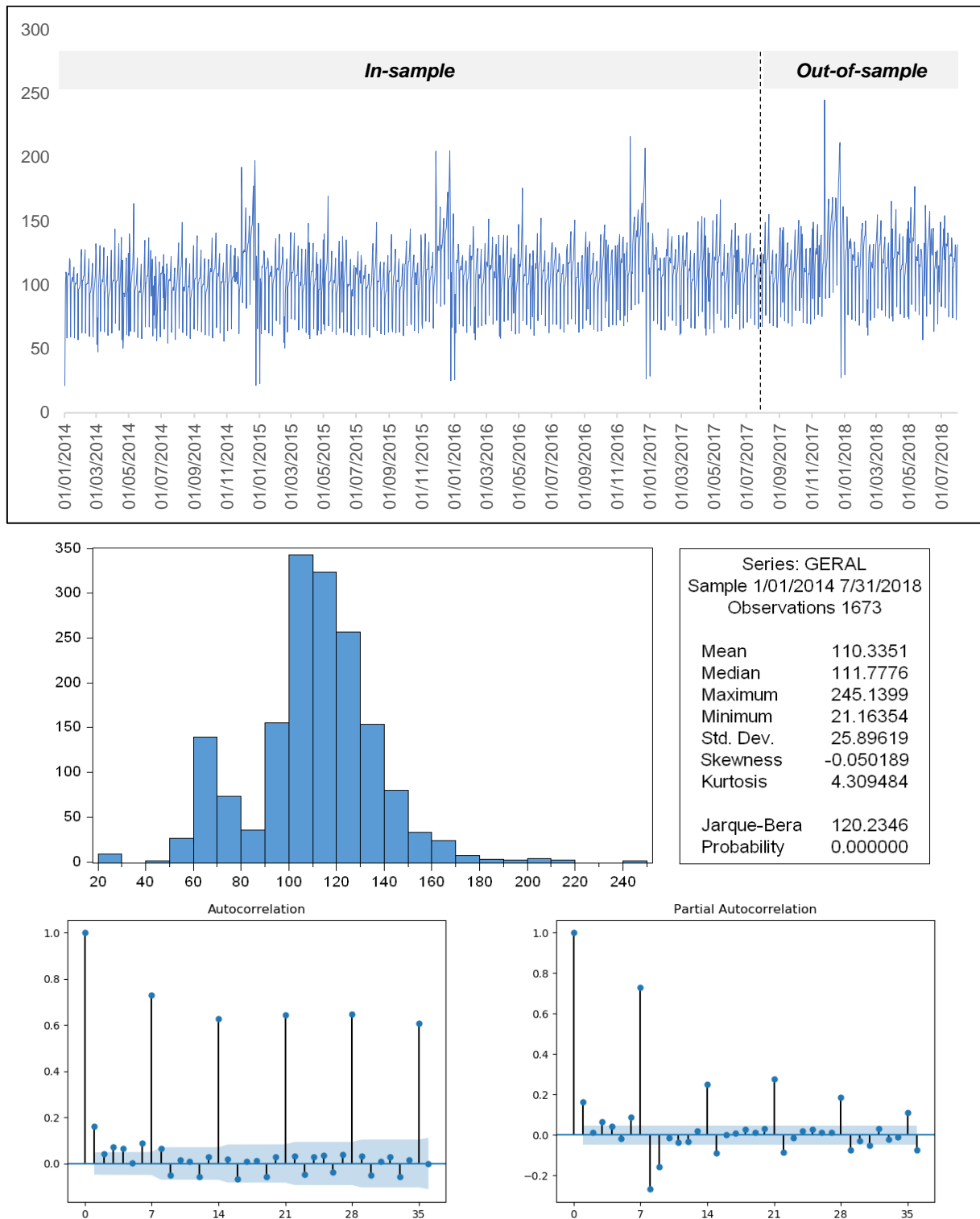


Figura 6 – Gráfico, estatísticas descritivas, FAC e FACP da série GERAL

Fonte: Elaboração própria.

NAODURAVEIS

As análises da série NAODURAVEIS são resumidas na Figura 7:

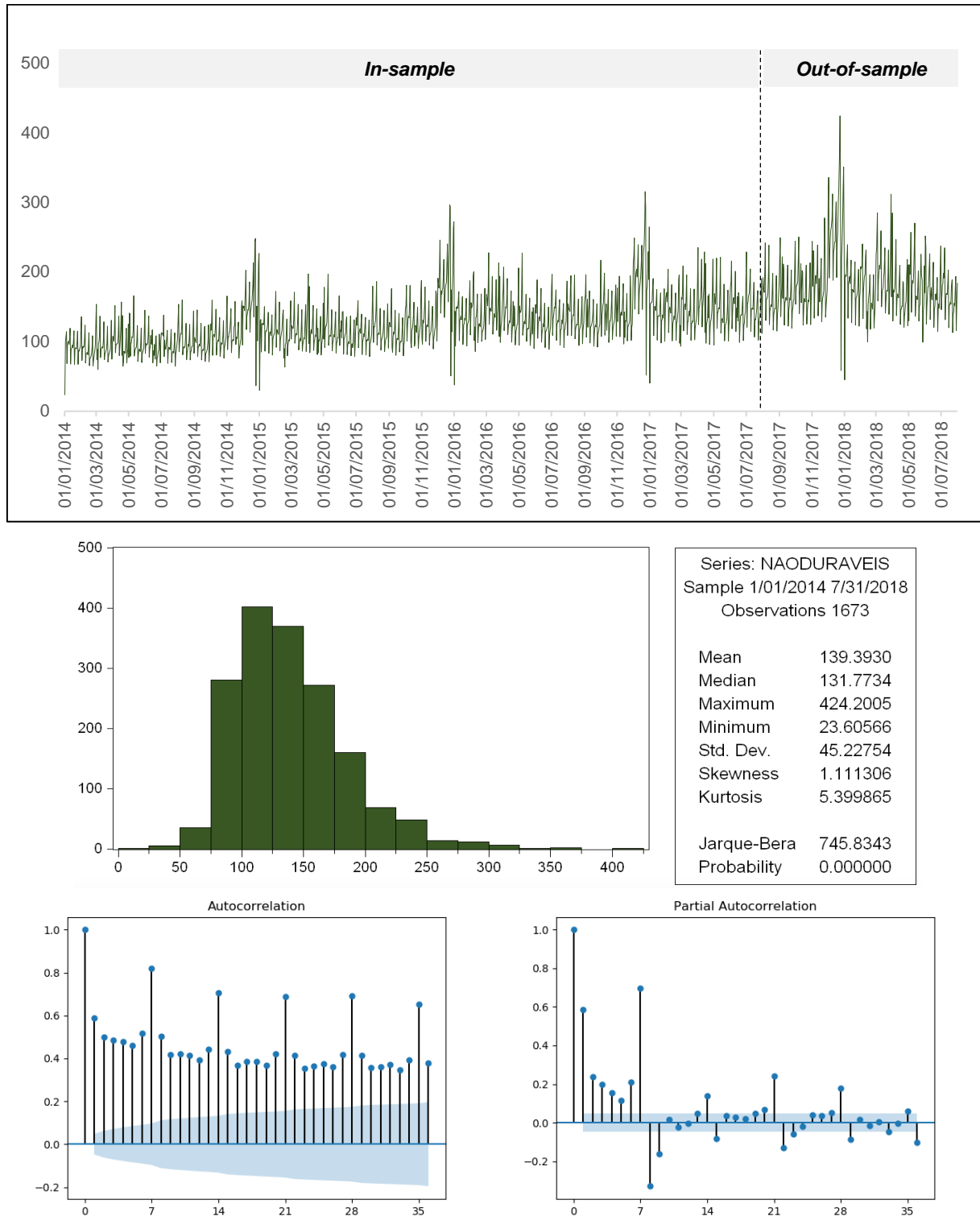


Figura 7 – Gráfico, estatísticas descritivas, FAC e FACP da série NAODURAVEIS

Fonte: Elaboração própria.

DURAVEIS

As análises da série DURAVEIS são resumidas na Figura 8:

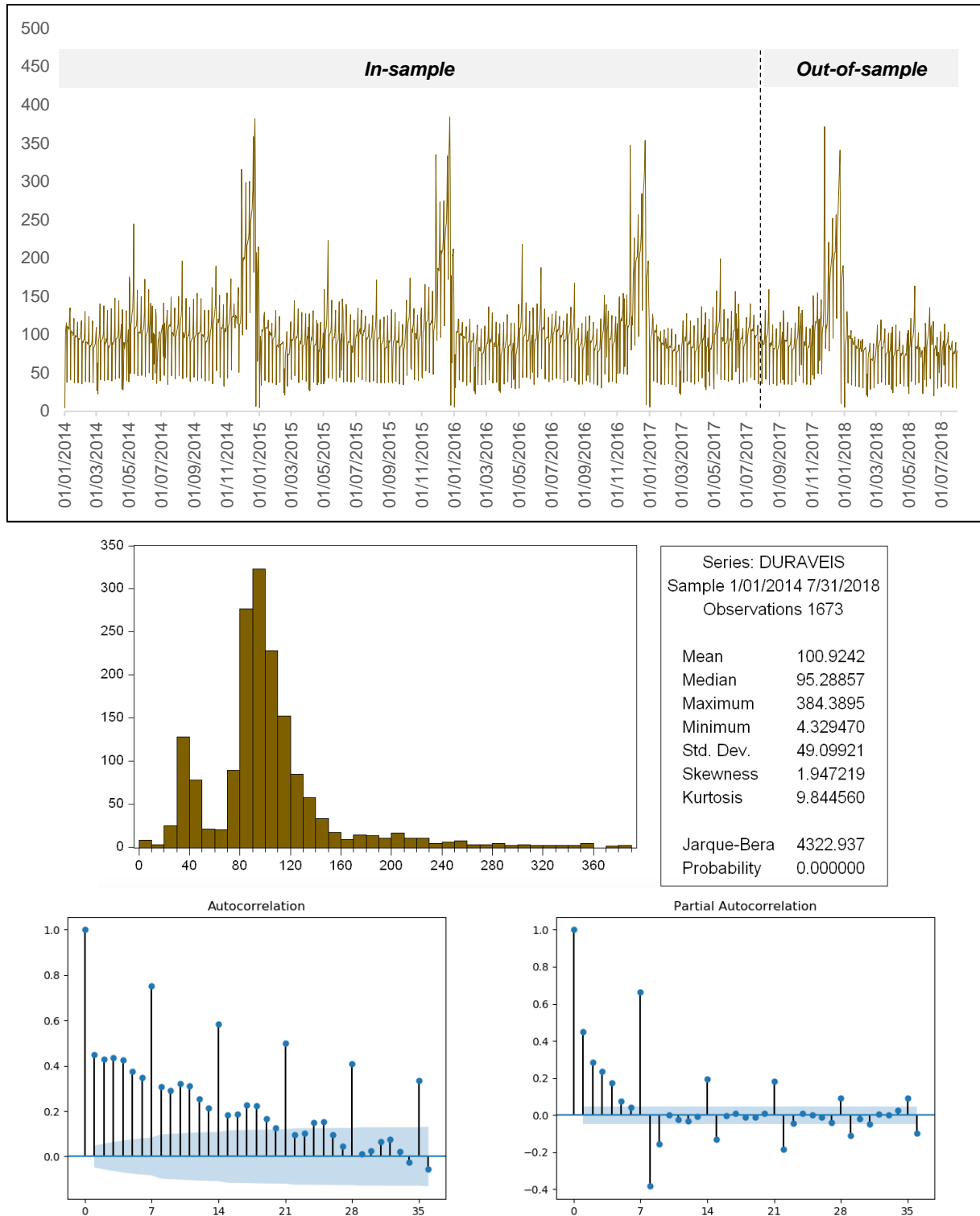


Figura 8 – Gráfico, estatísticas descritivas, FAC e FACP da série DURAVEIS

Fonte: Elaboração própria.

SERVICOS

As análises da série SERVICOS são resumidas na Figura 9:

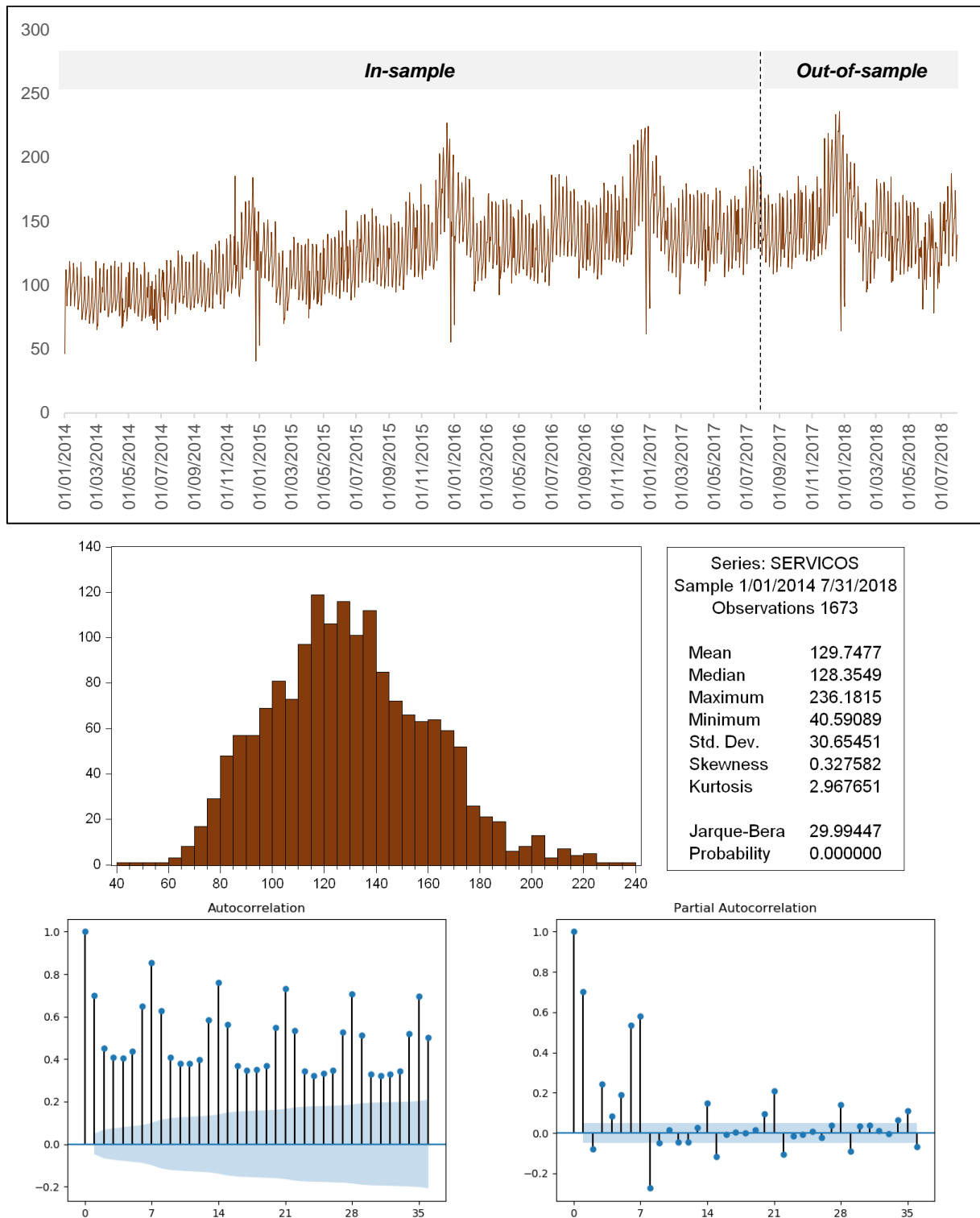


Figura 9 – Gráfico, estatísticas descritivas, FAC e FACP da série SERVICOS

Fonte: Elaboração própria.

Todas as quatro séries demonstraram possuir um forte comportamento sazonal, como pode ser observado pela análise das FACP's. As correlações parciais mais fortes se encontram até a sétima defasagem e, posteriormente, em defasagens múltiplas de sete, indicando forte sazonalidade entre os dias da semana. Os valores exatos das correlações até a trigésima sexta defasagem e os respectivos testes Q de Ljung-Box (no qual a hipótese nula é de que não existe autocorrelação até a n-ésima defasagem) podem ser encontrados no Anexo A deste trabalho.

Outro aspecto que as quatro séries apresentam em comum é a presença de picos e vales mais fortes em determinados dias do ano. Estes dias correspondem a feriados e datas comemorativas e são abordados com mais detalhes na próxima subseção. A Tabela 2 exibe as datas exatas dos maiores e menores índices de faturamento em cada série:

Tabela 2 – Maiores picos e vales de faturamento por série

Série	Mínimo		Máximo	
	Valor	Dia	Valor	Dia
GERAL	21,16354	01/01/2014	245,1399	24/11/2017
NAODURAVEIS	23,60566	01/01/2014	424,2005	23/12/2017
DURAVEIS	4,32947	01/01/2014	384,3895	23/12/2015
SERVICOS	40,59089	25/12/2014	236,1815	22/12/2017

Fonte: Elaboração própria.

É possível verificar que o dia do Natal e o primeiro dia do ano são os de menor faturamento do varejo. Já os dias que antecedem o Natal e o dia da *Black Friday*, que ocorre na última sexta-feira do mês de novembro, são os de maior faturamento.

Pelas análises das estatísticas descritivas, conclui-se que as séries NAODURAVEIS e DURAVEIS são assimétricas à direita e as séries GERAL e SERVICOS são relativamente simétricas. Entretanto, todas as séries demonstram possuir excesso de curtose e é rejeitada a hipótese nula de normalidade pelo teste de Jarque-Bera.

Por fim, embora as quatro séries aparentem possuir um comportamento semelhante de forma geral, é importante destacar algumas diferenças entre elas. Estas diferenças se dão tanto na tendência quanto no padrão sazonal exibido ao longo de todo o período:

1. A série GERAL demonstra uma tendência de crescimento desde o início do período e o padrão sazonal se mantém estável ao longo dos anos;
2. A série NAODURAVEIS, por sua vez, exibe uma tendência mais forte de crescimento e um aumento de volatilidade no período *out-of-sample*;
3. Já a série DURAVEIS possui uma tendência mais fraca de decrescimento desde o início do período, possuindo a maior magnitude do padrão sazonal entre os quatro índices;
4. Por fim, a série SERVICOS possui a menor amplitude de valores absolutos.

4.3 Sazonalidade e efeito calendário

Conforme observado na subseção anterior, o faturamento do varejo é altamente impactado por feriados e datas comemorativas ao longo do ano e estes eventos geram descomportamento nas vendas em comparação com dias regulares. Tal fenômeno é chamado de **efeito calendário**. É de se esperar, portanto, que este efeito gere um aumento na volatilidade das séries.

Uma forma de se controlar o impacto do efeito calendário durante a modelagem e previsão é através da criação de variáveis *dummy* para cada evento no ano. Esta é uma solução possível quando a amostra de dados não possui ciclos completos suficientes de observação sazonal para que os eventos possam ser capturados naturalmente, como é o caso das séries estudadas. As Tabelas 3 e 4 exibem as variáveis criadas para controle de feriados e datas comemorativas:

Tabela 3 – Variáveis *dummy* para controle de feriados

Variável	Descrição
C_CONF_UNIV	Dia da Confraternização Universal
C_CARNAVAL	Período do Carnaval, do sábado à Quarta-feira de Cinzas
C_TIRADENTES	Dia de Tiradentes
C_PASCOA	Dia da Páscoa
C_CORPUS_CHRISTI	Dia de Corpus Christi
C_TRABALHO	Dia do Trabalho
C_INDEPENDENCIA	Dia da Independência do Brasil
C_FINADOS	Dia de Finados
C_REPUBLICA	Dia da Proclamação da República

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 4 – Variáveis *dummy* para controle de datas comemorativas

Variável	Descrição
C_MAES	Dia das Mães
C_NAMORADOS	Dia dos Namorados
C_PAIS	Dia dos Pais
C_CRIANCAS	Dia das Crianças
C_NATAL	Dia do Natal
C_BLACK_FRIDAY	Evento da <i>Black Friday</i>

Fonte: Elaboração própria.

Além disso, para o dia das mães, dia dos namorados, dia dos pais, dia das crianças e Natal, foram construídas outras variáveis para controlar o efeito de antecipação das compras. Estas variáveis são descritas na Tabela 5:

Tabela 5 – Variáveis *dummy* para antecipação de compras

Variável	Descrição
C_A_MAES	Período de 7 dias anterior ao Dia das Mães
C_A_NAMORADOS	Período de 7 dias anterior ao Dia dos Namorados
C_A_PAIS	Período de 7 dias anterior ao Dia dos Pais
C_A_CRIANCAS	Período de 7 dias anterior ao Dia das Crianças
C_A_NATAL	Período de 7 dias anterior ao Natal

Fonte: Elaboração própria.

Conforme constatado pela análise das FACP das séries, o faturamento do varejo possui forte sazonalidade em períodos múltiplos de sete dias. Portanto, também foram criadas variáveis *dummy* para cada dia da semana e meses do ano com o objetivo de incorporar a sazonalidade determinística durante a modelagem. Não foram incluídas variáveis para o domingo e o mês de janeiro para não gerar perfeita correlação entre regressores.

Por fim, foi criada uma última variável *dummy*, denominada C_SALARIO, para os cinco primeiros dias de cada mês com o objetivo de incorporar um possível aumento do consumo no varejo pela população brasileira logo após o recebimento do salário do mês anterior.

No total, foram criadas 38 variáveis para modelar a sazonalidade. Os diferentes tipos de modelos estudados neste trabalho foram testados em duas versões: com e sem a inclusão do efeito calendário. Desta forma, é possível comparar o ganho obtido em acuracidade ao incorporar estas variáveis de forma a modelar mais precisamente o padrão sazonal.

4.4 Metodologia de previsão

Na seção 2 foram citados diversos autores que utilizaram abordagem comparativa entre modelos clássicos, como suavização exponencial e SARIMA, com modelos não lineares, como as redes neurais artificiais. Assim, motivado por verificar qual das modelagens seria mais assertiva para prever dados diários de vendas do varejo brasileiro, este trabalho também foca neste comparativo.

Ao todo, foram testados nove tipos diferentes de modelos, sendo alguns deles versões com a inclusão do efeito calendário. A Tabela 6 exibe uma breve descrição de cada modelo testado:

Tabela 6 – Tipos de modelos de previsão testados

Modelo	Descrição
<i>Naïve</i>	Método <i>Naïve</i> de previsão
<i>Seasonal Naïve</i>	Método <i>Naïve</i> de previsão com observação sazonal
Holt-Winters	Suavização exponencial tripla
SARIMA	ARIMA com sazonalidade por dia da semana
MLP	RNA com arquitetura sem realimentação – <i>feedforward</i>
LSTM	RNA com arquitetura com realimentação – recorrente
SARIMA_CALENDARIO	SARIMA com variáveis para efeito calendário
MLP_CALENDARIO	MLP com variáveis para efeito calendário
LSTM_CALENDARIO	LSTM com variáveis para efeito calendário

Fonte: Elaboração própria.

Para os modelos SARIMA, MLP e LSTM, foram incorporadas somente as variáveis *dummy* por dia da semana para modelar o efeito determinístico deste padrão sazonal. Já para os métodos *Naïve*, *Seasonal Naïve* e Holt-Winters, não foram incluídas variáveis adicionais devido à limitação dos métodos.

Com a exceção dos métodos *Naïve* e *Seasonal Naïve*, todos os demais modelos são dependentes de alguma forma de parametrização, seja por parâmetros simples ou por hiperparâmetros que controlem o aprendizado (como é o caso das redes neurais). As descrições dos parâmetros e hiperparâmetros utilizados em cada um deles podem ser encontradas na seção 3.

Desta forma, é necessário estabelecer, primeiramente, uma metodologia para avaliar qual a melhor parametrização para cada modelo antes de ser realizada a previsão dos dados no período *out-of-sample*. A técnica escolhida para tal foi a

validação cruzada (*cross-validation*) com método *holdout*, no qual o período *in-sample* é dividido em dois subconjuntos de dados: um para estimação (treino do modelo) e um para validação. Esta é uma técnica simples, porém eficaz, de tentar prevenir *overfitting* dos modelos quando estes forem testados nos dados *out-of-sample*.

Do período *in-sample*, foram separadas as primeiras 1046 observações (80% do período) como base de estimação e as últimas 262 observações (20% do período) como base de validação. Assim, cada combinação de parâmetro tem sua performance testada na base de validação e a parametrização final de cada tipo de modelo é escolhida pelo menor resultado de RMSE, seguindo a técnica *holdout cross-validation*. A Figura 10 resume a metodologia descrita:

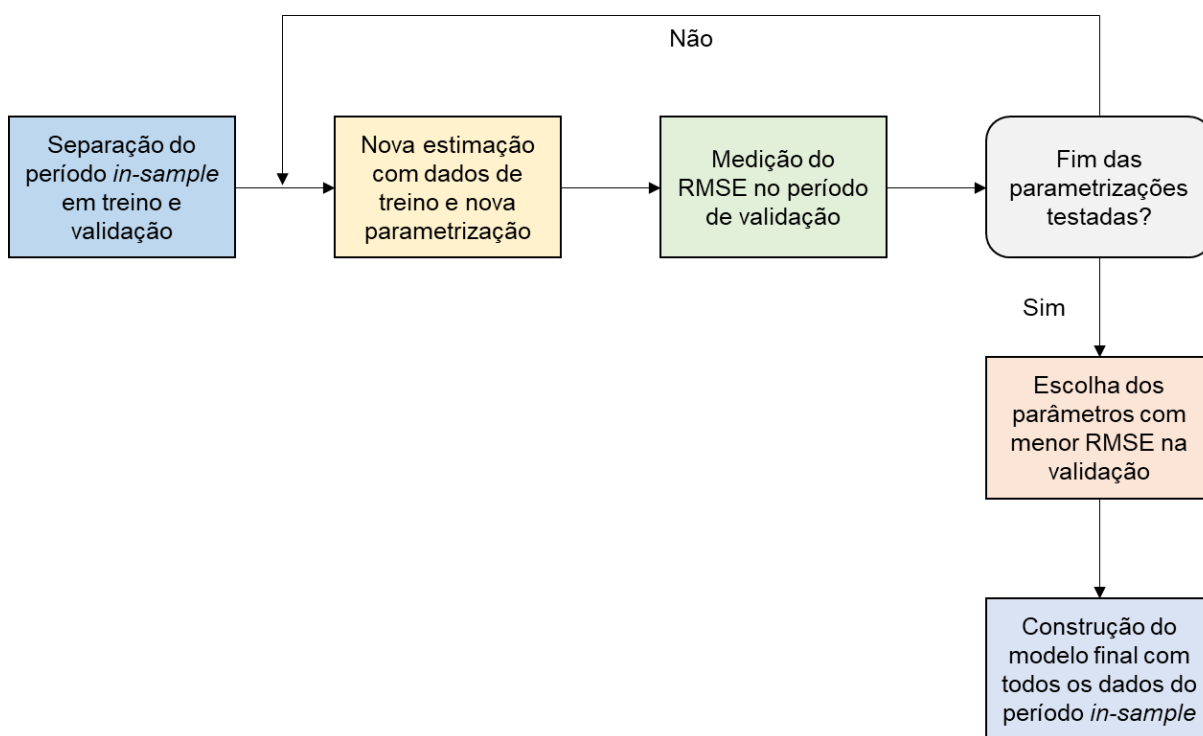


Figura 10 – Fluxograma para definição dos parâmetros de cada modelo

Fonte: Elaboração própria.

Após definição da parametrização que minimiza o RMSE, cada modelo é retroalimentado com todas as observações do período *in-sample* para o início do processo de previsão do período *out-of-sample*. Para simular uma situação real de um agente econômico, a abordagem de previsão adotada tem como principal premissa a possibilidade de retroalimentação dos modelos com a observação mais recente ao longo de todo o período testado.

Com o objetivo de poder comparar a efetividade dos modelos para cada série em diferentes períodos, foram definidos quatro horizontes de previsão, nos quais são medidas as acuracidades em RMSE e MAPE. As definições dos horizontes de previsão escolhidos podem ser encontradas na Tabela 7:

Tabela 7 – Descrição dos horizontes de previsão

Horizonte	Descrição
D+1	Previsão para o valor do índice no dia seguinte
D+7	Previsão para o valor do índice após 7 dias corridos
D+30	Previsão para o valor do índice após 30 dias corridos
D+90	Previsão para o valor do índice após 90 dias corridos

Fonte: Elaboração própria.

Os horizontes foram escolhidos para simular previsões de curtíssimo, curto e médio prazo no varejo, incluindo a previsão dentro do período sazonal de sete dias. Assim, a Figura 11 exibe o processo iterativo de previsão com retroalimentação do histórico (onde é incorporada a observação **D+0**). Um ponto importante a se ressaltar é de que os parâmetros do modelo, definidos no passo anterior, foram fixados durante todo o processo de previsão.

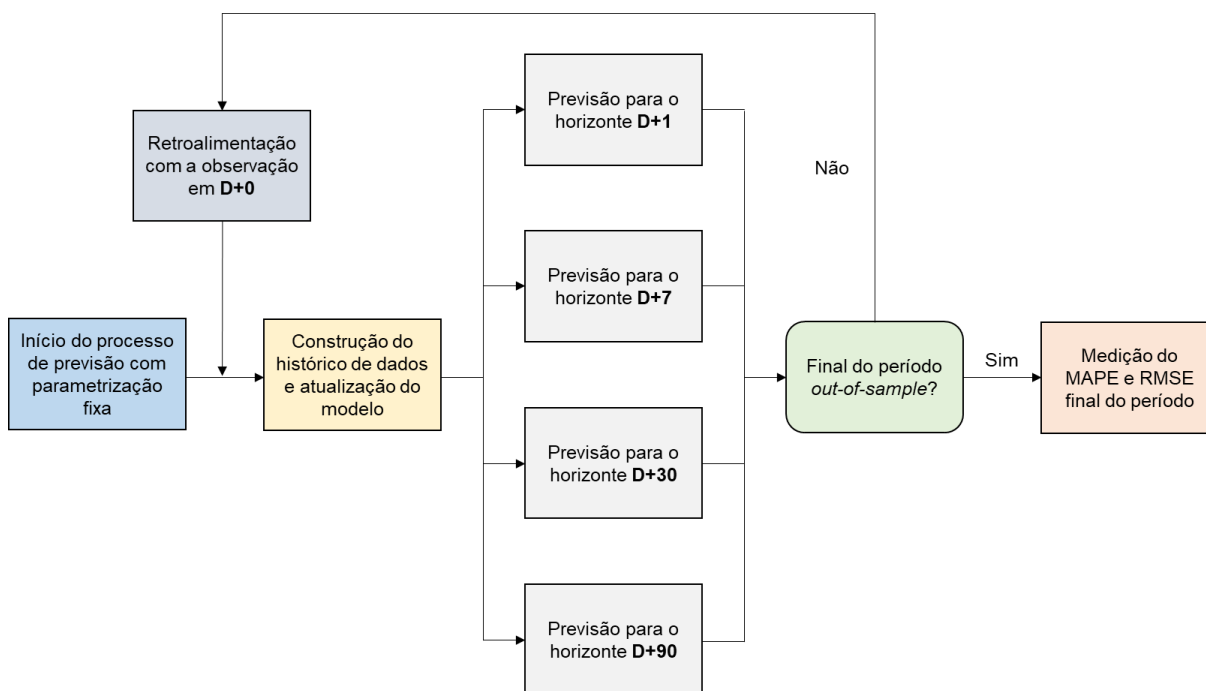


Figura 11 – Fluxograma para a previsão e medição dos resultados

Fonte: Elaboração própria.

Por fim, ao término da previsão para todos os índices, foi construído um comparativo geral para avaliação dos resultados em cada horizonte de previsão. A análise foi dividida entre os modelos com e sem efeito calendário para avaliar o ganho em acuracidade ao se incorporar estas variáveis de controle, conforme descrito na subseção anterior.

4.5 Testes de raiz unitária

Nesta seção, são apresentados os resultados dos testes formais para verificação da presença de raiz unitária nas séries temporais. Do ponto de vista econômico, dado que os índices correspondem ao faturamento nominal dos estabelecimentos comerciais, é esperado que as séries não sejam estacionárias. Porém, uma vez que a amostra de dados é relativamente pequena, é possível que as séries apresentem estacionariedade no período analisado.

Os testes de raiz unitária aplicados foram o *Augmented* Dickey–Fuller (ADF), o Phillips–Perron (PP) e o Kwiatkowski–Phillips–Schmidt–Shin (KPSS). Para os dois primeiros, cuja hipótese nula é a de que a série possui raiz unitária, foram feitos os testes nas condições de (1) ausência dos componentes de intercepto e tendência, (2) presença de intercepto e ausência de tendência e (3) presença de intercepto e tendência. Para o KPSS, cuja hipótese nula é de que a série é estacionária, foram feitos os testes na condição de (1) presença de intercepto e ausência de tendência e (2) presença de intercepto e tendência.

A Tabela 8 a seguir resume os resultados de cada teste para as quatro séries temporais, divididas nos períodos de treino, validação e *out-of-sample*. Pelos resultados obtidos, foi admitido que as séries **não são estacionárias**. Isso pode ser facilmente verificado para as séries GERAL, NAODURAVEIS e SERVICOS, nos quais os resultados dos testes ADF e PP são conflitantes com os obtidos pelo KPSS, pois há a rejeição da hipótese nula em ambos os casos. Já para a série DURAVEIS, apesar do período de treino apresentar estacionariedade (rejeição da hipótese nula pelo ADF e PP e não rejeição da hipótese nula pelo KPSS), os períodos de validação e *out-of-sample* apresentam resultados conflitantes a este último.

Tabela 8 – Resultados dos testes de raiz unitária

Série	Teste	Componentes	Treino	Validação	Out-of-sample
GERAL	ADF	Nenhum	-0,0766	-0,6632	-0,3742
		Intercepto	-4,1899***	-2,7227*	-4,3166***
		Tendência	-4,6145***	-2,9896	-4,3457***
	PP	Nenhum	-5,2505***	-1,7654*	-4,3626***
		Intercepto	-30,6714***	-14,0702***	-16,6733***
		Tendência	-31,2411***	-14,3278***	-16,6547***
	KPSS	Intercepto	1,8214***	0,8173***	0,2514
		Tendência	0,1425*	0,159**	0,2238***
NAODURAVEIS	ADF	Nenhum	-0,0448	-0,2575	-0,5034
		Intercepto	-2,8384*	-3,5522***	-3,4521***
		Tendência	-4,3365***	-3,883**	-3,4977**
	PP	Nenhum	-4,6855***	-1,8527*	-3,0799***
		Intercepto	-26,601***	-12,6582***	-12,588***
		Tendência	-27,4672***	-12,7383***	-12,6136***
	KPSS	Intercepto	2,7994***	0,4197*	0,3054
		Tendência	0,1367*	0,12*	0,2402***
DURAVEIS	ADF	Nenhum	-1,0326	-1,4131	-1,058
		Intercepto	-4,0545***	-2,4174	-2,7188*
		Tendência	-4,0572***	-2,3933	-2,877
	PP	Nenhum	-22,3685***	-3,124***	-3,2911***
		Intercepto	-29,7245***	-10,8797***	-13,3689***
		Tendência	-29,7287***	-11,7552***	-13,708***
	KPSS	Intercepto	0,1128	0,686**	0,4251*
		Tendência	0,097	0,2529***	0,1715**
SERVICOS	ADF	Nenhum	0,2873	-0,0907	-0,1906
		Intercepto	-1,8002	-2,244	-2,1802
		Tendência	-3,7594**	-2,4606	-2,2911
	PP	Nenhum	-1,5564	-1,0407	-0,9015
		Intercepto	-15,4241***	-10,3622***	-13,9637***
		Tendência	-21,6329***	-10,5413***	-13,9575***
	KPSS	Intercepto	3,3239***	1,0396***	0,608**
		Tendência	0,1746**	0,4794***	0,3145***

Legenda: (*): Significativo a 10%; (**): Significativo a 5%; (***): Significativo a 1%.

Fonte: Elaboração própria.

Desta forma, para os modelos SARIMA e SARIMA_CALENDARIO, os índices foram modelados pela primeira diferença em relação ao período anterior ou pela primeira diferença em relação ao período sazonal de sete dias. Isto significa que pelo menos um dos parâmetros **d** ou **D** assumiu valor unitário. Os gráficos das séries temporais em logaritmo da primeira diferença podem ser encontrados no Anexo B deste trabalho.

4.6 Parametrização dos modelos

Conforme descrito na subseção de metodologia, foi estabelecido um processo de *cross-validation* para a seleção da combinação de parâmetros de cada tipo de modelo antes da previsão do período *out-of-sample*. A Tabela 9 exibe todos os valores testados em cada parâmetro e o número total de testes realizados por tipo de modelo. Alguns dos parâmetros descritos não assumem valores numéricos, mas definem um tipo de estrutura testada, como é o caso das componentes de tendência e sazonalidade dos métodos de Holt-Winters e as funções de ativação e otimizadores das redes neurais MLP e LSTM.

Tabela 9 – Parâmetros testados por tipo de modelo

Modelo	Parâmetro	Valores	Total
<i>Naïve</i>	-	-	1
<i>Seasonal Naïve</i>	-	-	1
Holt-Winters	padrão sazonal	(7;14;21;28;35)	10
	componente de tendência	aditivo	
	componente sazonal	aditivo; multiplicativo	
SARIMA e SARIMA_CALENDARIO	p	(1;2;3;4;5;6)	360 cada
	d	(0;1)	
	q	(0;1)	
	P	(1;2;3;4;5)	
	D	(0;1)	
	Q	(0;1)	
	S	7	
MLP e MLP_CALENDARIO	número de defasagens	(7;14;21;28;35)	300 cada
	neurônios na <i>hidden layer</i>	(7;14;21;28;35)	
	<i>hidden layers</i>	1	
	<i>learning rate</i>	(0,001;0,01;0,1)	
	função de ativação	ReLU; sigmoide	
	otimizador	Adam; RMSprop	
	<i>epochs</i>	300	
LSTM e LSTM_CALENDARIO	<i>batch size</i>	200	150 cada
	número de defasagens	(7;14;21;28;35)	
	células de memória	(7;14;21;28;35)	
	<i>hidden layers</i>	1	
	<i>learning rate</i>	(0,001;0,01;0,1)	
	otimizador	Adam; RMSprop	
	<i>epochs</i>	300	
	<i>batch size</i>	200	
		Total	1632

Fonte: Elaboração própria.

Ao todo, foram testadas 1632 combinações diferentes de parâmetros para cada um dos quatros índices de vendas do varejo. A extensão do número máximo de defasagens como variáveis de entrada para as redes neurais MLP e LSTM, o padrão sazonal do método de Holt-Winters e o parâmetro P dos modelos SARIMA foram escolhidos de acordo com os resultados obtidos pela FACP, ou seja, de que existe forte correlação entre o valor do índice e das defasagens múltiplas de sete dias. As extensões dos demais parâmetros foram escolhidas da seguinte forma:

1. **Holt-Winters:** A estrutura dos componentes de tendência e sazonalidade segue os métodos mais usuais da literatura, conforme De Gooijer e Hyndman (2006);
2. **SARIMA e SARIMA_CALENDARIO:** Ao menos um dos parâmetros de integração, d ou D, assume valor unitário para induzir estacionariedade na série. A inclusão dos parâmetros de média móvel, q e Q, foi testada para verificar se há ganhos em acuracidade ao se modelar possíveis choques de curtíssimo prazo. O parâmetro autorregressivo p, por fim, foi testado até a sexta defasagem conforme os resultados obtidos nas FACP's;
3. **MLP e MLP_CALENDARIO:** Seguindo o trabalho de Swanson e White (1997), optou-se por uma estrutura mais simples de rede neural, com apenas uma *hidden layer*. A combinação dos valores possíveis para o número de neurônios que compõem a *hidden layer* variou conforme o número de defasagens testadas para este modelo. As funções de ativação ReLU e sigmoide foram testadas para a induzir não linearidade. Por fim, para a convergência do modelo, foram testados dois otimizadores, Adam e RMSprop, com *learning rates* em três escalas diferentes (0,001 / 0,01 / 0,1).
4. **LSTM e LSTM_CALENDARIO:** A lógica de escolha dos parâmetros é semelhante aos modelos MLP e MLP_CALENDARIO com a diferença de que, neste caso, não é necessária a escolha de uma função de ativação para a construção da rede e, ao invés de se escolher o número de neurônios na *hidden layer*, são testadas as quantidades de células de memória.

A programação do *cross-validation* e das previsões das séries temporais no período *out-of-sample* foram construídas na linguagem *Python*, através das bibliotecas *statsmodels*, *scikit-learn*, *tensorflow* e *keras*.

5 RESULTADOS

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos para as previsões dos quatro índices de vendas do varejo com a metodologia apresentada anteriormente. Para melhor exploração e análise dos resultados, esta seção foi subdividida em três partes principais:

1. **Resultados do *cross-validation*:** Apresentação das parametrizações dos quatro índices que geraram o menor valor de RMSE no trecho de validação do período *in-sample*;
2. **Resultados das previsões das séries temporais:** Apresentação dos resultados das previsões com os diferentes modelos em cada horizonte de previsão para os quatro índices de vendas;
3. **Análise do efeito calendário:** Resumo dos ganhos em acuracidade de previsão ao incorporar o efeito calendário nas modelagens.

5.1 Resultados do *cross-validation*

Conforme descrito na seção 4.6, foram testadas 1632 combinações diferentes de parâmetros para cada índice de vendas. As Tabelas 10 a 13 exibem as combinações de parâmetros que geraram o menor RMSE no trecho de validação do período *in-sample* para cada índice. Nestas tabelas são exibidos os valores de RMSE nos trechos de treinamento do modelo, validação e na reconstrução do modelo com todos os dados do período *in-sample*.

Abaixo de cada tabela são apresentadas as Figuras 12 a 15 contendo um gráfico boxplot das dispersões dos valores de RMSE obtidos no trecho de validação, por tipo de modelo, no qual cada ponto corresponde a uma parametrização diferente. Os valores mínimos correspondem aos RMSEs apresentados nas tabelas. Por fim, os gráficos de dispersão de RMSE para o período de treinamento das quatro séries temporais podem ser encontrados no Anexo C deste trabalho.

GERAL

Tabela 10 – Parametrização definida para a série GERAL por tipo de modelo

Modelo	Parâmetros	Valores	RMSE		
			Treino	Validação	In-sample
Naïve	-	-	-	-	32,99
Seasonal Naïve	-	-	-	-	18,25
Holt-Winters	padrão sazonal componente sazonal	35 aditivo	14,21	18,72	14,19
SARIMA	(p,d,q,P,D,Q,S)	(5,1,0,5,0,1,7)	13,82	16,08	13,72
MLP	número de defasagens	14	13,73	13,91	13,97
	neurônios na <i>hidden layer</i>	35			
	<i>learning rate</i>	0,1			
	função de ativação	sigmoide			
LSTM	otimizador	Adam	13,32	13,64	13,14
	número de defasagens	14			
	células de memória	14			
	<i>learning rate</i>	0,1			
SARIMA_CALEDARIO	otimizador	Adam	9,93	10,81	9,62
	(p,d,q,P,D,Q,S)	(1,1,1,3,1,1,7)			
	número de defasagens	7			
	neurônios na <i>hidden layer</i>	14			
MLP_CALEDARIO	<i>learning rate</i>	0,1	8,02	9,61	8,35
	função de ativação	ReLU			
	otimizador	Adam			
	número de defasagens	35			
LSTM_CALEDARIO	células de memória	21	8,02	9,91	7,61
	<i>learning rate</i>	0,1			
	otimizador	Adam			
	número de defasagens	35			

Fonte: Elaboração própria.

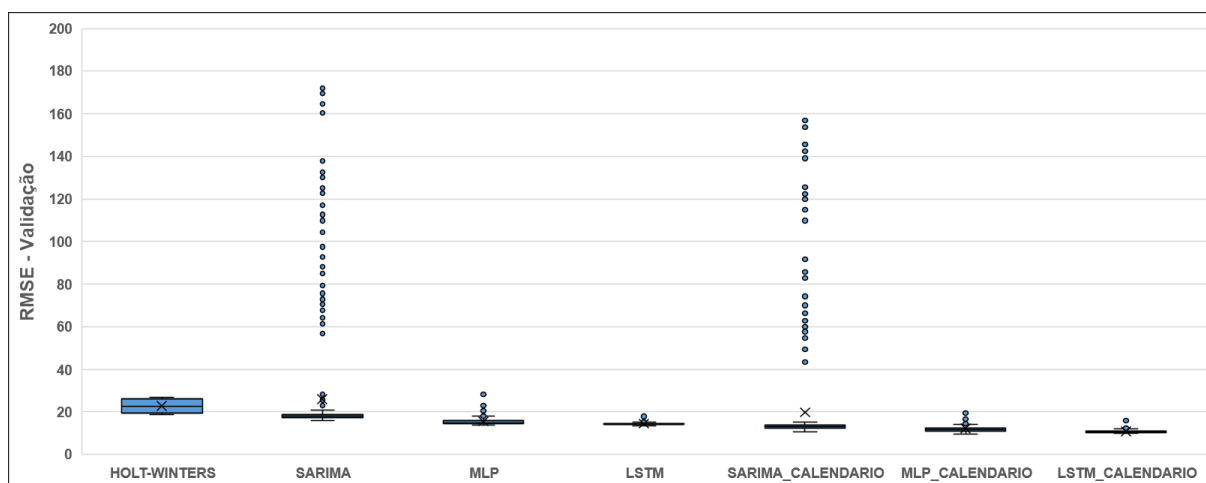


Figura 12 – Boxplot do RMSE das parametrizações no período de validação para a série GERAL

Fonte: Elaboração própria.

NAODURAVEIS

Tabela 11 – Parametrização definida para a série NAODURAVEIS por tipo de modelo

Modelo	Parâmetros	Valores	RMSE		
			Treino	Validação	In-sample
Naïve	-	-	-	-	37,91
Seasonal Naïve	-	-	-	-	23,97
Holt-Winters	padrão sazonal componente sazonal	28 aditivo	18,21	30,78	18,45
SARIMA	(p,d,q,P,D,Q,S)	(1,1,0,5,0,0,7)	18,36	27,70	18,92
MLP	número de defasagens	28	16,22	19,63	18,07
	neurônios na <i>hidden layer</i>	35			
	<i>learning rate</i>	0,1			
	função de ativação	ReLU			
LSTM	otimizador	RMSprop	16,15	19,62	17,89
	número de defasagens	28			
	células de memória	35			
	<i>learning rate</i>	0,01			
SARIMA_CAENDARIO	(p,d,q,P,D,Q,S)	(1,0,0,2,1,1,7)	14,24	19,01	12,52
MLP_CAENDARIO	número de defasagens	21	11,09	14,95	12,55
	neurônios na <i>hidden layer</i>	7			
	<i>learning rate</i>	0,1			
	função de ativação	ReLU			
LSTM_CAENDARIO	otimizador	RMSprop	9,44	14,80	9,66
	número de defasagens	35			
	células de memória	28			
	<i>learning rate</i>	0,1			
LSTM_CAENDARIO	otimizador	Adam			

Fonte: Elaboração própria.

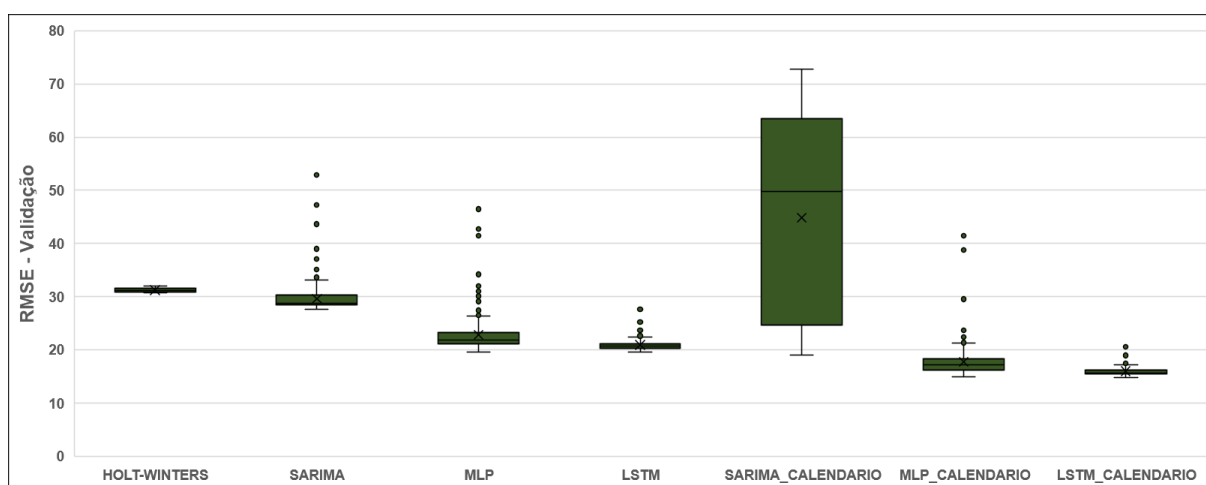


Figura 13 – Boxplot do RMSE das parametrizações no período de validação para a série NAODURAVEIS

Fonte: Elaboração própria.

DURAVEIS

Tabela 12 – Parametrização definida para a série DURAVEIS por tipo de modelo

Modelo	Parâmetros	Valores	RMSE		
			Treino	Validação	In-sample
<i>Naïve</i>	-	-	-	-	52,71
<i>Seasonal Naïve</i>	-	-	-	-	34,49
Holt-Winters	padrão sazonal componente sazonal	14 aditivo	24,41	53,36	24,42
SARIMA	(p,d,q,P,D,Q,S)	(3,0,1,3,1,1,7)	25,13	45,21	24,41
MLP	número de defasagens	7	20,86	25,56	20,87
	neurônios na <i>hidden layer</i>	21			
	<i>learning rate</i>	0,1			
	função de ativação	ReLU			
	otimizador	Adam			
LSTM	número de defasagens	14	21,53	25,17	21,42
	células de memória	7			
	<i>learning rate</i>	0,01			
	otimizador	Adam			
SARIMA_CALEDARIO	(p,d,q,P,D,Q,S)	(3,0,1,1,1,1,7)	16,59	18,69	15,29
MLP_CALEDARIO	número de defasagens	21	9,95	15,80	9,33
	neurônios na <i>hidden layer</i>	35			
	<i>learning rate</i>	0,1			
	função de ativação	ReLU			
	otimizador	RMSprop			
LSTM_CALEDARIO	número de defasagens	28	10,37	16,27	10,85
	células de memória	7			
	<i>learning rate</i>	0,1			
	otimizador	Adam			

Fonte: Elaboração própria.

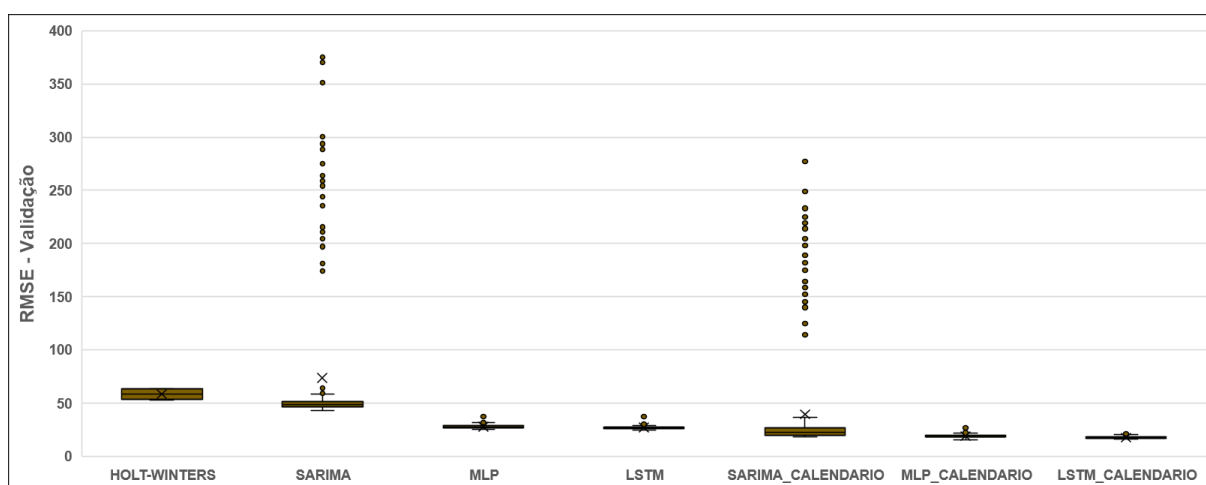


Figura 14 – Boxplot do RMSE das parametrizações no período de validação para a série DURAVEIS

Fonte: Elaboração própria.

SERVICOS

Tabela 13 – Parametrização definida para a série SERVICOS por tipo de modelo

Modelo	Parâmetros	Valores	RMSE		
			Treino	Validação	In-sample
<i>Naïve</i>	-	-	-	-	23,02
<i>Seasonal Naïve</i>	-	-	-	-	15,90
Holt-Winters	padrão sazonal componente sazonal	28 aditivo	12,48	26,63	13,25
SARIMA	(p,d,q,P,D,Q,S)	(6,0,1,3,1,0,7)	14,51	20,36	12,74
MLP	número de defasagens	7	10,69	13,34	11,12
	neurônios na <i>hidden layer</i>	35			
	<i>learning rate</i>	0,01			
	função de ativação	ReLU			
	otimizador	RMSprop			
LSTM	número de defasagens	14	11,10	13,59	11,78
	células de memória	21			
	<i>learning rate</i>	0,1			
	otimizador	Adam			
SARIMA_CALEDARIO	(p,d,q,P,D,Q,S)	(1,0,1,1,1,1,7)	12,64	13,83	10,21
MLP_CALEDARIO	número de defasagens	7	9,93	12,73	10,24
	neurônios na <i>hidden layer</i>	7			
	<i>learning rate</i>	0,001			
	função de ativação	sigmoide			
	otimizador	RMSprop			
LSTM_CALEDARIO	número de defasagens	35	8,46	12,49	8,50
	células de memória	28			
	<i>learning rate</i>	0,1			
	otimizador	Adam			

Fonte: Elaboração própria.

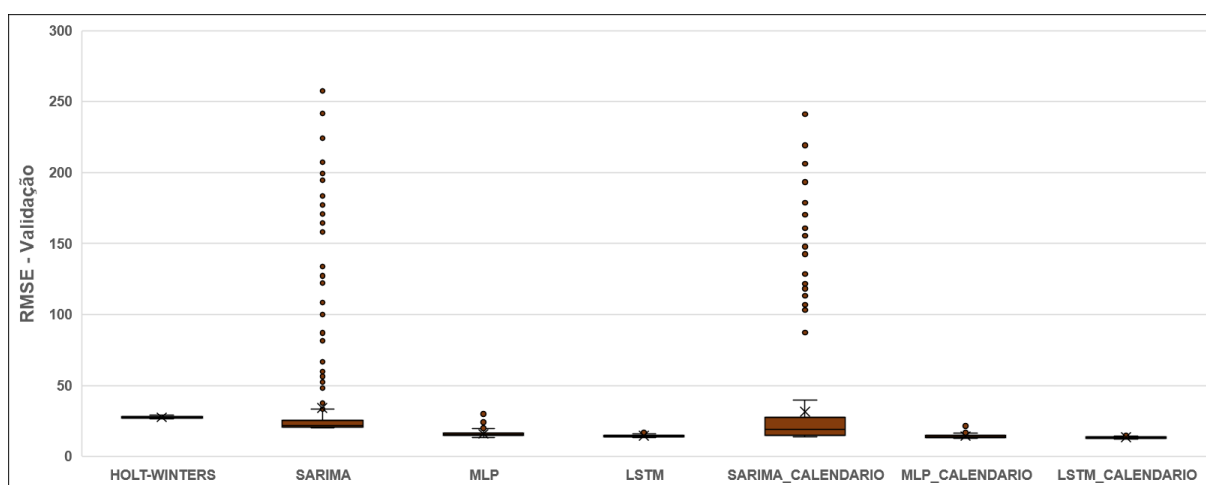


Figura 15 – Boxplot do RMSE das parametrizações no período de validação para a série SERVICOS

Fonte: Elaboração própria.

Através da análise dos boxplots, é possível verificar que as quatro séries apresentaram um comportamento semelhante de dispersão do RMSE:

1. O valor mínimo dos métodos de Holt-Winters é o mais elevado em todas as quatro séries, seguido pelos modelos SARIMA, MLP e LSTM. A única exceção é a série SERVICOS, no qual o modelo MLP apresentou menor RMSE que a LSTM;
2. Os modelos com as variáveis de efeito calendário apresentaram um valor mínimo de RMSE inferior aos demais modelos. Neste caso, seguindo a ordem decrescente de RMSE: SARIMA_CALENDARIO, MLP_CALENDARIO e LSTM_CALENDARIO para a série NAODURAVEIS e a SARIMA_CALENDARIO, LSTM_CALENDARIO e MLP_CALENDARIO para as demais séries;
3. Os modelos SARIMA e SARIMA_CALENDARIO são os que apresentam maior amplitude na dispersão do RMSE para todas as séries. Este resultado demonstra que este tipo de modelo pode apresentar resultados piores que um método *Naïve* se a parametrização não for devidamente analisada. No caso das séries GERAL, DURAVEIS e SERVICOS, os piores resultados vieram das parametrizações com baixos valores de p e P , ou seja, com processo autorregressivo dependente apenas de poucas defasagens. Para a série NAODURAVEIS, os piores resultados vieram das parametrizações com o componente de integração $d=1$, o que demonstra que a série é melhor modelada pela primeira diferença em relação ao período sazonal, no qual $D=1$.

5.2 Previsões das séries temporais

Uma vez definidas as parametrizações finais para cada tipo de modelo, foi realizado o processo de previsão das quatro séries temporais exibidos na Figura 11 da seção de metodologia, no qual a previsão é construída de forma iterativa, retroalimentando o histórico com os dados do dia corrente após as previsões nos quatro horizontes de tempo.

Esta seção é subdividida em duas partes: a primeira contendo o resultado de RMSE e MAPE das previsões dos índices e dispersões dos erros por tipo de modelo

e horizonte de previsão e a segunda contendo os resultados dos testes de Diebold-Mariano (1995) com o ajuste de Harvey et al. (1997).

5.2.1 Resultados das previsões no período *out-of-sample*

Os resultados das previsões com as métricas MAPE e RMSE podem ser encontrados nas Tabelas 14 a 17 para cada série temporal. As tabelas foram construídas em formato de mapa de calor, nos quais os piores resultados são destacados em cores mais próximas do vermelho e, os melhores, mais próximos do verde. No Anexo D desta dissertação é possível encontrar um total de 144 gráficos comparativos das previsões e dos valores reais que correspondem a cada uma das células destas tabelas.

Tabela 14 – MAPE e RMSE das previsões do período *out-of-sample* da série GERAL

Modelo	MAPE				RMSE			
	D+1	D+7	D+30	D+90	D+1	D+7	D+30	D+90
<i>Naïve</i>	25,5%	12,5%	31,9%	26,2%	34,93	21,04	41,33	39,67
<i>Seasonal Naïve</i>	12,4%	12,5%	14,3%	16,1%	20,93	21,04	24,86	27,77
Holt-Winters	9,6%	12,5%	12,7%	14,3%	16,25	18,53	21,12	23,61
SARIMA	9,5%	12,5%	13,3%	14,7%	16,18	19,15	22,14	24,05
MLP	9,7%	11,5%	12,2%	14,1%	16,24	18,46	20,36	23,09
LSTM	9,2%	11,1%	11,8%	13,7%	15,73	18,05	19,94	22,34
SARIMA_CALENDARIO	5,9%	7,1%	7,4%	9,2%	9,96	10,99	11,66	13,84
MLP_CALENDARIO	6,8%	8,1%	8,9%	8,7%	11,21	13,54	13,92	13,71
LSTM_CALENDARIO	5,7%	6,1%	6,5%	7,2%	9,85	10,53	10,92	11,95

Fonte: Elaboração própria.

Para a série GERAL, é possível verificar que todos os modelos foram superiores em RMSE ao *benchmark Seasonal Naïve*, mas os modelos SARIMA e Holt-Winters empataram em MAPE para o horizonte D+7. Comparando-se os modelos com inclusão de efeito calendário, todos os três tipos foram superiores aos que não incluíram estas variáveis de controle. Seguindo a ordem de melhor acuracidade, o modelo MLP_CALENDARIO foi o que obteve pior resultado entre os três nas duas métricas, seguido pelo SARIMA_CALENDARIO. O modelo vencedor em todos os

horizontes de previsão foi a rede neural LSTM_CALENDARIO em ambas as métricas de avaliação.

Tabela 15 – MAPE e RMSE das previsões do período *out-of-sample* da série NAODURAVEIS

Modelo	MAPE				RMSE			
	D+1	D+7	D+30	D+90	D+1	D+7	D+30	D+90
Naïve	22,6%	12,8%	31,6%	26,3%	50,55	35,16	68,87	66,66
Seasonal Naïve	12,8%	12,8%	18,2%	18,8%	35,11	35,16	50,49	53,20
Holt-Winters	9,3%	13,0%	15,8%	19,0%	26,65	32,06	44,41	51,38
SARIMA	10,4%	14,1%	21,4%	22,6%	27,46	36,97	57,22	61,99
MLP	11,5%	14,6%	16,5%	17,7%	28,70	37,09	45,03	49,49
LSTM	10,3%	12,6%	15,9%	17,6%	26,47	32,84	44,84	49,16
SARIMA_CALENDARIO	6,7%	7,9%	9,9%	11,2%	18,54	21,58	25,39	28,87
MLP_CALENDARIO	8,0%	9,2%	10,6%	11,7%	20,77	23,94	28,07	30,83
LSTM_CALENDARIO	6,8%	8,0%	9,5%	10,7%	17,52	20,15	24,13	27,32

Fonte: Elaboração própria.

Por sua vez, as previsões da série NAODURAVEIS com os modelos MLP e SARIMA não apresentaram resultados superiores ao *benchmark Seasonal Naïve* para o horizonte de previsão D+7, tanto em MAPE quanto RMSE. Isto pode ocorrer pelo fato de que os ruídos gerados pela não captura dos efeitos calendários podem distorcer as previsões, gerando piores resultados. Nos horizontes de previsão D+30 e D+90, isto só ocorre para o modelo SARIMA. Novamente, os modelos com incorporação de efeito calendário se demonstraram superiores aos demais modelos, seguindo a mesma ordem da série GERAL.

Tabela 16 – MAPE e RMSE das previsões do período *out-of-sample* da série DURAVEIS

Modelo	MAPE				RMSE			
	D+1	D+7	D+30	D+90	D+1	D+7	D+30	D+90
Naïve	56,9%	26,8%	80,7%	77,1%	47,11	34,97	68,40	78,70
Seasonal Naïve	26,4%	26,8%	43,6%	56,2%	34,69	34,97	56,90	69,48
Holt-Winters	27,1%	32,3%	43,3%	54,3%	24,94	31,75	52,03	67,15
SARIMA	26,8%	30,1%	41,1%	46,8%	25,03	31,89	43,63	47,64
MLP	29,0%	30,8%	40,5%	48,0%	27,09	31,97	41,16	47,16
LSTM	25,0%	29,0%	38,1%	50,1%	25,27	29,95	40,73	47,99
SARIMA_CALENDARIO	13,3%	13,5%	18,4%	20,9%	13,83	15,22	18,21	19,42
MLP_CALENDARIO	19,3%	22,2%	21,2%	23,6%	16,30	19,84	19,49	19,98
LSTM_CALENDARIO	13,0%	14,9%	17,9%	18,0%	13,40	16,11	18,31	18,93

Fonte: Elaboração própria.

Nas previsões da série DURAVEIS, o comportamento para o horizonte D+7 foi semelhante ao resultado obtido para a série NAODURAVEIS. Porém, este efeito só ocorre neste horizonte e, nos demais, todos os modelos superaram os resultados do *benchmark Seasonal Naïve*. Novamente, os três modelos com efeito calendário demonstraram-se superior aos demais modelos seguindo a ordem em RMSE: MLP_CALENDARIO, SARIMA_CALENDARIO e LSTM_CALENDARIO para os horizontes D+1 e D+90 e a ordem MLP_CALENDARIO, LSTM_CALENDARIO e SARIMA_CALENDARIO nos horizontes D+7 e D+30.

Tabela 17 – MAPE e RMSE das previsões do período *out-of-sample* da série SERVICOS

Modelo	MAPE				RMSE			
	D+1	D+7	D+30	D+90	D+1	D+7	D+30	D+90
<i>Naïve</i>	14,3%	8,7%	23,6%	21,4%	25,62	17,47	40,56	37,30
<i>Seasonal Naïve</i>	8,8%	8,7%	14,3%	18,2%	17,43	17,47	26,76	31,60
Holt-Winters	6,3%	8,5%	13,0%	17,5%	14,41	16,65	24,44	30,44
SARIMA	7,0%	8,6%	12,9%	16,6%	14,11	16,74	24,83	29,77
MLP	6,3%	8,7%	12,0%	12,9%	13,43	16,71	22,81	25,23
LSTM	5,9%	8,1%	11,6%	13,4%	12,98	15,89	22,42	25,22
SARIMA_CALENDARIO	5,1%	5,8%	7,5%	8,9%	10,90	11,84	13,94	16,01
MLP_CALENDARIO	5,2%	6,5%	7,6%	8,1%	11,23	13,31	14,48	15,08
LSTM_CALENDARIO	5,0%	6,0%	6,4%	7,4%	10,43	11,77	12,64	14,24

Fonte: Elaboração própria.

Por fim, as previsões para a série SERVICOS foram semelhantes às aquelas obtidas para a série GERAL, no qual todos os modelos foram superiores ao *benchmark Seasonal Naïve* na métrica RMSE em todos os horizontes de previsão, mas houve empate nos valores de MAPE no horizonte D+7. A ordem de acuracidade dos modelos com efeito calendário foi consistente em todos os horizontes: MLP_CALENDARIO sendo o modelo com o pior resultado, seguido pelos modelos SARIMA_CALENDARIO e LSTM_CALENDARIO.

É válido ressaltar o ponto de que, independente da métrica, o ganho em acuracidade é expressivo ao incorporar os efeitos calendários, mas na comparação dos modelos com estas variáveis existe pouca diferença, principalmente entre os modelos SARIMA_CALENDARIO e LSTM_CALENDARIO. Um método de se testar se existe diferença significativa dos valores previstos é através do teste Diebold-Mariano (1995) com ajuste de Harvey et al. (1997), cujos resultados são apresentados na próxima subseção.

Por fim, um resumo dos modelos vencedores pode ser encontrado nas Tabelas 18 e 19. A Tabela 18 exhibe o comparativo considerando somente os modelos sem efeito calendário e a Tabela 19 considera todos os modelos testados neste trabalho:

Tabela 18 – Modelos sem efeito calendário com melhores previsões no período *out-of-sample*

Série	MAPE				RMSE			
	D+1	D+7	D+30	D+90	D+1	D+7	D+30	D+90
GERAL	LSTM	LSTM	LSTM	LSTM	LSTM	LSTM	LSTM	LSTM
NAODURAVEIS	HW	LSTM	HW	LSTM	LSTM	HW	HW	LSTM
DURAVEIS	LSTM	<i>S. Naïve</i>	LSTM	SARIMA	HW	LSTM	LSTM	MLP
SERVICOS	LSTM	LSTM	LSTM	MLP	LSTM	LSTM	LSTM	LSTM

Fonte: Elaboração própria.

É possível verificar por esta análise que o modelo que apareceu com maior frequência de vitórias em ambas as métricas foi a rede neural LSTM.

Tabela 19 – Modelos com melhores previsões no período *out-of-sample*

Série	MAPE				RMSE			
	D+1	D+7	D+30	D+90	D+1	D+7	D+30	D+90
GERAL	LSTM*	LSTM*	LSTM*	LSTM*	LSTM*	LSTM*	LSTM*	LSTM*
NAODURAVEIS	SARIMA*	SARIMA*	LSTM*	LSTM*	LSTM*	LSTM*	LSTM*	LSTM*
DURAVEIS	LSTM*	SARIMA*	LSTM*	LSTM*	LSTM*	SARIMA*	SARIMA*	LSTM*
SERVICOS	LSTM*	SARIMA*	LSTM*	LSTM*	LSTM*	LSTM*	LSTM*	LSTM*

Legenda: (*): Versão do modelo com a inclusão do efeito calendário

Fonte: Elaboração própria.

Os resultados desta tabela também demonstram que a rede neural LSTM foi o modelo que apresentou os melhores resultados na maioria dos horizontes analisados em ambas as métricas de acuracidade.

Uma forma de analisar graficamente a acuracidade das previsões é através da dispersão dos erros obtidos por observação temporal. É de se esperar que esta dispersão seja mais concentrada em valores próximos de zero com pouca presença de *outliers* quanto mais acurado for o poder preditivo do modelo. As Figuras 16 a 31 exibem os gráficos boxplots gerados nesta análise para os quatro horizontes de previsão, divididos pelos índices de vendas do varejo.

GERAL

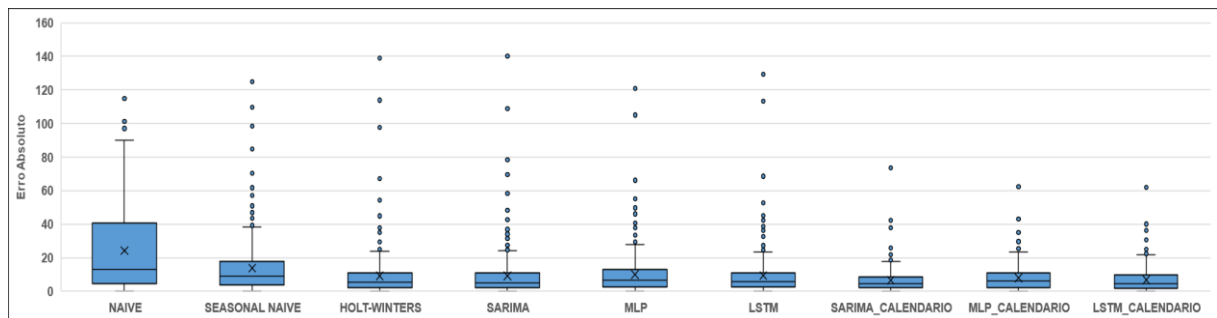


Figura 16 – Boxplot dos erros de previsão em D+1 por modelo para a série GERAL

Fonte: Elaboração própria.

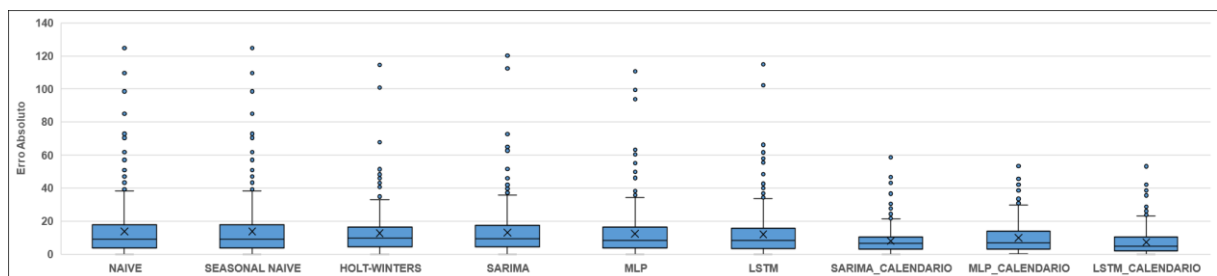


Figura 17 – Boxplot dos erros de previsão em D+7 por modelo para a série GERAL

Fonte: Elaboração própria.

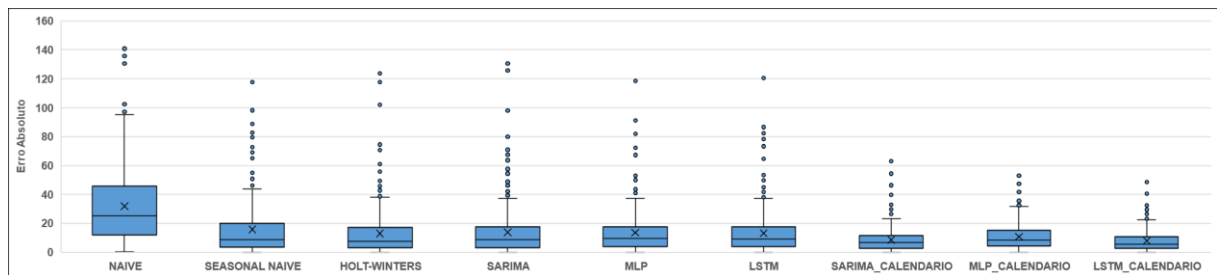


Figura 18 – Boxplot dos erros de previsão em D+30 por modelo para a série GERAL

Fonte: Elaboração própria.

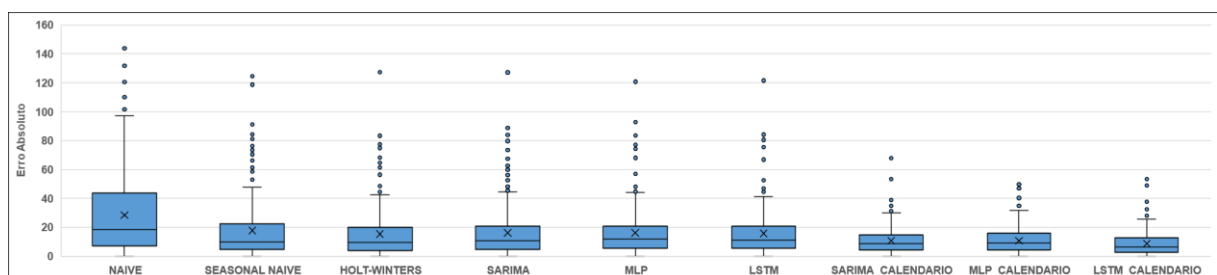


Figura 19 – Boxplot dos erros de previsão em D+90 por modelo para a série GERAL

Fonte: Elaboração própria.

NAODURAVEIS

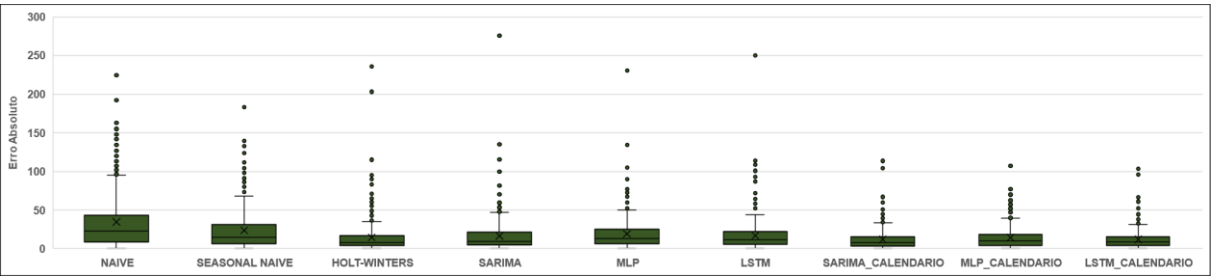


Figura 20 – Boxplot dos erros de previsão em D+1 por modelo para a série NAODURAVEIS

Fonte: Elaboração própria.

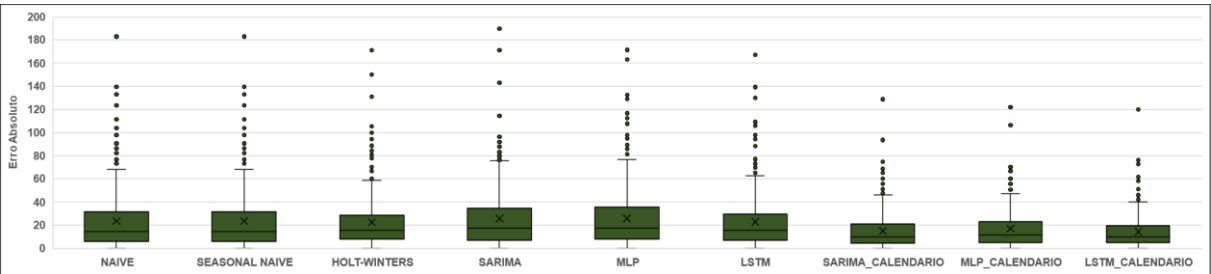


Figura 21 – Boxplot dos erros de previsão em D+7 por modelo para a série NAODURAVEIS

Fonte: Elaboração própria.

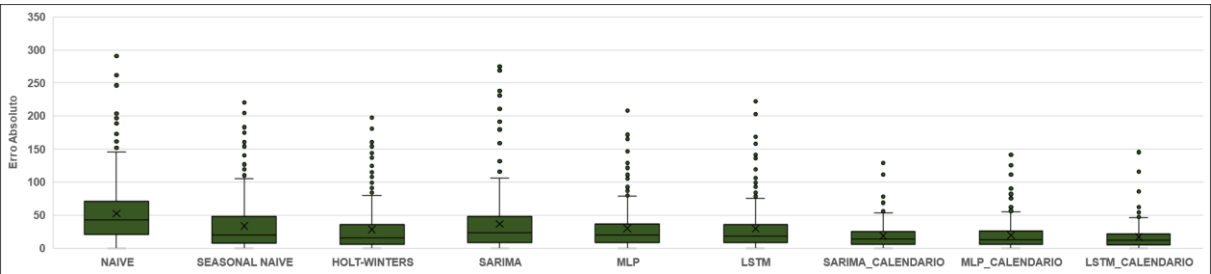


Figura 22 – Boxplot dos erros de previsão em D+30 por modelo para a série NAODURAVEIS

Fonte: Elaboração própria.

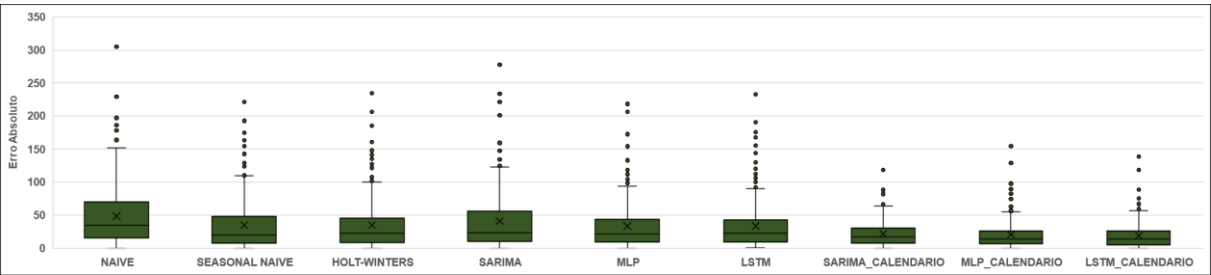


Figura 23 – Boxplot dos erros de previsão em D+90 por modelo para a série NAODURAVEIS

Fonte: Elaboração própria.

DURAVEIS

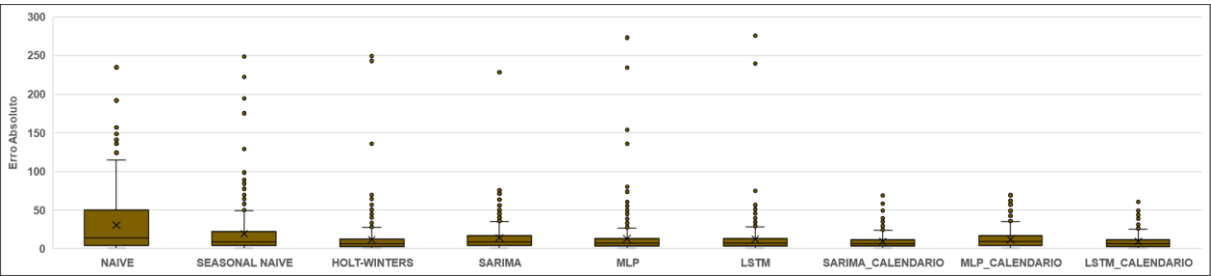


Figura 24 – Boxplot dos erros de previsão em D+1 por modelo para a série DURAVEIS

Fonte: Elaboração própria.

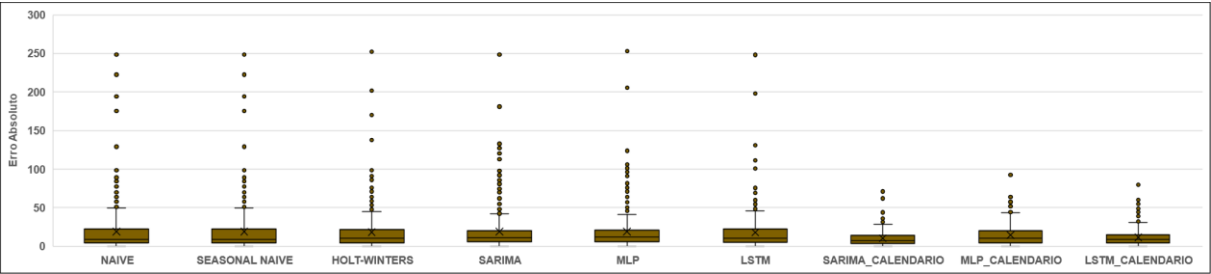


Figura 25 – Boxplot dos erros de previsão em D+7 por modelo para a série DURAVEIS

Fonte: Elaboração própria.

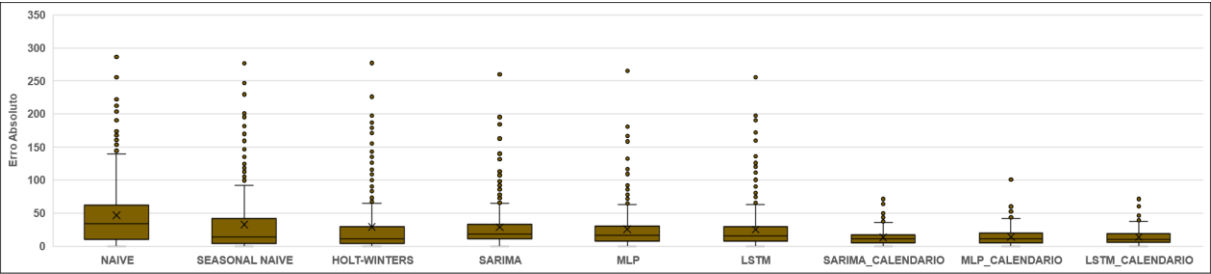


Figura 26 – Boxplot dos erros de previsão em D+30 por modelo para a série DURAVEIS

Fonte: Elaboração própria.

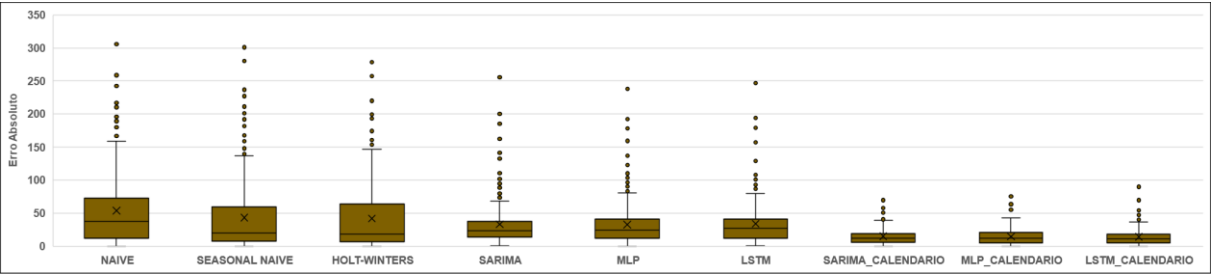


Figura 27 – Boxplot dos erros de previsão em D+90 por modelo para a série DURAVEIS

Fonte: Elaboração própria.

SERVICOS

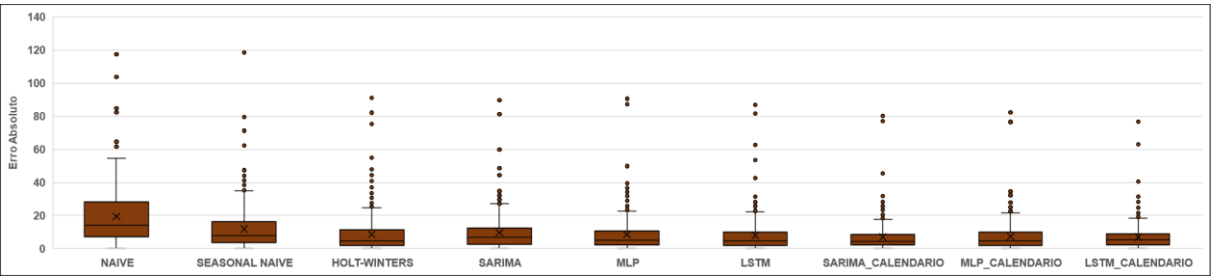


Figura 28 – Boxplot dos erros de previsão em D+1 por modelo para a série SERVICOS

Fonte: Elaboração própria.

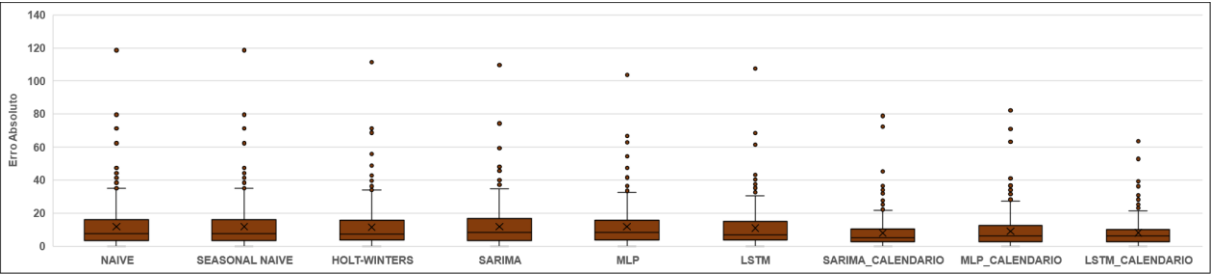


Figura 29 – Boxplot dos erros de previsão em D+7 por modelo para a série SERVICOS

Fonte: Elaboração própria.

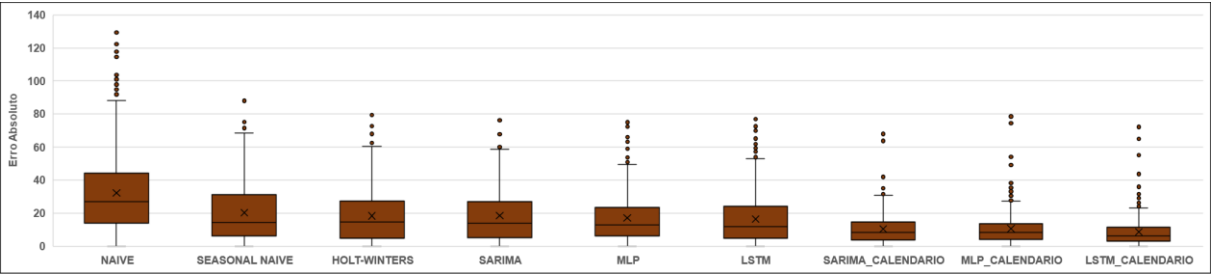


Figura 30 – Boxplot dos erros de previsão em D+30 por modelo para a série SERVICOS

Fonte: Elaboração própria.

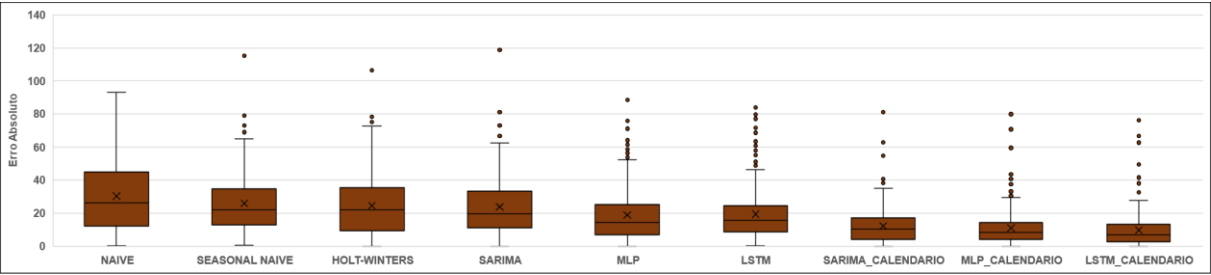


Figura 31 – Boxplot dos erros de previsão em D+90 por modelo para a série SERVICOS

Fonte: Elaboração própria.

De forma geral, as modelagens para os quatro índices apresentam o mesmo comportamento:

- 1- O método *Naïve* é o que apresenta a maior amplitude de erros entre os modelos testados e este comportamento é consistente em todos os horizontes de previsão;
- 2- Os modelos *Seasonal Naïve*, Holt-Winters, SARIMA, MLP e LSTM reduzem a amplitude da dispersão em comparação ao primeiro modelo, porém ainda possuem presença de muitos *outliers* – representados pelo efeito calendário não modelado;
- 3- Os três modelos com as variáveis *dummy* para o efeito calendário reduzem ainda mais a dispersão dos erros, com uma menor presença de *outliers* e esta redução se demonstra consistente nos quatro horizontes de previsão;
- 4- Em todos os índices e modelos testados, existe o aumento do erro quanto mais longe for o horizonte de previsão. Isto ocorre pela maior incerteza sobre o comportamento das séries nestes horizontes.

5.2.2 Testes Diebold-Mariano

Conforme apresentado na Tabela 19, a rede neural LSTM_CALENDARIO mostrou-se como o modelo mais acurado entre todos os modelos testados, perdendo somente em alguns casos para o SARIMA_CALENDARIO. Uma forma de validar se estas previsões são de fato superiores aos dos demais modelos é através do teste estatístico proposto por Diebold e Mariano (1995) e adaptado por Harvey et al. (1997) para amostras pequenas. A hipótese nula do teste é de que as previsões construídas possuem o mesmo nível de acuracidade, ou seja, são equivalentes.

A Tabela 20 resume os resultados obtidos nos testes Diebold-Mariano (DM) para os quatro índices de vendas e horizontes de previsão. A comparação entre previsões é feita com a métrica MAPE entre um dos modelos testados e o modelo vencedor exibido na Tabela 19 para cada combinação de índice e horizonte. Os valores em negrito exibem as combinações em que foi possível rejeitar a hipótese nula do teste a 5% de nível de significância.

Tabela 20 – Resultados dos testes de Diebold-Mariano com a métrica MAPE

Série	Modelo	p-valor			
		D+1	D+7	D+30	D+90
GERAL	<i>Naïve</i>	0,00	0,00	0,00	0,00
	<i>Seasonal Naïve</i>	0,00	0,00	0,00	0,00
	Holt-Winters	$1,63 \times 10^{-02}$	$1,02 \times 10^{-05}$	$1,37 \times 10^{-04}$	0,00
	SARIMA	$1,14 \times 10^{-02}$	0,00	$6,95 \times 10^{-05}$	0,00
	MLP	$1,86 \times 10^{-03}$	$2,03 \times 10^{-05}$	0,00	0,00
	LSTM	$9,24 \times 10^{-03}$	0,00	$1,24 \times 10^{-05}$	0,00
	SARIMA_CALENDARIO	$5,50 \times 10^{-01}$	$2,31 \times 10^{-03}$	$1,29 \times 10^{-02}$	$1,65 \times 10^{-05}$
	MLP_CALENDARIO	$3,47 \times 10^{-04}$	0,00	0,00	$2,03 \times 10^{-05}$
	LSTM_CALENDARIO	-	-	-	-
NAODURAVEIS	<i>Naïve</i>	0,00	0,00	0,00	0,00
	<i>Seasonal Naïve</i>	0,00	0,00	0,00	0,00
	Holt-Winters	$5,90 \times 10^{-02}$	$1,59 \times 10^{-05}$	0,00	0,00
	SARIMA	$2,24 \times 10^{-03}$	0,00	0,00	0,00
	MLP	0,00	0,00	0,00	0,00
	LSTM	$4,14 \times 10^{-04}$	0,00	0,00	0,00
	SARIMA_CALENDARIO	-	-	$4,33 \times 10^{-01}$	$4,66 \times 10^{-01}$
	MLP_CALENDARIO	$4,71 \times 10^{-04}$	$1,98 \times 10^{-02}$	$2,23 \times 10^{-02}$	$1,10 \times 10^{-01}$
	LSTM_CALENDARIO	$7,82 \times 10^{-01}$	$8,61 \times 10^{-01}$	-	-
DURAVEIS	<i>Naïve</i>	0,00	$2,22 \times 10^{-02}$	$1,16 \times 10^{-05}$	0,00
	<i>Seasonal Naïve</i>	$1,44 \times 10^{-02}$	$2,22 \times 10^{-02}$	$1,85 \times 10^{-04}$	0,00
	Holt-Winters	$9,50 \times 10^{-02}$	$3,67 \times 10^{-02}$	$6,40 \times 10^{-03}$	0,00
	SARIMA	$1,79 \times 10^{-02}$	$1,05 \times 10^{-02}$	$4,66 \times 10^{-04}$	$1,01 \times 10^{-04}$
	MLP	$7,32 \times 10^{-02}$	$8,16 \times 10^{-03}$	$1,11 \times 10^{-02}$	$1,66 \times 10^{-04}$
	LSTM	$8,29 \times 10^{-02}$	$1,79 \times 10^{-02}$	$8,55 \times 10^{-03}$	$5,30 \times 10^{-05}$
	SARIMA_CALENDARIO	$7,52 \times 10^{-01}$	-	$5,25 \times 10^{-01}$	$1,26 \times 10^{-02}$
	MLP_CALENDARIO	$5,07 \times 10^{-03}$	$7,82 \times 10^{-03}$	$5,79 \times 10^{-02}$	$2,19 \times 10^{-01}$
	LSTM_CALENDARIO	-	$1,50 \times 10^{-01}$	-	-
SERVICOS	<i>Naïve</i>	0,00	0,00	0,00	0,00
	<i>Seasonal Naïve</i>	0,00	0,00	0,00	0,00
	Holt-Winters	$7,78 \times 10^{-03}$	0,00	0,00	0,00
	SARIMA	0,00	0,00	0,00	0,00
	MLP	$4,99 \times 10^{-03}$	0,00	0,00	0,00
	LSTM	$2,78 \times 10^{-02}$	$1,43 \times 10^{-05}$	0,00	0,00
	SARIMA_CALENDARIO	$9,30 \times 10^{-01}$	-	0,00	$4,54 \times 10^{-05}$
	MLP_CALENDARIO	$3,06 \times 10^{-01}$	$2,60 \times 10^{-04}$	0,00	$4,60 \times 10^{-03}$
	LSTM_CALENDARIO	-	$3,05 \times 10^{-01}$	-	-

Fonte: Elaboração própria.

As principais conclusões dos testes DM, portanto, são:

- 1- Para a série **GERAL**, a previsão com o modelo LSTM_CALENDARIO foi superior aos demais modelos nos horizontes D+7, D+30 e D+90. Porém, para o horizonte D+1, não houve diferença estatística entre a previsão com a rede neural e com o modelo SARIMA_CALENDARIO;

- 2- Para a série **NAODURAVEIS**, a previsão com o modelo LSTM_CALENDARIO foi superior a todos modelos, exceto ao SARIMA_CALENDARIO, nos horizontes de previsão D+7, D+30 e D+90. No caso da previsão em D+1, também não foi encontrada diferença significativa com as previsões do modelo Holt-Winters;
- 3- Já para a série **DURAVEIS**, a previsão com o modelo LSTM_CALENDARIO só foi superior aos modelos sem efeito calendário nos horizontes D+7, D+30 e D+90. Para a previsão em D+1, só foi encontrada diferença estatística em comparação aos métodos *Naïve*, *Seasonal Naïve*, SARIMA e MLP_CALENDARIO.
- 4- Por fim, para a série **SERVICOS**, a previsão com o modelo LSTM_CALENDARIO foi superior a todos os modelos nos horizontes D+30 e D+90 e não foi encontrada diferença estatística em comparação ao SARIMA_CALENDARIO em D+7 e ao SARIMA_CALENDARIO e MLP_CALENDARIO em D+1.

Os testes Diebold-Mariano com a utilização do MSE como métrica para a comparação entre previsões são apresentados no Anexo E. Em linhas gerais, as conclusões destes testes mostraram-se semelhantes às exibidas anteriormente, com poucas variações entre os modelos SARIMA_CALENDARIO e LSTM_CALENDARIO.

5.3 Análise do efeito calendário

Analisando os resultados apresentados anteriormente, fica evidente a necessidade de modelagem do efeito calendário para a geração de um maior poder preditivo para índices diários de vendas do varejo. Esta conclusão é possível de ser estabelecida, pois foi rejeitada a hipótese nula do teste Diebold-Mariano em 14 das 16 comparações entre as previsões dos modelos vencedores com os modelos sem efeito calendário, exibidas na Tabela 20. As duas únicas exceções foram as previsões das séries NAODURAVEIS e DURAVEIS no horizonte D+1, nas quais não houve diferença estatística entre o modelo vencedor e pelo menos um dos modelos sem efeito calendário. Assim, foi realizada uma análise mais aprofundada das previsões dos modelos com o efeito.

No período *out-of-sample*, 54 observações possuem uma das variáveis *dummy* descritas nas Tabelas 3 a 5, correspondendo a 14,8% do total do período *out-of-sample*. Estas observações foram isoladas e a métrica MAPE foi recalculada para as previsões dos três modelos com efeito calendário nestes pontos. O resultado do cálculo é exibido na Tabela 21 em formato de mapa de calor. O resumo dos resultados por índice e horizonte de previsão é exibido na Tabela 22:

Tabela 21 – MAPE calculado nas observações com efeito calendário no período *out-of-sample*

Série	Horizonte	SARIMA_CALENDARIO	MLP_CALENDARIO	LSTM_CALENDARIO
GERAL	D+1	9,1%	9,0%	6,6%
GERAL	D+7	9,5%	9,6%	6,4%
GERAL	D+30	10,5%	12,4%	7,4%
GERAL	D+90	10,7%	10,5%	7,6%
NAODURAVEIS	D+1	10,0%	12,4%	8,5%
NAODURAVEIS	D+7	9,1%	11,8%	11,9%
NAODURAVEIS	D+30	11,3%	14,6%	12,9%
NAODURAVEIS	D+90	11,0%	19,1%	15,6%
DURAVEIS	D+1	25,4%	50,0%	26,5%
DURAVEIS	D+7	23,6%	52,7%	23,4%
DURAVEIS	D+30	33,8%	45,9%	26,5%
DURAVEIS	D+90	39,6%	58,9%	24,8%
SERVICOS	D+1	6,4%	7,2%	5,5%
SERVICOS	D+7	7,2%	8,0%	6,5%
SERVICOS	D+30	9,0%	8,5%	7,8%
SERVICOS	D+90	10,9%	9,8%	8,8%

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 22 – Modelos com melhores previsões do efeito calendário no período *out-of-sample*

Série	MAPE			
	D+1	D+7	D+30	D+90
GERAL	LSTM_CALENDARIO	LSTM_CALENDARIO	LSTM_CALENDARIO	LSTM_CALENDARIO
NAODURAVEIS	LSTM_CALENDARIO	SARIMA_CALENDARIO	SARIMA_CALENDARIO	SARIMA_CALENDARIO
DURAVEIS	SARIMA_CALENDARIO	LSTM_CALENDARIO	LSTM_CALENDARIO	LSTM_CALENDARIO
SERVICOS	LSTM_CALENDARIO	LSTM_CALENDARIO	LSTM_CALENDARIO	LSTM_CALENDARIO

Fonte: Elaboração própria.

É possível verificar que o modelo LSTM_CALENDARIO foi superior aos outros dois modelos em 12 das 16 comparações para as observações marcadas como efeito calendário. Uma possível explicação para este fenômeno foi descrita nos trabalhos de Alon et al. (2001) e Bessa (2018), nos quais os modelos de redes neurais foram capazes de modelar com maior eficiência a dinâmica não linear das séries

temporais. Modelos lineares não conseguem, por exemplo, capturar mudanças de amplitude nos padrões sazonais. O crescimento das vendas no evento da *Black Friday*, cada vez mais representativo no calendário varejista segundo Guerra et al. (2017), é um exemplo clássico deste tipo de mudança nas vendas do varejo brasileiro.

É válido ressaltar que as 54 observações com efeito calendário descritas anteriormente também possuíam as variáveis *dummy* de sazonalidade determinística por dia da semana e mês do ano e, desta forma, o modelo LSTM_CALENDARIO pode ter capturado de forma mais assertiva as possíveis interações não lineares presentes nas variáveis *dummy* e as defasagens temporais.

Outro ponto importante a ser destacado nos resultados é de que a rede neural MLP_CALENDARIO não se mostrou superior em nenhum caso aos demais modelos, mesmo na comparação com todo o período *out-of-sample*. Este efeito ocorre porque a arquitetura simples deste tipo de rede não é desenhada para compreender a sequência temporal das observações, apesar de possuir o mesmo número de defasagens temporais como variáveis explicativas. Este tipo de modelo, portanto, não é capaz de capturar tendências ao longo do tempo, conseguindo modelar somente a sazonalidade determinística das séries.

Por fim, os resultados apresentados na Tabela 23 demonstram que o ganho em acuracidade pela inclusão do efeito calendário variou entre 16,4% e 60,6% em redução do RMSE:

Tabela 23 – Redução do RMSE pelo efeito calendário por índice, modelo e horizonte de previsão

Série	Modelo	Redução* do RMSE			
		D+1	D+7	D+30	D+90
GERAL	SARIMA	38,4%	42,6%	47,3%	42,4%
	MLP	31,0%	26,7%	31,6%	40,6%
	LSTM	37,4%	41,7%	45,3%	46,5%
NAODURAVEIS	SARIMA	32,5%	41,6%	55,6%	53,4%
	MLP	27,6%	35,4%	37,7%	37,7%
	LSTM	33,8%	38,7%	46,2%	44,4%
DURAVEIS	SARIMA	44,7%	52,3%	58,3%	59,2%
	MLP	39,8%	38,0%	52,6%	57,6%
	LSTM	47,0%	46,2%	55,1%	60,6%
SERVICOS	SARIMA	22,8%	29,3%	43,9%	46,2%
	MLP	16,4%	20,4%	36,5%	40,2%
	LSTM	19,7%	25,9%	43,6%	43,5%

Legenda: (*): Variação percentual do RMSE do modelo com efeito calendário em relação ao modelo sem o efeito.

Fonte: Elaboração própria.

6 CONCLUSÕES

Os principais objetivos desta dissertação foram: (1) avaliar se existe um tipo de modelo capaz de prever índices diários de vendas do varejo com maior acuracidade, comparando-se modelos clássicos de previsão de séries temporais (*Naïve*, *Seasonal Naïve*, Holt-Winters e SARIMA) com arquiteturas de redes neurais *feedforward* (MLP) e recorrente (LSTM); (2) identificar se existe consistência nos resultados obtidos para quatro índices de vendas do varejo, um correspondendo ao varejo total e os outros três aos setores de bens não duráveis, bens duráveis e serviços; (3) verificar se o horizonte de previsão influencia no modelo escolhido e (4) avaliar o ganho em acuracidade ao se incorporar variáveis de controle para os feriados e datas comemorativas do calendário varejista.

Para garantir robustez nas previsões dos modelos, as séries temporais foram divididas em dois períodos: *in-sample* e *out-of-sample*. O período *in-sample* foi então subdividido em um trecho para treinamento do modelo e outro para a validação. A separação foi realizada através do método *holdout cross-validation* com 20% das observações para validação. Foram testadas, no total, 1632 combinações diferentes de parâmetros para cada índice. Os modelos SARIMA e SARIMA_CALENDARIO demonstraram ser os mais sensíveis às parametrizações escolhidas, uma vez que foram os modelos que apresentaram maior amplitude de RMSE no período de validação.

Através de um processo iterativo com retroalimentação das observações, as métricas MAPE e RMSE foram calculadas no período *out-of-sample* em quatro horizontes de previsão distintos: D+1, D+7, D+30 e D+90. Como resposta ao primeiro objetivo, a rede neural recorrente LSTM_CALENDARIO demonstrou possuir maior acuracidade ao ser o modelo vencedor em 12 combinações de índice e horizonte com a métrica MAPE e em 14 combinações com a métrica RMSE.

Já para os objetivos (2) e (3), é possível concluir, pelos testes estatísticos Diebold-Mariano com a métrica MAPE, que a rede neural LSTM_CALENDARIO foi estatisticamente superior ao modelo SARIMA_CALENDARIO para o índice GERAL nos horizontes D+7, D+30 e D+90, para o índice DURAVEIS no horizonte D+90 e para

o índice SERVICOS nos horizontes D+30 e D+90. Para a série NAODURAVEIS, estes dois modelos empatam em acuracidade das previsões em todos os horizontes.

Ao avaliar o MAPE apenas para as observações marcadas como efeito calendário nas quatro séries temporais, melhores resultados de previsão foram encontrados com a rede neural LSTM em comparação aos modelos SARIMA e MLP. Uma possível explicação para este resultado é de que a arquitetura de rede neural recorrente é capaz de modelar com mais precisão as interações não lineares existentes entre as variáveis *dummy* de controle e as defasagens temporais das séries. O modelo SARIMA é limitado pela linearidade e a rede neural MLP não é capaz de modelar a sequência intertemporal dos dados, impedindo este modelo de capturar tendências nas séries.

As duas limitações apresentadas pelos modelos SARIMA e MLP são parte da realidade das vendas do varejo. Dados históricos da PMC, divulgada pelo IBGE, indicam mudança na tendência de curto e longo prazo das vendas do varejo nos últimos anos, conforme relatórios divulgados pelo próprio instituto. Também é possível observar mudanças na volatilidade das séries em datas comemorativas, feriados e eventos comerciais, como é o caso da *Black Friday*, que está se tornando, a cada ano, mais representativa no comércio varejista brasileiro, segundo estudo realizado por Guerra et al. (2017).

Para as séries avaliadas, houve ganho expressivo em acuracidade com a modelagem do efeito calendário. Este ganho variou de 16,4% a 60,6%, dependendo do tipo de modelo, série e horizonte de previsão. As conclusões dos testes DM validam este ganho em acuracidade, sendo possível rejeitar a hipótese nula em 14 das 16 combinações. As únicas exceções foram as previsões dos índices NAODURAVEIS e DURAVEIS em D+1. Os ganhos em acuracidade foram maiores na comparação entre os modelos com e sem a inclusão do efeito calendário do que na comparação entre os modelos tradicionais e as redes neurais.

Um ponto importante a se ressaltar é que, apesar de não ser possível rejeitar a hipótese nula dos testes Diebold-Mariano entre as previsões da LSTM e do modelo SARIMA tradicional em alguns casos, não foram encontradas evidências estatísticas de ganhos em acuracidade ao se optar por um modelo mais tradicional. Estes resultados corroboram com aqueles encontrados por Alon et al. (2001) para o

varejo norte-americano. Porém, é válido ressaltar que a perda de interpretabilidade dos resultados pode ser uma desvantagem significativa.

Por fim, fatores como limitação da amostra de dados, não utilização de variáveis exógenas do cenário macroeconômico brasileiro e a não utilização de arquiteturas mais complexas de redes neurais – com maior número de camadas escondidas – podem ter limitado o ganho que poderia ter sido obtido nas previsões.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALON, Ilan; QI, Min; SADOWSKI, Robert J. Forecasting aggregate retail sales: a comparison of artificial neural networks and traditional methods. *Journal of Retailing and Consumer Services*, v.8, n.3, p. 147-156, 2001.

ALI, Ozden Gur; SAYIN, Serpil; VAN WOENSEL, Tom; FRANSOO, Jan. SKU demand forecasting in the presence of promotions. *Expert Systems with Applications*, v.36, n.10, p. 12340-12348, 2009.

ARLOT, Sylvain; CELISSE, Alain. A survey of cross-validation procedures for model selection. *Statistic Surveys*, v.4, p. 40-79, 2010.

ARMSTRONG, J. Scott; COLLOPY, Fred. Error measures for generalizing about forecasting methods: Empirical comparisons. *International Journal of Forecasting*, v.8, n.1, p. 69-80, 1992.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DAS EMPRESAS DE CARTÕES DE CRÉDITO E SERVIÇOS. Setor de meios eletrônicos de pagamento: Balanço 2018. Disponível em: <<https://www.abecs.org.br/app/webroot/files/media/8/d/d/4f2832c3c205cd447ad706cef2a80.pdf>>. Acesso em 02 jun. 2019.

AU, Kin-Fan; CHOI, Tsan-Ming; YU, Yong. Fashion retail forecasting by evolutionary neural networks. *International Journal of Production Economics*, v.114, n.2, p. 615-630, 2008.

AYE, Goodness C.; BALCILAR, Mehmet; GUPTA, Rangan; MAJUMDAR, Anandamayee. Forecasting aggregate retail sales: The case of South Africa. *International Journal of Production Economics*, v.160, p. 66-79, 2015.

BELLMAN, Richard Ernest. Dynamic programming. *Rand Corporate study research*, Princeton University Press, 1957.

BENGIO, Yoshua; SIMARD, Patrice; FRASCONI, Paolo. Learning long-term dependencies with gradient descent is difficult. *IEEE Transactions on Neural Networks*, v.5, n.2, p. 157-166, 1994.

BERGMEIR, Christoph; BENÍTEZ, José M. On the use of cross-validation for time series predictor evaluation. *Information Sciences*, v.191, p. 192-213, 2012.

BERGMEIR, Christoph; COSTANTINI, Mauro; BENÍTEZ, José M. On the usefulness of cross-validation for directional forecast evaluation. *Computational Statistics & Data Analysis*, v.76, p. 132-143, 2014.

BESSA, Adriana Bezerra. Previsão de vendas no varejo de moda com modelos de redes neurais. Dissertação de Mestrado, Escola de Economia de São Paulo da Fundação Getulio Vargas, 2018.

BOX, George E. P.; JENKINS, Gwilym M. (1970). *Time series analysis: Forecasting and Control*. São Francisco, Holden Day (ed. revisada 1976).

CAMPOS, Juliana Cruz. Os impactos da conjuntura macroeconômica sobre o comércio no Brasil. Uma análise empírica das grandes varejistas. Dissertação de Mestrado, Escola de pós-graduação em Economia da Fundação Getulio Vargas, Rio de Janeiro, 2009.

CHATFIELD, Chris. Editorial: Apples, oranges and mean square error. *International Journal of Forecasting*, v.4, p. 515-518, 1988.

CHU, Ching-Wu; ZHANG, Guoqiang Peter. A comparative study of linear and nonlinear models for aggregate retail sales forecasting. *International Journal of Production Economics*, v.86, n.3, p. 217-231, 2003.

DIEBOLD, Francis X.; MARIANO, Robert S. Comparing predictive accuracy. *Journal of Business & Economics Statistics*, v.13, n.3, p. 253-264, 1995.

DE ALMEIDA, Fernando Carvalho; PASSARI, Antônio Fabrizio Lima. Previsão de vendas no varejo por meio de redes neurais. *Revista de Administração*, v.41, n.3, p. 257-272, 2006.

DE ANGELO, Claudio Felisoni; ZWICKER, Ronaldo; FOUTO, Nuno Manoel Martins; LUPPE, Marcos Roberto. Séries temporais e redes neurais: uma análise comparativa de técnicas de previsão de vendas do varejo brasileiro. *Brazilian Business Review*, v.8, n.2, p. 1-21, 2011.

DE GOOIJER, Jan G.; HYNDMAN, Rob J. 25 years of time series forecasting. *International Journal of Forecasting*, v.22, p. 443-473, 2006.

FALEIROS, João Paulo Martin. Comércio varejista: uma análise do volume de vendas sob uma perspectiva não linear. *Revista do BNDES*, Rio de Janeiro, n.32, p. 157-182, 2009.

FOUTO, Nuno Manoel Martins Dias. Mercado de consumo brasileiro: evolução e determinantes do volume de vendas, uma análise do período pós real. Tese de Doutorado, Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo, 2008.

FRANK, Celia; GARG, Ashish; RAHEJA, Amar; SZTANDERA, Les. Forecasting women's apparel sales using mathematical modeling. *International Journal of Clothing Science and Technology*, v.15, n.2, p. 107-125, 2003.

GARDNER JR., Everette S. Exponential smoothing: The state of the art – part II. *International Journal of Forecasting*, v.22, n.4, p. 637-666, 2006.

GERS, Felix A.; SCHMIDHUBER, Jürgen; CUMMINS, Fred. Learning to Forget: Continual Prediction with LSTM. *Neural Computation*, v.12, p. 2451-2471, 2000.

GEURTS, Michael D.; KELLY, J. Patrick. Forecasting retail sales using alternative models. *International Journal of Forecasting*, v.2, n.3, p. 261-272, 1986.

GIL-ALANA, Luis Alberiko; BARROS, Carlos Pestana; ASSAF, Albert. Retail sales: persistence in the short-term and long-term dynamics. *IMA Journal of Management Mathematics*, v.25, p. 367-386, 2014.

GLOROT, Xavier; BENGIO, Yoshua. Understanding the difficult of training deep feedforward neural networks. *Proceedings of AISTATS*, v.9, p. 249-256, 2010.

GLOROT, Xavier; BORDES, Antoine; BENGIO, Yoshua. Deep sparse rectifier neural networks. *Proceedings of AISTATS*, v.15, p. 315-323, 2011.

GORR, Wilpen L. Research prospective on neural network forecasting. *International Journal of Forecasting*, v.10, n.1, p. 1-4, 1994.

GUERRA, Alberto; NIELSEN, Flavia; GHISI, Marcos. Aspectos benéficos e detratores do Black Friday no Brasil: um estudo sobre as práticas adotadas pelos varejistas para essa data promocional. In: CONGRESSO LATINO-AMERICANO DE VAREJO E CONSUMO, 10., 2017. São Paulo. Disponível em: <<http://bibliotecadigital.fgv.br/ocs/index.php/clav/clav2017/paper/view/6021/1747.pdf>>. Acesso em 07 jul. 2019.

HARVEY, David; LEYBOURNE, Stephen; NEWBOLD, Paul. Testing the equality of prediction mean squared errors. *International Journal of Forecasting*, v.13, n.2, p. 281-291, 1997.

HILL, Tim; MARQUEZ, Leorey; O'CONNOR, Marcus; REMUS, William. Artificial neural network models for forecasting and decision making. *International Journal of Forecasting*, v.10, n.1, p. 5-15, 1994.

HILL, Gareth; FILDES, Robert. The accuracy of extrapolation methods: an automatic Box-Jenkins package SIFT. *Journal of Forecasting*, v.3, p. 389-404, 1984.

HIPPERT, H.S.; BUNN, D.W.; SOUZA, R.C. Large neural networks for electricity load forecasting: Are they overfitted? *International Journal of Forecasting*, v.21, n.3, p. 425-434, 2005.

HOCHREITER, Sepp; SCHMIDHUBER, Jürgen. Long Short-Term Memory. *Neural Computation*, v.9, p. 1735-1780, 1997.

HYNDMAN, Rob J.; KOEHLER, Anne B.; SNYDER, Ralph D.; GROSE, Simone. A state space framework for automatic forecasting using exponential smoothing methods. *International Journal of Forecasting*, v.18, n.3, p. 439-454, 2002.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. Pesquisa Mensal do Comércio: Dezembro 2018. Disponível em: < https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/periodicos/230/pmc_2018_dez.pdf>. Acesso em 07 jul. 2019.

KANG, In-Bong. Multi-period forecasting using different models for different horizons: an application to U.S. economic time series data. *International Journal of Forecasting*, v.19, n.3, p. 387-400, 2003.

KARLIK, Bekir; OLGAC, A. Vehbi. Performance analysis of various activation functions in generalized MLP architectures of Neural Networks. *International Journal of Artificial Intelligence and Expert Systems*, v.1, n.4, p. 111-122, 2011.

LAWRANCE, Michael; O'CONNOR, Marcus; EDMUNDSON, Bob. A field study of sales forecasting accuracy and processes. *European Journal of Operational Research*, v.122, p. 151-160, 2000.

LIBERT, G. The M-competition with a fully automatic Box-Jenkins procedure. *Journal of Forecasting*, v.7, p. 231-238, 1984.

MAAS, Andrew L.; HANNUN, Awni Y.; NG, Andrew Y. Rectifier nonlinearities improve neural network acoustic models. *International Conference on Machine Learning*, 2013.

MAKRIDAKIS, S.; ANDERSEN, A.; CARBONE, R.; FILDES, R.; HIBON, M.; LEWANDOWSKI, R.; NEWTON, J.; PARZEN, E.; WINKLER, R. The accuracy of extrapolation (time series) methods: Results of a forecasting competition. *Journal of Forecasting*, v.1, p. 111-153, 1982.

MAKRIDAKIS, S.; CHATFIELD, C.; HIBON, M.; LAWRANCE, M.; MILLS, T.; ORD, K.; SIMMONS, L. The M2 competition: A real time judgmental based forecasting study. *International Journal of Forecasting*, v.9, p. 5-22, 1993.

MAKRIDAKIS, Spyros; WHEELWRIGHT, Steven; HYNDMAN, Rob J. Forecasting: Methods and applications. 3rd ed. New York: John Wiley and Sons, 1998. 45 p.

MORAES, Gustavo Inácio de; SILVA, Thiago Leal Flores da. Determinantes macroeconômicos das vendas no varejo no período de 2004-2011. *Revista de Economia Contemporânea*, v.19, n.1, p. 30-48, 2015.

NAIR, Vinod; HINTON, Geoffrey E. Rectified linear units improve restricted Boltzmann machines. *Proceedings of the 27th International Conference on International Conference on Machine Learning*, p. 807-814, 2010.

NELSON, Michael; HILL, Tim; REMUS, William; O'CONNOR, Marcus. Time series forecasting using neural networks: should data be deseasonalized first? *Journal of Forecasting*, v.18, n.5, p. 359-367, 1999.

PASQUOTTO, Jorge Luis Durgante. Previsão de séries temporais no varejo brasileiro: uma investigação comparativa da aplicação de redes neurais recorrentes de Elman. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo, 2010.

PINTO, Jeronymo Marcondes; MARÇAL, Emerson Fernandes. Cross-Validation based Forecasting Method: A Machine Learning Approach. *Working Paper Series*, CEMAP n.13, CEQEF n.49, Fevereiro de 2019.

POULOS, Laurette; KVANLI, Alan; PAVUR, Robert. A comparison of the accuracy of the Box-Jenkins method with that of automated forecasting methods. *International Journal of Forecasting*, v.3, n.2, p. 261-267, 1987.

ROSENBLATT, Frank. The perceptron: a probabilistic model for information storage and organization in the brain. *Psychological Review*, v.65, n.6, p. 386-408, 1958.

RUDER, Sebastian. An overview of gradient descent optimization algorithms. arXiv:1609.04747v2, 2017.

RUMELHART, D. E.; MCCLELLAND, J. L. PDP Research Group (1986). *Parallel distributed processing foundations*, vol.1. MIT, Cambridge.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE VAREJO E CONSUMO. O Papel do Varejo na Economia. Disponível em: <http://sbvc.com.br/wp-content/uploads/2018/11/O-Papel-do-Varejo-na-Economia-Brasileira-SBVC_Segunda-atualiza%C3%A7%C3%A3o-2018.pdf>. Acesso em 02 jun. 2019.

SPECHT, Donald F. Probabilistic Neural Networks. *Neural Networks*, v.3, p. 109-118, 1990.

SWANSON, Norman R.; WHITE, Halbert. Forecasting economic time series using flexible versus fixed specification and linear versus nonlinear econometric models. *International Journal of Forecasting*, v.13, n.4, p. 439-461, 1997.

TERASVIRTA, T.; ANDERSON, A. H. Characterizing nonlinearities in business cycles using smooth transition autoregressive models. *Journal of Applied Econometrics*, v.7, n.1, p. 119-136, 1992.

TEXTER, Pamela A.; ORD, J. Keith. Forecasting using automatic identification procedures: A comparative analysis. *International Journal of Forecasting*, v.5, n.2, p. 209-215, 1989.

WIDROW, Bernard; LEHR, Michael A. 30 years of adaptative neural networks: Perceptron, Madaline and Backpropagation. *Proceedings of the IEEE*, v.78, n.9, p. 1415-1442, 1990.

ZADEH, Mehdi Rezaeian; KHALILI, Davar; SINGH, Vijay P. Daily outflow prediction by multilayer perceptron with logistic sigmoid and tangent sigmoid activation functions. *Water Resources Management*, v.24, n.11, p. 2673-2688, 2010.

ANEXO A: Correlogramas das séries temporais e testes Q

1. Série GERAL

Sample: 1/01/2014 7/31/2018
Included observations: 1673

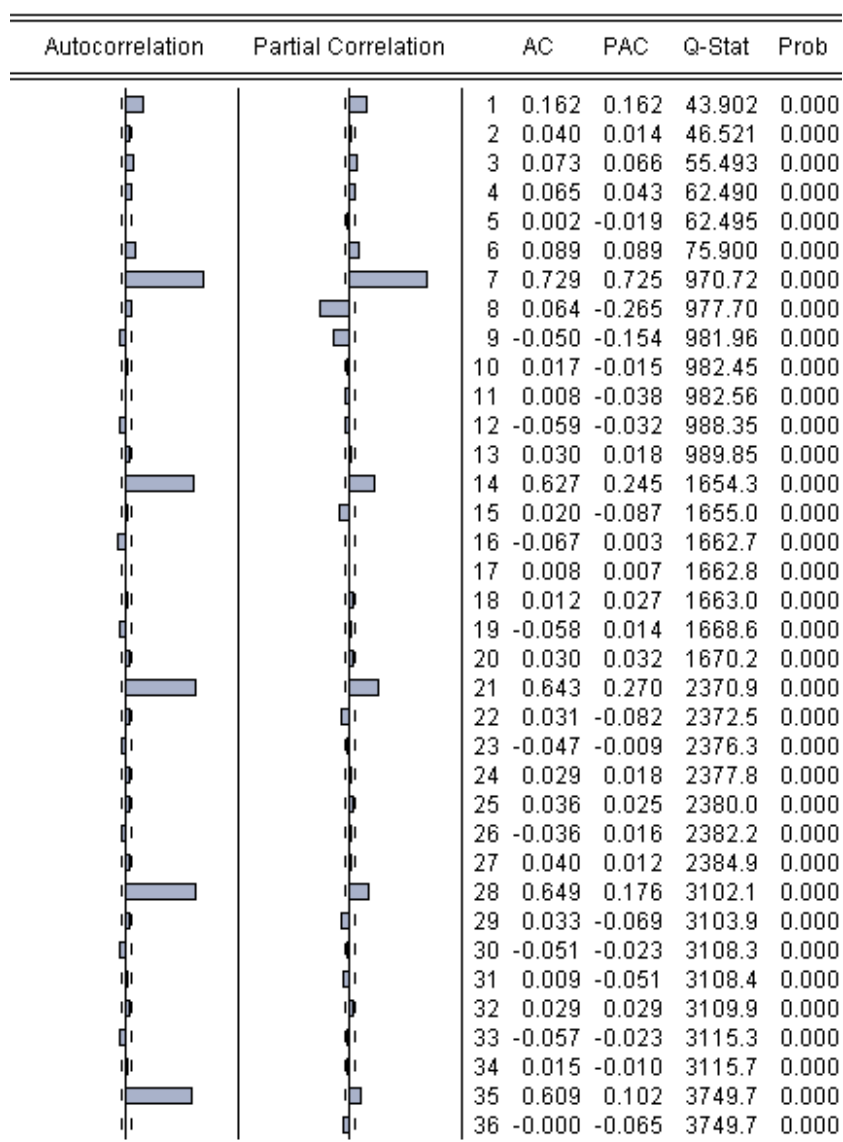


Figura 32 – Correlograma da série GERAL

Fonte: Elaboração própria.

2. Série NAODURAVEIS

Sample: 1/01/2014 7/31/2018

Included observations: 1673

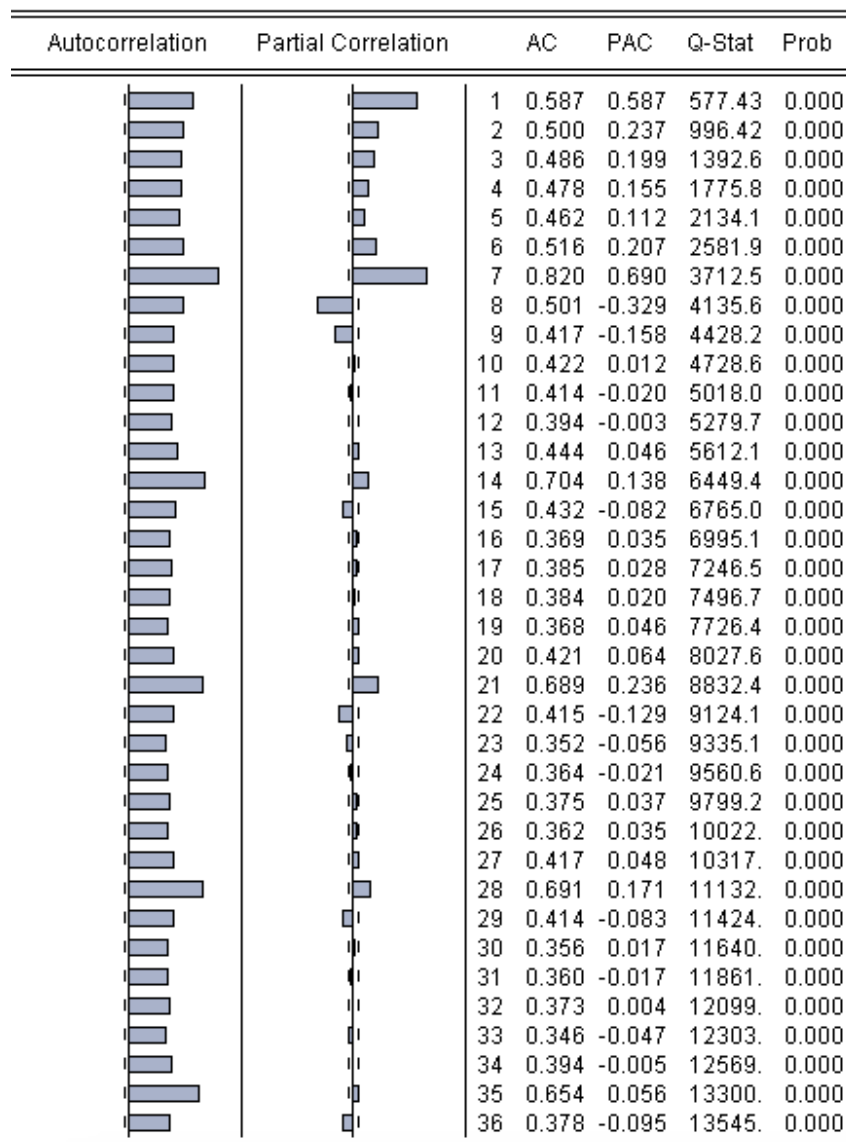


Figura 33 – Correlograma da série NAODURAVEIS

Fonte: Elaboração própria.

3. Série DURAVEIS

Sample: 1/01/2014 7/31/2018
Included observations: 1673

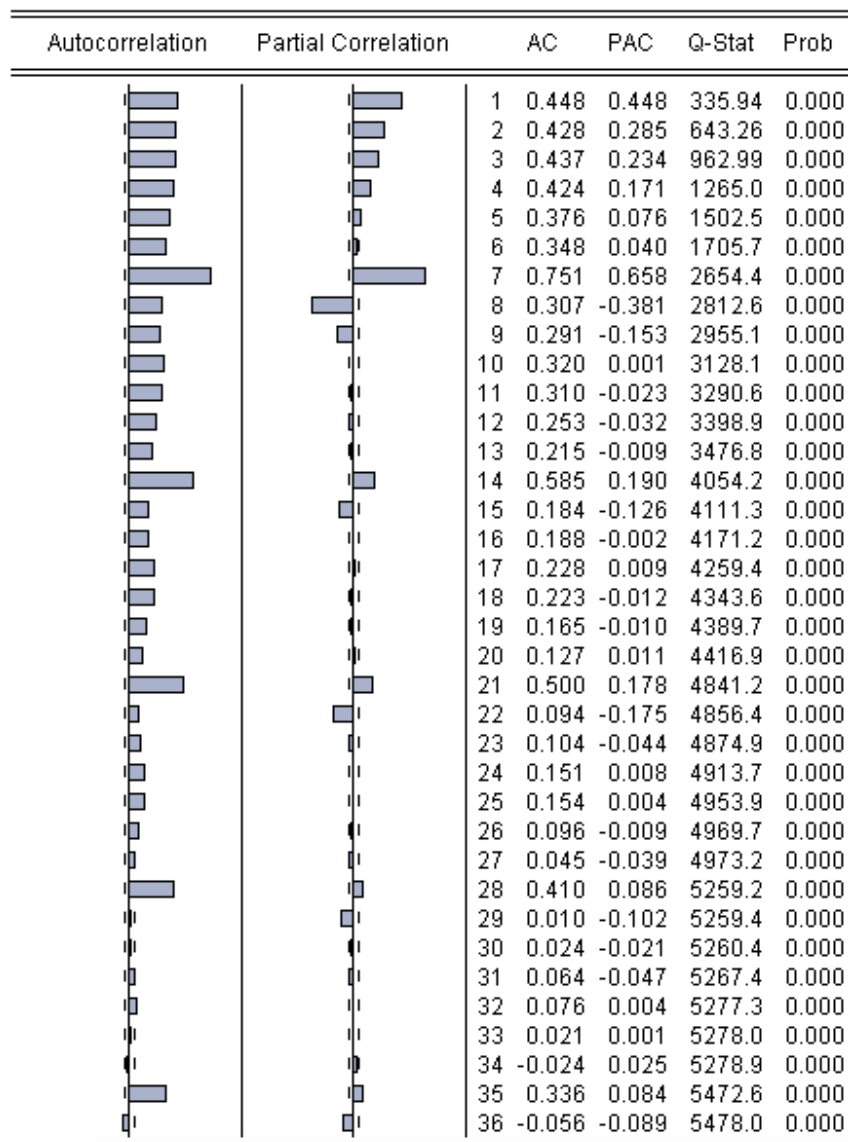


Figura 34 – Correlograma da série DURAVEIS

Fonte: Elaboração própria.

4. Série SERVICOS

Sample: 1/01/2014 7/31/2018
Included observations: 1673

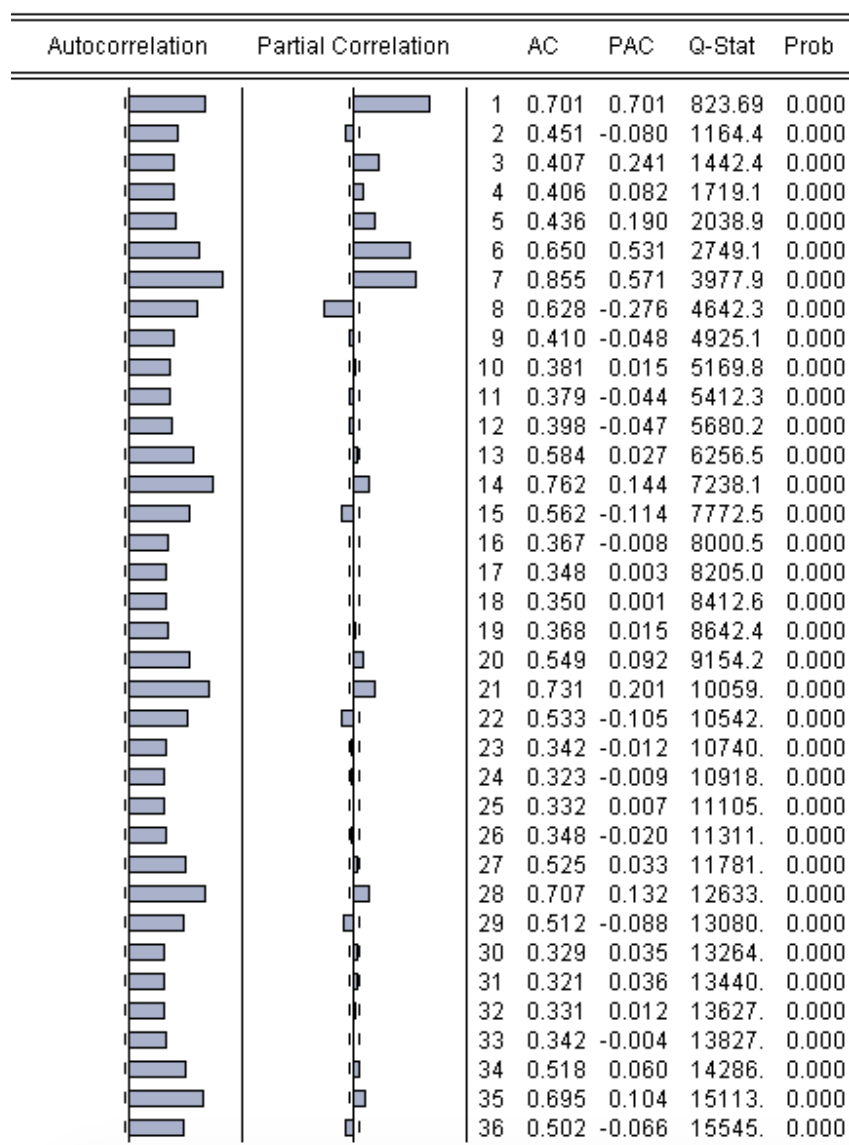


Figura 35 – Correlograma da série SERVICOS

Fonte: Elaboração própria.

ANEXO B: Gráficos das séries temporais em primeira diferença

1. Série GERAL

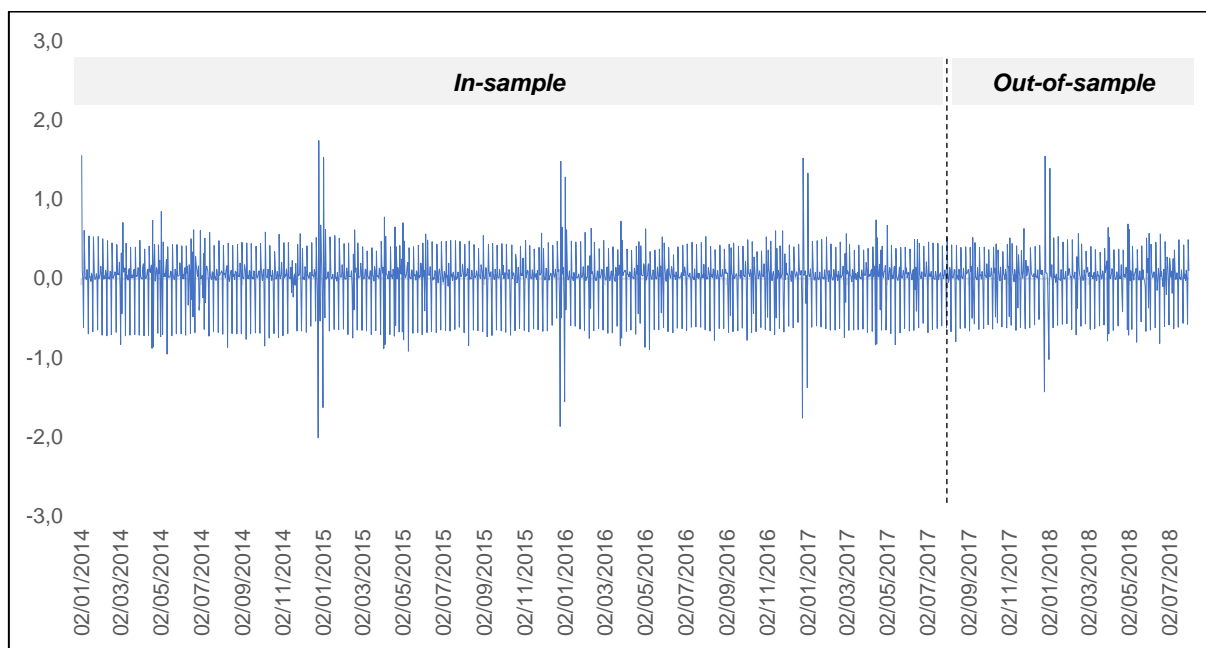


Figura 36 – Série GERAL em logaritmo da primeira diferença de d-1

Fonte: Elaboração própria.

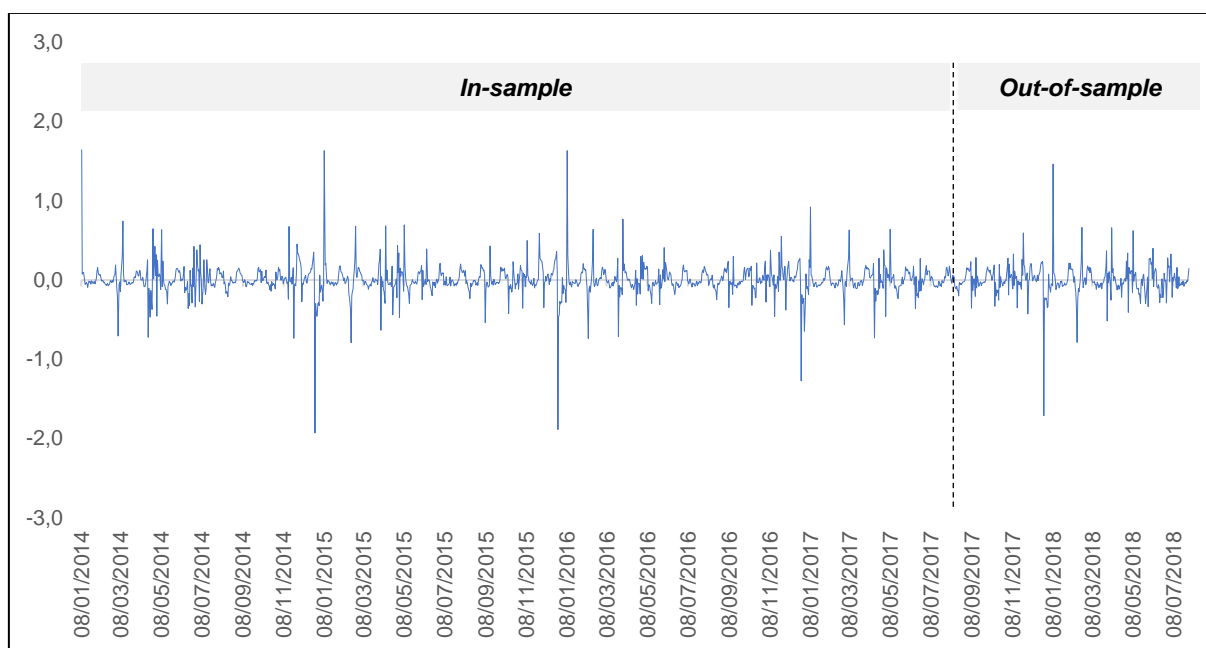


Figura 37 – Série GERAL em logaritmo da primeira diferença de d-7

Fonte: Elaboração própria.

2. Série NAODURAVEIS

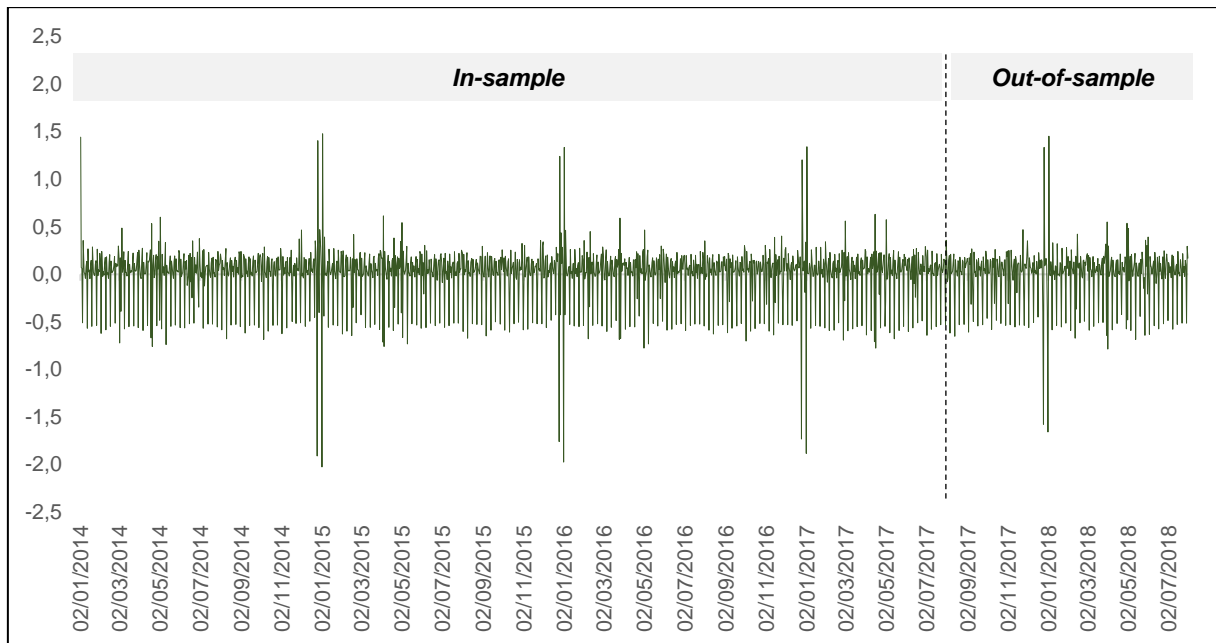


Figura 38 – Série NAODURAVEIS em logaritmo da primeira diferença de d-1

Fonte: Elaboração própria.

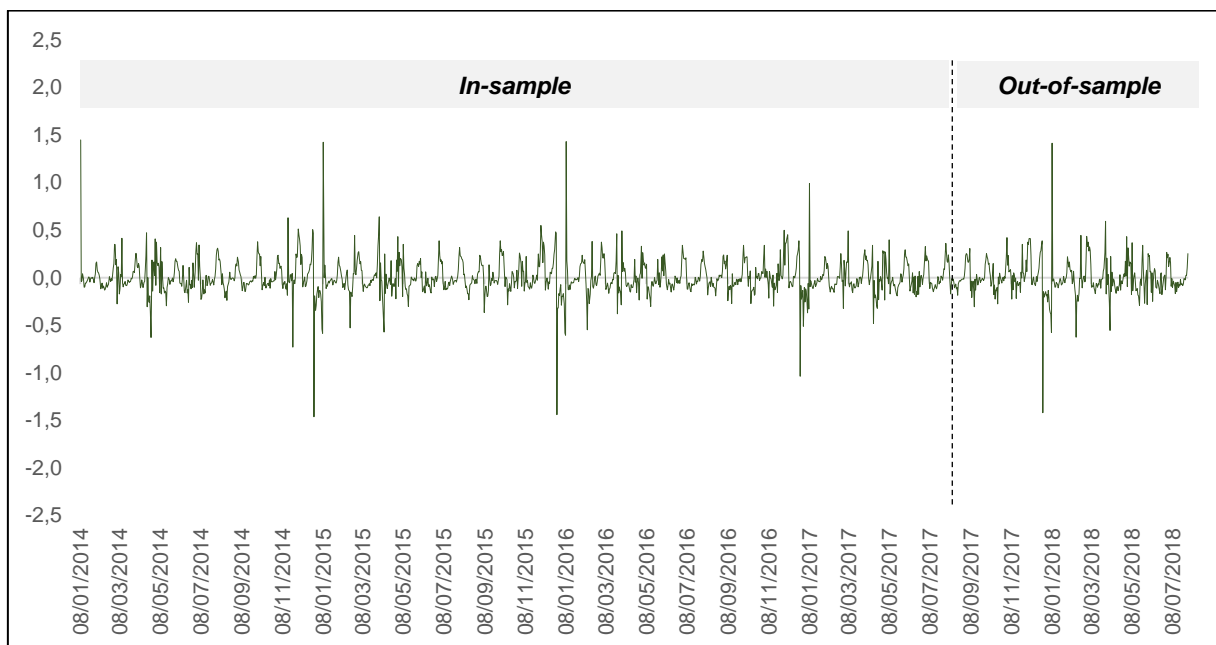


Figura 39 – Série NAODURAVEIS em logaritmo da primeira diferença de d-7

Fonte: Elaboração própria.

3. Série DURAVEIS

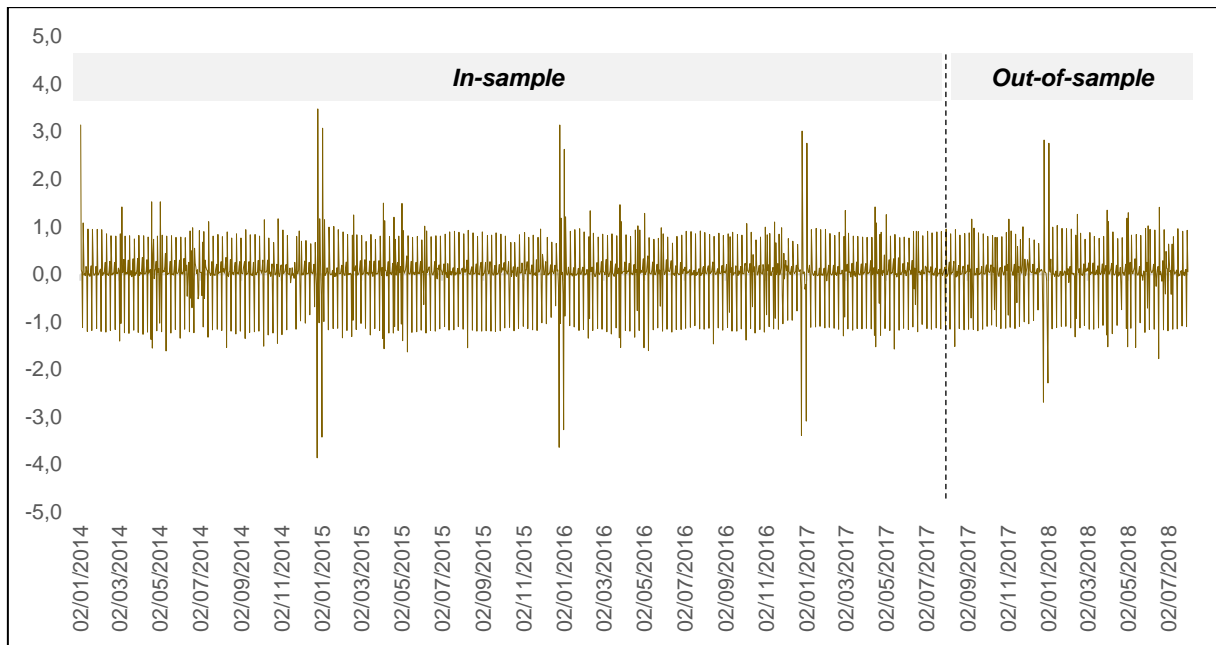


Figura 40 – Série DURAVEIS em logaritmo da primeira diferença de $d-1$

Fonte: Elaboração própria.

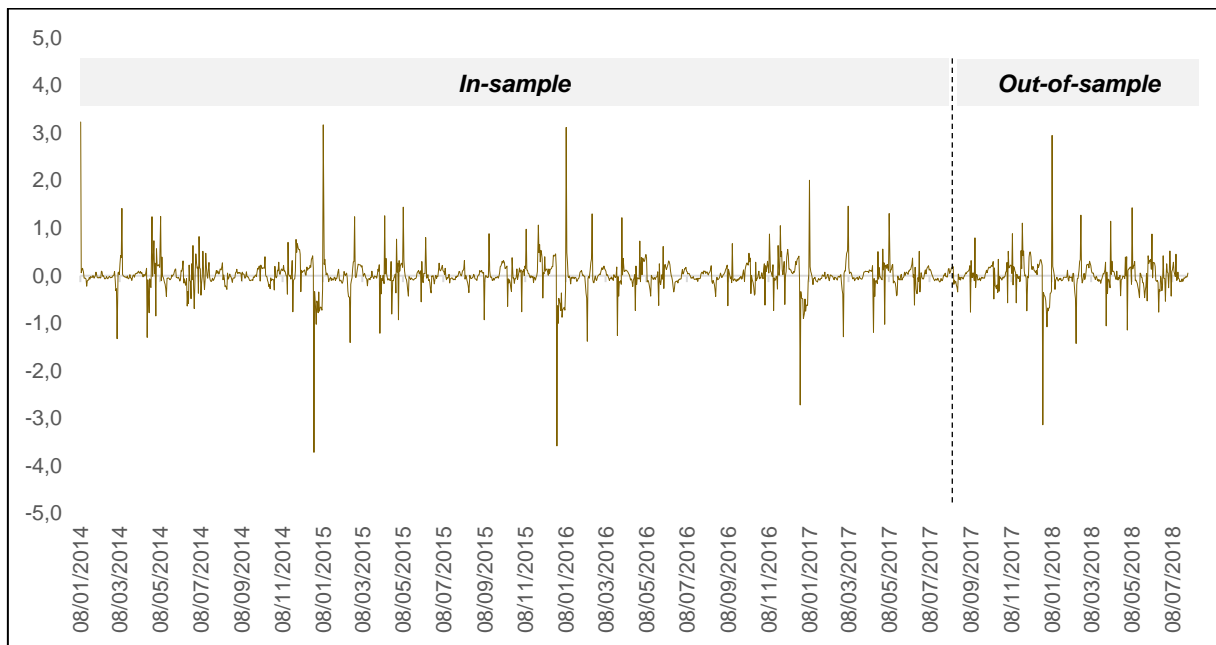


Figura 41 – Série DURAVEIS em logaritmo da primeira diferença de $d-7$

Fonte: Elaboração própria.

4. Série SERVICOS

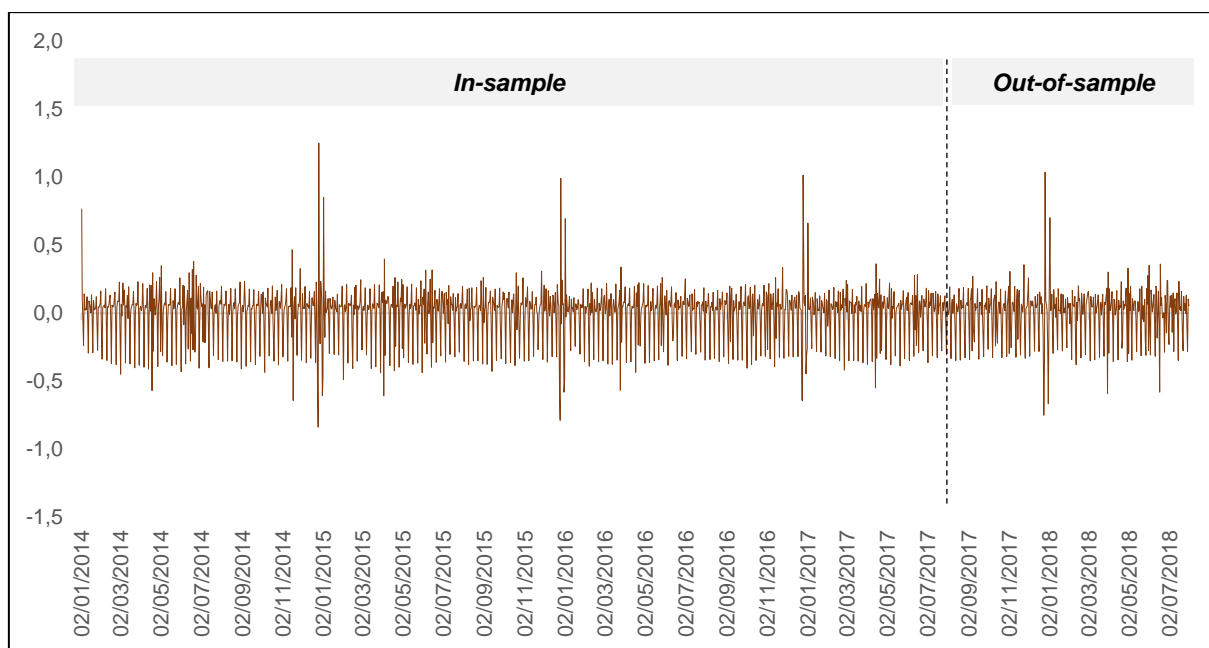


Figura 42 – Série SERVICOS em logaritmo da primeira diferença de d-1

Fonte: Elaboração própria.

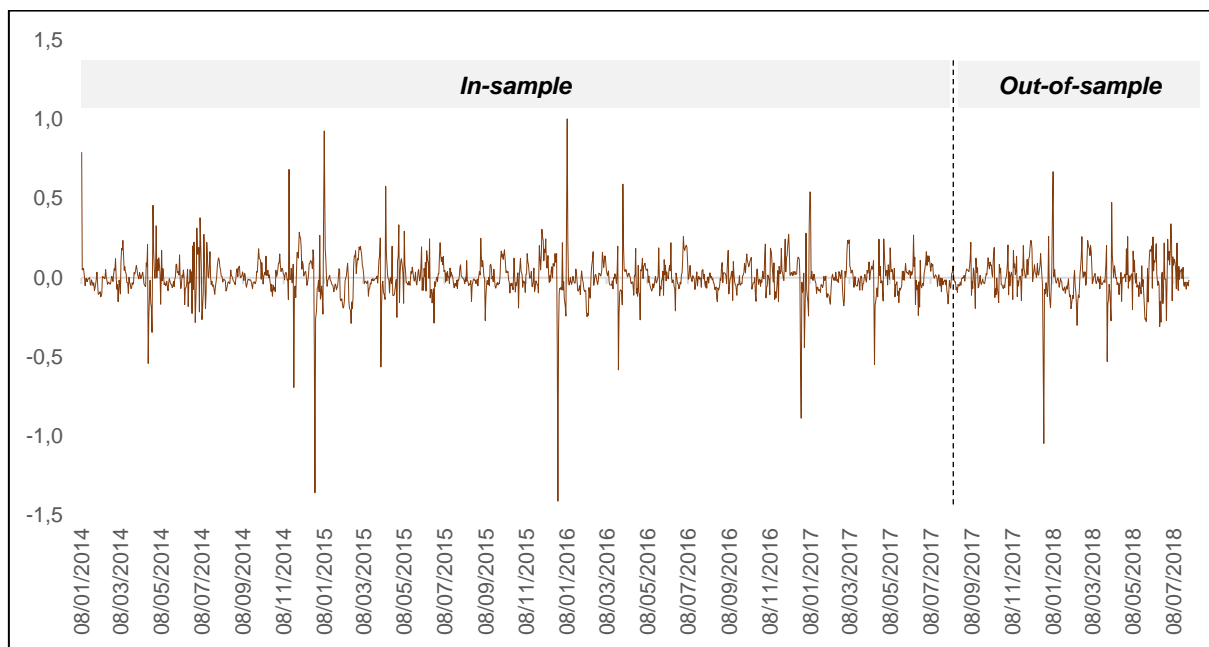


Figura 43 – Série SERVICOS em logaritmo da primeira diferença de d-7

Fonte: Elaboração própria.

ANEXO C: RMSE das parametrizações no período de treino

1. Série GERAL

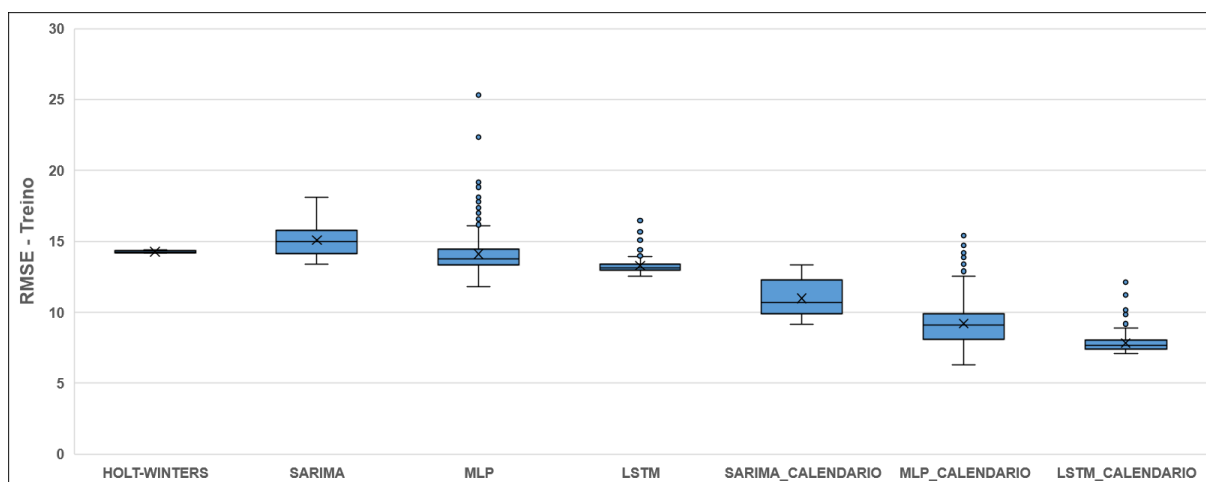


Figura 44 – Boxplot do RMSE das parametrizações no período de treino para a série GERAL

Fonte: Elaboração própria.

2. Série NAODURAVEIS

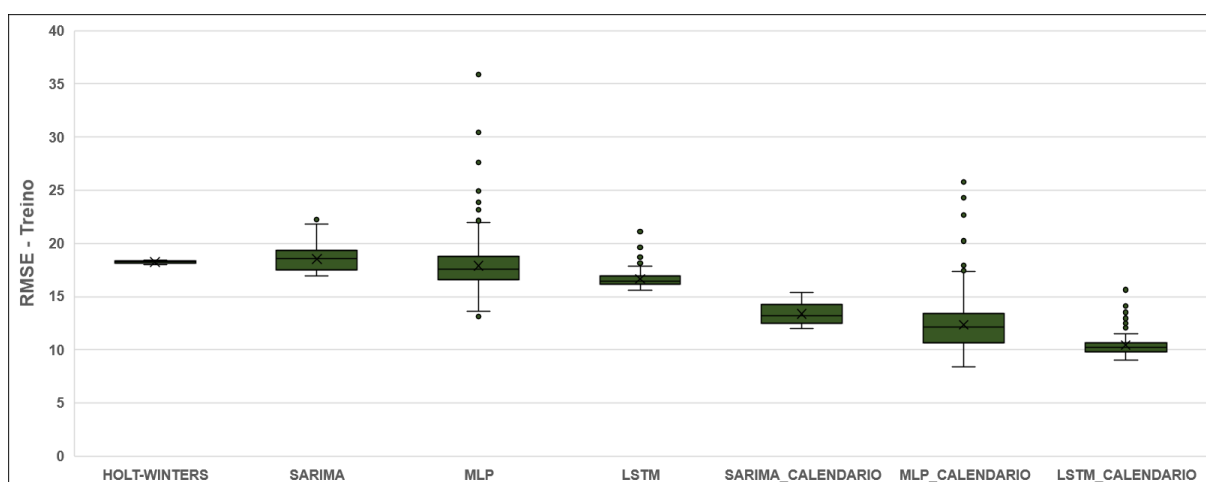


Figura 45 – Boxplot do RMSE das parametrizações no período de treino para a série NAODURAVEIS

Fonte: Elaboração própria.

3. Série DURAVEIS

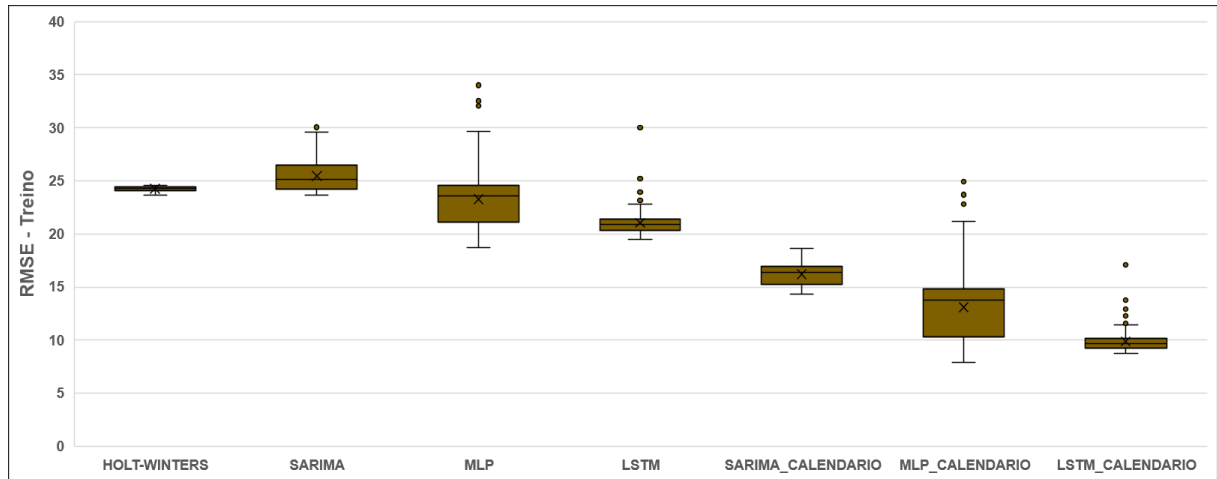


Figura 46 – Boxplot do RMSE das parametrizações no período de treino para a série DURAVEIS

Fonte: Elaboração própria.

4. Série SERVICOS

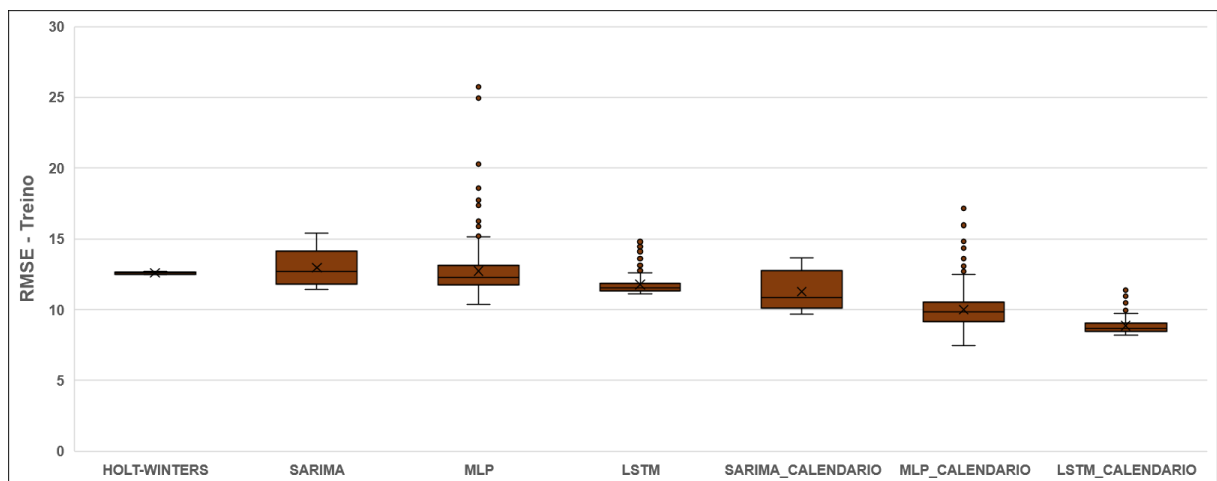


Figura 47 – Boxplot do RMSE das parametrizações no período de treino para a série SERVICOS

Fonte: Elaboração própria.

ANEXO D: Gráficos das previsões das séries temporais

1. Série GERAL

1.1. Naïve

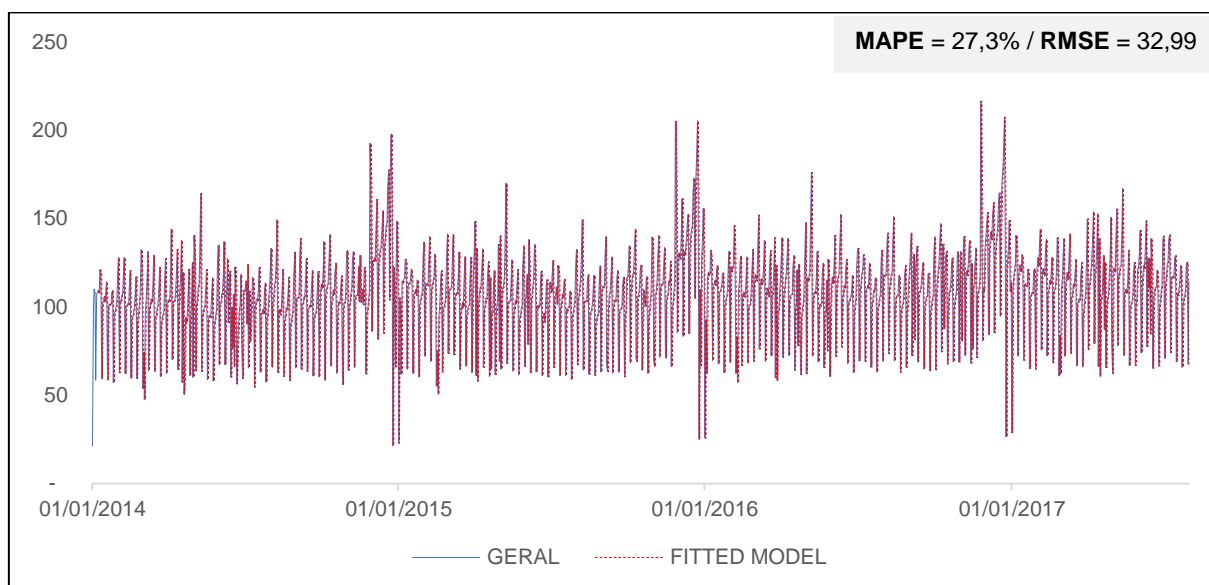


Figura 48 – Série GERAL – Naïve – In-Sample

Fonte: Elaboração própria.

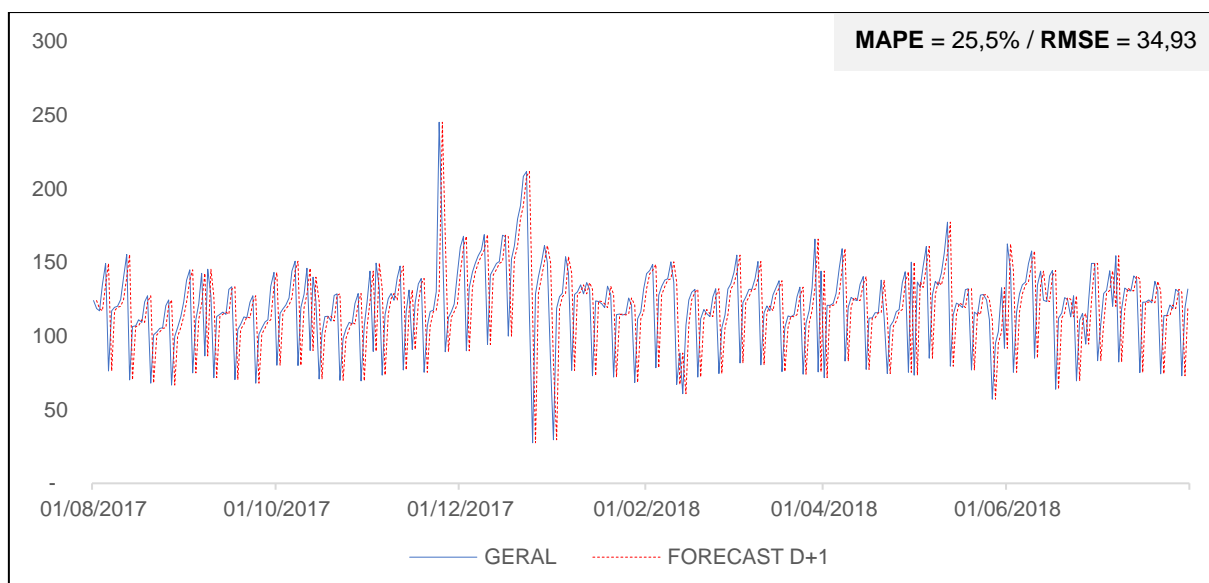


Figura 49 – Série GERAL – Naïve – Previsão D+1

Fonte: Elaboração própria.

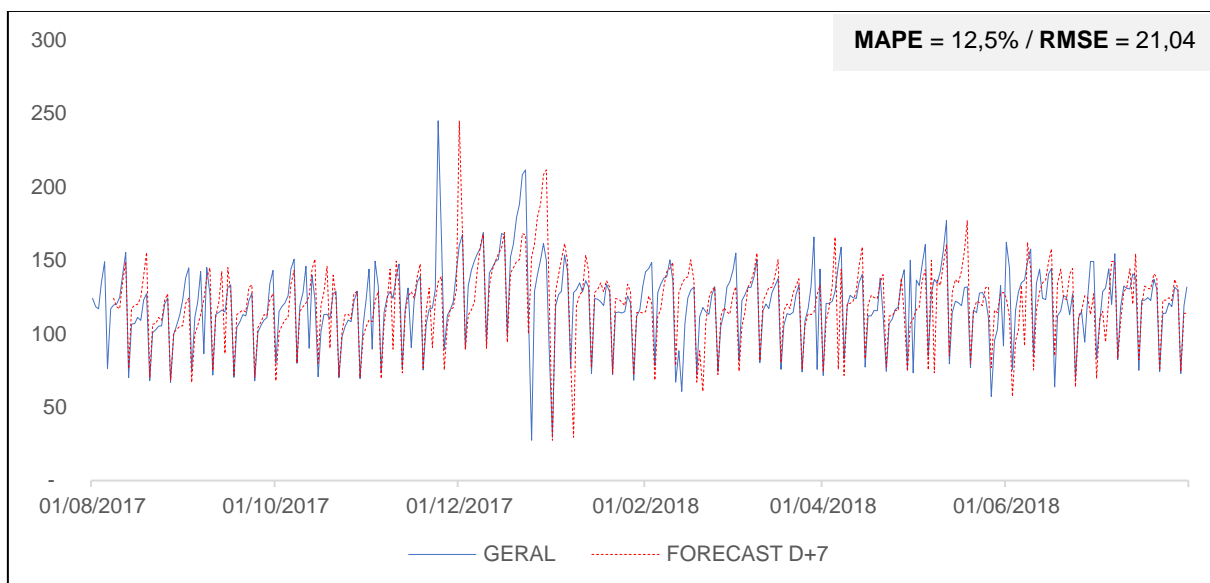


Figura 50 – Série GERAL – Naïve – Previsão D+7

Fonte: Elaboração própria.

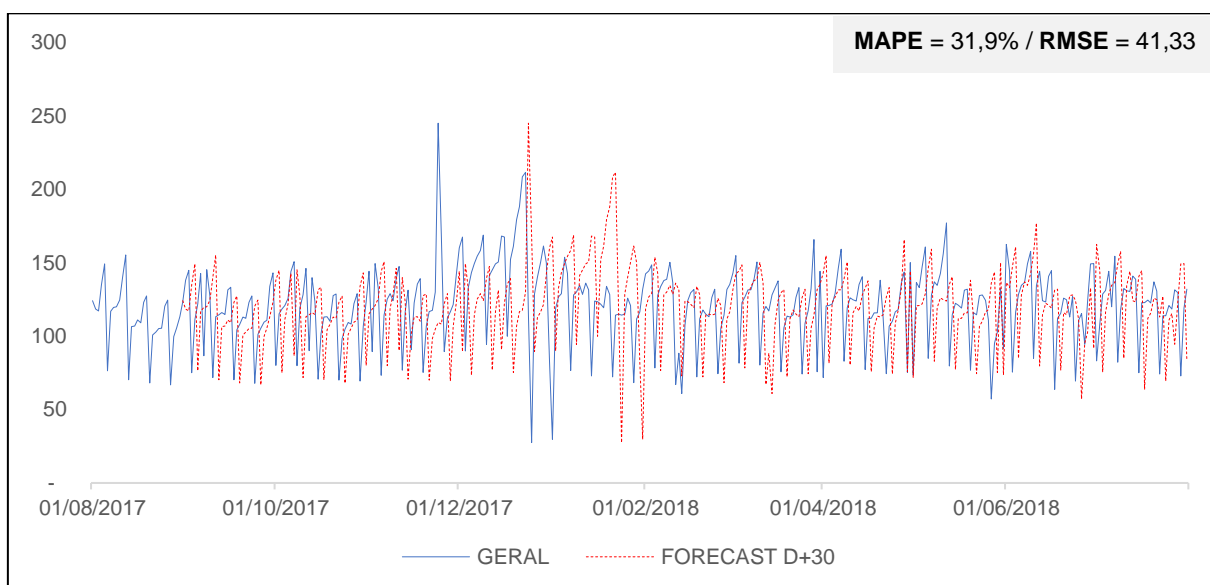


Figura 51 – Série GERAL – Naïve – Previsão D+30

Fonte: Elaboração própria.

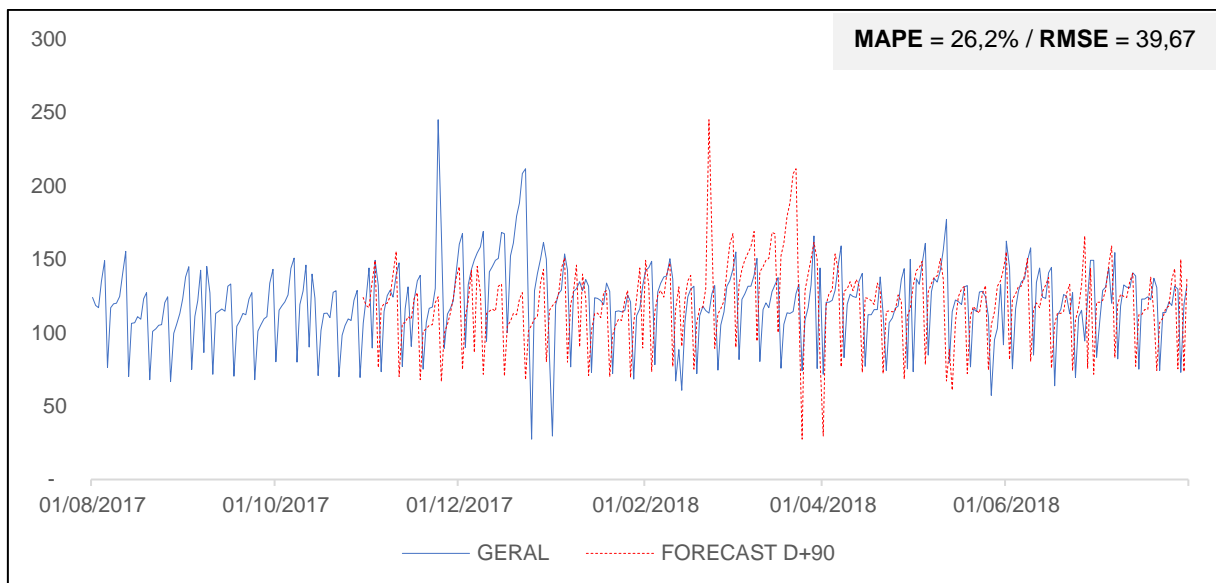


Figura 52 – Série GERAL – Naïve – Previsão D+90

Fonte: Elaboração própria.

1.2. Seasonal Naïve

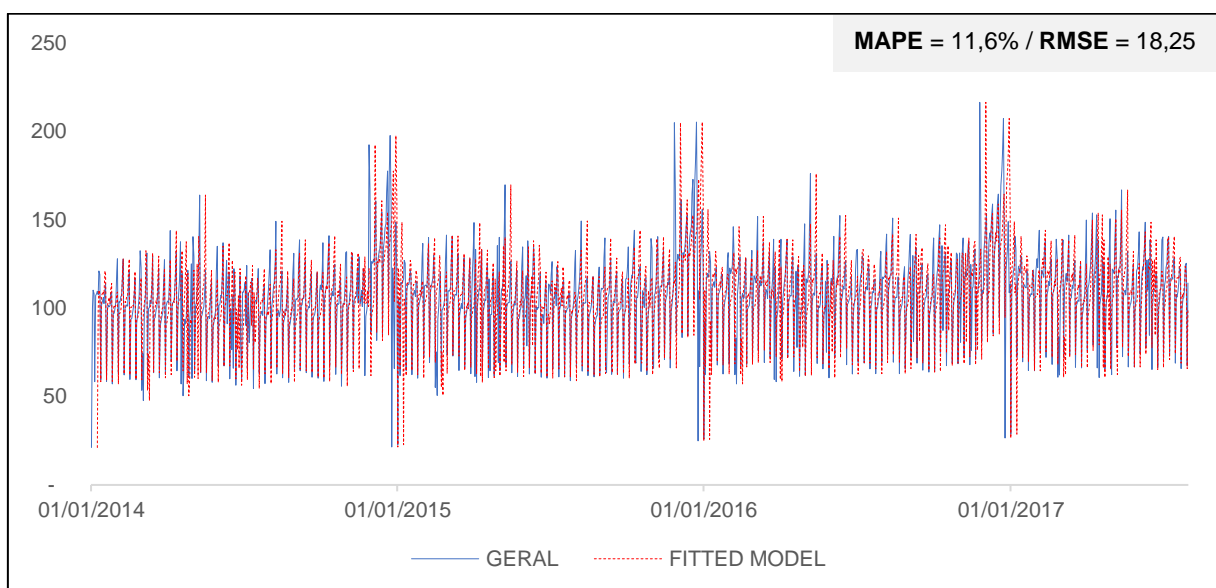


Figura 53 – Série GERAL – Seasonal Naïve – In-Sample

Fonte: Elaboração própria.

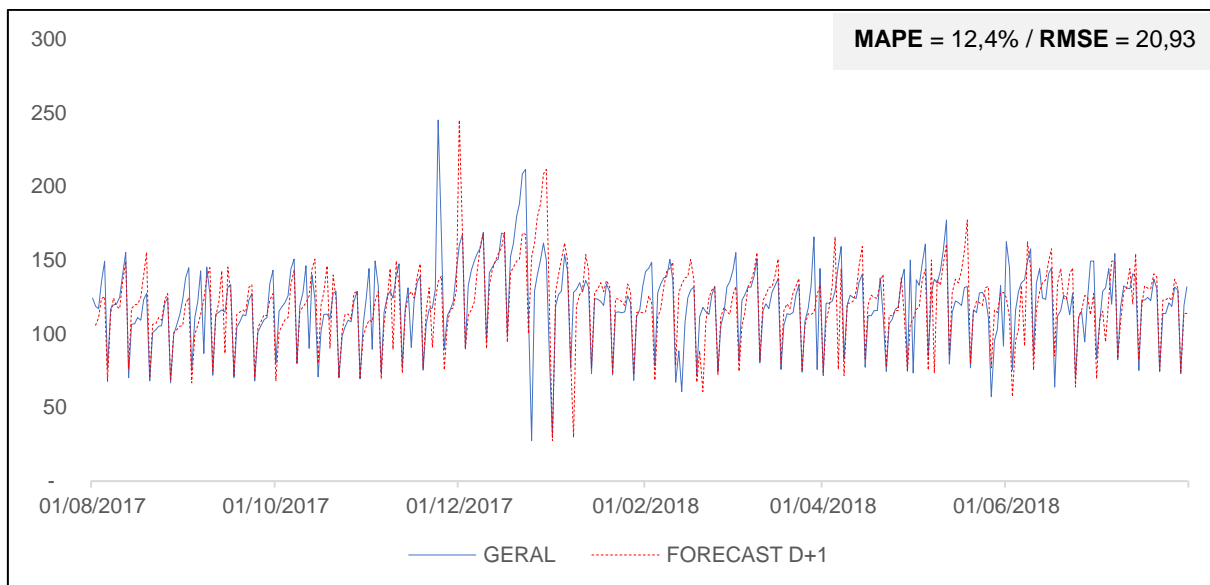


Figura 54 – Série GERAL – Seasonal Naïve – Previsão D+1

Fonte: Elaboração própria.

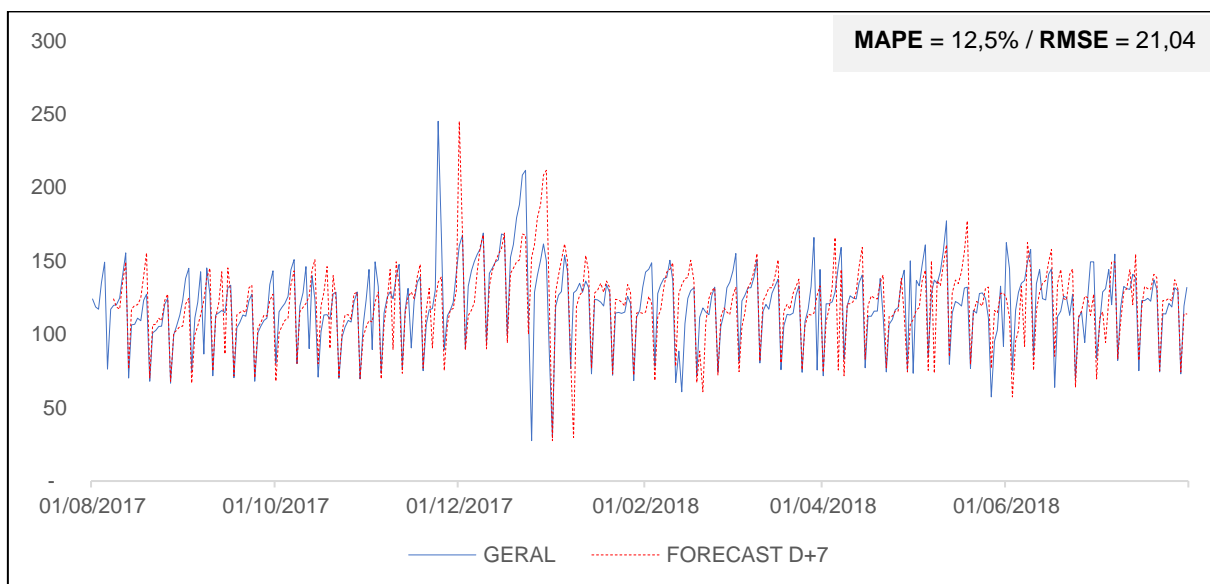


Figura 55 – Série GERAL – Seasonal Naïve – Previsão D+7

Fonte: Elaboração própria.

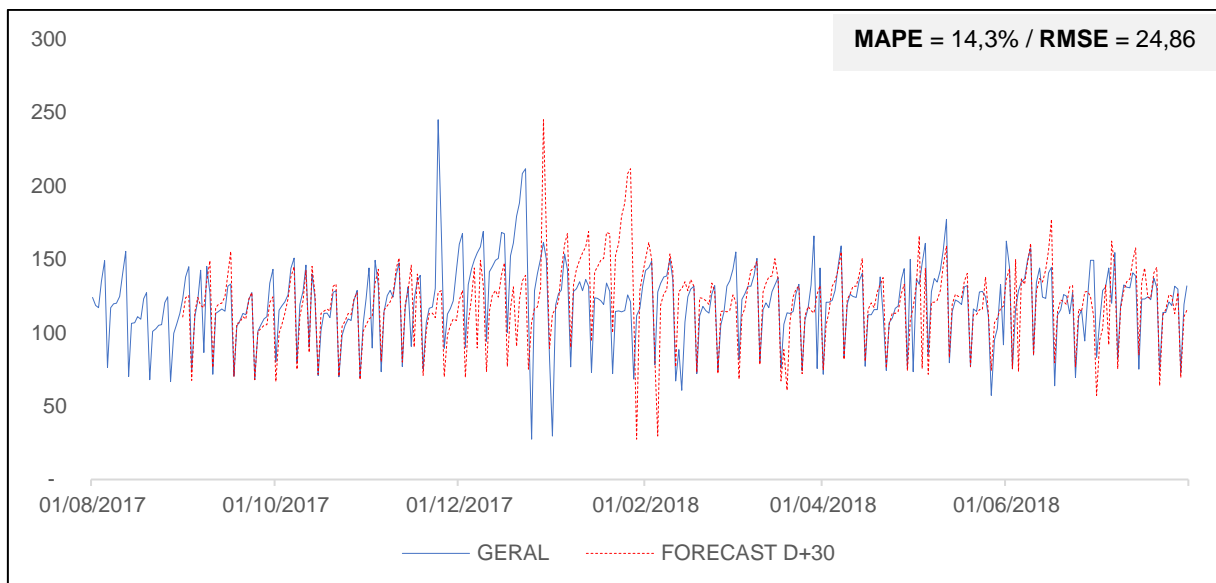


Figura 56 – Série GERAL – *Seasonal Naïve* – Previsão D+30

Fonte: Elaboração própria.

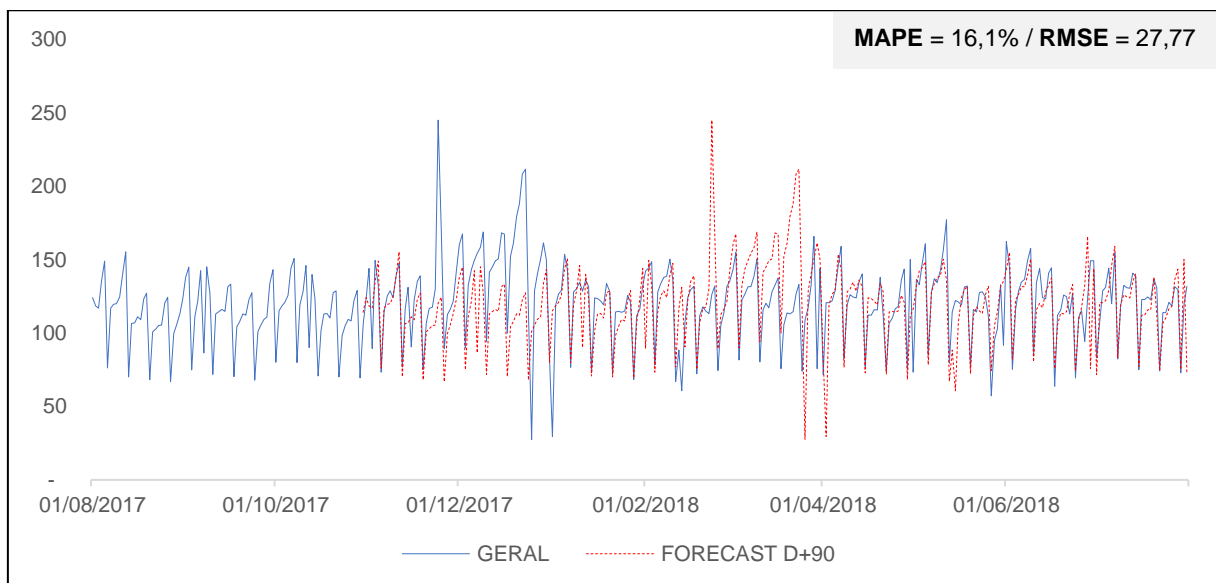


Figura 57 – Série GERAL – *Seasonal Naïve* – Previsão D+90

Fonte: Elaboração própria.

1.3. Holt-Winters

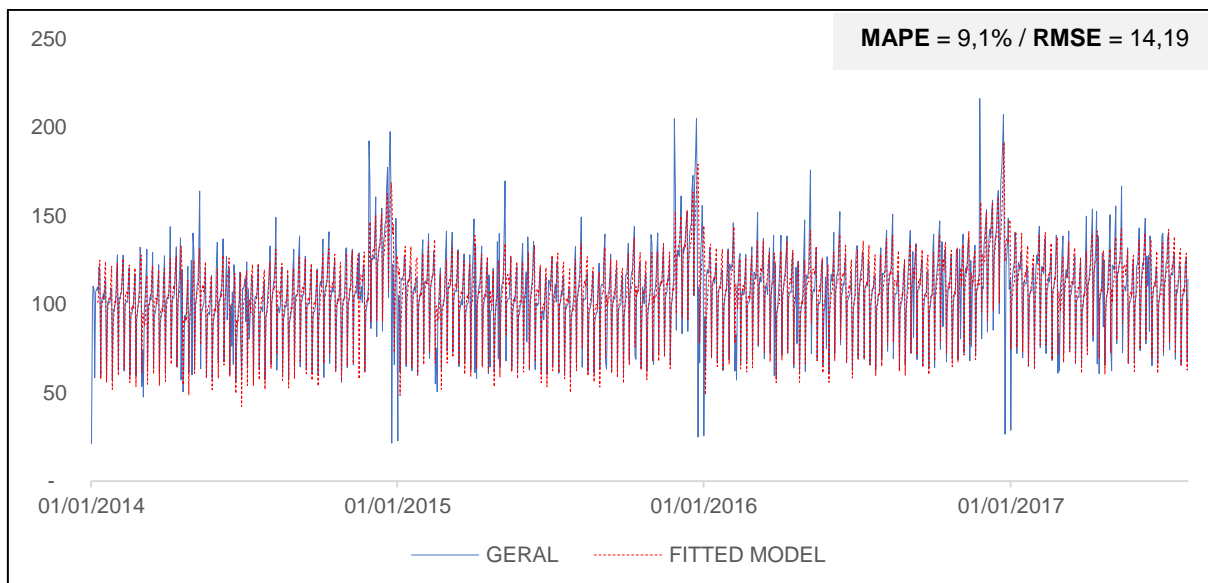


Figura 58 – Série GERAL – Holt-Winters – *In-Sample*

Fonte: Elaboração própria.

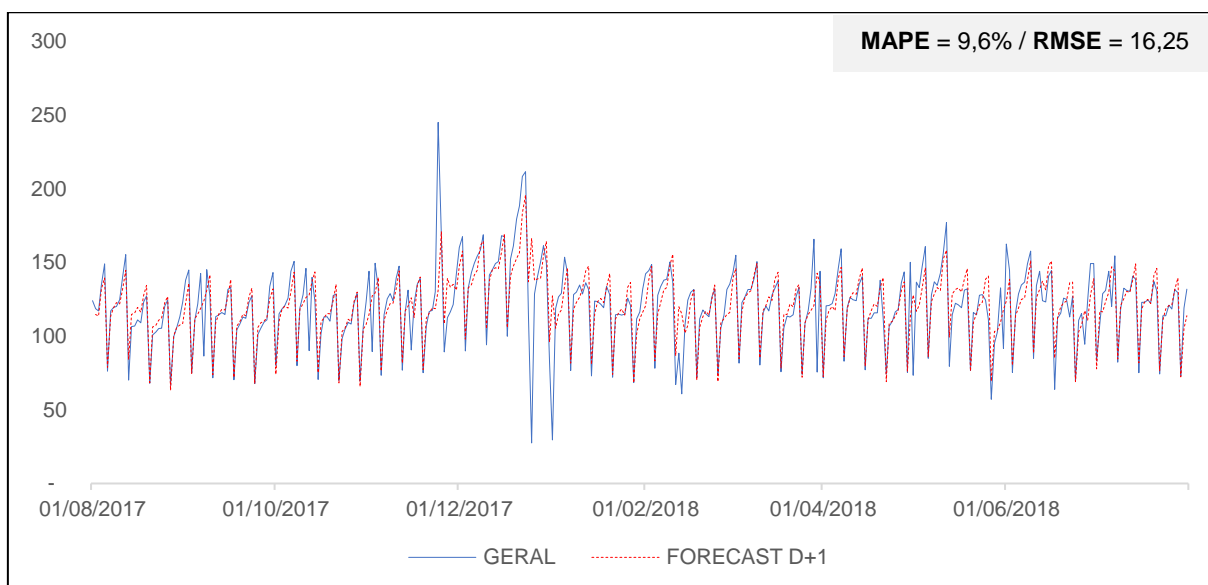


Figura 59 – Série GERAL – Holt-Winters – Previsão D+1

Fonte: Elaboração própria.

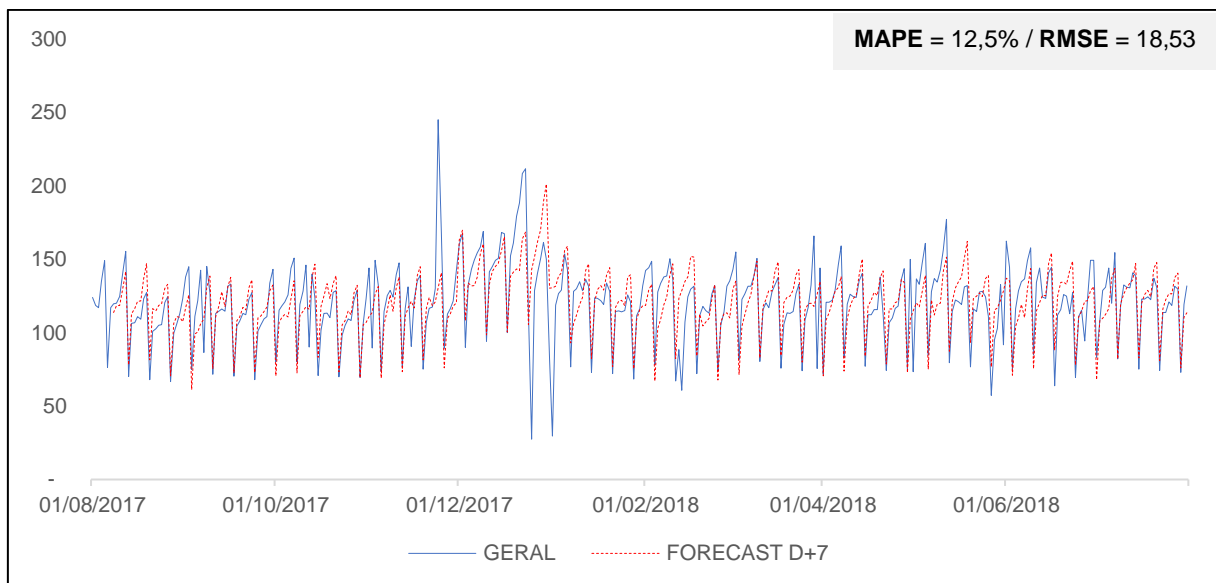


Figura 60 – Série GERAL – Holt-Winters – Previsão D+7

Fonte: Elaboração própria.

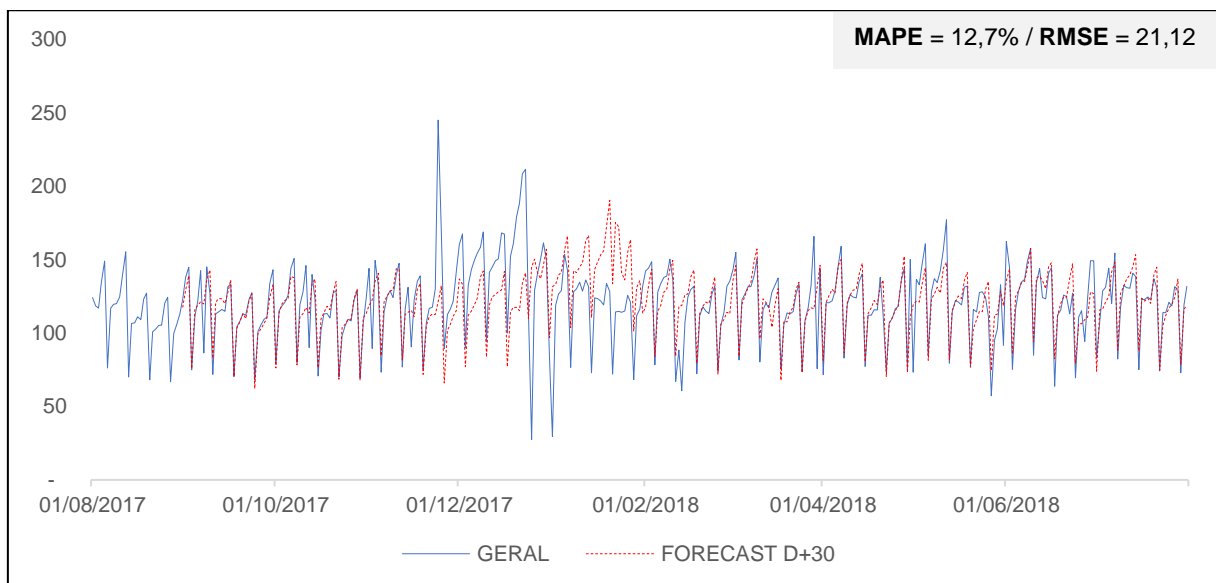


Figura 61 – Série GERAL – Holt-Winters – Previsão D+30

Fonte: Elaboração própria.

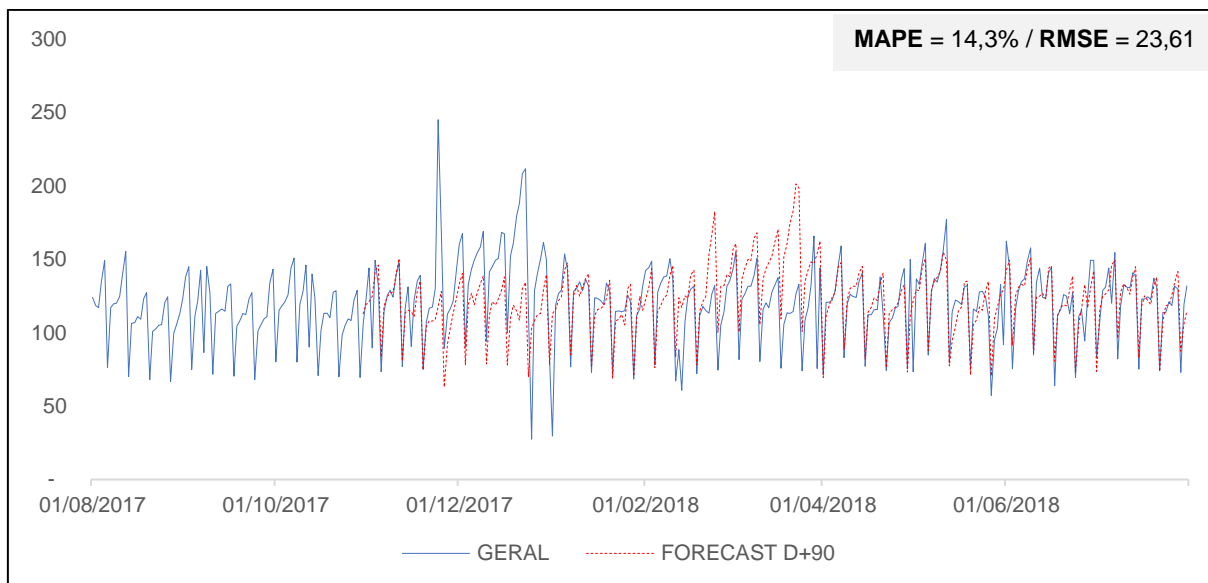


Figura 62 – Série GERAL – Holt-Winters – Previsão D+90

Fonte: Elaboração própria.

1.4. SARIMA

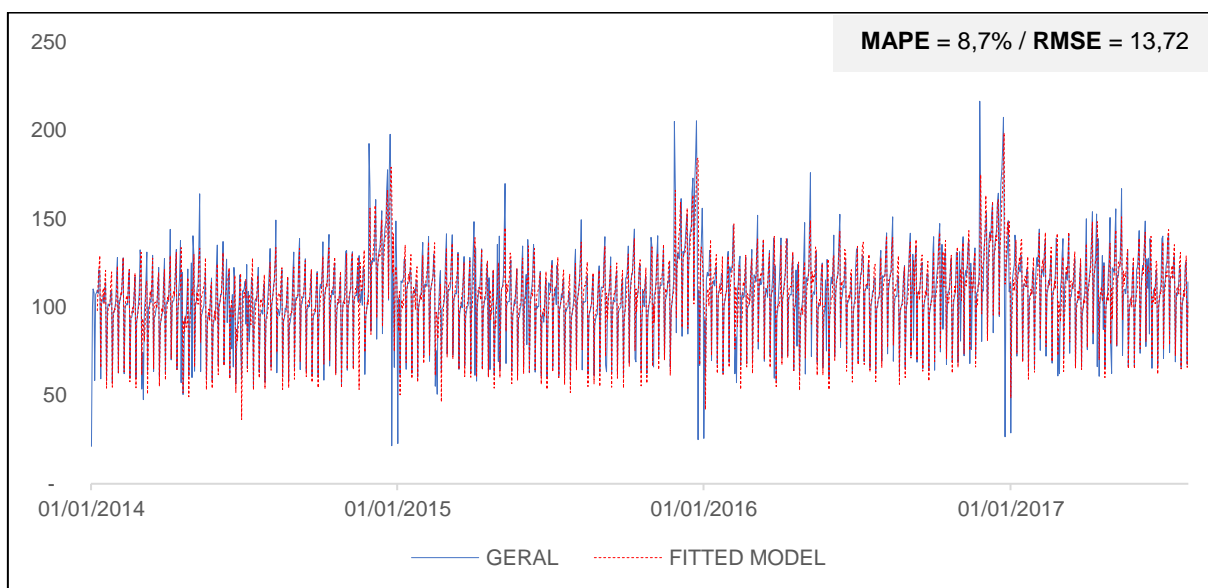


Figura 63 – Série GERAL – SARIMA – In-Sample

Fonte: Elaboração própria.

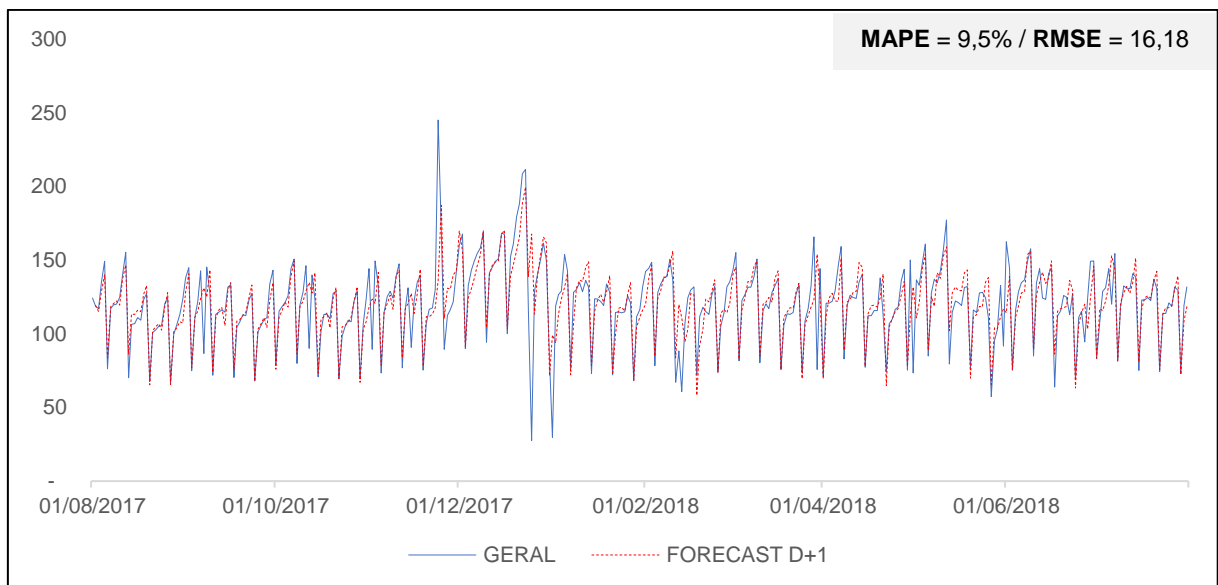


Figura 64 – Série GERAL – SARIMA – Previsão D+1

Fonte: Elaboração própria.

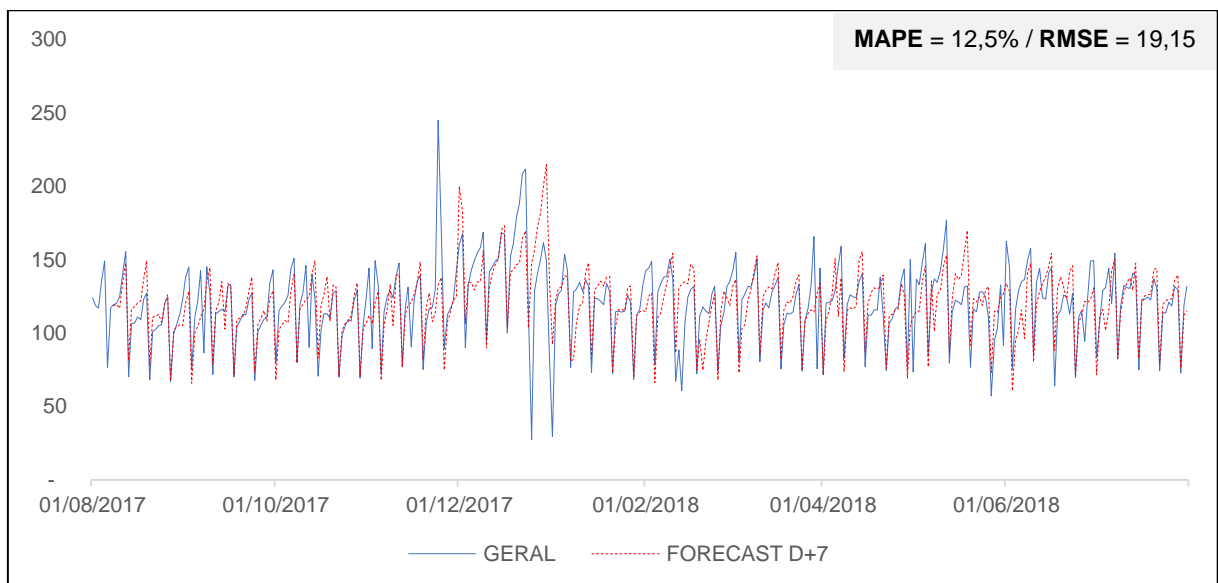


Figura 65 – Série GERAL – SARIMA – Previsão D+7

Fonte: Elaboração própria.

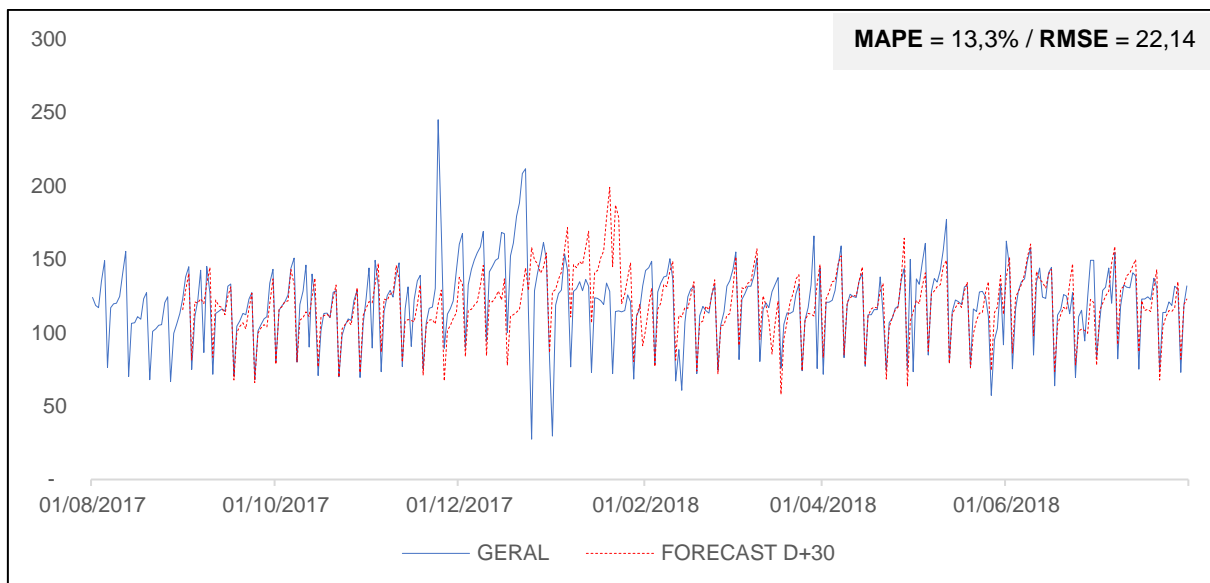


Figura 66 – Série GERAL – SARIMA – Previsão D+30

Fonte: Elaboração própria.

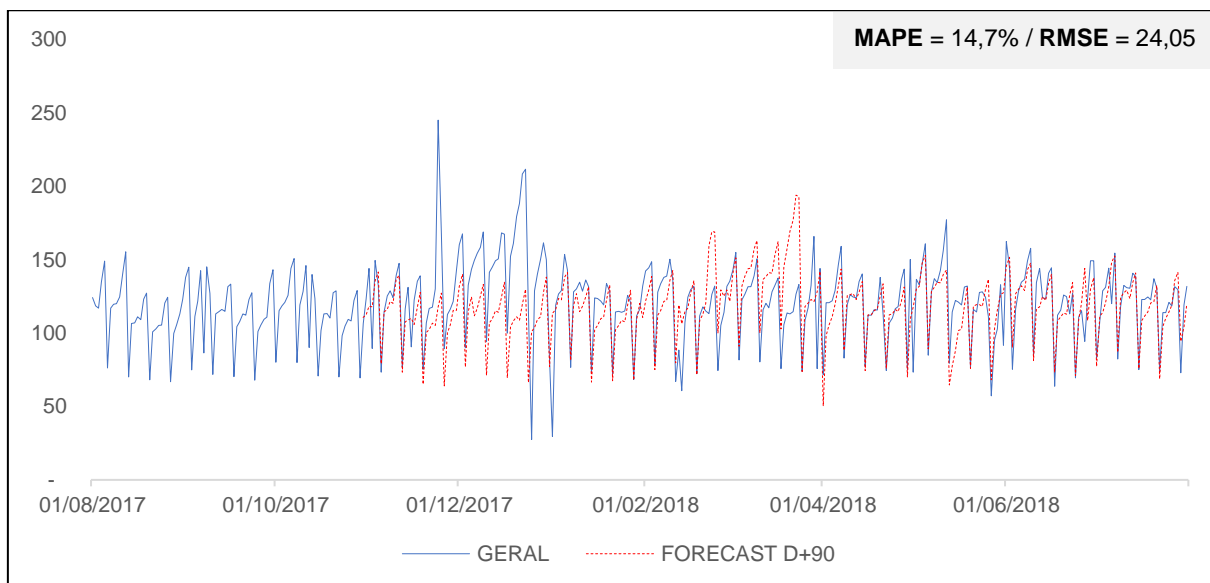


Figura 67 – Série GERAL – SARIMA – Previsão D+90

Fonte: Elaboração própria.

1.5. MLP

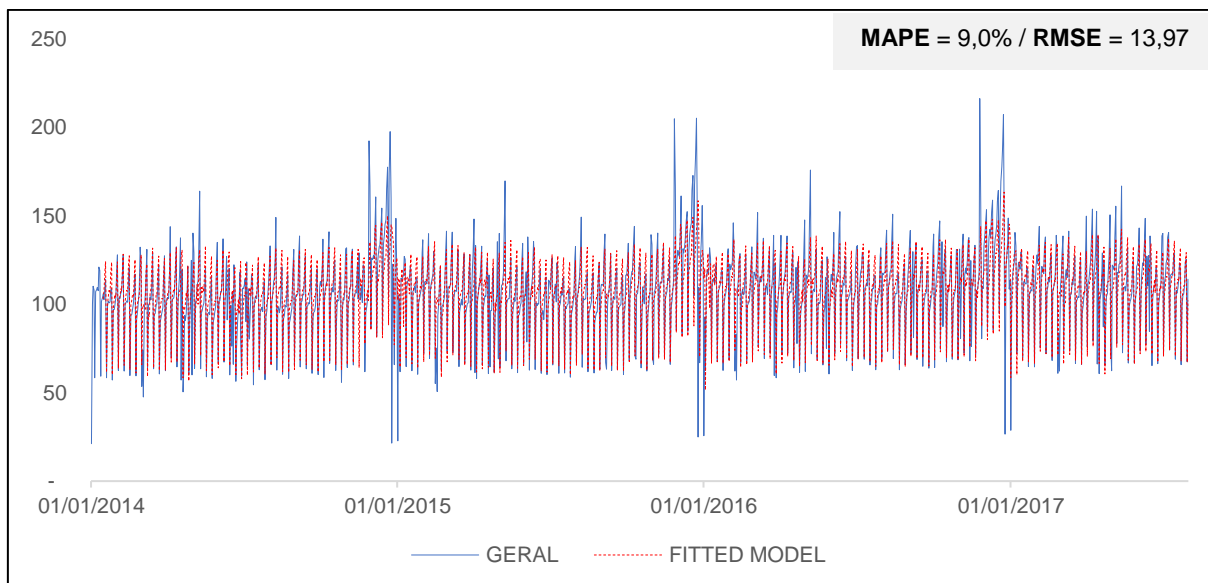


Figura 68 – Série GERAL – MLP – *In-Sample*

Fonte: Elaboração própria.

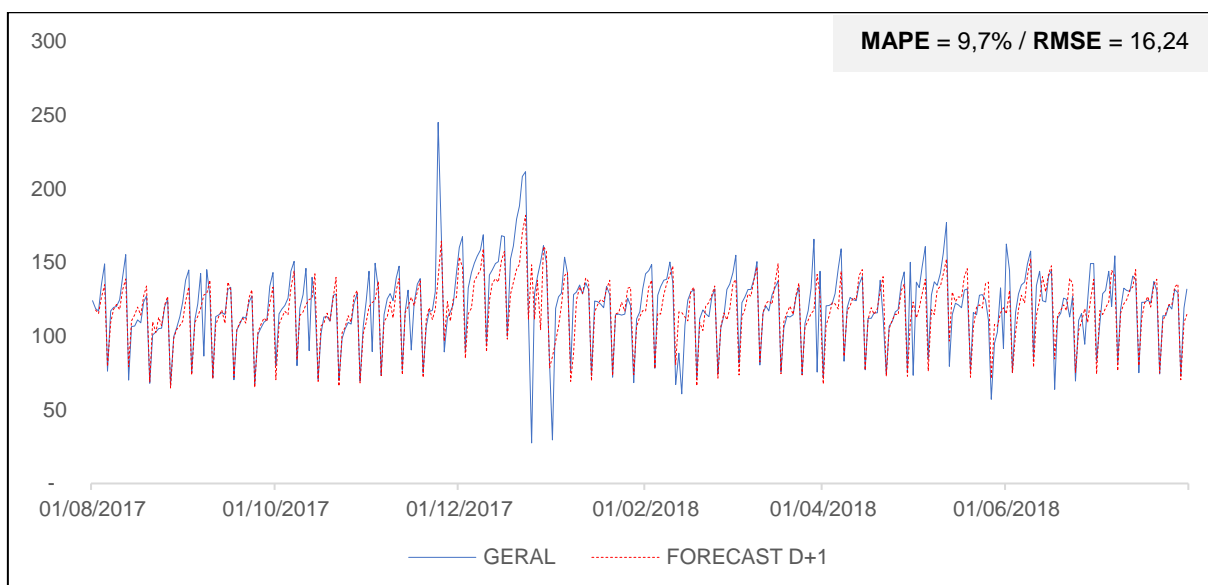


Figura 69 – Série GERAL – MLP – Previsão D+1

Fonte: Elaboração própria.

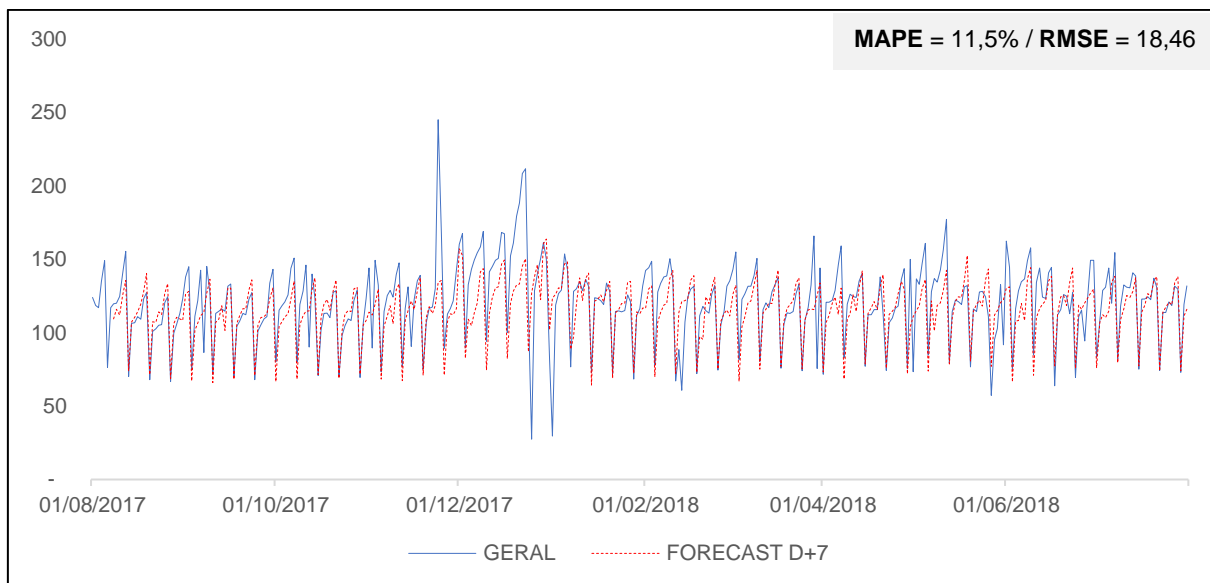


Figura 70 – Série GERAL – MLP – Previsão D+7

Fonte: Elaboração própria.

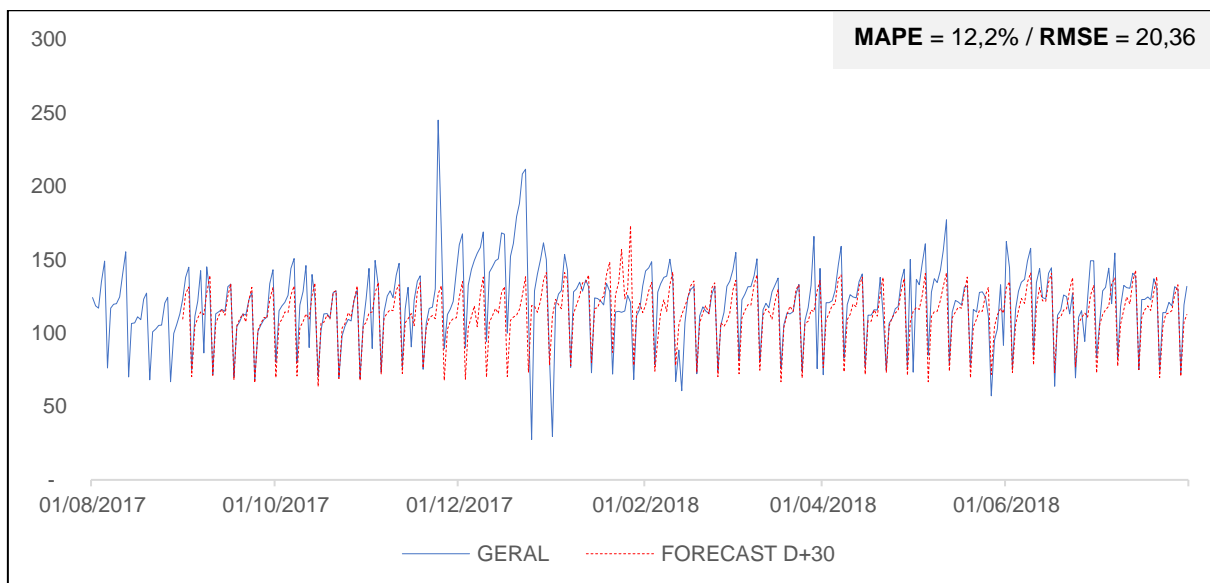


Figura 71 – Série GERAL – MLP – Previsão D+30

Fonte: Elaboração própria.

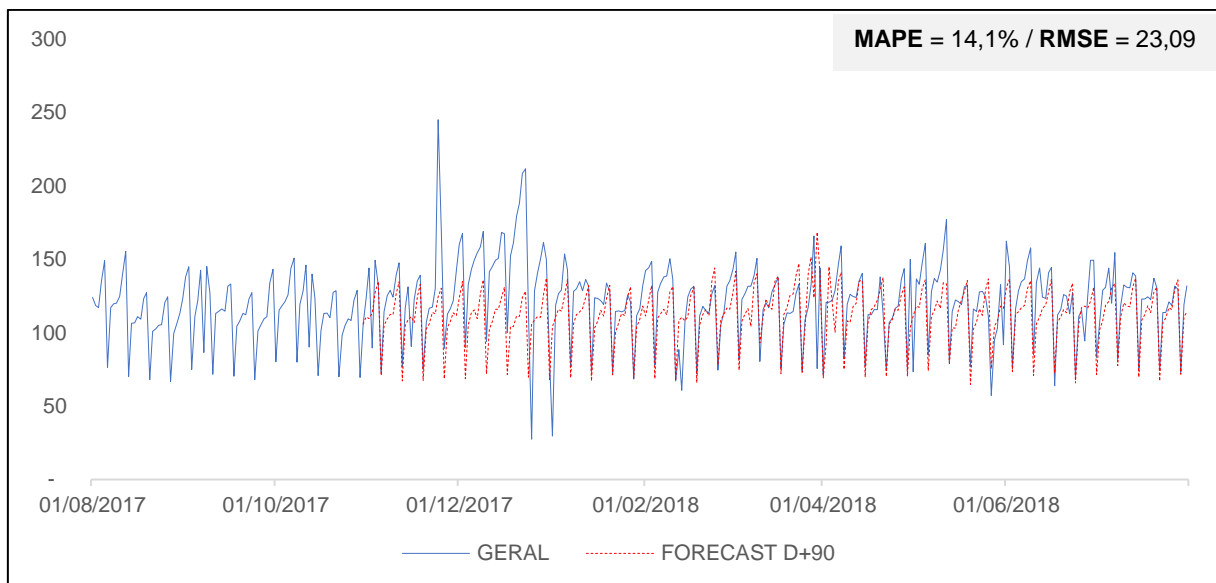


Figura 72 – Série GERAL – MLP – Previsão D+90

Fonte: Elaboração própria.

1.6. LSTM

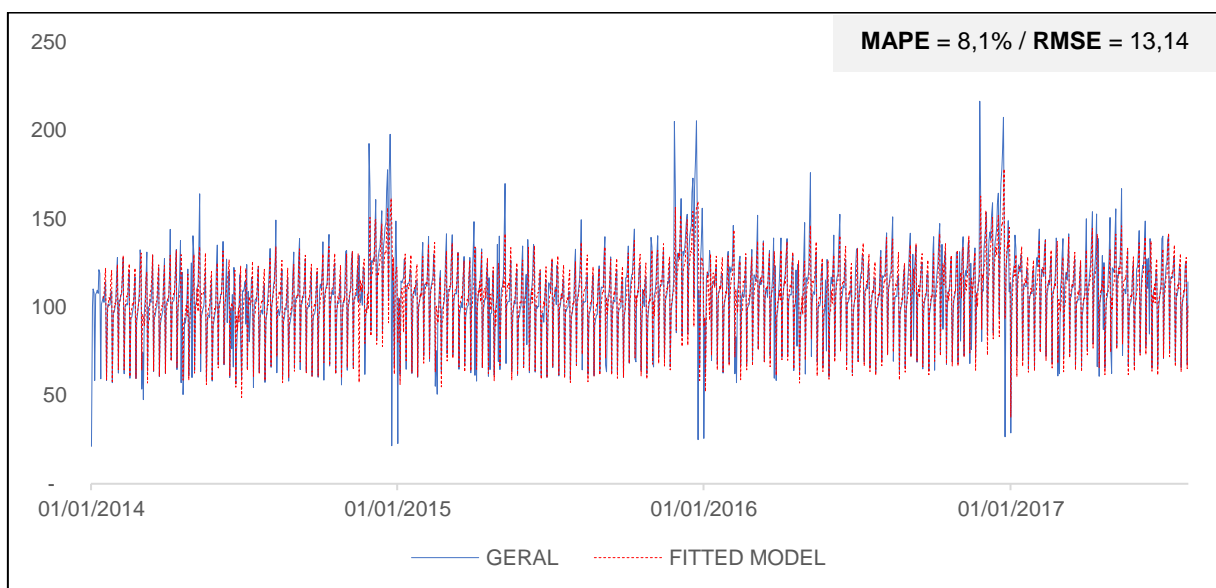


Figura 73 – Série GERAL – LSTM – In-Sample

Fonte: Elaboração própria.

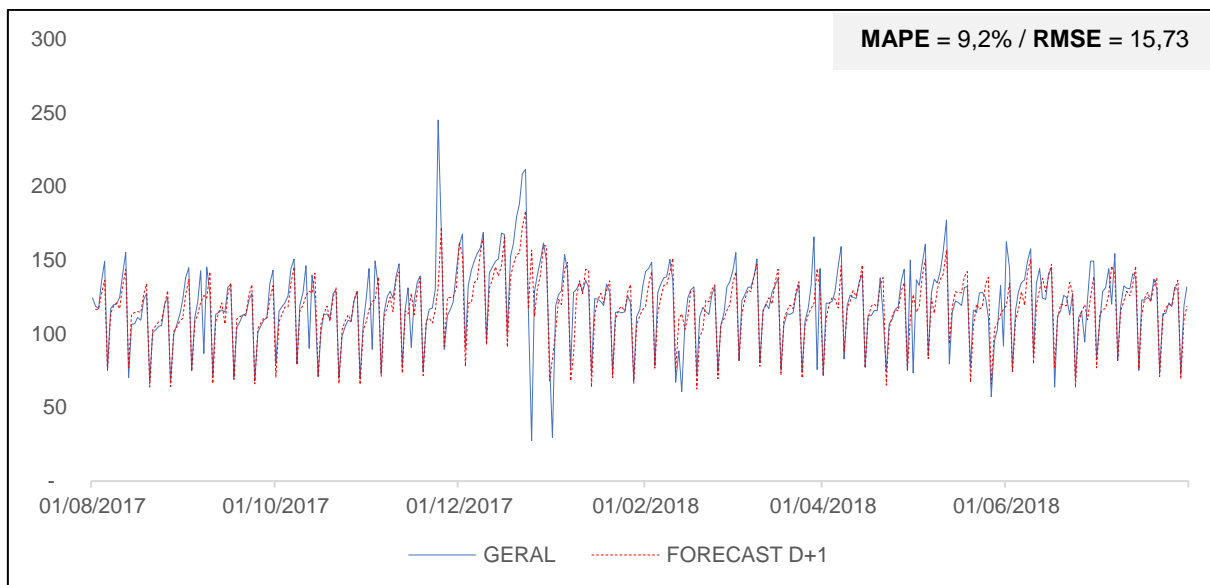


Figura 74 – Série GERAL – LSTM – Previsão D+1

Fonte: Elaboração própria.

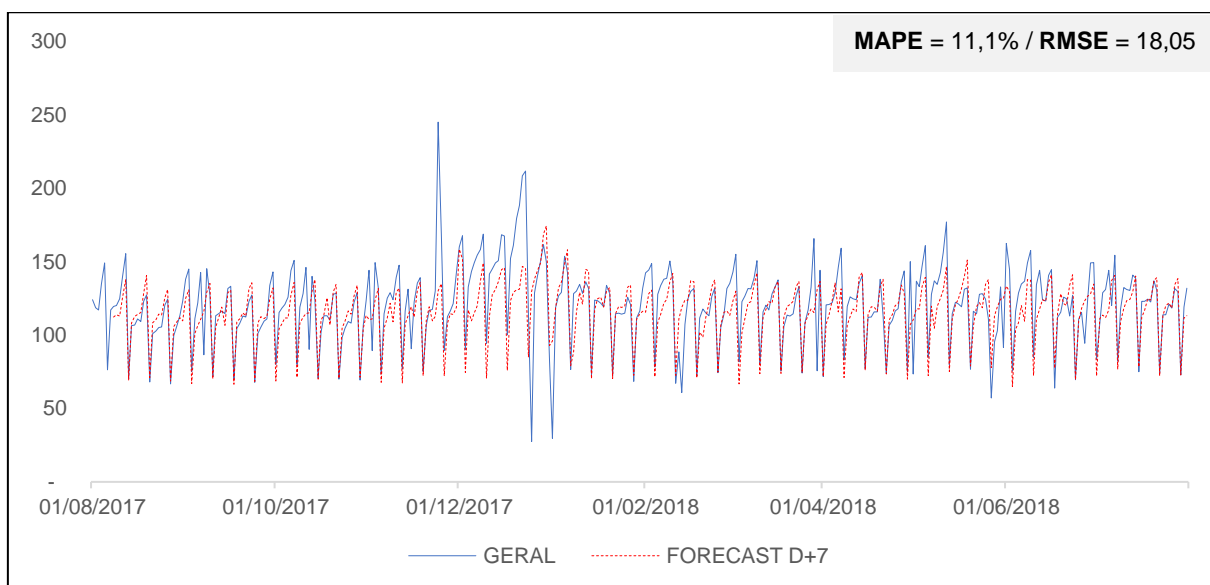


Figura 75 – Série GERAL – LSTM – Previsão D+7

Fonte: Elaboração própria.

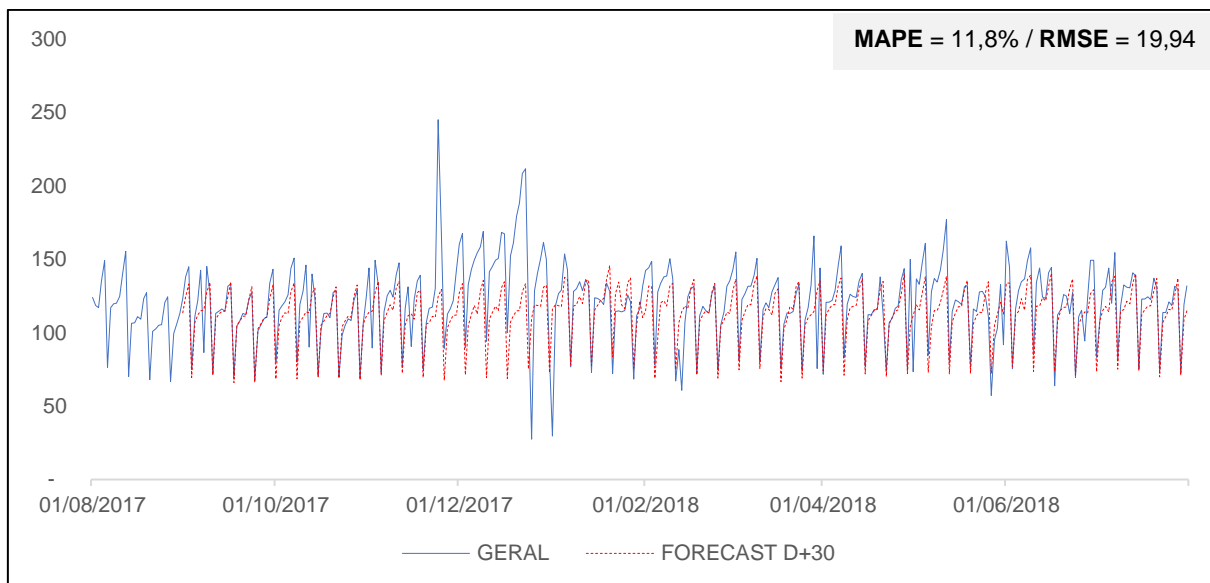


Figura 76 – Série GERAL – LSTM – Previsão D+30

Fonte: Elaboração própria.

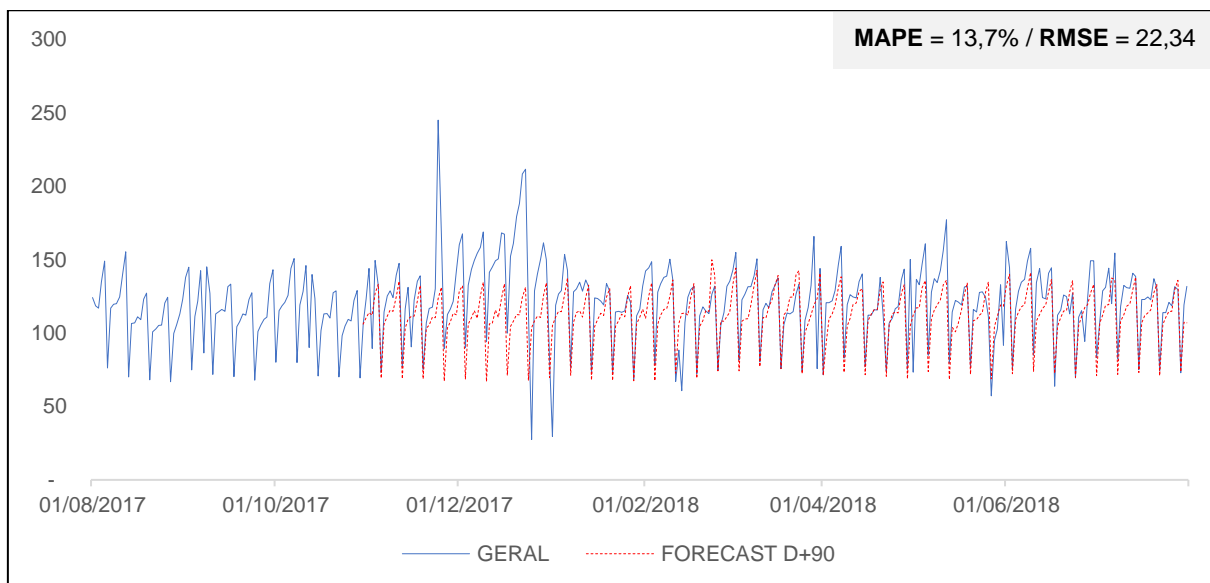


Figura 77 – Série GERAL – LSTM – Previsão D+90

Fonte: Elaboração própria.

1.7. SARIMA_CALENDARIO

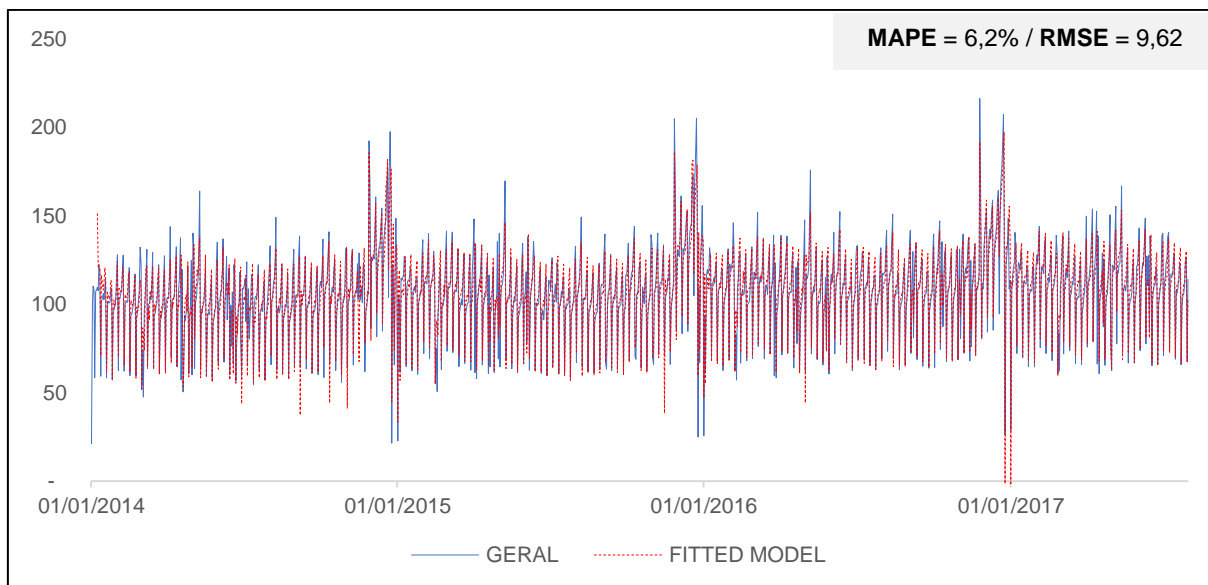


Figura 78 – Série GERAL – SARIMA_CALEDARIO – *In-Sample*

Fonte: Elaboração própria.

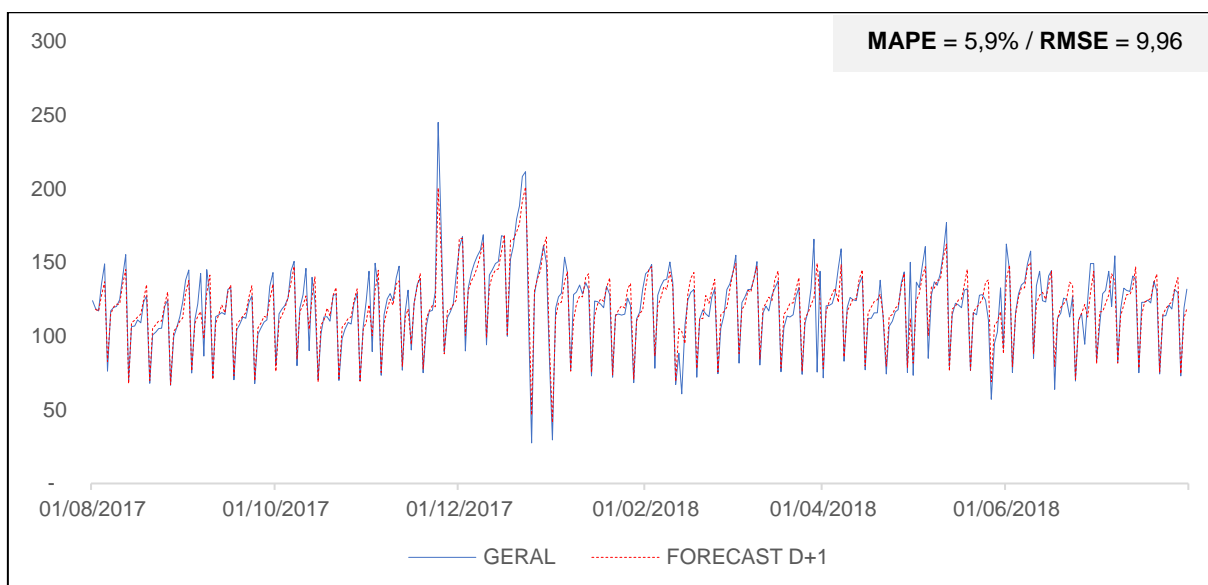


Figura 79 – Série GERAL – SARIMA_CALEDARIO – Previsão D+1

Fonte: Elaboração própria.

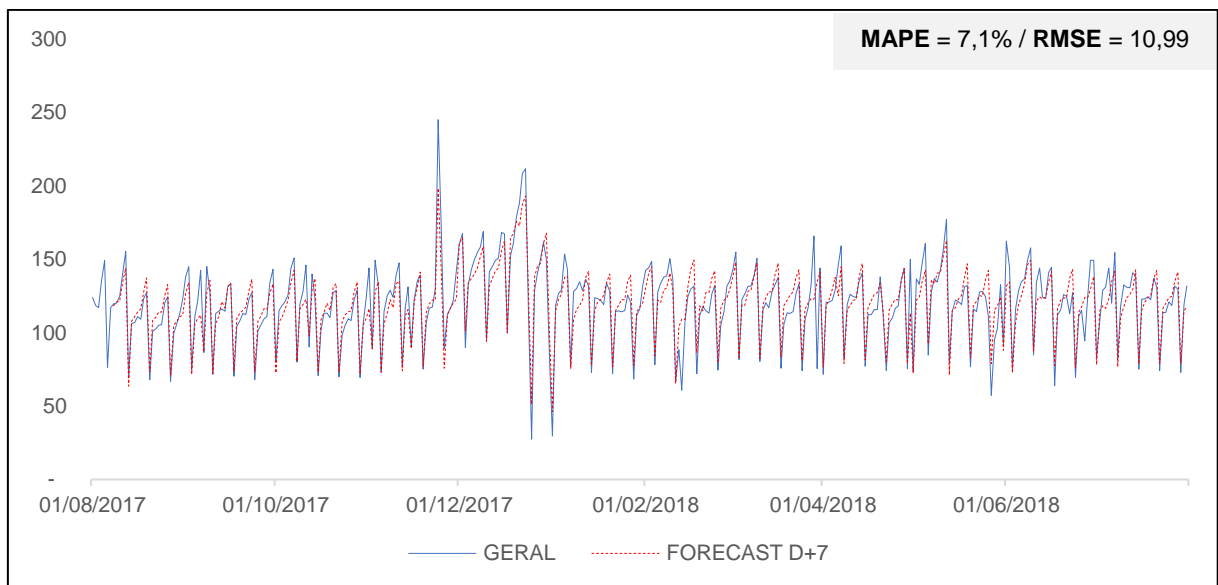


Figura 80 – Série GERAL – SARIMA_CALENDARIO – Previsão D+7

Fonte: Elaboração própria.

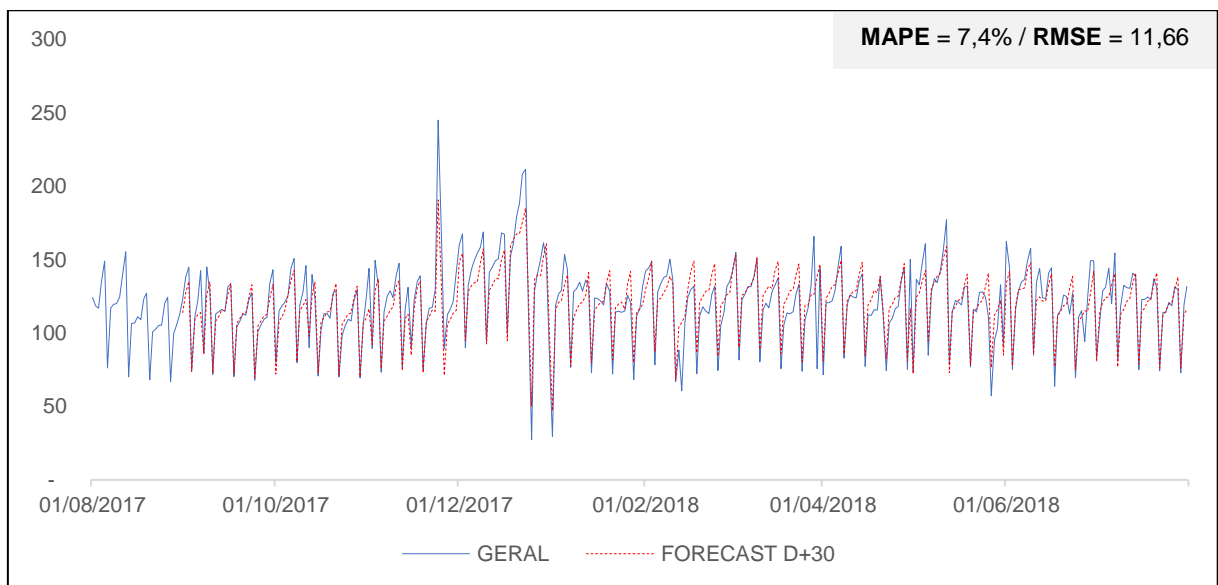


Figura 81 – Série GERAL – SARIMA_CALENDARIO – Previsão D+30

Fonte: Elaboração própria.

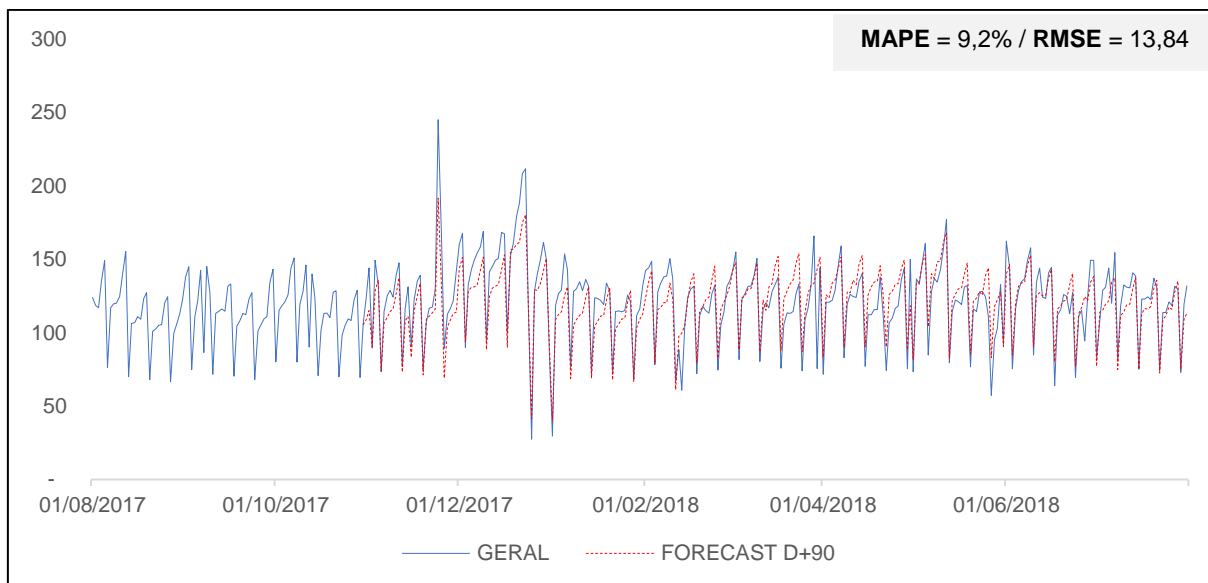


Figura 82 – Série GERAL – SARIMA_CALENDARIO – Previsão D+90

Fonte: Elaboração própria.

1.8. MLP_CALENDARIO

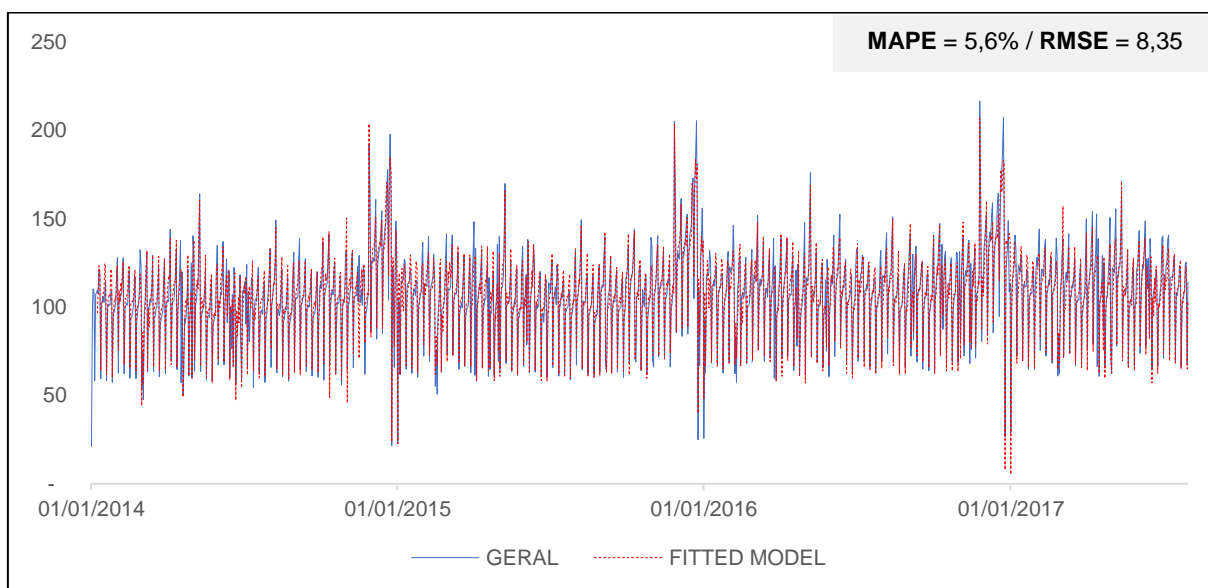


Figura 83 – Série GERAL – MLP_CALENDARIO – In-Sample

Fonte: Elaboração própria.

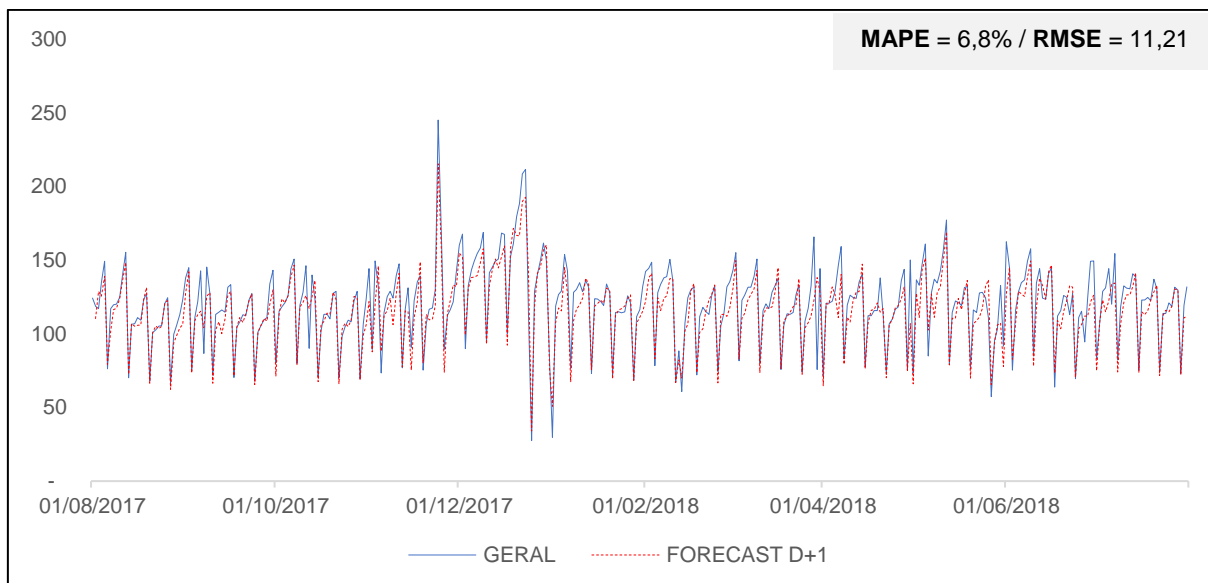


Figura 84 – Série GERAL – MLP_CALENDARIO – Previsão D+1

Fonte: Elaboração própria.

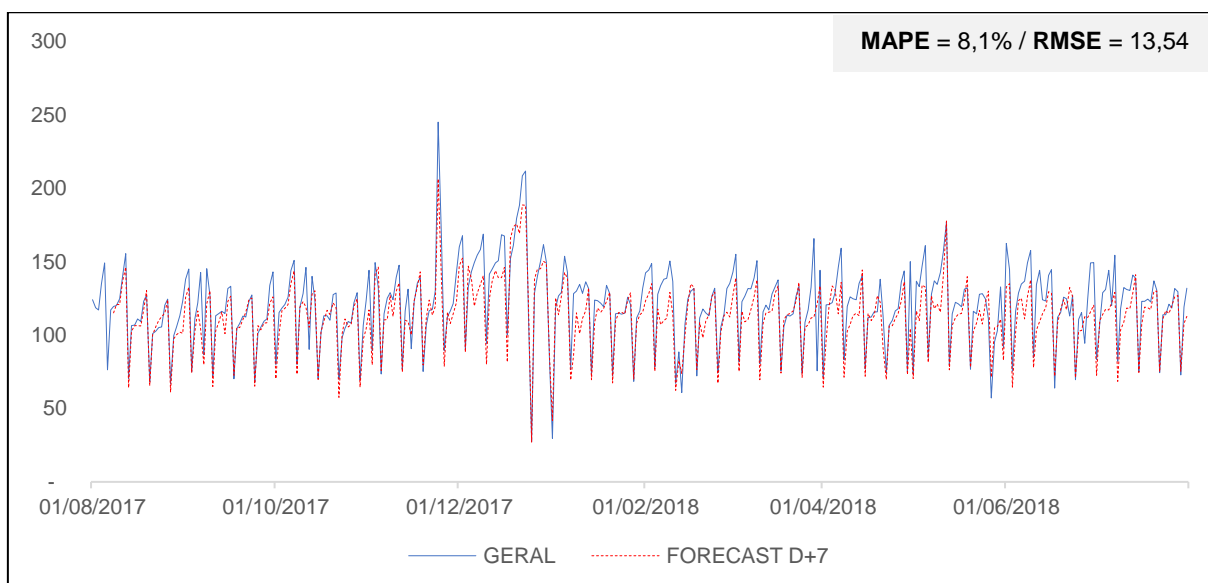


Figura 85 – Série GERAL – MLP_CALENDARIO – Previsão D+7

Fonte: Elaboração própria.

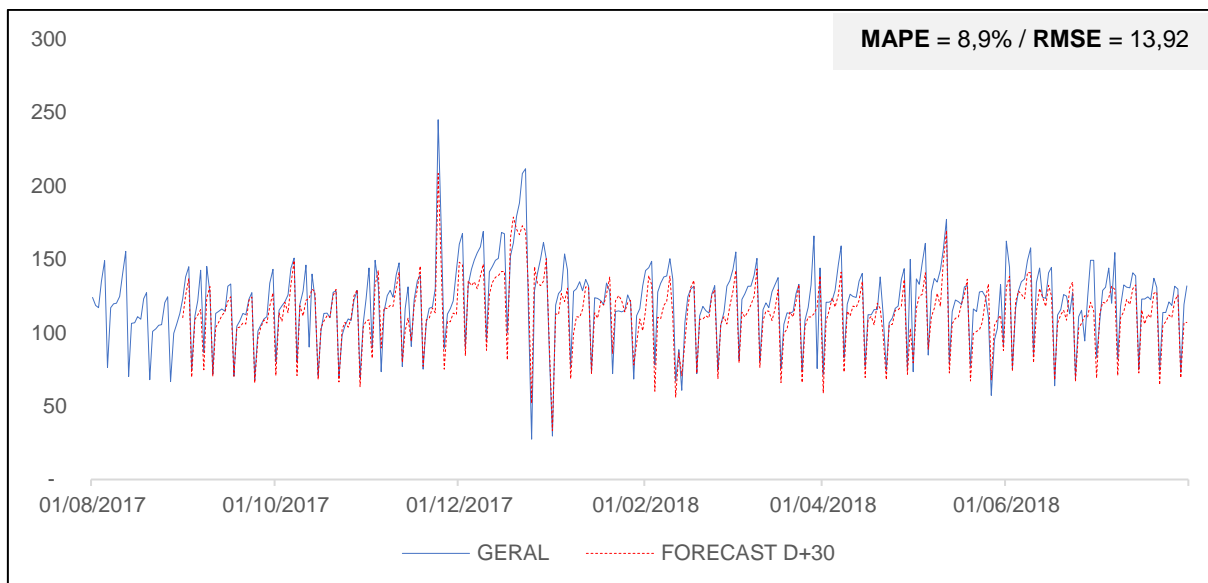


Figura 86 – Série GERAL – MLP_CALENDARIO – Previsão D+30

Fonte: Elaboração própria.

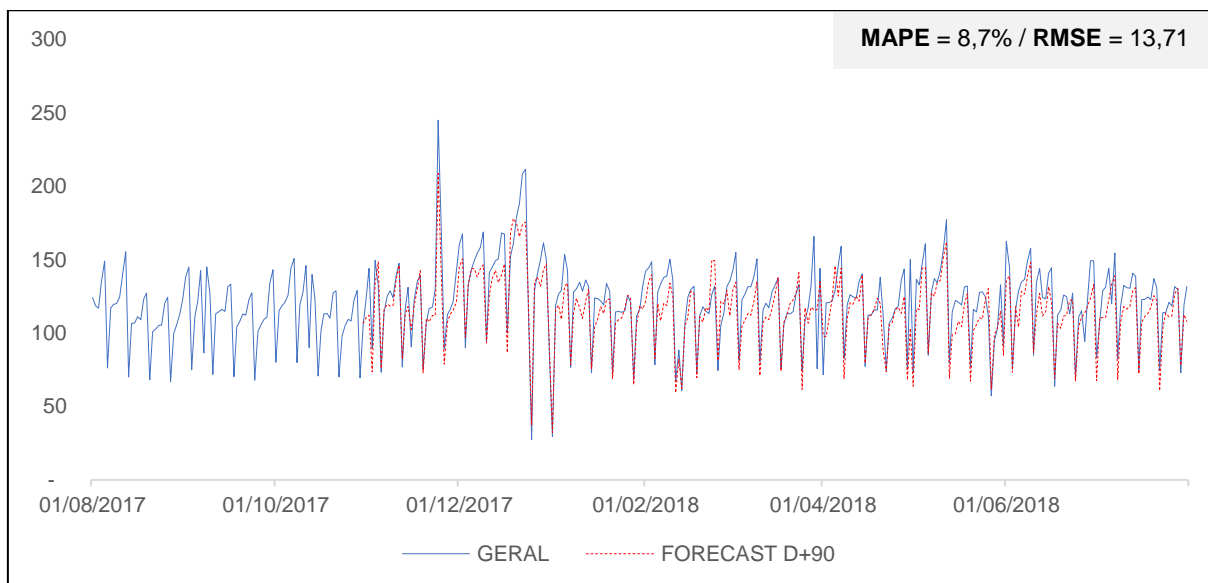


Figura 87 – Série GERAL – MLP_CALENDARIO – Previsão D+90

Fonte: Elaboração própria.

1.9. LSTM_CALENDARIO

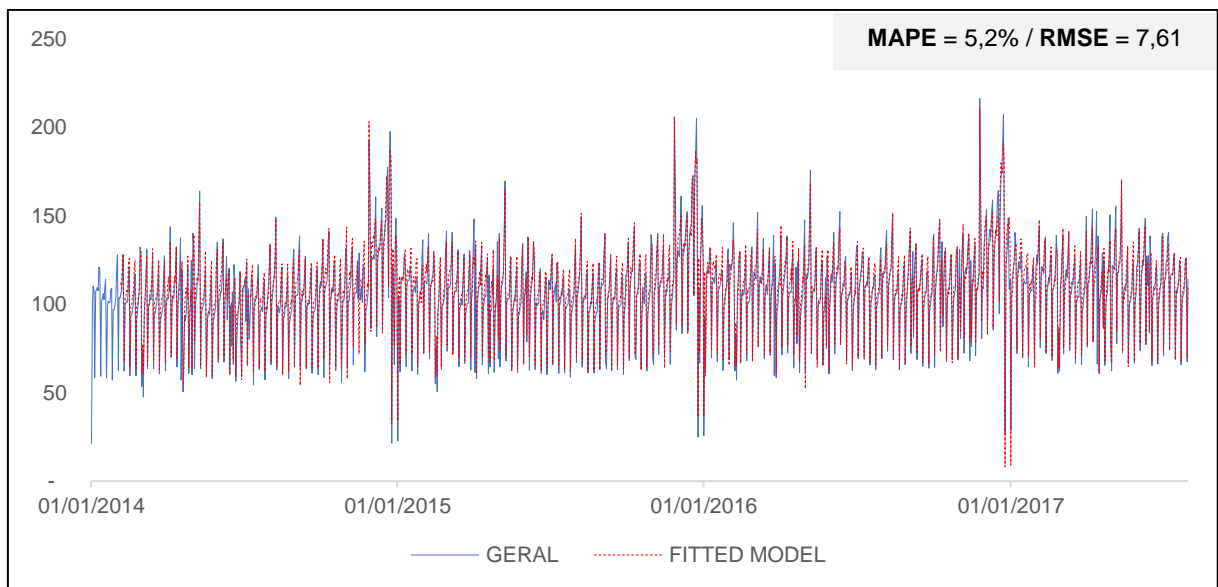


Figura 88 – Série GERAL – LSTM_CALENDARIO – In-Sample

Fonte: Elaboração própria.

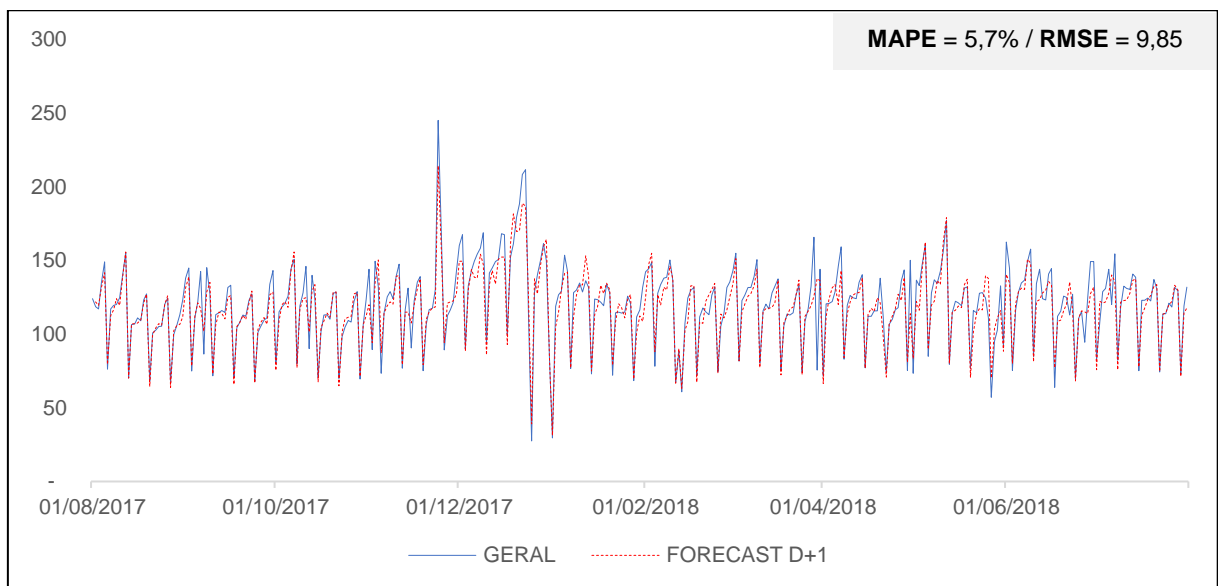


Figura 89 – Série GERAL – LSTM_CALENDARIO – Previsão D+1

Fonte: Elaboração própria.

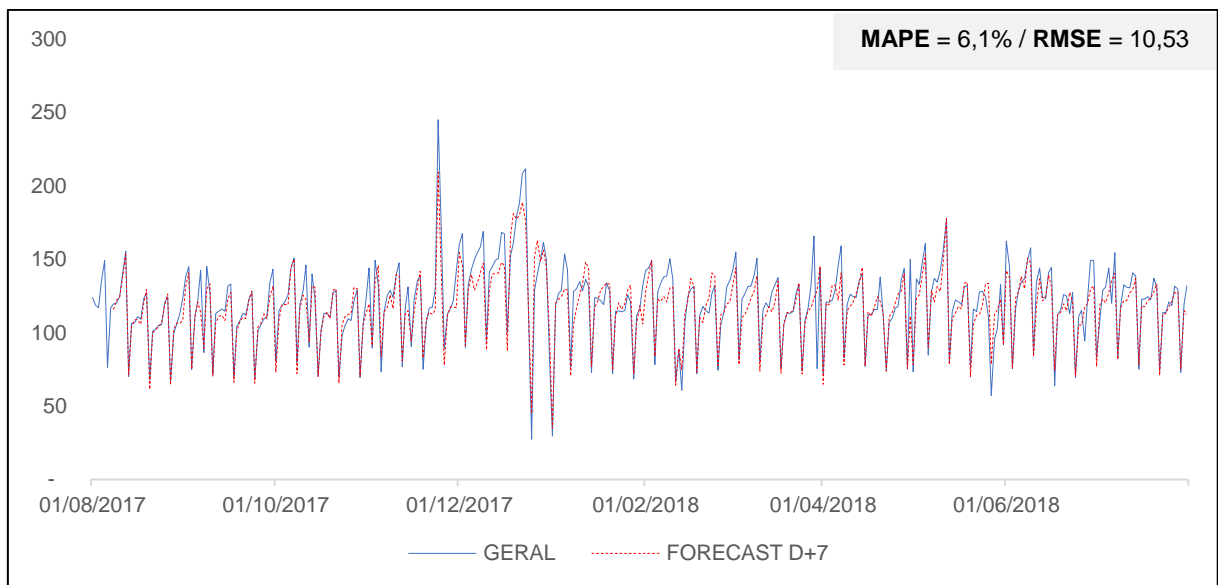


Figura 90 – Série GERAL – LSTM_CALENDARIO – Previsão D+7

Fonte: Elaboração própria.

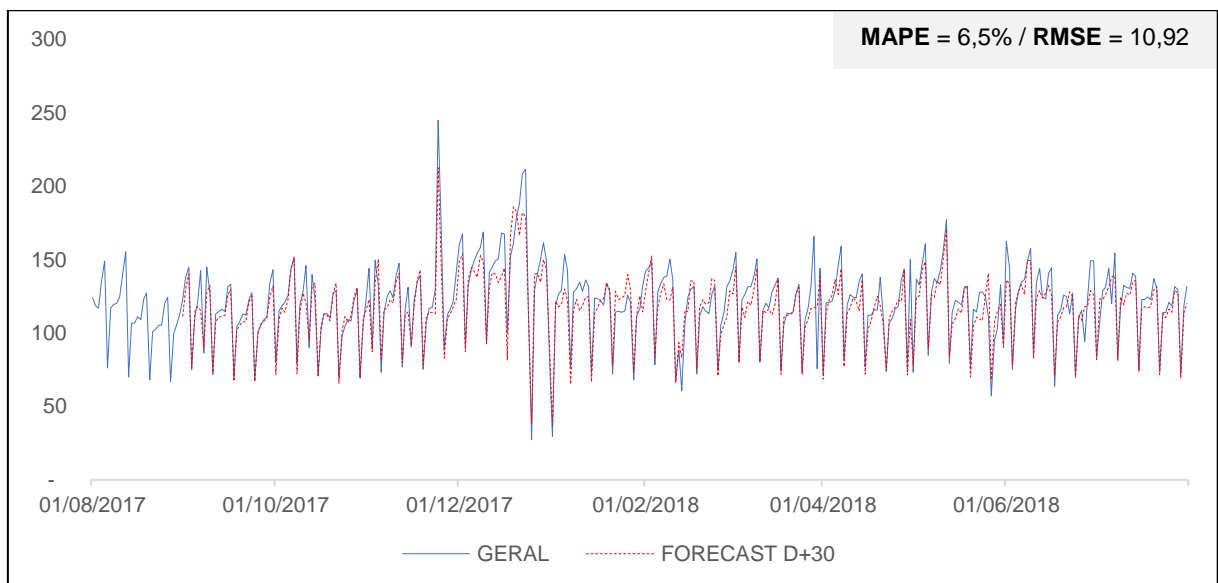


Figura 91 – Série GERAL – LSTM_CALENDARIO – Previsão D+30

Fonte: Elaboração própria.

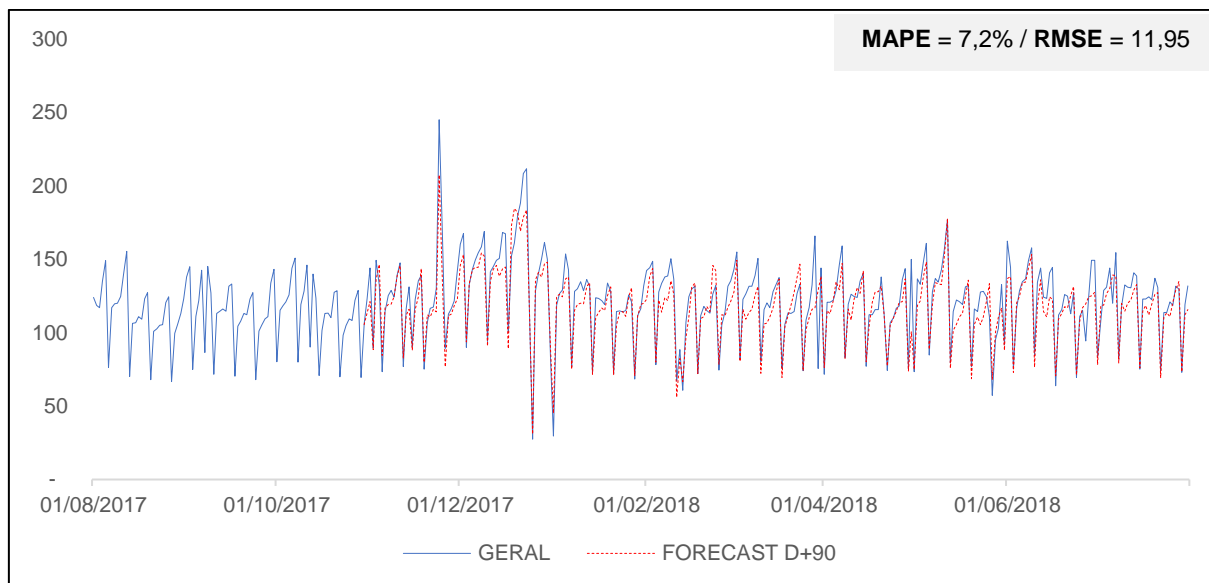


Figura 92 – Série GERAL – LSTM_CALENDARIO – Previsão D+90

Fonte: Elaboração própria.

2. Série NAODURAVEIS

2.1. Naïve

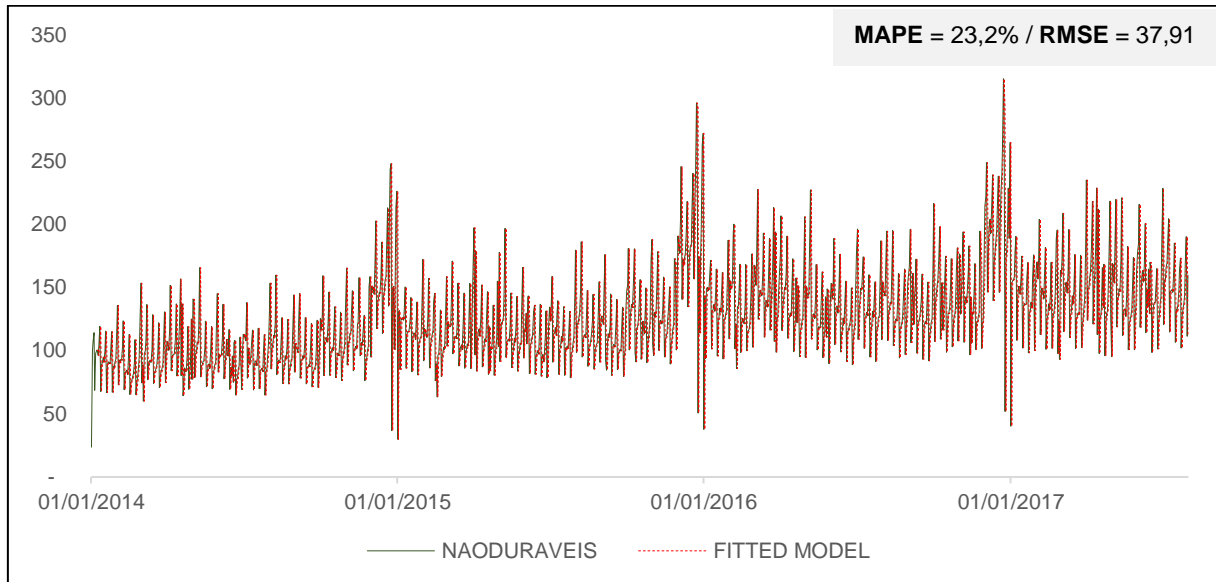


Figura 93 – Série NAODURAVEIS – Naïve – In-Sample

Fonte: Elaboração própria.

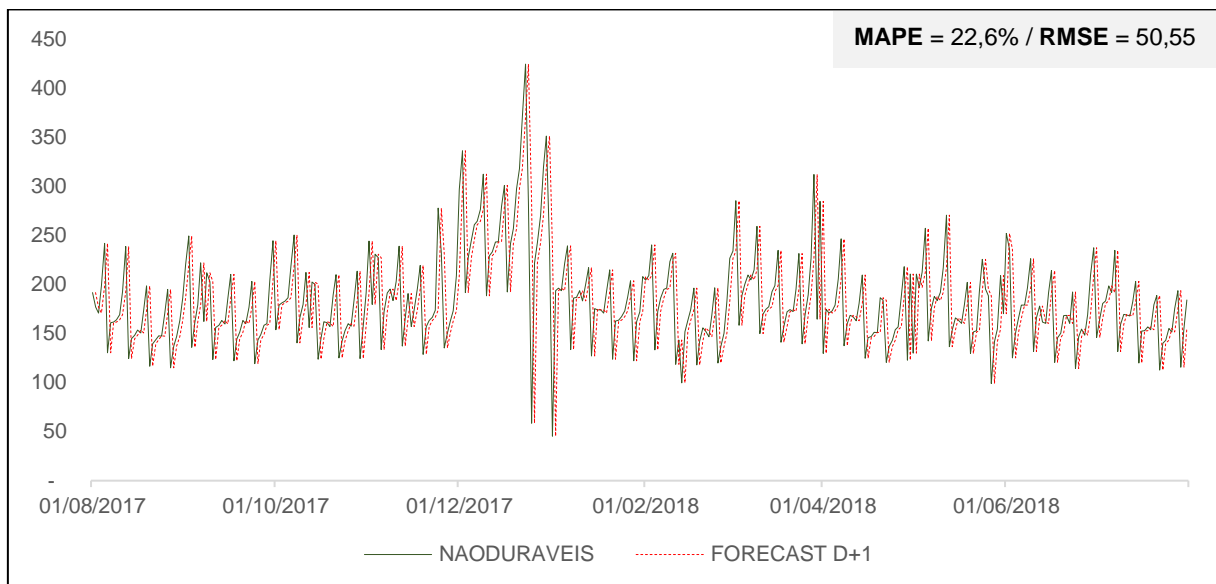


Figura 94 – Série NAODURAVEIS – Naïve – Previsão D+1

Fonte: Elaboração própria.

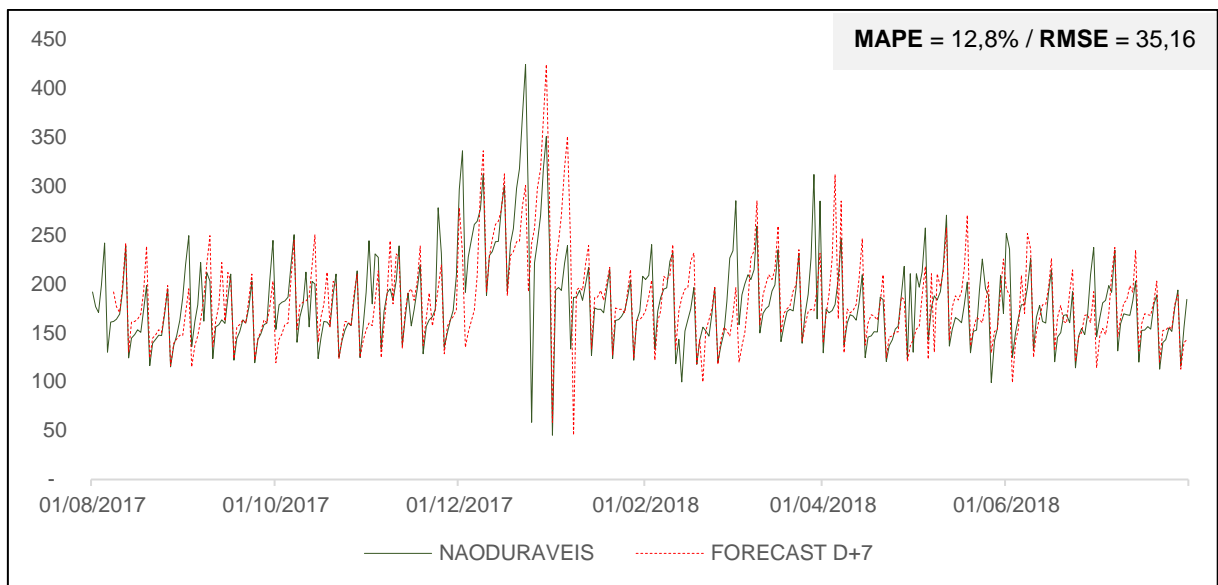


Figura 95 – Série NAODURAVEIS – Naïve – Previsão D+7

Fonte: Elaboração própria.

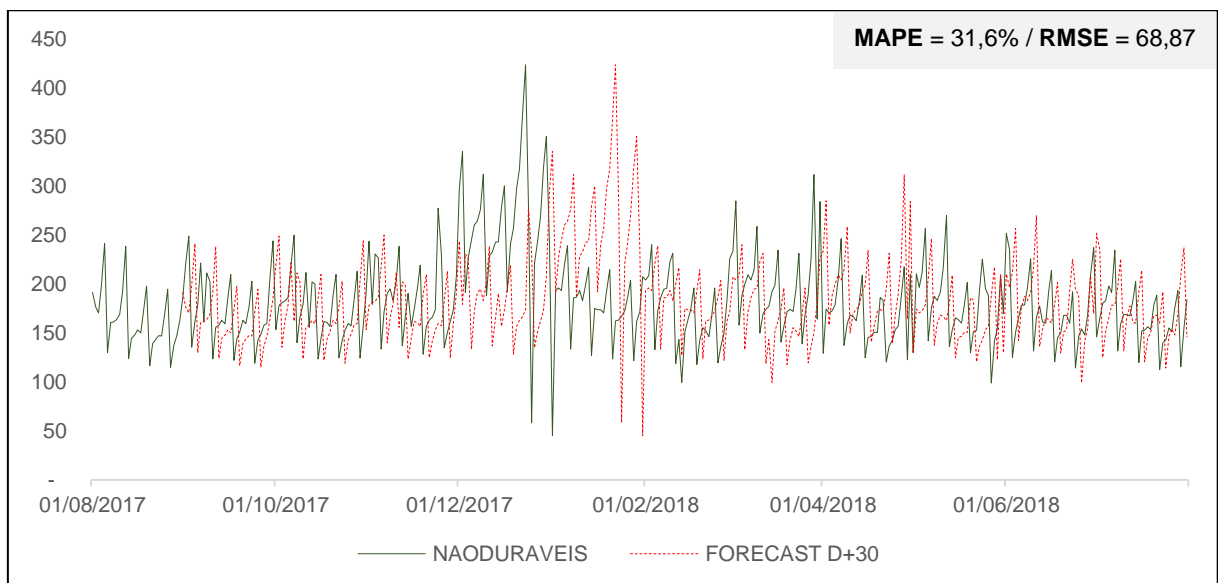


Figura 96 – Série NAODURAVEIS – Naïve – Previsão D+30

Fonte: Elaboração própria.

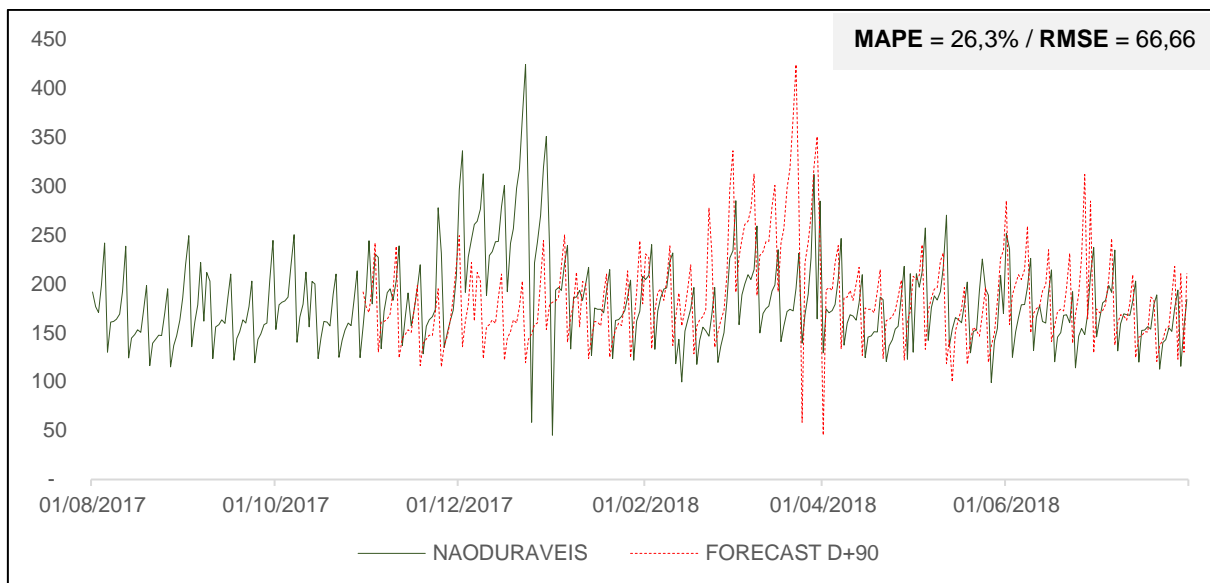


Figura 97 – Série NAODURAVEIS – Naïve – Previsão D+90

Fonte: Elaboração própria.

2.2. Seasonal Naïve

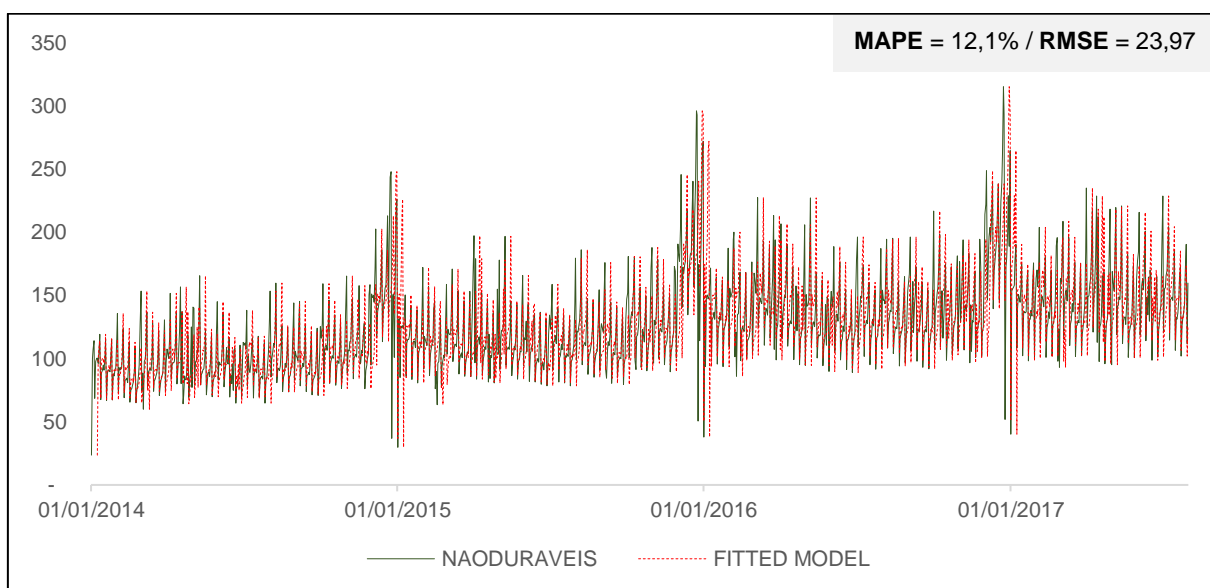


Figura 98 – Série NAODURAVEIS – Seasonal Naïve – In-Sample

Fonte: Elaboração própria.

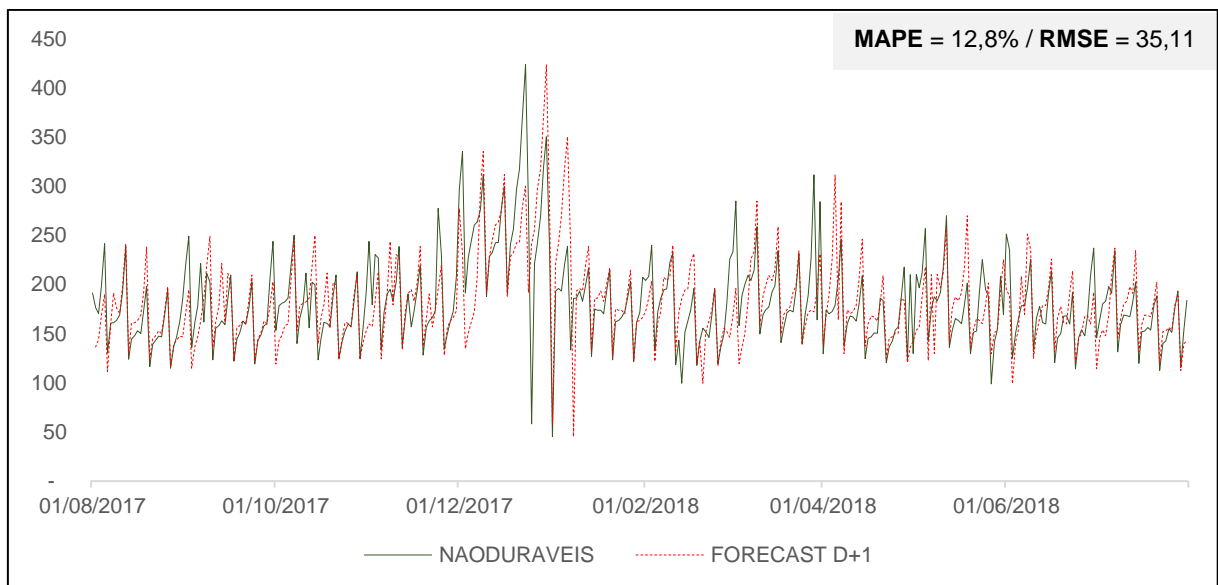


Figura 99 – Série NAODURAVEIS – Seasonal Naïve – Previsão D+1

Fonte: Elaboração própria.

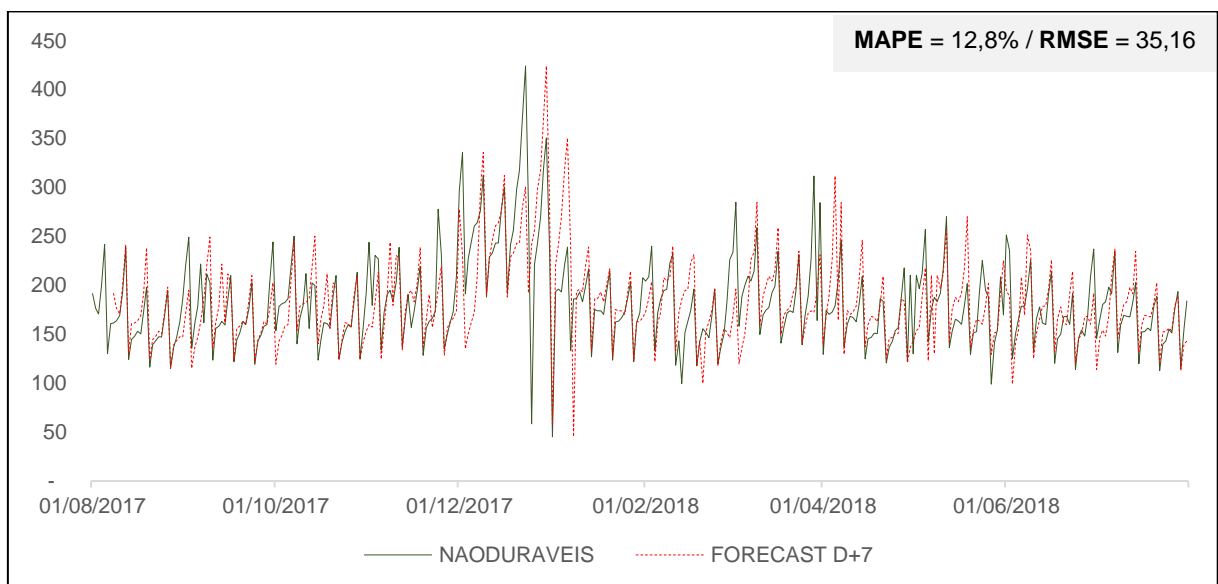


Figura 100 – Série NAODURAVEIS – Seasonal Naïve – Previsão D+7

Fonte: Elaboração própria.

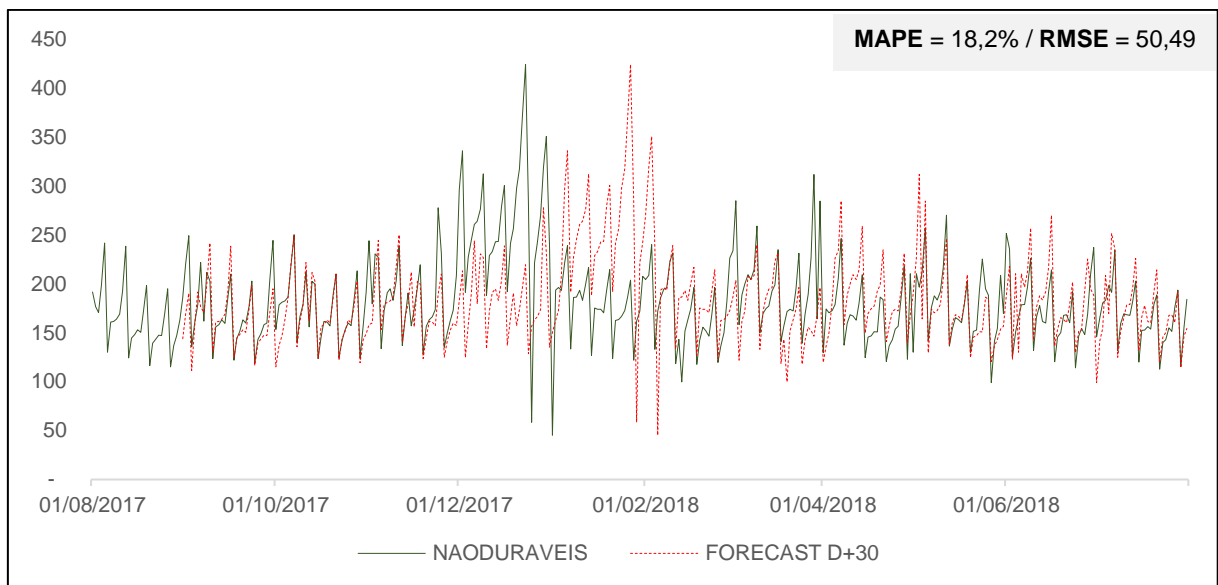


Figura 101 – Série NAODURAVEIS – *Seasonal Naïve* – Previsão D+30

Fonte: Elaboração própria.

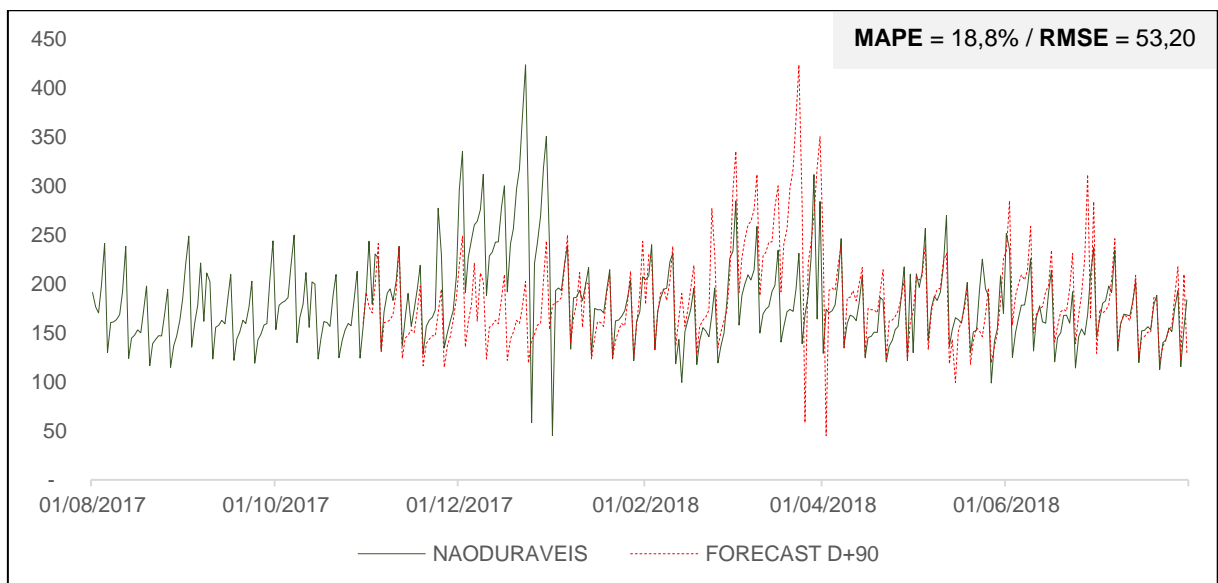


Figura 102 – Série NAODURAVEIS – *Seasonal Naïve* – Previsão D+90

Fonte: Elaboração própria.

2.3. Holt-Winters

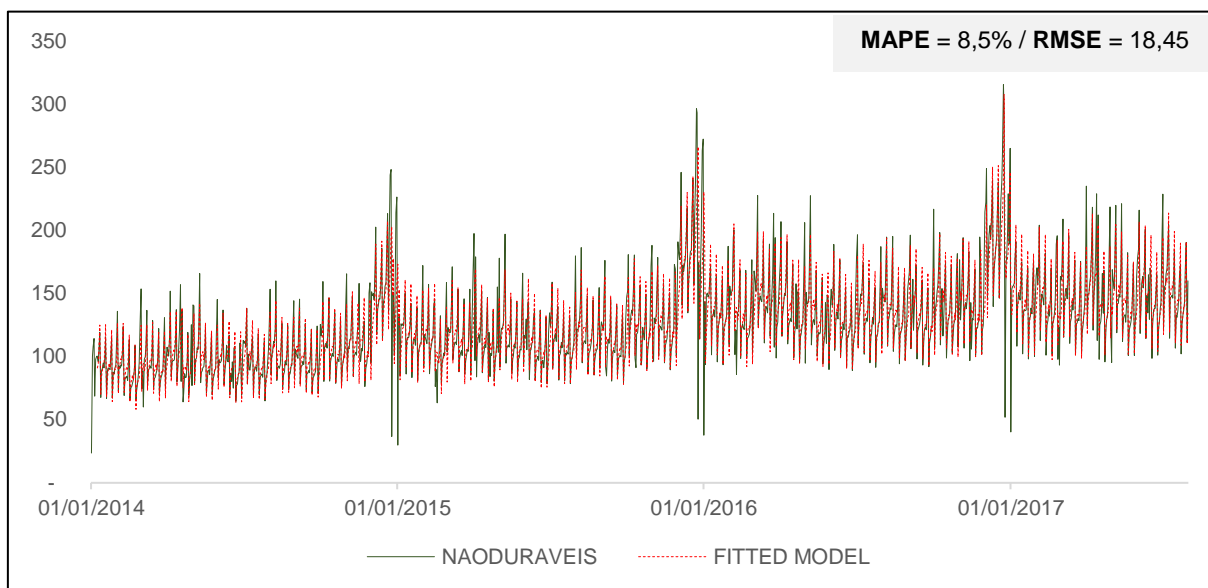


Figura 103 – Série NAODURAVEIS – Holt-Winters – *In-Sample*

Fonte: Elaboração própria.

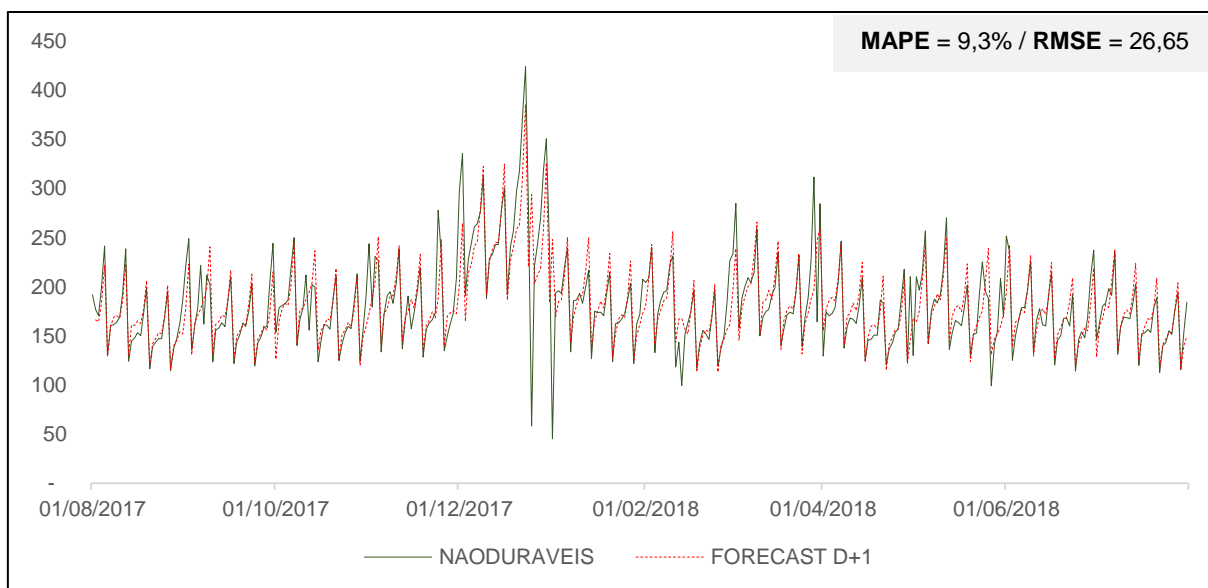


Figura 104 – Série NAODURAVEIS – Holt-Winters – Previsão D+1

Fonte: Elaboração própria.

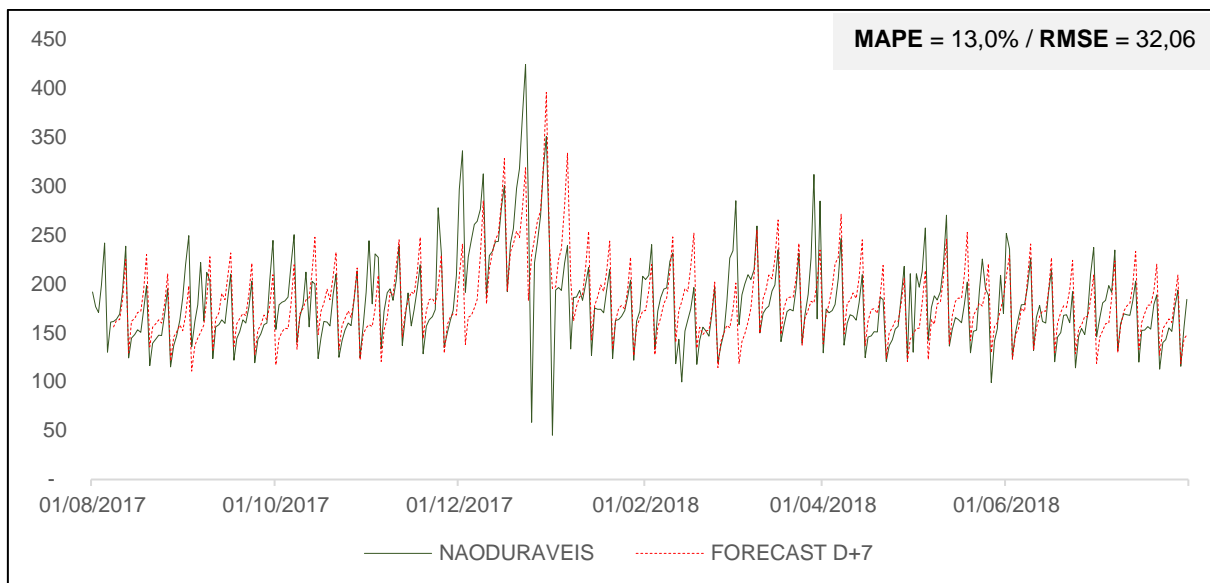


Figura 105 – Série NAODURAVEIS – Holt-Winters – Previsão D+7

Fonte: Elaboração própria.

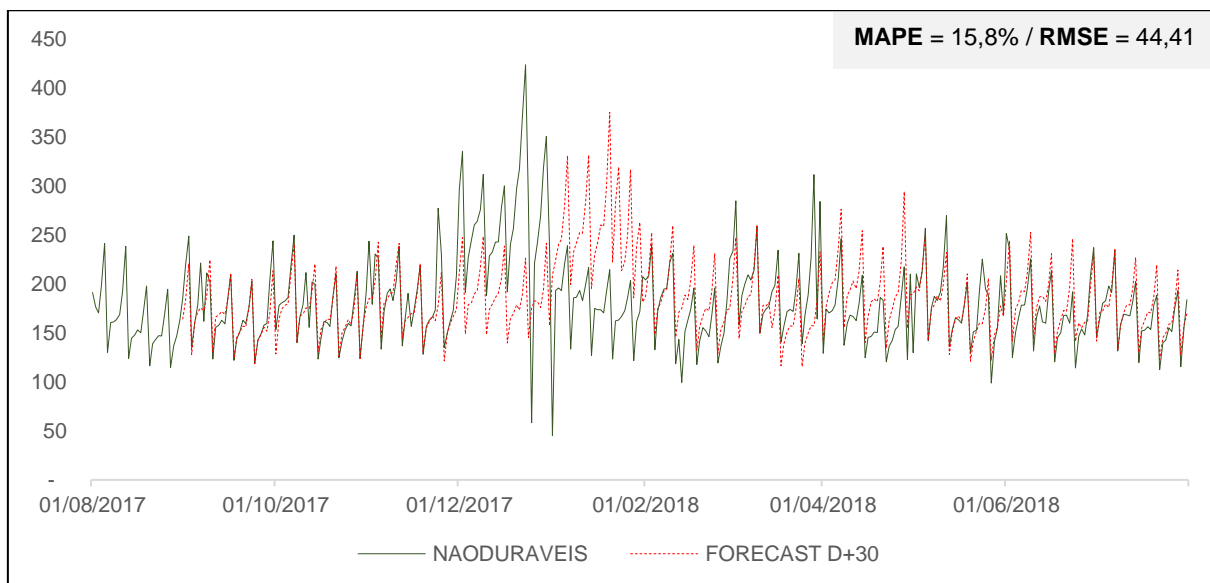


Figura 106 – Série NAODURAVEIS – Holt-Winters – Previsão D+30

Fonte: Elaboração própria.

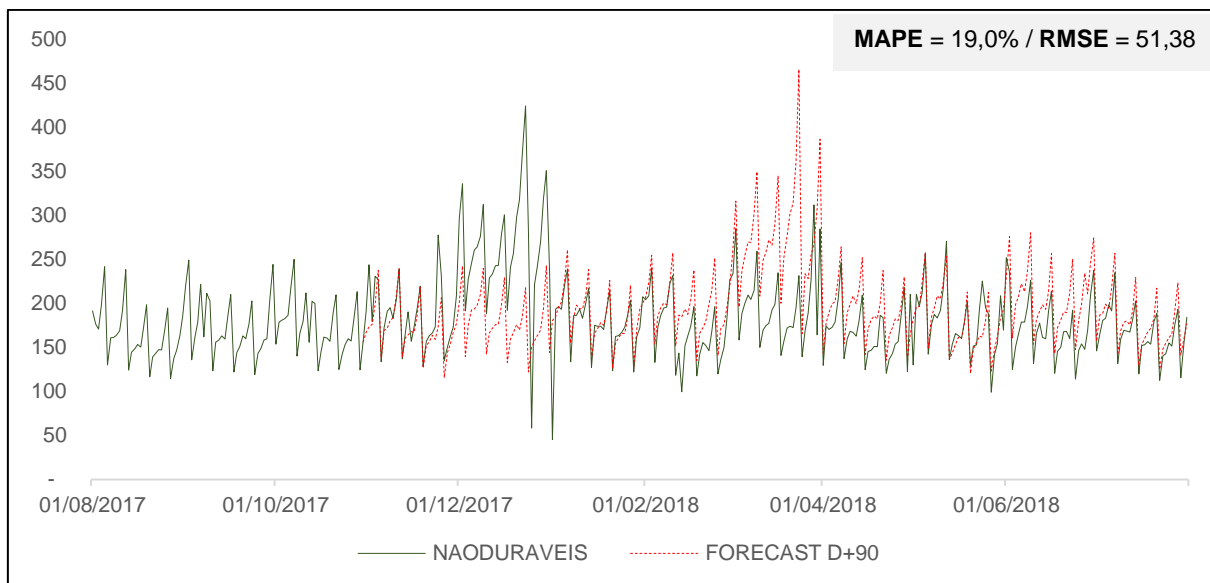


Figura 107 – Série NAODURAVEIS – Holt-Winters – Previsão D+90

Fonte: Elaboração própria.

2.4. SARIMA

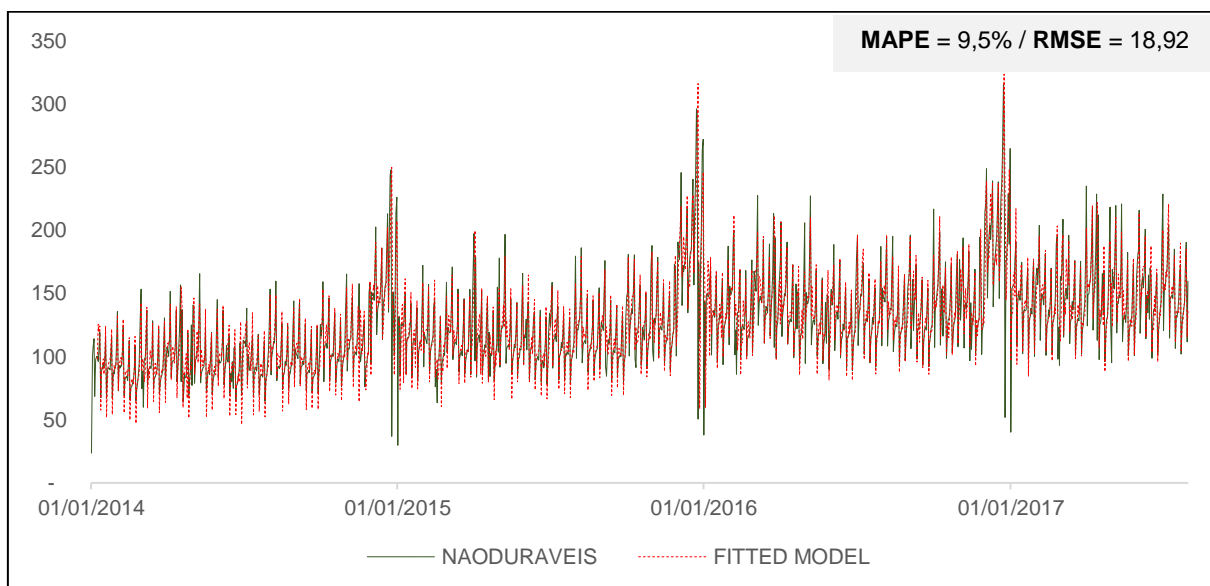


Figura 108 – Série NAODURAVEIS – SARIMA – *In-Sample*

Fonte: Elaboração própria.

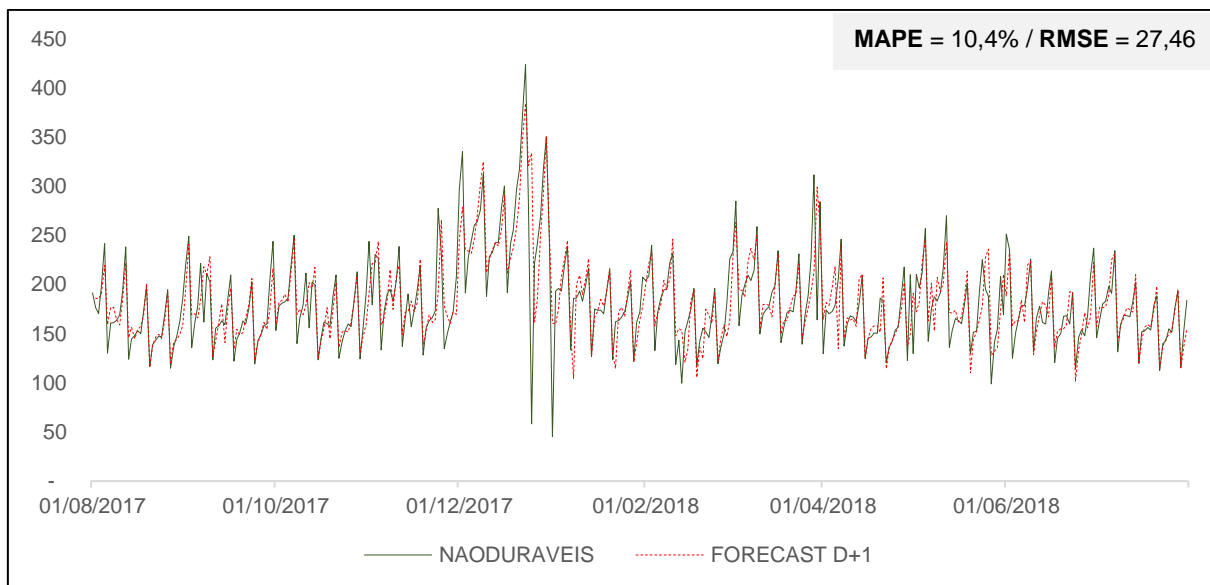


Figura 109 – Série NAODURAVEIS – SARIMA – Previsão D+1

Fonte: Elaboração própria.

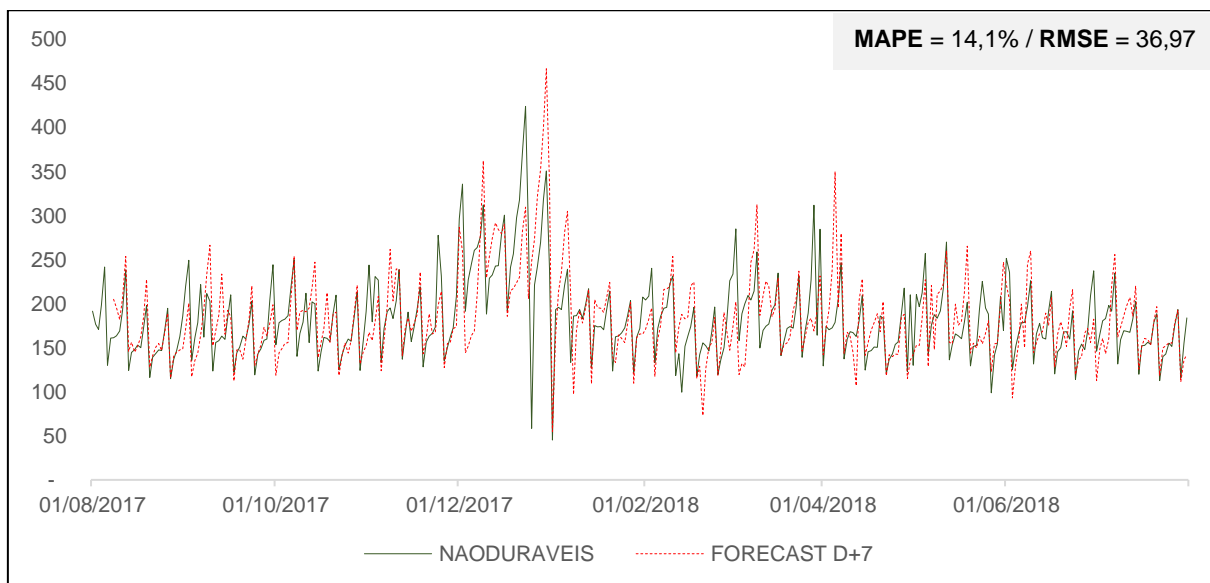


Figura 110 – Série NAODURAVEIS – SARIMA – Previsão D+7

Fonte: Elaboração própria.

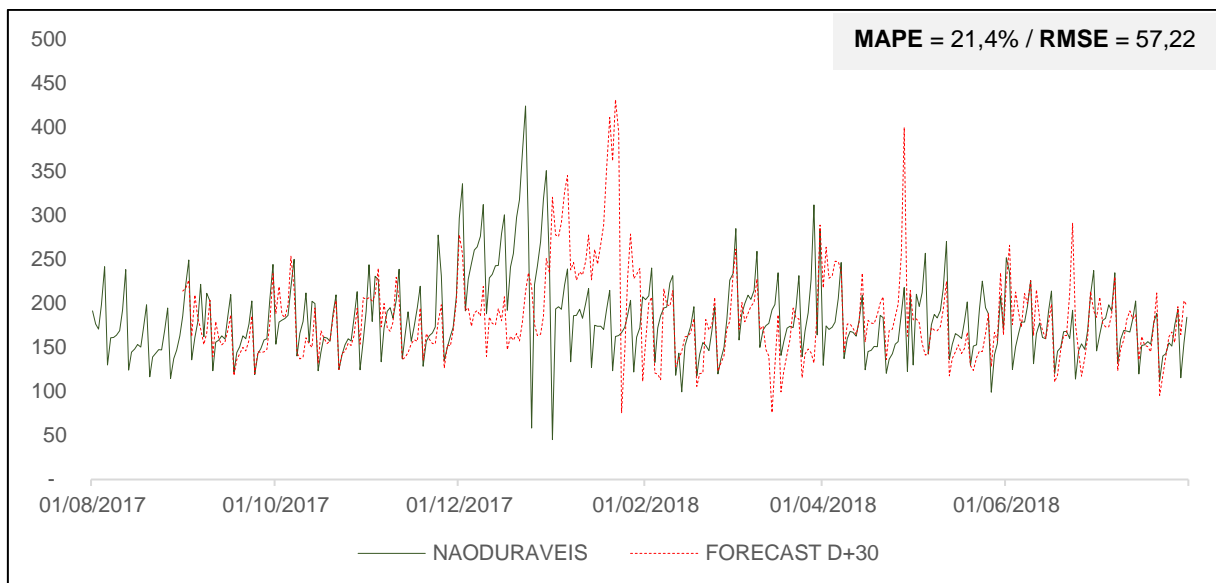


Figura 111 – Série NAODURAVEIS – SARIMA – Previsão D+30

Fonte: Elaboração própria.

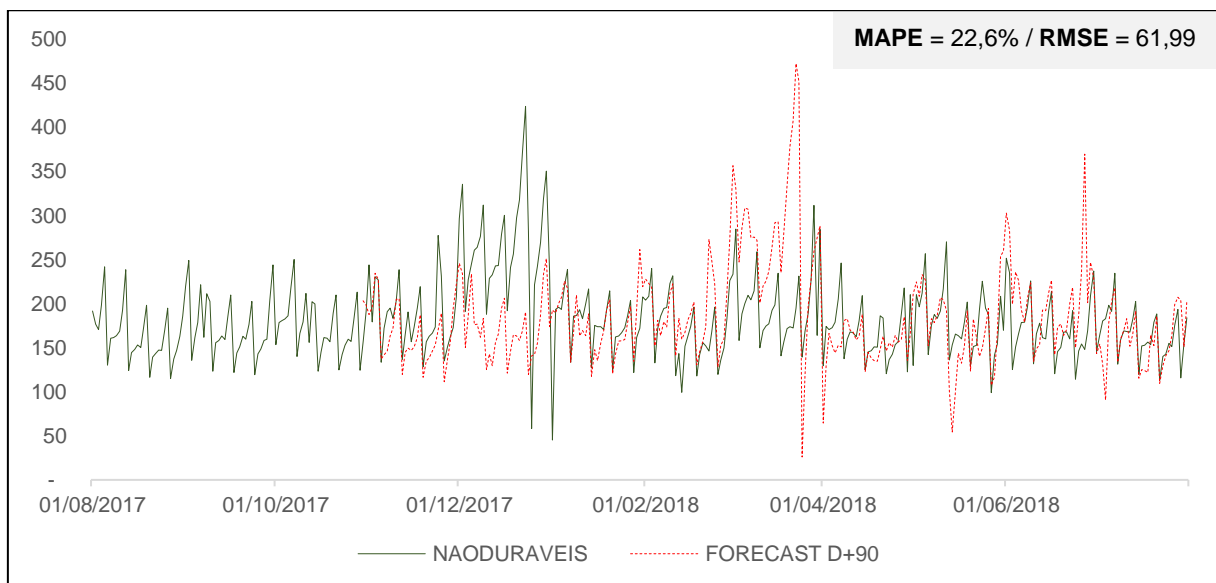


Figura 112 – Série NAODURAVEIS – SARIMA – Previsão D+90

Fonte: Elaboração própria.

2.5. MLP

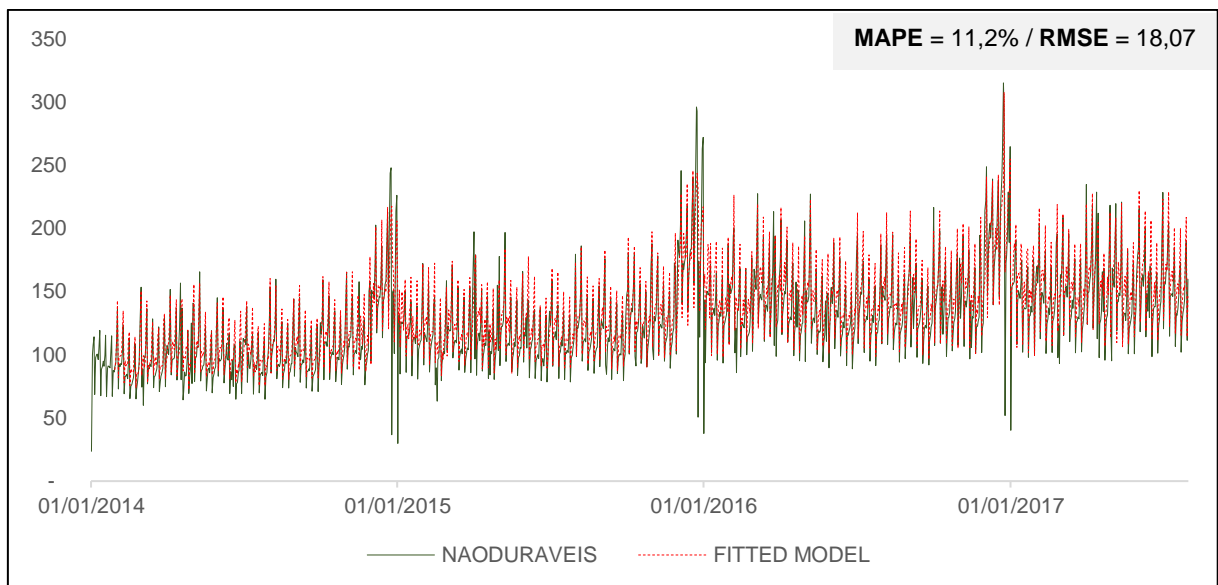


Figura 113 – Série NAODURAVEIS – MLP – In-Sample

Fonte: Elaboração própria.

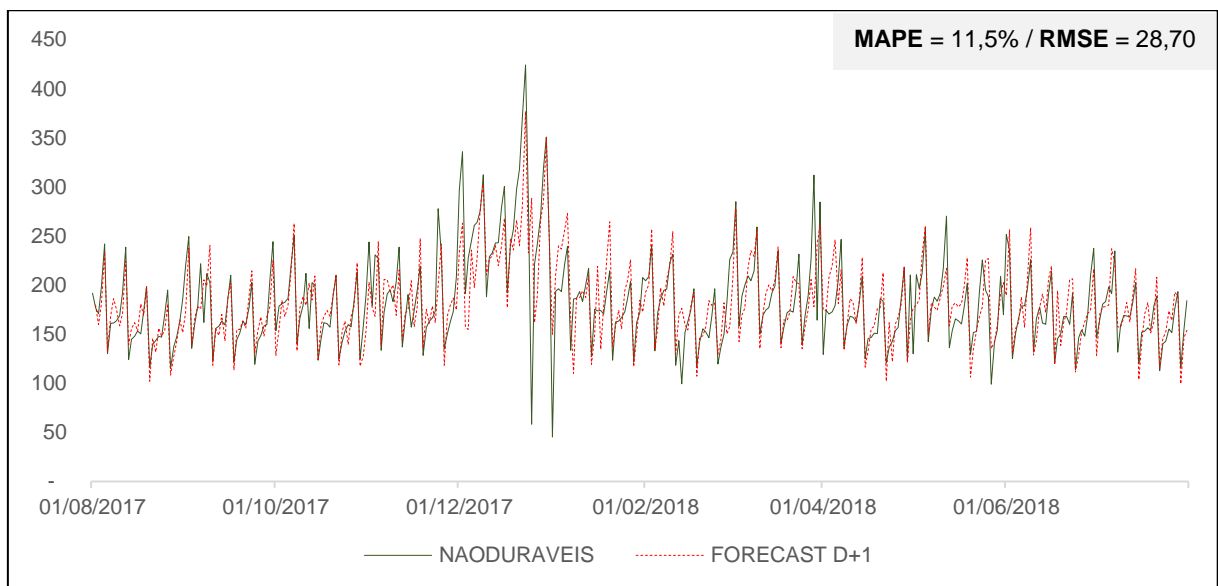


Figura 114 – Série NAODURAVEIS – MLP – Previsão D+1

Fonte: Elaboração própria.

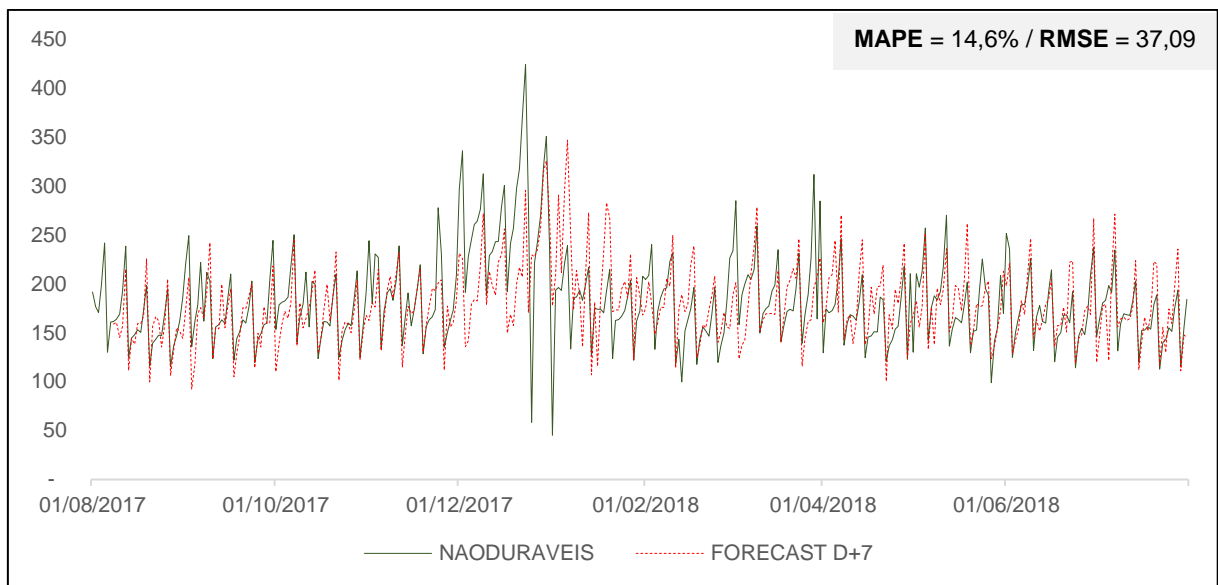


Figura 115 – Série NAODURAVEIS – MLP – Previsão D+7

Fonte: Elaboração própria.

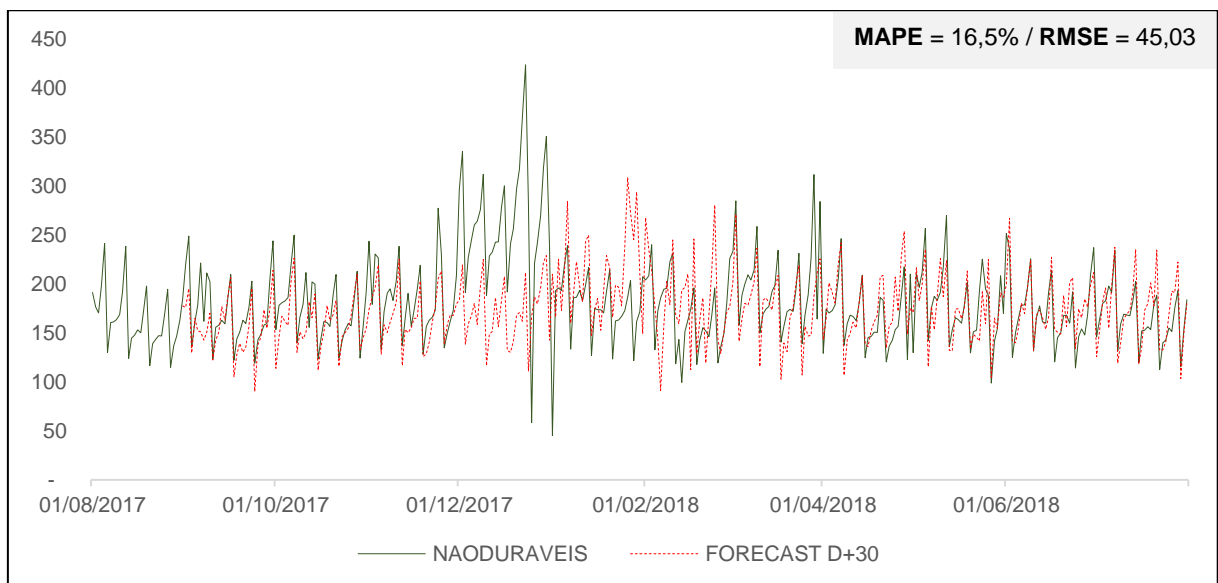


Figura 116 – Série NAODURAVEIS – MLP – Previsão D+30

Fonte: Elaboração própria.

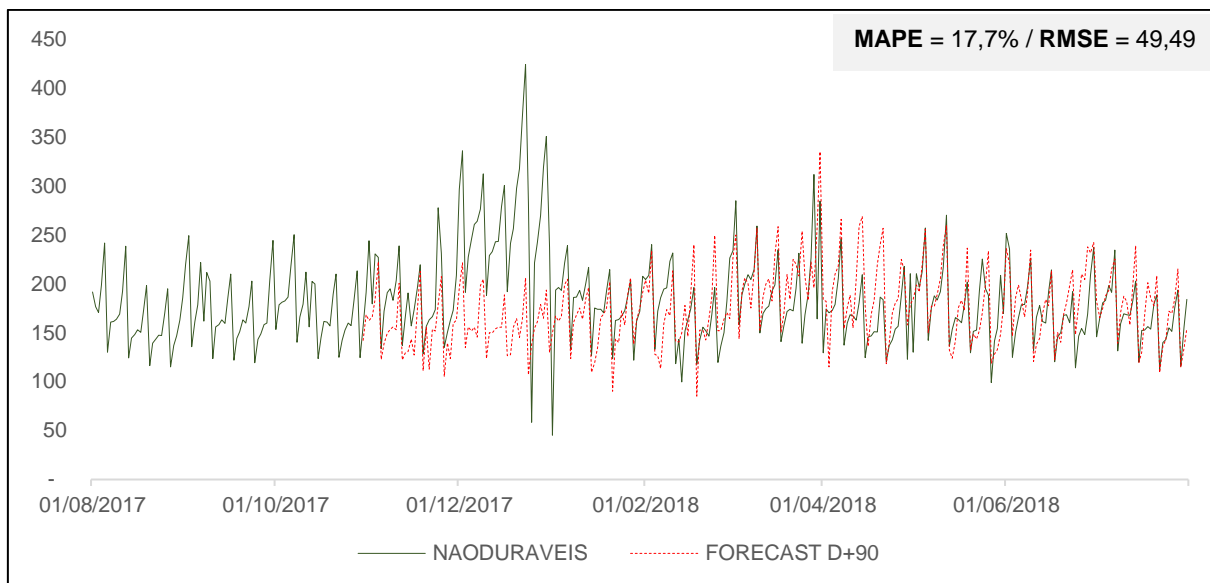


Figura 117 – Série NAODURAVEIS – MLP – Previsão D+90

Fonte: Elaboração própria.

2.6. LSTM

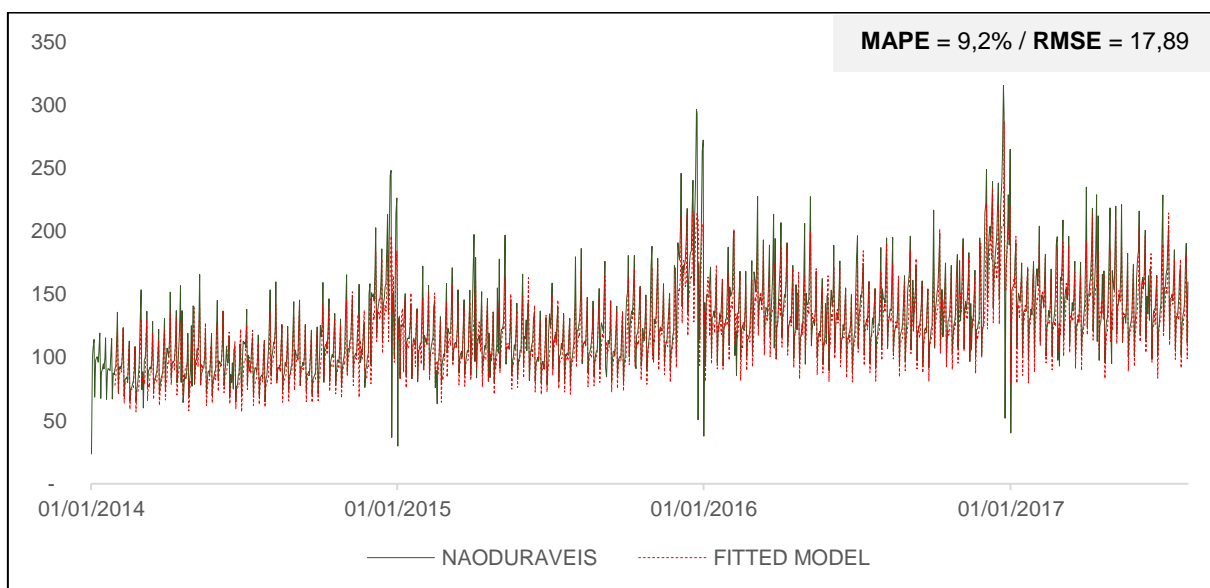


Figura 118 – Série NAODURAVEIS – LSTM – In-Sample

Fonte: Elaboração própria.

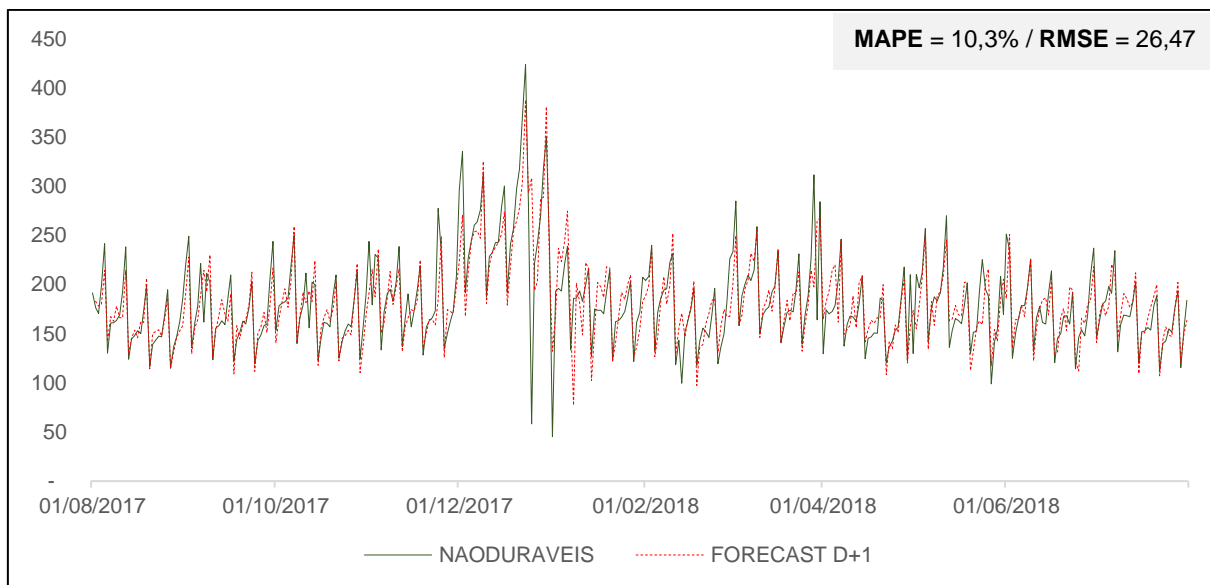


Figura 119 – Série NAODURAVEIS – LSTM – Previsão D+1

Fonte: Elaboração própria.

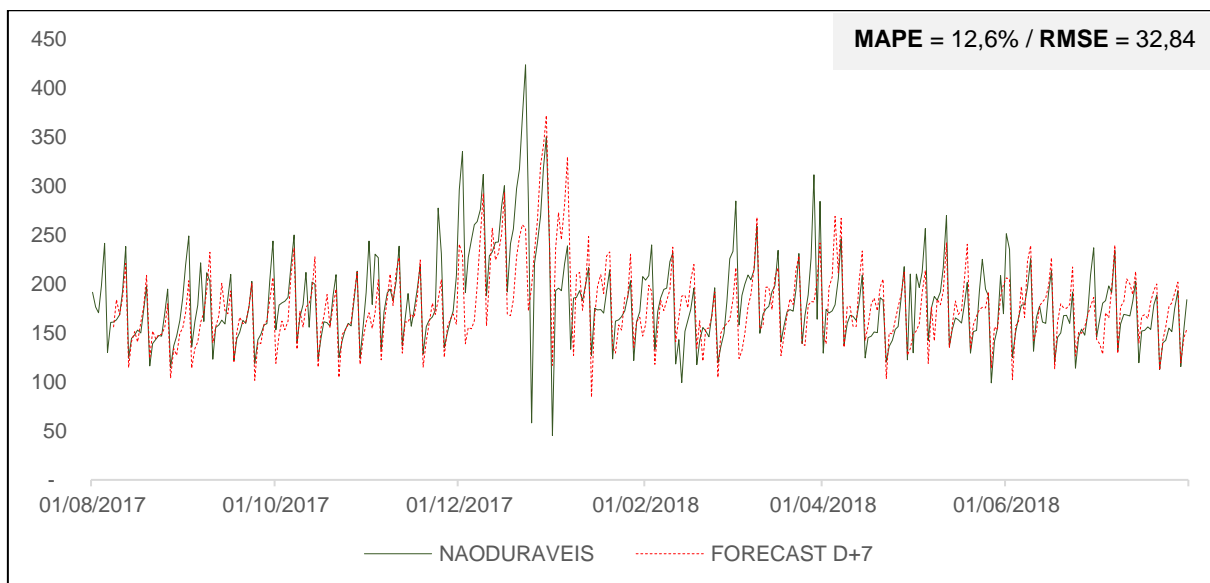


Figura 120 – Série NAODURAVEIS – LSTM – Previsão D+7

Fonte: Elaboração própria.

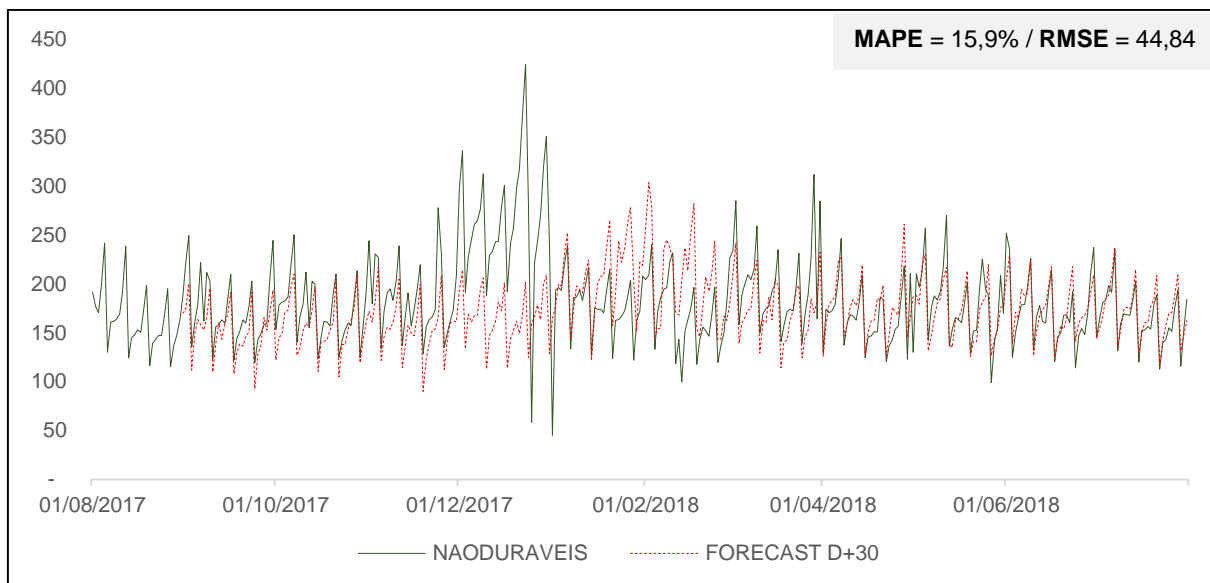


Figura 121 – Série NAODURAVEIS – LSTM – Previsão D+30

Fonte: Elaboração própria.

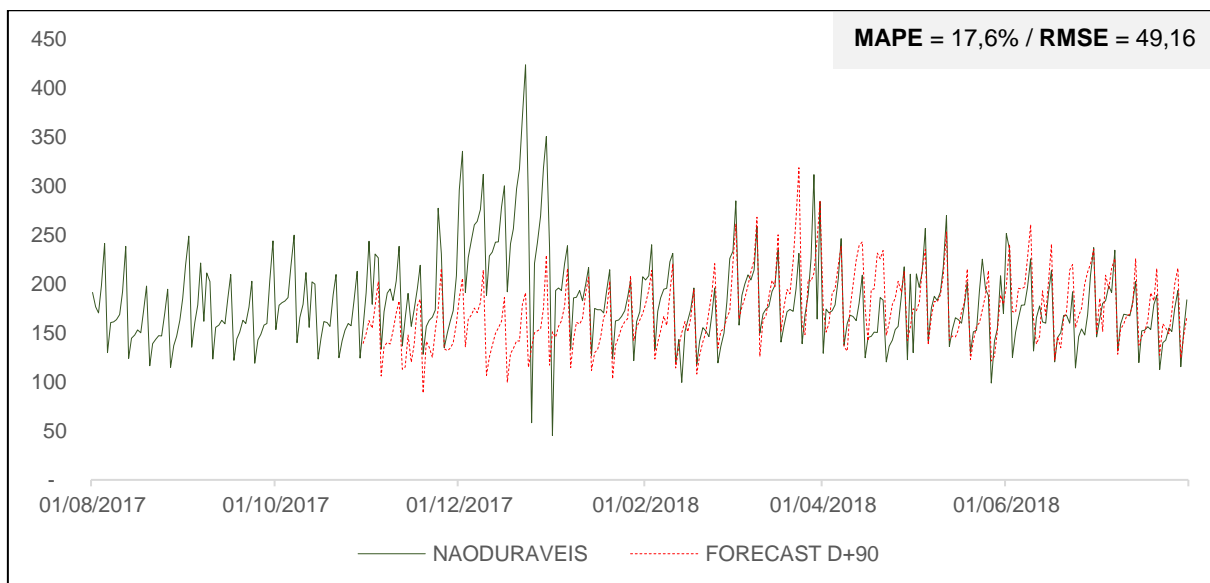


Figura 122 – Série NAODURAVEIS – LSTM – Previsão D+90

Fonte: Elaboração própria.

2.7. SARIMA_CALENDARIO

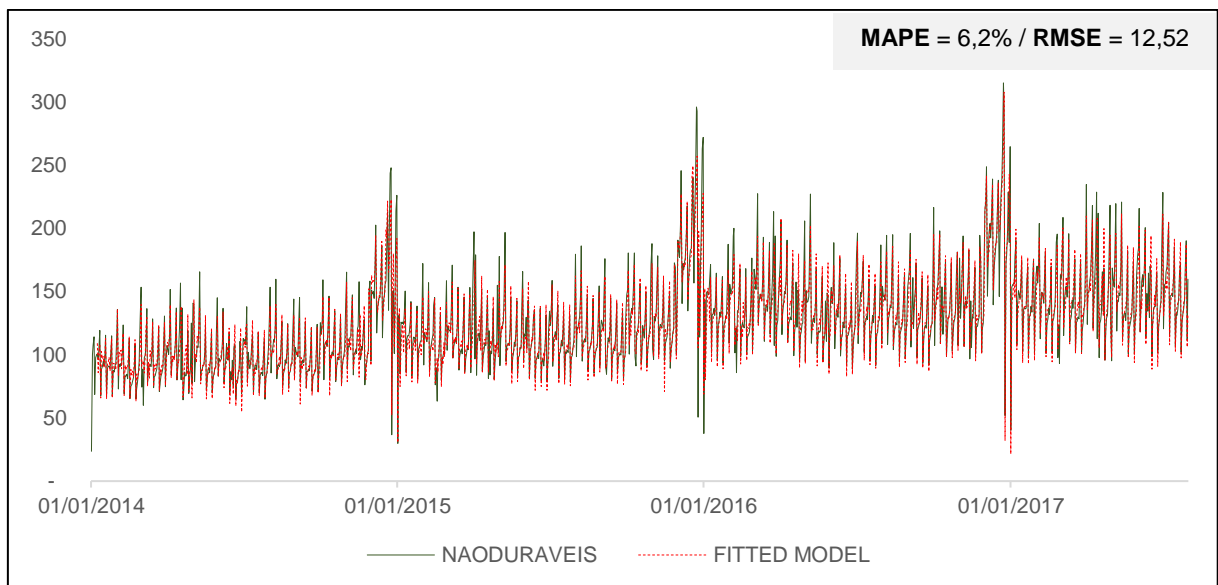


Figura 123 – Série NAODURAVEIS – SARIMA_CALENDARIO – *In-Sample*

Fonte: Elaboração própria.

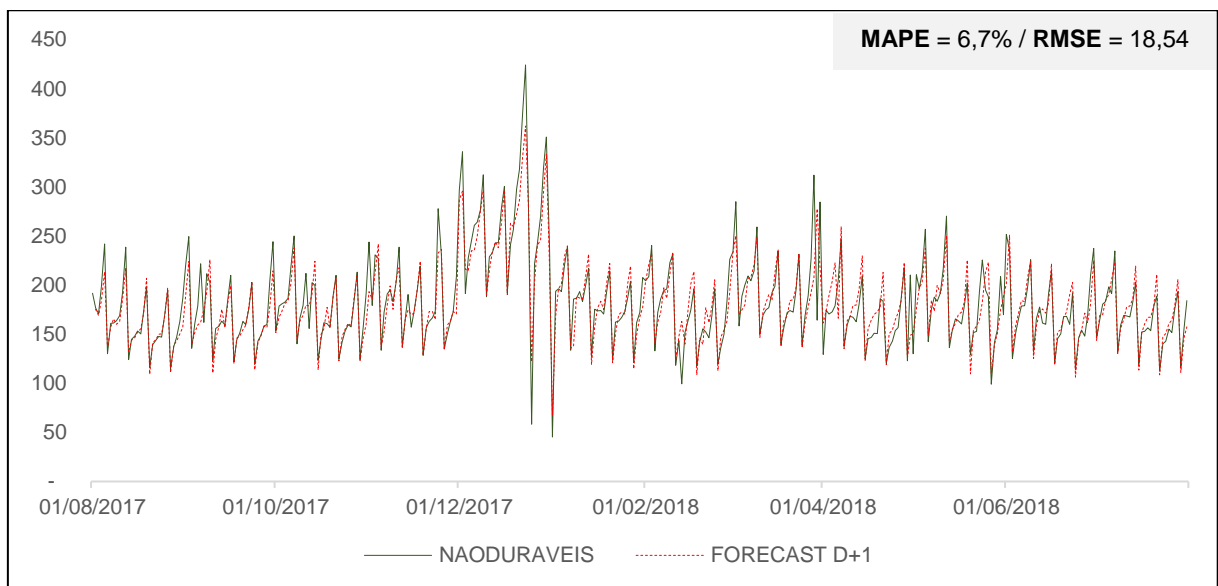


Figura 124 – Série NAODURAVEIS – SARIMA_CALENDARIO – Previsão D+1

Fonte: Elaboração própria.

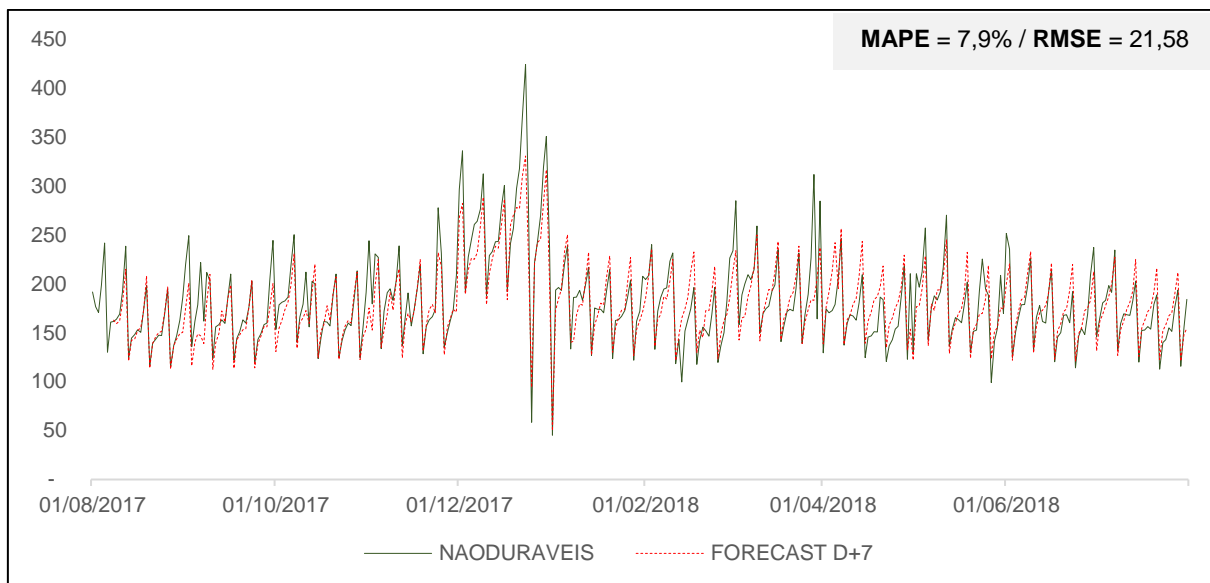


Figura 125 – Série NAODURAVEIS – SARIMA_CALENDARIO – Previsão D+7

Fonte: Elaboração própria.

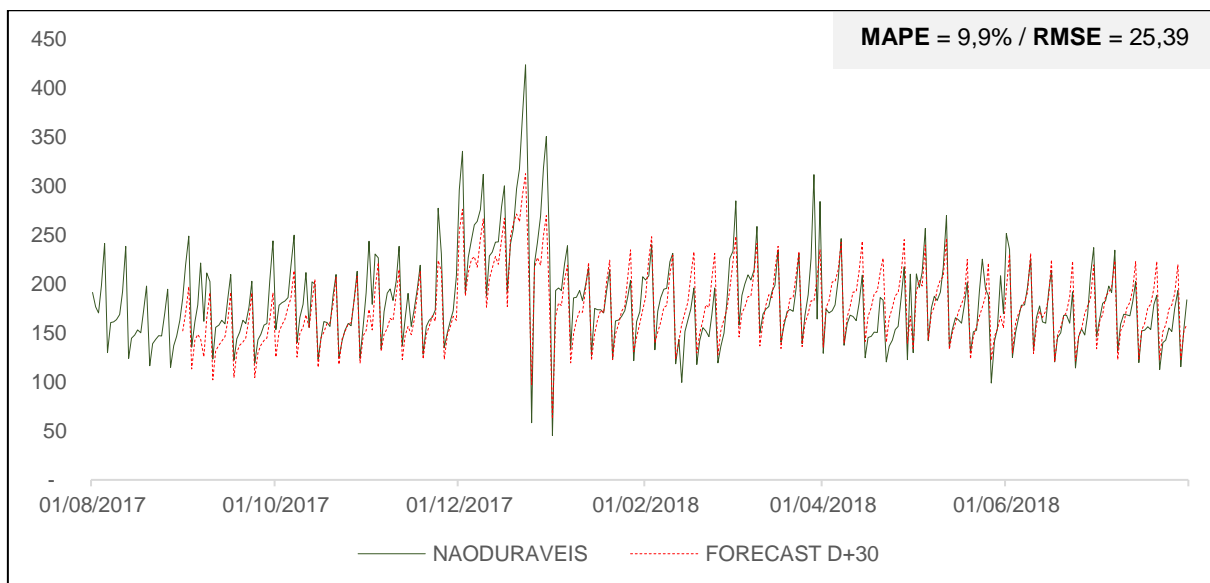


Figura 126 – Série NAODURAVEIS – SARIMA_CALENDARIO – Previsão D+30

Fonte: Elaboração própria.

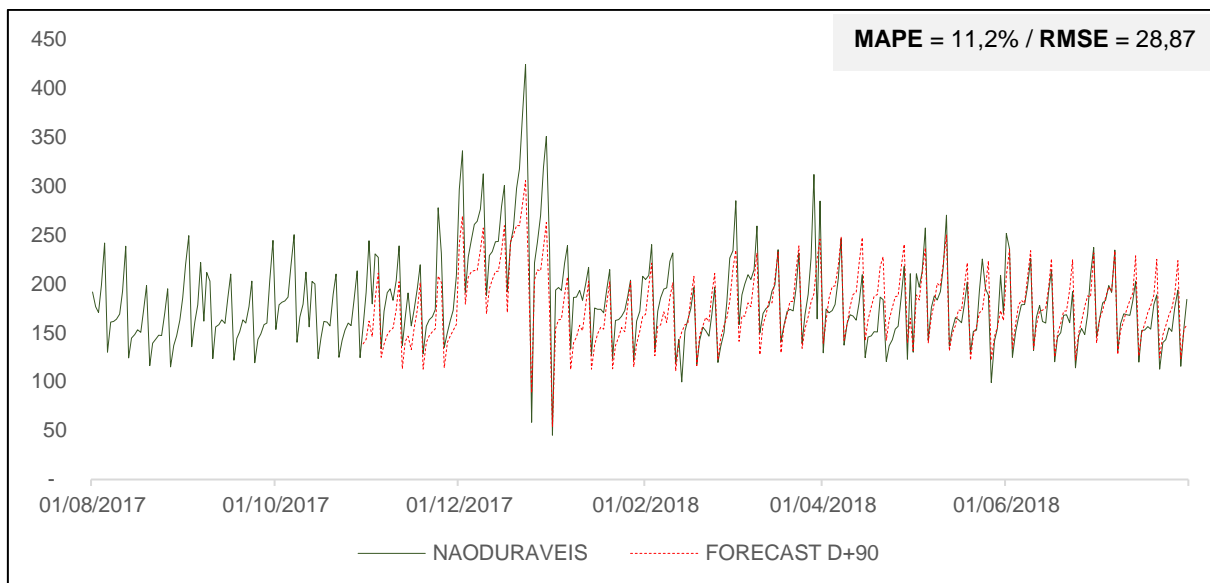


Figura 127 – Série NAODURAVEIS – SARIMA_CALENDARIO – Previsão D+90

Fonte: Elaboração própria.

2.8. MLP_CALENDARIO

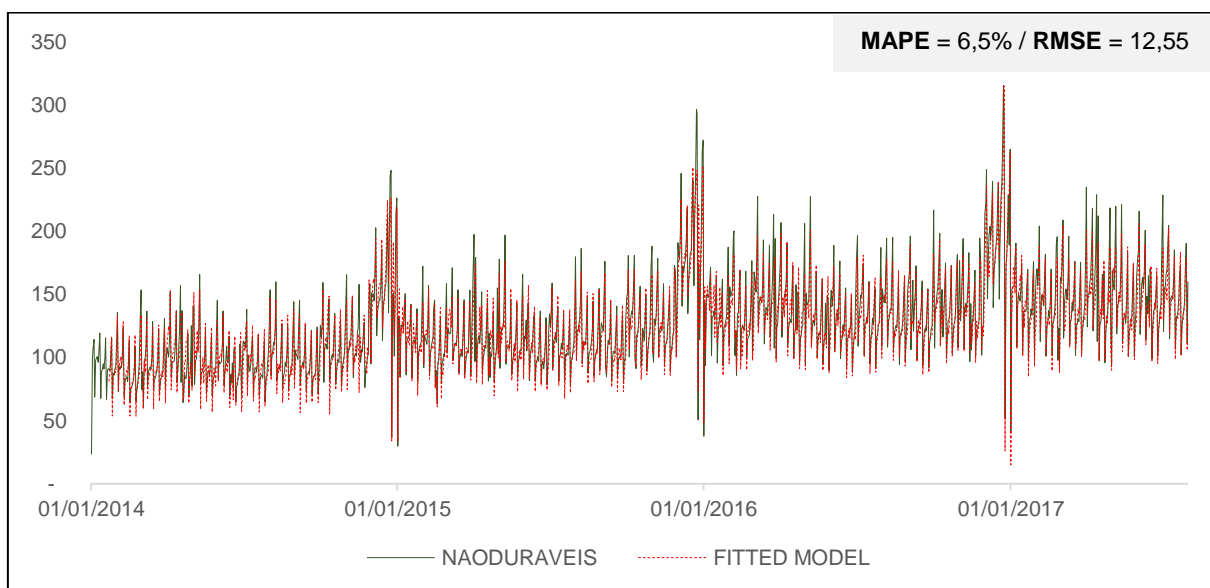


Figura 128 – Série NAODURAVEIS – MLP_CALENDARIO – In-Sample

Fonte: Elaboração própria.

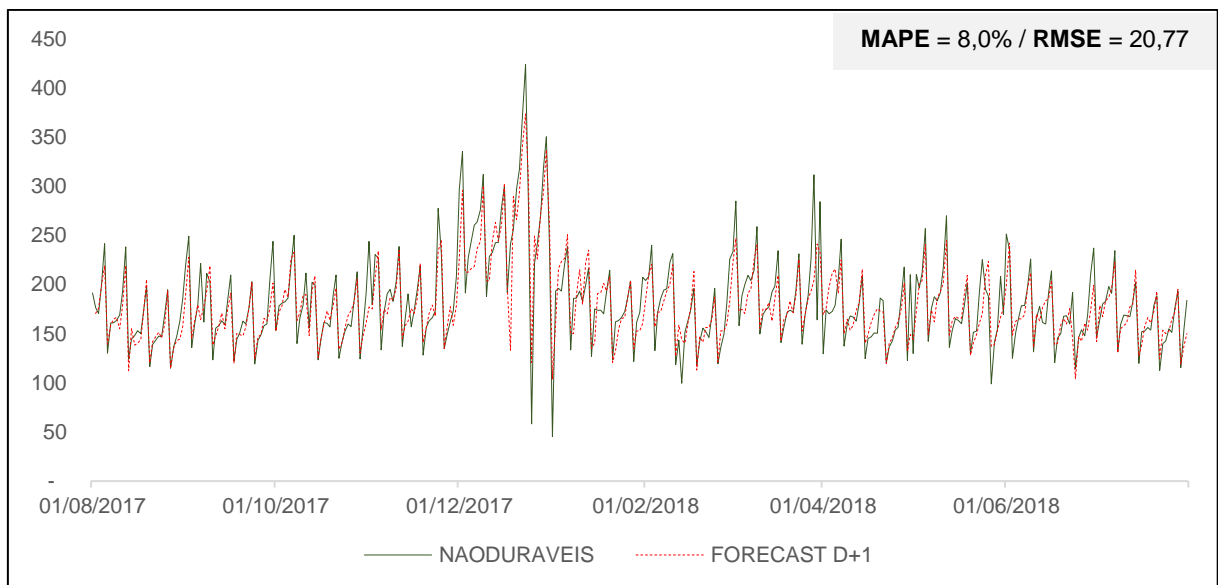


Figura 129 – Série NAODURAVEIS – MLP_CALENDARIO – Previsão D+1

Fonte: Elaboração própria.

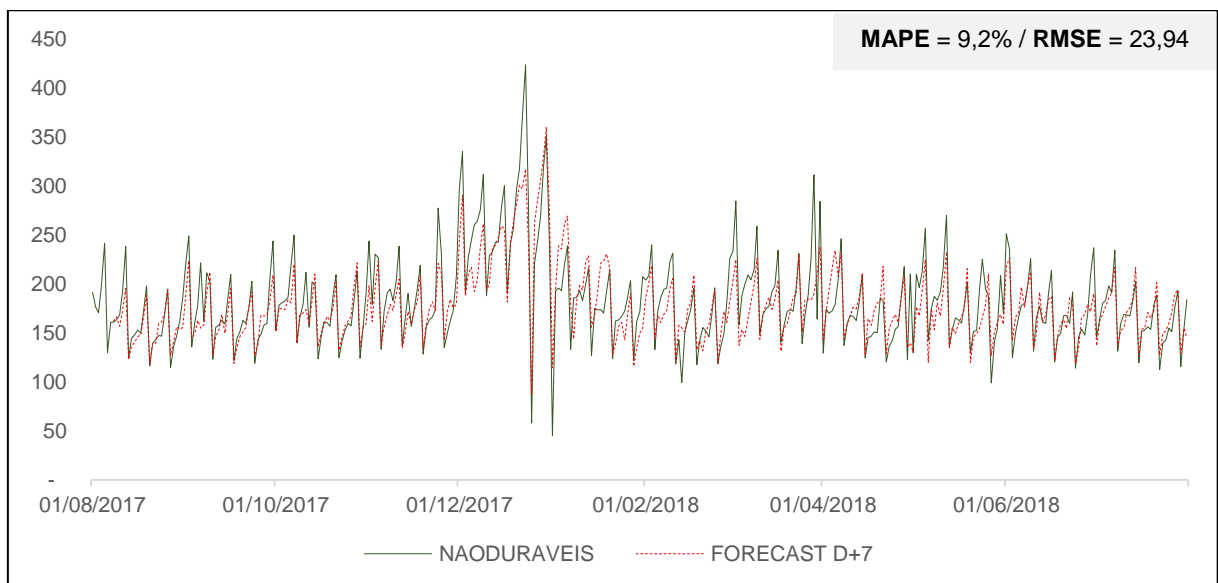


Figura 130 – Série NAODURAVEIS – MLP_CALENDARIO – Previsão D+7

Fonte: Elaboração própria.

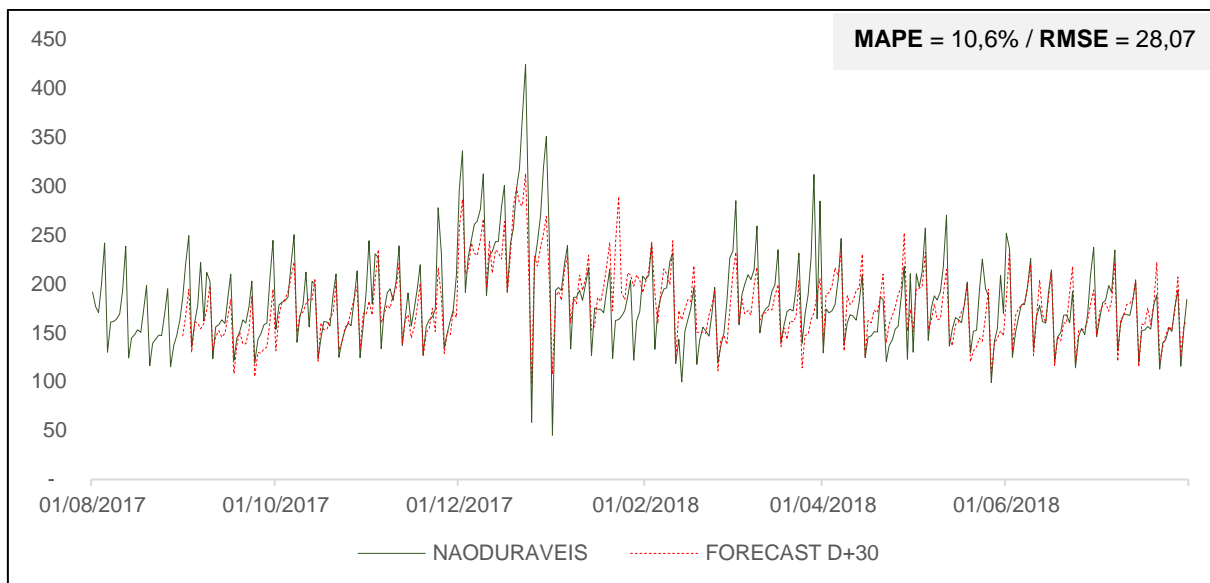


Figura 131 – Série NAODURAVEIS – MLP_CALENDARIO – Previsão D+30

Fonte: Elaboração própria.

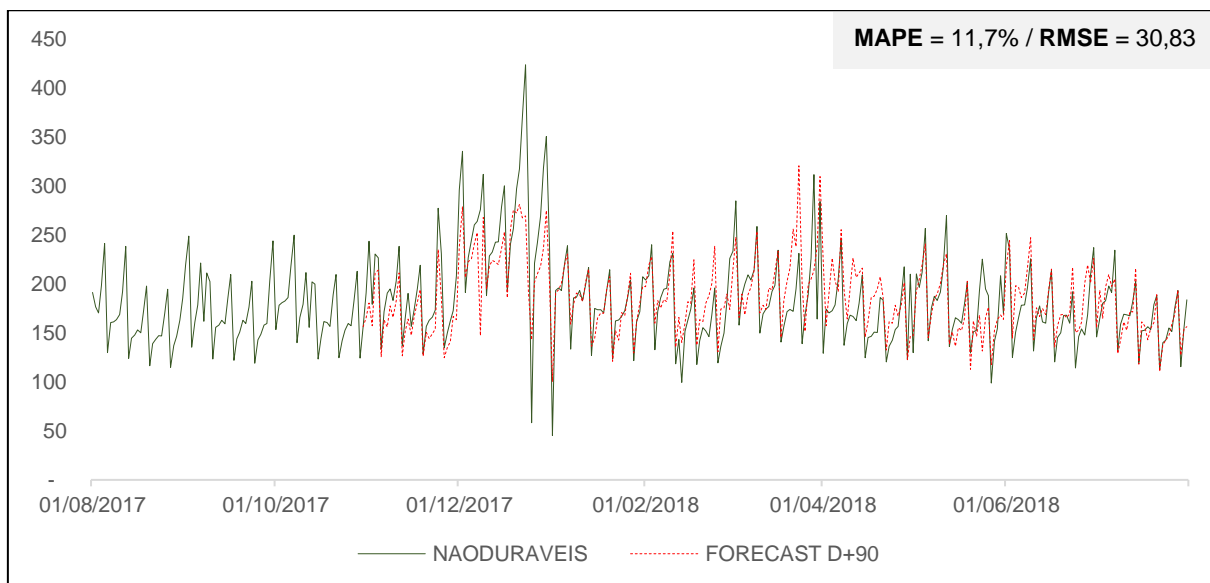


Figura 132 – Série NAODURAVEIS – MLP_CALENDARIO – Previsão D+90

Fonte: Elaboração própria.

2.9. LSTM_CALENDARIO

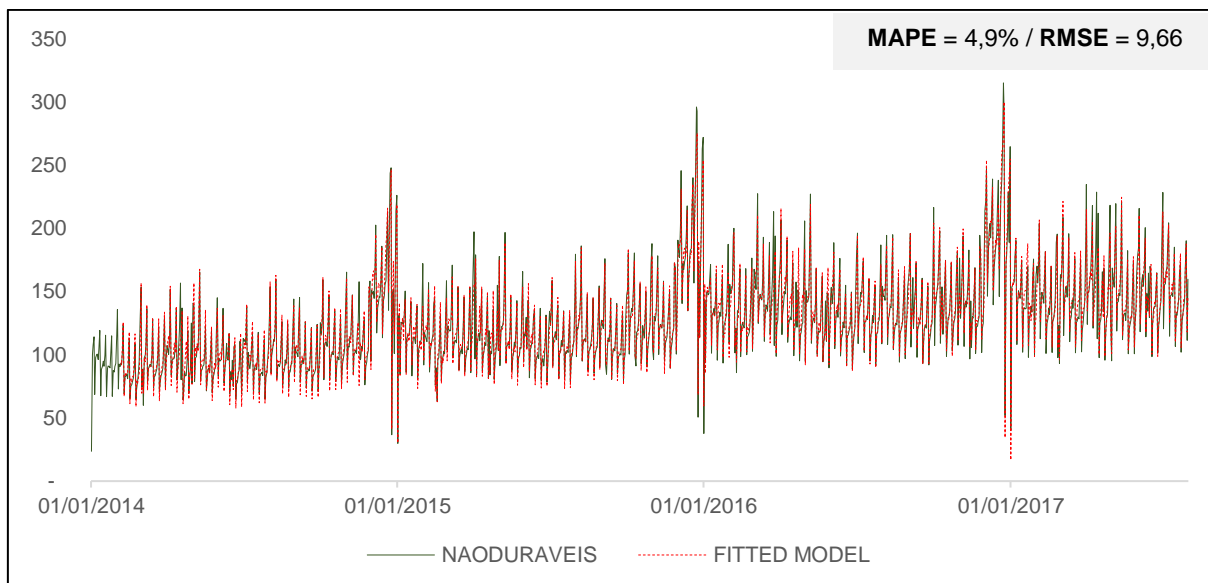


Figura 133 – Série NAODURAVEIS – LSTM_CALENDARIO – In-Sample

Fonte: Elaboração própria.

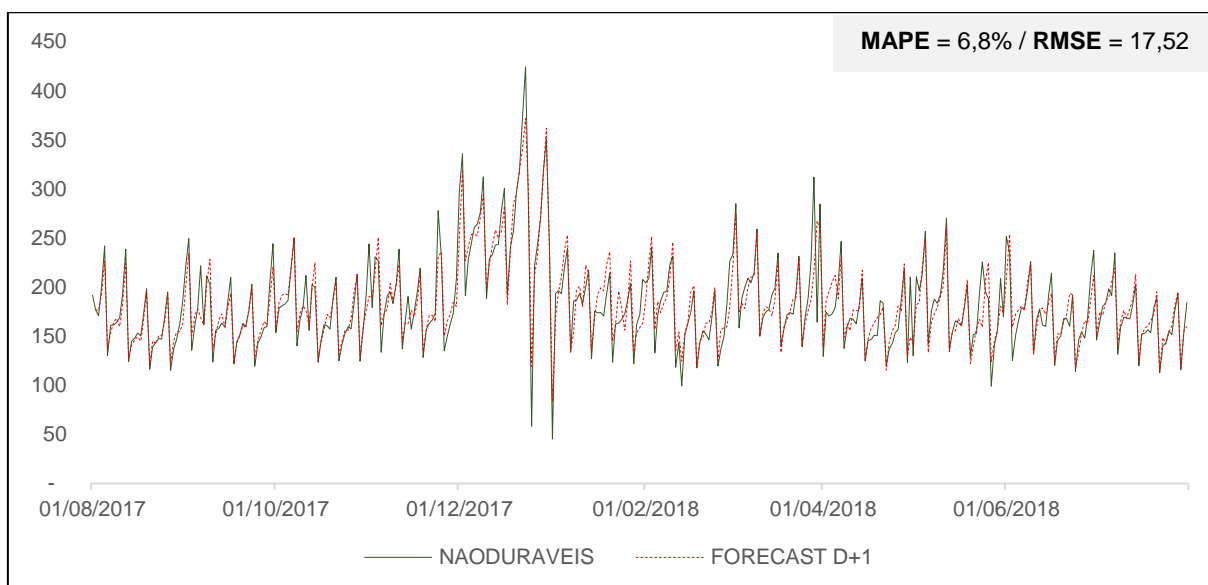


Figura 134 – Série NAODURAVEIS – LSTM_CALENDARIO – Previsão D+1

Fonte: Elaboração própria.

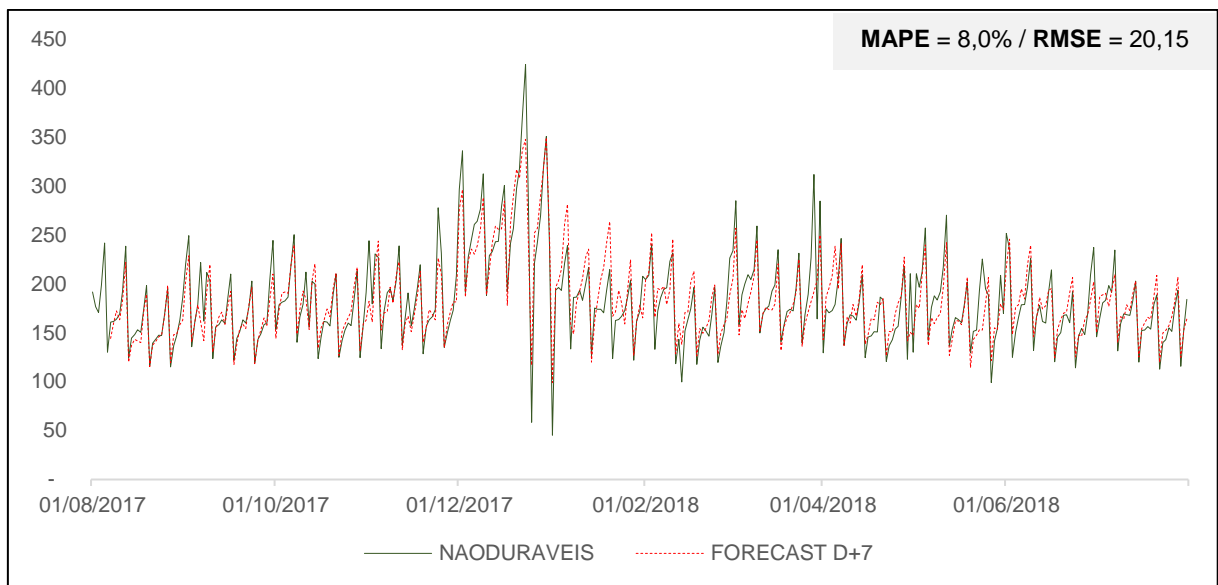


Figura 135 – Série NAODURAVEIS – LSTM_CALENDARIO – Previsão D+7

Fonte: Elaboração própria.

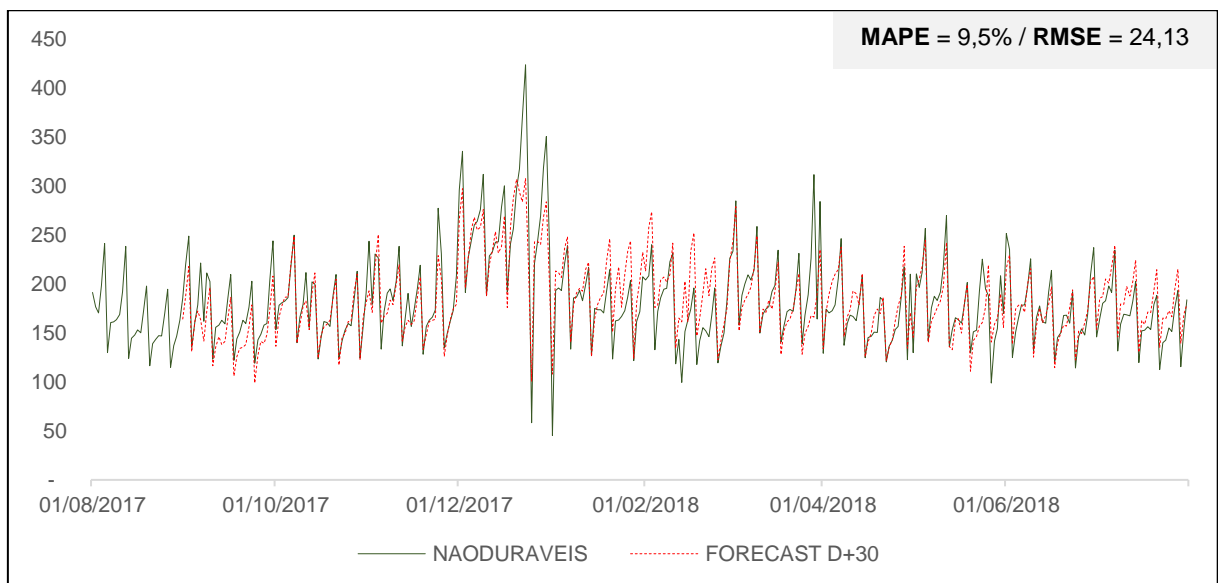


Figura 136 – Série NAODURAVEIS – LSTM_CALENDARIO – Previsão D+30

Fonte: Elaboração própria.

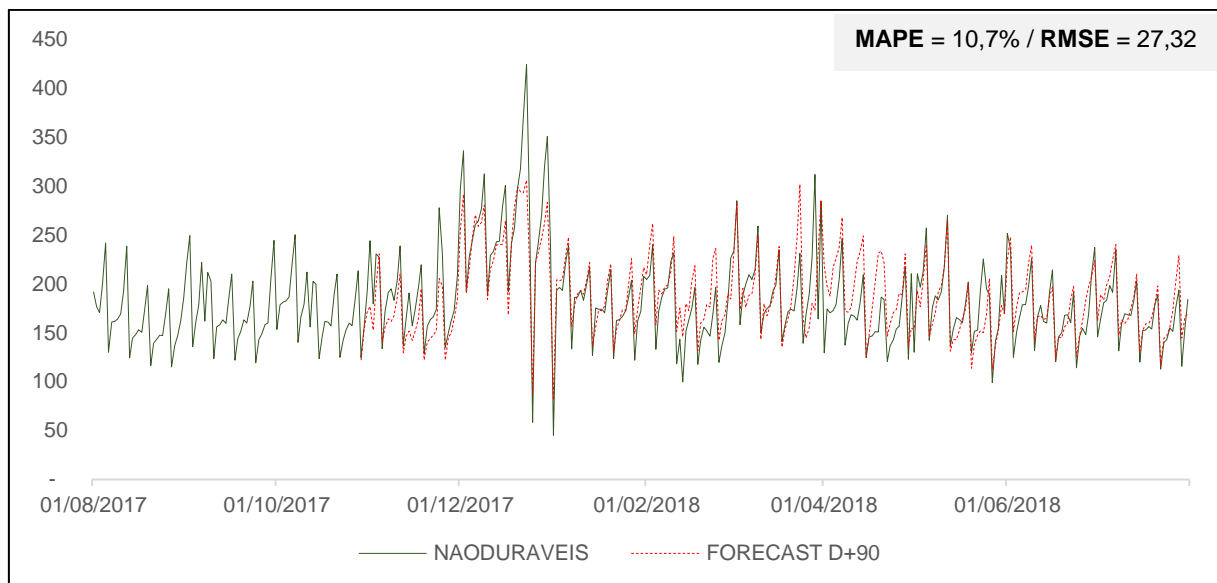


Figura 137 – Série NAODURAVEIS – LSTM_CALENDARIO – Previsão D+90

Fonte: Elaboração própria.

3. Série DURAVEIS

3.1. Naïve

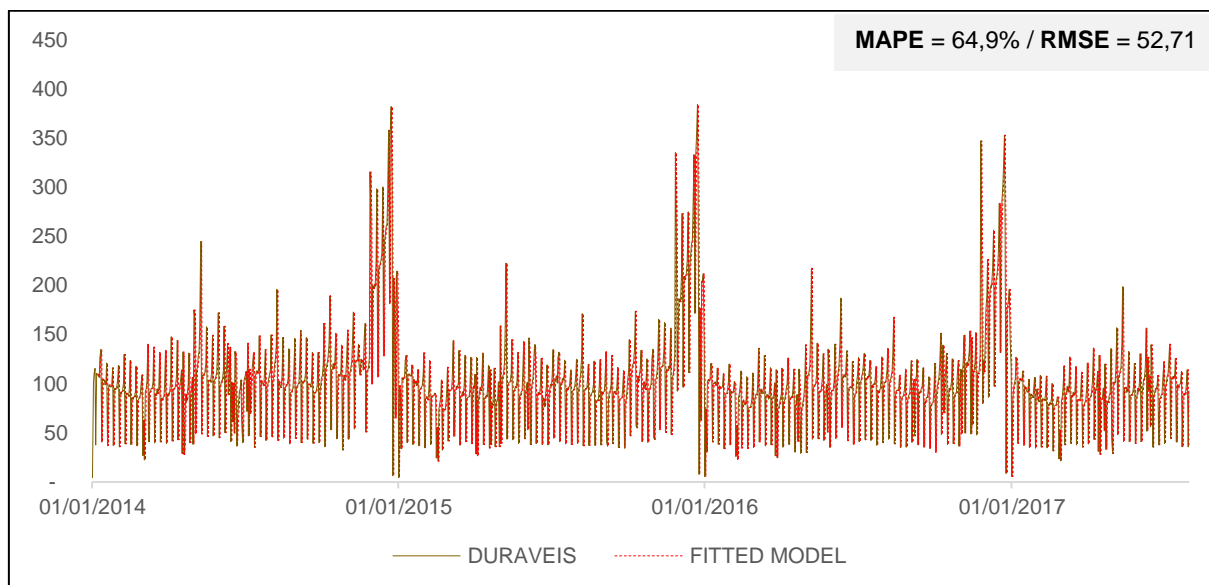


Figura 138 – Série DURAVEIS – Naïve – In-Sample

Fonte: Elaboração própria.

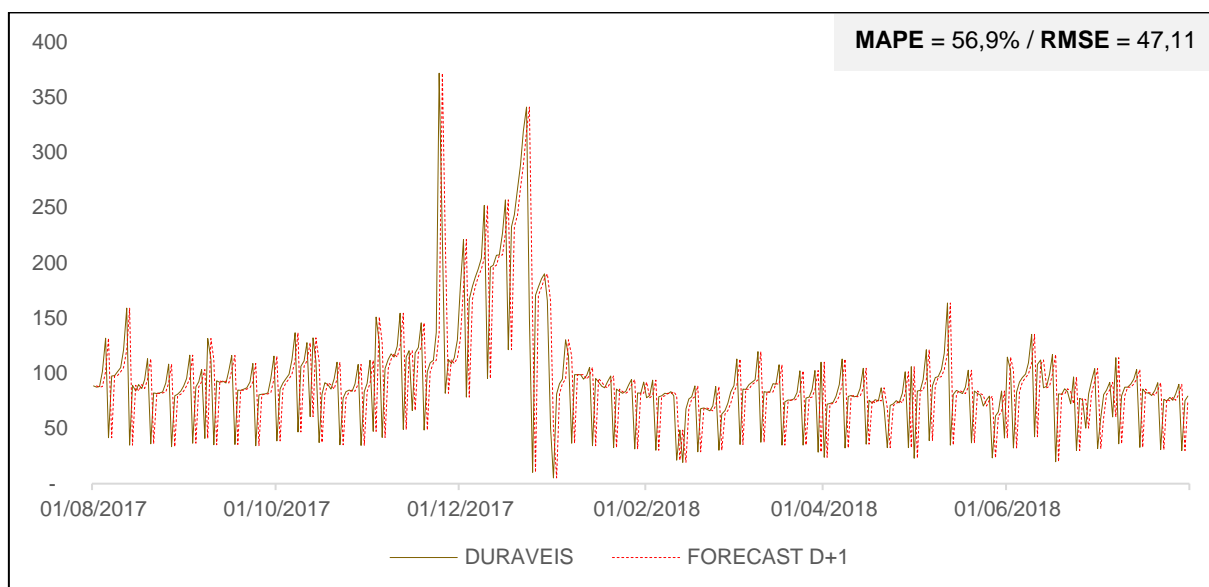


Figura 139 – Série DURAVEIS – Naïve – Previsão D+1

Fonte: Elaboração própria.

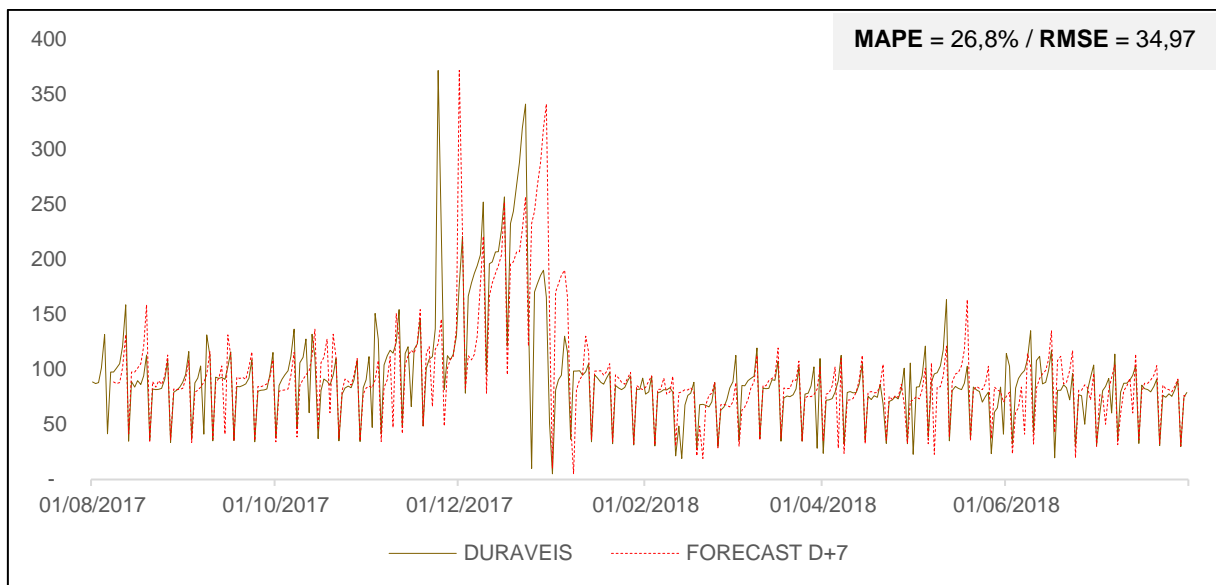


Figura 140 – Série DURAVEIS – Naïve – Previsão D+7

Fonte: Elaboração própria.

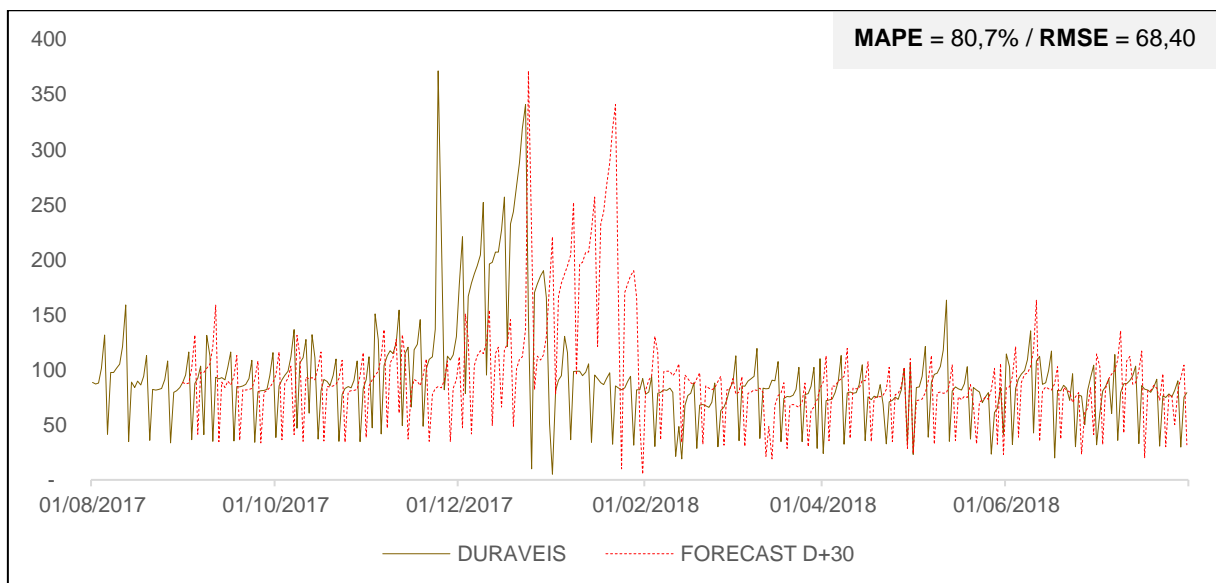


Figura 141 – Série DURAVEIS – Naïve – Previsão D+30

Fonte: Elaboração própria.

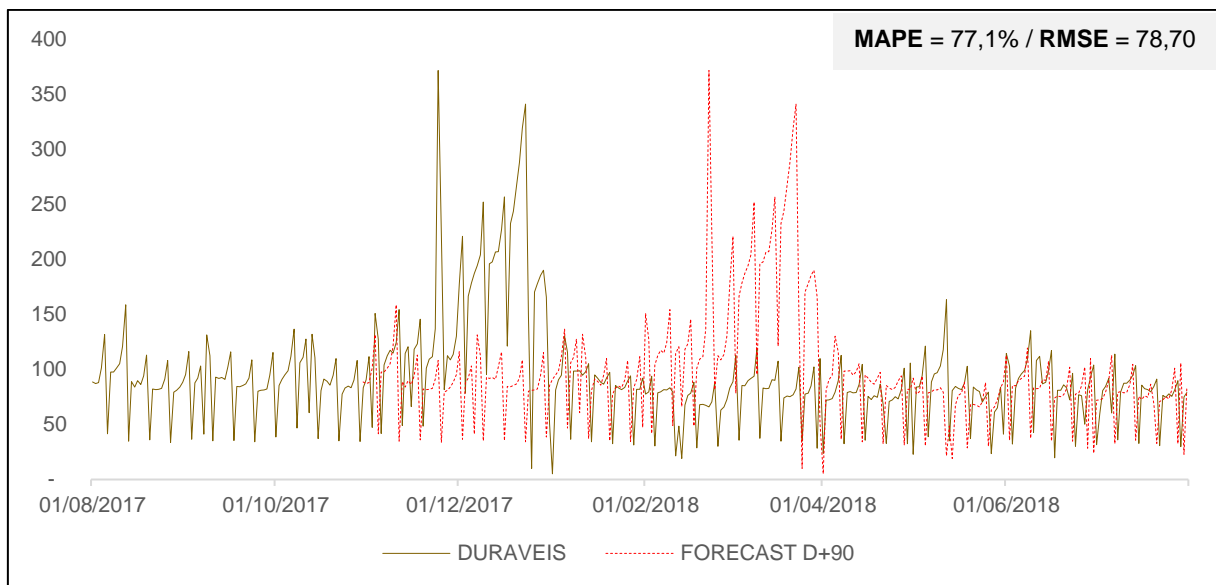


Figura 142 – Série DURAVEIS – Naïve – Previsão D+90

Fonte: Elaboração própria.

3.2. Seasonal Naïve

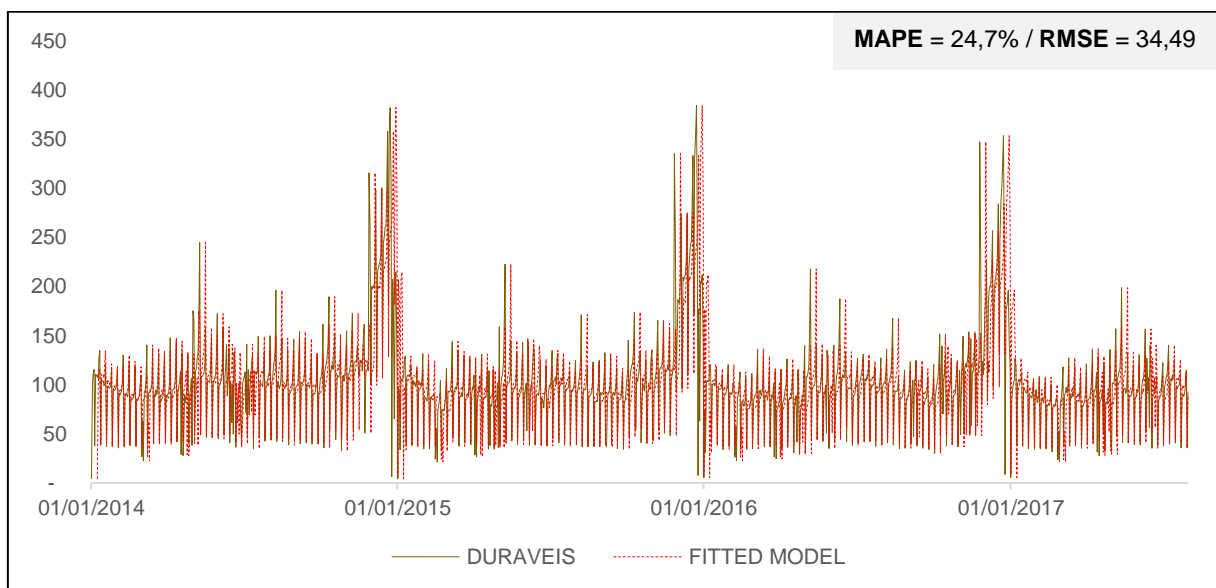


Figura 143 – Série DURAVEIS – Seasonal Naïve – In-Sample

Fonte: Elaboração própria.

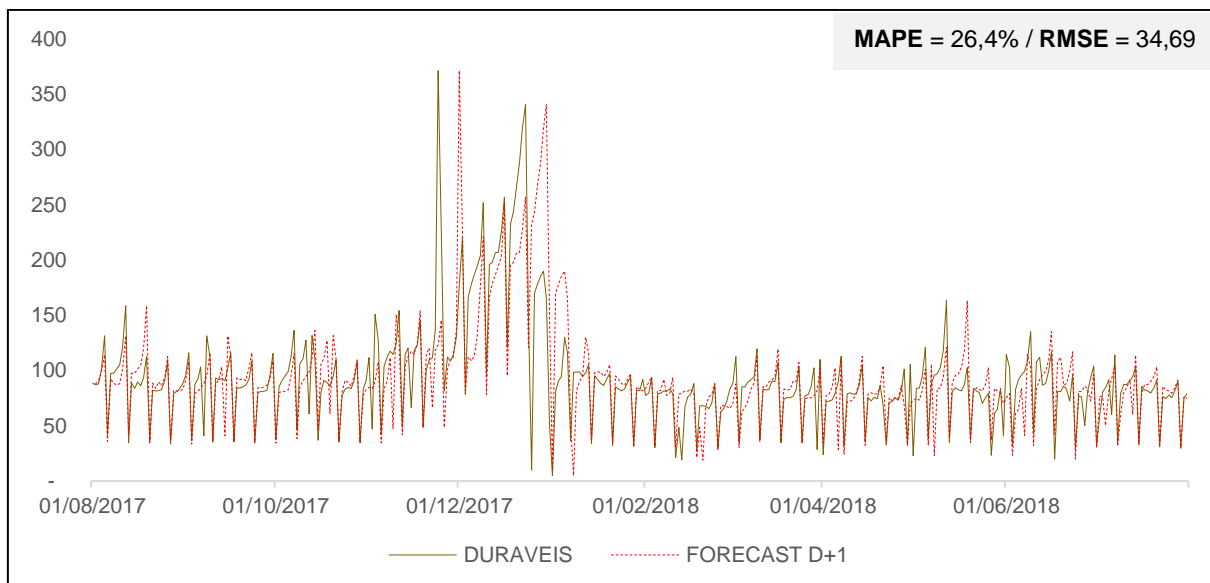


Figura 144 – Série DURAVEIS – Seasonal Naïve – Previsão D+1

Fonte: Elaboração própria.

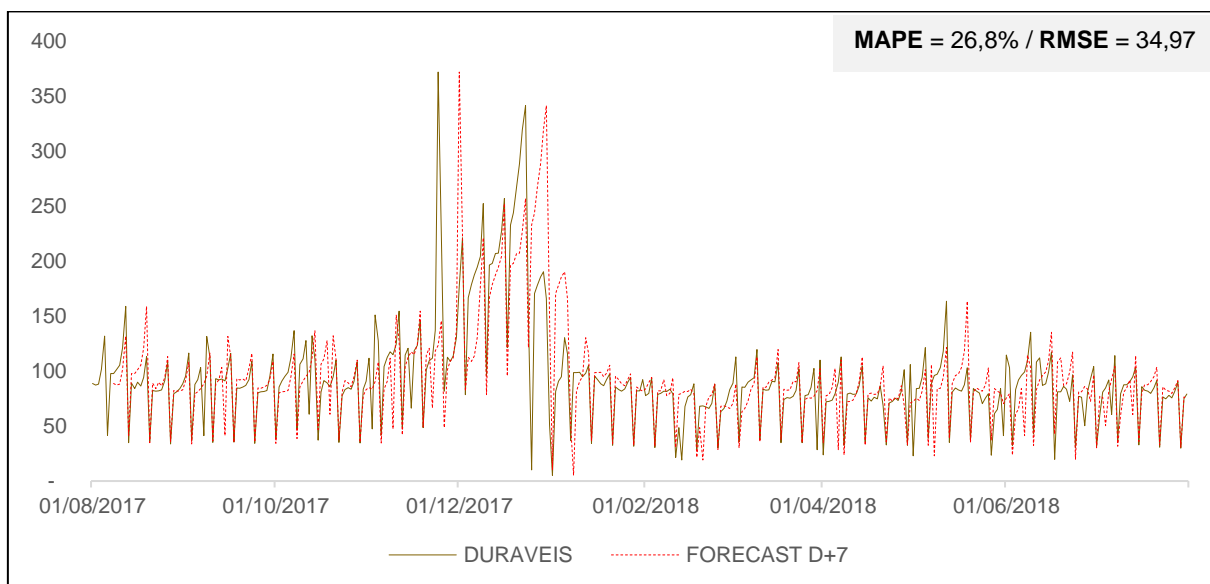


Figura 145 – Série DURAVEIS – Seasonal Naïve – Previsão D+7

Fonte: Elaboração própria.

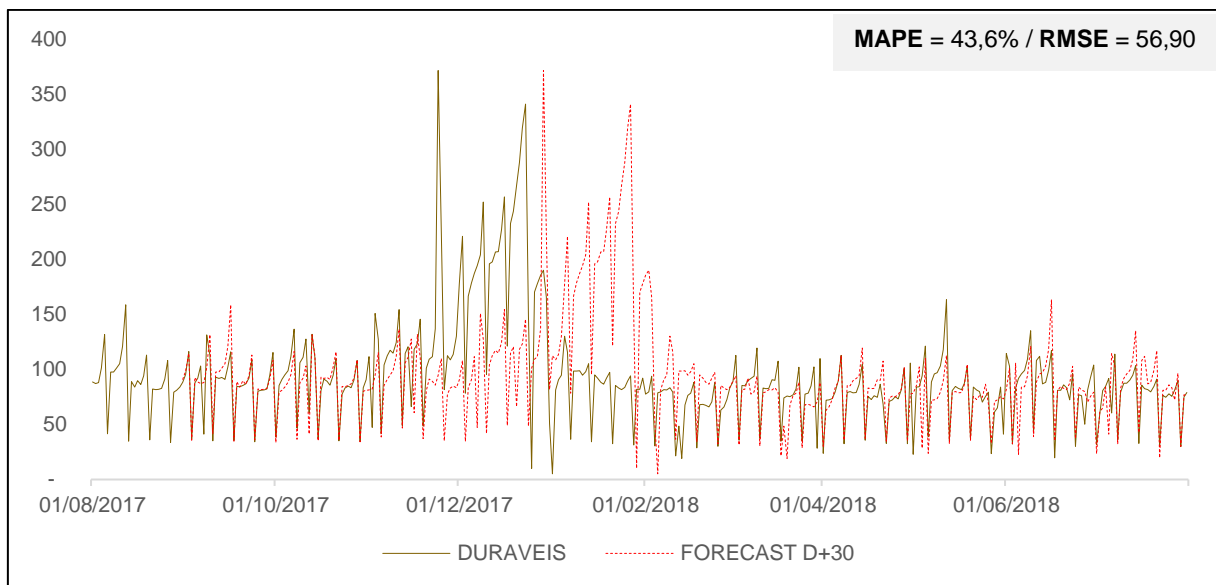


Figura 146 – Série DURAVEIS – *Seasonal Naïve* – Previsão D+30

Fonte: Elaboração própria.

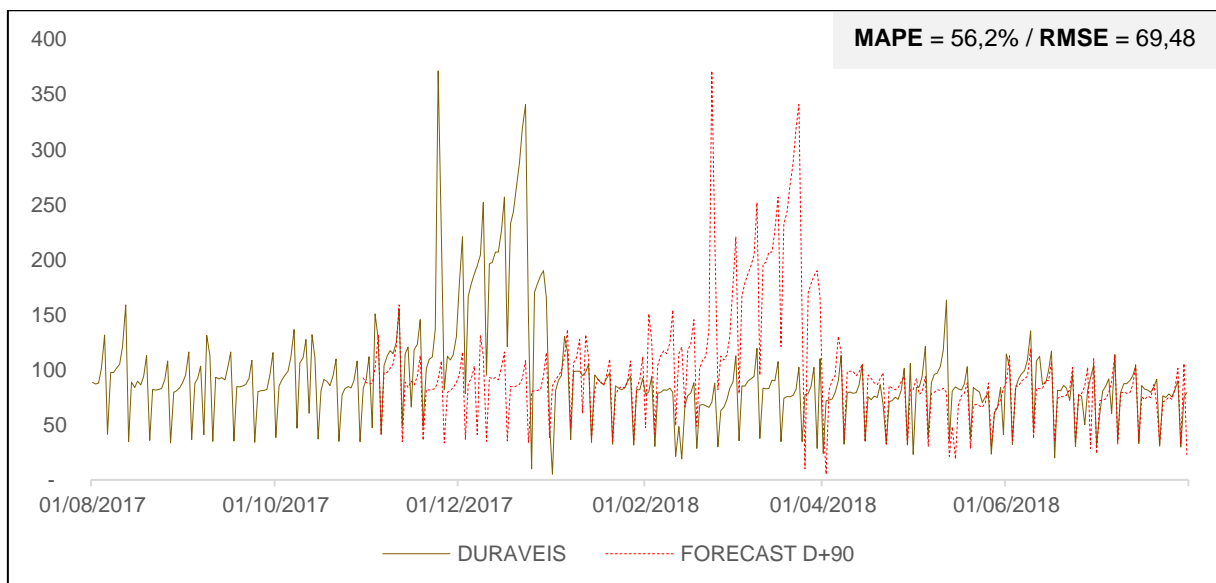


Figura 147 – Série DURAVEIS – *Seasonal Naïve* – Previsão D+90

Fonte: Elaboração própria.

3.3. Holt-Winters

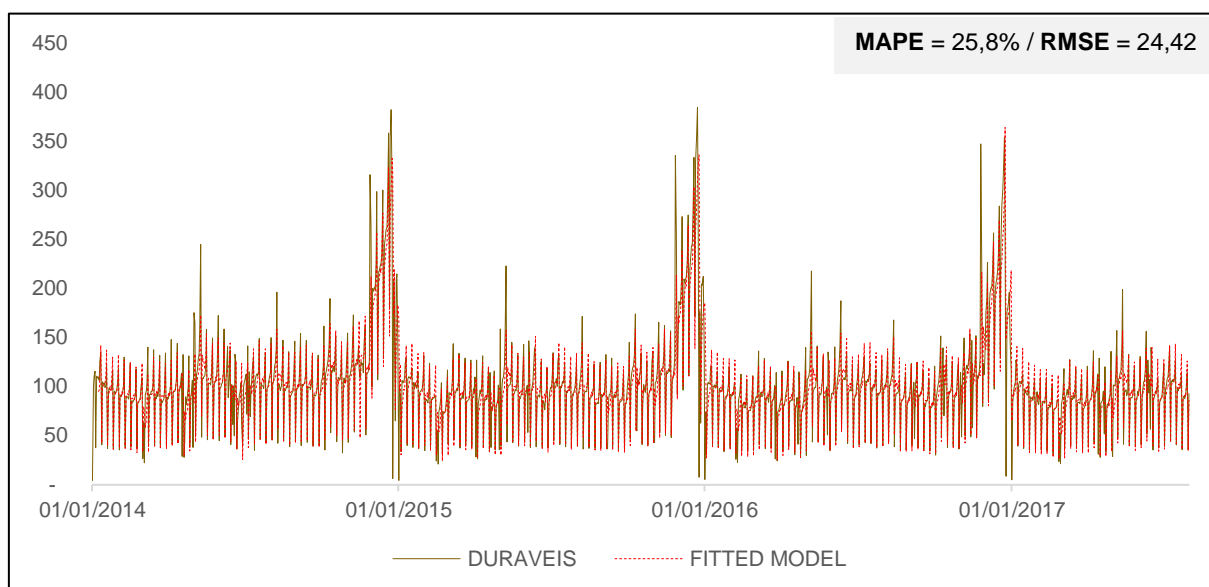


Figura 148 – Série DURAVEIS – Holt-Winters – In-Sample

Fonte: Elaboração própria.

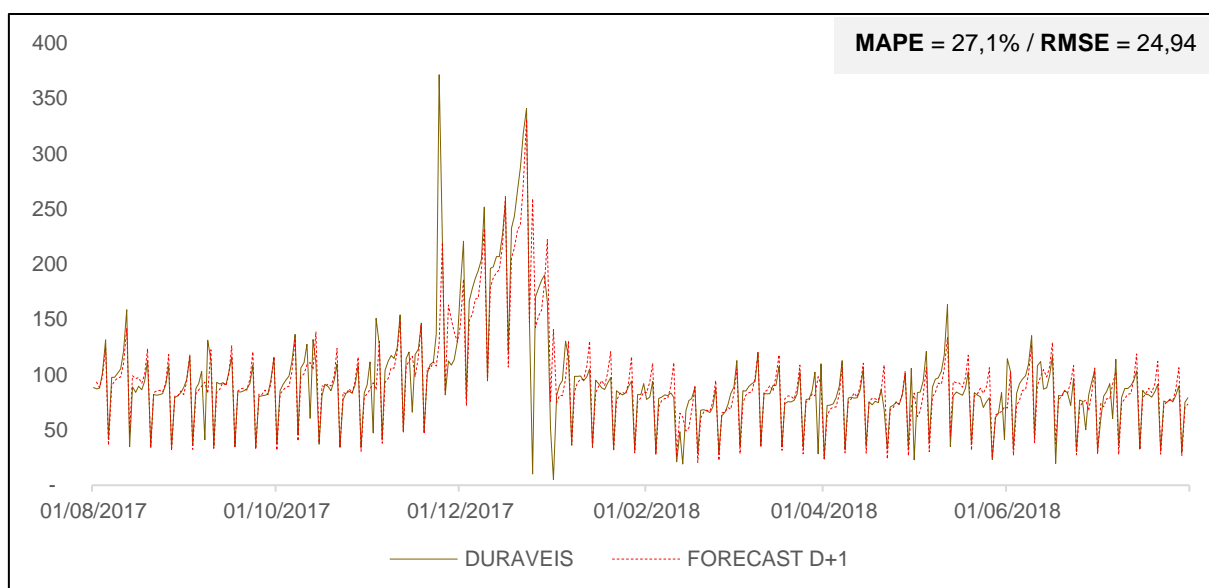


Figura 149 – Série DURAVEIS – Holt-Winters – Previsão D+1

Fonte: Elaboração própria.

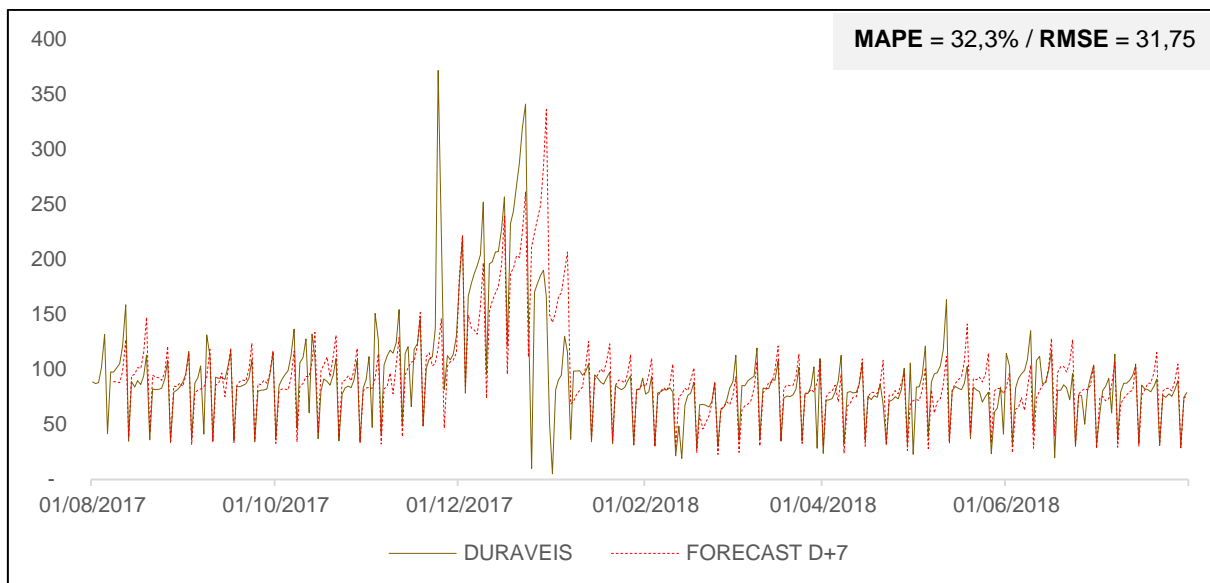


Figura 150 – Série DURAVEIS – Holt-Winters – Previsão D+7

Fonte: Elaboração própria.

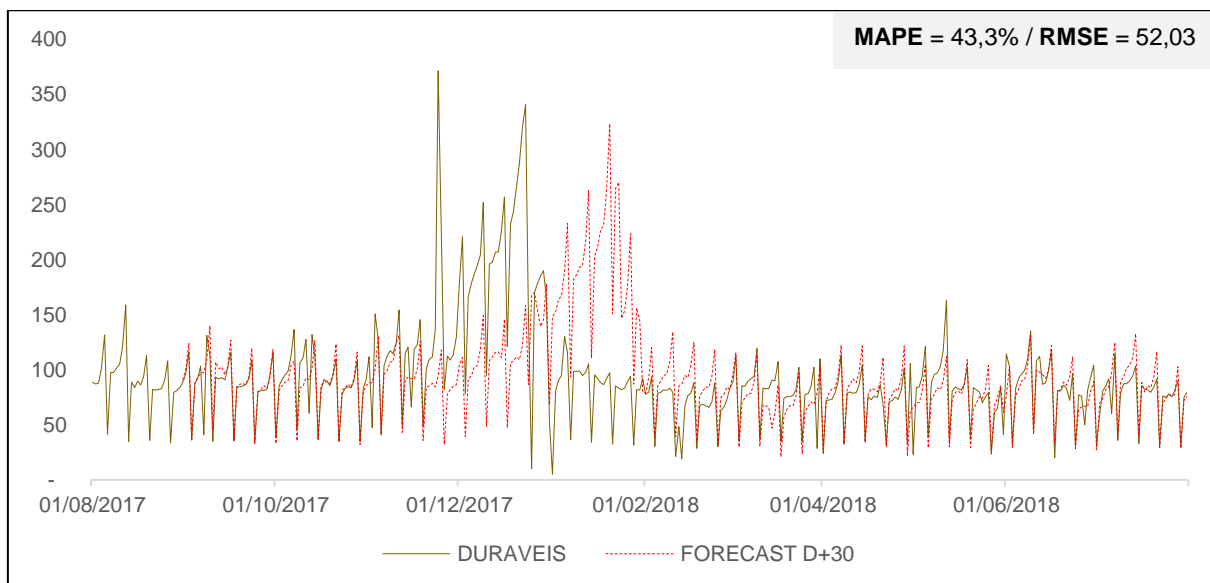


Figura 151 – Série DURAVEIS – Holt-Winters – Previsão D+30

Fonte: Elaboração própria.

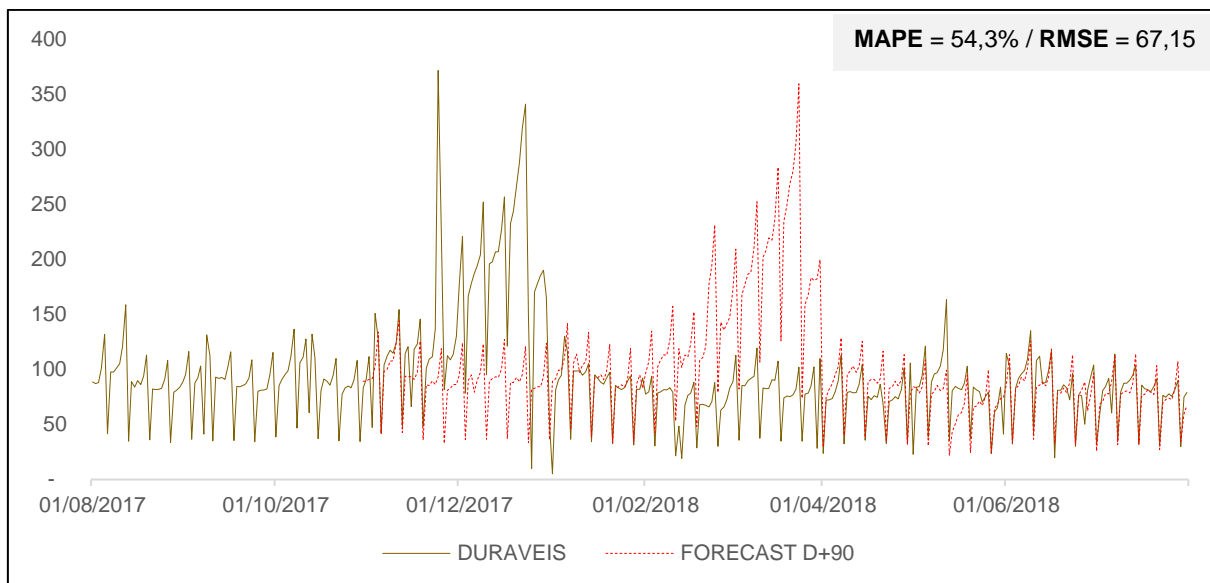


Figura 152 – Série DURAWEIS – Holt-Winters – Previsão D+90

Fonte: Elaboração própria.

3.4. SARIMA

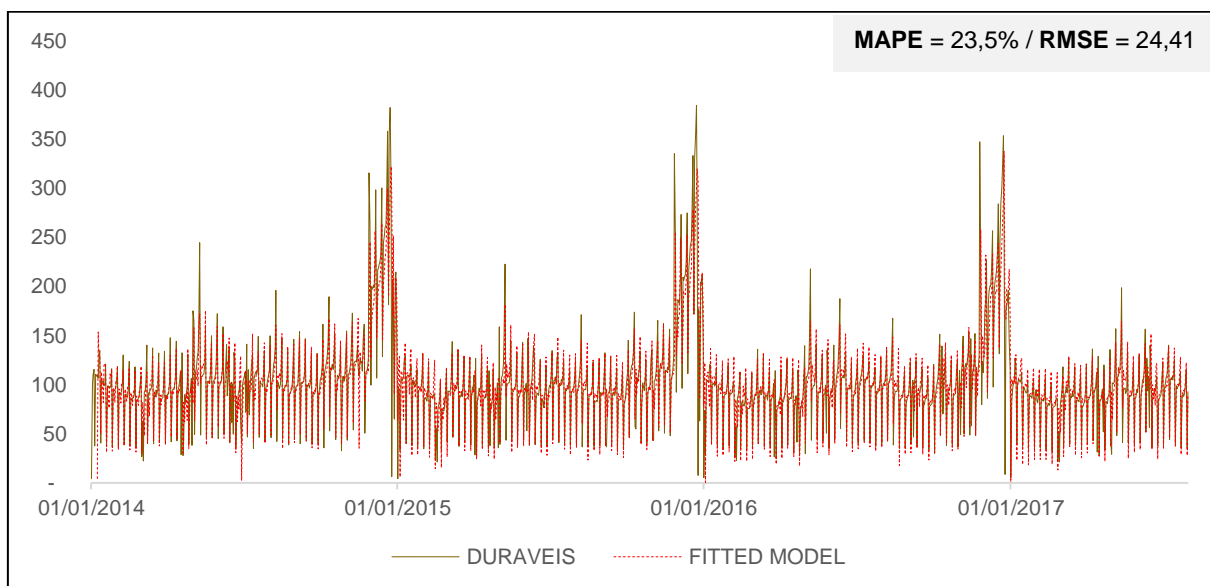


Figura 153 – Série DURAWEIS – SARIMA – In-Sample

Fonte: Elaboração própria.

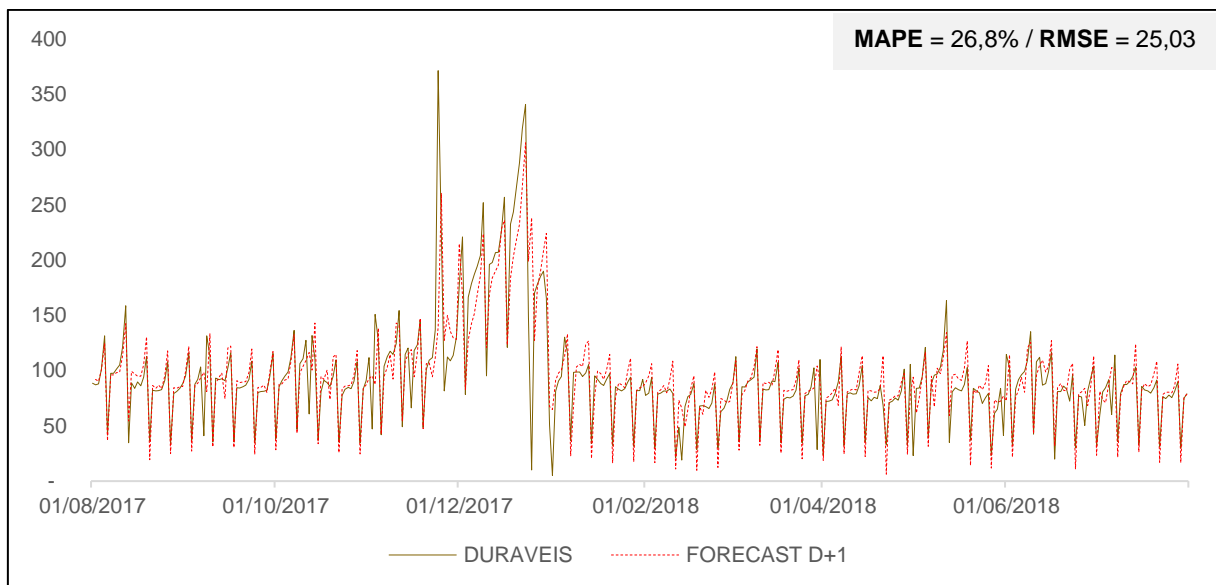


Figura 154 – Série DURA VEIS – SARIMA – Previsão D+1

Fonte: Elaboração própria.

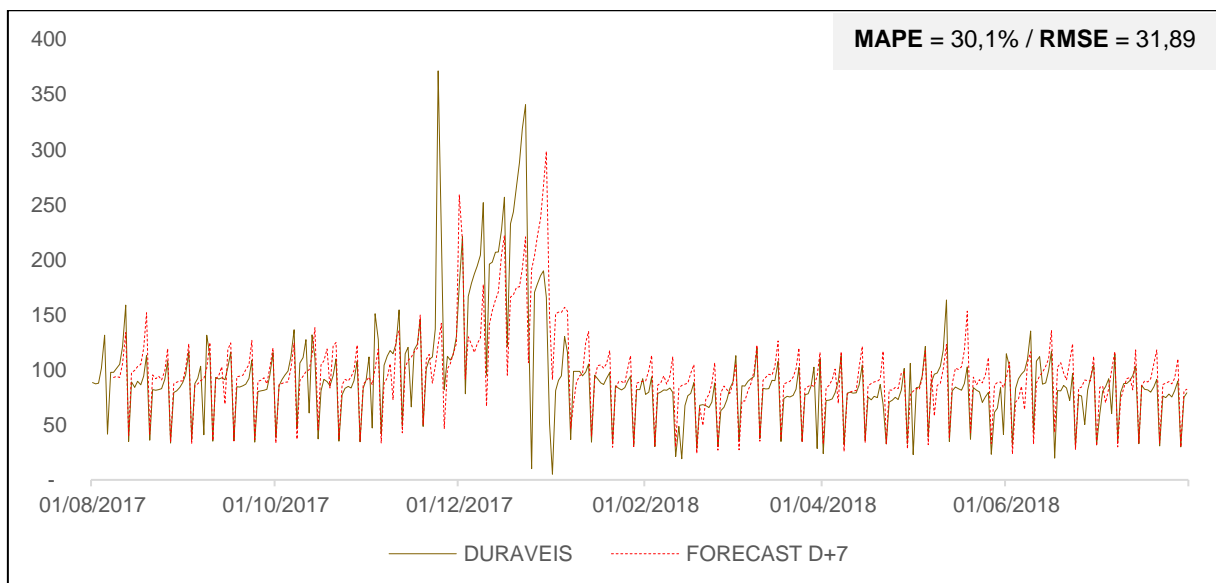


Figura 155 – Série DURA VEIS – SARIMA – Previsão D+7

Fonte: Elaboração própria.

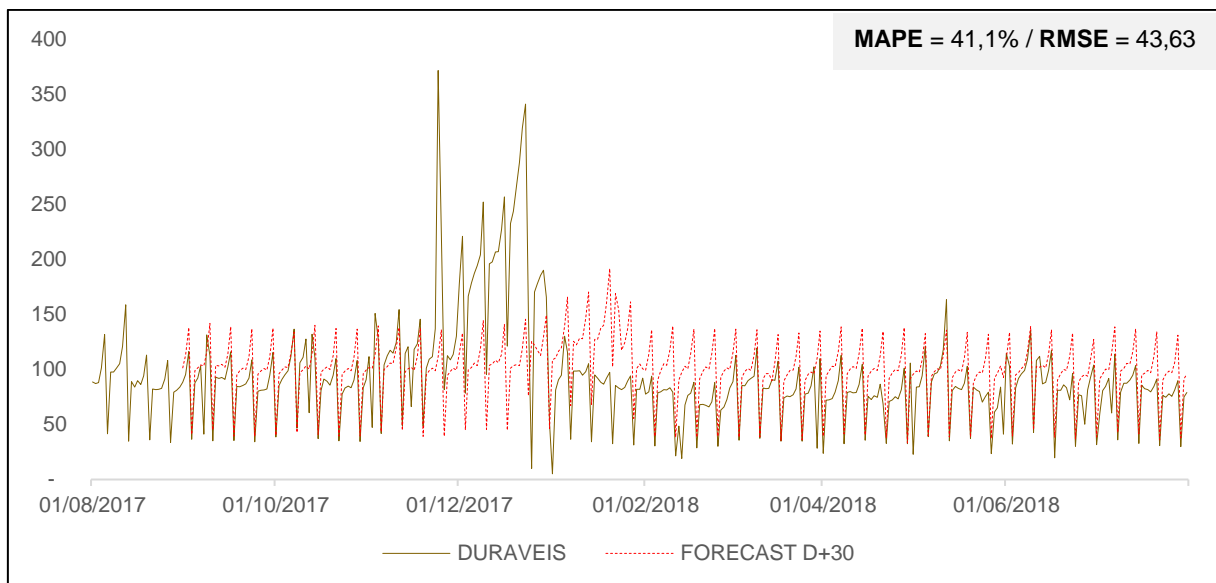


Figura 156 – Série DURAWEIS – SARIMA – Previsão D+30

Fonte: Elaboração própria.

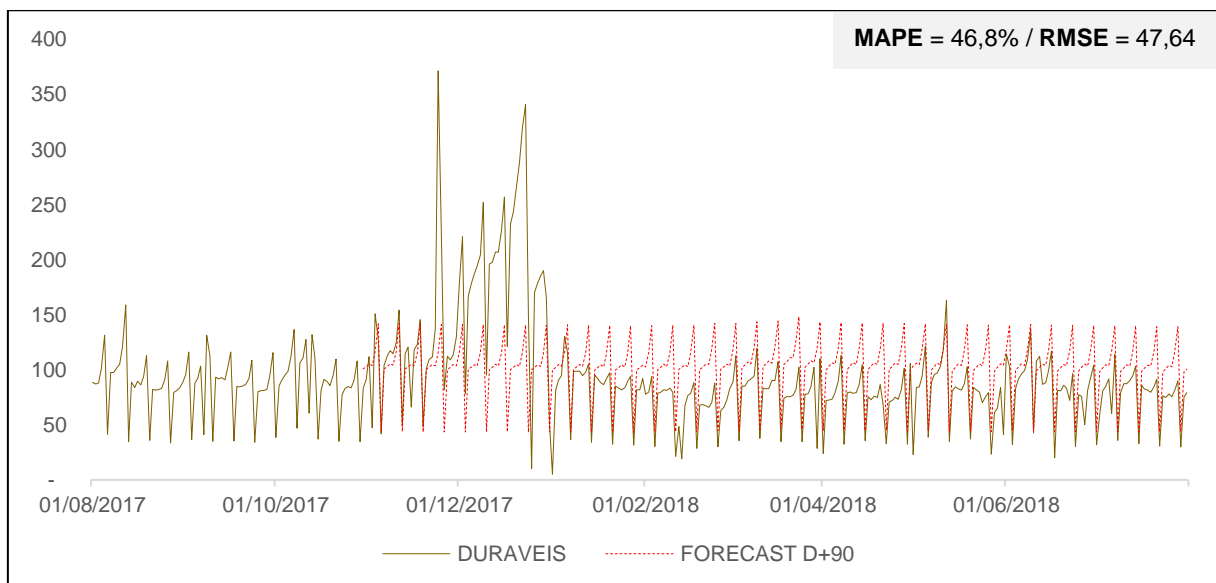


Figura 157 – Série DURAWEIS – SARIMA – Previsão D+90

Fonte: Elaboração própria.

3.5. MLP

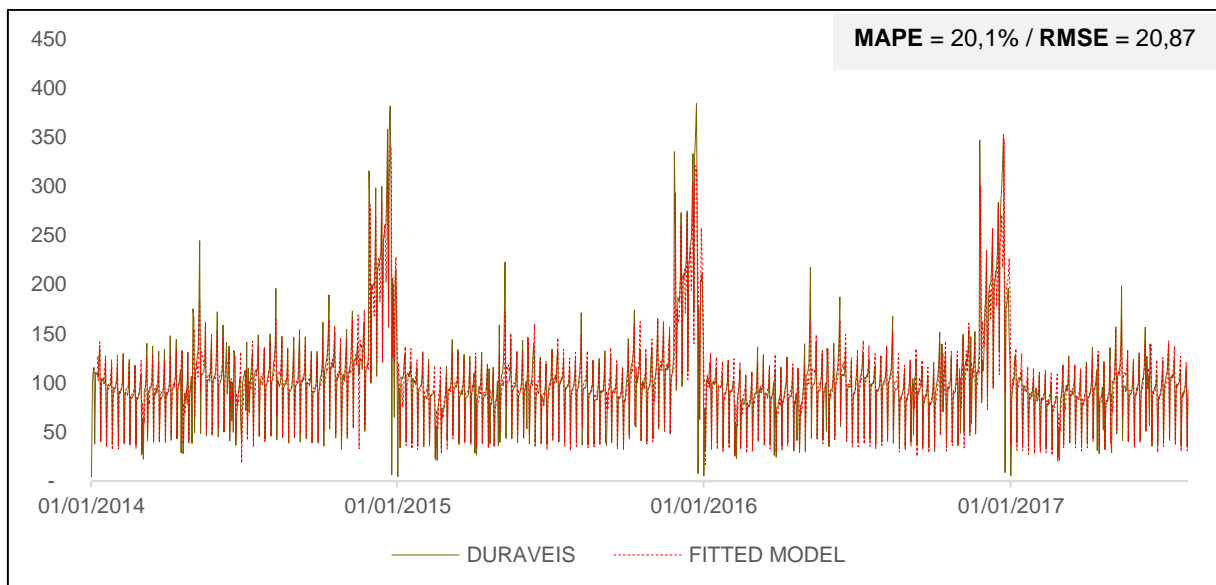


Figura 158 – Série DURAVEIS – MLP – *In-Sample*

Fonte: Elaboração própria.

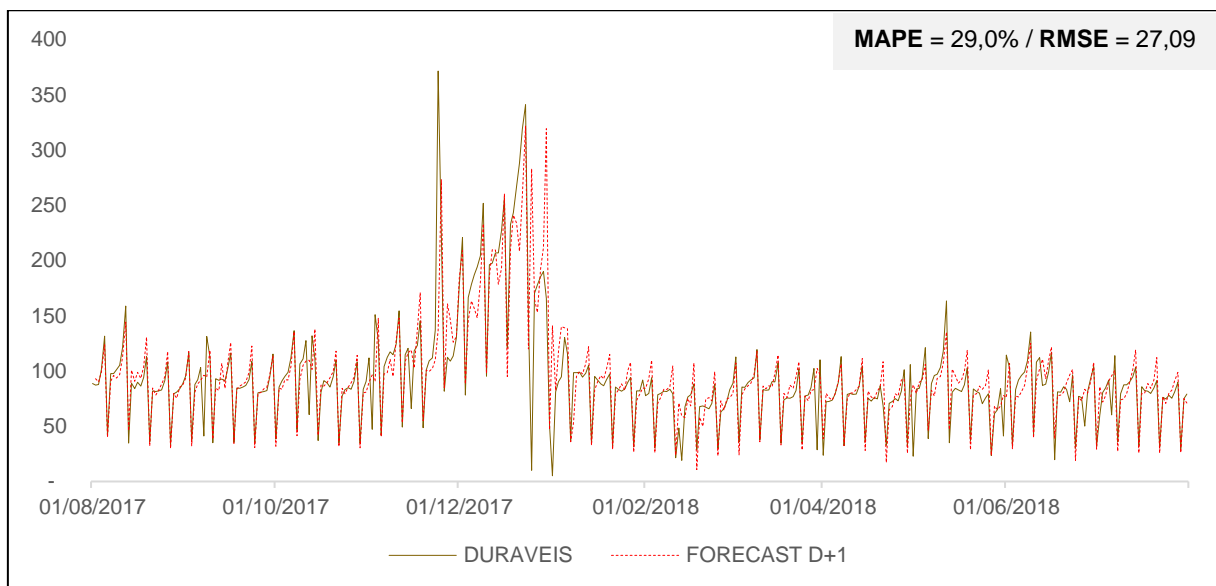


Figura 159 – Série DURAVEIS – MLP – Previsão D+1

Fonte: Elaboração própria.

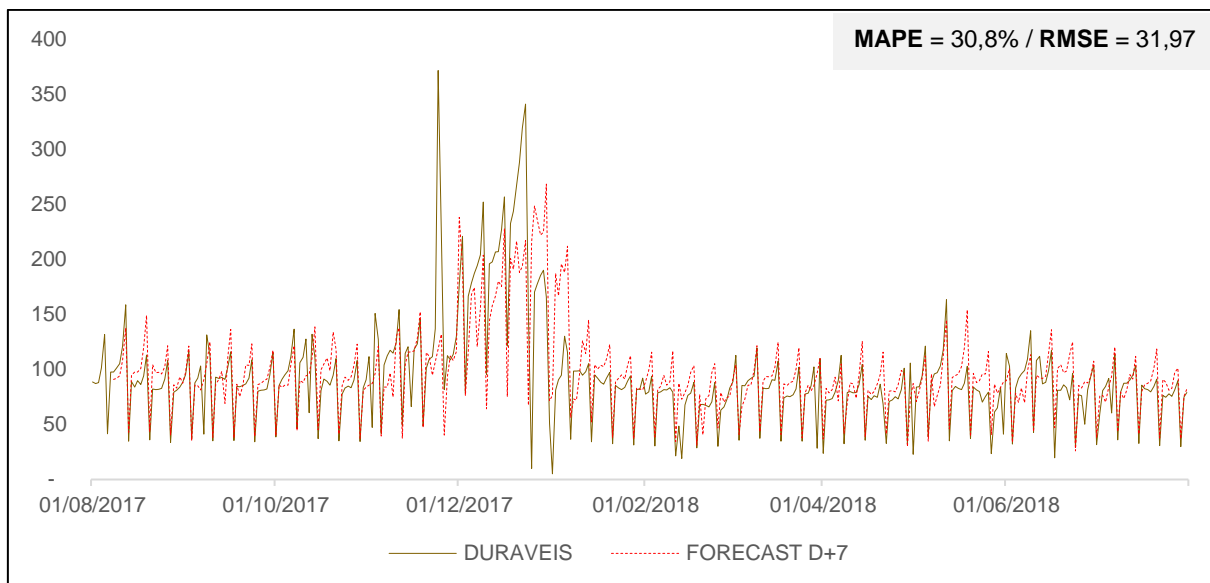


Figura 160 – Série DURAVEIS – MLP – Previsão D+7

Fonte: Elaboração própria.

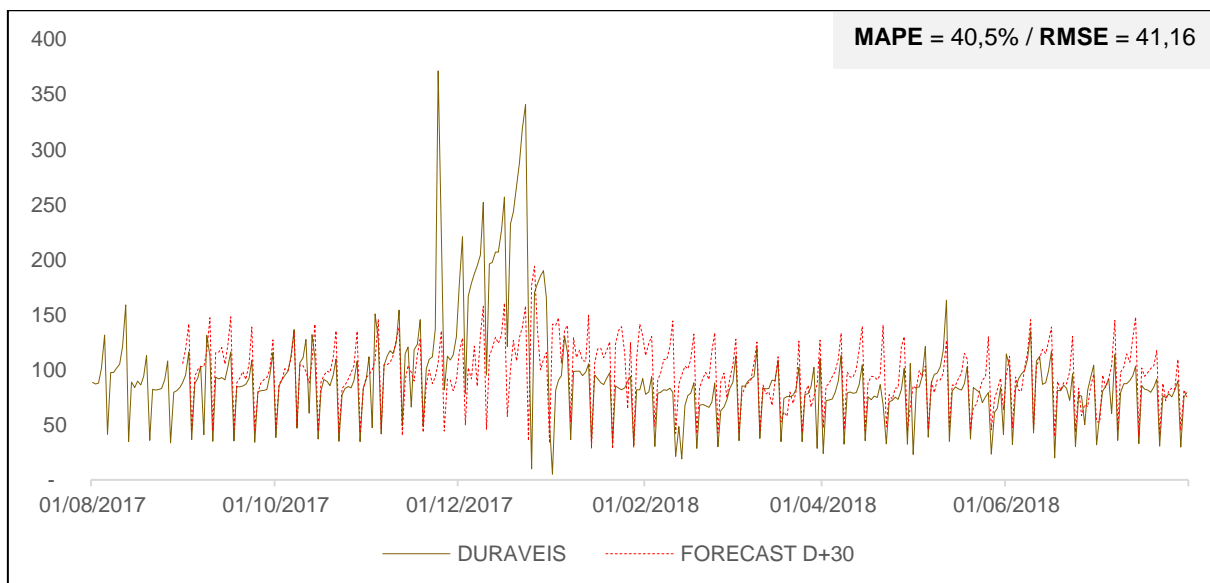


Figura 161 – Série DURAVEIS – MLP – Previsão D+30

Fonte: Elaboração própria.

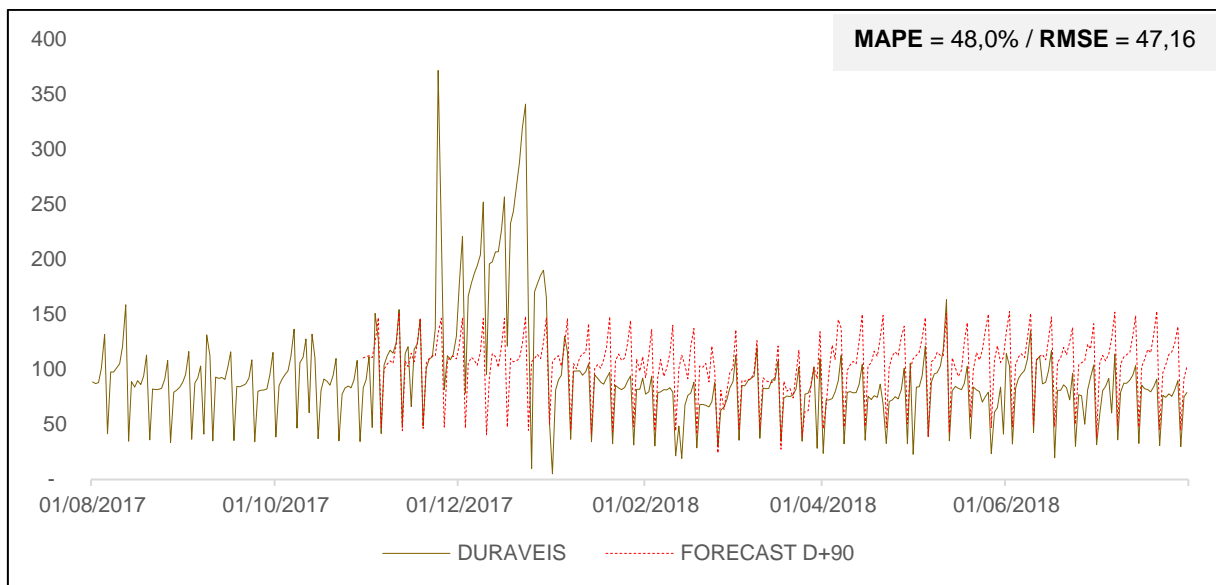


Figura 162 – Série DURAWEIS – MLP – Previsão D+90

Fonte: Elaboração própria.

3.6. LSTM

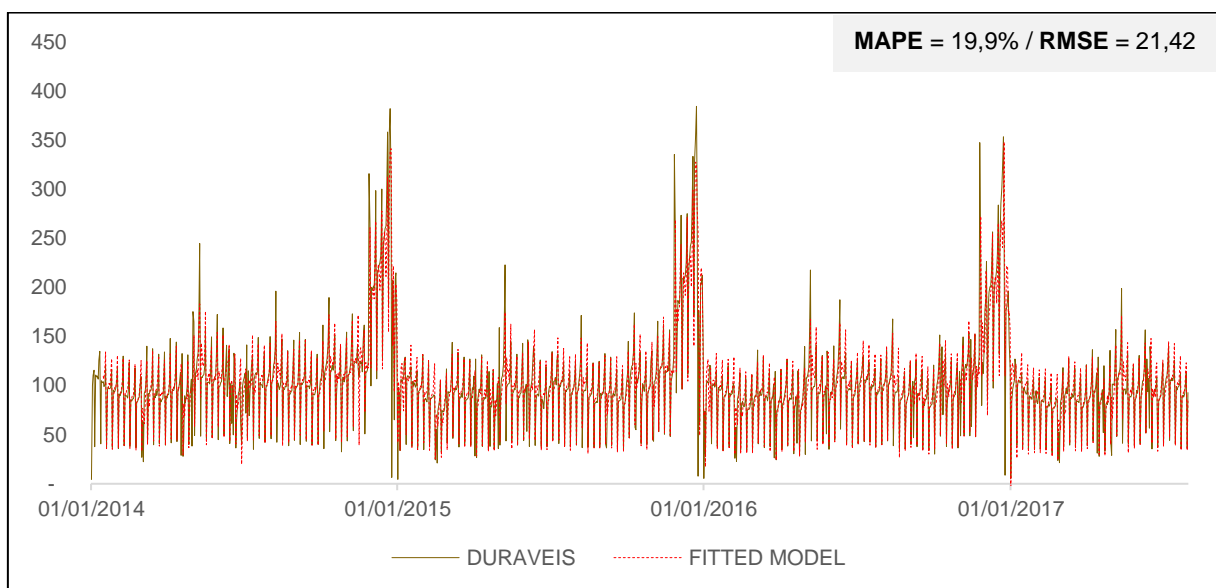


Figura 163 – Série DURAWEIS – LSTM – In-Sample

Fonte: Elaboração própria.

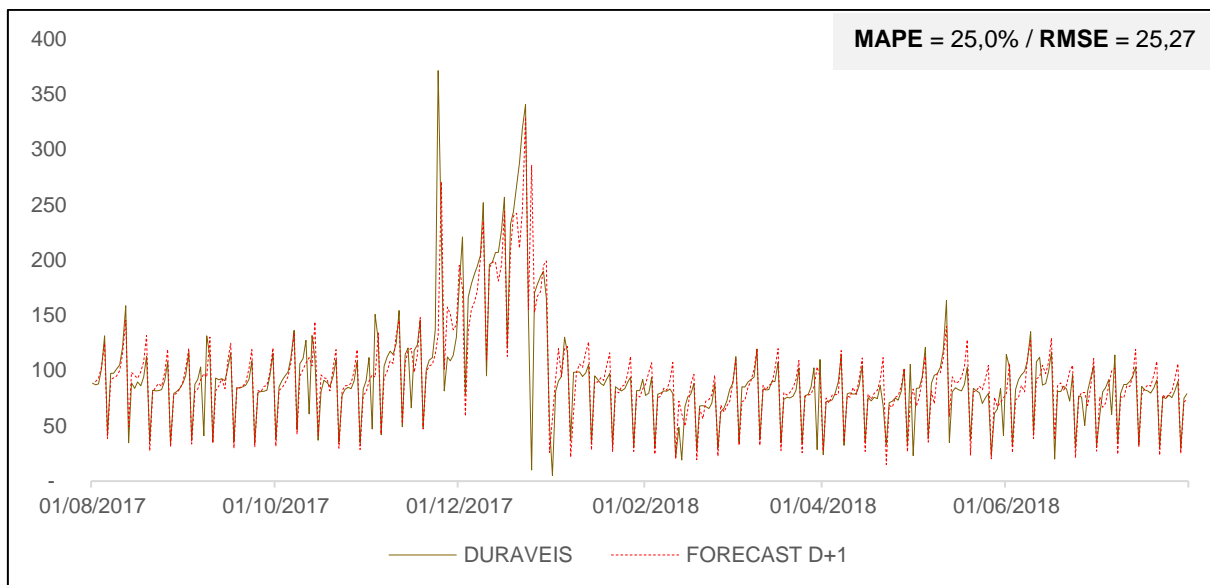


Figura 164 – Série DURA VEIS – LSTM – Previsão D+1

Fonte: Elaboração própria.

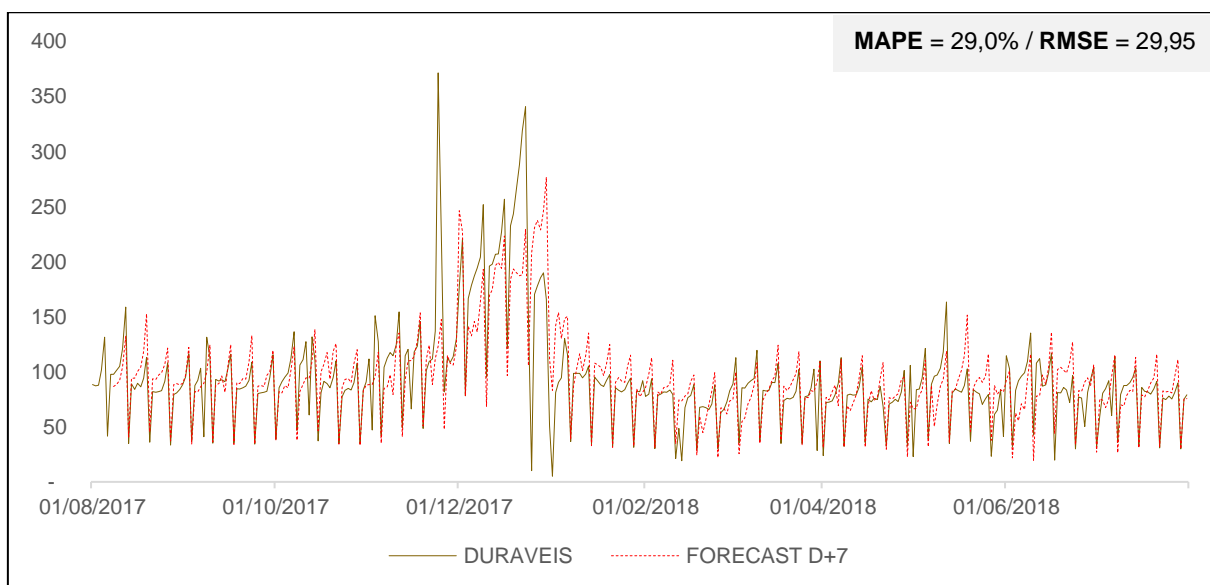


Figura 165 – Série DURA VEIS – LSTM – Previsão D+7

Fonte: Elaboração própria.

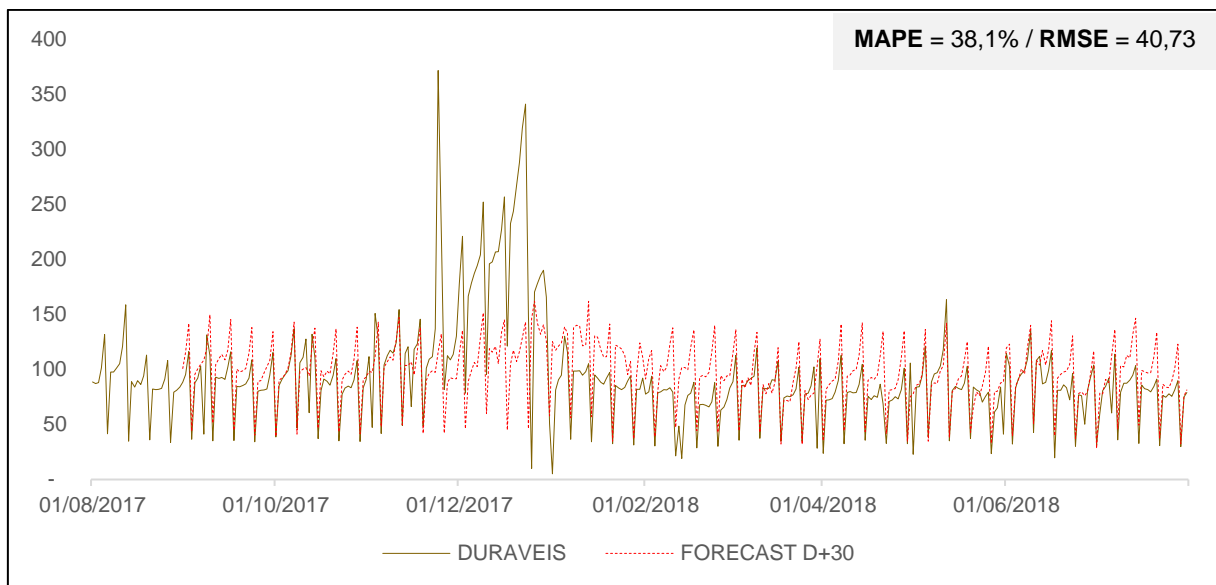


Figura 166 – Série DURAVEIS – LSTM – Previsão D+30

Fonte: Elaboração própria.

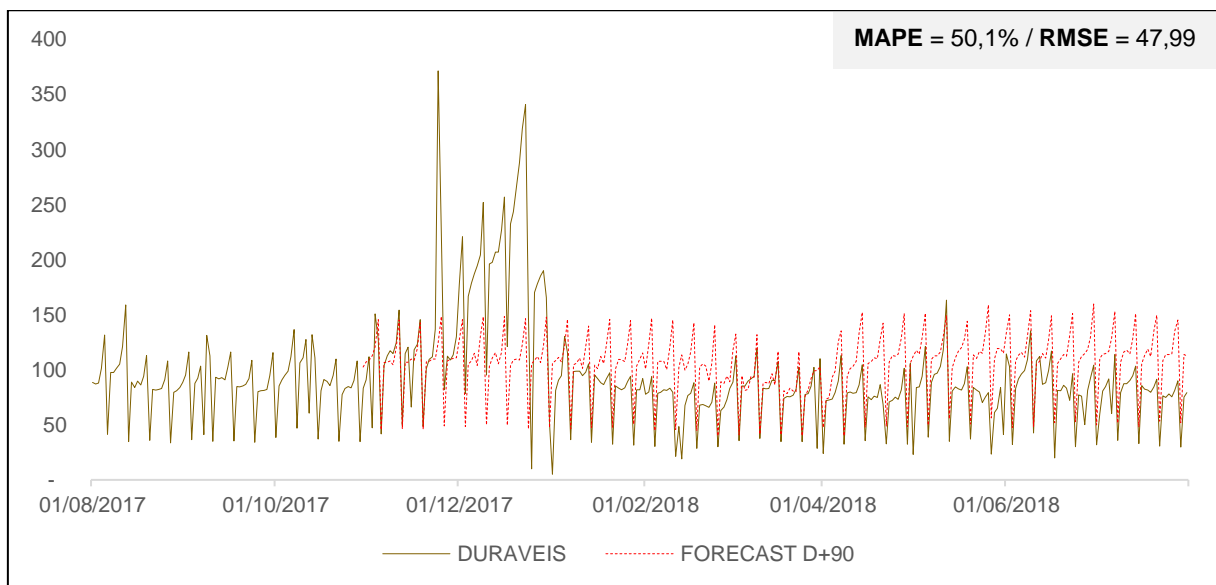


Figura 167 – Série DURAVEIS – LSTM – Previsão D+90

Fonte: Elaboração própria.

3.7. SARIMA_CALENDARIO

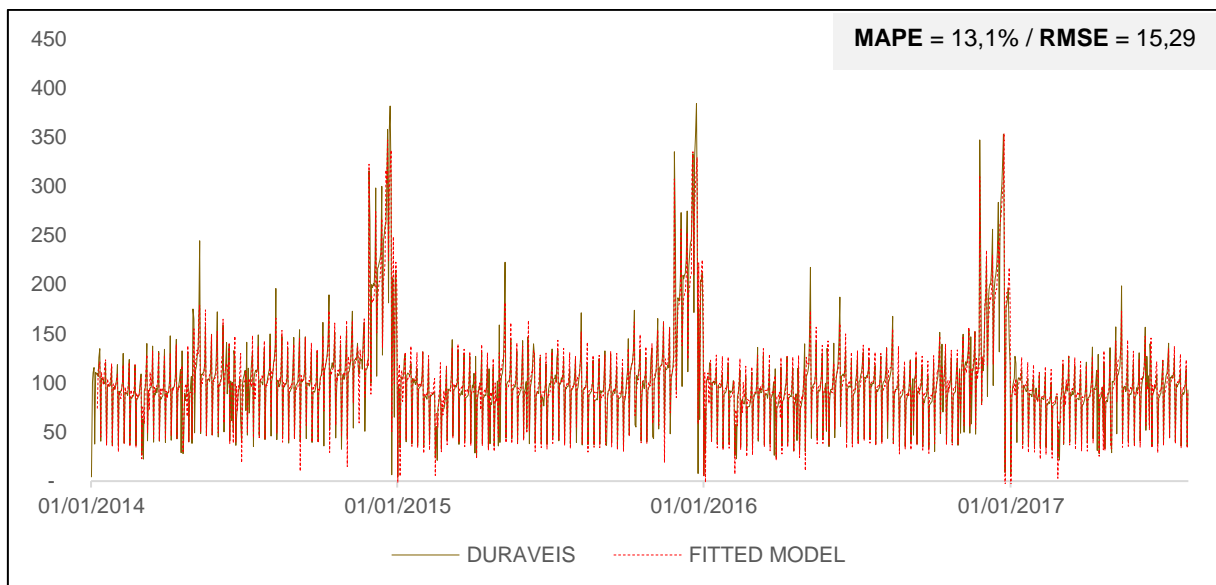


Figura 168 – Série DURAVEIS – SARIMA_CALENDARIO – In-Sample

Fonte: Elaboração própria.

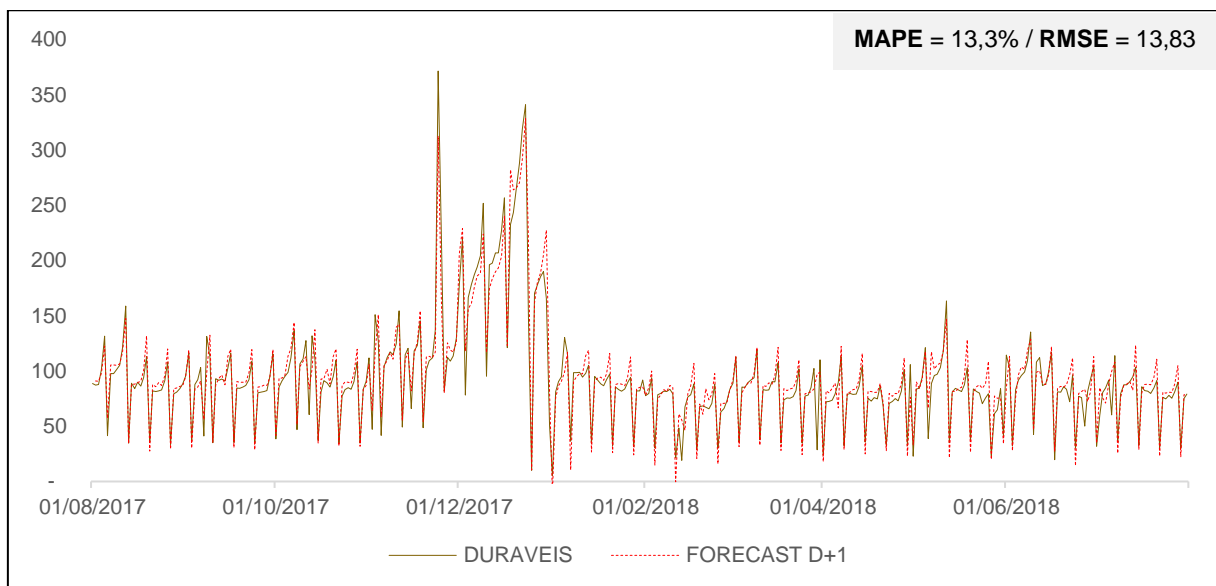


Figura 169 – Série DURAVEIS – SARIMA_CALENDARIO – Previsão D+1

Fonte: Elaboração própria.

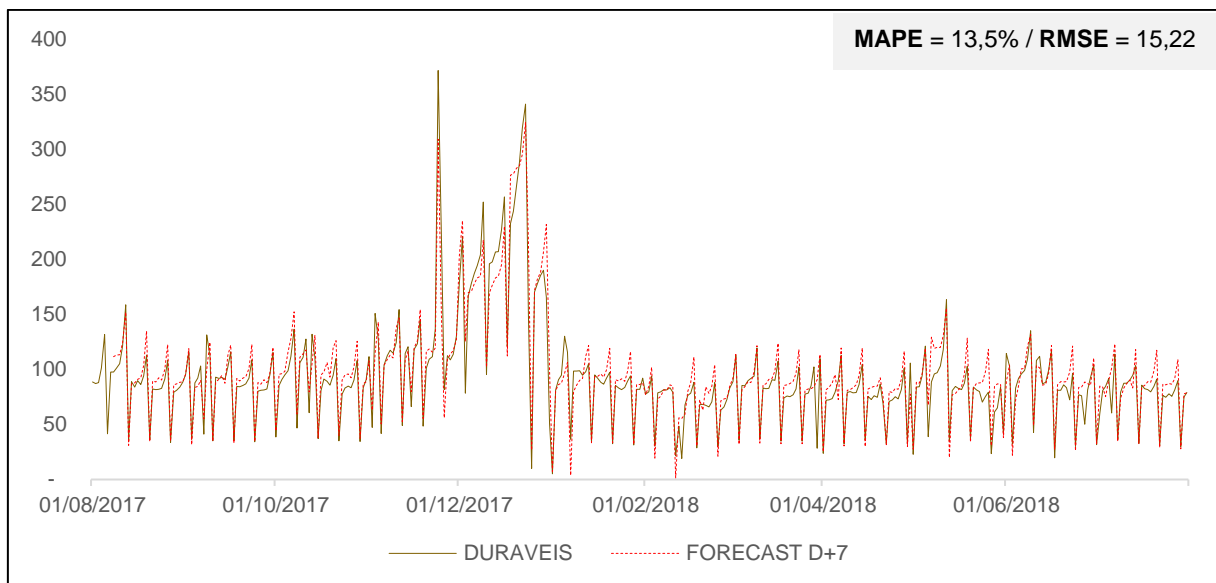


Figura 170 – Série DURAVEIS – SARIMA_CALENDARIO – Previsão D+7

Fonte: Elaboração própria.

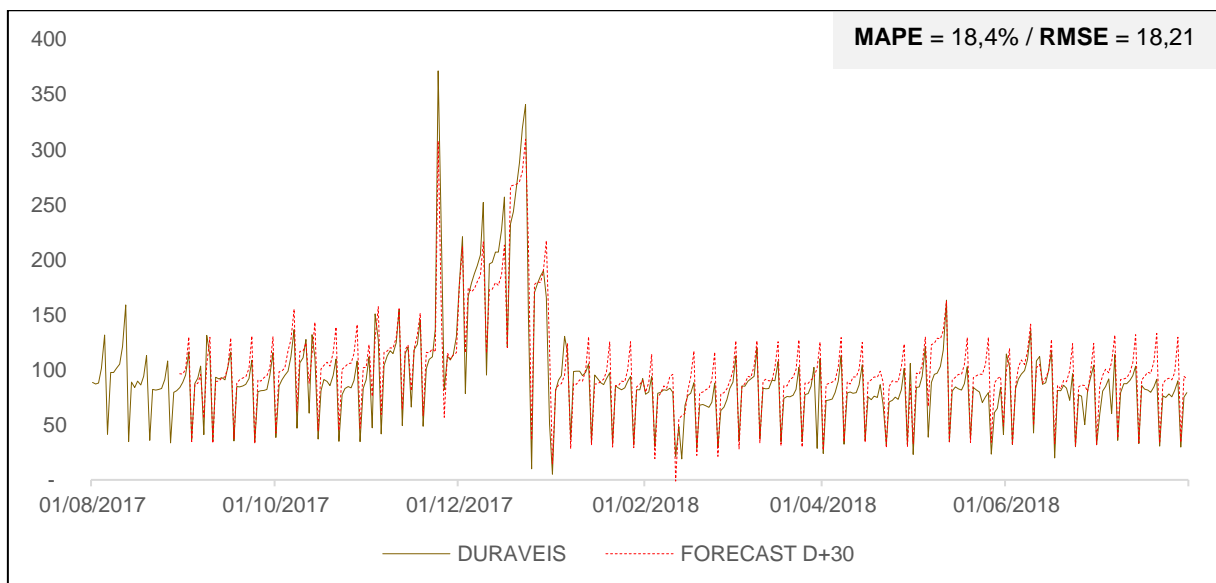


Figura 171 – Série DURAVEIS – SARIMA_CALENDARIO – Previsão D+30

Fonte: Elaboração própria.

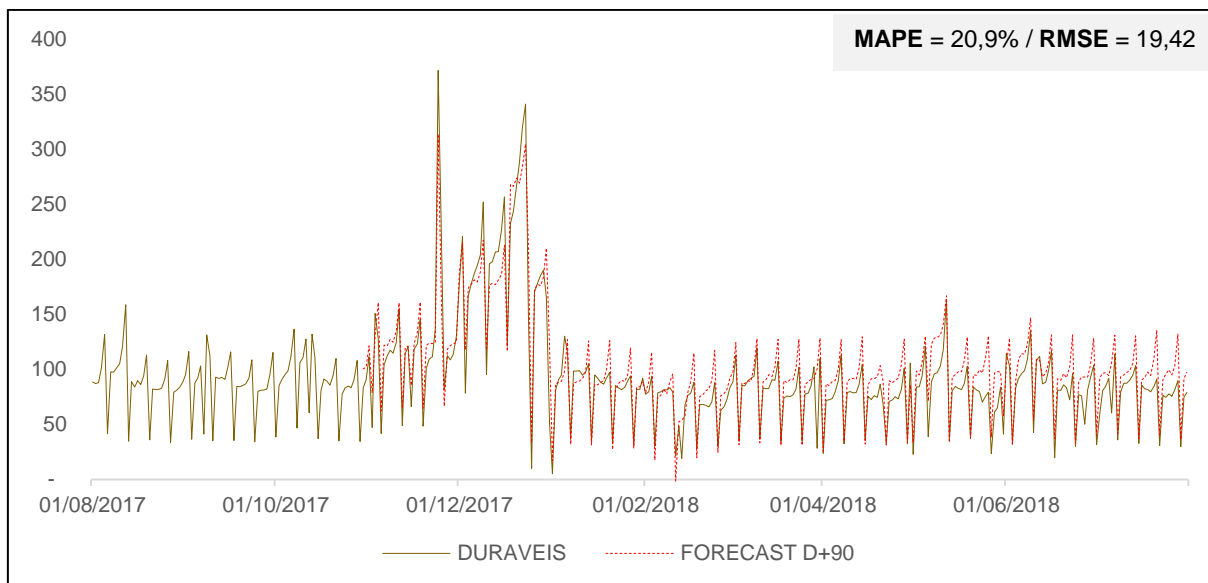


Figura 172 – Série DURAVEIS – SARIMA_CALENDARIO – Previsão D+90

Fonte: Elaboração própria.

3.8. MLP_CALENDARIO

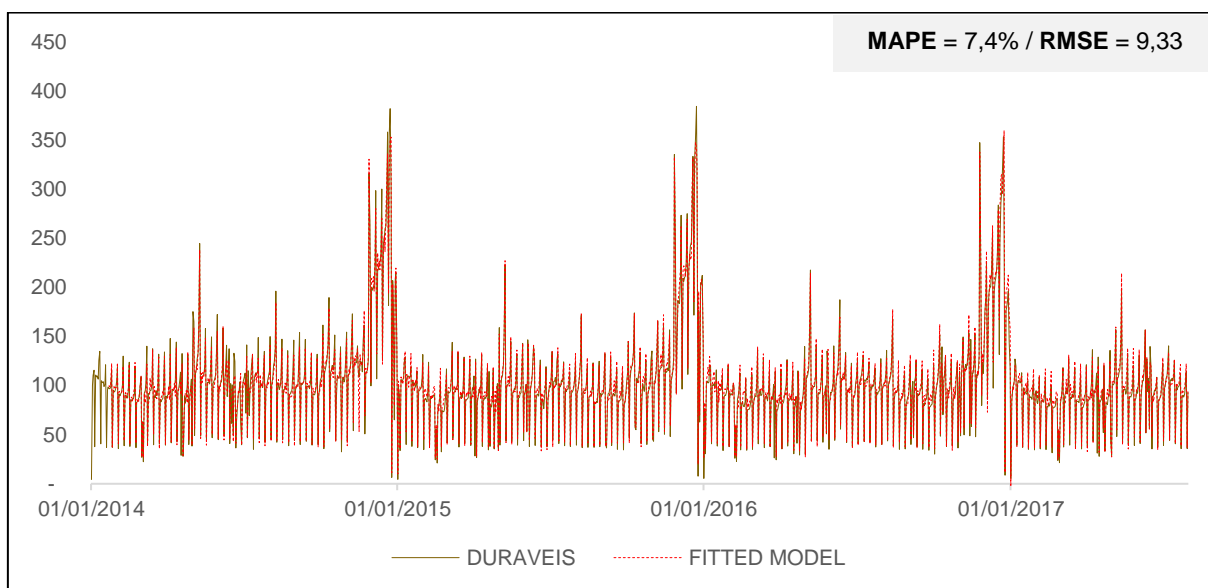


Figura 173 – Série DURAVEIS – MLP_CALENDARIO – In-Sample

Fonte: Elaboração própria.

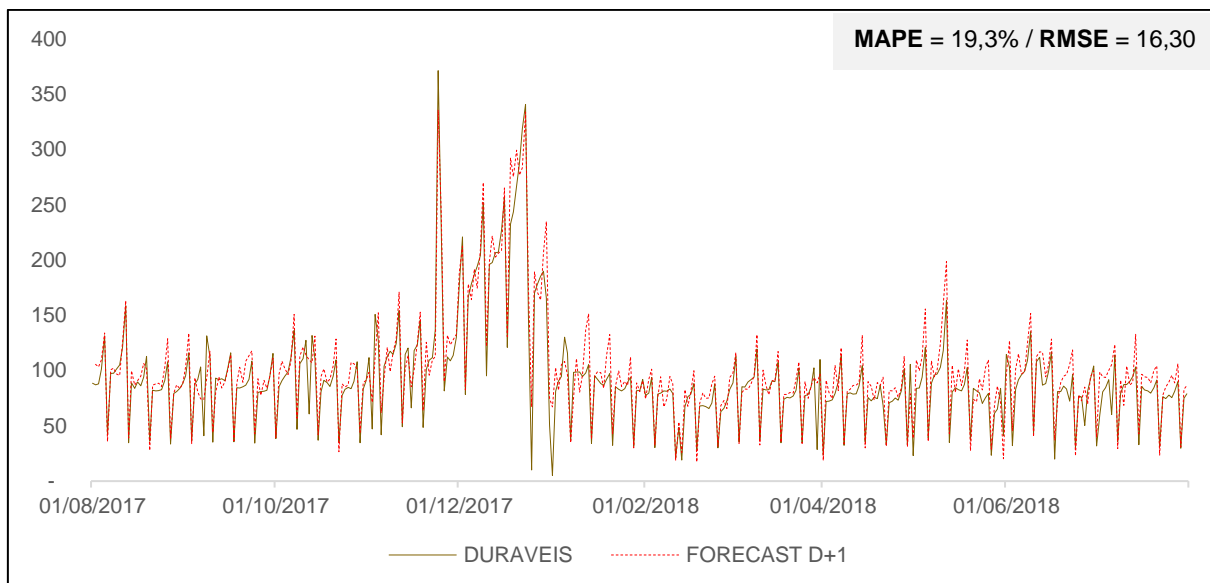


Figura 174 – Série DURAVEIS – MLP_CALENDARIO – Previsão D+1

Fonte: Elaboração própria.

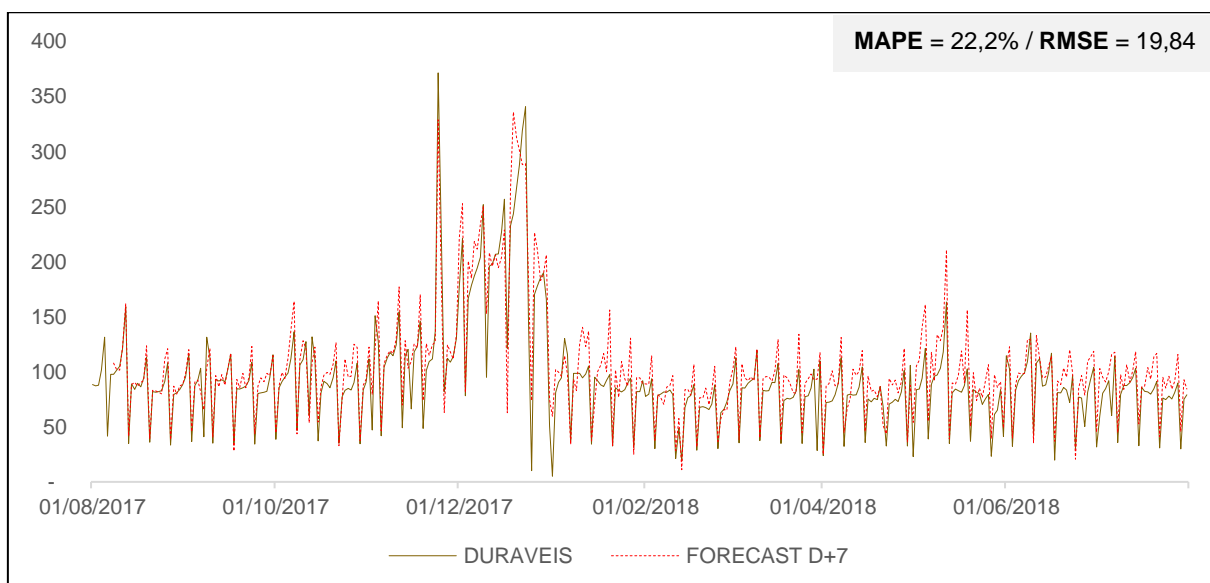


Figura 175 – Série DURAVEIS – MLP_CALENDARIO – Previsão D+7

Fonte: Elaboração própria.

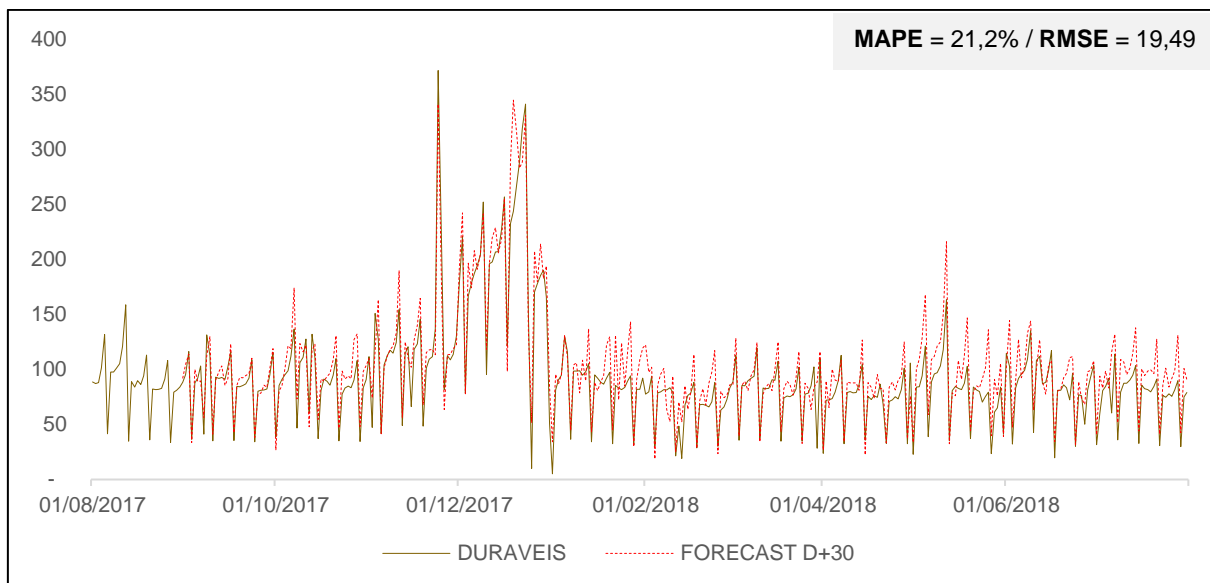


Figura 176 – Série DURAVEIS – MLP_CALENDARIO – Previsão D+30

Fonte: Elaboração própria.

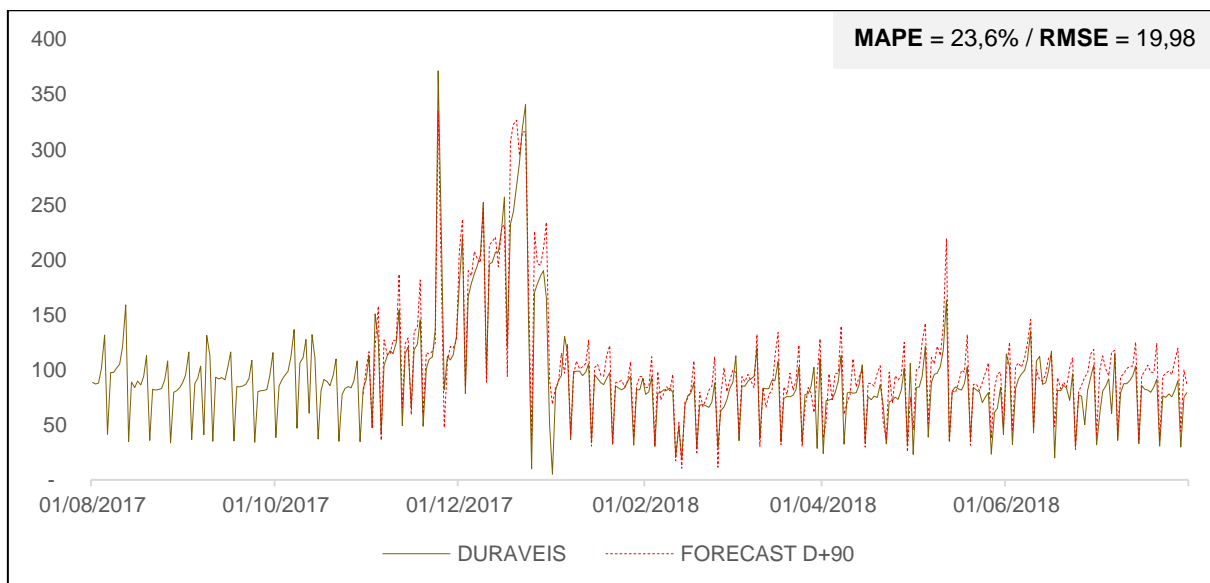


Figura 177 – Série DURAVEIS – MLP_CALENDARIO – Previsão D+90

Fonte: Elaboração própria.

3.9. LSTM_CALENDARIO

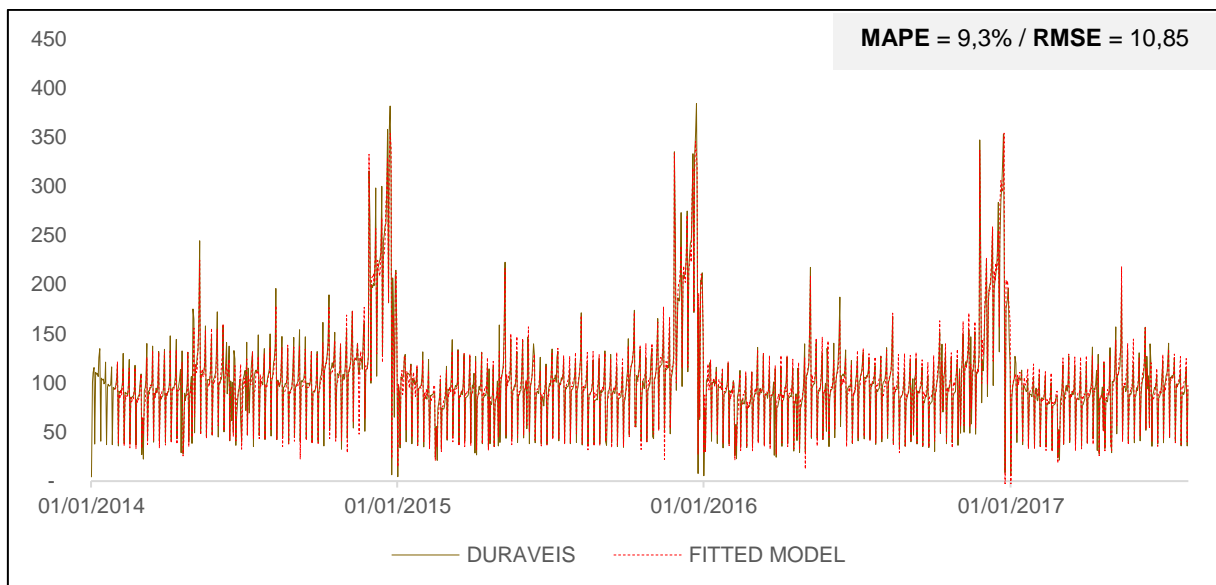


Figura 178 – Série DURAVEIS – LSTM_CALENDARIO – In-Sample

Fonte: Elaboração própria.

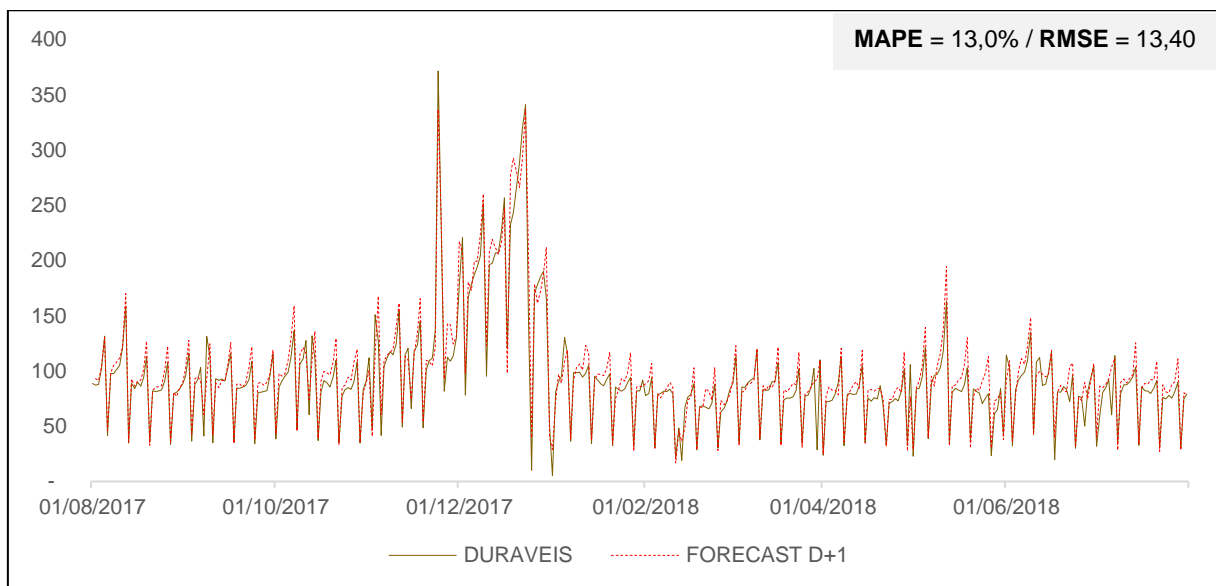


Figura 179 – Série DURAVEIS – LSTM_CALENDARIO – Previsão D+1

Fonte: Elaboração própria.

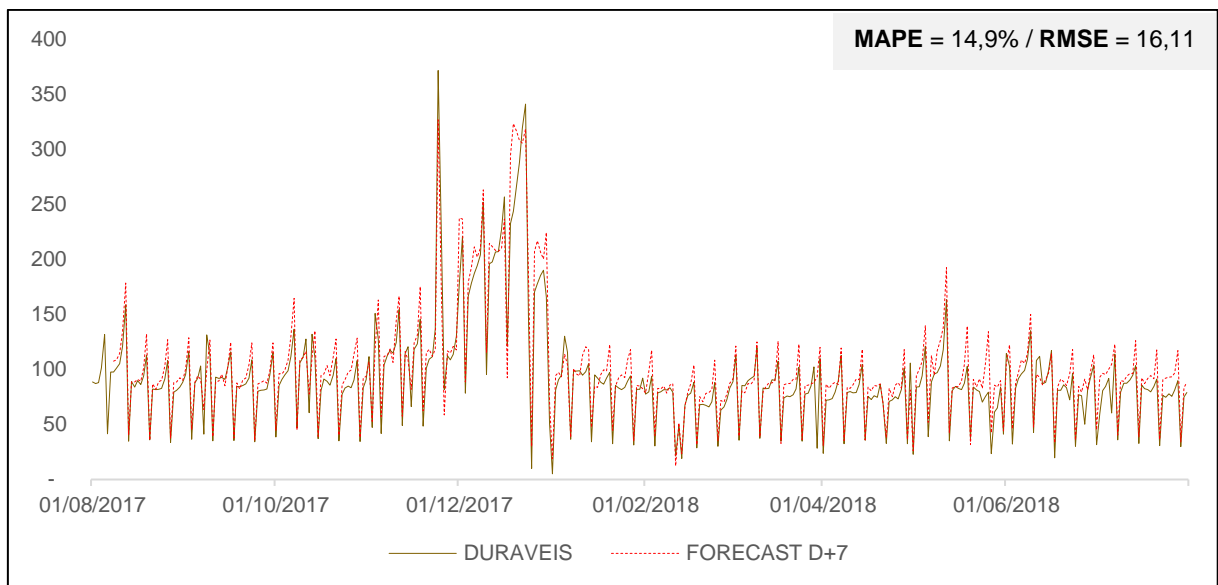


Figura 180 – Série DURAVEIS – LSTM_CALENDARIO – Previsão D+7

Fonte: Elaboração própria.

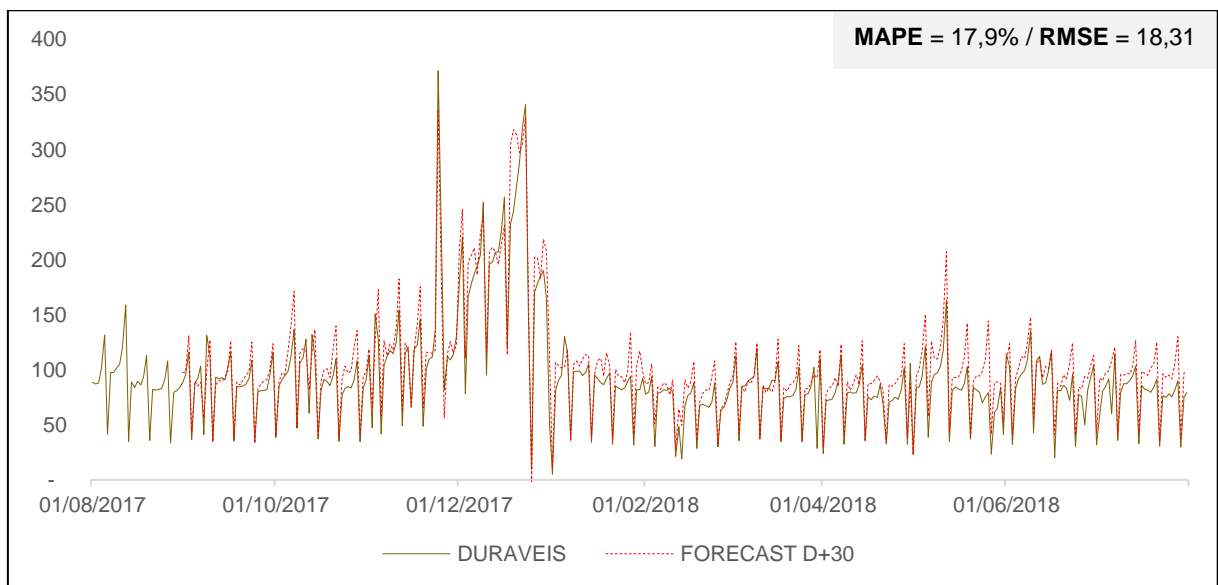


Figura 181 – Série DURAVEIS – LSTM_CALENDARIO – Previsão D+30

Fonte: Elaboração própria.

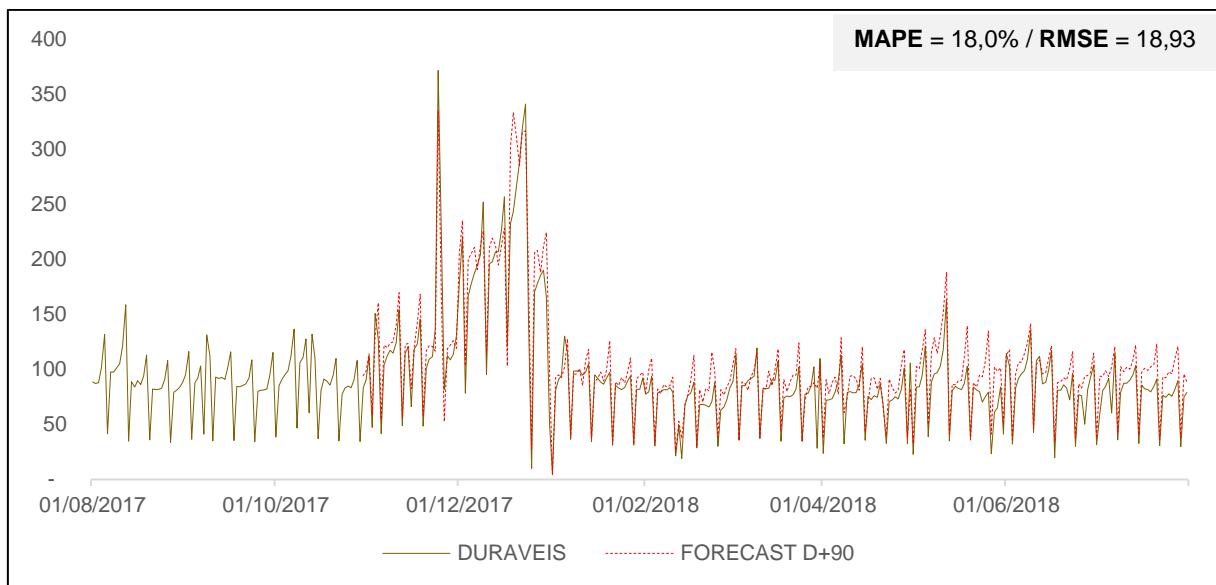


Figura 182 – Série DURAVEIS – LSTM_CALENDARIO – Previsão D+90

Fonte: Elaboração própria.

4. Série SERVICOS

4.1. Naïve

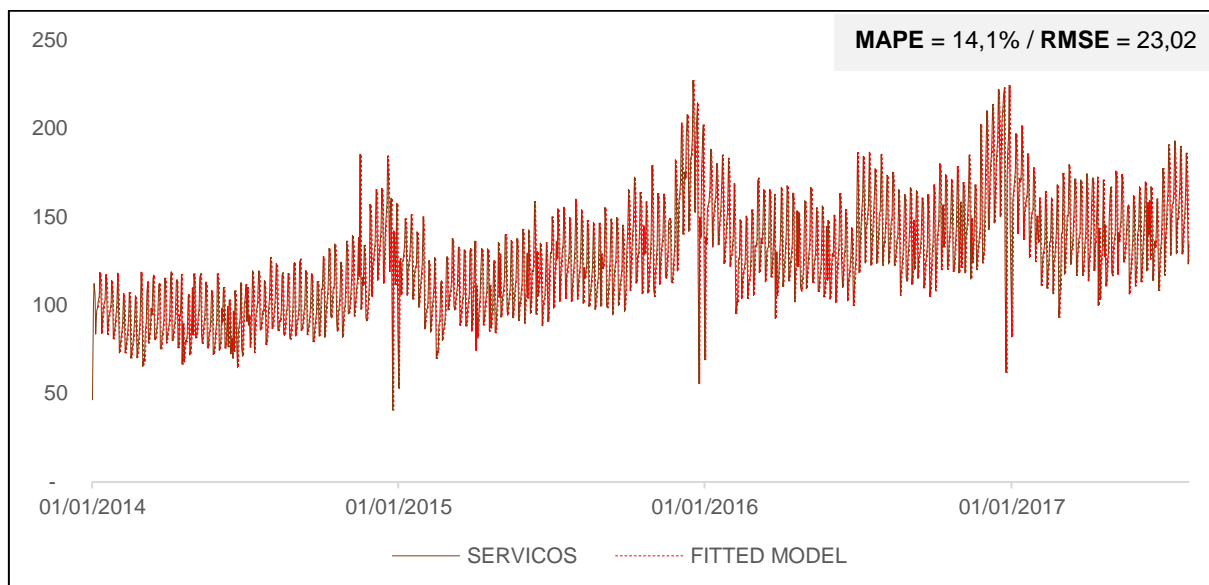


Figura 183 – Série SERVICOS – Naïve – In-Sample

Fonte: Elaboração própria.

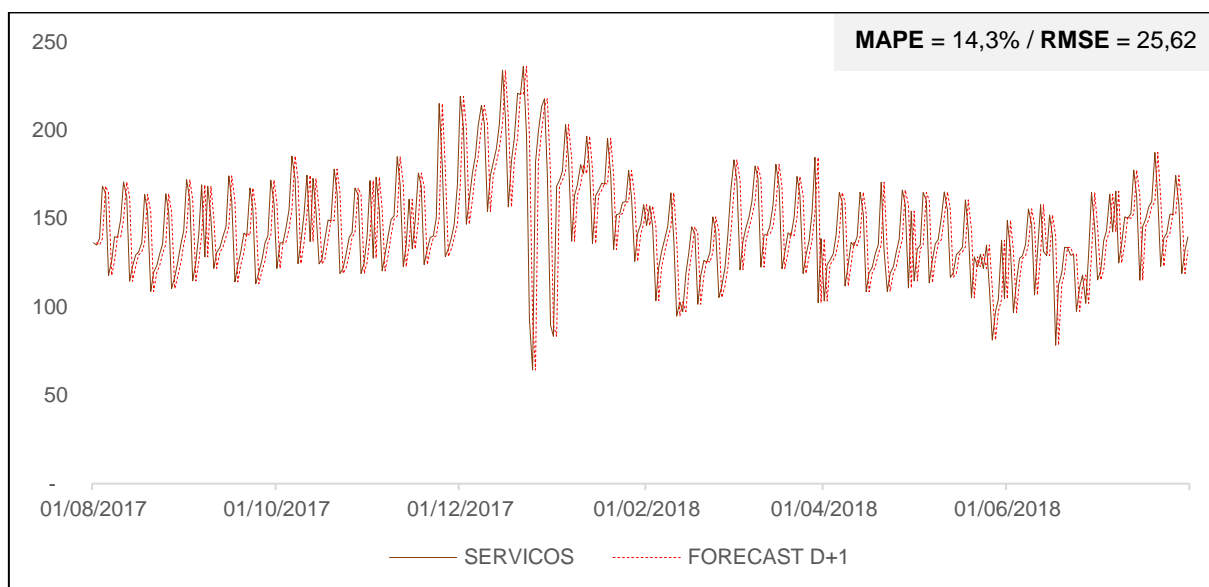


Figura 184 – Série SERVICOS – Naïve – Previsão D+1

Fonte: Elaboração própria.

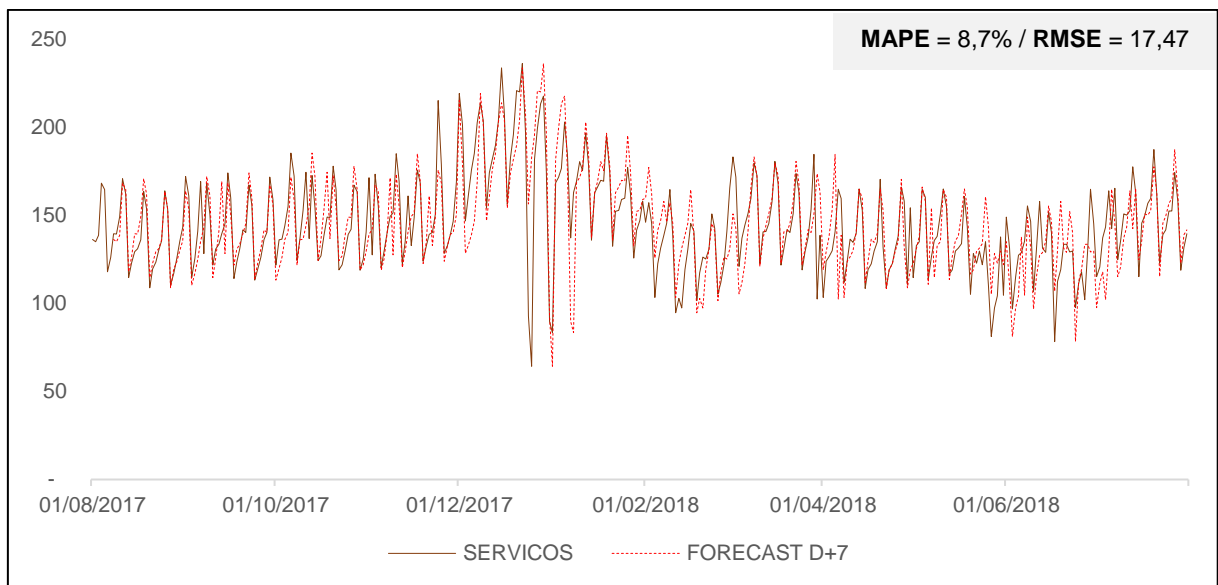


Figura 185 – Série SERVICOS – Naïve – Previsão D+7

Fonte: Elaboração própria.

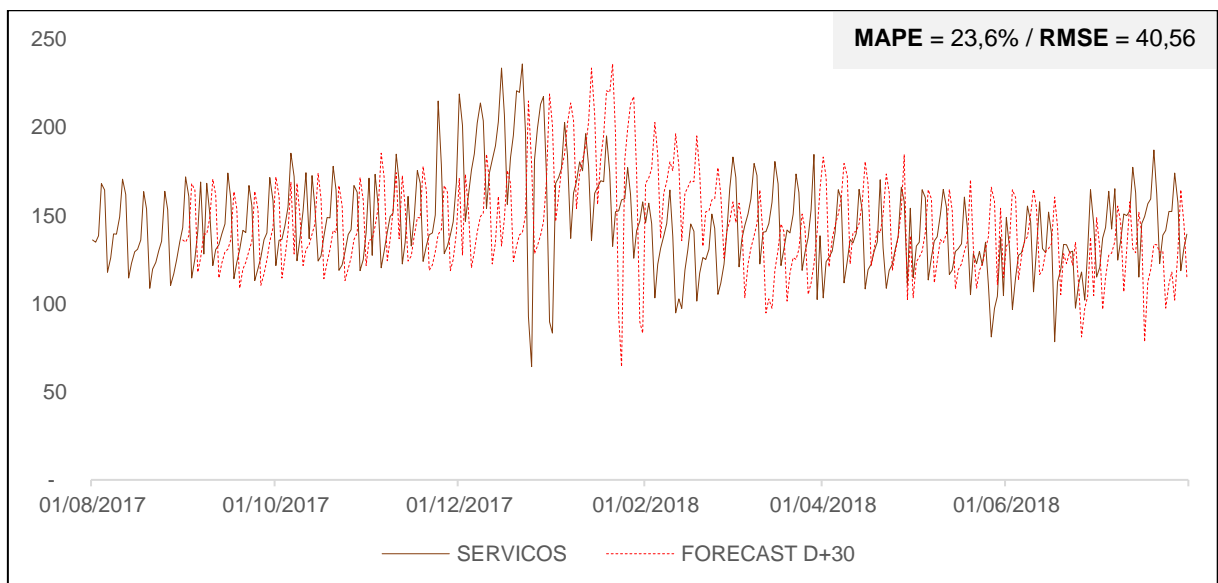


Figura 186 – Série SERVICOS – Naïve – Previsão D+30

Fonte: Elaboração própria.

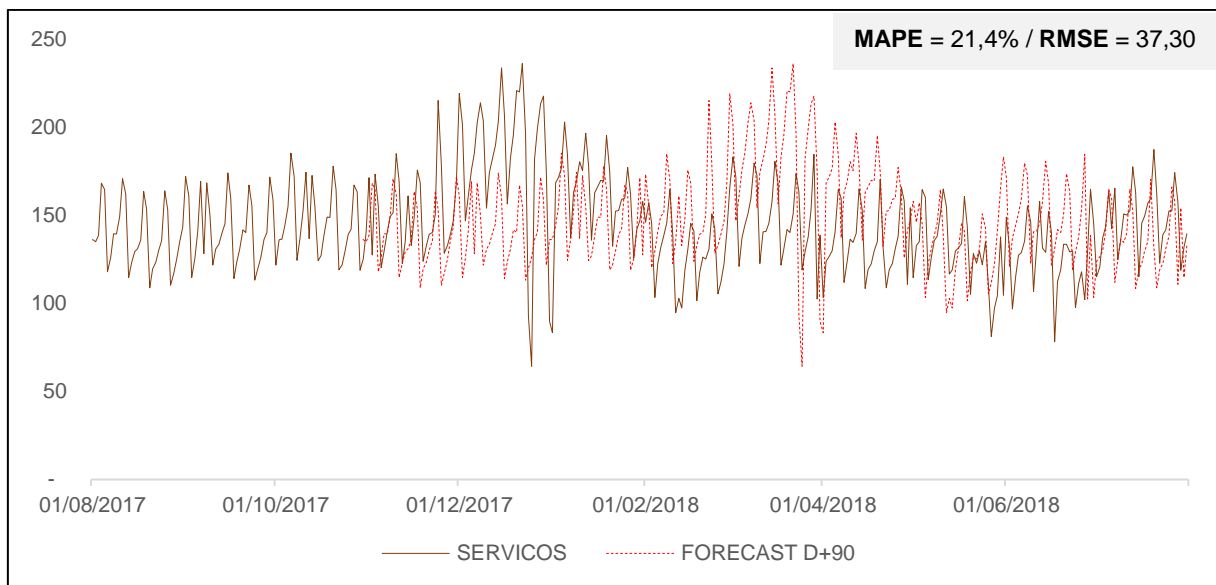


Figura 187 – Série SERVICOS – Naïve – Previsão D+90

Fonte: Elaboração própria.

4.2. Seasonal Naïve

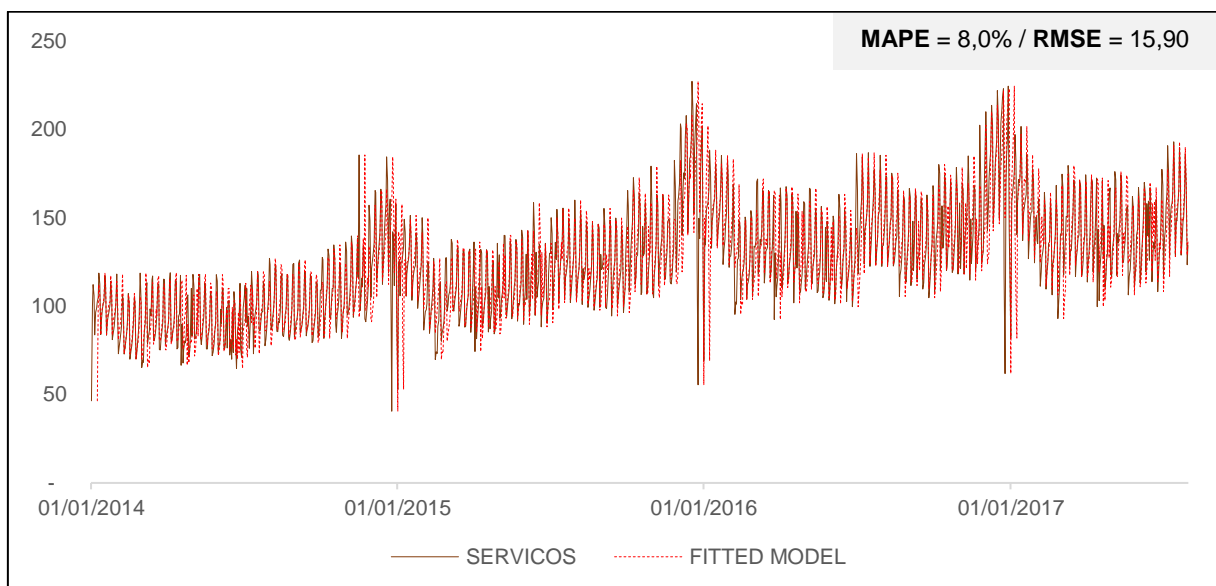


Figura 188 – Série SERVICOS – Seasonal Naïve – In-Sample

Fonte: Elaboração própria.

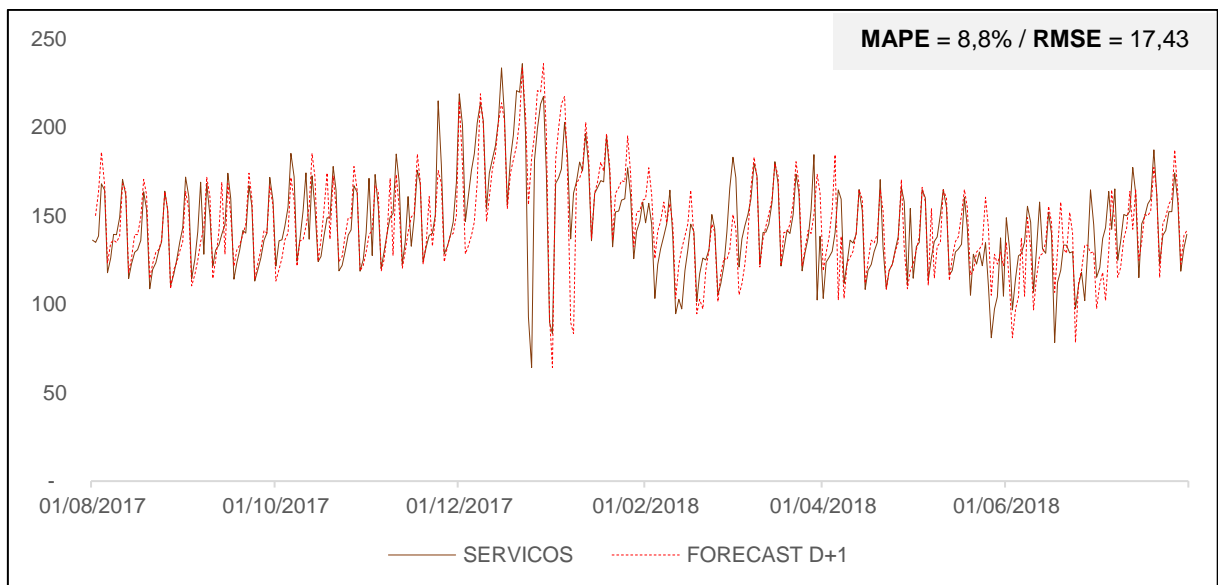


Figura 189 – Série SERVICOS – Seasonal Naïve – Previsão D+1

Fonte: Elaboração própria.

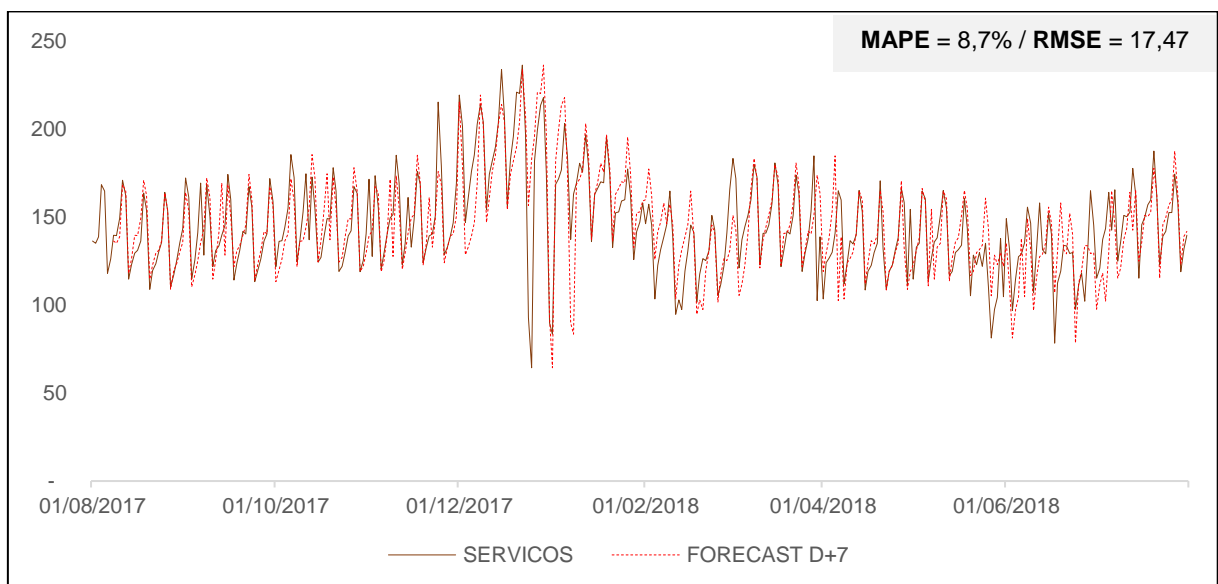


Figura 190 – Série SERVICOS – Seasonal Naïve – Previsão D+7

Fonte: Elaboração própria.

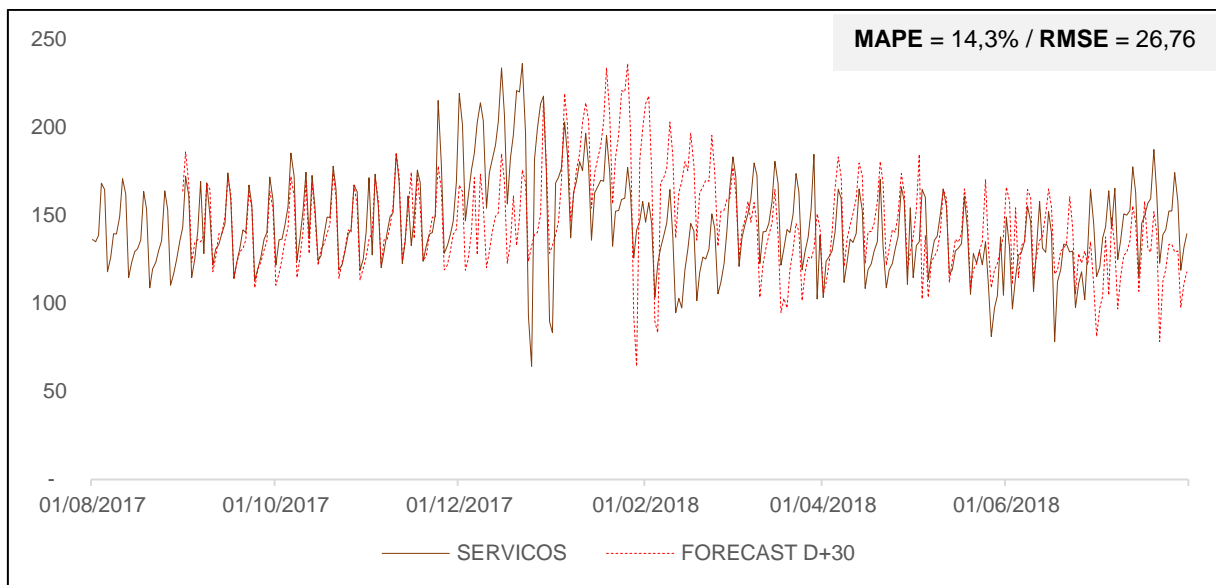


Figura 191 – Série SERVICOS – Seasonal Naïve – Previsão D+30

Fonte: Elaboração própria.

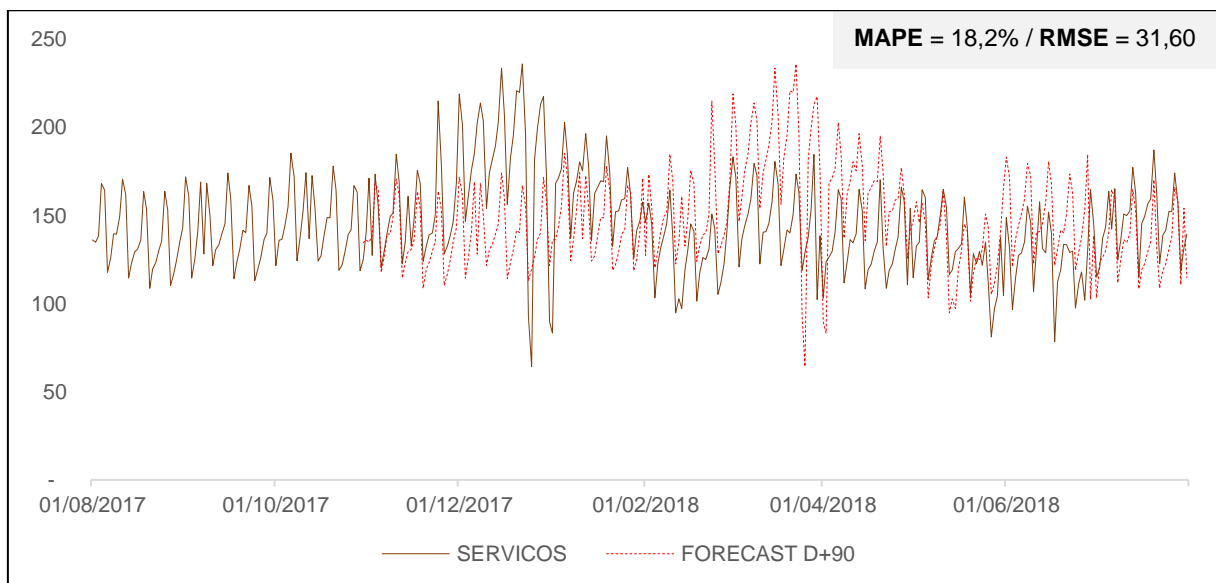


Figura 192 – Série SERVICOS – Seasonal Naïve – Previsão D+90

Fonte: Elaboração própria.

4.3. Holt-Winters

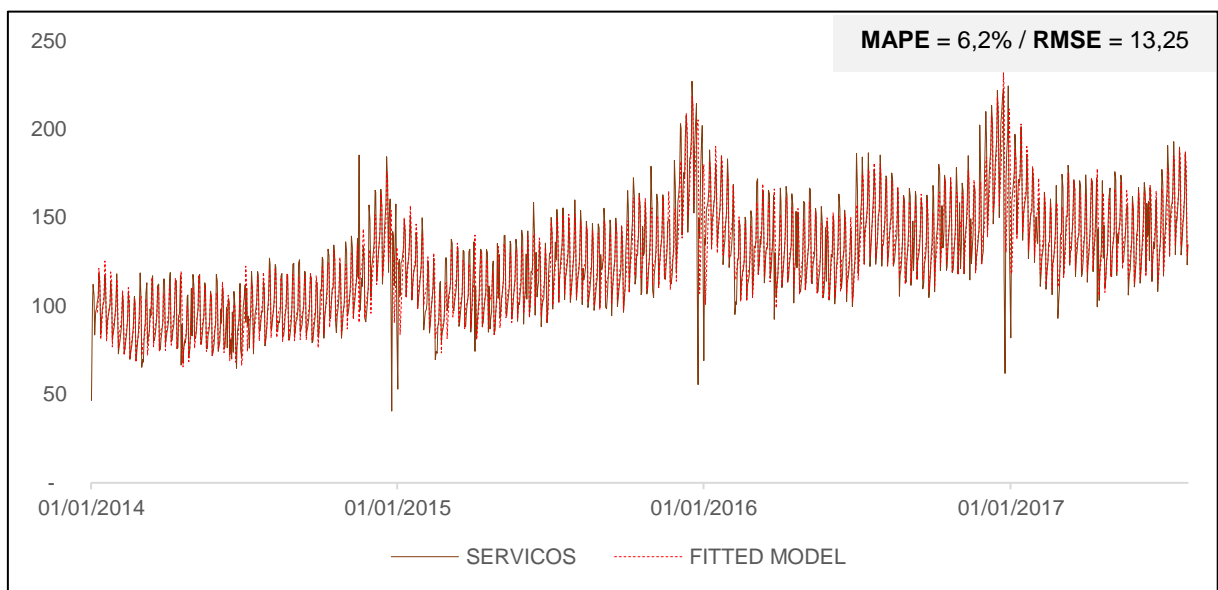


Figura 193 – Série SERVICOS – Holt-Winters – In-Sample

Fonte: Elaboração própria.

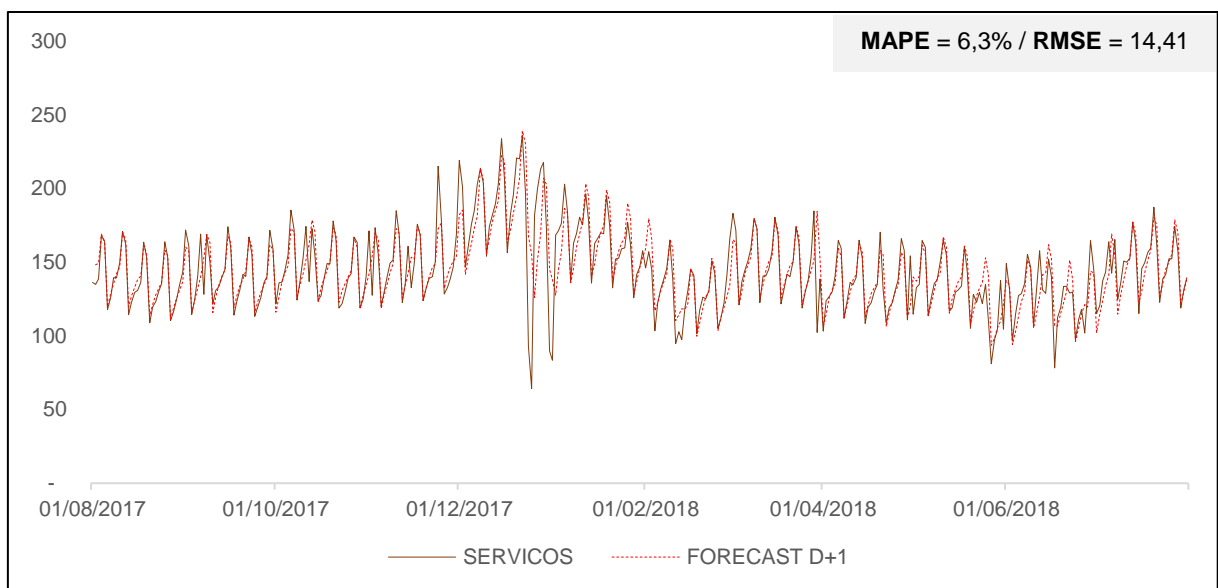


Figura 194 – Série SERVICOS – Holt-Winters – Previsão D+1

Fonte: Elaboração própria.

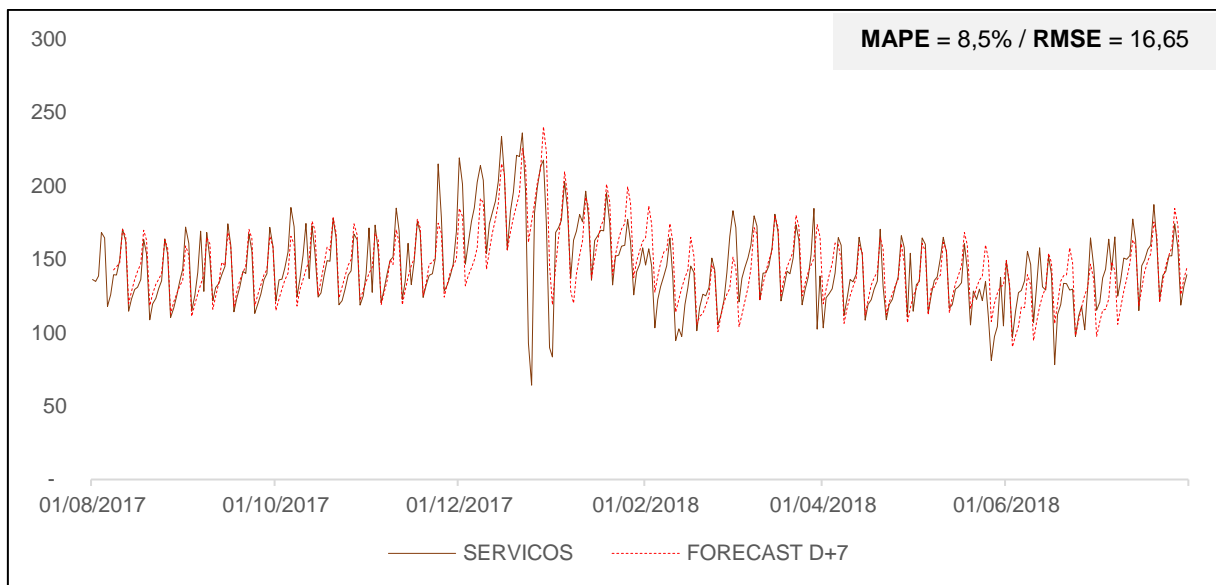


Figura 195 – Série SERVICOS – Holt-Winters – Previsão D+7

Fonte: Elaboração própria.

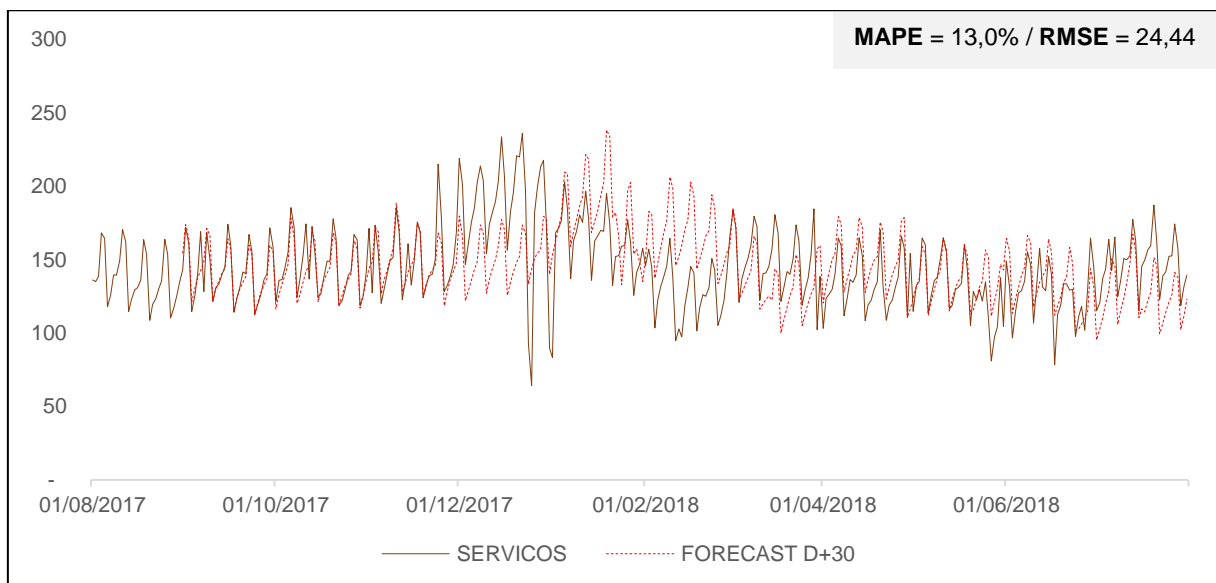


Figura 196 – Série SERVICOS – Holt-Winters – Previsão D+30

Fonte: Elaboração própria.

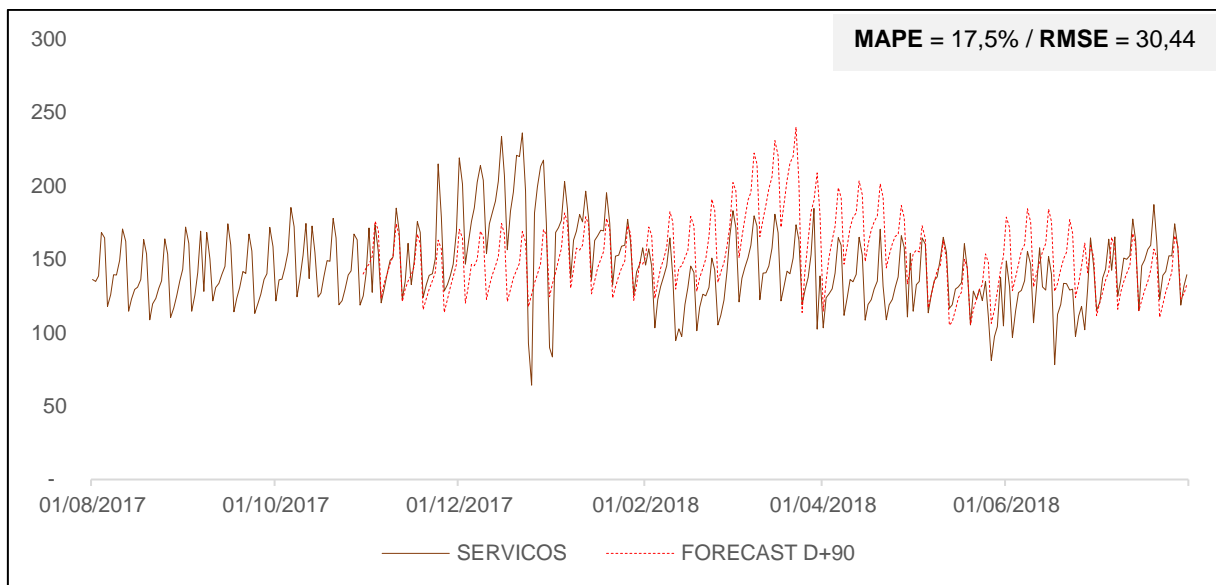


Figura 197 – Série SERVICOS – Holt-Winters – Previsão D+90

Fonte: Elaboração própria.

4.4. SARIMA

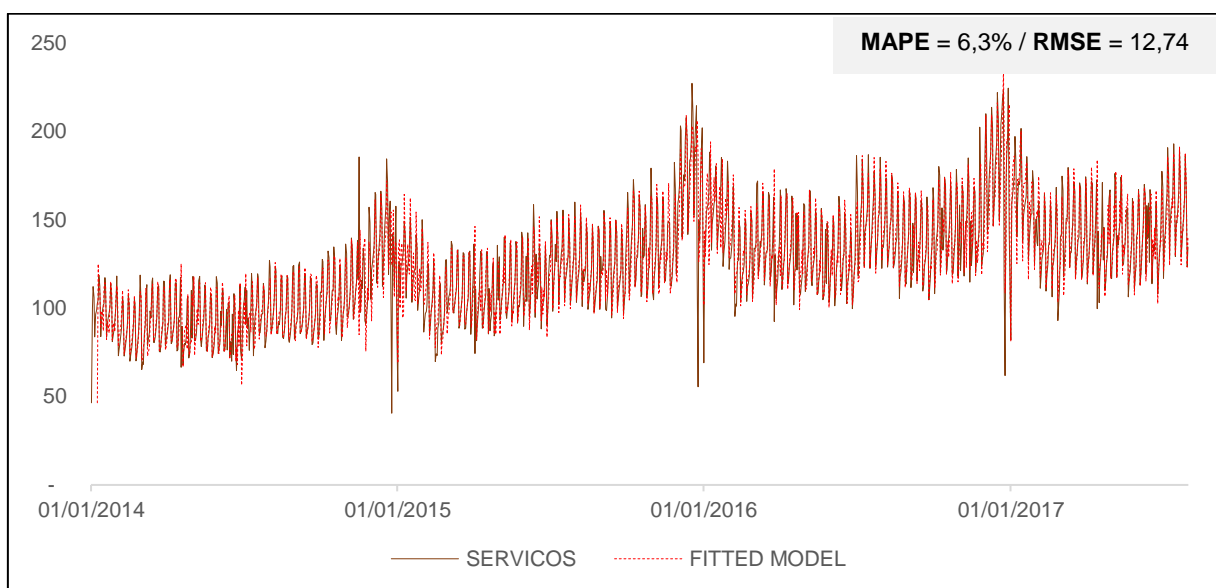


Figura 198 – Série SERVICOS – SARIMA – In-Sample

Fonte: Elaboração própria.

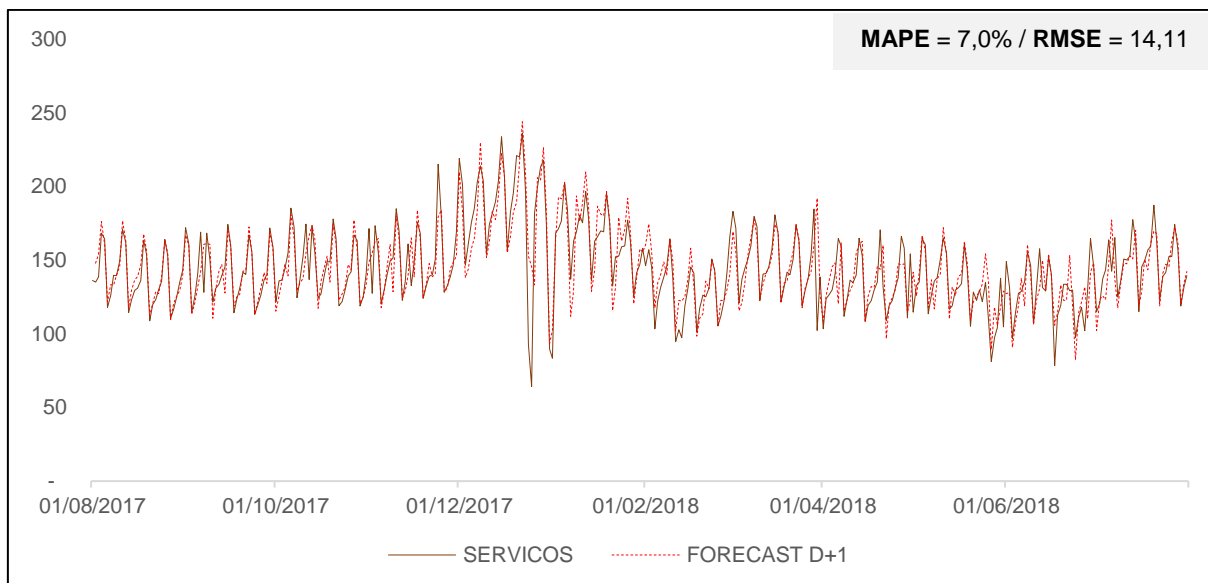


Figura 199 – Série SERVICOS – SARIMA – Previsão D+1

Fonte: Elaboração própria.

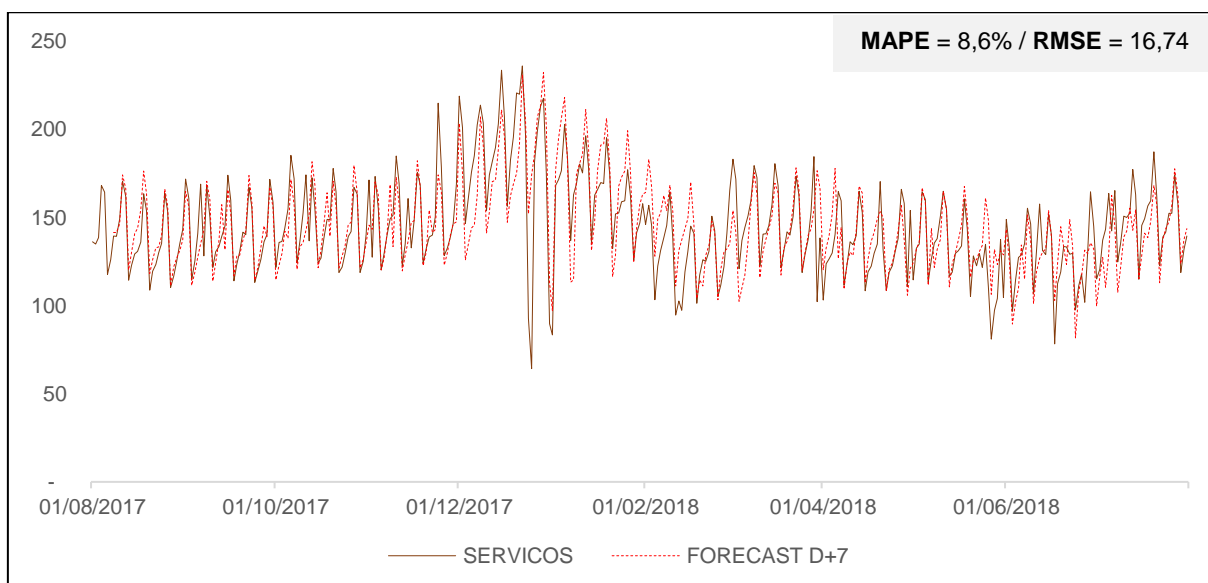


Figura 200 – Série SERVICOS – SARIMA – Previsão D+7

Fonte: Elaboração própria.

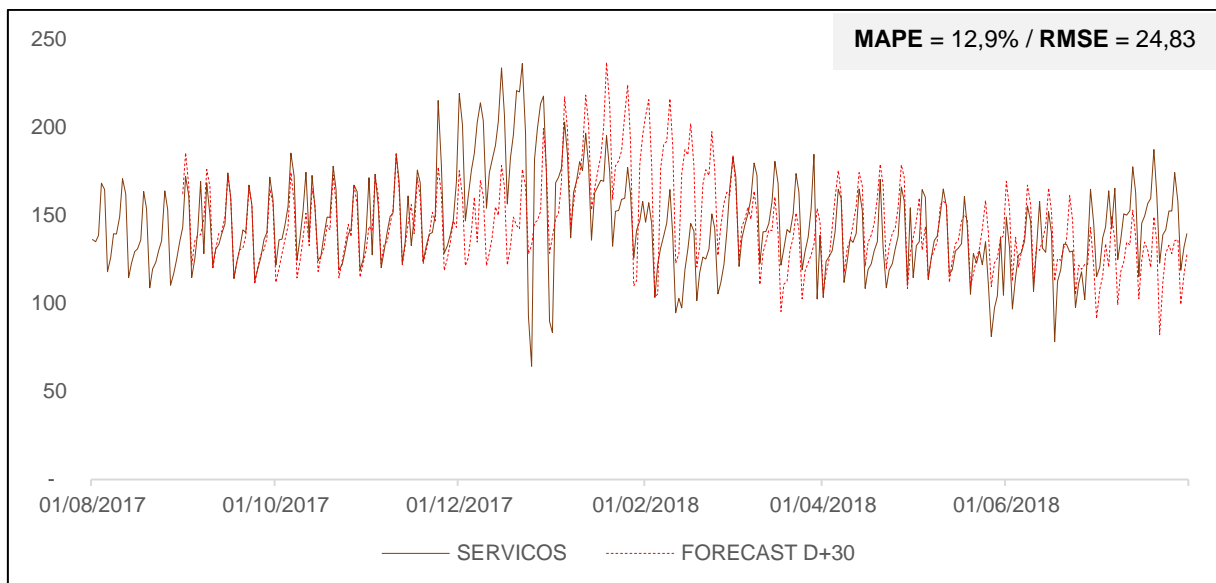


Figura 201 – Série SERVICOS – SARIMA – Previsão D+30

Fonte: Elaboração própria.

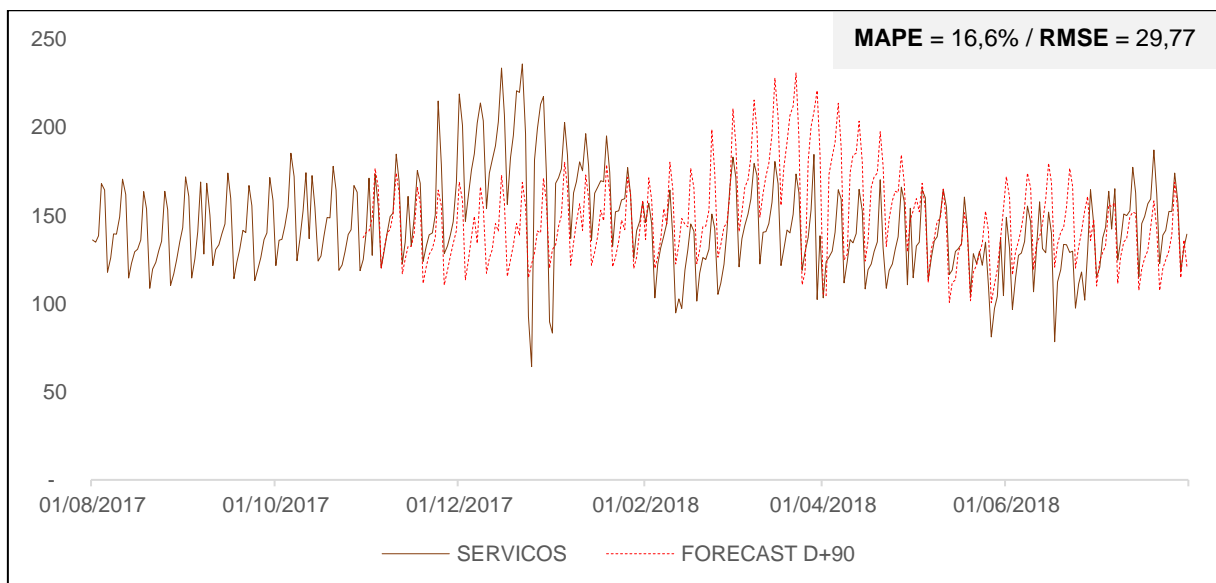


Figura 202 – Série SERVICOS – SARIMA – Previsão D+90

Fonte: Elaboração própria.

4.5. MLP

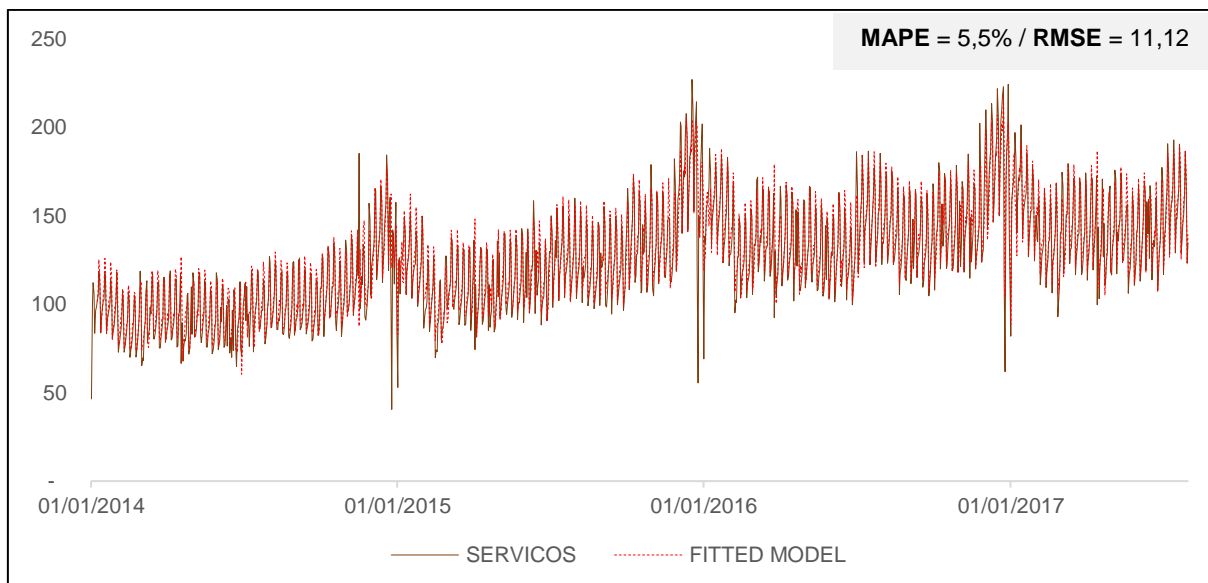


Figura 203 – Série SERVICOS – MLP – In-Sample

Fonte: Elaboração própria.

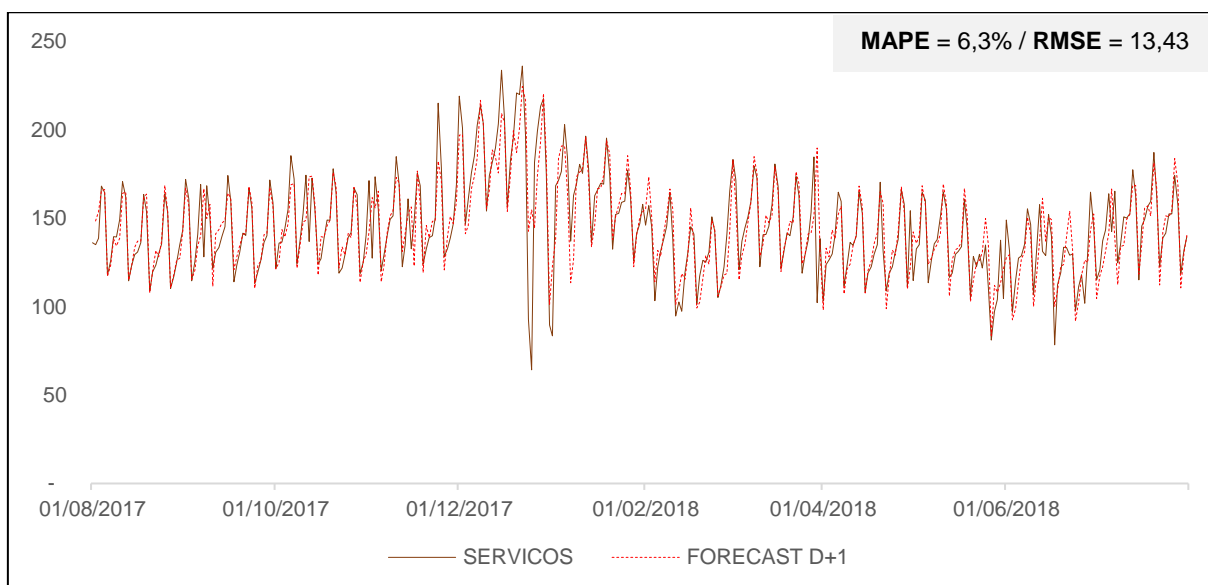


Figura 204 – Série SERVICOS – MLP – Previsão D+1

Fonte: Elaboração própria.

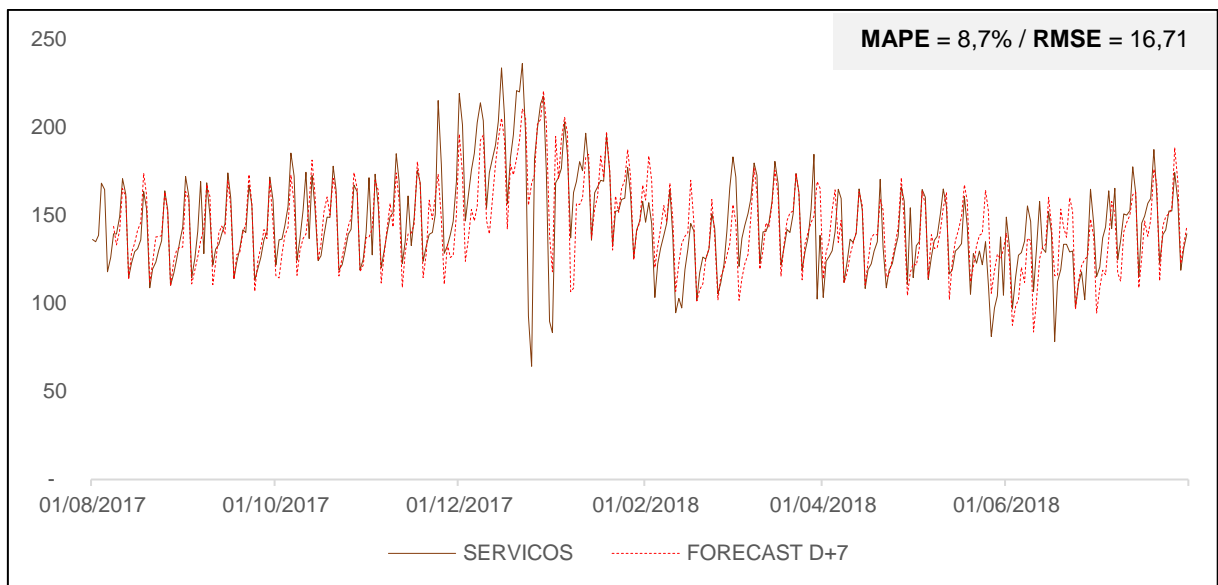


Figura 205 – Série SERVICOS – MLP – Previsão D+7

Fonte: Elaboração própria.

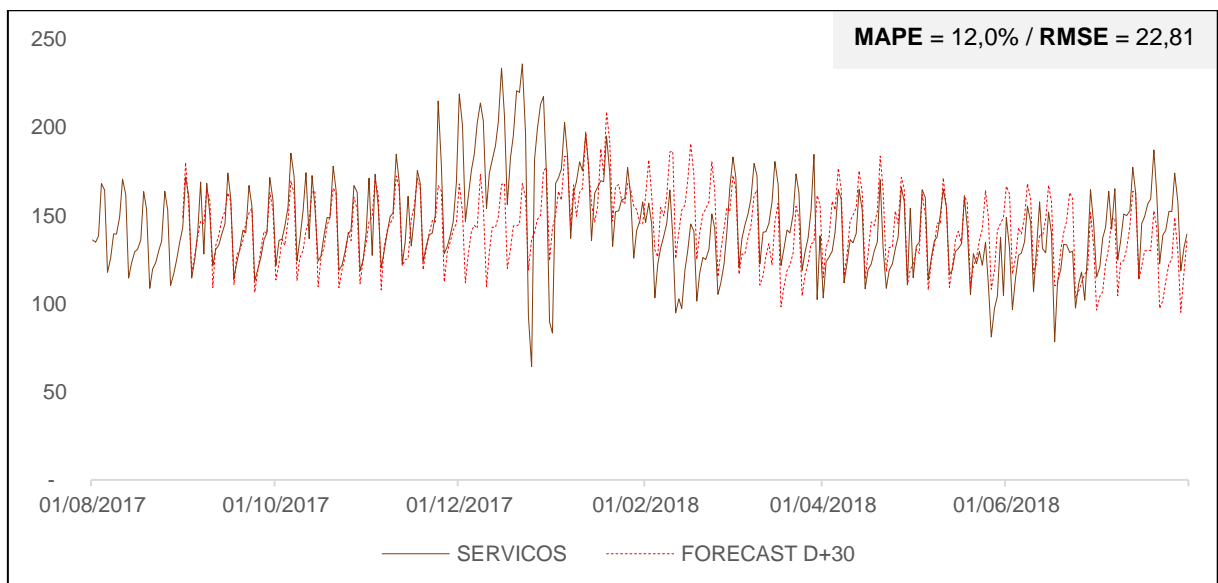


Figura 206 – Série SERVICOS – MLP – Previsão D+30

Fonte: Elaboração própria.

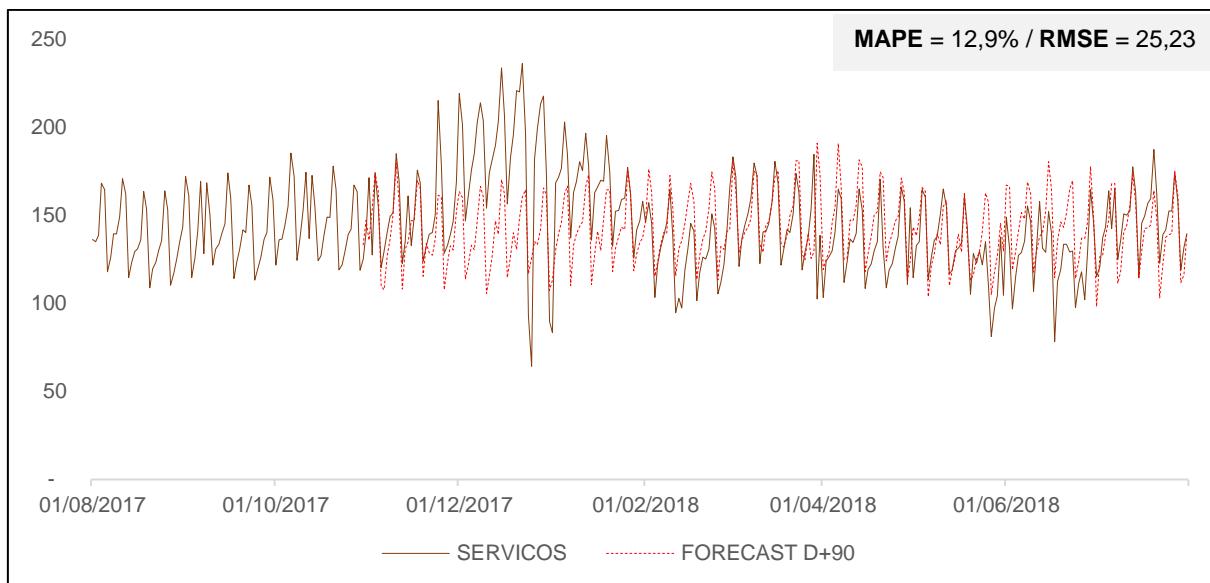


Figura 207 – Série SERVICOS – MLP – Previsão D+90

Fonte: Elaboração própria.

4.6. LSTM

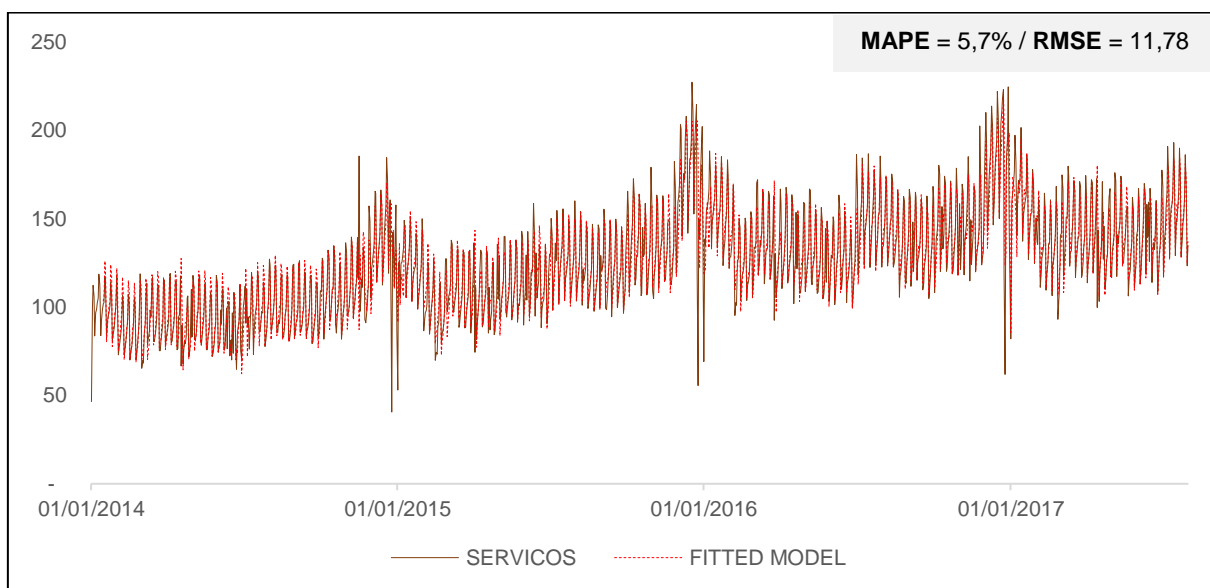


Figura 208 – Série SERVICOS – LSTM – In-Sample

Fonte: Elaboração própria.

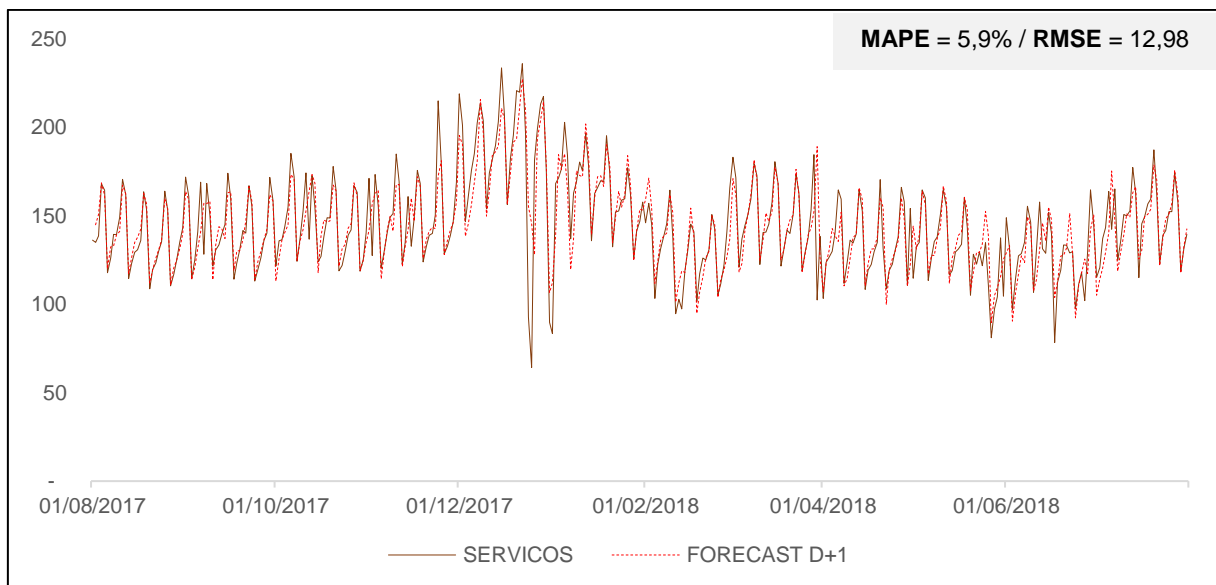


Figura 209 – Série SERVICOS – LSTM – Previsão D+1

Fonte: Elaboração própria.

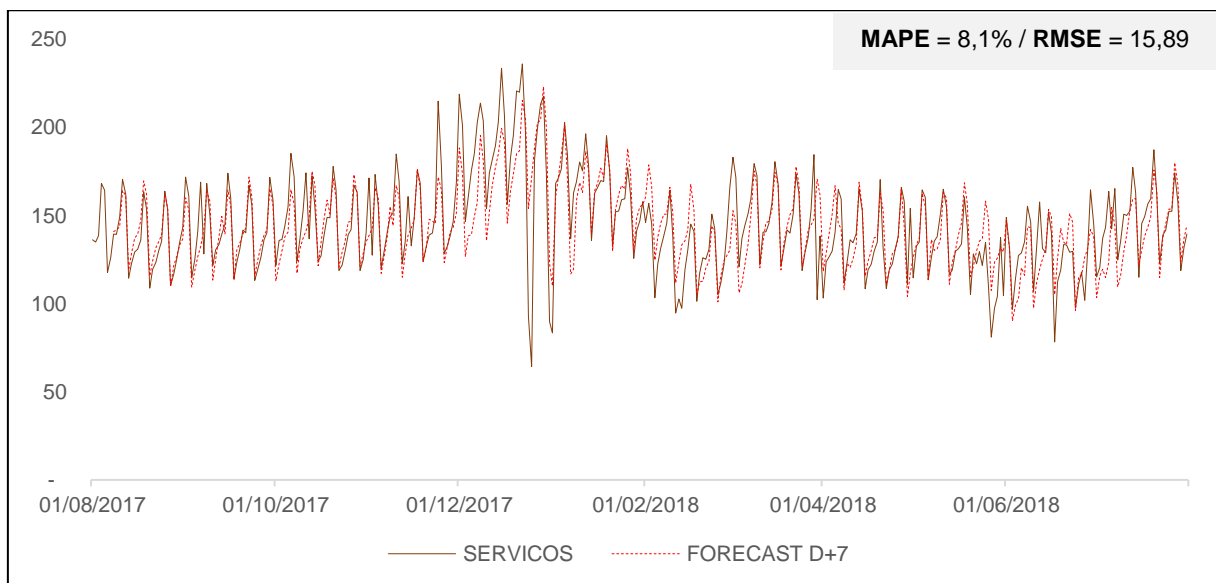


Figura 210 – Série SERVICOS – LSTM – Previsão D+7

Fonte: Elaboração própria.

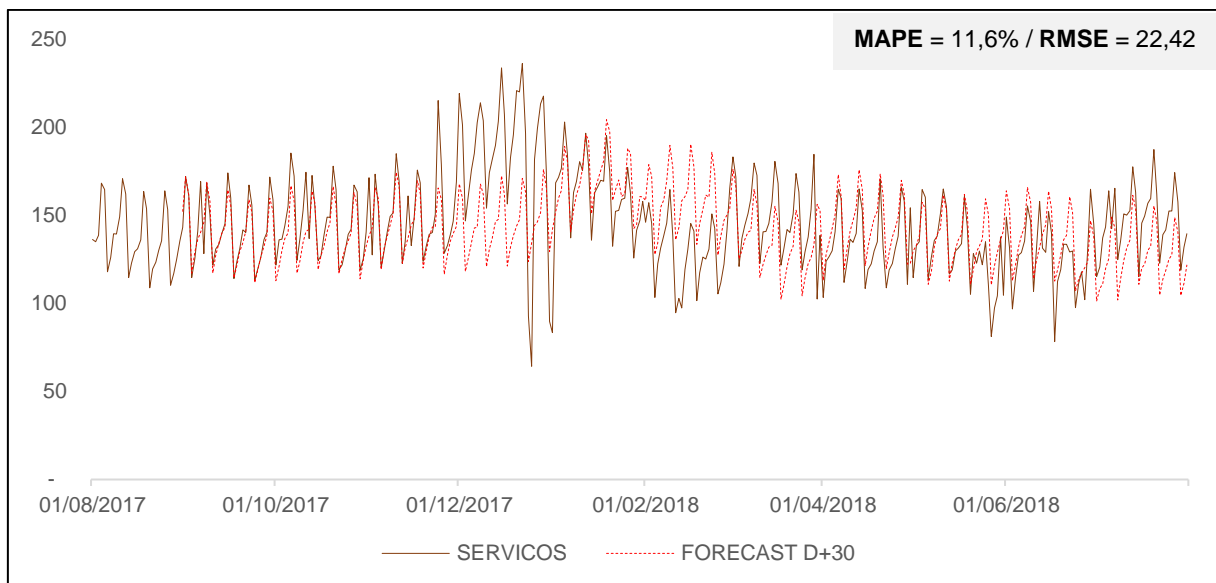


Figura 211 – Série SERVICOS – LSTM – Previsão D+30

Fonte: Elaboração própria.

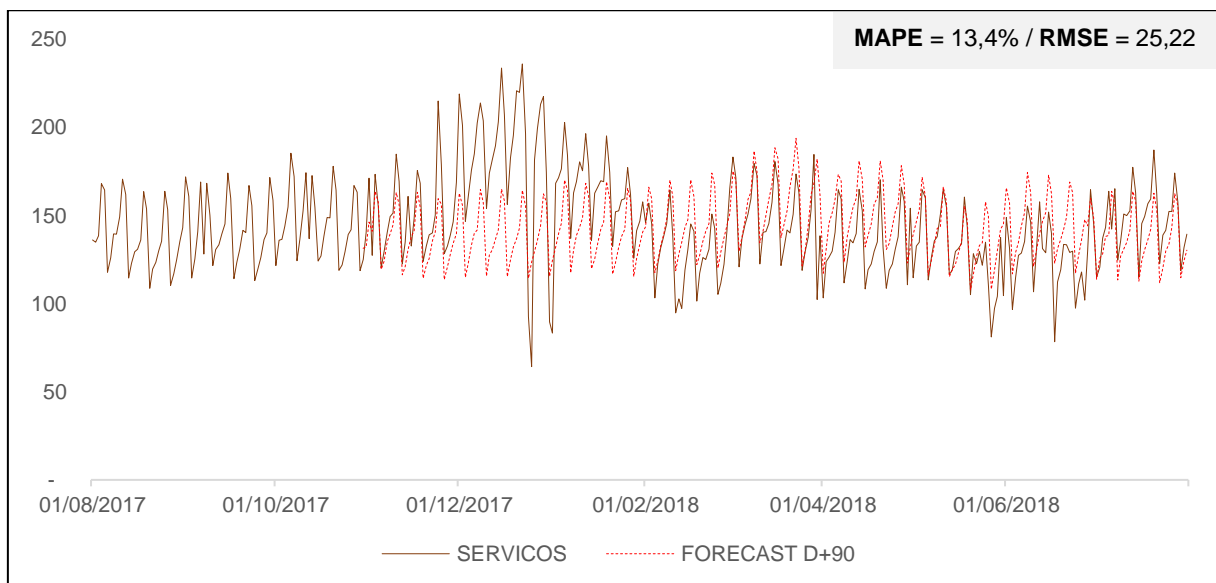


Figura 212 – Série SERVICOS – LSTM – Previsão D+90

Fonte: Elaboração própria.

4.7. SARIMA_CALENDARIO

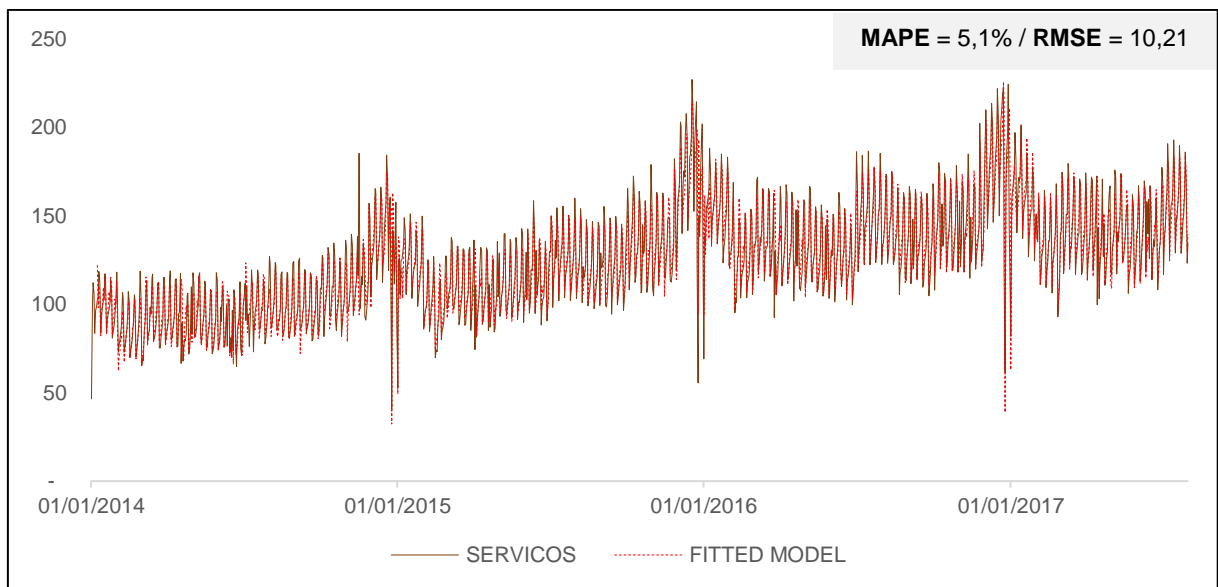


Figura 213 – Série SERVICOS – SARIMA_CALENDARIO – In-Sample

Fonte: Elaboração própria.

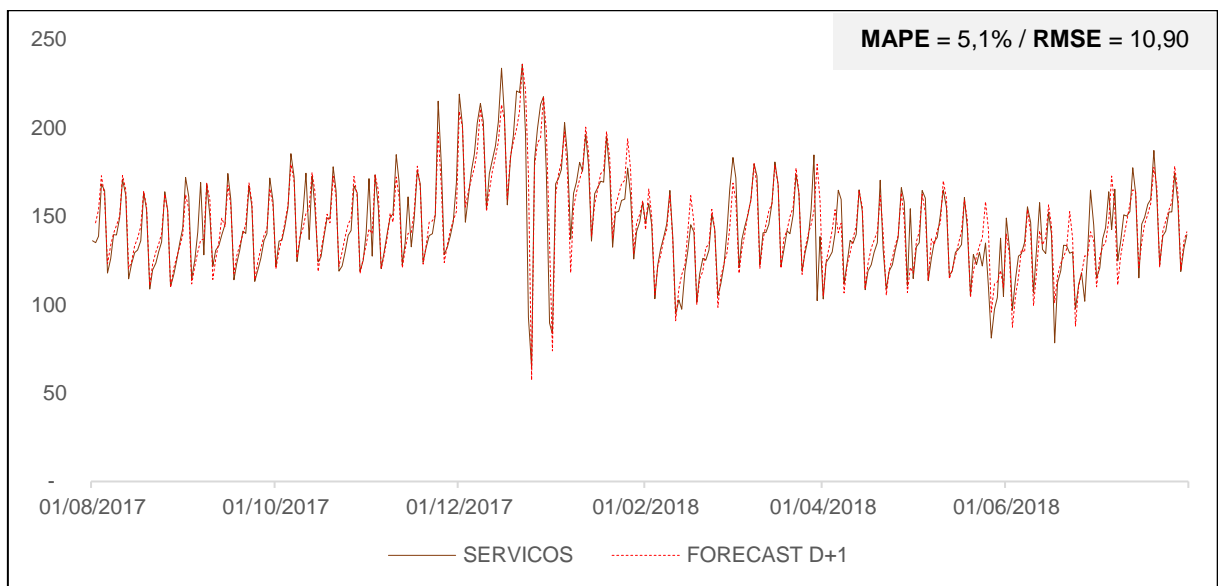


Figura 214 – Série SERVICOS – SARIMA_CALENDARIO – Previsão D+1

Fonte: Elaboração própria.

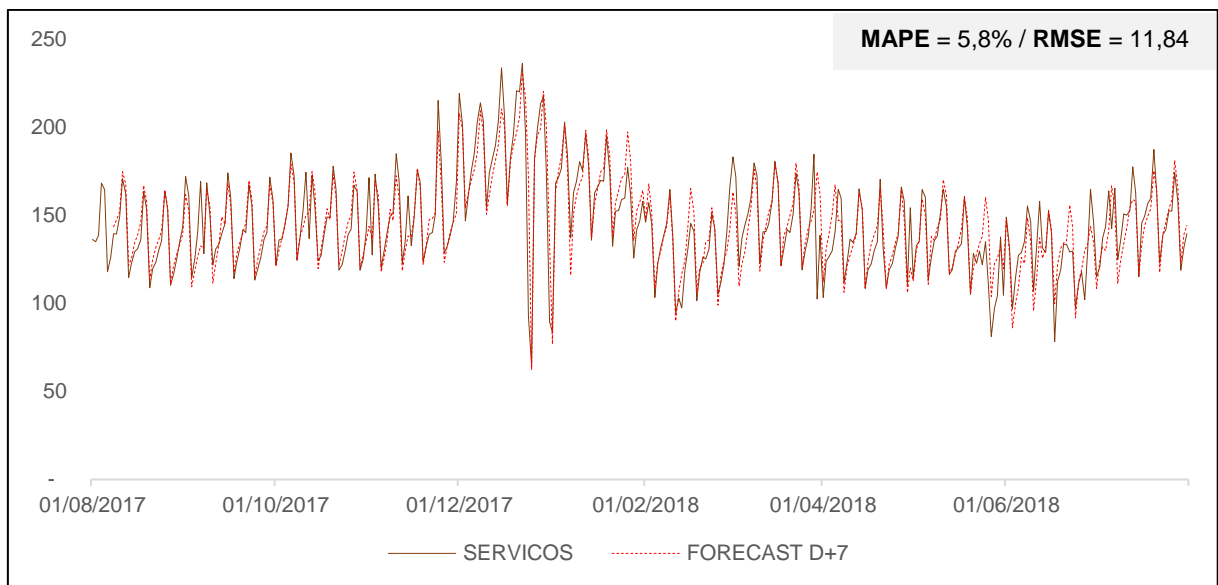


Figura 215 – Série SERVICOS – SARIMA_CALENDARIO – Previsão D+7

Fonte: Elaboração própria.

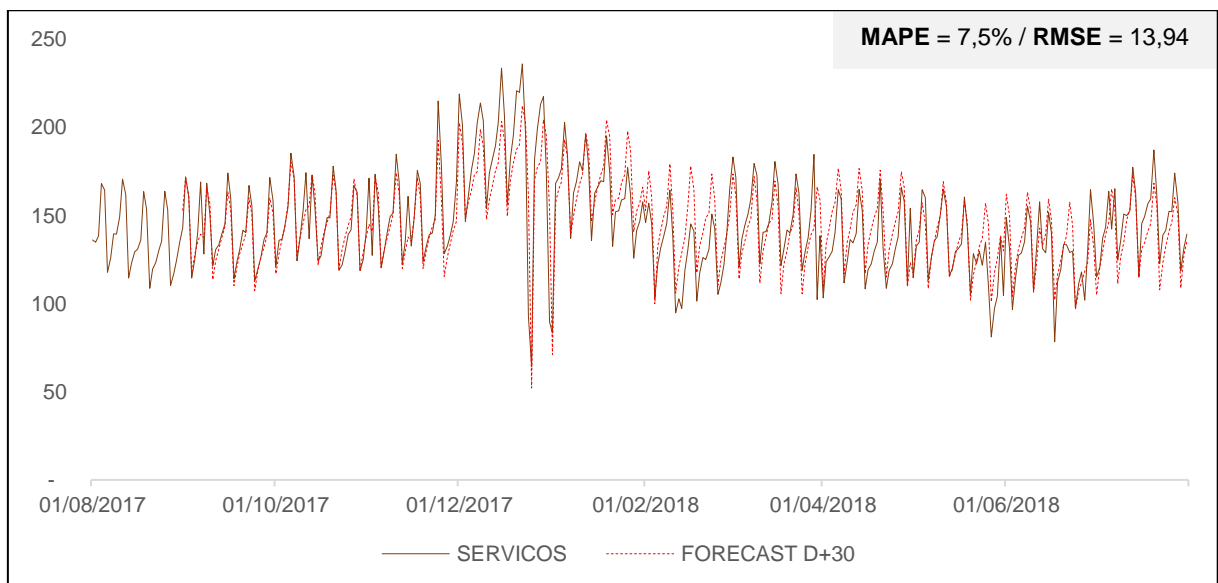


Figura 216 – Série SERVICOS – SARIMA_CALENDARIO – Previsão D+30

Fonte: Elaboração própria.

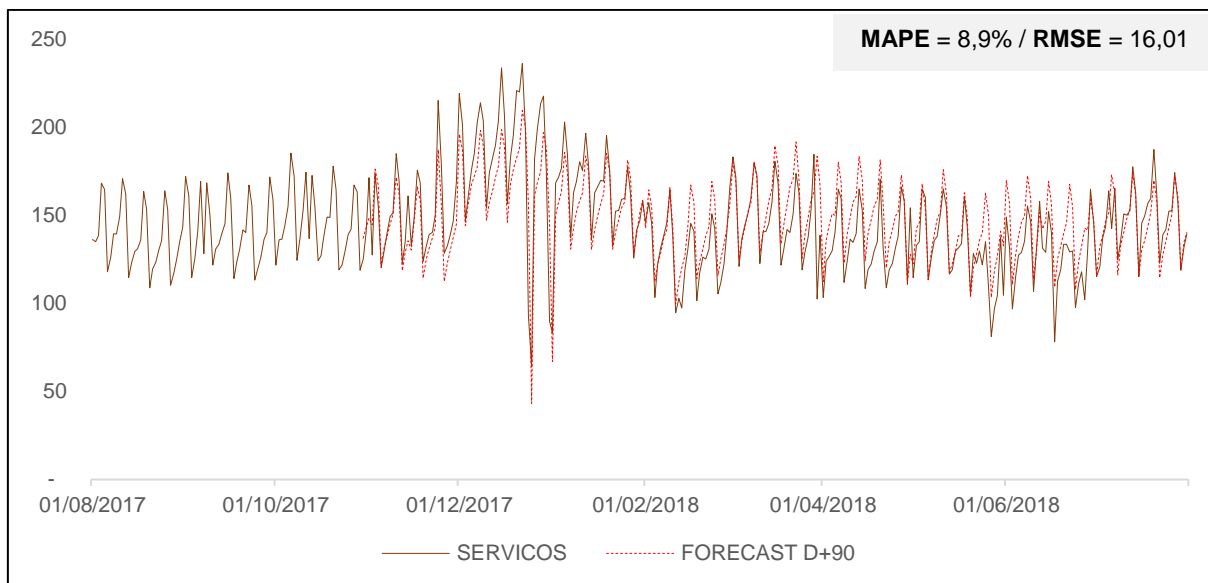


Figura 217 – Série SERVICOS – SARIMA_CALENDARIO – Previsão D+90

Fonte: Elaboração própria.

4.8. MLP_CALENDARIO

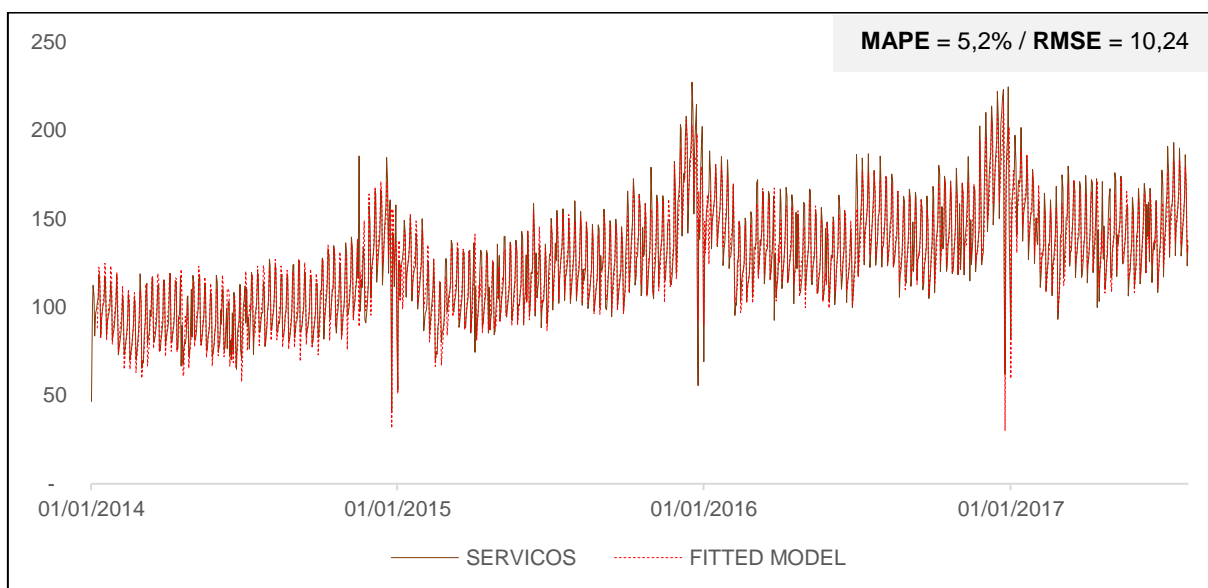


Figura 218 – Série SERVICOS – MLP_CALENDARIO – In-Sample

Fonte: Elaboração própria.

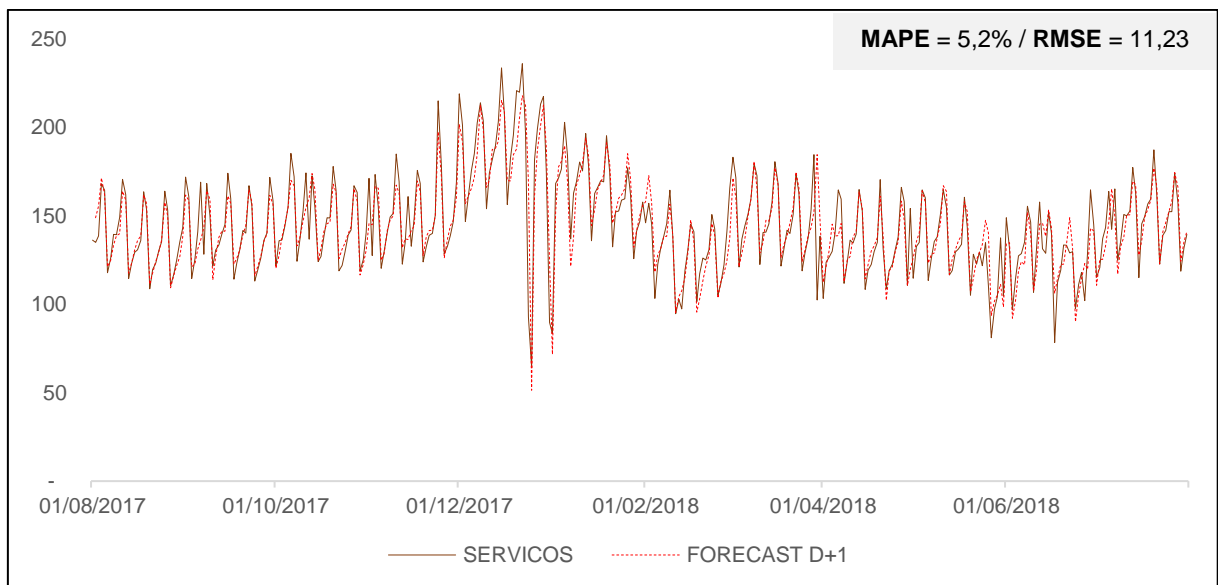


Figura 219 – Série SERVICOS – MLP_CALENDARIO – Previsão D+1

Fonte: Elaboração própria.

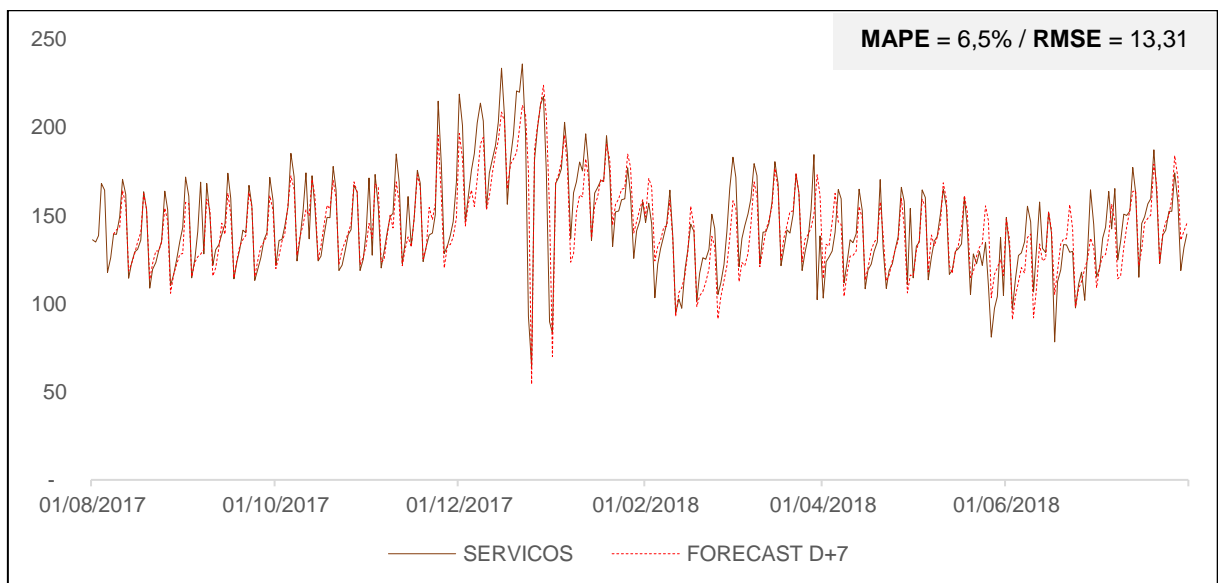


Figura 220 – Série SERVICOS – MLP_CALENDARIO – Previsão D+7

Fonte: Elaboração própria.

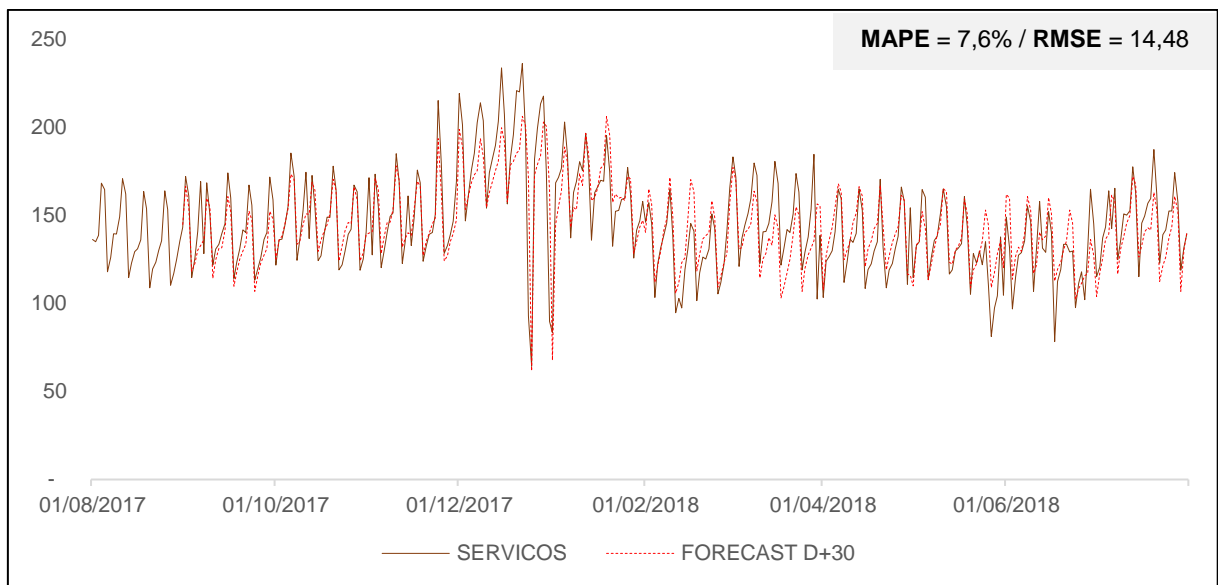


Figura 221 – Série SERVICOS – MLP_CALENDARIO – Previsão D+30

Fonte: Elaboração própria.

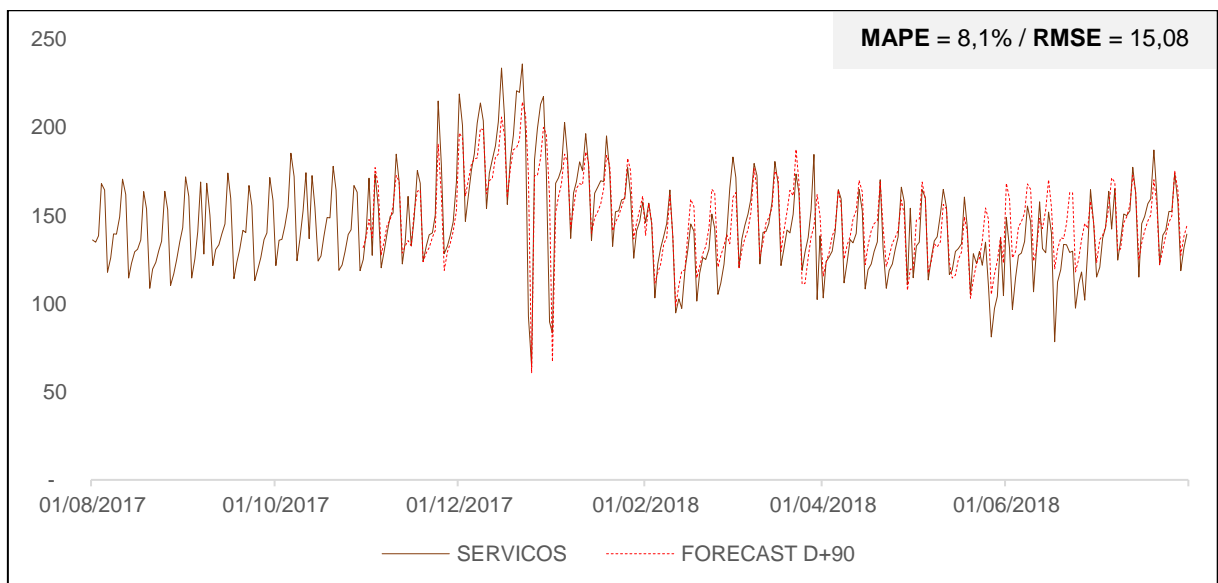


Figura 222 – Série SERVICOS – MLP_CALENDARIO – Previsão D+90

Fonte: Elaboração própria.

4.9. LSTM_CALENDARIO

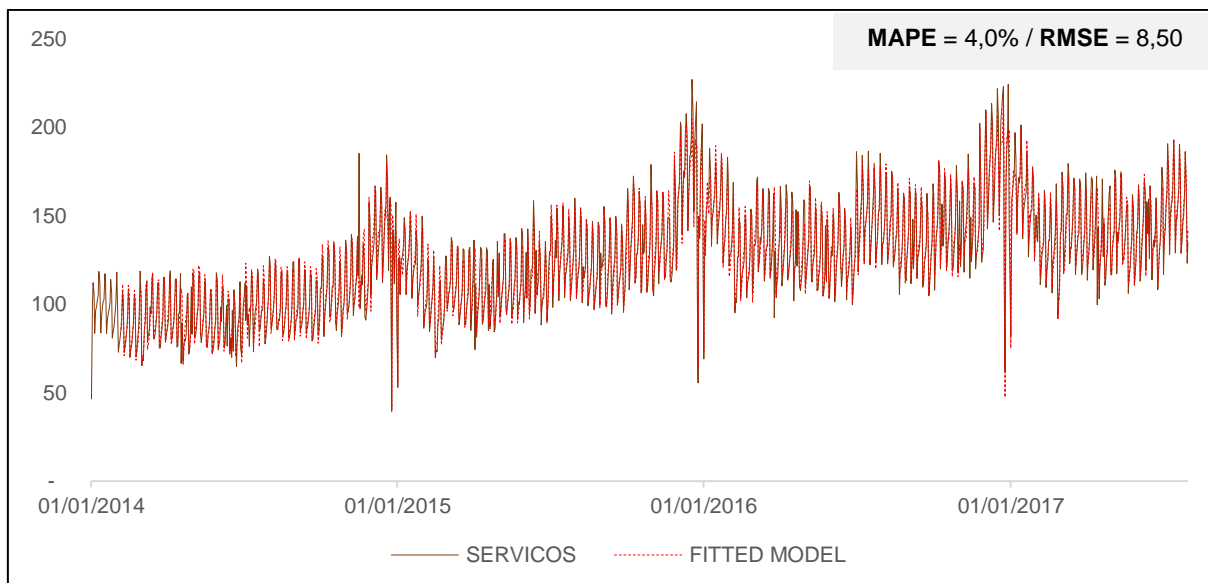


Figura 223 – Série SERVICOS – LSTM_CALENDARIO – In-Sample

Fonte: Elaboração própria.

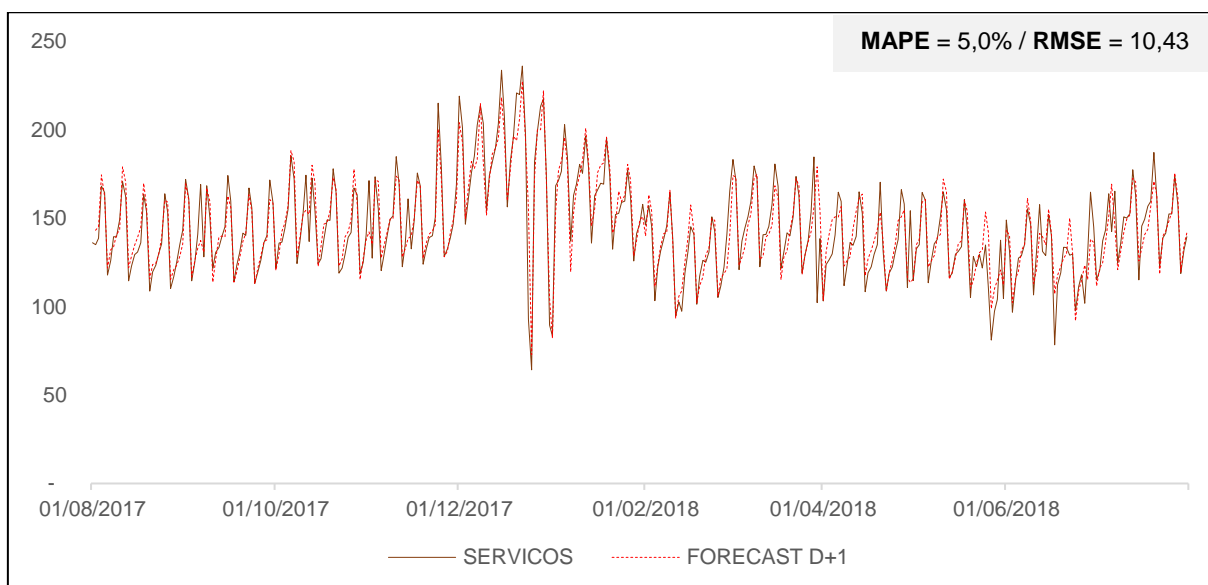


Figura 224 – Série SERVICOS – LSTM_CALENDARIO – Previsão D+1

Fonte: Elaboração própria.

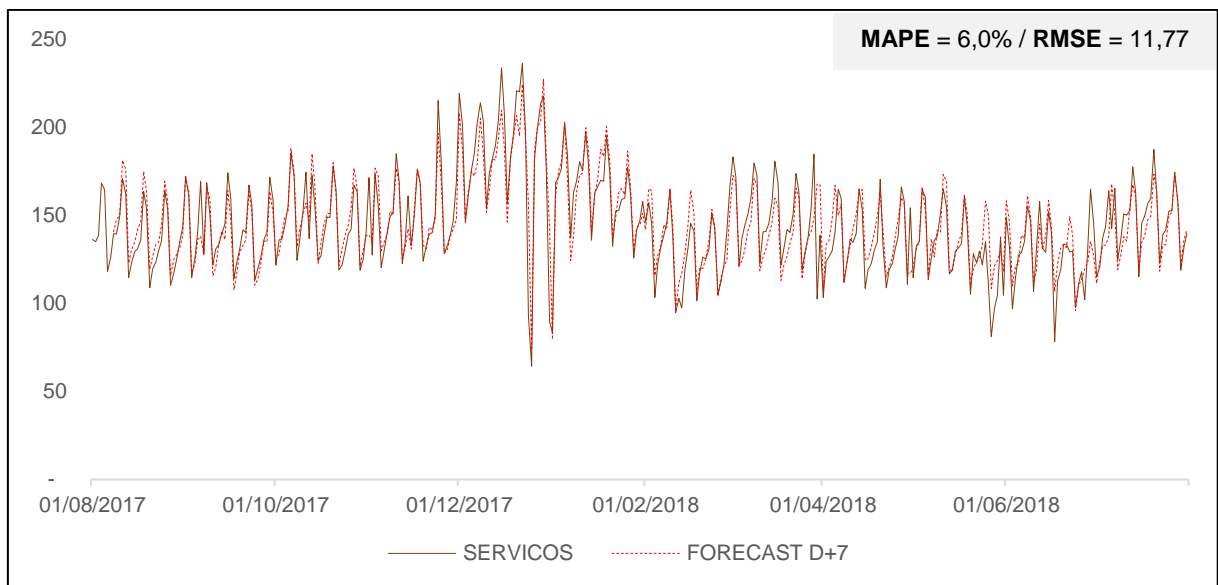


Figura 225 – Série SERVICOS – LSTM_CALENDARIO – Previsão D+7

Fonte: Elaboração própria.

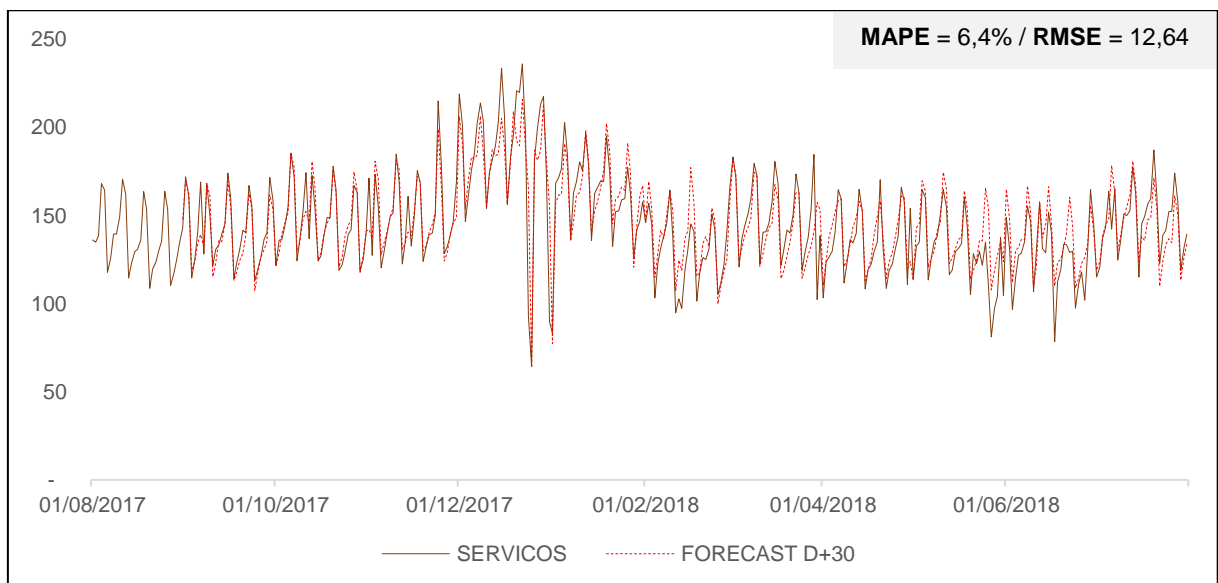


Figura 226 – Série SERVICOS – LSTM_CALENDARIO – Previsão D+30

Fonte: Elaboração própria.

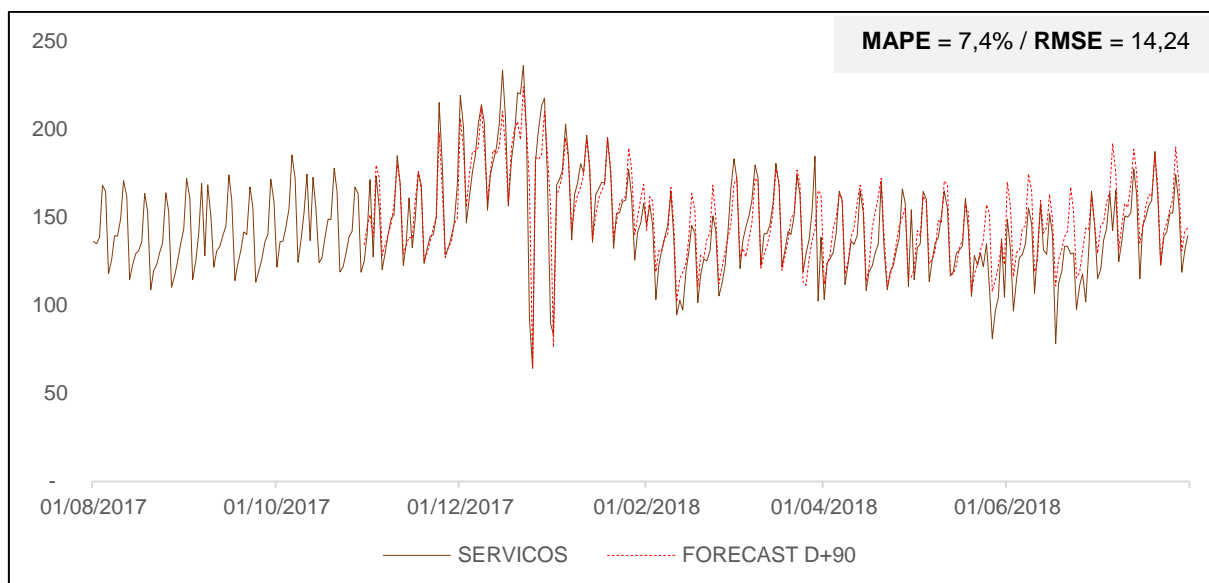


Figura 227 – Série SERVICOS – LSTM_CALENDARIO – Previsão D+90

Fonte: Elaboração própria.

ANEXO E: Resultados dos testes Diebold-Mariano com MSE

Tabela 24 – Resultados dos testes de Diebold-Mariano com a métrica MSE

Série	Modelo	p-valor			
		D+1	D+7	D+30	D+90
GERAL	<i>Naïve</i>	0,00	0,00	0,00	0,00
	<i>Seasonal Naïve</i>	0,00	0,00	0,00	0,00
	Holt-Winters	1,55X10 ⁻⁰²	1,18X10 ⁻⁰⁴	2,01X10 ⁻⁰⁵	0,00
	SARIMA	1,15X10 ⁻⁰²	1,01X10 ⁻⁰⁵	1,19X10 ⁻⁰⁵	0,00
	MLP	1,35X10 ⁻⁰³	1,17X10 ⁻⁰⁵	0,00	0,00
	LSTM	1,02X10 ⁻⁰²	2,09X10 ⁻⁰⁵	0,00	0,00
	SARIMA_CALEDARIO	7,93X10 ⁻⁰¹	3,03X10 ⁻⁰¹	1,91X10 ⁻⁰¹	2,38X10 ⁻⁰³
	MLP_CALEDARIO	2,00X10 ⁻⁰⁵	0,00	0,00	0,00
	LSTM_CALEDARIO	-	-	-	-
NAODURAVEIS	<i>Naïve</i>	0,00	0,00	0,00	0,00
	<i>Seasonal Naïve</i>	0,00	0,00	0,00	0,00
	Holt-Winters	2,91X10 ⁻⁰²	0,00	0,00	0,00
	SARIMA	3,02X10 ⁻⁰²	0,00	0,00	0,00
	MLP	5,65X10 ⁻⁰⁴	0,00	0,00	0,00
	LSTM	2,01X10 ⁻⁰²	0,00	0,00	0,00
	SARIMA_CALEDARIO	1,31X10 ⁻⁰¹	5,69X10 ⁻⁰²	1,49X10 ⁻⁰¹	1,93X10 ⁻⁰¹
	MLP_CALEDARIO	2,53X10 ⁻⁰³	0,00	9,19X10 ⁻⁰⁴	4,11X10 ⁻⁰²
	LSTM_CALEDARIO	-	-	-	-
DURAVEIS	<i>Naïve</i>	0,00	1,70X10 ⁻⁰⁴	0,00	0,00
	<i>Seasonal Naïve</i>	1,09X10 ⁻⁰⁴	1,70X10 ⁻⁰⁴	0,00	0,00
	Holt-Winters	6,31X10 ⁻⁰²	6,78X10 ⁻⁰⁴	0,00	0,00
	SARIMA	2,85X10 ⁻⁰²	1,84X10 ⁻⁰⁴	0,00	0,00
	MLP	3,57X10 ⁻⁰²	4,42X10 ⁻⁰⁴	0,00	0,00
	LSTM	7,75X10 ⁻⁰²	1,49X10 ⁻⁰³	0,00	0,00
	SARIMA_CALEDARIO	5,03X10 ⁻⁰¹	-	-	6,49X10 ⁻⁰¹
	MLP_CALEDARIO	1,35X10 ⁻⁰⁴	1,46X10 ⁻⁰⁴	2,90X10 ⁻⁰¹	1,85X10 ⁻⁰¹
	LSTM_CALEDARIO	-	3,08X10 ⁻⁰¹	9,11X10 ⁻⁰¹	-
SERVICOS	<i>Naïve</i>	0,00	3,85X10 ⁻⁰⁴	0,00	0,00
	<i>Seasonal Naïve</i>	2,48X10 ⁻⁰⁵	3,85X10 ⁻⁰⁴	0,00	0,00
	Holt-Winters	9,55X10 ⁻⁰⁴	2,61X10 ⁻⁰⁴	0,00	0,00
	SARIMA	7,30X10 ⁻⁰⁵	1,62X10 ⁻⁰⁴	0,00	0,00
	MLP	6,08X10 ⁻⁰³	3,29X10 ⁻⁰⁵	0,00	0,00
	LSTM	6,77X10 ⁻⁰³	1,23X10 ⁻⁰³	0,00	0,00
	SARIMA_CALEDARIO	3,05X10 ⁻⁰¹	8,60X10 ⁻⁰¹	8,32X10 ⁻⁰⁵	5,57X10 ⁻⁰³
	MLP_CALEDARIO	3,43X10 ⁻⁰²	1,46X10 ⁻⁰³	0,00	3,44X10 ⁻⁰²
	LSTM_CALEDARIO	-	-	-	-

Fonte: Elaboração própria.