EXPECTATIVAS RACIONAIS

Mario Henrique Simonsen *

1 — Macroeconomia estocástica e expectativas racionais

A combinação da teoria aceleracionista da curva de Phillips com a hipótese de expectativas inflacionárias adaptativas, conseguiu decifrar um dos mais perturbadores enigmas da macroeconomia neoclássica: porque a prosperidade é a companheira dos primeiros passos da inflação, e porque a política anti-inflacionária costuma exigir uma temporada de recessão. Na medida em que a demanda agregada se descreva por um jogo de curvas IS e LM, explicam-se também os efeitos das mudanças de política monetária sobre as taxas de juros e sobre a velocidade-renda da moeda.

Apesar desses méritos, a hipótese de expectativas adaptativas, bem como qualquer outra que estabeleça que a taxa de inflação esperada é função das taxas de inflação observadas no passado, encerra dois graves defeitos: primeiro, ela abre a possibilidade de o Governo sempre enganar os agentes econômios, mantendo a inflação efetiva acima da esperada, e com isso sustentando o produto acima de seu nível potencial (Essa possibilidade, aliás, é a origem do termo "aceleracionista" associado à hipótese da taxa natural de desemprego). Em segundo lugar ela dissocia as expectativas de inflação das previsões de política econômica: a inflação esperada é a mesma quer se se preveja 10% ao ano ou 100% ao ano de expansão dos meios de pagamento.

A teoria das expectativas racionais supõe que as previsões das variáveis endógenas resultem das previsões quanto ao comportamento das variáveis exógenas. Trata-se de um avanço metodológico, em relação à hipótese das expectativas adaptativas, mas é preciso explicitar como se projetam as variáveis exógenas. A idéia central é que os agentes econômicos usem toda a informação disponível para construir essas projeções da melhor maneira possível, mas é necessário transformar essa idéia num critério de estimação bem definido. Isso se faz em três etapas.

A primeira consiste em tratar como aleatórias todas as variáveis, tanto as exógenas como as endógenas. Esse é ponto fundamental da macroeconomia estocástica, e que resulta da suposição de que toda variável possa ser perturbada por

* Da Escola de Pós-Graduação em Economia (EPGE), da Fundação Getulio Vargas (FGV).

por choques. A melhor maneira de formalizar a questão consite em construir um espaço vetorial H de variáveis aleatórias (possivelmente de dimensão infinita), ao qual pertençam todas as variáveis econômicas que possam interessar ao problema. Como as constantes costumam figurar nas relações econômicas, suporemos que o conjunto dos reais seja um subespaço de H. Define-se o produto escalar de dois vetores de H como sendo a esperança matemática de seu produto, isto é, $(x, y) = E(xy)$, o símbolo E indicando "esperança matemática".

A segunda etapa formaliza a idéia de conjunto de informações. Abstratamente, um conjunto de informações L é um subespaço de dimensão finita de H que contenha o conjunto dos números reais. A caracterização dos conjuntos de informações como subespaços de dimensão finita de H tem uma explicação simples: os arquivos estatísticos são finitos, mas quem conhece um conjunto de variáveis aleatórias pode calcular qualquer de suas combinações lineares. Supõe-se, quanto ao mais, que qualquer agente econômico, por menos bem informado que seja, conheça o conjunto dos números reais.

A terceira etapa estabelece como projetar uma variável econômica y (isto é, um ponto de H) a partir de um conjunto de informações L. Admitiremos que a projeção $\hat{y}$ dessa variável seja o estimador linear não tendencioso de y, de mínima variância em L. Prova-se facilmente que, com a definição de produto escalar adotada, $\hat{y}$ é a projeção ortogonal $E_L y$ de y sobre o subespaço L. Essa conclusão estabelece uma salutar correspondência entre os conceitos geométrico e estatístico de projeção. Prova-se também que, se y está ligado a uma base $(1, x_1, x_2, \ldots, x_p)$ de L por uma distribuição normal múltipla, então $\hat{y} = E_L y$ é a esperança matemática de y condicional a $(x_1, x_2, \ldots, x_p)$.

Essa terceira etapa estabelece um critério geral de projeção, tanto para as variáveis exógenas do modelo quanto para as endógenas. Como o sentido econômico da teoria das expectativas racionais é projetar as últimas a partir das primeiras, é preciso provar que o critério de estimação proposto é consistente, isto é, que as projeções ortogonais sobre o conjunto de informações L das variáveis endógenas e exógenas se combinam de acordo com as equações do modelo. Essa consistência demonstra-se imediatamente desde que se suponham lineares as equações do modelo. Com efeito, se qualquer relação entre as variáveis $z_1, z_2, \ldots, z_m$ (vetores de H) for da forma:

$$a_1 z_1 + a_1 z_2 + \ldots + a_m z_m = c$$

sendo $a_1, a_2, \ldots, a_m$, c constantes reais, então, como E_L é um operador linear, e como $E_L c = c$ (já que toda constante pertence a qualquer conjunto de informações):

$$a_1 E_L z_1 + a_2 E_L z_2 + \ldots + a_m E_L z_m = c.$$

A álgebra das expectativas racionais será desenvolvida na seção 2. Trata-se de uma simplificação estilizada da teoria originalmente sugerida por Muth em 1961. Na versão original, a expectativa de uma variável aleatória considerava-se racional quando coincidisse com a esperança matemática dessa variável, condicional às informações disponíveis. Em seus exemplos, todavia, Muth admitiu que as relações econômicas fossem lineares e que os choques fossem todos normalmente distribuidos, simplificações sem as quais a teoria original das expectativas racionais se torna matematicamente intragável. Com essas simplificações, a teoria de Muth equivale à que se apresentará na seção 2.

A seção 3 exemplifica o método das expectativas racionais com um modelo macroeconômico muito simples, em que a oferta agregada se descreve por uma curva de Phillips obtida pelas hipóteses contratuais de Gray e Fischer, e onde a demanda agregada se determina pela teoria quantitativa da moeda. A seção 4 chama a atenção para a possibilidade de equilíbrios múltiplos com expectativas racionais. Essa possibilidade está quase sempre presente quando a demanda agregada se descreve por um jogo de curvas IS e LM: a presença, nas equações macroeconômicas, de expectativas quanto aos preços futuros é a razão para essa indeterminação do equilíbrio. Para levantar a indeterminação é preciso explicitar condições de estabilidade que descartem a viabilidade de um surto inflacionári por combustão espontânea.

Os modelos das seções 3 e 4 admitem que as relações macroeconômicas dependam, em cada período, de um único conjunto de informações, comum a todos os agentes econômicos. Essa é uma suposição que simplifica, mas que também empobrece os exercícios sobre expectativas racionais, pois os modelos mais interessantes são justamente aqueles que combinam diferentes conjuntos de informações. Um exercício famoso, o problema da extração do sinal, resolve-se na seção 5. A solução desse problema inspirou a teoria de Lucas da curva de Phillips, apresentada na seção 6.

Embora concebida por Muth em 1961, a teoria das expectativas racionais só se incorporou à análise macroeconômica na década de 1970. Os primeiros artigos sobre a matéria procuraram associar expectativas racionais a neutralidade da moeda: nem mesmo a curto prazo as variações previstas da política monetária poderiam afetar o produto real. A seção 7 descreve essa teoria da neutralidade, a qual, entre outras coisas, condena a política anticíclica e acena com a possibilidade de um combate indolor à inflação. Na realidade, a teoria depende da hipótese de que os contratos salariais sejam surpreendentemente curtos: sua duração não pode exceder o período necessário à absorção de novas informações pelas Autoridades Monetárias.

Sem essa hipótese, ou alguma outra igualmente irrealista (como a de que os contratos salariais sejam condicionais a todos os estados da natureza, como no modelo de Arrow—Debreu com incerteza), cai por terra a teoria da neutralidade.

Ela não se aplica, por exemplo, ao modelo dos contratos salariais justapostos, desenvolvido na seção 8. O modelo abre o campo para o ativismo monetário, mostando que os choques de oferta são o pomo da discórdia entre as políticas de estabilização do emprego e de estabilização dos preços. A seção 9, usando a relação de Phillips do modelo dos contratos salariais justapostos, mostra que a hipótese de expectativas racionais é capaz de descrever, com extrema riqueza de pormenores, os efeitos colaterais da política de combate à inflação, sobre o produto, o emprego e as taxas de juros.

Embora representem um avanço, em relação à hipótese adaptativa de formação das expectativas, os modelos de expectativas racionais não apenas supõe que um conjunto de equações ligue a projeção das variáveis endógenas à das exógenas. Admitem também que essas equações sejam todas lineares e que todos os agentes econômicos, além de as conhecer, nelas acreditem. Esse é o calcanhar de Aquiles da teoria.

2 – A Álgebra das expectativas racionais

Conforme se explicou na seção precedente, o primeiro passo para a construção de um modelo de expectativas racionais consiste em construir um espaço vetorial real H de variáveis aleatórias. Toda variável econômica que possa interessar ao modelo deve pertencer a H, e o conjunto dos reais deve estar contido em H.

Suporemos que todos os pontos de H sejam variáveis aleatórias (entre as quais as constantes se consideram um caso particular) que admitam momentos finitos de primeira e segunda ordem. Em suma, se $y \in H$, Ey e Ey^2 existem, por hipótese. Essa suposição pode ser substituida pela de que exista uma base de H cujos elementos possuam momentos finitos de primeira e segunda ordem. Isto posto, pode-se assegurar que, dados dois elementos quaisquer x e y de H, $E(xy)$ existe, pois:

$$2E(xy) = E(x+y)^2 - Ex^2 - Ey^2$$

Definiremos um produto interno em H pela regra $(x, y) = E(xy)$. Essa definição atende aos requisitos básicos de um produto interno:

i) $(x, y+z) = (x, y) + (x, z)$;

ii) $(\alpha x, y) = \alpha (x, y)$ $\quad$ (α real);

iii) $(x, y) = (y, x)$;

iv) $(x, x) \geqslant 0$;

v) $(x, x) = 0$ se e somente se $x = 0$.

Como conseqüência dessa definição, a norma de um ponto de H exprime-se por $\| x \| = \sqrt{E x^2}$ e a distância entre dois pontos de H por $d(x, y) = \| x - y \| = \sqrt{E (x - y)^2}$.

Um conjunto de informações L é um subespaço de dimensão finita de H que contenha o conjunto dos reais. As considerações heurísticas que conduzem a essa definição já foram explicadas na seção **1**. Designaremos por E_L a projeção ortogonal sobre o conjunto de informações L. O conjunto R dos reais é o menor dos conjuntos de informação possíveis. Verifica-se facilmente que a projeção ortogonal de um ponto de H sobre R é a sua esperança matemática, isto é, que $E_R = E$. Com efeito, seja z um ponto de H e $\hat{z}$ sua projeção ortogonal sobre R. Então $\hat{z}$ é um número real tal que $z - \hat{z}$ seja ortogonal a todo número real. Isso implica:

$$(z - \hat{z}, 1) = E (z - \hat{z}) = 0$$

Como $\hat{z} = E_R z$ é número real, $E\hat{z} = \hat{z}$. Segue-se que $Ez = E_R z$, qualquer que seja $z \in H$.

Seja $(1, x_1, x_2, \ldots, x_p)$ uma base do conjunto de informações L e h um ponto qualquer de H. Provemos que o estimador linear não tendencioso de mínima variância $\hat{y} = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots + a_p x_p$ de y é projeção ortogonal $\hat{y} = E_L y$ de y sobre L. Com efeito:

a) se $\hat{y}$ é um estimador linear para y construido a partir da base $(1, x_1, x_2, \ldots, x_p)$ de L, então $\hat{y}$ é um ponto de L;

b) $\hat{y} = E_L y$ é um estimador não tendencioso para y. Com efeito, $y - \hat{y}$ é ortogonal a todo elemento de L. Como $1 \in L$, $(y - \hat{y}, 1) = E (y - \hat{y}) = 0$;

c) $\hat{y} = E_L y$ é o (único) ponto de L à mínima distância de y. Tendo em vista a definição de distância, isso significa que $\hat{y}$ é o ponto de L que minimiza $E(y - \hat{y})^2$; como $\hat{y}$ é um estimador não tendencioso de y, $E(y - \hat{y})^2$ é a variância do estimador, a qual portanto é mínima para $\hat{y} = E_L y$.

Se $(y, x_1, x_2, \ldots, x_p)$ estão ligados por uma distribuição conjunta de probabilidades tal que a esperança matemátiva de y, condicional a

$(x_1, x_2, \ldots, x_p)$ seja uma função linear de $x_1, x_2, \ldots, x_p$, isto é, se

$$E(y \mid x_1, x_2, \ldots, x_p) = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots + a_p x_p \qquad (1)$$

então $E_L y$ é a esperança matemática de y condicional a $(x_1, x_2, \ldots, x_p)$. Com efeito $E(y \mid x_1, x_2, \ldots, x_p)$ é o estimador não tendencioso de mínima variância para y construido a partir de $(x_1, x_2, \ldots, x_p)$ (Essa é uma venerável propriedade da média, e que se demonstra em qualquer texto elementar de estatística). No caso geral não se pode afirmar que $E(y \mid x_1, x_2, \ldots, x_p)$ seja função linear de $(x_1, x_2, \ldots, x_p)$. Contudo, quando se verifica a equação (1), pode-se afirmar que a esperança matemática de y condicional a $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ é o estimador linear não tendencioso de mínima variância para y construido a partir de $(x_1, x_2, \ldots, x_p)$, ou seja, pelo que se provou acima, $E(y \mid x_1, x_2, \ldots, x_p) = E_L y$.;

É fácil demonstrar que, para a equação (1) se verifique, isto é, para que a esperança matemática de y condicional a $(x_1, x_2, \ldots, x_p)$ seja igual a $E_L y$ é suficiente (embora não necessário) que $(y, x_1, x_2, \ldots, x_p)$ estejam ligados por uma distribuição normal múltipla. Com efeito, a densidade de probabilidades, no caso, descreve-se por uma função do tipo:

$$g(y, x_1, x_2, \ldots, x_p) = k\ e^{-ay^2 - by - c}$$

onde k e a indicam reais positivos: $b = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \ldots + b_p x_p$ é uma função linear de $(x_1, x_2, \ldots, x_p)$; c é uma função do segundo grau dessas variáveis (isto é, uma forma quadrática, mais uma função linear homogênea mais uma constante). No caso:

$$E(y \mid x_1, x_2, \ldots, x_p) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} y g(y, x_1, x_2, \ldots, x_p)\, dy}{\int_{-\infty}^{+\infty} g(y, x_1, x_2, \ldots, x_p)\, dy} = -b/2a$$

o que nos leva imediatamente à equação (1).

Se $(1, x_1, x_2, \ldots, x_p)$ é uma base do conjunto de informações L, e se y é um ponto qualquer de H, as coordenadas $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_p$ de

$$E_L y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots + a_p x_p$$

determinam-se pela equação de Gram:

$$\begin{bmatrix} 1 & Ex_1 & Ex_2 & \dots & Ex_p \\ Ex_1 & Ex_1^2 & Ex_1 x_2 & \dots & Ex_1 x_p \\ Ex_2 & Ex_2 x_1 & Ex_2^2 & \dots & Ex_2 x_p \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ Ex_p & Ex_p x_1 & Ex_p x_2 & \dots & Ex_p^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ey \\ Eyx_1 \\ Eyx_2 \\ \dots \\ Eyx_p \end{bmatrix}$$

Como de hábito, essa equação se obtém especificando que $y - E_L y$ deve ser ortogonal a cada um dos vetores da base de L. A equação explicita o que é preciso conhecer, em matéria de momentos de primeira e segunda ordem, para se calcular a projeção ortogonal de y sobre L. O bom senso daí infere que a teoria das expectativas racionais só pode funcionar em termos de "tudo se passa como se fosse. . .".

Se I indica o operador identidade no espaço H, a equação

$$y = E_L y + (I - E_L) y$$

desdobra a variável aleatória y em duas componentes ortogonais: a parcela $E_L y$, que é a componente prevista com base no conjunto de informações L; e a componente imprevista $(I - E_L)y$. Se c é uma constante, $E_L c = c$, pois qualquer real c pertence ao conjunto de informações L. Logo, $(I - E_L)c = 0$, isto é, a componente imprevista de uma constante é igual a zero.

Genericamente,

$$\| (I - E_L) y \|^2 = E [(I - E_L) y]^2$$

indica a variância da componente imprevista de y (Momento de segunda ordem e variância coincidem, no caso, pois $E_L y$ é um estimador não tendencioso de y.). No caso particular em que se verifica a equação (1),

$$\| (I - E_L) y \|^2$$

representa a variância de y condicional ao conjunto de informações L.

Em muitos problemas de expectativas racionais precisaremos associar diferentes conjuntos de informações. Como ponto de partida para a análise, sejam L e M dois conjuntos de informações tais que $L \subset M$. Designemos por W o conjunto dos vetores de M ortogonais a qualquer vetor de L, isto é:

$$W = \left\{ w \mid x \in M;\ (w, x) = 0 \text{ para todo } x \in L \right\}$$

W é um subespaço de H, pois toda combinação linear de elementos de W pertence a H (Não se trata, porém, de um conjunto de informações, pois o conjunto dos reais não está contido em W). Indiquemos por $R = E_W$ a projeção ortogonal sobre W. Notemos em primeiro lugar que, como W e L são ortogonais:

$$RE_L = E_L R = 0 \qquad (2)$$

Observemos agora que todo vetor $z \in M$ decompõem-se na forma $z = E_L z + Rz$. Com efeito, $z = E_L z + (I - E_L)z$. $(I - E_L)z$ é um vetor de M ortogonal a todo vetor de L, e portanto pertence a W. Logo

$$(I - E_L)z = R(I - E_L)z = Rz - RE_L z = Rz.$$

Provaremos a seguir que $E_M = E_L + R$, isto é:

$$R = E_M - E_L \qquad (3)$$

Para isso basta demonstrar que, se y é um vetor qualquer de H, $(E_L + R)y$ pertence a M e $y - (E_L + R)y$ é ortogonal a qualquer vetor de z de M. Como L e W estão contidos em M, é imediato que $(E_L + R)y$ pertence a M. Por outro lado, se $z = E_L z + Rz$ é um vetor qualquer de M:

$$[y - (E_L + R)y,\ E_L z + Rz] = [\ (I - E_L)y,\ E_L z] + [\ (I - R)y,\ Rz\ ] -$$

$$- (Ry,\ E_L z) - (E_L y,\ Rz) = 0$$

Já que as quatro parcelas do segundo membro são produtos escalares vetores ortogonais.

A equação (3) interpreta o operador R como revisor de projeções: se o conjunto de informações se amplia de L para M, a projeção de uma variável aleatória y muda de $E_L y$ para $E_M y$, isto é, sofre uma revisão igual a $Ry = (E_M - E_L)y$.

Das relações (2) e (3) deduz-se imediatamente a chamada "lei das projeções iteradas":

$$E_L E_M = E_M E_L = E_L \qquad (4)$$

Note-se também que, para qualquer constante c, $E_M c = E_L c = c$, e que portanto:

$$Rc = 0 \qquad (5)$$

Um caso particular importante é aquele em que M tem exatamente uma dimensão a mais do que L. Especificamente, suponhamos que M seja o subespaço de H gerado por $\{L\} \cup \{z\}$, onde z é um vetor não pertencente a L. No caso, o conjunto W dos vetores de M ortogonais a L expressa-se por:

$$W = \left\{ \alpha \, (z - E_L z) \mid \alpha \text{ real} \right\}$$

Daí se segue que, para todo $y \in H$:

$$Ry = (E_M - E_L)y = \alpha_y \, (z - E_L z)$$

A constante α_y pode ser determinada lembrando-se que

$$(I - E_M)y = (I - E_L)y - Ry$$

deve ser ortogonal a z.

$$\alpha_y \, [\, (I - E_L)\, z,\ z\,] = [\, (I - E_L)\, y,\ z\,]$$

e que, portanto:

$$Ry = \frac{[\,(I - E_L)y,}{[\,(I - E_L)z,} \; (I - E_L)z \qquad (6)$$

Essa é a fórmula da.
do problema da extração do sinal e na dedução da teoria de Lucas da curva de Phillips.

3 — Um modelo macroeconômico com expectativas racionais

Ilustremos com um modelo macroeconômico bastante simples o método das expectativas racionais. Suponhamos que a oferta agregada de uma economia, no período t, se descreva pela relação log-linear:

$$y_t = a_t + b\,(p_t - w_t) + u_t \qquad (7)$$

onde y_t, p_t e w_t indicam, respectivamente, os logarítmos do produto real, do nível geral de preços e do salário nominal; a_t e b são constantes, a primeira podendo variar de um período para outro; u_t é um choque aleatório de oferta tal que:

$$E_{t-1}\, u_t = 0 \tag{8}$$

E_{t-1} indicando a projeção ortogonal sobre o conjunto de informações L_{t-1} disponível no início do período t.

Admitamos que os salários nominais sejam contratados no início do período de modo a igualar a oferta e a procura "ex—ante de mão de obra":

$$E_{t-1}\, \hat{y}_t = a_t + b(E_{t-1}\, p_t - w_t) \tag{9}$$

$\hat{y}_t$ indicando o logaritmo do produto real a pleno emprego.
na versão Gray—Fischer da curva de Phillips que os salários nominais sigam a regra contratual acima, e que o emprego efetivo se determine pela curva de demanda "ex—post" de mão de obra. Isso implica que o produto e os preços efetivos se combinem de acordo com a curva de oferta agregada (7). Subtraindo-se as equações (7) e (9), chega-se à relação de Phillips:

$$y_t - E_{t-1}\, \hat{y}_t = b(I - E_{t-1})\, p_t + u_t \tag{10}$$

Um choque de oferta pode desviar o produto a pleno emprego do seu valor esperado. O desvio tem o mesmo sinal do choque, mas é amortecido por um coeficiente que depende da natureza do choque. Admitiremos que:

$$\hat{y}_t = E_{t-1}\, \hat{y}_t + cu_t \tag{11}$$

sendo c uma constante positiva mas inferior a 1.

Quanto à demanda agregada, admitiremos que ela se descreve pela equação quantitativa:

$$m_t + v + e_t = p_t + y_t \tag{12}$$

onde m_t indica o logaritmo da oferta de moeda, y uma constante (logaritmo da velocidade-renda esperada) e e_t um choque de demanda tal que:

$$E_{t-1}\, e_t = 0 \tag{13}$$

Completemos a apresentação do modelo. Tratemos de resolvê-lo,

exprimindo as váriáveis endógenas y_t e p_t em função das variáveis exógenas, a oferta de moeda, o produto a pleno emprego e os choques.
técnica consiste em calcular separadamente as componentes esperada e inesperada do produto e dos preços, e depois somar os resultados.

Aplicando o operador E_{t-1} às equações (10) e (12) e lembrando que toda projeção ortogonal é independente, isto é,

$$E^2_{t-1} = E_{t-1}:$$

$$E_{t-1}\, y_t - E_{t-1}\, \hat{y}_t = 0$$

$$E_{t-1}\, m_t + v = E_{t-1}\, p_t + E_{t-1}\, y_t$$

Entrando com a equação (11), segue-se que:

$$E_{t-1}\, y_t = \hat{y}_t - cu_t \qquad (14)$$

$$E_{t-1}\, p_t = E_{t-1}\, m_t + y - \hat{y}_t + cu_t \qquad (15)$$

Apliquemos agora às equações (10) e (12) o operador $I - E_{t-1}$ (também idempotente):

$$(I - E_{t-1})\, y_t = b(I - E_{t-1})\, p_t + u_t$$

$$(I - E_{t-1})\, m_t + e_t = (I - E_{t-1})\, p_t + (I - E_{t-1})\, y_t$$

Resolvendo o sistema de equações acima, encontra-se:

$$(I - E_{t-1})\, y_t = \frac{be_t + b(I - E_{t-1})\, m_t + u_t}{1 + b} \qquad (16)$$

$$(I - E_{t-1})\, p_t = \frac{e_t + (I - E_{t-1})\, m_t + u_t}{1 + b} \qquad (17)$$

Somando as componentes esperadas e inesperadas dos preços e do produto, obtém-se finalmente:

$$y_t = \hat{y}_t + \frac{be_t + b(I - E_{t-1})\, m_t + [1 - c\,(1 + b)\,]\, u_t}{1 + b} \qquad (18)$$

$$p_t = m_t + y - \hat{y}_t + \frac{e_t - b(I - E_{t-1})\, m_t - [1 - c\,(1 + b)]\, u_t}{1 + b} \tag{19}$$

Duas observações devem ser extraidas desses resultados. Em primeiro lugar a pol
$(I - E_{t-1})\, m_t$.
mesmo conjunto de informações, $(I - E_{t-1})\, m_t$ indica um erro acidental na condução da pol
é a inspiração do teorema da neutralidade que será discutido na seção **7**.

Em segundo lugar, como seria de se prever, os choques de demanda afetam produto e preços no mesmo sentido, os de oferta em sentidos opostos. Contudo não é certo **a** priori que $1 - c\,(1 + b)$ seja positivo. Se esse coeficiente for negativo, o desvio do produto em relação ao pleno emprego terá sinal contrário ao do choque de oferta. Em suma, um deslocamento imprevisto para cima na curva de oferta agregada pode trazer o produto abaixo do pleno emprego. A explicação econômica para essa aparente anomalia é a seguinte: se a curva de oferta agregada sofre um deslocamento imprevisto para cima, o produto a pleno emprego será subestimado, no momento da contratação dos salários. Como os preços são projetados a partir da equação quantitativa, na medida em que os agentes econômicos prevejam corretamente a oferta de moeda, a subestimativa do produto implica a superestimativa dos preços, a qual se tansmite aos salários nominais contratados. **A** curva de demanda de mão de obra também se desloca para cima, com o choque favorável de oferta. Mas pode acontecer que esse deslocamento não seja suficiente para compensar o efeito, sobre os salários nominais, da superestimativa dos preços no momento em que se firmam os contratos de trabalho.

A discussão acima destaca o papel fundamental da constante c da equação (11), a qual correlaciona as alteraçãoes do produto a pleno emprego aos deslocamentos da curva de oferta agregada. Se supusermos que o choque de oferta provém de um deslocamento imprevisto na função de produção agregada, teremos: $c = (1 + \delta) \,/\, (1 + \delta + b)$ onde δ indica a elasticidade da oferta de mão de mão de obra em relação ao salário real. Valores positivos para essa elasticidade tornam negativo o coeficiente $1 - c\,(1 + b)$.

4 - Curvas IS e LM e equilíbrios múltiplos com expectativas racionais

Mantenhamos a descrição da oferta do modelo anterior, a qual se resume nas equações já vistas:

$$y_t - E_{t-1}\, \hat{y}_t = b(I - E_{t-1})\, p_t + u_t \tag{10}$$

$$\hat{y}_t = E_{t-1}\, \hat{y}_t + cu_t \qquad (11)$$

mas substituamos a descrição quantitativa da demanda agregada pelo par de curvas IS e LM:

$$y_t = C_t - D[r_t - E_{t-1}(p_{t+1} - p_t)] + e_{1t} \qquad \text{(Curva IS)} \qquad (20)$$

$$m_t - p_t + G + e_{2t} = Fy_t - Br_t \qquad \text{(Curva LM)} \qquad (21)$$

onde as letras maiúsculas indicam constantes (o coeficiente C_t da curva IS podendo deslocar-se no tempo), onde r_t representa a taxa nominal de juros no período t, onde e_{1t} e e_{2t} indicam o choque real de demanda e o choque monetário, respectivamente. Suporemos que todos os choques sejam imprevistos, isto é:

$$E_{t-1}\, u_t = E_{t-1}\, e_{1t} = E_{t-1}\, e_{2t} = 0 \qquad (22)$$

Admitamos que o Governo administre a oferta monetária como variável de política, deixando flutuar livremente a taxa de juros. Eliminando r_t entre as equações (20) e (21) chega-se a uma equação do tipo:

$$m_t - p_t + V_t + e_t = Ay_t - B\, E_{t-1}(p_{t+1} - p_t) \qquad (23)$$

onde as constantes A e V_t obtêm-se imediatamente a partir de C_t, D, F e B, e onde e_t é uma combinação linear dos choques e_{1t} e e_{2t}.

As componentes inesperadas do produto e dos preços calculam-se facilmente. Aplicando o operador $I - E_{t-1}$ às equações (10) e (23), obtém-se:

$$(I - E_{t-1})\, y_t = b(I - E_{t-1})\, p_t + u_t$$

$$(I - E_{t-1})\, p_t + A\,(I - E_{t-1})\, y_t = (I - E_{t-1})\, m_t + e_t$$

de onde se segue que:

$$(I - E_{t-1})\, y_t = \frac{b(I - E_{t-1})\, m_t + be_t + u_t}{1 + Ab} \qquad (24)$$

$$(I - E_{t-1})\, p_t = \frac{(I - E_{t-1})\, m_t + e_t - Au_t}{1 + Ab} \qquad (25)$$

A componente prevista do produto real também se determina facilmente. Como na seção anterior, chegamos a:

$$E_{t-1}\, y_t = E_{t-1}\, \hat{y}_t = \hat{y}_t - cu_t \qquad (14)$$

A complicação surge agora com a componente esperada dos preços. Aplicando-se o operador E_{t-1} à equação (23) obtém-se:

$$E_{t-1}\, m_t + y_t = AE_{t-1}\, y_t + (1+B)\, E_{t-1}\, p_t - BE_{t-1}\, p_t - BE_{t-1}\, p_{t+1} \qquad (26)$$

o que indica que a expectativa de preços para o período t não depende apenas de m_t, mas também do nível de preços esperado para o período $t + 1$. Este último dependerá da expectativa de preços para o período $t + 2$, e assim sucessivamente.

Estamos diante de uma equação estocástica de diferenças finitas que precisa ser resolvida para a frente. Para isso, avancemos inicialmente de i períodos a equação monetária (23):

$$m_{t+i} - p_{t+i} + V_{t+i} + e_{t+i} = Ay_{t+i} - BE_{t+i-1}\, (p_{t+i+1} - p_{t+i})$$

Admitamos agora que a informação passada não se perca, e que, por isso, o conjunto de informações no início do período $t + i$ contenha o conjunto de informações do início do período t. Pela lei das projeções iteradas (4),

$$E_{t-1}\; E_{t+i-1} = E_{t-1}.$$

Aplicando o operador E_{t-1} à equação acima, segue-se que:

$$E_{t-1}\, m_{t+i} + V_{t+i} = AE_{t-1}\, y_{t+i} + (1+B)\, E_{t-1}\, p_{t+i} - BE_{t-1}\, p_{t+i+1} \qquad (27)$$

Lembremos agora que pela equação (10) avançada de i períodos:

$$y_{t+i} - E_{t+i-1}\, \hat{y}_{t+i} = b(I - E_{t+i-1})\, p_{t+i} + u_{t+i}$$

sendo $E_{t+i-1}\, u_{t+i} = 0$. Mais uma vez, pela lei das projeções iteradas:

$$E_{t-1}\, y_{t+i} = E_{t-1}\, \hat{y}_{t+i}$$

Introduzamos agora, para simplificar a notação, a variável auxiliar:

$$\tilde{m}_t = m_t + V_t - A\hat{y}_t \qquad (28)$$

Das considerações acima e das equações (26) e (27), conclui-se que:

$$E_{t-1}\,\tilde{m}_t = (1 + B)\,E_{t-1}\,p_t - BE_{t-1}\,p_{t+1}$$

$$E_{t-1}\,\tilde{m}_{t+1} = (1 + B)\,E_{t-1}\,p_{t+1} - BE_{t-1}\,p_{t+2}$$

. . . .

$$E_{t-1}\,\tilde{m}_{t+n} = (1 + B)\,E_{t-1}\,p_{t+n} - BE_{t-1}\,p_{t+n+1}$$

E, portanto:

$$E_{t-1}\,p_t = \left(\frac{1}{B+1}\right)\sum_{i=0}^{n}\left(\frac{B}{B+1}\right)^i E_{t-1}\,\tilde{m}_{t+i} + \left(\frac{B}{B+1}\right)^{n+1} E_{t-1}\,p_{t+n+1} \qquad (29)$$

A chamada "solução estável" para o problema se obtém associando à equação acima duas hipóteses adicionais:

a) a série $\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{B}{B+1}\right)^i E_{t-1}\,\tilde{m}_{t+i}$ converge;

b) $$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{B}{B+1}\right)^n E_{t-1}\,p_{t+n} = 0 \qquad (30)$$

Neste caso, passando ao limite a equação (29), chega-se à expressão da solução estável:

$$(B+1)\,E_{t-1}\,p_t = \sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{B}{B+1}\right)^i E_{t-1}\,\tilde{m}_{t+1} \qquad (31)$$

A título de exemplo, se se supõe $E_{t-1}\,\tilde{m}_{t+i} = \tilde{m}$, para todo $i \geqslant 0$, chega-se a $E_{t-1}\,p_t = \tilde{m}$.

Como p_t indica o logaritmo do nível geral de preços, a condição de transversalidade (30) se verifica desde que se admita que: i) $E_{t-1}\,p_t$ existe; ii) as taxas esperadas de variação de preços são limitadas, isto é, existe um número real **M** tal que, para todo $i \geqslant 0$:

$$\| E_{t-1} (p_{t+i+1} - p_t) \| < M$$

Com efeito, dessa desigualdade resulta:

$$\| E_{t-1} p_{t+n} \| \leqslant \| E_{t-1} p_t \| + Mn$$

o que implica:

$$\lim_{n \to \infty} \left(\frac{B}{B+1} \right)^n E_{t-1} p_{t+n} = 0.$$

Desde que o espaço H das variáveis aleatórias seja completo (isto é, um espaço de Hilbert), uma hipótese análoga quanto às variações esperadas de $\tilde{m}_{t+1}$ assegura a convergência da série:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{B}{B+1} \right)^i E_{t-1} \tilde{m}_{t+1}.$$

Por mais plausíveis que sejam essas considerações, elas se baseiam em hipóteses adicionais à de expectativas racionais. Matematicamente, se o modelo admite uma solução estável descrita pelo processo estocástico $\{p_t\}$ (determinado pela soma das equações (25) e (31), qualquer que seja a constante K, o processo estocástico:

$$\tilde{p}_t = p_t + K \left(\frac{B+1}{B} \right)^t \tag{32}$$

satisfaz às equações do modelo. A equação acima descreve a possibilidade de uma combustão espontânea da inflação (ou da deflação), de origem puramente psicológica, mas que é perfeitamente compatível com as equações do modelo e com a hipótese de expectativas racionais. Fica assim demonstrada a possibilidade de equilíbrios múltiplis com expectativas racionais. No caso, ao invés da condição de transversalidade (30) temos:

$$\lim_{n \to \infty} \left(\frac{B}{B+1} \right)^n E_{t-1} \tilde{p}_{t+n} = \left(\frac{B+1}{B} \right)^t$$

Fora a possibilidade de equilíbrios múltiplos, resta uma outra ainda mais dramática: a de inexistência do equilíbrio. Basta, para tanto, que o segundo membro da equação (29) não convirja.

Até agora supusemos que o Governo fixasse a oferta de moeda como variável de política, deixando que o mercado determinasse a taxa de juros. Suponhamos que o Governo faça o contrário, fixando a taxa de juros em r (constante no tempo, para simplificar a análise), e deixando que a oferta de moeda corra como variável endógena.

No caso, a evolução do produto e dos preços se descreve pelas equações de oferta (10) e (11) e pela curva IS (20). A curva LM serve apenas para determinar, como variável endógena, a oferta de moeda.

Mais uma vez, o produto e a componente imprevista dos preços se determinam facilmente. Com os algebrismos de praxe chega-se a :

$$y_t = E_{t-1}\,\hat{y}_t + e_{1t} = \hat{y}_t - cu_t + e_{1t} \qquad (33)$$

$$(I - E_{t-1})\,p_t = \frac{e_{1t} - u_t}{b} \qquad (34)$$

A complicação surge novamente com a componente esperada dos preços. Aplicando o operador E_{t-1} à equação (20) e, lembrando que

$$E_{t-1}\,y_t = E_{t-1}\,\hat{y}_t:$$

$$DE_{t-1}(p_{t+1} - p_t) = E_{t-1}\,\hat{y}_t + Dr - C_t$$

Resolvendo para a frente essa equação de diferenças finitas, chega-se a:

$$E_{t-1}\,p_t = D^{-1}\sum_{i=0}^{n}(C_{t+1} - r - E_{t-1}\,\hat{y}_{t+1}) \qquad (35)$$

Não há, no caso, como estabelecer uma condição de transversabilidade econômica razoável, a qual exigiria que se estipulasse um limite para $E_{t-1}p_{t+n}$. Mais uma vez estamos diante de um problema com equilíbrios múltiplos. Nenhuma solução se distingue no caso como estável: se o processo estocástico $\{p_t\}$ soluciona o problema, e se $\{z_t\}$ é um outro processo estocástico tal que

$$E_{t-1}\,z_t = E_{t-1}\,z_{t+1} = z_t$$

então $\{p_t + z_t\}$ também é solução do problema. Em suma, concluimos, na linha de Wicksell, que o controle da taxas de juros leva à indeterminação dos preços.

5 — O problema da extração de sinal

Façamos um breve interlúdio para examinar a mais elementar das aplicações da fórmula de revisão recursiva (6): o problema da extração do sinal.

Uma variável aleatória observável z decompõe-se num sinal y e num ruido u:

$$z = y + U \qquad (36)$$

Tanto o sinal como o ruido têm esperança matemática zero e são não correlacionados:

$$Ey = Eu = Euy = 0 \qquad (37)$$

Conhecem-se as variâncias Ey^2 e Eu^2 do sinal e do ruido. Essas hipóteses implicam $Ez = 0$ e $Ez^2 = Ey^2 + Eu^2$.

O problema da extração do sinal consiste em estimar y a partir da observação de z. Para tanto basta aplicar a fórmula (6), feitas as seguintes observações:

a) antes da observação de z, $E_L z = E_L y = 0$;

b) isto posto, a estimativa $E_z y$ de y a partir de z é igual à revisão Ry da projeção de y pelo conhecimento de z. Assim, pela fórmula da revisão recursiva:

$$E_z y = Ry = \frac{(y, z)}{(z, z)} z$$

Notando que

$$(y, z) = (y, y + u) = Ey^2$$

e que

$$(z, z) = Ez^2 = Ey^2 + Eu^2,$$

obtém-se:

$$E_z y = \frac{Ey^2}{Ey^2 + Eu^2} z \qquad (38)$$

que é a famosa fórmula da extração do sinal. Ela indica que o sinal estimado a partir da observação de z é uma fração de z igual à relação entre as variâncias de y e z. Essa fração é tanto maior quanto menor for a relação entre a variância do ruido e a do sinal.

O problema é a inspiração da versão de Lucas da curva de Phillips que será discutida na próxima seção.

6 -- O modelo de Lucas da curva de Phillips

O modelo de Lucas da curva de Phillips imagina uma economia onde n empresas produzam um mesmo bem, cada uma delas recebendo o preço que o mercado determinar. Os preços costumam variar de uma empresa para outra, por causa das imperfeições do sistema de informações.

Supõe-se que, no período t, o logaritmo da capacidade normal de produção da i–ésima empresa seja $\hat{y}_{it}$. A empresa toma suas decisões de produção após conhecer o logaritmo p_{it} do preço que lhe será pago, embora desconhecendo os preços contratados com as outras empresas, e portanto o logaritmo p_t do nível médio de preços. O logaritmo y_{it} da quantidade efetivamente produzida se desviará para mais ou para menos de $\hat{y}_{it}$ de acordo com a curva de oferta:

$$y_{it} - \hat{y}_{it} = b(p_{it} - E_{L_i} p_t) + k (y_{i, t-1} - \hat{y}_{i, t-1}) \qquad (39)$$

L_i indica o conjunto de informações usado pela empresa i ao tomar as suas decisões de produção para o período t. Supõe-se que L_i se obtenha acrescentando, a um conjunto de informações L comum a todas as empresas, o preço p_{it} conhecido apenas pela i–ésima empresa. Em suma, L_i é o subespaço gerado por $L \cup \{ p_{it} \}$; b e k são constantes positivas, sendo $0 < k < 1$. A presença de k na equação acima pode justificar-se por custos de ajustamento.

Suponhamos que:

$$p_{it} = p_t + u_{it} \qquad (40)$$

sendo:

$$E_L u_{it} = E (p_t u_{it}) = 0 \qquad (41)$$

No caso, u_{it} indica o estímulo ou desestímulo de preços relativos recebido pelo i–ésimo produtor. É natural supor $E_L u_{it} = 0$. A hipótese de que p_t e u_{it} sejam não correlacionados é aceitável desde que se considere desprezível a influência de cada empresa no índice médio de preços. Suporemos que a variância de u_{it}:

$$Eu_{it}^2 = \sigma^2 \tag{42}$$

seja conhecida pela i–ésima empresa. Essa é mais uma das hipóteses heróicas do exercício.

Designemos agora por:

$$s^2 = \| (I - E_L) p_t \|^2 \tag{43}$$

a variância da componente inesperada do logaritmo da média dos preços. Suporemos que p_{t-1} pertença ao conjunto L das informações comuns a todas as empresas, e que, portanto

$$(I - E_L) p_{t-1} = 0.$$

Nessas condições, como

$$(I - E_L) p_t = (I - E_L)(p_t - p_{t-1}),$$

s^2 indica a variância da componente inesperada da taxa de inflação. Se os choques forem normalmente distribuidos, s^2 será a variância da taxa de inflação condicional a L.

Interessa-nos exprimir a curva de oferta (39) em função do subconjunto L de informações comuns a todas as empresas. Para tanto notemos que

$$E_{L_i} p_t - E_L p_t$$

é a revisão $R_i p_t$ decorrente da aquisição, pela i–ésima empresa, de uma única nova informação, o preço . revisão recursiva (6):

$$R_i p_t = \frac{[(I - E_L) p_t, p_{it}]}{[(I - E_L) p_{it}, p_{it}]} (I - E_L) p_{it}$$

Introduzindo na fórmula acima a expressão de p_{it} dada pelas equações (40) e (41) e lembrando que:

$$[(I - E_L) p_t, p_t] = \| (I - E_L) p_t \|^2 = s^2$$

$$(E_L p_t, u_{it}) = (p_t, E_L u_{it}) = 0$$

$$(I - E_L) p_{it} = p_{it} - E_L p_t$$

obtém-se:

$$E_{L_i} p_t = E_L p_t + R_i p_t = \frac{\sigma^2}{s^2 + \sigma^2} E_L p_t + \frac{s^2}{s^2 + \sigma^2} p_{it}$$

e, por conseguinte:

$$y_{it} - \hat{y}_{it} = b \frac{\sigma^2}{s^2 + \sigma^2} (p_{it} - E_L p_t) + c (y_{i,t-1} - \hat{y}_{i,t-1})$$

Agregemos a relação acima. Para tanto atribuamos pesos positivos de soma unitária ($a_1, a_2, \ldots, a_n$) às diversas empresas, e suponhamos que

$$Eu_{it}^2 = \sigma^2$$

seja o mesmo para todas elas. Entendendo que os índices de preços e produto real se calculam pelas fórmulas geométricas:

$$p_t = \sum_{i=1}^{n} a_i p_{it}; \qquad y_t = \sum_{i=1}^{n} a_i y_{it}$$

chega-se à relação de Phillips na versão de Lucas:

$$y_t - \hat{y}_t = b \frac{\sigma^2}{s^2 + \sigma^2} (I - E_L) p_t + k(y_{t-1} - \hat{y}_{t-1}) \qquad (44)$$

Lucas implicitamente supõe que a variância dos preços relativos, σ^2 seja independente da variância da componente inesperada da taxa de inflação, s^2. A primeira, presumivelmente, reflete mudanças reais na economia. A segunda depende primordialmente da instabilidade monetária. Isto posto, obtêm-se as seguintes conclusões:

a) a resposta dos agentes econômicos aos estímulos de preços é tanto menor quanto mais instável for a faixa de inflação. Ao receber as propostas de preços, cada agente trata de distinguir o sinal (variação no preço relativo do seu produto) do ruido (variação da taxa de inflação). O aproveitamento do estímulo é tanto menor quanto maior a imprevisibilidade da taxa de inflação;

b) a inclinação da curva de Phillips não é um parâmetro estrutural da economia, mas uma variável dependente da política econômica. Quanto maior a imprevisibilidade da taxa de inflação, menor o efeito sobre o produto real de um ponto percentual de inflação imprevista;

c) as estimativas econométricas da relação de Phillips subentendem um certo padrão de política econômica, ao qual se associa determinada variância da componente imprevista da taxa de inflação. Assim sendo, elas se tornam incapazes de fornecer previsões aceitáveis no momento em que a mudança da política econômica altera a estimativa de s^2.

7 – Teoremas da ortogonalidade e neutralidade

Aos modelos econômicos lineares com expectativas racionais aplica-se um teorema geral bastante importante, o da ortogonalidade, e que pode ser enunciado nos seguintes termos: "seja L o maior conjunto de informações com base no qual o Governo possa tomar decisões de política econômica para o período t; então, qualquer que seja a variável endógena x_t relativa a esse período, $(I - E_L)\,x_t$ independe das decisões de política econômica adotadas.

Para a demonstração do teorema basta lembrar que o modelo deve determinar cada variável endógena x_t como função linear dos choques e das decisões de política econômica, passadas, presentes e esperadas para o futuro. Por hipótese, todas essas decisões de política pertencem ao subespaço L. Logo, se z indica uma qualquer entre elas, $(I - E_L)\,z = 0$. Isso significa que nenhuma delas pode afetar $(I - E_L)\,x_t$.

O teorema não exclui a possibilidade de os erros acidentais na execução da política afetarem a componente inesperada de alguma variável endógena. A título de exemplo, no modelo discutido na seção 3, $(I - E_{t-1})\,m_t$ afeta tanto $(I - E_{t-1})\,y_t$ quanto $(I - E_{t-1})\,p_t$, como se explicita nas equações (16) e (17). Apenas esses erros acidentais, pela própria definição, nada têm a ver com as decisões de política.

O teorema da ortogonalidade não suscita controvérsias, limitando-se a afirmar que o esperado não pode influir sobre o imprevisto. Bem mais ambicioso é o teorema da neutralidade, o qual pretende demonstrar que, com expectativas racionais, não há lugar para a política anticíclica. O teorema não exclui a possibilidade de que a política fiscal possa alterar o curso do produto potencial. Mas descarta a hipótese de alguma ação do Governo ser capaz de afetar o hiato $y_t - \hat{y}_t$.

Como se disse na seção 1, para provar o teorema da neutralidade não basta supor que as expectativas sejam racionais no sentido de Muth: é preciso recorrer a hipóteses complementares bem mais ousadas. Na versão mais extremada admite-se que todos os contratos sejam condicionais aos estados da natureza, tal como no modelo de Arrow–Debreu com incerteza. Nessa versão, as expectativas não desempenham qualquer papel nos contratos, e portanto nem precisam ser racionais. Embora muito elegante, a hipótese é por demais irrealista, não só por causa dos problemas de incerteza moral, mas sobretudo pelos custos de especificar todos os possíveis estados da natureza e posteriormente verificar qual deles ocorreu.

Uma segunda versão do teorema presume uma relação de Phillips que condensa as equações (8), (10) e (11):

$$y_t - \hat{y}_t = (I - E_{t-1}) [\, bp_t + (1 - c)\, u_t \,] \qquad (45)$$

e admite que todas as decisões de política com efeitos no período t pertençam ao conjunto de informações L_{t-1} associado a essa relação. Isso equivale a supor que a duração dos contratos salariais seja igual ao período de apreensão e digestão de novas informações pelas Autoridades.

No caso, o teorema da neutralidade é conseqüência imediata do teorema da ortogonalidade: o segundo membro da equação (45) é ortogonal a qualquer decisão de política. O teorema não apenas assegura a impotência da política anticíclica, como a possibilidade de combater a inflação sem qualquer recessão temporária.

É plausível supor que todos os hiatos passados

$$y_{t-1} - \hat{y}_{t-1} \; (i \geqslant 1)$$

pertençam ao conjunto de informações L_{t-1} e, com essa hipótese complementar, a relação de Phillips (45) gera uma conclusão ainda mais radical: as flutuações do produto e do emprego são não correlacionadas serialmente. Isso equivale a reduzir a teoria do ciclo econômico à dos ruidos brandos e a atribuir a Grande Depressão da década de 1930 a uma gigantesca epidemia de preguiça.

Como essa conclusão é profundamente indigesta, os partidários do teorema da neutralidade preferem trabalhar com uma relação de Phillips da forma:

$$y_t - \hat{y}_t = (I - E_{t-1}) [\, bp_t + (1 - c)\, u_t \,] + k(y_{t-1} - \hat{y}_{t-1}) \qquad (46)$$

onde se supõe $0 < k < 1$. A questionável presença da constante k costuma atribuir-se aos custos de ajustamento da produção e do emprego. O teorema da neutralidade se obtém, no caso, resolvendo para trás a equação de diferenças finitas acima. Supondo:

$$\lim_{n \to \infty} k^n (y_{t-n} - \hat{y}_{t-n}) = 0$$

chega-se a:

$$y_t - \hat{y}_t = \sum_{i=0}^{\infty} k^i (I - E_{t-i-1}) [\, bp_{t-i} + (1 - c)\, u_{t-1} \,]$$

O teorema da neutralidade prova-se, no caso, notando que não há política econômica que possa afetar

$$(I - E_{t-i-1}) [bp_{t-i} + (1 - c) u_{t-i}] ; \qquad (i \geqslant 0).$$

A política anticíclica continua impotente, assim como continua provável a cura indolor da inflação. Apenas a constante k é agora capaz de gerar um ciclo econômico para o qual não existe terapia.

Toda essa construção se baseia numa hipótese extremamente irrealista, a de que a duração dos contratos salariais não exceda o período de absorção de novas informações pelas Autoridades. Sem essa hipótese cai por terra o teorema da neutralidade. Admitamos, no modelo da seção 3, que o Governo possa agir sobre o período t com base num conjunto de informações L mais amplo do que L_{t-1} e designemos por R o revisor de projeções $R = E_L - E_{t-1}$. Lembrando que $RE_{t-1} = 0$, e aplicando o operador R às equações (18) e (17), obtém-se:

$$R (y_t - \hat{y}_t) = \frac{bRe_t + bRm_t + R [1 - c (1 + b)] u_t}{1 + b} \qquad (47)$$

$$Rp_t = \frac{Re_t + Rm_t - Ru_t}{1 + b} \qquad (48)$$

Está agora aberto o campo para a política monetária ativista, quer no sentido de estabilizar o produto, quer no sentido de estabilizar preços. A razão é que os salários nominais, sendo temporariamente rígidos, podem-se desviar, com os choques de demanda e oferta, da posição de equilíbrio compatível ou com o pleno emprego ou com a realização dos preços previstos. Na medida em que os choques são percebidos, as autoridades monetárias podem indiretamente agir sobre os salários reais, ou de modo a estabilizar o emprego ou de modo a minimizar a imprevisibilidade dos preços.

Suponhamos que o objetivo do Governo seja estabilizar o emprego, minimizando a variância de $y_t - \hat{y}_t$. Desdobrando o hiato do produto nas componentes ortogonais:

$$y_t - \hat{y}_t = (I - E_L) (y_t - \hat{y}_t) + R (y_t - \hat{y}_t)$$

segue-se, pelo teorema de Pitágoras, que:

$$\| y_t - \hat{y}_t \|^2 = \| (I - E_L) (y_t - \hat{y}_t) \|^2 + \| R (y_t - \hat{y}_t) \|^2$$

Como L, por hipótese, é o maior conjunto de informações com base no qual as Autoridades podem agir para o período t, não há política capaz de controlar a primeira parcela do segundo membro, de acordo com o teorema da ortogonalidade. Assim, a política que minimiza a flutuação do emprego é a que minimiza $\| R\,(y_t - \hat{y}_t)\|$. Adotando a regra de política monetária:

$$Rm_t = -R\,(e_t + b^{-1}[1 - c\,(1+b)\,u_t]) \qquad (49)$$

consegue-se tornar $R\,(y_t - \hat{y}_t) = 0$. A regra equivale a absorver na política monetária todos os choques de demanda, e repassar os choques de oferta percebidos para os preços, não deixando que eles afetem o hiato do produto.

Suponhamos agora que o objetivo do Governo seja minimizar a imprevisibilidade dos preços, ou seja, a variância de $(I - E_{t-1})p_t$. Por um raciocínio semelhante ao desenvolvido acima se conclui que a regra ótima de política monetária é aquela que torna $Rp_t = 0$, ou seja:

$$Rm_t = R(u_t - e_t) \qquad (50)$$

a qual neutraliza os choques de demanda pela política monetária, repassando os choques de oferta para o produto.

Se é preferível minimizar as flutuações do emprego, a imprevisibilidade dos preços, ou misturar os dois objetivos em alguma média ponderada, eis uma questão de juízo de valor. O importante na discussão acima é sublinhar a fragilidade das hipóteses que geram o teorema da neutralidade.

8 — Contratos salariais justapostos

Pelo que se discute na seção anterior, o calcanhar de Aquiles do teorema da neutralidade é a hipótese de que a duração dos contratos salariais não exceda o período necessário à absorção de novas informações pelas Autoridades. Como acertar os ponteiros entre patrões e empregados custa um fator escasso, o tempo, os contratos salariais costumam estender-se por prazos bem mais longos. Isso é verdade ainda que todos os agentes econômicos partilhem das mesmas informações acessíveis ao Governo, como freqüentemente se supõe nos modelos de expectativas racionais. Uma economia onde se renegociassem os contratos de trabalho cada vez que mudassem os conjuntos de informações precisaria mais do que um leiloeiro walrasiano: exigiria um leiloeiro que prestasse serviços instantâneos e gratúitos.

Tomemos, pois, como unidade de tempo, o período necessário para que o Governo e demais agentes econômicos absorvam novas informações, e suponhamos que os contratos salariais se estendam por n períodos.

Para simplificar, suponhamos inicialmente que todos os contratos salariais se firmem nas mesmas datas. Imaginemos que o início do período $k + 1$ seja uma dessas datas, quando Governo e setor privado partilham do conjunto de informações L_k. A projeção ortogonal sobre esse conjunto de informações será indicada, como de hábito, por E_k. Suponhamos, como na seção 3, que a oferta agregada da economia se descreva pela relação log-linear:

$$y_t = a_t + b(p_t - w_t)$$

e que os salários sejam contratados de modo a equilibrar, **ex–ante**, a oferta e a procura de mão de obra em cada período. Isso significa que os salários nominais dos períodos $k + 1,\ k + 2,\ \ldots,\ k + n$ serão determinados pelas equações:

$$E_k\,\hat{y}_{k+1} = a_{k+1} + b(E_k\,p_{k+1} - w_{k+1}) + E_k\,u_{k+1}$$

$$E_k\,\hat{y}_{k+2} = a_{k+2} + b(E_k p_{k+2} - w_{k+2}) + E_k u_{k+2}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$E_k\,\hat{y}_{k+n} = a_{k+n} + b(E_k p_{k+n} - w_{k+n}) + E_k\,u_{k+n}$$

A regra acima sugerida de contratação salarial parece algo estranha, já que ele prevê reajustes período a período dos salários nominais. Por certo esses reajustes já estariam especificados no contrato, dispensando novas negociações. Ainda assim, o mais comum é a fixação de um salário nominal uniforme durante todo o período de vigência do contrato. Pode-se admitir que essa uniformidade resulte de uma operação financeira implícita entre a empresa e os seus empregados: calcula-se o salário uniforme de modo a que o valor atual de suas n prestações coincida com o dos n pagamentos determinados pelas equações acima.

Como no modelo de Gray–Fischer, suponhamos que os acordos salariais se cumpram à risca, e que o emprego se determine **ex–post** pela curva de procura efetiva de mão de obra. Chega-se à relação de Phillips:

$$y_t - E_k\,\hat{y}_t = b(I - E_k)\,p_t + (I - E_k)\,u_t$$

Lembrando que os choques de oferta podem desviar o produto potencial dos níveis projatos, de acordo com a relação:

$$\hat{y}_t = E_k\,\hat{y}_t + c(I - E_k)\,u_t:$$

chega-se à equação:

$$y_t - \hat{y}_t = (I - E_k)\ [\ bp_t + (1 - c)\ u_t\ ]$$

onde $t-n \leqslant k < t$, e onde o operador E_k muda de n em n períodos.

O exercício acima parte da hipótese pouco plausível de que todos os acordos salariais se firmem na mesma data. Mais realista é distribuí-los uniformemente no tempo, dividindo a economia em n partes iguais, cada uma com sua época própria de negociação dos salários. Como estamos trabalhando com relações log-lineares, as partes devem agregar-se por índices geométricos. Chega-se assim à relação de Phillips do modelo dos contratos salariais justapostos:

$$y_t - \hat{y}_t = 1/n\ [\ (I-E_{t-1})+(I-E_{t-2}) + \ldots + (I-E_{t-n})\ ]\ [\ bp_t + (1-c)\ u_t\ ] \quad (51)$$

a qual estende o resultado inicialmente apresentado, em 1977, por Stanley Fischer.

Admitamos, como de hábito, que a informação passada não se perca e que, como tal, cada conjunto de informações contenha o precedente, isto é:

$$L_{t-n} \subset \ldots \subset L_{t-2} \subset L_{t-1}.$$

Isto posto, definamos os operadores de revisão:

$$R_{t-i} = E_{t-1} - E_{t-i-1} \qquad (i = 1, \ldots, n-1) \qquad (52)$$

os quais permitem reapresentar a relação (51) na forma:

$$y_t - \hat{y}_t = [\ (I-E_{t-1}) + a_1 R_{t-1} + a_2 R_{t-2} + \ldots + a_{n-1} R_{t-n+1}]\ [bp_t + (1-c)u_t\ ] \qquad (53)$$

onde:

$$a_i = (n-i)\ /\ n$$

Completemos o modelo com a equação quantitativa:

$$m_t + v + e_t = p_t + y_t$$

e tratemos de exprimir $y_t - \hat{y}_t$ e p_t em função das variáveis de política monetária, do produto potencial e dos choques.

Para resolver o sistema, observamos inicialmente que:

$$I = (I - E_{t-1}) + R_{t-1} + R_{t-2} + \ldots + R_{t-n+1} + E_{t-n} \qquad (55)$$

é uma decomposição do operador identidade em operadores idempotentes e mutuamente ortogonais (A identidade (**55**) decorre trivialmente da definição dos operadores de revisão; todas as parcelas do segundo membro são projeções e, portanto, são idempotentes; e o produto de duas quaisquer entre elas é nulo, como facilmente se verifica com a lei das projeções iteradas (**4**)).

Isto posto, apliquemos os diversos operadores do segundo membro da identidade acima à equação de Phillips e à relação quantitativa: com os algebrismos de praxe, conclui-se que:

$$E_{t-n}(y_t - \hat{y}_t) = 0 \qquad (56.a)$$

$$E_{t-n}\,p_t = E_{t-n}(m_t + e_t) + v - \hat{y}_t + c\,(I - E_{t-n})\,u_t \qquad (56.b)$$

$$R_{t-i}(y_t - \hat{y}_t) = \frac{a_i}{1+a_i b}\,R_{t-i}\left\{b(m_t + e_t) + [\,1-c(1-b)\,]\,u_t\right\} \qquad (56.c)$$

$$R_{t-i}\,p_t = \frac{1}{1+a_i b}\,R_{t-i}\left\{m_t + e_t - [\,c+a_i\,(1-c)\,]\,u_t\right\} \qquad (56.d)$$

Definindo $R_t = I - E_{t-1}$ e tomando $a_0 = 1$, as duas últimas expressões fornecem as fórmulas de cálculo de $(I - E_{t-1})y_t$ e $(I - E_{t-1})p_t$. Daí se obtém as soluções do sistema:

$$y_t - \hat{y}_t = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{n-i}{n+b(n-i)}\,R_{t-i}\left\{b(m_t + e_t) + [\,1-c\,(1+b)\,]\,u_t\right\} \qquad (57.a)$$

$$p_t = E_{t-n}(m_t + e_t - cu_t) + v - \hat{y}_t + cu_t + \sum_{i=0}^{n-1} \frac{n}{n+b(n-i)}\,R_{t-i}\left\{m_t + e_t - [c+a_i(1-c)]\,u_t\right\}$$

A equação (53) desdobra o hiato do produto $y_t - \hat{y}_t$ em duas partes

$$(I - E_{t-1})\;[\,bp_t + (1-c)\,u_t\,]$$

e

$$(a_1 R_{t-1} + a_2 R_{t-2} + \ldots + a_{n-1} R_{t-n+1})\;[\,bp_t + (1-c)\,u_t\,].$$

A primeira ortogonal a L_{t-1} que, por hipótese, é o maior conjunto de informações com base no qual as Autoridades podem adotar medidas com efeitos no período t. Essa componente, portanto, não pode ser afetada pela política econômica. Contudo, a segunda componente pertence a L_{t-1} e, como tal, pode ser administrada pelo Governo.

Suponhamos que o objetivo do Governo seja minimizar as flutuações do emprego, ou seja, a variância de $y_t - \hat{y}_t$. Usando a identidade (55) e o teorema de Pitágoras:

$$\|y_t-\hat{y}_t\|^2 = \|(I-E_{t-1})(y_t-\hat{y}_t)\|^2 + \sum_{i=1}^{n-1} \|R_{t-i}(y_t-\hat{y}_t)\|^2 + \|E_{t-n}(y_t-\hat{y}_t)\|^2$$

Notemos agora que, pela equação (53), $E_{t-n}(y_t - \hat{y}_t) = 0$ e que, pelo teorema da ortogonalidade, $(I - E_{t-1})(y_t - \hat{y}_t)$ independe da política econômica. Daí se segue que, se o objetivo do Governo é estabilizar o emprego, a política econômica ótima é aquela que tornar:

$$R_{t-i}(y_t - \hat{y}_t) = 0 \qquad (i = 1, \ldots, n-1) \qquad (58)$$

O sentido dessa equação é o seguinte: presume-se que, com a devida antecedência, o Governo tenha anunciado as suas decisões de política para o período t. Na medida em que se percebam choques de oferta ou demanda que irão exercer seus efeitos no período t, essas decisões devem ser explicitamente revistas de modo a neutralizar impacto desses choques sobre o hiato do produto. No caso de a demanda agregada se descrever pela equação quantitativa.

$$m_t + v + e_t = p_t + y_t,$$

a equação (56.c) fornece a regra monetária ótima:

$$R_{t-1}\, m_t = - R_{t-i}\,[\, e_t + b^{-1}\,(1 - c\,(1+b)\,]\, u_t \qquad (59)$$

a qual generaliza a fórmula (49).

Admitamos agora que o objetivo do Governo seja minimizar a imprevisibilidade dos preços, isto é $(I - E_{t-n})p_t$. Por um argumento semelhante ao acima utilizado, conclui-se que a política econômica deve, no caso, neutralizar os efeitos dos choques percebidos sobre as previsões dos preços, isto é:

$$R_{t-i}\, p_t = 0; \qquad (i = 1, \ldots, n-1) \qquad (60)$$

Caso a demanda agregada se descreva pela equação quantitativa, a relação (56.d) leva à regra ótima de política monetária para minimização da imprevisibilidade dos preços:

$$R_{t-i}\, m_t = R_{t-i}\, [\, (a_i\, (1 - c) + c\,]\, u_t - e_t \qquad (61)$$

O ativismo monetário agora se justifica pela rigidez temporária dos salários nominais. Na ausência de choques de oferta, qualquer objetivo leva à regra ótima $R_{t-i}\, m_t = -\, R_{t-i}\, e_t$ isto é, os choques de demanda percebidos devem ser neutralizados pela política monetária. Os conflitos de política surgem diante dos choques de oferta: se o objetivo é estabilizar o emprego eles devem ser integralmente repassados para os preços, e vice-versa. Segundo Lucas, a opção de política pode afetar os parâmetros da curva de Phillips.

Uma prescrição trivial do modelo é que as Autoridades devem evitar os erros de política monetária, tratando de conseguir que $E_{t-1}\, m_t = m_t$. Supondo, como é plausível, que o erro monetário $(I - E_{t-1})m_t$ e as componentes imprevisíveis $(I - E_{t-1})e_t$ e $(I - E_{t-1})u_t$ sejam variáveis aleatórias não correlacionadas, conclui-se que o primeiro aumenta inutilmente a variância de ambos, o hiato do produto e a taxa de inflação.

Nem o hiato do produto nem $(I - E_{t-n})p_t$ dependem, no modelo, da expectativa inicial $E_{t-n}\, p_t$ do logaritmo dos preços. Na realidade, a regra (61) não estabiliza os preços, mas apenas minimiza a componente imprevista da taxa de inflação (tornando a inflação perfeitamente previsível na ausência de erros de política monetária, isto é, caso $m_t = E_{t-1}\, m_t$). Como não há razão para se desejar, a **priori**, uma instabilidade previsível dos preços que nada acresce ao produto e ao emprego, é plausível completar o modelo com a condição adicional:

$$E_{t-n}\, p_t = p \qquad (62)$$

onde p independe do tempo. Pela equação (56.b), isso implica:

$$E_{t-n} m_t = p - E_{t-n} e_t + \hat{y}_t - v - c(I - E_{t-n})u_t = p + E_{t-n}\, (\hat{y}_t - e_t) - v \qquad (63)$$

Supondo $n = 1$ (isto é, que a duração dos contratos salariais seja igual à da absorção de novas informações pelas Autoridades) e $E_{t-n}\, e_t = 0$, a equação acima justifica uma política monetária com uma taxa de expansão rigorosamente constante, na linha friedmaniana. Sucede que $n = 1$ implica o teorema da neutralidade, que inutiliza o ativismo monetário. Para $n > 1$ a regra de Friedman só pode ser encarada como uma simplificação sem maior fundamento teórico.

9 — Política anti-inflacionária e expectativas racionais

Uma recessão temporária costuma ser o preço do combate à inflação, e isso pode ser explicado por duas razões. Primeiro, é possível que o Governo anuncie sua disposição de freiar a alta de preços, mas que ninguém nela acredite. Esse é o problema da credibilidade. Segundo, ainda que todos admitam a firmeza de propósitos do Governo, muitos contratos de médio e longo prazos, assinados no passado, continuarão regidos pelas antigas expectativas de inflação. Esse é o problema da rigidez inflacionária. Ambas as razões podem ser esclarecidas pelo modelo de contratos salariais justapostos com expectativas racionais.

É claro que os choques de oferta e demanda podem amenizar ou acentuar os efeitos de uma mudança da política monetária. Contudo, como nosso interesse se restringe em analisar os efeitos dessa mudança, construiremos um modelo que abstrai a possibilidade de choques. É importante examinar também os efeitos temporários da política anti-inflacionária sobre a taxa de juros e sobre a velocidade-renda da moeda. Por isso, ao invés de descrever a demanda agregada pela equação quantitativa, usaremos um jogo de curvas IS e LM.

O modelo se baseará na relação de Phillips do modelo de contratos salariais justapostos (53) e nas curvas IS e LM (20) e (21), com a eliminação dos choques, e com as seguintes simplificações:

i) indicaremos por $h_t = y_t - \hat{y}_t$ o hiato do produto;

ii) admitiremos que a taxa real de juros compatível com o pleno emprego seja constante no tempo. Isso equivale a admitir, na equação (20) que a constante $C_t = C + \hat{y}_t$.

Isso posto, as relações do modelo expressam-se por:

$$h_t = [(I - E_{t-1}) + a_1 R_{t-1} + \ldots + a_{n-1} R_{t-n+1}] bp_t \qquad (64)$$

$$h_t = C - D [r_t - E_{t-1} (p_{t+1} - p_t)] \qquad (65)$$

$$m_t - p_t + G = F (\hat{y}_t + h_t) - Br_t \qquad (66)$$

Como no modelo da seção (4), é oportuno eliminar a taxa nominal de juros r_t entre essas duas últimas equações. Obtém-se:

$$\tilde{m}_t - p_t = Ah_t - B E_{t-1} (p_{t+1} - p_t) \qquad (67)$$

onde:

$$A = F + B / D \qquad (68.a)$$

$$\tilde{m}_t = m_t - F\hat{y}_t + G + BC/D \qquad (68.b)$$

Suponhamos que, até o final do período 0, a economia viva num regime de taxa constante e perfeitamente esperada de inflação: $\tilde{m}_t$ e p_t crescem em progressão aritmética de razão k, igual à taxa de inflação. O produto equilibra-se a pleno emprego, isto é, $h_t = 0$. Pela relação (65), a taxa real de juros mantém-se estável em C/D. Logo, a taxa nominal também se mantém inalterada em k + C/D. Pela equação (67), $\tilde{m}_t = p_t - Bk$.

No período 0 o Governo anuncia sua decisão de estabilizar os preços a partir do período 1, mantendo $p_t = p_0$ para $t \geqslant 1$, e ninguém duvida de que o Governo realizará os seus propósitos. Essa decisão é acompanhada do anúncio de um programa monetário consistente com a estabilização dos preços, o qual será examinado mais adiante.

O anúncio da política de estabilização provoca, no período 0, uma revisão das projeções dos preços a partir do período 1. Antes se esperava que o seu logaritmo crescesse em progressão aritmética de razão k. Agora se admite que eles se estabilizem em p_0. Tem-se, assim:

$$R_0\, p_t = -kt \qquad (69)$$

para todo $t \geqslant 1$.

Essa revisão é a razão de ser dos efeitos temporários da política de combate à inflação sobre o produto e o emprego pois, até o período n − 1, continuam em vigor contratos salariais firmados com base nas antigas expectativas inflacionárias. Aplicando o operador R_{t-i} à equação (64) conclui-se que

$$R_{t-i}\, h_t = a_i\, bR_{t-i}\, p_t.$$

Fazendo

$$i = t,\ R_0\, h_t = a_t\, bR_0\, p_t.$$

Lembrando que $h_t = R_0 h_t$ e entrando com as relações (54) e (69):

$$h_t = -\frac{b\,kt(n-t)}{n}; \qquad (1 \leqslant t \leqslant n-1) \qquad (70)$$

Essa fórmula dimensiona o sacrifício de combate à inflação: a recessão se aprofunda até o período n/2, e daí por diante se abranda; a partir do período n, a economia volta a funcionar em pleno emprego.

Vejamos agora qual o programa monetário consistente com a política anti-inflacionária traçada. Para $t > 0$, $p_t = p_o$ e $E_{t-1}(p_{t+1} - p_t) = 0$. Logo, pela equação (67):

$$\tilde{m}_t = p_o - \frac{Abkt\,(n - t)}{n}\,; \qquad \text{para } 1 \leqslant t \leqslant n - 1$$

$$\tilde{m}_t = p_o\,; \qquad \text{para } t \geqslant n \tag{71}$$

Essa política monetária consegue a estabilização dos preços pretendida desde que se verifique a condição de transversabilidade (30). É interessante examinar o sinal das variações de $\tilde{m}_t$:

i) no período 0, $\tilde{m}_o = p_o - Bk$, por causa da antiga expectativa inflacionária. Logo:

$$\tilde{m}_1 - \tilde{m}_o = \left(k / n\right)[\,nB - Ab\,(n - 1)\,]$$

expressão que torna ambíguo o sinal de $\tilde{m}_1 - \tilde{m}_o$. Há uma componente positiva, pois a queda da expectativa inflacionária aumenta a demanda de moeda, e uma componente negativa, pois a economia entra em recessão no período 1, o que diminui a demanda de moeda:

ii) para $1 \leqslant t \leqslant n-1$:

$$\tilde{m}_{t+1} - \tilde{m}_t = -\,[\,Abk\,(n - 2t - 1)\,] / n$$

Daí se conclui que $\tilde{m}_t$ cai enquanto a recessão se aprofunda, expandindo-se no período de recuperação;

iii) para $t \geqslant n$, $\tilde{m}_t = p_o$;

iv) $\tilde{m}_n - \tilde{m}_o = Bk$: no total, o programa de combate à inflação comporta um aumento de meios de pagamento correspondente à expansão da demanda de moeda pela queda da taxa esperada de inflação.

Vejamos agora os efeitos do programa sobre as taxas de juros. Pela equação (65) a taxa real de juros aumenta enquanto se aprofunda a recessão, isto é, enquanto $n - 2\,t + 1$ é positivo, caindo na fase subsequente de recuperação. A partir do período n, a taxa real volta ao nível de equilíbrio a pleno emprego C / D. A temporada de recessão deve-se ao fato de que, entre o período 1 e o período n--1, a taxa real se mantém acima de C / D. Quanto à taxa nominal, a sua variação do período 0 para o período 1 resulta da superposição de dois efeitos de sinais opostos. Um, baixista, correspondente à diminuição da taxa esperada de inflação. Outro, altista, associado ao aumento da taxa real de juros. A partir do período 1, as variações da taxa nominal acompanham as da taxa real. Do período n em diante, a taxa nominal se estabiliza em C/D. Ao longo de todo o programa, isto é, entre o período 0 e o período n, a taxa nominal cai o mesmo que a taxa de inflação, evoluindo da posição inicial $k + C / D$ para a final C / D. Pela equação (65) conclui-se que, para $1 \leqslant t \leqslant n-1$:

$$r_t = (C - h_t) / D$$

onde h_t se expressa pela fórmula (70).

Até agora examinamos os efeitos colaterais de um programa de combate à inflação que contasse com a total credibilidade dos agentes econômicos. Os efeitos temporários sobre o emprego e sobre as taxas reais de juros resultavam da necessidade de respeitar contratos salariais baseados nas antigas expectativas inflacionárias.

Suponhamos que ninguém acreditasse na firmeza dos propósitos do Governo, imaginando que a inflação e a política monetária mantivessem seu antigo curso, embora as Autoridades efetivamente seguissem a política monetária expressa na equação (71). No caso, o anúncio da nova política não teria qualquer impacto sobre as expectativas, que continuariam modeladas pelas regras

$$E_{t-1}\, p_t = p_o + kt, \qquad E_{t-1}\, \tilde{m}_t = p_o + k(t - B), \qquad E_{t-1}\, h_t = 0.$$

Teríamos, no caso:

$$(I - E_{t-1})\tilde{m}_t = Bk - kt - \frac{Abkt(n-t)}{n}; \qquad \text{para } 1 \leqslant t \leqslant n-1 \tag{72}$$

isto é, a ação estabilizadora do Governo seria confundida com mero erro de execução da política monetária. Os efeitos de um tal erro determinam-se facilmente aplicando o operador $I - E_{t-1}$ às equações (64) e (67). Com os algebrismos de praxe, conclui-se que:

$$(I - E_{t-1})\, h_t = \frac{b}{1 + Ab}\, (I - E_{t-1})\, \tilde{m}_t$$

$$(I - E_{t-1})\, p_t = \frac{1}{1 + Ab}\, (I - E_{t-1})\, \tilde{m}_t$$

Introduzamos nessas expressões o valor de $(I - E_{t-1})\, \tilde{m}_t$ indicado pela equação (72) e lembremos que, por hipótese,

$$E_{t-1}\, h_t = 0 \qquad \text{e} \qquad E_{t-1}\, p_t = p_o + kt.$$

Conclui-se que:

$$h_t = \frac{b}{1 + Ab}\left(Bk - kt - \frac{Abkt\,(n-t)}{n}\right)$$

$$p_t = p_o + \frac{k}{1 + Ab}\left(B + \frac{Abt^2}{n}\right) \qquad (1 \leqslant t \leqslant n-1)$$

Em suma, por falta de credibilidade na política do Governo, os preços continuariam subindo. E, para todo período t tal que $t^2 / n > B$, a recessão seria mais profunda do que a indicada pela equação (70). Todo esse exercício sublinha um ponto da maior importância: o êxito de uma política de combate à inflação depende, antes de mais nada, da sua credibilidade.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARRO, R. J. and GROSSMAN (1976)— **Money, employment and inflation.** Cambridge University Press, Cambridge.

BERNSTEIN, E. M. (1974) — "Indexing Money Payments in a large and prolonged inflation". American Enterprise Institute, Washington D.C.

DORNBUSCH, R. (1980) — "Indexation and relative prices" — **Lectures of the Fundação Getúlio** Vargas, Rio de Janeiro (unpublished).

DORNBUSCH, R. and S. FISCHER (1978) — **Macroeconomics** — McGraw—Hill, New York.

FELLNER, W. (1974) — "The controversial issue on comprehensive indexation" — American Enterprise Institute, Washington D.C.

FISCHER, S. (1977) — "Long-term contracts, rational expectations and the optimal money supply rule" — **Journal of Political Economy**, January.

FISCHER, I. (1926) — "A statistical relation between unemployment and price changes". **International Labour** Review, June.

FRIEDMAN, M. (1969) — **The optimum quantity of money and other essays** — Aldine, Chicago.

FRIEDMAN, M. (1974) — "Monetary Correction". American Enterprise Institute, Washington D.C.

GIERSCH, H. (1974) — "Index Clauses and the fight against inflation". American Enterprise Institute, Washington D.C.

GONDON, R. J. (1977) — "The theory of domestic inflation". **American Economic Review**, February.

HALMOS, P. R. (1951) — **Intoduction to hilbert Space and the Theory of Spectral Multiplicity**. CHELSEA, New York.

KAFKA, A. (1974) — "Indexing for Inflation in Brazil". American Enterprises Institute, Washington D.C.

LEMGRUBER, A. C. (1977) — "An analysis of Friedman's hypotheses on monetary correction". **Explorations in Economic Research**, Winter, 1977.

LEMGRUBER A. C. (1978) — **Inflação, Moeda e Modelos Macroeconômicos. O Caso do Brasil.** Fundação Getulio Vargas, Rio de Janeiro.

LERNER, A. (1949) — "The inflationary process — some theoretical aspects". **Review of Economics and Statistics**, August.

LIPSEY, R. G. (1960) — "The relation between unemployment and the rate of change of money wages in the United Kingdom, 1862–57: a further analysis". **Economica**, February.

LUCAS, R. and L. RAPPING (1969) — "Price expectations and the Phillips curve". **American Economic Review**, June.

LUCAS, R. (1973) — "Some international evidence on output-inflation trade-offs". **American Economic Review**, June.

MODGLIANI, F. (1977) — "The monetarist controversy, or should we forsake stabilization policies?". **American Economic Review**, March.

MUTH, J. F. (1960) — "Optimal properties of exponentially Weighted forecasts". **Journal of the American Statistical Association**, June.

MUTH, J. F. (1961) — "Rational expectations and the theory of price movements". **Econometrica**, July.

SARGENT, T. J. (1973) — "Rational Expectations, the real rate of interest and the natural rate of unemployment". **Brookings paper on Economic Activity.**

SARGENT, T. J. (1979) — **Macroeconomics** — Academic Press, New York.

SHILLER, R. (1978) — "Rational Expectations and the dynamic structure of macroeconomic models". **Journal of Monetary Economics**, January.

SIMONSEN, M. H. (1974) — **Macroeconomia**, APEC, Rio de Janeiro.

SIMONSEN, M. H. (1979) — **A teoria da inflação e a controvérsia sobre indexação**, ANPEC, São Paulo.

ZENEZINI, M. (1979) — "Aspetttative inflazionistich, tasso naturale di disocupazione, curva de Phillips: considerazioni teoriche e verifica empirica per l'Italia, 1963–1976". **Rivista di Politica Economica**, January.