

FUNDAÇÃO GETULIO VARGAS
ESCOLA DE MATEMÁTICA APLICADA - FGV/EMAp
CURSO DE GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA APLICADA

**Determinantes Macroeconômicos das Expectativas de
inflação no Brasil**

por

Victor da Fonseca Machado Junqueira

Rio de Janeiro

2015

FUNDAÇÃO GETULIO VARGAS

FUNDAÇÃO GETULIO VARGAS
ESCOLA DE MATEMÁTICA APLICADA - FGV/EMAp
CURSO DE GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA APLICADA

Inflação Implícita como Previsor do IPCA

“Declaro ser o único autor do presente projeto de monografia que refere-se ao plano de trabalho a ser executado para continuidade da monografia e ressalto que não recorri a qualquer forma de colaboração ou auxílio de terceiros para realizá-lo a não ser nos casos e para os fins autorizados pelo professor orientador”

Victor da Fonseca Machado Junqueira

Orientador: Eduardo Fonseca Mendes

Rio de Janeiro

2015

VICTOR DA FONSECA MACHADO JUNQUEIRA

Inflação Implícita Como Previsor do IPCA

“Projeto de Monografia apresentado à Escola de Matemática Aplicada - FGV/EMAp como requisito parcial para continuidade ao trabalho de monografia.”

Aprovado em ____ de _____ de ____ .

Grau atribuído ao Projeto de Monografia: ____ .

Professor Orientador: Eduardo Fonseca Mendes

Escola de Matemática Aplicada

Fundação Getulio Vargas

Sumário

1	Introdução	4
1.1	Motivação	4
1.2	Expectativas de inflação	4
1.3	Inflação implícita	5
2	Revisão da Literatura	7
3	Descrição dos Dados	8
4	Modelo Linear	10
4.1	Modelo	10
4.2	Resultados	12
5	Modelo Dinâmico	16
5.1	Modelo	16
6	Filtro de Kalman	18
7	Referências	19

1 Introdução

1.1 Motivação

A inflação é um dos indicadores mais relevantes da saúde econômica de um país, assim como o PIB e taxa de desemprego, uma vez que influencia decisões sobre investimento e políticas públicas e econômicas de curto e longo prazo. Uma característica importante da inflação é que a expectativa dos agentes em relação a ela é determinante da própria inflação. Se os agentes acreditam que a inflação será alta, ou seja, que no futuro os preços estarão muito maiores do que estão atualmente, eles antecipam a demanda, pressionando os preços, ou seja, gerando a inflação alta. A situação contrária também ocorre, uma expectativa de inflação muito baixa pode fazer com que as pessoas posterguem a decisão de consumir, a demanda desaquecida gera inflação baixa.

Depois da crise de 2008 a inflação vem ganhando ainda mais atenção no mundo e em particular no Brasil. Europa e EUA vem combatendo uma inflação muito baixa a anos com pouco sucesso. Já no Brasil o descontrole fiscal gerou, além da inflação de 2 dígitos no final de 2015 e expectativas de inflação muito distantes da meta nos anos seguintes, o que aumenta muito o custo do combate a inflação.

O objetivo desse estudo é entender como são formadas as expectativas através do movimento de indicadores macroeconômicos. Sobretudo de maneira que consigamos utilizar os dados disponíveis para formar nossas próprias expectativas em relação a inflação futura. Baseado no trabalho do Thiele (2014) tentei explicar uma medida de inflação implícita em títulos negociados no mercado através de variáveis macroeconômicas.

1.2 Expectativas de inflação

A expectativa de inflação do mercado não é diretamente observável entretanto existem diversos métodos que se propõe a medi-la. Os dois mais populares são as pesquisas de mercado e a inflação implícita no diferencial de taxas de juros real e nominal.

A principal pesquisa de mercado é o Focus, publicada pelo Banco Central do Brasil. Nela são apurados as expectativas de uma série de agentes do mercado e assim

conseguimos ter uma ideia da inflação esperada. Esse método apresenta algumas ressalvas: o número de agentes consultados é baixo, existe uma defasagem relevante entre a coleta dos dados e a sua divulgação, e muitas vezes os entrevistados demoram para atualizar seus modelos oficiais. Este último ponto faz com que as entidades consultadas divulguem números que não representam, de fato, suas expectativas de inflação.

Já a inflação implícita não oferece esses problemas uma vez que é extraída de títulos precificados a mercado e qualquer diferença entre o valor precificado e a expectativa média do mercado, em tese, é corrigida por arbitragem em um tempo curto. Por outro lado, a hipótese que a inflação implícita é igual a expectativa de inflação futura é forte. Dada a incerteza sobre o valor real da inflação, acredita-se que o mercado cobra um prêmio sobre o risco da inflação superar as expectativas.

1.3 Inflação implícita

A inflação implícita é o diferencial entre duas taxas de juros: uma nominal e uma real. No mercado conseguimos encontrar tanto contratos que rendem juros pré-fixados quanto contratos pós-fixados atrelados à inflação. Os contratos pré-fixados seguem taxas nominais uma vez que sabemos exatamente quando a aplicação vai render, já os contratos pós-fixados renderão um taxa de juros acordada mais a inflação do período. Em posse de taxas pré ($i^{\text{pré}}$) e pós-fixadas ($i^{\text{pós}}$) com uma mesma duration τ ¹ conseguimos calcular a inflação implícita como em (1).

$$\pi_t^{\text{implícita}}(\tau) = \frac{1 + i_t^{\text{pré}}(\tau)}{1 + i_t^{\text{pós}}(\tau)} - 1. \quad (1)$$

Títulos do tesouro são normalmente utilizados para calcular a inflação implícita. Para isso é necessário construir as curvas de juros pré e pós fixadas. A curva de juros pré-fixada é construída através das LFT's e das NTN-F's, que são títulos que rendem uma taxa definida no momento do investimento, enquanto para a curva de juros pós-fixada utiliza-se das NTN-B's, que são títulos que rendem uma taxa conhecida no momento do investimento mais a inflação observada no período em que o capital ficou aplicado. Essas curvas são estimadas maximizando a verossimilhança da equação de Svensson (1994).

¹duration = $\sum_{i=1}^n \frac{t_i f_i}{F}$ onde $F = \sum_{i=1}^n f_i$ sendo f_i o valor presente do i -ésimo fluxo.

$$i_t(\tau) = \beta_{1t} + \beta_{2t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda_{1t}\tau}}{\lambda_{1t}\tau} \right) + \beta_{3t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda_{1t}\tau}}{\lambda_{1t}\tau} - e^{-\lambda_{1t}\tau} \right) + \beta_{4t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda_{2t}\tau}}{\lambda_{2t}\tau} - e^{-\lambda_{2t}\tau} \right), \quad (2)$$

onde τ é a duration do título no tempo t e $b_1, b_2, b_3, b_4, \lambda_1, \lambda_2$ são parâmetros da curva.

Uma vez estimadas as curvas pré e pós para um determinado dia, temos que a inflação implícita para uma determinada data é igual o diferencial das taxas pré e pós sintéticas de uma aplicação com o prazo desejado, extraídas das curvas previamente estimadas, como em (1). Esse trabalho não se propõe a estimar as curvas das taxas de juros uma vez que a Anbima ² divulga em seu site os parâmetros estimados diariamente desde setembro de 2009 com a metodologia desenvolvida em ANBIMA (2010).

²Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais. Órgão regulador do mercado financeiro no Brasil.

2 Revisão da Literatura

Utilizar instrumentos financeiros para extrair dados sobre a economia, sobretudo em relação as expectativas dos mercados é uma prática comum nos Bancos Centrais. No histórico discuro do ex-presidente do Fed Bernanke (2004) fica claro como esse tipo de análise é importante na determinação da política monetária nos Estados Unidos. Ele defende o uso de instrumentos financeiros para obter as expectativas do mercado em relação a indicadores como inflação, taxa de juros e crescimento de maneira a aperfeiçoar os instrumentos de comunicação do Banco Central. Bernanke ainda chama atenção pela dificuldade de se usar esse tipo de instrumento dada a existência de prêmios de risco. Cita em particular o caso da inflação implícita, no qual fortes evidências indicam que existe um prêmio de compensação pelo risco inflacionário e que esse varia com o tempo.

A literatura sobre títulos públicos brasileiros é bem recente se comparada com a literatura existente no exterior. Em ANBIMA (2010) foi proposta uma metodologia para estimar as curvas juros reais e nominais como proposto em Svensson (1994). Desde então a ANBIMA passou a fornecer para o mercado os parâmetros estimados diariamente para as curvas de juros.

A ideia original de Svensson (1994) era usar a estrutura de taxas de juros como um indicador para a política monetária através das expectativas implícitas nas curvas. Para isso ele propôs um modelo que descreve toda a estrutura temporal das taxas de juros com um pequeno número de parâmetros. Ao assumir que não existe prêmio na curva futura Svensson conclui que a inflação implícita na curva é igual a expectativa para a inflação no futuro. Essa interpretação é questionável ainda assim o modelo se tornou amplamente utilizado por diversos bancos centrais.

Huse (2011) propõe um modelo de três fatores cuja dinâmica é função de variáveis de estado observadas. Nesse estudo o autor utiliza dados do americanos, uma paralelo para o Brasil foi feito por Thiele (2014). Esse estudo é inspirado principalmente no trabalho do Thiele.

3 Descrição dos Dados

As inflações implícitas foram calculadas com a diferença entre as taxas de juros pré e pós-fixadas sintéticas extraídas das curvas estimadas pela Anbima, como descrito anteriormente. As durations escolhidas foram $\tau = 1, 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5, 4, 4.5, 5, 6, 7$ em anos. O maior vencimento escolhido foi 7 anos pois para prazos mais longos as expectativas de inflação convergem e a diferença na taxa se dá unicamente por prêmios.

A tabela 1 reporta as estatísticas descritivas dos vértices da curva de inflação implícita que escolhi para trabalhar.

Os determinantes macroecômicos escolhidos para explicar os movimentos da inflação implícita foram:

IPCA e IPCA-15 são os índices de preço ao consumidor amplo. IPCA é o índice oficial de preços no Brasil, a meta de inflação é definida sobre ele e os contratos de NTN-B são ajustados por ele. O IPCA-15 é o mesmo índice porém calculado captura a variação de preços entre o dia 15 de um dado mês e o dia 15 do mês anterior. Utilizei a série de inflação acumulada nos últimos 12 meses para evitar problemas associados com sazonalidade. As séries dos índices de preços estão disponíveis para consulta no site do Banco Central.

USDBRL é a cotação do Real Brasileiro (BRL) contra o Dólar Americano (USD). Escolhi essa variável pois o seu impacto na inflação é relevante. Além disso movimentos pontuais na inflação implícita causados por fluxos de capital tem grandes chances de serem refletidos no câmbio. Os dados podem ser obtidos em um terminal Bloomberg.

CDS é o credit default swap brasileiro de 5 anos (o mais negociado). Esse contrato é negociado como um seguro, o comprador paga um prêmio periodicamente para o vendedor e caso o Brasil deixe de honrar duas dívidas, o vendedor paga o valor do contrato para o comprador. Esse contrato expressa a probabilidade que o mercado atribui a um evento de calote da dívida Brasileira, por isso é uma boa métrica para a "saúde" econômica do país. Os dados podem ser obtidos em um terminal Bloomberg.

CRY é Thomson Reuters Core Commodity Index, um índice composto por uma cesta de commodities. A economia brasileira é muito dependente de commo-

dities e estamos usando o CRY como proxy para movimentos nos termos de troca brasileiros. Os dados podem ser obtidos em um terminal Bloomberg.

Nível é a inflação esperada para 5 anos no período anterior e **Inclinação** a diferença entre a inflação de 6 meses e de a 5 anos. A inclusão dessas duas variáveis adiciona uma característica de inércia ao processo de formação de expectativas.

Todos os dados foram arranjados quinzenalmente tal qual o IPCA e o IPCA-15. As datas de todas as séries foram balizadas pelas datas de divulgação dos índices de inflação. Se por algum motivo algum dos indicadores não estiver disponível na data desejada escolhi usar o primeiro dado disponível imediatamente após a divulgação do dado de inflação. Dessa forma garanto que todos os indicadores foram medidos assim que se tornou conhecido um novo dado sobre a inflação. Além disso foram utilizadas variáveis dummie para indicar o ano, a motivação por trás disso é tentar mitigar efeitos de mudança na appetite por risco dos mercados ao longo do tempo.

Os dados utilizados compreendem o período de 21 de setembro de 2009 à 31 de outubro de 2016. Esse período foi escolhido pela disponibilidade dos dados de inflação implícita no sistema da Anbima.

4 Modelo Linear

4.1 Modelo

Aqui foi utilizado um modelo semelhante ao proposto por Huse (2011) para modelar o problema. Trata-se de um modelo de três fatores que busca capturar os diversos tipos de distorções normalmente observadas nas curvas a termo. Esse modelo é um pouco diferente daquele utilizado pela Anbima que por sua vez possui quatro fatores e dois meta-parâmetros. Essa escolha foi feita visando simplificar a modelagem. O modelo adotado consiste na seguinte equação:

$$y_t(\tau) = \beta_{1,t} + \beta_{2,t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} \right) + \beta_{3,t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau} \right) + \varepsilon_t \quad (3)$$

em que $\beta_{1,t}$, $\beta_{2,t}$ e $\beta_{3,t}$ são os parâmetros que queremos estimar através das variáveis macroeconômicas:

$$\beta_{1,t} = \beta_1^0 + \beta_1^1 \text{USDBR1}_{t-1} + \beta_1^2 \text{CDS}_{t-e} + \beta_1^3 \text{CRB}_{t-1} + \beta_1^4 \text{IPC-A}_{t-1} + \text{Nível}_{t-1} + \text{Inclinação}_{t-1} + \text{dummies} \quad (4)$$

$$\beta_{2,t} = \beta_i^0 + \beta_2^1 \text{USDBR1}_{t-1} + \beta_2^2 \text{CDS}_{t-e} + \beta_2^3 \text{CRB}_{t-1} + \beta_2^4 \text{IPC-A}_{t-1} \quad (5)$$

$$\beta_{3,t} = \beta_i^0 + \beta_3^1 \text{USDBR1}_{t-1} + \beta_3^2 \text{CDS}_{t-e} + \beta_3^3 \text{CRB}_{t-1} + \beta_3^4 \text{IPC-A}_{t-1} \quad (6)$$

O meta-parâmetro λ é responsável por "calibrar" as cargas dos parâmetros. Dessa forma $\left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} \right)$ faz com que $\beta_{2,t}$ seja o parâmetro de curto prazo e $\left(\frac{1 - e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau} \right)$ faz com que $\beta_{3,t}$ seja o parâmetro de médio prazo. Fixamos λ como o valor utilizado por Diebold (2006), 0.0609.

Ilustramos abaixo a variação das cargas em função do prazo τ . Assim fica claro que a carga sobre $\beta_{2,t}$ atinge seu maior valor em $\tau = 0$ e decai com o alongamento do prazo, justificando seu caráter de curto prazo. Por outro lado a carga sobre $\beta_{3,t}$ é concava em função de τ e atinge seu valor máximo para um duration em torno de 2.5 e por isso é associada a movimentos da parte média da curva. Ambas as cargas decaem com o tempo em direção a 0, por isso $\beta_{1,t}$ é o componente de longo prazo da curva.

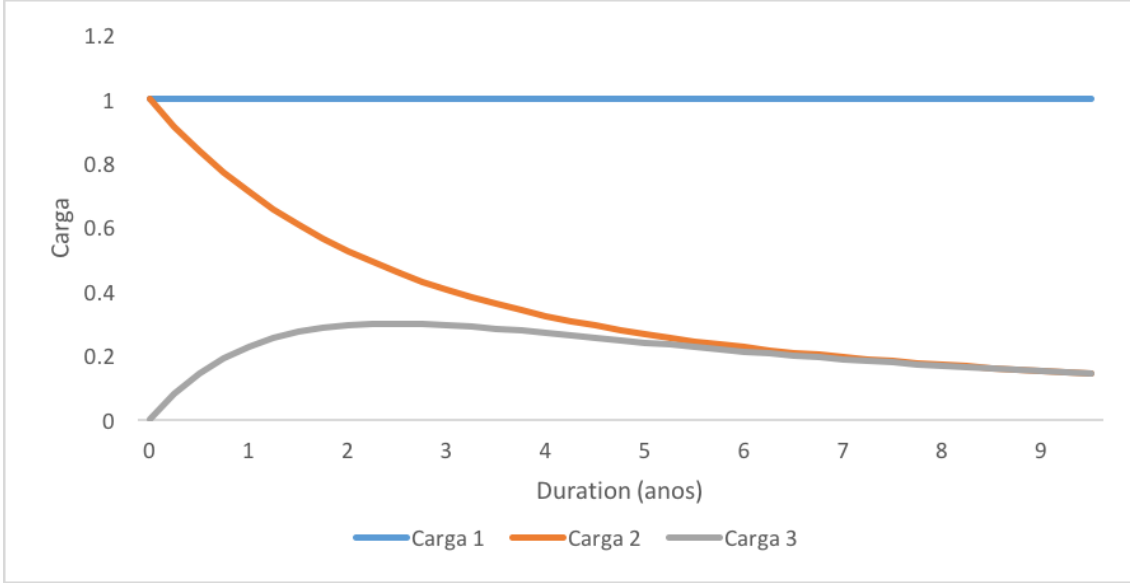


Figura 1: Cargas incidentes sobre os parâmetros β_i

Reorganizando os dados conseguimos escrever (3)–(6) como um modelo linear e então estimamos $\hat{\beta} = (X'X)^{-1}(X'Y)$ pelo método dos mínimos quadrados. Sendo que o vetor de variáveis dependentes Y tem dimensão $t \times 1$ e X' (7) é a matriz de variáveis explicativas de dimensão $t \times 5 * 3 + \text{dummies} + \text{nível} + \text{inclinação}$:

$$X' = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \text{USDBRL}_{t-1} & \cdots & \left(\frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau}\right)CDS_{t-1} & \cdots & \left(\frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau}\right)IPC-A_{t-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad (7)$$

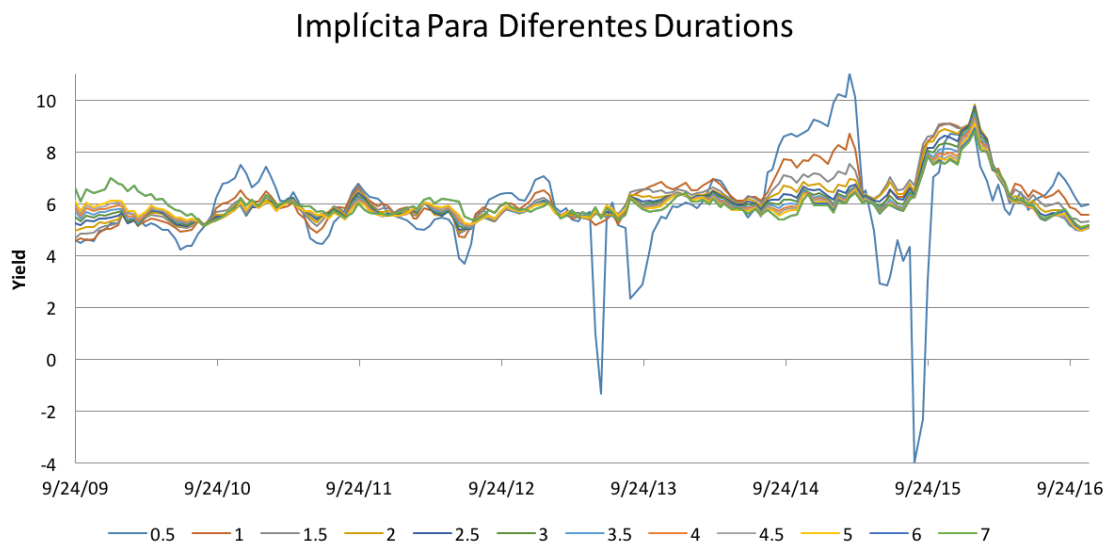
4.2 Resultados

	Sem 6 Meses		Com 6 Meses	
	R-squared:	0.924	R-squared:	0.666
	coef	P-Valor	coef	P-Valor
Cte	6.0259	0%	5.6371	0%
IPCA	-0.5561	0%	-0.4252	2%
USDBRL	-0.6497	0%	-1.1427	0%
CRY	-1.0565	0%	-1.4501	0%
CDS5Y	-0.1094	37%	-0.4632	6%
Nivel	0.6418	0%	0.6428	0%
Inclinacao	-0.0602	0%	-0.2109	0%
D2010	0.2192	0%	0.2009	1%
D2011	0.2462	0%	0.2257	6%
D2012	0.1515	0%	0.1388	17%
D2013	0.1857	0%	0.1702	14%
D2014	0.2704	0%	0.2478	7%
D2015	0.1826	2%	0.1674	35%
D2016	-0.0731	38%	-0.067	73%
Cte.1	0.6018	0%	0.1707	1%
IPCA.1	0.5674	0%	0.7422	0%
USDBRL.1	2.1327	0%	1.6414	0%
CRY.1	1.0636	0%	0.6018	0%
CDS5Y.1	-0.9099	0%	-1.4062	0%
Cte.2	-1.5052	0%	0.6748	1%
IPCA.2	1.5785	0%	0.6946	26%
USDBRL.2	-0.2865	55%	2.1982	1%
CRY.2	2.5749	0%	4.9102	0%
CDS5Y.2	1.8217	0%	4.3315	0%

Originalmente o modelo foi estimado incluindo $\tau = 0.5$ mas isso fez com que os parâmetros fossem pouco significantes em sua maioria. Isso ocorreu por que os dados para 6 meses são muito voláteis. Uma possível explicação é a falta de liquidez para contratos tão curtos que dificilmente são negociados por pessoas físicas por questões tributárias e dificilmente são negociados por investidores institucionais pois não costumam oferecer grandes oportunidades.

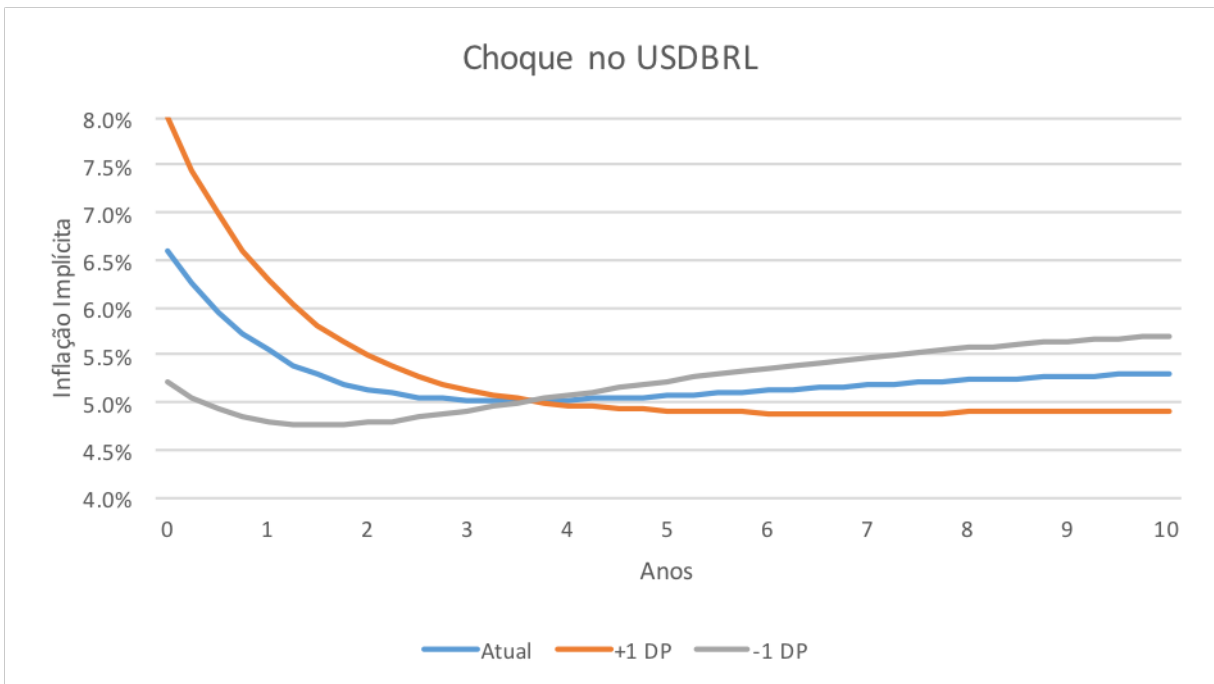
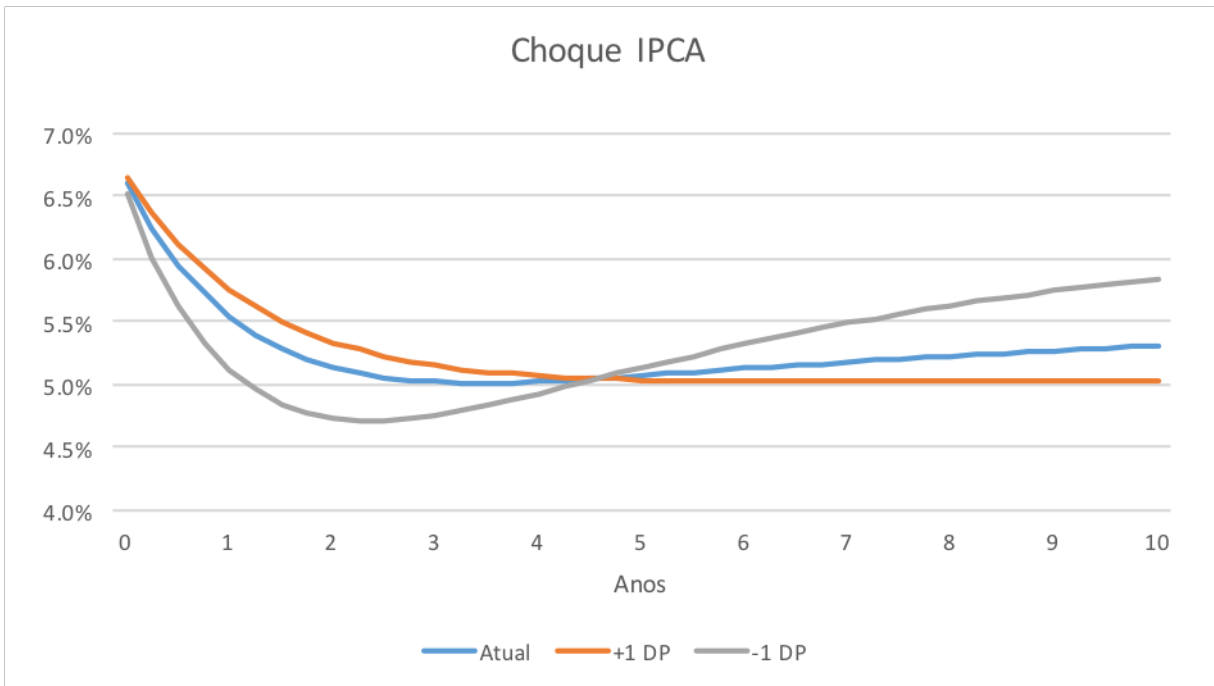
Aqui vale notar que a dummie para 2016 não é significativa. 2016 foi um ano com muita volatilidade no mercado financeiro, em particular no mercado de títulos públicos. O ano começou com taxas de juros e, conseqüentemente, inflações implícitas, extremamente elevadas por causa do cenário político e da falta de pers-

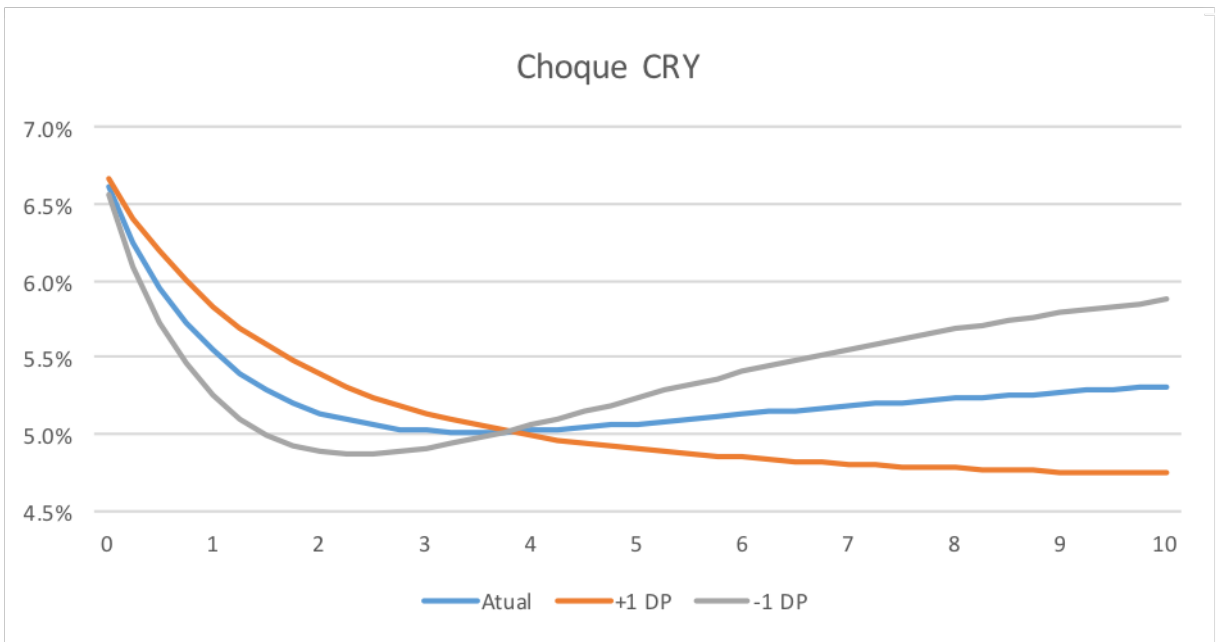
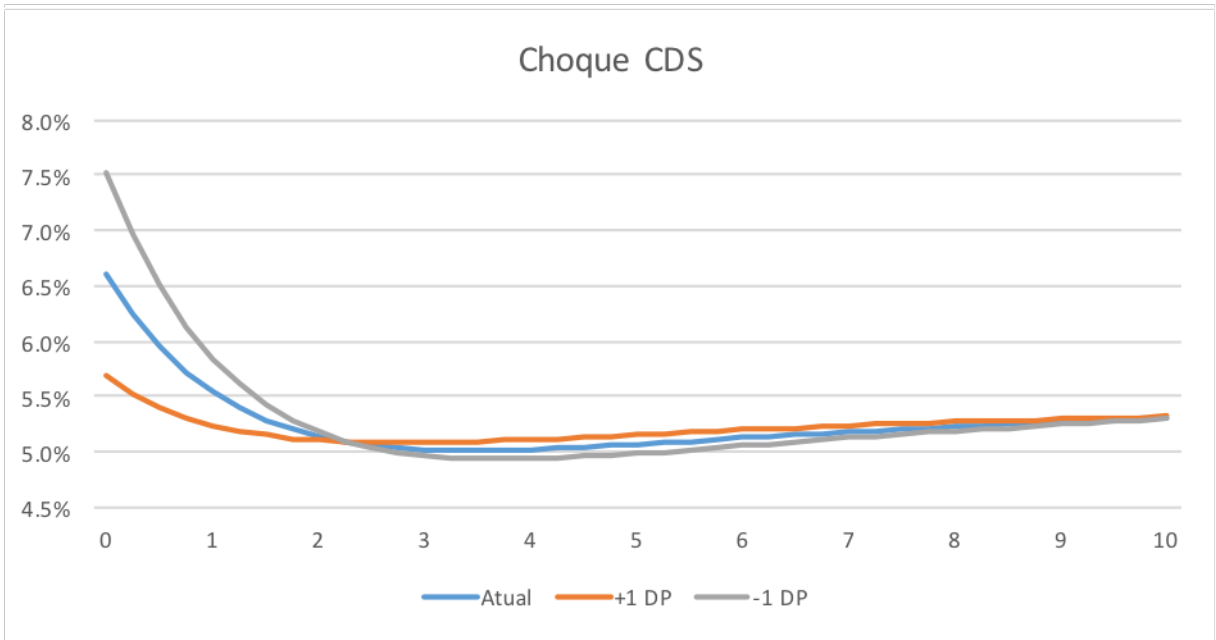
pectiva para o problema do endividamento público. Nos primeiros meses do ano, após o processo de impeachment da então presidente houve um grande movimento de fechamento de taxas em um curto período de tempo. Isso faz com que a dummie em uma janela de um ano não represente bem os diferentes estados da economia que observamos ao longo do ano.



Uma vez estimado o modelo podemos medir o efeito individual de um choque em cada uma das variáveis. Nos gráficos abaixo podemos visualizar a curva atual e a curva depois de um choque de um desvio padrão para cima e para baixo em cada uma das variáveis, tudo mais constante. O resultado foi contraintuitivo uma vez que os choques de um desvio padrão para cima causavam uma abertura da curva na parte curta e um fechamento na parte longa.

Uma possível explicação é o mercado assumir que dado um aumento na inflação no curto prazo a política monetária será mais rígida, logo teremos juros reais mais altos, de maneira que a inflação implícita no prazo mais longo fica menor. Esse argumento não parece muito razoável pois o Banco Central Brasileiro enfrentou ao longo dos anos problemas de credibilidade pois conduziu a política monetária de maneira pouco ortodoxa.





5 Modelo Dinâmico

5.1 Modelo

O estudo trata de expectativas implícitas em ativos bastante líquidos, logo, é natural imaginar que mudanças no "humor" do mercado pode introduzir ruídos nas nossas medições. Se assumirmos que os investidores tomam suas decisões de investimento calculando um valor esperado no qual ponderam pela probabilidade de ocorrência de cada evento os outcomes que podem ter então é natural esperar que esse tipo de movimento ocorra. Uma vez que os agentes começam a enxergar que a probabilidade de um cenário desfavorável aumentou seus valores esperados mudam, mexendo assim o preço dos ativos. Podemos observar esse efeito ao longo de 2016 com o forte movimento dos ativos como comentamos na seção anterior.

Para modelar um mercado que cobra prêmios de risco diferentes em momentos diferentes do tempo, baseados em mudanças de humor imprevisíveis, faz sentido usar um processo dinâmico. A mudança escolhida para captar esse efeito foi excluir as dummies e substituir os interceptos por processos latentes. Com um modelo de Espaço de Estados podemos aplicar o Filtro de Kalman para estimar nossos parâmetros. Assim o processo passa a ser:

$$Y_t = X_t\beta + \Theta\omega_t + \varepsilon_t \quad (8)$$

$$\omega_t = \omega_{t-1} + \eta_t \quad (9)$$

e precisamos estimar β e ω conhecendo:

$$Y_t = \begin{bmatrix} y_t(\tau_1) \\ \vdots \\ y_t(\tau_n) \end{bmatrix}, \Theta = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} & \frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau} \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

$$X_t = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots \\ \text{USDBRL}_{t-1} & \cdots & \text{IPC-A}_{t-1} \left(\frac{1-e^{-\lambda\tau}}{\lambda\tau} - e^{-\lambda\tau} \right) \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

Aqui $X_t \approx \left[x_t(\tau_1)' \ \dots \ x_t(\tau_n)' \right]'$ sendo os $x_t(\tau)$ aqueles da seção anterior, a diferença é a exclusão das dummies e das constantes, essas estão em ω_t .

Nesse modelo assumimos que o efeito das variáveis macroeconômicas ao longo (β) do tempo é constante tal qual no modelo anterior, entretanto os interceptos são latentes. Dessa forma todo o movimento que não está sendo explicado pelas variáveis incluídas no modelo, dentre eles mudanças de prêmio de risco, é captado pelo intercepto.

Para aplicar o filtro reescrevemos (8)–(9) como:

$$Y_t = \begin{bmatrix} X_t & \Theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ \omega_t \end{bmatrix} + \varepsilon_t = Z_t' \alpha_t + \varepsilon_t \quad (10)$$

$$\alpha_t = \begin{bmatrix} \beta \\ \omega_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta \\ \omega_t - 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \eta_t = \alpha_{t-1} + R_t \eta_t \quad (11)$$

6 Filtro de Kalman

O filtro de Kalman calcula, iterativamente, as distribuições preditivas e de filtragem de C_t dadas por $P(C_t|Y_1, \dots, Y_{t-1})$ e $P(C_t|Y_1, \dots, Y_t)$, respectivamente. Dado que o modelo é linear e as inovações Gaussianas ($U_t \sim \mathcal{N}(0, H_t)$ e $V_t \sim \mathcal{N}(0, Q_t)$), as distribuições condicionais são Gaussianas, definimos $\hat{C}_{t-1} = E[C_{t-1}|Y_1, \dots, Y_{t-1}]$ e $P_{t-1} = E[(C_{t-1} - \hat{C}_{t-1})(C_{t-1} - \hat{C}_{t-1})']$, assim temos que

$$\hat{C}_{t|t-1} = E[C_t|Y_1, \dots, Y_{t-1}] = T_t C_{t-1}, \quad (12)$$

$$P_{t|t-1} = T_t P_{t-1} T_t' + Q_t. \quad (13)$$

(12)–(13) são chamadas de *equações de predição*. Em posse de uma nova observação Y_t podemos calcular as *equações de atualização* usando

$$\hat{C}_t = \hat{C}_{t|t-1} + P_{t|t-1} X_t' F_t^{-1} (Y_t - X_t \hat{C}_{t|t-1}), \quad (14)$$

$$P_t = P_{t|t-1} - P_{t|t-1} X_t' F_t^{-1} X_t P_{t|t-1} \text{ onde} \quad (15)$$

$$F_t = X_t P_{t|t-1} X_t' + H_t. \quad (16)$$

Assim basta uma hipótese sobre o estado inicial C_0 para recuperarmos a série de estados. Normalmente assume-se que o estado inicial é normal com média zero e variância grande.

7 Referências

- ANBIMA. Estrutura a termo das taxas de juros estimada e inflação implícita metodologia. (Abril), 2010.
- Ben Bernanke. What policymakers can learn from asset prices. *Speech Before the Investment Analyst Society of Chicago*, 2004.
- Canlin Diebold, Francis X e Li. Forecasting the term structure of government bond yields. *Journal of econometrics*, 130(2):337–364, 2006.
- Cristian Huse. Term structure modelling with observable state variables. *Journal of Banking & Finance*, 35(12):3240–3252, 2011.
- Lars E.O. Svensson. Estimating and interpreting forward interest rates: Sweden 1992 - 1994. Working Paper 4871, National Bureau of Economic Research, September 1994. URL <http://www.nber.org/papers/w4871>.
- Eduardo Balestrero Thiele. Os determinantes macroeconômicos da estrutura a termo das expectativas de inflação no brasil. 2014.