

ESCOLA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA
DO INSTITUTO BRASILEIRO DE ECONOMIA
DA FUNDAÇÃO GETÚLIO VARGAS

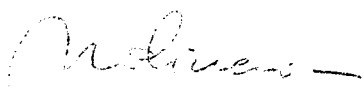
CIRCULAR Nº 40

Assunto: Seminários de Pesquisa
Econômica II (2ª parte)
Apresentação de antepro
jeto de Dissertação de
Mestrado

Para os devidos fins e efeitos, comunicamos aos professores, que constituem a Congregação desta Escola, que no próximo dia 08 de outubro (5ª feira) entre 13:30 e 15:30h, no auditório desta EPGE, o candidato Sr. FRANCISCO DE ASSIS MOURA DE MELLO apresentará seu anteprojeto de Dissertação, intitulada "ANÁLISE DOS ÍNDICES DE PREÇOS E ESTIMATIVAS DE SEUS VIESES", para julgamento desta Escola.

Solicitamos, assim, a presença e participação dos membros de nossa Congregação.

Rio de Janeiro, 17 de setembro de 1981.


Ney de Oliveira
Subdiretor Adm./EPGE

P.S. Em anexo, cópia deste Anteprojeto.

ESCOLA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA
DO INSTITUTO BRASILEIRO DE ECONOMIA
DA FUNDAÇÃO GETULIO VARGAS

SEMINARIOS DE PESQUISA ECONOMICA II (2a.parte)

Coordenadores: Prof. R.Castello
Branco e Prof.A.C.Gonçalves

ANALISE DOS INDICES DE PREÇOS E ESTIMATIVAS DE
SEUS VIESES

Francisco Assis M.de Mello
(ante-projeto de Disserta-
ção de Mestrado/EPGE-FGV)

Data: 8 de outubro de 1981

Horário: 13:30h.

Local: Auditorio Eugenio Gudin

ESCOLA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA (EPGE)

DO INSTITUTO BRASILEIRO DE ECONOMIA (IBRE)

DA

FUNDAÇÃO GETÚLIO VARGAS (FGV)

ANÁLISE DOS ÍNDICES DE PREÇOS

E ESTIMATIVAS DE SEUS VIESES

Francisco de Assis Moura de Melo

Rio de Janeiro, setembro de 1981

1 - INTRODUÇÃO GERAL

Desde as primeiras formalizações dos procedimentos de cálculo de Índices admite-se ser o "erro" inerente a qualquer fórmula prática de cálculo, exatamente por serem medidas síntese de conjuntos amplo de "objetos", para cuja exeqüibilidade se faz necessário um bom número de simplificações. Aspecto congênere, também estudado nas primeiras formalizações, é a questão dos "vieses", definidos, por enquanto genericamente, como "*desvios sistemáticos relativos à medida correta*". Neste caso, diverso do problema erro, a condição de ser "*sistemático*" caracteriza bem o tipo de questão a se abordar. Depreende-se, de imediato, a necessidade de se definir a "*medida correta*" (ou as "*medidas corretas*") e a forma de quantificar os vieses de cada fórmula de cálculo. Em 1926, Irving Fisher estimou os vieses de várias fórmulas de Índices e elaborou, em aspecto marcante de seu livro, uma famosa classificação das fórmulas até então conhecidas. Mais recentemente, sob a abordagem da teoria da demanda, ficou clássica a conclusão de que o Índice de Laspeyres — universalmente utilizado — tem viés ascendente.

O estudo de Fisher e a conclusão da teoria da demanda, cuja quantificação é bastante difícil, de modo algum são exaustivos deixando margem a interpretações e inferências inadequadas.

Nosso objetivo é contribuir para um conhecimento mais profundo dos Índices, seja nos seus aspectos conceituais, seja nos seus aspectos práticos. Neste sentido, procederemos a uma minuciosa avaliação das principais fórmulas de cálculo. No primeiro capítulo — de inspiração fisheriana — pela aplicação da análise bissituacional, onde identificamos fórmulas teoricamente superiores que servirão de parâmetro no cálculo dos vieses; no segundo capítulo — alinhado às idéias de Divisia — através do enfoque contínuo, em que as variáveis econômicas são funções diferenciáveis do tempo.

Os aspectos práticos estão contemplados nos dois últimos capítulos. No terceiro, analisamos os Índices da prática sob o ponto de vista da informação que se lhes associa. No quarto, estimamos os vieses para 6 Índices possíveis de uso. Seguimos basicamente a linha de Fisher, enriquecendo-a com aspectos dedutivos não considerados pelo aludido autor.

O quinto capítulo (conclusões) visa essencialmente a ressal-

tar a interligação de todos os pontos tratados ao longo do texto e a qualificar os resultados empíricos obtidos. Não consta da presente versão do trabalho.

S U M Á R I O

CAPÍTULO I - ANÁLISE SITUACIONAL DOS ÍNDICES DE PREÇOS

1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS
2. DEFINIÇÃO DE ÍNDICE BINÁRIO
3. PROPRIEDADES DECORRENTES E DESEJADAS
 - 3.1 - Propriedade Decorrentes
 - 3.2 - Propriedade Desejadas
4. DOIS TEOREMAS SOBRE ÍNDICES BINÁRIOS
5. AVALIAÇÃO DOS ÍNDICES UTILIZADOS
 - 5.1 - Classificação dos Índices Ideias
 - 5.2 - Classificação dos Índices da Prática
6. CONCLUSÕES

CAPÍTULO II - OS ÍNDICES EM CADEIA E O ÍNDICE TEÓRICO DE DIVISIA

1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS
2. OS ÍNDICES EM CADEIA
3. O ÍNDICE TEÓRICO DE DIVISIA
 - 3.1 - A noção de Continuidade em Variáveis Econômicas
 - 3.2 - O Índice de Divisia
 - 3.3 - Os Índices I^L , I^P , I^G e I^T Definidos a partir do Índice Teórico de Divisia
 - 3.4 - Ilustração Gráfica
 - 3.5 - Principais Inferências
4. A QUESTÃO BASE FIXA OU ÍNDICE EM CADEIA
5. CONCLUSÕES

CAPÍTULO III - A PRÁTICA DOS ÍNDICES DE PREÇOS

1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS
2. AS ESTRUTURAS DE PESOS E AS SÉRIES HISTÓRICAS DE PREÇOS
 - 2.1 - As Estruturas de Pesos
 - 2.2 - As Séries Históricas de Preços
3. ASPECTOS METODOLÓGICOS
 - 3.1 - Os Índices de Laspeyres I e II
 - 3.2 - O Índice Geométrico
4. UMA CORRETA INTERPRETAÇÃO DOS ÍNDICES I^{L^1} e I^G
 - 4.1 - Analiticamente
 - 4.2 - Graficamente
5. CONCLUSÕES

CAPÍTULO IV - ESTIMATIVAS DOS VIESES

1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS
2. AS RELAÇÕES ENTRE OS ÍNDICES
3. OS RESULTADOS DE FISHER
 - 3.1 - Os Dados e os Principais Índices
 - 3.2 - Os Métodos de Fisher
 - 3.3 - Principais Conclusões
4. ESTIMATIVAS DOS VIESES
 - 4.1 - A Definição de Viés
 - 4.2 - Os Dados
 - 4.3 - Os Resultados
5. CONCLUSÕES

BIBLIOGRAFIA (*)

ANEXO 1 - DEMONSTRAÇÕES MATEMÁTICAS DO CAPÍTULO II.

ANEXO 2 - ESTRUTURA DOS ÍNDICES

ANEXO 3 - DADOS DE FISHER (*)

ANEXO 4 - RELATIVOS DE PREÇOS BIMENSAIS E ACUMULADOS - RIO DE JANEIRO 10-74 a 07-75

ANEXO 5 - DESPESAS FAMILIARES BIMENSAIS - RIO DE JANEIRO 07-74 a 06-75

ANEXO 6 - RESULTADOS BINÁRIOS

ANEXO 7 - RESULTADOS EM CADEIA

ANEXO 8 - DEFINIÇÃO DE VARIÂNCIA LOGARÍTMICA (*)

ANEXO 9 - RESULTADOS DE ÍNDICES E VARIÂNCIAS (*)

(*) Não consta da atual versão

CAPITULO I

ANÁLISE BISSITUACIONAL DOS ÍNDICES DE PREÇOS

1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Ao percorrer, historicamente, as idéias sobre números Índices deparamo-nos com o surgimento de fórmulas e sugestões soltas, fruto quer da reflexão de estudiosos, quer das inferências de trabalhos empíricos. Não poderia ser diverso, mesmo *Pichea*, o grande sistematizador de toda a experiência pretérita a 1922, não teve uma preocupação eminentemente dedutiva. Sua postura foi mais descritiva e, em alguns pontos, indutiva quando descreveu e estimou um grande número de fórmulas de cálculo, quando deu ênfase, enaltecendo-lhe as qualidades, a uma delas que passou a ser conhecida pelo seu nome ou quando criou um sistema de testes para o "julgamento" das fórmulas ou mesmo ao inferir sobre os vieses dos Índices.

Modernamente, alguns estudiosos em notável esforço de sistematização, estabelecem bases mais rígidas para a "ciência" dos números Índices. Segue-se, como fruto inicial, uma apresentação mais consistente, mais coerente, diríamos mais "científica". Em consequência, evitam-se percalços. Poderíamos citar, por exemplo, a questão dos testes de *Fisher*, cuja inconsistência, detectada primeiramente por *Ragnar Frisch*, tem hoje uma "solução geral" após ter sido exaustivamente examinada⁽¹⁾.

Essa corrente, no entanto, não se restringe apenas ao aspecto formal. A par a axiomatização, surgiram idéias novas. Veja-se que, embora *Theil* em 1967 não se propusesse a "criar":

"We cannot claim any originality for these index number. As a matter of fact, it is very difficult to invent new ones since *IRVING FISHER* in 'The Making of Index Number' went systematically through all kinds of averages (arithmetic, geometric, harmonic,...) with all possible kinds of weights" (*Theil*, 1967, p. 138, NR 2),

em 1973, seis anos após, "cria" uma nova fórmula, quase que simultaneamente a outros avanços obtidos por *Vartia* e *Sato*. É a síntese do processo científico de criação e sistematização.

(1) Ver, principalmente, *Gussumy* (); *Eichhorn* () e *Eichhorn & Voeller* ().

Nosso intuito, neste primeiro capítulo, é apresentar um resumo das idéias mais recentes sobre o conceito de número índice binário, de enfoque eminentemente fisheriano⁽²⁾. Por genérica, a abordagem nos dá uma idéia precisa do que significa uma fórmula de cálculo: um processo de agregação de dados. Necessária, porque facilita esclarecer pontos obscuros da prática dos índices e evita interpretações errôneas⁽³⁾. Classificamos as propriedades em Axiomas, Propriedades Decorrentes e Propriedades Desejadas, conforme Eichorn & Voeller () e Vartia (), nos quais este capítulo se inspira fortemente. Em "comentários", encontram-se observações, fruto de nossa reflexão e vivência. Apresentamos, e é a finalidade do capítulo, os índices com os quais lidamos na experimentação empírica, hierarquizando-os de modo a delinear as bases para o cálculo dos vieses.

2 - DEFINIÇÃO DE ÍNDICE BINÁRIO

Tratamos aqui dos índices bisituacionais, isto é, das comparações de variáveis econômicas entre dois períodos de tempo ou duas situações espaciais.

Sejam:

$$q_b = (q_b^1, \dots, q_b^n) \in R^n$$

$$q_t = (q_t^1, \dots, q_t^n) \in R^n$$

$$p_b = (p_b^1, \dots, p_b^n) \in R^n$$

$$p_t = (p_t^1, \dots, p_t^n) \in R^n$$

(2) Embora utilizemos as variáveis preços e quantidades para uniformidade de todo o texto, o desenvolvimento teórico é válido para quaisquer índices bastando uma simples substituição de variáveis.

(3) Por exemplo, em 1978, relutamos em considerar a fórmula aplicada pelo Instituto Joaquim Nabuco de Pesquisas Sociais (idêntica à aplicada pela FGV para o cálculo do IPA, um dos mais importantes índices calculados no Brasil) um "Índice de preços". Ficarão claros, quanto à fórmula sob comentário, seu sentido e suas contraindicações ao longo dos capítulos I, II e III.

os vetores de quantidades dos "n" produtos no momento b (que passa a ser chamado "base") e no momento t (chamado de "comparação"); da mesma forma, os vetores de preços.

Define-se um Índice como uma função de variável real e do mínimo definido pelos vetores

q_t, q_b, p_t e p_b , ou seja,

$$(1.1) \quad I : R^{4n} \rightarrow R, (p_t, p_b, q_t, q_b) \rightarrow I(p_t, p_b, q_t, q_b)$$

é um Índice de Preços se I satisfaz aos axiomas abaixo para todo o domínio (p_t, p_b, q_t, q_b) .

a.1) Axioma da Monotonicidade: A função I é estritamente crescente com respeito a p_t e estritamente decrescente com respeito a p_b :

$$I(p_t, p_b, q_t, q_b) > I(\bar{p}_t, p_b, q_t, q_b) \quad \text{se } p_t \geq \bar{p}_t$$

$$I(p_t, p_b, q_t, q_b) < I(p_t, \bar{p}_b, q_t, q_b) \quad \text{se } p_b \geq \bar{p}_b$$

a.2) Axioma da Homogeneidade Linear: se todos os preços variam na proporção λ , então o valor de I varia de λ :

$$I(\lambda p_t, \lambda p_b, q_t, q_b) = \lambda I(p_t, p_b, q_t, q_b) \quad \lambda \in R$$

a.3) Axioma da Identidade: Se todos os preços permanecem constantes, então o valor de I é igual a um:

$$I(p_0, p_0, q_t, q_0) = 1$$

a.4) Axioma da Dimensionabilidade: Uma variação na unidade monetária em que os preços são medidos não altera o valor de I:

$$I(\lambda p_t, \lambda p_o, q_t, q_o) = I(p_t, p_o, q_t, q_o)$$

a.5) Axioma da Comensurabilidade: Uma variação na unidade de medida dos produtos não afeta o valor da função I.

$$I(\lambda_1 p_t^1, \dots, \lambda_n p_t^n; \lambda_1 p_b^1, \dots, \lambda_n p_b^n; \frac{q_t^1}{\lambda_1}, \dots, \frac{q_t^n}{\lambda_n}; \frac{q_b^1}{\lambda_1}, \dots, \frac{q_b^n}{\lambda_n}) = I(p_t, p_b, q_t, q_b)$$

Comentários:

A definição de índice apresentada acima é genérica e significa simplesmente um *processo de agregação de informações*. A matriz (p_t, p_b, q_t, q_b) compreende os dados primários a partir dos quais aplicam-se os processos agregativos e será denominada "*sistema de preços e quantidades*" ou "*sistema de preços*" ou "*sistema de informações*". Para a obtenção de tal "*sistema de preços e quantidades*" faz-se necessária a montagem de vários inquéritos, os quais passam a constituir as bases do sistema. No caso dos Índices de preços ao consumidor temos as pesquisas de orçamentos familiares das quais extraem-se os vetores de quantidades e as pesquisas de Locais de Compra e de Especificação de Produtos cuja finalidade é definir, respectivamente, o cadastro de locais de compra e o de produtos, básicos para a geração dos vetores de preços.

Esta forma de definir índice se sobrepõe em importância, não apenas pelo tratamento genérico, isento de vícios, mas também para aclarar polêmicas de cunho prático. E.g., há difundida entre analistas brasileiros a falsa idéia de que o problema dos índices de preços se relaciona com a distribuição de frequência dos relativos de preços (argumento

usado em defesa do uso das médias geométricas). Por nossa formalização, fica nítido que se trata de um problema em " $4n$ " dimensões. Se trabalhamos com relativos de preços temos " n " dimensões, uma para cada produto. Não se pode reduzir a uma variável apenas "relativo de preços", Genérica. Fisher () já condenava, com argumentação diversa, essa idéia:

"There is the idea that the carater of the distribution of price relatives about the mode or other mean prescribes the choice of, say, the arithmetic or the geometric type. This argument defeat itself through the reversal process; any asymmetry displayed (on the notio chart, at least) in the distribution of the relatives taken forward is reversed when we have to consider the relative taken backward. If the arithmetic be adjudged proper for the one it would have to be adjudged improper for the other, thus leading to such an absurd conclusion as that, in calculating the price level of London relatively to New York, the arithmetic index number is appropriate, but in calculate the price level of New York relative to London it would be highly improper!" (p.230). "In choosing the formula of an index number the skewness or asymmetry of the distribution of the terms averaged is of absolutely no consequence" (p. 408).

Apenas para evidenciar a coincidência de opinião entre dois grandes autores, *Keynes e Frisch*, citamos o pensamento de *Vartia* ():

"We must state clearly, however, that this approach is only of historical interest and that the definition of a price index cannot logically be based on such foundations. For instance *Keynes* (1930) p. 85 vigorously criticizes the stochastic definition of a price index as being 'root-and-branch erroneous'. *Frisch* (1936) agrees with *Keynes* on this point". (p. 30).

O resultado do processo agregativo permite o conhecimento e a análise dos dados não permitidos pelo sistema primário em virtude de sua complexibilidade e dimensão. Ao mesmo tempo é indispensável que esse processo atenda a determinadas exigências a fim de que não descaracterize sua finalidade. Daí a razão dos axiomas e das propriedades. Conforme a expressão (1.1), ao sistema (p_t, p_b, q_t, q_b) é associado apenas um valor da função Índice. É importante, pelo aspecto informativo, termos estágios intermediários de agregação, isto é, ao invés do processo oferecer um resultado apenas, deve apresentar informações em níveis "inferiores" e.g., a nível de grupos de produtos. Para se ter uma idéia mais precisa deste pon

to, vejamos o exemplo do Índice Nacional de Preços ao Consumidor (I.N.P.C.) cuja estrutura é composta de 7 grupos, 46 itens e 448 subitens. Há índices em todos os níveis. Este procedimento exige que o específico processo utilizado (a fórmula de cálculo) seja *consistente na agregação*.

Deve-se observar que a forma (1.1) representa um modelo determinístico em que a matriz (p_t, p_b, q_t, q_b) compõem-se de uma informação para cada produto. Neste sentido o vetor p_t é composto do preço de todos os produtos verificados na época t . Na prática, trata-se do "preço médio" obtido de uma amostra de locais de compra. Há, por conseguinte, dois pontos de importância elevada: o vetor p_t é estocástico e cada componente já é o resultado de um processo agregativo⁽⁴⁾. De modo que devemos interpretar a função I como o segundo estágio na produção de um índice abstraído-se do aspecto estocástico. Assumimos esta delimitação em nosso trabalho.

A função índice $-I-$ pode ser especificada de diversas formas e é considerada como índice desde que atenda aos cinco axiomas. As chamadas "fórmulas de cálculo" são particulares especificações de I . Além disso a uma definida fórmula de cálculo correspondem várias expressões operacionais, a vários programas de computador⁽⁵⁾. Uma questão secular é "qual a melhor fórmula de cálculo?". Teremos, ao longo deste texto, uma resposta precisa a essa pergunta, em particular para os índices que competem na prática.

Observe-se na definição (1.1) que a um sistema de preços é aplicada uma única função. Pelo exame dos documentos das principais instituições internacionais é este o procedimento. O mesmo não ocorre no Brasil, pois o Índice Geral de Preços (IGP), o Índice de Preços ao Consumidor do Município do Rio de Janeiro (IPC-Rio), ambos produzidos pela FGV e

(4) Tratamos deste processo inicial em "INPC - O Estimador do Subitem", mimeo, 1980, DESIP/INCE.

(5) A tradicional fórmula de Laspeyres $\sum p_t^i q_b^i / \sum p_b^i q_b^i$ apresenta-se comumente como $\sum w_b^i \cdot r_{t,b}^i$, onde $w_b^i = p_b^i q_b^i / \sum p_b^i q_b^i$ e $r^i = \frac{p_t^i}{p_b^i}$. Voltaremos a esse aspecto no capítulo III.

o INPC do IBGE utilizam mais de uma função 1 para um mesmo sistema de informações. Estes pontos serão retomados adiante.

Quanto aos axiomas, representam exigências mínimas e referem-se especificamente aos Índices binários⁽⁶⁾. O sentido prático é mais marcante no axioma da comensurabilidade que pretende distinguir fórmulas "corretas" e "erradas" de agregação em seu primeiro estágio. Seu conteúdo, entretanto, é insuficiente uma vez que a unidade de medida é apenas um dos atributos determinantes do preço. A abordagem apropriada na prática é a da Especificação dos Produtos e Serviços, cuja polêmica "especificação rigorosa x especificação genérica" constitui uma das discussões mais férteis da área.

Para finalizar estes comentários, gostaríamos de insistir que, do ponto de vista da produção de índices, todos os aspectos são relevantes e que não poderemos ser suficientemente abrangentes e minuciosos. Retomando a situação inicial do sistema e do processo representados por 1.1, é imprescindível estar atento, em primeiro lugar, para a definição das variáveis (p_t , p_b , q_t , q_b) para a qual é essencial a definição precisa do agente econômico a que se refere o índice e de seu objetivo. No entanto, a montagem do sistema constitui-se problema técnico, *a fortiori*, a escolha da fórmula⁽⁷⁾. Ainda uma vez, ressaltamos que nosso intuito restringe-se às discussões técnicas independentes dos usos dos índices.

3 - PROPRIEDADES DECORRENTES E PROPRIEDADES DESEJADAS

Apresentamos na seção anterior uma definição de Índice como uma função que atenda aos requisitos mínimos necessários. Agora estendemos o conjunto de propriedades, classificando-as como decorrentes e desejáveis.

(6) No capítulo II, veremos que o famoso Índice Integral de Divisia não atende aos axiomas da homogeneidade linear (a.3) e da identidade (a.4).

(7) Fisher () escreve: "The notion that the aggregative is appropriate for the cost of living, and the geometric for the wholesale price level, and the arithmetic for something else, becomes futile".

3.1 - Propriedades Decorrentes

Chamamos de propriedades decorrentes aquelas que se deduzem dos axiomas a.1 a a.5. São as seguintes (8):

. Proporcionalidade: quando os preços de referência variam todos na proporção λ com relação aos preços da base, então I é igual a λ :

$$I(\lambda p_b, p_b, q_t, q_b) = \lambda$$

. Homogeneidade de grau menos um: se a base é alterada na mesma proporção λ , então:

$$I(p_t, q_t, \lambda p_b, q_b) = \frac{1}{\lambda} I(p_t, q_t, p_b, q_b)$$

. Valor Médio: o valor de I encontra-se compreendido entre o menor e o maior relativo de preços:

$$\min_i \left\{ \frac{p_t^i}{p_b^i} \right\} \leq I(p_t, q_t, p_b, q_b) \leq \max_i \left\{ \frac{p_t^i}{p_b^i} \right\} \quad (9)$$

3.2 - Propriedades Desejadas

De "propriedades desejadas" designamos um conjunto de critérios que servirão de base para o julgamento e a classificação teórica dos índices, mormente dos chamados índices superiores. Formaremos a partir dessa classificação as bases para os cálculos dos vieses das fórmulas aplicadas na prática. São estas:

PD1. Reversão Temporal: o resultado do índice quando permitam-se os períodos de comparação e base deve ser o simétrico

(8) As demonstrações podem ser acompanhadas em Eichhorn & Voeller ()

(9) Estes são os chamados "limites triviais" dos índices de preços.

do Índice original⁽¹⁰⁾, isto é:

$$I(p_b, p_t, q_b, q_t) \cdot I(p_t, p_b, q_t, q_b) = 1$$

PD2. Reversão dos Fatores: o produto dos Índices de preços e de quantidades deve ser igual ao Índice de valor

$$I(p_t, p_b, q_t, q_b) \cdot I(q_t, q_b, p_t, p_b) = \frac{\sum_i p_t^i q_t^i}{\sum_i p_b^i q_b^i}$$

PD3. Circularidade: o índice obtido indiretamente, a partir de um período intermediário, deve ser igual ao índice obtido por comparação direta

$$I(p_s, p_b, q_s, q_b) \cdot I(p_t, p_s, q_t, q_s) = I(p_t, p_b, q_t, q_b)$$

PD4. Determinação: quando alguma variável p_t^i ou p_b^i tender a zero, o índice deve tender a um valor positivo maior que zero.

PD5. Consistência na Agregação: seja o conjunto A de n produtos, $A = \{a_1, \dots, a_n\}$ e as participações de A: A_1, \dots, A_r . É possível obter-se o índice do conjunto A através dos índices parciais dos A_i 's. Diz-se que a função I é consistente na Agregação se o valor de I assim obtido é igual ao valor de I calculado diretamente do conjunto A.

(10) Theil () chamou esta propriedade de "Simetria" cujo sentido é mais amplo do que Reversão Temporal. No estudo daquele autor tratava-se de comparações interregionais. Seu argumento por que os índices deveriam atender ao critério é bem persuasivo: os fenômenos referidos são implicitamente simétricos. Ver nossa citação de Fisher à p. 5.

Comentários:

Entendemos útil a classificação exposta — axiomas, propriedades decorrentes e propriedades desejáveis — tanto para que se distingam os requisitos mínimos daqueles adicionais, como também para que não haja redundância no sentido de que algumas propriedades se derivem de outras.

Do ponto de vista histórico foi *Fisher* quem primeiro sistematizou um conjunto de testes que deveriam ser atendidos pelos índices aceitáveis. Este conjunto compunha-se originalmente de 8 testes: Reversibilidade de Mercadorias, Reversibilidade Temporal, Reversibilidade de Fatores, Circularidade, Proporcionalidade, Determinação, Saída e Entrada e Comensurabilidade. No entanto, o próprio autor baseou toda a argumentação de sua obra "*The Making of Index Number*" nos testes de Reversibilidade, Temporal e dos Fatores (os quatro últimos testes somente são mencionados no Apêndice I) e o chamado "*sistema de testes de Fisher*", cristalizado na literatura, compreende apenas seis propriedades: Comensurabilidade, Proporcionalidade, Reversão Temporal, Reversão dos Fatores, Circularidade e Determinação. Em 1930, *Ragnar Frisch* apresentou a primeira demonstração de inconsistência do sistema de *Fisher*⁽¹¹⁾. Embora esses aspectos não sejam tratados em nosso trabalho⁽¹²⁾, devemos observar a importância de se ter colocado em cheque os testes de *Fisher*, cujo resultado mais efetivo, em nossa opinião, foi se ter atingido o nível atual de axiomatização da teoria dos números índices. De modo que o primeiro teste do sistema de *Fisher* é considerado um axioma e o teste da Proporcionalidade como "*propriedade decorrente*".

A propriedade da Reversão Temporal foi justificada por *Fisher* com dois argumentos bastante simples: (1) o que deveria funcionar em determinado sentido (de b a t) deveria funcionar no sentido inverso de (t a b); (2) aplica-se a qualquer situação individual.

(11) Apud *S. Swamy* (). Considera-se inconsistente um conjunto de testes caso não exista um índice que não os atenda todos.

(12) Podem ser consultados: *Swamy* (); *Eichhorn* () e *Eichhorn & Voeller* (). Nesta última referência encontra-se uma minuciosa análise do problema e uma solução geral.

. A propriedade da Reversão dos Fatores tornou-se básica na classificação dos Índices por força do trabalho de *Fisher*. Os chamados "*índices ideais*" (até pouco tempo só existia o de *Fisher*) são considerados assim por atenderem a essa propriedade. Os Índices comumente empregados não a atendem. Como é importante, em sistemas estatísticos, existir consistência entre os Índices, trabalha-se com diferentes especificações, de tal modo que seja atendida uma versão mais fraca da Reversão dos Fatores, a chamada propriedade do Produto. Por exemplo o Índice de preço de *Laspeyres* multiplicado pelo Índice de quantidades de *Paasche* é igual ao Índice de valor.

. Quanto à propriedade da Circularidade, esta não é atendida por qualquer Índice binário. Qual o sentido de sua manutenção no conjunto dos requisitos desejados se a própria característica do fenômeno não a comporta? A dúvida se intensifica, com mais razão ainda, como veremos no capítulo II, quando se evidenciará que, ao se referir aos Índices em cadeia, é atendida por definição⁽¹³⁾. Mantemo-la, entretanto, porque a prática dos Índices impõe que sejam calculados mês a mês e depois acumulados em determinado período. Esta propriedade dará luz a certos aspectos considerados no capítulo III.

. O "*teste*" da Determinação, conforme observado por *Theil* (1973) é pouco relevante em informações anuais em geral, mas importante quando se trata de Índices mensais para produtos que apresentam acentuada oscilação de preços. É o caso dos produtos sazonais. Na escolha da fórmula de cálculo destes produtos deve-se levar em conta esta característica. É desaconselhável, neste sentido, a utilização no INPC da fórmula "*tipo Paasche*" ora em uso. Este foi um ponto de desvantagem dos Índices de *Törnqvist* apontado em *Theil* (1973).

. A propriedade da Consistência na Agregação tem relevância nas definições dos Sistemas de Contas Nacionais. Quando da montagem de um Índice é comum se agrupar os produtos em subconjuntos específicos (o INPC, a nível de item, tem 46 agrupamentos). Esses subconjuntos são

(13) O próprio *Fisher* tratou de sua execração. No capítulo XIII faz um repto ao teste da circularidade, concluindo que as fórmulas que o atendessem deveriam ser postas sob suspeição, ponto de vista coerente com sua visão dos Índices em cadeia (ver capítulo II).

ainda agrupados em conjuntos mais gerais — por exemplo, em grupos, como Alimentação, Habitação, Vestuário, Artigos de Residência, Transporte e Comunicação, Saúde e Cuidados Pessoais e Despesas Pessoais. Assim, nos relatórios de computador encontram-se resultados a diversos níveis, o que significa pelo menos uma maior riqueza de informações para fins de análise. Na verdade tem-se, ao invés de um escalar como na expressão (1.1), um vetor de dados (46 dimensões no caso dos itens do INPC). Esta propriedade exige que os subconjuntos sejam definidos de tal modo que sua união compo- nha o conjunto total, que não haja interseção entre quaisquer subconjuntos e que, afinal, o índice calculado em estágios seja igual ao índice calcula- do a partir das informações desagregadas. Do nosso conhecimento, foi, pe- la primeira vez, definida por *Theil* em 1965.

4 - DOIS TEOREMAS SOBRE ÍNDICES BINÁRIOS

Além dos axiomas e propriedades descritos em 3.2 e 3.3 apresentamos dois resultados importantes da teoria dos números índices e que têm relevância prática⁽¹⁴⁾.

Teorema das Médias: Se I_1, I_2, \dots, I_k são índices de Preços conforme nossa definição,

$$a = \left[\omega_1 I_1^\delta + \omega_2 I_2^\delta + \dots + \omega_k I_k^\delta \right]^{\frac{1}{\delta}}$$

$$b = \left[\frac{\omega_1}{I_1} \cdot \frac{\omega_2}{I_2} \dots \frac{\omega_k}{I_k} \right]$$

Sendo $\delta \neq 0$, $\omega_1 > 0, \dots, \omega_k > 0$ constantes;

$$\sum_i \omega_i = 1$$

(14) As demonstrações dos dois teoremas podem ser seguidas em *Vartia* ().

a e b são Índices de Preços. Significa que as médias aritméticas (de qualquer ordem δ) e as médias geométricas de Índices de preços constituem também Índices de preços, ou seja, atendem aos requisitos de (1.1).

Teorema da Equivalência: a função I pode ser apresentada em forma alternativa, de tal modo que dependa apenas dos relativos de preços, dos relativos de quantidade e das participações relativas. Isto é,

$$1.2) \quad I(p_t, p_b, q_t, q_b) \sim \Psi(r_{tb}, X_{tb}, \omega_t, \omega_b)$$

$$\text{onde: } r_{tb} = (r_{t,b}^1, \dots, r_{t,b}^n)$$

$$X_{tb} = (X_{t,b}^1, \dots, X_{t,b}^n)$$

$$\omega_t = (\omega_t^1, \dots, \omega_t^n)$$

$$\omega_b = (\omega_b^1, \dots, \omega_b^n)$$

$$r_{t,b}^i = \frac{p_t^i}{p_b^i}; \quad X_{t,b}^i = \frac{q_t^i}{q_b^i}$$

$$\omega_t^i = \frac{p_t^i q_t^i}{\sum p_t^i q_t^i}; \quad \omega_b^i = \frac{p_b^i q_b^i}{\sum p_b^i q_b^i}$$

Comentários:

O espírito do Teorema das Médias é que uma combinação de Índices também é um Índice desde que aplicados ao mesmo sistema de informações. Um exemplo célebre é o Índice de Fisher em que na expressão b, I_1 é o Índice de Laspeyres, I_2 é o Índice de Paasche e $\omega_1 = \omega_2 = \frac{1}{2}$. Os Índices

TABELA 1MODELO MACROECONOMÉTRICO PARA O BRASIL (MEB)Demanda Agregada

Equação 1: - Identidade entre Renda e Gastos, preços de 1975

$$YCFR = CPNDR + CPDR + ILPR + CGR + ILGR + XR - MR - TIR + SBR$$

Equação 2: - Consumo Privado de Bens Não-Duráveis por Habitante, Preços de 1975

$$\frac{CPNDR}{POP} = -0.02 + 0.3943 \frac{YDR}{POP} + 0.5292 \frac{CPNDR1}{POP1}$$

(4.19) (4.44)

(0.50) (0.51)

$$R^2 = 0.9964$$

$$DW = 2.06$$

$$n = 13$$

$$SEE = 0.09$$

Equação 3: - Consumo Privado de Bens Duráveis, Preços de 1975

$$\log CPDR = 10.55 + 1.9304 \log \frac{YDR}{YDR1} - 0.2213 \log \frac{TJLTN}{INFL} + 0.6184 \log \frac{EAMP}{IGP.YDR}$$

(1.50) (2.11) (6.23)

$$R^2 = 0.9062$$

$$DW = 2.46$$

$$n = 10$$

$$SEE = 0.09$$

Equação 7: - Restrição Orçamentária do Governo Federal, preços correntes

$$EAMP - EAMP1 + JDF + DFR + GOMF = ROMF + B - B1 + BASE - BASE1 + ORLOGF$$

Equação 8: - Oferta Monetária, preços correntes

$$\begin{array}{rcl} \text{MOEDA} = 2097.15 + 1.7461 \text{ BASE} + 2110.00 \text{ TJLTN} - 3258.68 \text{ TRESBC} \\ (37.75) & (2.88) & (-2.28) \\ (0.96) & (0.08) & (-0.07) \end{array}$$

$$R^2 = 0.9986$$

$$DW = 1.21$$

$$n = 10$$

$$SEE = 11043.0$$

Equação 9: - Demanda de Moeda, preços de 1975

$$\log \frac{\text{MOEDA}}{\text{IGP}} = -2.71 + 0.6300 \log \text{YDR} + 0.1470 (\log \text{TJLTN} - \log \text{INFL})$$

(3.70) (-3.22)

$$\begin{array}{rcl} -0.2994 \log \text{INFL} + 0.5963 \log \frac{\text{MOEDA1}}{\text{IGP1}} \\ (-3.27) & (3.67) & \end{array}$$

$$R^2 = 0.9832$$

$$DW = 2.79$$

$$n = 10$$

$$SEE = 0.04$$

Equação 10: - Juros da Dívida Pública Federal, preços correntes

$$JDF = \frac{TJLTN}{100} \cdot B$$

Equação 11: - Fluxo de Reservas Internacionais, preços correntes

$$DFR = (FRD - FRD1) \cdot RATE$$

Equação 12: - Tributos Indiretos menos Subsídios, preços de 1975

$$\log (TIR - SBR) = -2.7280 + 1.0812 \cdot K1 \cdot \log (CPNDR + CPDR) \\ (13.19)$$

$$R^2 = 0.9110$$

$$DW = 0.36$$

$$n = 19$$

$$SEE = 0.16$$

Equação 13: - Renda Disponível, preços de 1975

$$YDR = YCFR - TDR + TRR + OUTR$$

Equação 14: - Tributos Diretos menos Transferência, preços de 1975

$$\log(\text{TDR} - \text{TRR}) = 25.57 + 2.6287 \cdot \text{K2} \cdot \log \text{YCFR} \\ (8.55)$$

$$R^2 = 0.8114$$

$$Df = 2.01$$

$$n = 19$$

$$\text{SEE} = 0.58$$

Equação 15: - Outras Rendas, preços de 1975

$$\text{OUTR} = 0.065 \text{ YCFR}$$

Equação 16: - Despesas do Governo Federal, preços correntes

$$\text{GOMF} = 0.4 (\text{CGR} + \text{ILGR} + \text{TRR} + \text{SBR}) \cdot \text{IGP}$$

Equação 17: - Receitas do Governo Federal; preços correntes

$$\text{ROMF} = 0.39 (\text{TDR} + \text{TIR}) \cdot \text{IGP}$$

Equação 18: - Subsídios, preços de 1975

$$\text{SBR} = 0.065 \text{ TIR}$$

Equação 19: - Transferências, preços de 1975

$$TRR = 0.80 \text{ TDR}$$

Setor Externo

Equação 20: - Exportações de Mercadorias, dólares correntes

$$XMD = XACDR.PCEDX + XAFDR.PFEXD + XPRCFDR.PXPRCFD + XMADR.IPAUSA$$

Equação 21: - Exportações de Café, dólares de 1975

$$XACDR = 464.47 + 309.81 \text{ YWDR} + 21.1682 \frac{\text{RATE}}{\text{PAGR}} - 91.1791 \text{ PCEXD1}$$

(1.60)	(2.50)	(-1.93)
(0.62)	(0.18)	(-0.43)

$$R^2 = 0.7150$$

$$DW = 2.37$$

$$n = 19$$

$$SEE = 125.94$$

Equação 22: - Exportações de Minério de Ferro, dólares de 1975

$$\log XAFDR = -0.92 + 0.3332 \log YWDR + 0.9128 \log XAFDR1$$

(1.44)	(19.24)
--------	---------

$$R^2 = 0.9781$$

$$DW = 1.87$$

$$n = 19$$

$$SEE = 0.13$$

Equação 23: - Exportações de Produtos Primários Exceto Café e Minério de Ferro ,
dólares de 1975

$$\log XPRCFDR = -16.91 + \underset{(4.57)}{1.0115 \log YWDR} + \underset{(3.22)}{0.5778 \log \frac{PXPRCFD1 \cdot RATE1}{PAGR1}}$$

$$+ \underset{(2.53)}{0.4465 \log \frac{PXPRCFD2 \cdot RATE2}{PAGR2}} + \underset{(2.02)}{0.3042 \log XPRCFDR1}$$

$$R^2 = 0.9592$$

$$DW = 2.25$$

$$n = 18$$

$$SEE = 0.08$$

Equação 24: - Exportações de Produtos Manufaturados, dólares de 1975

$$\log XMADR = -7.67 + \underset{(1.25)}{0.3603 \log YWDR} + \underset{(1.72)}{0.0995 TJME}$$

$$+ \underset{(1.89)}{0.9832 \log \frac{IPAUSA \cdot RATE \cdot (1 + INFMAX)}{PIND}} + \underset{(2.21)}{0.5027 \log XMADR1}$$

$$R^2 = 0.9905$$

$$DW = 1.85$$

$$n = 19$$

$$SEE = 0.15$$

Equação 25: - Importações de Mercadorias, dólares correntes

$$IMD = MCDR.IPAUSA + MKDR.IPKUSA + MPETDR . PMPED + MIDR.IPMUSA$$

Equação 26: - Importações de Bens de Consumo, dólares de 1975

$$\log MCDR = 4.44 - 0.6137 \log \frac{RATE}{IGP} + 0.1255 \log \frac{FRD}{IPAUSA} + 0.3821 \log MCDR1$$

(-1.70)
(1.52)
(1.63)

$$R^2 = 0.9041$$

$$DW = 1.80$$

$$n = 19$$

$$SEE = 0.21$$

Equação 27: - Importações de Bens de Capital, dólares de 1975

$$MKDR = 1619.54 + 0.1725 \frac{ILPR + ILGR}{8.127} - 4156.75 IPKUSA$$

(3.54)
(-4.11)

(1.81)
(2.03)

$$+ 0.0728 \frac{FRD}{IPAUSA} + 0.4105 MKDR1$$

(1.90)
(2.23)

(0.19)
(0.44)

$$R^2 = 0.9580$$

$$DW = 2.24$$

$$n = 19$$

$$SEE = 265.59$$

Equação 28: - Importações de Insumos Intermediários Exceto Petróleo, dólares de 1975

$$\log MIDR = -1.71 + \frac{1.2715}{(9.08)} \log \frac{YIND}{8.127} - \frac{1.6908}{(-2.85)} \log \frac{IPMUSA \cdot RATE}{PIND}$$

$$R^2 = 0.9522$$

$$DW = 1.39$$

$$n = 19$$

$$SEE = 0.19$$

Equação 29: - Importações de Petróleo, dólares de 1975

$$\log MPETRDR = -6.60 + \frac{1.2011}{(6.11)} \log \frac{YCFR}{8.127} - \frac{0.1163}{(-2.78)} \log \frac{PMPED \cdot RATE}{IGP}$$

$$+ \frac{0.2010}{(1.55)} \log MPETRDR1$$

$$R^2 = 0.9916$$

$$DW = 1.65$$

$$n = 19$$

$$SEE = 0.06$$

Equação 30: - Despesas de Serviços, dólares correntes

$$MSD = MSTD + MSJD + MSLD + MSOD$$

Equação 31: - Despesas de Serviços de Transportes, Seguros e Viagens Internacionais, dólares correntes

$$MSTD = 59.22 + 0.1411 \text{ MMD}$$

(32.53)
(1.05)

$$R^2 = 0.9842$$

$$DW = 1.15$$

$$n = 19$$

$$SEE = 104.06$$

Equação 32: - Despesas de Serviços de Juros, dólares correntes

$$MSJD = (TJEFID.EFIEXDR.IPAUSA + LIBOR.EMOEXDR.IPAUSA) \div 100$$

Equação 33: - Despesas de Serviços de Lucros, dólares correntes

$$MSLD = -36.65 + 0.0869 \text{ KEXD1}$$

(23.44)
(0.55)

$$R^2 = 0.9700$$

$$DW = 1.01$$

$$n = 19$$

Equação 34: - Capital Externo, dólares correntes

$$KEXD = IEXDR.IPAUSA + KEXD1$$

Equação 35: - Saldo das Transações Correntes, dólares correntes

$$SALTC = XMD + XSD - MMD - MSD + TRUNID$$

Equação 36: - Reservas Internacionais, dólares correntes

$$FRD = IEXDR.IPAUSA - IBD + EFIEXDR.IPAUSA - EFIEXDR1.IPAUSA1 + EMOEXDR.IPAUSA - \\ - EMOEXDR1.IPAUSA1 + OCAPD + SALTC + ERROD + FRD1$$

Equação 37: - Investimentos Estrangeiros, dólares de 1975

$$IEXDR = -1154.19 + 0.0225 \frac{ILPR}{(1.92) \ 8.127} + 0.0595 \frac{FRD}{(2.45) \ IPAUSA} + 1088.87 \frac{YCFR}{(3.07) \ 8.127.YWDR} \\ (0.30) \quad (0.24) \quad (0.66)$$

$$R^2 = 0.9248$$

$$DW = 2.24$$

$$n = 19$$

$$SEE = 137.95$$

Equação 38: - Empréstimos Exclusive em Moeda e Financiamentos Externos Líquidos, dólares 1975

$$\begin{array}{rcll}
 \text{EFIEXDR} = 2259.45 + 0.0588 \frac{\text{YDR}}{8.127} - 568.7520 \text{ TJEFID} + 0.7219 \text{ EFIEXDR1} \\
 \quad \quad \quad (2.51) \quad \quad \quad (-2.30) \quad \quad \quad (3.14) \\
 \quad \quad \quad (0.72) \quad \quad \quad (-0.40) \quad \quad \quad (0.74)
 \end{array}$$

$$R^2 = 0.9508$$

$$\text{DW} = 2.16$$

$$n = 10$$

$$\text{SEE} = 672.03$$

Equação 39: - Empréstimos Externos Líquidos em Moeda, dólares de 1975

$$\begin{array}{rcll}
 \text{EMOEXDR} = -15252 + 0.3626 \frac{\text{YDR}}{8.127} - 49394 \frac{\text{EAMP}}{\text{IGP.YDR}} + \\
 \quad \quad \quad (18.56) \quad \quad \quad (1.95) \quad \quad \quad (-3.59) \quad \quad \quad (-0.29)
 \end{array}$$

$$+ 52.3493 \left\{ \text{TJLTN} - \left[\left(1 + \frac{\text{LIBOR}}{100} \right) \frac{\text{RATE}}{\text{RATE1}} - 1 \right] .100 \right\} \\
 \quad \quad \quad (2.35) \quad \quad \quad (0.02)$$

$$R^2 = 0.9942$$

$$\text{DW} = 1.70$$

$$n = 10$$

$$\text{SEE} = 721.08$$

Oferta Agregada e Preços

Equação 40: - Produto Agrícola, preços de 1975

$$\log YAGR = 6.74 + 0.2032 \log \frac{EAMP}{IGP} + 0.2827 \log \frac{PAGR3}{IGP3}$$

(17.18) (2.67)

$$R^2 = 0.9568$$

$$DW = 1.65$$

$$n = 17$$

$$SEE = 0.05$$

Equação 41: - Produto Industrial, preços de 1975

$$\log YIND = 0.1222 + 0.6423 \log(CPNDR + CPDR + CGR) + 0.2738 \log (ILPR+ILGR)$$

(6.55) (4.82)

$$+ 0.055 \log \left[(XMADR + XAFDR). 8.127 \right]$$

(2.43)

$$R^2 = 0.9985$$

$$DW = 2.03$$

$$n = 19$$

$$SEE = 0.02$$

Equação 42: - Produto do Setor Serviços, preços de 1975

$$YSERV = YCFR - YAGR - YIND$$

Equação 43: - Preço do Produto Agrícola

$$PAGR = 0.000004435 YDR - 0.00004159 SAGR$$

(2.64)	(-1.55)
(0.98)	(-0.51)

$$R^2 = 0.53$$

$$DW = 0.34$$

$$n = 19$$

$$SEE = 0.95$$

Equação 44: - Preço do Produto Industrial

$$PIND = -1.42 + 0.002264 WAGE + 0.1118 RATE + 0.7859 \frac{YDR}{KPI} + 0.3784 IGPI + K3 +$$

(5.90)	(4.58)	(2.62)	(1.74)
(0.55)	(0.74)	(0.09)	(0.26)

$$+ 0.3394 PMPD$$

(3.67)
(0.11)

$$R^2 = 0.9987$$

$$DW = 2.38$$

$$n = 19$$

$$SEE = 0.05$$

Equação 45: - Preço do Produto do Setor Serviços

$$\begin{aligned}
 \text{PSERV} = & -1.10 + 0.002329 \text{ WAGE} + 0.0775 \text{ RATE} + 0.4414 \frac{\text{YDR}}{\text{KPI}} + 0.9078 \text{ IGP1.K3} + \\
 & \quad (6.53) \quad (3.18) \quad (1.49) \quad (4.15) \\
 & \quad (0.51) \quad (0.47) \quad (0.05) \quad (0.57)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + 0.08183 \text{ PMPED} \\
 & \quad (1.31) \\
 & \quad (0.03)
 \end{aligned}$$

$$R^2 = 0.9989$$

$$DW = 2.22$$

$$n = 19$$

$$SEE = 0.04$$

Equação 46: - Preço do Produto Interno

$$\text{IGP} = \frac{\text{YAGR.PAGR} + \text{YIND.PIND} + \text{YSERV.PSERV}}{\text{YCFR}}$$

Equação 47: - Custo Unitário da Mão-de-Obra, preços correntes

$$\text{WAGE} = \frac{\text{SAL}}{\text{PRODX2X3}}$$

Equação 48: - Taxa de Câmbio, preços correntes

$$\text{RATE} = K4 \cdot \text{RATE1} \cdot \left(\frac{\text{IGP}}{\text{IGP1}} - \frac{\text{IPAUSA}}{\text{IPAUSA1}} + 1 \right)$$

Equação 49: - Emprego nos Setores Secundário e Terciário

$$\text{PRODX2X3} = \frac{\text{YIND} + \text{YSERV}}{\text{NX2X3}}$$

Equação 50: - Salário Mínimo, preços correntes

$$\text{SAL} = K5 \cdot \text{SAL1} \left(1 + \frac{\text{INFL1}}{100} \right)$$

Equação 51: - Oferta Agrícola Interna, preços de 1975

$$\text{SAGR} = \text{YAGR} - (\text{XACDR} + \text{XPRCFDR}) \cdot 8.127$$

Equação 52: - Taxa de Inflação

$$\text{INFL} = \left(\frac{\text{IGP}}{\text{IGP1}} - 1 \right) \cdot 100$$

Equação 53: - Produtividade Média dos Setores Secundário e Terciário, preços de 1975

$$\log \text{PRODX2X3} = -0.31 + 0.2603 \log \text{KPI} \\ (5.94)$$

$$R^2 = 0.6747$$

$$DW = 0.31$$

$$n = 19$$

$$SEE = 0.09$$

- Equação 54: - Estoque de Capital Privado, preços de 1975

$$KPI = ILPR + KPI1$$

resultantes são ditos secundários no sentido de que se derivam de índices "primários".

É preciso distinguir a observação acima da situação, comentada no início do capítulo, do IGP, do INPC e do IPC-Rio. O Teorema das Médias aplica-se a um sistema de informações comum, ao passo que estes Índices têm em suas componentes sistemas diversos de preços e quantidades. Entenda-se não ser este problema, em si, crucial dado que é perfeitamente aceitável alterar o espírito do teorema permitindo uma composição de subsistemas (e.g. o IPC-Rio pode ser entendido como uma combinação de dois subsistemas: produtos alimentícios e produtos não alimentícios). O problema é que estes Índices deixam de atender à propriedade da Consistência na Agregação. No caso do INPC-Amplio, somente a partir do agregado item esta propriedade é atendida; quanto aos dois outros Índices e ao INPC-restrito, todos são agregativamente inconsistentes em qualquer nível.

O Teorema da Equivalência é extremamente importante na prática. Usualmente os Índices são calculados a partir de sistemas de pesos e de relativos de preços. O que não se pode ignorar é a necessidade de manutenção do sentido da especificação do Índice. Veja-se o Índice de Laspeyres que pode ser expresso, conforme (1.1) assim:

$$I_{b,t}^L = I_{b,t}^L(p_t, p_b, q_b) = \frac{\sum_i p_t^i q_b^i}{\sum_i p_b^i q_b^i}$$

ou na forma equivalente:

$$I_{b,t}^L = \psi_{b,t}^L(r_{t,b}, \omega_b) = \sum_i \omega_b^i r_{t,b}^i$$

A expressão alternativa $\psi^L(r_{tb}, \omega_b)$ deve preservar o sentido da forma primitiva $I^L(p_t, p_b, q_b)$. Insistimos neste ponto em virtude de ser generalizada a desatenção das instituições produtoras de Índices no Brasil.

5 - AVALIAÇÃO DOS ÍNDICES

Mostramos nas seções anteriores que sob o enfoque das comparações binárias, a função I é considerada um índice desde que atenda aos axiomas a_1 , a_2 , a_3 , a_4 e a_5 , na condição de requisitos mínimos. As alternativas especificações de I devem ser hierarquizadas conforme atendam às propriedades desejadas.

Entretanto, procedemos de forma levemente diversa. Em primeiro lugar, classificamos os índices de acordo com a exigência de informações necessárias aos cálculos. Temos dois grupos: os que exigem o sistema (p_t, p_b, q_t, q_b) completo e os que fazem uso apenas de parte das informações de quantidades, ou da base ou de comparação. Queremos deixar claro que este é um aspecto que os distingue e quanto à última categoria é necessário esclarecer que, a rigor, logicamente, se há escassez de dados é no período de comparação. Consideramos as duas situações dada a importância do índice de *Paasche* e para generalização do estudo. Então, em segundo lugar, os classificamos com base nos testes.

5.1 - Classificação dos Índices Ideais

A referência para a estimativa dos vieses, consoante nossa definição de vies, é um índice identificado como "*ideal*". Esta denominação deve-se a *Fisher* e está intimamente associada ao atendimento à Propriedade da Reversão dos Fatores, quer exato, quer aproximado. São estes, por ordem cronológica de surgimento, os Índices ideais:

a) Índice de *Fisher* - mencionado por *Walsh* em 1901 in "*The Measurement of General Exchange Value*"; em 1912, por *Pigou* in "*Wealth and Welfare*" e consolidado por *Fisher* em 1922⁽¹⁵⁾. Expressa-se assim:

$$I^P = (I^L \cdot I^P)^{\frac{1}{2}}$$

onde I^L e I^P são, respectivamente, os Índices de *Laspeyres* e de *Paasche*, definidos adiante.

(15) Apud *Fisher* ()

b) Índice de *Walsh*, advogado por *Walsh* (op. cit.) em 1901:

$$\log I^W = \sum_i \frac{(\omega_t^i \cdot \omega_b^i)^{\frac{1}{2}}}{\sum_i (\omega_t^i \cdot \omega_b^i)^{\frac{1}{2}}} \cdot \log \left(\frac{p_t^i}{p_b^i} \right)$$

c) Índice de *Törnqvist*, sugerido por *Törnqvist* () , em 1936:

$$\log I^T = \sum_i \left(\frac{\omega_t^i + \omega_b^i}{2} \right) \cdot \log \left(\frac{p_t^i}{p_b^i} \right)$$

d) Índice de *Theil* advogado por *Theil* () em 1973.

$$\log I^{Th} = \sum_i \frac{\left[\omega_t^i \cdot \omega_b^i \left(\frac{\omega_t^i + \omega_b^i}{2} \right) \right]^{\frac{1}{3}}}{\sum_i \left[\omega_t^i \cdot \omega_b^i \left(\frac{\omega_t^i + \omega_b^i}{2} \right) \right]^{\frac{1}{3}}} \cdot \log \left(\frac{p_t^i}{p_b^i} \right)$$

e) Índices *Vartia* 1 e *Vartia* 2, advogados por *Vartia* () em 1976:

$$\log I^{V1} = \sum_i \frac{\frac{v_t^i - v_b^i}{\sum (\log v_t^i / v_b^i)}}{\frac{v_t - v_b}{\log (v_t / v_b)}} \cdot \log \left(\frac{p_t^i}{p_b^i} \right)$$

$$\log I^V = \frac{\sum_i \frac{\omega_t^i - \omega_b^i}{\log(\omega_t^i / \omega_b^i)}}{\sum_i \frac{\omega_t^i - \omega_b^i}{\log(\omega_t^i / \omega_b^i)}} \cdot \log \left(\frac{p_t^i}{p_b^i} \right)$$

Onde, em todas as fórmulas:

ω_t^i é o peso do produto "i" no período de comparação

ω_b^i é o peso do produto "i" no período base

v_t^i é o valor do produto "i" no período de comparação

v_b^i é o valor do produto "i" no período base

p_t^i é o preço de bem "i" no período de comparação

p_b^i é o preço do bem "i" no período base

$$\sum_i \omega_t^i = 1 ; \sum_i \omega_b^i = 1 ;$$

$$v_t = \sum_i v_t^i ; v_b = \sum_i v_b^i$$

A classificação é apresentada no quadro 1 abaixo.

QUADRO 1: CLASSIFICAÇÃO DOS ÍNDICES IDEAIS

ÍNDICES	DADOS NECESSÁRIOS	PROPRIEDADES						CLASSIF.
		PD1	PD2	PD2'	PD3	PD4	PD5	
I^T	Todos	S	N	S	N	N	N	39
I^W	"	S	N	S	N	N	N	39
I^{Th}	"	S	N	S	N	N	N	39
I^F	"	S	S	-	N	S	N	29
I^{V1}	"	S	S	-	N	S	S	19
I^{V2}	"	S	S	-	N	S	N	29

NOTA: PD1: Reversão Temporal; PD2: Reversão dos Fatores; PD2': Reversão dos Fatores Aproximada; PD3: Circularidade; PD4: Determinação; PD5: Consistência na Agregação.

5.2 - Classificação dos Índices da Prática

Chamamos Índices da Prática aqueles que são usualmente empregados de forma direta, *Laspeyres* e Geométrico; de forma indireta, *Paasche*; ou passíveis de serem empregados em situações especiais *Paasche*, *Palgrave*. *Paasche*-logarítmico ou Harmônico - *Laspeyres*. Caracterizam-se pelo uso parcial do sistema (p_t, p_b, q_t, q_b) , ora utilizando informações do período de base ora do período de comparação. São estes, por ordem cronológica de surgimento:

a) Índice de *Laspeyres* - proposto por *Laspeyres* em 1864⁽¹⁶⁾:

$$I^L = \frac{\sum_i p_t^i q_b^i}{\sum_i p_b^i q_b^i}$$

b) Índice de *Paasche* - proposto por *Paasche* em 1874⁽¹⁷⁾:

$$I^P = \frac{\sum_i p_t^i q_t^i}{\sum_i p_b^i q_t^i}$$

c) Índice Geométrico - na forma ponderada por valores da base não se associa a nome algum⁽¹⁸⁾.

$$\log I^G = \sum_i \omega_b^i \cdot \log \left(\frac{p_t^i}{p_b^i} \right)$$

(16 e 17) Alguns economistas, *Young*, *Lowe* e *Scrope*, ainda na primeira metade do século passado, já haviam aplicado médias aritméticas ponderadas para a obtenção de números índices. O nome "*Índice de Laspeyres*" se deve ao fato de aquele estatístico ter sugerido usar como pesos as quantidades do período base. *Mutatis mutandis*, o índice de *Paasche* (apud *Ruist* ()).

(18) O índice geométrico simples foi preferido por *Jevons* em 1863 (apud *Fisher* ()).

d) Índice de *Palgrave* - associado ao matemático

Palgrave:

$$I^{Pg} = \sum_i \omega_t^i \cdot \left(\frac{p_t^i}{p_b^i} \right)$$

e) Índice Logarítimo - *Paasche* - referido pela primeira vez por *Fisher* em 1922:

$$\log I^P = \sum_i \omega_t^i \log \left(\frac{p_t^i}{p_b^i} \right)$$

f) Índice Harmônico *Laspeyres* - referido pela primeira vez por *Fisher* em 1922:

$$I^{hl} = 1 / \sum_b \omega_b^i \cdot \left(\frac{p_t^i}{p_b^i} \right)^{-1}$$

Vejamos como se classificam conforme nossos testes:

QUADRO 2: CLASSIFICAÇÃO DOS ÍNDICES DA PRÁTICA

ÍNDICES	DADOS		PROPRIEDADES						CLASSIF.
	b	t	PD1	PD2	PD2'	PD3	PD4	PD5	
I^G	X		N	N	S	N	N	S	2º
I^{hl}	X		N	N	S	N	N	S	2º
I^{Pg}		X	N	N	S	N	N	S	2º
I^P		X	N	N	S	N	N	S	2º
I^P		X	N	N	S	N	S	S	1º
I^L	X		N	N	S	N	S	S	1º

NOTA: PD1: Reversão Temporal; PD2: Reversão dos Fatores; PD2': Teste do Produto; PD3: Circularidade; PD4: Determinação; PD5: Consistência na Agregação.

6 - CONCLUSÕES

Sob a análise bisituacional do presente capítulo visamos estabelecer os requisitos teóricos necessários à hierarquização dos vários métodos de cálculo que serão aplicados no capítulo 4. Tratamos 12 fórmulas divididas em dois grupos, conforme utilizem total ou parcialmente os dados associados aos períodos de comparação e base. A escolha dessas 12 fórmulas se prende tanto ao interesse eminentemente prático de pesquisar o sentido das metodologias de cálculo dos índices quanto à importância de representar, para fins comparativos, o espectro das fórmulas de *Fisher*. Desse conjunto, apenas três lhe eram desconhecidas: I^{Th} , I^{VI} e I^{V2} .

Nossas conclusões, a partir dos parâmetros fixados, correspondem às linhas do trabalho de *Vartia* (), com pequenas diferenças (aquele autor desenvolve uma outra versão do Índice de *Törnqvist*, um terceiro Índice de *Vartia* e lida com o Índice de *Stuvel*). A inferência mais surpreendente é que o Índice I^{VI} é superior a todos os outros, inclusive ao Índice de *Fisher*, considerado "superlativo" e que fica em segundo plano por não atender à propriedade da Consistência na Agregação; a seguir, vêm os índices de *Walsh* e *Theil*, o primeiro tido por *Fisher* como "excellent" e em quarto plano o Índice de *Törnqvist* considerado "very good" pelo referido autor.

Quanto aos índices da prática corrente (ou passíveis de aplicação) diferenciam-se tão somente pela propriedade da Determinação, atendida apenas pelos índices de *Laspeyres* e *Paasche*. Não passam pelos dois grandes testes da Reversibilidade — e nenhum índice que não empregue completamente as informações dos dois períodos atendem-nos. Porém, são consistentes na agregação, exatamente porque suas estruturas de pesos são bastante simples e podem-se expressar em termos de valor, o que não ocorre com os índices ideais, exceto I^{VI} . Os dois índices que competem na prática — geométrico e *Laspeyres* — são equivalentes com pequena superioridade do índice de *Laspeyres* por atender ao teste da Determinação.

É conveniente, entretanto, ficar claras as limitações desta classificação, pela própria importância relativa dos testes. Sobressai-se o teste da Reversão dos Fatores por garantir a decomposição do "Índice de valor" em Índice de preços e Índice de quantidades. Por essa pro

priedade é que se considera um Índice "fixo", mas é possível que em certas circunstâncias a propriedade da Determinação, que se refere ao comportamento do Índice, seja mais relevante. Além do que, a própria classificação feita por *Fisher* não segue o conjunto de propriedades. Haja vista, por significativas, suas conclusões: os Índices de *Fisher*, *Törnqvist*, *Laspeyres* e *Paasche* são não viesados; os Índices Geométrico e *Paasche*-logarítmico apresentam, respectivamente vies descendente e ascendente de primeiro grau; e os Índices de *Palgrave* e *Harmônico-Laspeyres* têm vieses duplos, respectivamente, ascendentes e descendentes. Observe-se que dois índices de nosso segundo grupo são tidos como não viesados, enquanto que por nossa classificação qualquer índice do primeiro grupo é superior a qualquer do segundo.

Feitas essas ressalvas, retomemos, ainda de forma não conclusiva, nossas considerações sobre os índices utilizados no País. Já tivemos oportunidade de registrar o não atendimento da Propriedade da Consistência na Agregação pelo IGP e seu atendimento pelo INPC-Amplio, os dois índices com características de estimador da inflação. Essas considerações são gerais e têm como referência implícita um sistema Estatístico de Índices de Preços consentâneo às Contas Nacionais. De agora em diante, no entanto, nossa análise se dirigirá para os aspectos mais minuciosos relativos às fórmulas de cálculo e sua aplicação. Distinguem-se, claramente, cinco métodos de cálculo:

i - *Laspeyres*: utilizado no cálculo do INPC; do IPC-Rio, para o grupo não alimentício; do IPC-Belém do Instituto de Desenvolvimento Econômico Social do Pará, e do IPC-Salvador da CEPLAB.

ii - *Laspeyres "modificado"*: é a fórmula utilizada no IPA; IPC-Recife, do Instituto Joaquim Nabuco de Pesquisas Sociais; IPC-PA do Centro de Estudos e Pesquisas Econômicas do Rio Grande do Sul; IPC-Belo Horizonte do IPEAD; IPC-São Paulo do DIEESE e o IPC-Brasília da CODEPLAN.

iii - *Geométrico*: utilizado pela FIPE-SP para o IPC-SP, pela FGV para o grupo alimentação do IPC-Rio e para o cálculo do IPC-Rio Branco.

iv - *Pasche* ou, mais corretamente, "*tipo Pasche*", no INPC para os itens alimentícios sazonais.

v - *Média Aritmética com Ponderação Fixa*, no cálculo do IGP ao combinar o IPA, o IPC-Rio e o ICC-Rio com os pesos 60%, 30% e 10% ; no INPC-Restrito ao combinar os índices metropolitanos para a obtenção dos índices nacionais através da estrutura de pesos definida pela população residente; e no IPC-Rio ao combinar os grupos alimentação e não alimentação.

Conforme a definição (1.1) de função Índice, todos os cinco métodos de agregação descritos acima constituem índices. Entretanto não definimos entre nossas fórmulas os índices ii (*Laspeyres "modificado"*) e v (*Média Aritmética*). A razão é porque "ii" quando corretamente definido, tomando-se dois períodos, corresponde ao próprio índice de *Laspeyres* e "v" necessita ser examinado quanto ao significado dos pesos. Não há dúvida que, sob o enfoque das comparações binárias, são índices. O problema é que o alcance da análise bisituacional é insuficiente para a avaliação dos índices empregados na prática, exatamente por terem — os índices da prática — a característica de índices contínuos. Sobre serem calculados mês a mês, são acumulados em períodos de 6 meses, um ano, etc; sobre expressarem o fenômeno do movimento dos preços a curto prazo, expressam-no também a longo prazo. Faz-se mister, por conseguinte, o enfoque dos índices em Cadeia ou do Índice Teórico de Divisia.

CAPÍTULO II

OS ÍNDICES EM CADEIA E O ÍNDICE TEÓRICO DE DIVISIA

1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O capítulo 1 é desenvolvido integralmente em função da análise bisituacional dos chamados Índices binários que compreendem comparações diretas envolvendo dois pontos ou dois intervalos de tempo ou duas regiões. Neste segundo capítulo tratamos dos Índices em cadeia, ou seja dos Índices obtidos não por comparação direta mas por uma sucessão de comparações intermediárias em número finito. Este processo, como veremos a seguir, leva ao Índice Teórico de Divisia. Mais genericamente, à Teoria dos Índices Contínuos.

É nossa convicção que a análise contínua proporciona a compreensão mais profunda da prática dos Índices, desde o sentido das fórmulas de cálculo até as questões relativas à montagem das séries históricas de preços e de Índices. Os problemas de referência temporal (aliás, é bom ressaltar que este enfoque não se aplica a comparações regionais), acumulação de resultados, participações e influências devem ser tratados à luz da análise contínua.

Além destes pontos, o desenvolvimento formal desperta-nos para a reflexão de aspectos globais:

- . que estratégia adotar quando da produção sistemática de Índices de preços: base fixa ou Índices em cadeia.
- . que hipóteses são assumidas na prática corrente.
- . o sentido das séries históricas montadas a partir de cada alternativa.

Não obstante nosso interesse de ordem prática, daremos uma ênfase especial ao Índice teórico de Divisia, demonstrando que os Índices mais comuns (de fato, qualquer Índice) - *Paasche*, *Laspeyres* e *Geométrico* - constituem casos particulares de Divisia. Ficará claro também, sob o enfoque contínuo, que não há superioridade de qualquer deles, porquanto as hipóteses envolvidas são igualmente arbitrárias.

2 - OS ÍNDICES EM CADEIA

Suponhamos que seja calculado um Índice de base fixa ao lon

go do período (b,t) , caracterizado pelo sistema de informações e pela função I , conforme os termos do capítulo 1:

$$I: R^4 \rightarrow R, (p_t, p_b, q_t, q_b) \rightarrow I(p_t, p_b, q_t, q_b)$$

O resultado do processo de agregação — um número real maior que zero — é $I(p_t, q_b, q_t, q_b)$, simplificadoamente: I_{bt} . Suponhamos ainda que o intervalo (bt) seja seccionado em K sub-intervalos. Necessita-se, então, ao invés de um único sistema de informações (p_t, p_b, q_t, q_b) , um conjunto de subsistemas de mesma natureza $(p_{b+1}, p_b, q_{b+1}, q_b); \dots; (p_t, p_{t-1}, q_t, q_{t-1})$.⁽¹⁹⁾ Ora, pode-se aplicar, em cada um destes subsistemas o mesmo processo acima, obtendo-se, índices binários $I_{t-1,t}$.

Define-se *Índice em Cadeia* da seguinte forma:

$$(2.1) \quad \bar{I}_{bt} = \prod_{k=b+1}^t I_{k-1,k}, \quad \text{quando } t > b$$

$$\bar{I}_{bt} = 1 \quad \text{quando } t = b$$

$$\bar{I}_{bt} = 1 / \prod_{k=b+1}^t I_{k-1,k} \quad \text{quando } t < b$$

Isto é, a partir de uma sucessão de índices binários (quais quer que sejam suas especificações!), obtêm-se um índice em cadeia através da acumulação geométrica dos resultados individuais obtidos em cada sub-intervalo de (bt) .

Uma definição equivalente, em termos de soma de logarítmos, é apresentada a seguir:

(19) Fica evidente que o problema da construção dos índices em cadeia diz respeito à geração das informações necessárias para compor os subsistemas envolvidos.

$$(2.2) \quad \log \bar{I}_{bt} = \log I_{b,b+1} + \log I_{b+1,b+2} + \dots + \log I_{t-1,t}, \quad t \text{ para } t > b$$

$$\log \bar{I}_{bt} = - \log \bar{I}_{tb}, \quad \text{para } t < b$$

Comentários:

. Pela forma como são definidos, os Índices em cadeia constituem montagens de Índices binários. É importante observar a exigência de informações para se construir séries históricas de Índices em cadeia. A cada elo da série fazem-se necessários novos levantamentos de quantidades. Os subsistemas assim obtidos captam a dinâmica dos mercados, à medida que incorporam produtos novos ou produtos com novas especificações e excluem produtos que deixam de ser comercializados.

. Quanto aos axiomas e propriedades comportam-se assim:

a) Propriedade da Circularidade. Atendem-na, por construção⁽²⁰⁾, dependentemente da particular especificação da função I . Este fato, juntamente com a evidência de que nenhum Índice binário atende a esta propriedade, tenta-nos a excluí-la das propriedades desejáveis. Naquele caso é uma impossibilidade, neste uma banalidade.

b) Reversão Temporal. Ainda uma vez, por construção, a propriedade da reversão temporal é atendida. Ver a expressão logarítmica (2.2).

c) Reversão dos Fatores. O atendimento à reversão dos fatores depende de como os pesos são definidos em cada elo. Em geral não é atendida.

d) Determinação. Depende da especificação da função I . As fórmulas tradicionais *Laspeyres* e *Paasche* reagem apropriadamente a essa propriedade.

(20) "For an *artificio positivista*", conforme Simonsen ().

e) Axioma da Identidade e Propriedade da Proporcionalidade. Os Índices em cadeia não atendem a estes dois requisitos, como é facilmente verificado ao se observar a expressão (2.1)⁽²¹⁾. O que, à primeira vista, é surpreendente porque se trata de exigências relativamente simples e intuitivas.

Na verdade a inconveniência acima não deve causar maiores preocupações. Os axiomas e propriedades foram definidos para os Índices binários. Em consequência, o cotejo "*índice base fixa versus índice em cadeia*" feita a partir dos axiomas e propriedades perde o sentido⁽²²⁾. A questão básica de que estratégia adotar na construção de séries históricas de Índices deve-se respaldar em considerações diversas. Voltaremos a este ponto, mais adiante, na seção 4.

3 - O ÍNDICE TEÓRICO DE DIVISIA

3.1 - A noção de continuidade em Variáveis Econômicas

Quando apresentamos os Índices em cadeia, o que fizemos foi subdividir o período (bt) em vários sub períodos $(b, b+1); (b+1, b+2); \dots; (t-1, t)$. Por definição, podemos ter tantos intervalos entre b e t quantos desejarmos. Admitamos que as variáveis econômicas "*quantidades compradas*" e "*valor do dispêndio*" sejam definidas como funções contínuas do tempo no intervalo $(t - \frac{k}{2}; t + \frac{k}{2})$ de dimensão k e que as quantidades e os valores médios sejam:

$$(2.3) \quad v_k^i(t) = \frac{1}{k} \int_{t - \frac{k}{2}}^{t + \frac{k}{2}} v^i(t) dt$$

$$q_k^i(t) = \frac{1}{k} \int_{t - \frac{k}{2}}^{t + \frac{k}{2}} q^i(t) dt$$

(21) Ver Simonsen (), com respeito ao Índice teórico de Divisia que sofre da mesma "deficiência".

(22) Mesmo autores importantes como K. Banerjee insistem nessas comparações. O resultado é que não se chega a conclusão alguma. Veja-se, por exemplo, o capítulo 2 de Banerjee ().

A partir das expressões acima, define-se $p_k^i(t) = \frac{v_k^i(t)}{a_k^i(t)}$.

isto é o preço médio para o período de tempo K . Observe-se que as três variáveis (médias) acabam tendo uma referência de ponto no tempo, justamente o ponto médio do intervalo K .

3.2 - O Índice de Divisia

Uma vez definidas as variáveis acima podemos calcular índices binários considerando-se dois intervalos sucessivos k e $k+1$. Seja, por exemplo, o índice de Laspeyres.

$$(2.4) \quad I_{k, k+1}^L = \sum_i w_{t_k}^i \cdot r_{t_{k+1}}^i$$

$$\text{onde} \quad w_{t_k}^i = v_k^i(t_k) / \sum v_k^i(t_k)$$

$$r_{t_{k+1}}^i = p_k^i(t_{k+1}) / p_k^i(t_k)$$

O índice em cadeia para todo o intervalo (b, t) , conforme (2.1) e (2.2) é:

$$\bar{I}_{bt} = I_{b, b+1} \cdot I_{b+1, b+2} \cdot \dots \cdot I_{t-1, t}$$

$$\text{ou} \therefore \log \bar{I}_{bt} = \sum_{k=b}^{t-1} \log I_{k, k+1}$$

Se fizermos o número de intervalos entre (b, t) tender a infinito, temos as variáveis p , q e v definidas de forma contínua, e o índice em cadeia resultante, também definido em (b, t) de forma contínua, igual ao índice de Divisia, ou seja:

$$(2.5) \log I_{T_{bt}}^D = \lim_{k \rightarrow \infty} \log \bar{I}_{bt} = \int_b^t \sum_{i=1}^n \omega^i(t) d \log p^i(t)$$

Esta forma de deduzir o Índice de Divisia $I_{T_{bt}}^D$ segue o desenvolvimento original do autor e a apresentação mais rigorosa de Vartia (23)

Deve-se observar, pela sequência de nossa apresentação dos Índices, que o $I_{T_{bt}}^D$ é teórico e o mais exigente em termos de informações porquanto requer que as variáveis econômicas envolvidas sejam definidas como funções contínuas do tempo. É claro que não é possível de ser calculado, mas, definindo-se alguns intervalos (como faremos no capítulo 4), poderemos ter aproximações do Índice teórico de Divisia. De relevância, é o fato de que qualquer especificação da função I , isto é, qualquer que seja a fórmula de cálculo do índice, quando encadeado consoante a expressão (2.1), resulta uma aproximação ao Índice teórico de Divisia. Esta é a noção precisa da afirmativa "qualquer índice é uma aproximação a Divisia". Não há sentido algum atribuir esta propriedade a fórmulas particulares de cálculo (24).

3.3 - Os Índices de Laspeyres, Paasche, Geométrico e Törnqvist Definidos a Partir do Índice Teórico de Divisia.

No segmento anterior mostramos que uma cadeia de Índices binários, quaisquer que sejam suas especificações, constitui uma aproximação ao Índice Teórico de Divisia. Demonstraremos, nesta seção, que os Índices de Laspeyres, Paasche, Geométrico e Törnqvist identificam-se exatamente ao Índice de Divisia ao admitirmos hipóteses alternativas sobre a trajetória de preços e quantidades. Estas hipóteses, em última instância, constituem redução das exigências de informações necessárias ao cálculo do Índi-

(23) Ver Divisia () e Vartia ().

(24) Alguns autores brasileiros ainda insistem nesse erro. Tiacci () e Berndt () se repetem ao atribuir ao Índice Geométrico a característica de "aproximação a Divisia" e negarem-na ao Índice de Laspeyres. No próprio original, Divisia partiu do Índice de Laspeyres para inferir seu Índice integral.

ce teórico ou mesmo de sua aproximação pelos Índices em cadeia.

Além das definições já comentadas, apresentaremos um resultado importante acerca do Índice de Valor. No Apêndice "*O Índice de Divisia - uma reconstrução*", faremos considerações sobre seu sentido. As demonstrações dos resultados abaixo encontram-se no "*Apêndice Matemático ao Capítulo II*".

a) O Índice de Valor independe dos pontos intermediários ou da específica trajetória de preços e quantidades, isto é:

$$(2.6) \quad \bar{IV}_{bt} = IV_{T_{bt}}^D = \frac{\sum_i p_t^i q_t^i}{\sum_i p_b^i q_b^i}$$

Conseqüentemente tem características semelhantes aos Índices binários, atendendo a todos os axiomas de 1.1.

b) *Laspeyres*: se nos sucessivos períodos, ou ao longo da trajetória de preços e quantidades, mantiverem-se as quantidades do período base, então:

$$(2.7) \quad \bar{I}_{bt} = I_{T_{bt}}^D = \frac{\sum_i p_t^i q_b^i}{\sum_i p_b^i q_b^i} = I_{bt}^L$$

Ou seja, nas condições acima, o Índice de *Laspeyres*, calculado ao longo do período (bt) é igual ao Índice em cadeia e ao Índice de Divisia.

c) *Paasche*: se nos sucessivos períodos, ou ao longo da trajetória de preços e quantidades, mantiverem-se as quantidades do período de comparação, então:

$$(2.8) \quad \bar{I}_{bt} = I_{T_{bt}}^D = \frac{\sum_i p_t^i q_t^i}{\sum_i p_b^i q_t^i} = I_{bt}^P$$

Da mesma forma que no caso b, identifica-se o Índice de *Paasche*, I_{bt}^P , fazendo constantes as quantidades envolvidas. A diferença é que, desta feita, trata-se das informações relativas ao período de comparação q_t^i .

d) *Geométrico*: se na expressão de Divisia, $\int_b^t \sum \omega^i(t) d \log p^i(t)$, considerarmos $\omega^i(t) = \omega^i(b)$ ao longo da trajetória de participações relativas, então

$$(2.9) \exp. \int_b^t \sum \omega^i(t) d \log p^i(t) = \prod_i \left(\frac{p_i(t)}{p_i(b)} \right)^{\omega^i(b)} = I_{bt}^G$$

Isto é, encontramos o Índice Geométrico identificado ao Índice de Divisia quando prevalecem, ao longo do período (bt), os pesos verificados em b.

e) *Törnqvist*: nas condições anteriores se os pesos forem $\bar{\omega}^i(bt) = \frac{1}{2} [\omega^i(b) + \omega^i(t)]$, temos

$$(2.10) \exp. \int_b^t \sum \bar{\omega}^i(bt) d \log p^i(t) = \prod_i \left(\frac{p_i(t)}{p_i(b)} \right)^{\bar{\omega}^i(bt)} = I_{bt}^T$$

Ou seja, o Índice de *Törnqvist* é igual ao Índice de Divisia quando arbitramos a trajetória $\bar{\omega}^i(bt)$.

É válido observar o importante aspecto das informações requeridas, em termos de quantidades, em cada caso. *Törnqvist* é mais exigente pois requer quantidades observadas em b e t; *Paasche*, em t; o Índice de *Laspeyres* e o Índice *Geométrico* estão no mesmo nível, a esse respeito, qualitativa e quantitativamente: exigem, apenas, as informações de quantidades verificadas em b.

• Registre-se, ainda, que o fato de nos limitarmos às dedu-

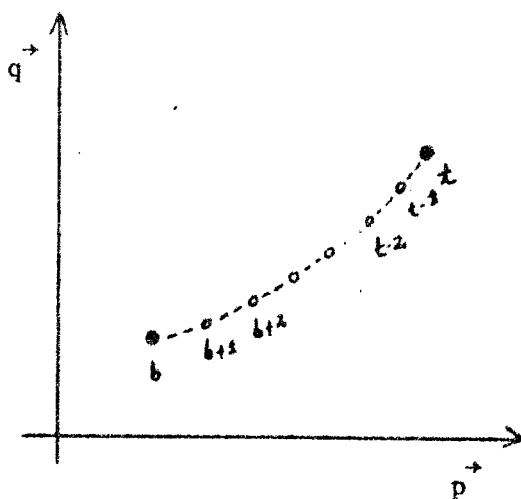
ções dos índices I^L , I^P , I^G e I^T , não significa que nossos outros 8 índices não possam também ser deduzidos semelhantemente. Na verdade, pode-se inferir um número infinito de expressões, bastando estabelecer as hipóteses sobre as trajetórias de preços e quantidades.

3.4 - Ilustração Gráfica

Para ilustrarmos os diversos índices graficamente é necessário apenas fazê-lo quanto ao percurso de suas variáveis, ao domínio da função I_{bt} , já que a especificação da função índice é uma só.

Consoante o desenvolvimento até aqui atingido fica óbvio que cada bem ou serviço tem dois atributos com os quais trabalhamos — preço e quantidade ou preço e peso. Estes atributos podem ser representados por um sistema de coordenadas cartesianas⁽²⁵⁾. Como o total de bens e serviços é n , forma-se um espaço de $2n$ dimensões. Nas ilustrações que se seguem, representamos o subespaço de preços $p^* = (p^1, \dots, p^n)$ no eixo das abcissas e o subespaço das quantidades $q^* = (q^1, \dots, q^n)$ no eixo das ordenadas. Antes da ilustração gráfica de nossos índices, apresentamos na figura I a caracterização dos três tipos de análise mencionadas neste texto: bisituacional, em cadeia e contínua.

FIGURA I: REPRESENTAÇÃO DOS ENFOQUES: BINÁRIO, EM CADEIA E CONTÍNUO



(25) A análise gráfica utilizada neste capítulo se deve a Vogt () que descreveu os índices de Laspeyres, Paasche e Edgeworth. Fazemos a extensão para o caso das trajetórias de pesos e generalizamos o recurso. Asinále-se que Divisia () já recorrera a esse expediente em 1925, representando cada produto "per se".

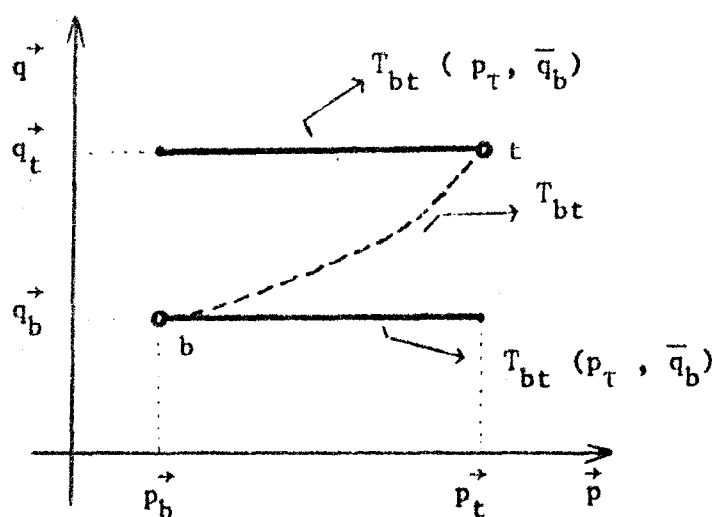
Os Índices binários são obtidos a partir das informações relativas aos dois pontos extremos do gráfico t_b e t , isto é, conforme nossa definição, com base no sistema de informações (p_t, p_b, q_t, q_b) ; os índices em cadeia consideram também os pontos intermediários $t_{b+1}, \dots, t-1$, ou seja, fazem uso dos sistemas de informações $(p_{b+1}, p_b, q_{b+1}, q_b), \dots, (p_t, p_{t-1}, q_t, q_{t-1})$; e os índices contínuos – Índices Teóricos de Divisia – são calculados a partir dos dados expressos por todos os pontos entre t_b e t , ou seja, ao longo da trajetória T_{bt} .

Ficam ilustradas nossas principais conclusões analíticas:

a) quando o número de períodos da cadeia torna-se bastante grande (os intervalos entre quaisquer pontos diminuem), a cadeia aproxima-se da trajetória contínua T_{bt} (ver figura I), e o índice em cadeia confunde-se com o Índice de Divisia.

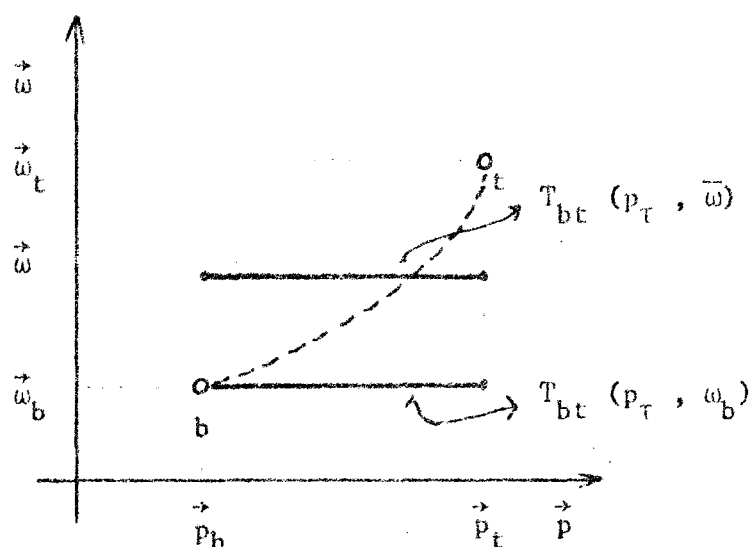
b) quando arbitramos a trajetória $T_{bt}(p_t, \bar{q}_b)$ ou a trajetória $T_{bt}(p_t, \bar{q}_t)$, então os índices são, respectivamente, *Laspeyres* e *Paasche*. Na figura II, b é o período inicial e t o período final. A trajetória que expressa *Laspeyres* fixa o subespaço das quantidades em \vec{q}_b ; a que expressa *Paasche*, em \vec{q}_t .

FIGURA II: REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DE LASPEYRES E PAASCHE



c) quando arbitramos a trajetória $T_{bt}(p_t, \omega_b)$ ou a trajetória $T_{bt}(p_t, \bar{\omega})$, então os índices são, respectivamente, o Geométrico e o de *Törnqvist*, ilustrados na figura III. No presente caso as trajetórias são arbitradas em termos de participações relativas; da base, e temos o índice geométrico; média entre as participações da base e do período de comparações e o índice é o de *Törnqvist*.

FIGURA III: REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DOS ÍNDICES: GEOMÉTRICO E TÖRNQVIST



Podemos definir tantos índices "tipo Agregativos" ou "tipo Geométrico" quantos queiramos. Outros resultados podem ser visualizados pelo recurso gráfico acima. O ponto relevante a insistir é que os índices mais tradicionais (*Laspeyres* e *Paasche*) e os que competem na prática (*Laspeyres* e *Geométrico*) constituem casos particulares do Índice Teórico de Divisia. E quanto aos dois últimos, têm o mesmo nível de exigência de dados — preços e quantidades no período base e preços continuamente — e distinguem-se tão somente pelas hipóteses sobre as trajetórias de preços e quantidades.

3.5 - Principais Inferências

A partir dos resultados da seção 3.3, para os quais o "Apêndice Matemático" é básico, obtemos inferências bastante surpreendentes, tendo em vista o desenvolvimento tradicional da teoria dos números índices:

a) a fórmula de cálculo dos Índices (a especificação da função I, na linguagem do primeiro capítulo) é decorrente da específica trajetória de preços e quantidades arbitrada.

b) em consequência, sob o prisma dos Índices contínuos ou em cadeia, cuja teoria é de relevância prática, não há o secular problema "a escolha da fórmula" e sim "a escolha dos pesos"⁽²⁶⁾. O que se mostra meridiano se ficarmos atentos para o fato de que os Índices contínuos têm uma única expressão:

$$e^{\int_b^t \omega^i(t) d \log p^i(t)}$$

variando apenas a estrutura parametrizada de pesos - $\omega^i(t)$ - ao arbitrar mos particulares trajetórias de preços e quantidades!

c) escolhidos sistemas alternativos de pesos e pela aplicação do Teorema das Médias às expressões derivadas, podemos deduzir todo e qualquer índice (mesmo as 146 fórmulas de Fisher!). Por exemplo, se arbitramos: (1) quantidades do período base; (2) quantidades do período final t ; (3) média geométrica das fórmulas originadas de (1) e (2), temos o índice de Fisher;

d) quando arbitramos trajetórias em termos de quantidades, então os índices são do tipo agregativo (Laspeyres e Paasche, e.g), ou, através de transformações, dos tipos aritmético e harmônico.

e) quando arbitramos trajetórias, quaisquer que sejam, em termos de participações relativas fixas, então os índices são do tipo geométrico.

(26) A discussão sobre os Índices sempre se iniciou por "qual a fórmula" e depois "que pesos". Veja-se esta passagem de Fisher () à p. 196: "In the history of index numbers the first stage was to discuss the virtues of the simple index number, chiefly the arithmetic and the geometric. The next step was to assign weights supposed to be representative of the conditions prevailing in the periods concerned".

f) do ponto de vista teórico, os índices que competem na prática — *Laspeyres* e *Geométrico* — calculados em periodicidade mensal, encontram-se em mesmo nível: ambos são casos particulares do índice teórico de Divisia; ambos são decorrências da escolha de específicas trajetórias de preços e quantidades. Escolha essa compulsória, dada a impossibilidade de acompanhamento de todas as variáveis econômicas intervenientes. Em suma, nada há que indique a superioridade de qualquer um deles.

Como conciliar nossas inferências com os métodos de criação de fórmulas de *Fisher*? Segundo *Fisher* o "cruzamento de fórmulas" é preferível ao "cruzamento de pesos" para a obtenção de índices "retificados", isto é índices que atendam a um ou aos dois grandes testes da reversibilidade:

"In other words, formula crossing is a universal method of compromising between two formulae, while weight crossing is of restricted application. We found it incapable, for instance, of rectifying some formulae by test 1. In short, weight crossing is never necessary and in some times inapplicable" (p. 196).

Pensamos que a análise de *Fisher* — intensamente influenciada pela descoberta de que havia uma única fórmula para a "*time antiteseis*" e para a "*factor antiteseis*" do índice de *Laspeyres* e, portanto, o processo de cruzamento garantia o atendimento aos dois testes de reversibilidade — tem pouca substância. Haja vista a existência dos índices I^{V1} e I^{V2} expostos no capítulo 1, cuja dedução não seguiu a orientação fisheriana. Por outro lado, é necessário deixar claro que o procedimento sintetizado sob a ótica dos índices contínuos não visa à descoberta de índices ideais, mas apenas a esclarecer e estabelecer bases mais lógicas para o exame dos problemas relativos à "escolha dos pesos" e para o julgamento das fórmulas de cálculo, consoante exercitamos acima. Ainda comparativamente ao método de *Fisher*, as fórmulas primárias seriam aquelas obtidas ao se arbitrar a trajetória de preços e quantidades ou de participações relativas; as fórmulas derivadas, aquelas originadas pela aplicação do Teorema das Médias.

4 - A QUESTÃO BASE FIXA x ÍNDICES EM CADEIA

Para melhor situar a discussão que nos propomos, vamos ante

cipar uma noção desenvolvida no próximo capítulo, que é a dupla finalidade dos Índices: constituem medidas de determinado fenômeno tanto em prazos curtos quanto em prazos longos. Esclarecendo, há o INPC mensal, anual, bi-anual, etc. Evidencia-se, daí, o dilema básico na estratégia de montagem de séries históricas de Índices que é a opção entre "*base fixa*" e "*índices em cadeia*". Foi sintetizado por Fisher com mestria ímpar:

"Shall we content ourselves with the fixed base set and use that series, not only for its proper purpose of *comparing the fixed base year with each other year*, but also for the *theoretically improper purpose of comparing any other two years?*... Or shall we employ the chain system which is theoretically proper only for comparing only two *sucessive* years but improper for comparing any other two years? (p. 299; primeiro grifo nosso, segundo do autor).

Parece-nos perfeitamente válido identificar as duas grandes expressões da ciência dos Índices — Fisher e Divisia — com os métodos "*base fixa*" e "*índices em cadeia*", respectivamente. De fato, Fisher defendeu intransigentemente o sistema de base fixa no capítulo XIV de sua obra, em especial nos parágrafos 6 e 7, onde apresenta soluções engenhosas para os principais problemas que lhe são associados. No outro oposto, a essência das idéias de Divisia é captar a experiência histórica a cada momento:

"La comparaison direct est-elle possible? Nous croyons vraiment qu'elle n'a pas de sens et que l'on ne peut procéder autrement que par *éléments infiniment petits successifs*"... (Divisia () p. 1005; grifo do autor).

Insiste no fato de que o resultado dos Índices não pode ser obtido apenas com as informações extremas, de b e t em nossa figura 1, mas também, e essencialmente, através da incorporação de todos os pontos intermediários:

"Et le résultat ainsi trouvé dépendre de toutes les situation économique intermédiaires. Conclusion: le valeur actuelle de la raçon de Francois 1^{er} dépend du règne de Louis XIV, des encyclopédistes et de la Revolution, de la découverte de la pomme de terre, l'invention de la vapeur..."

En definitive, l'indice monétaire doit être logiquement à base variable d'une époque à une autre". (p. 1006) (27).

(27) O primeiro parágrafo foi citado anteriormente por Vogt () e ().

É significativo que estes dois pensadores se tenham mantido tão antagônicos acerca deste importante problema. Na realidade, não há conciliar. Aspecto crucial, sem resposta precisa até hoje. Discutamos alguns pontos de cunho prático.

. exigência de dados: é claro que os índices em cadeia são mais exigentes, requerem levantamentos em menores intervalos de tempo; os índices de base fixa são atualizados a cada 10 anos na grande maioria dos países. Calculados pelo sistema em cadeia – os casos da Grã-Bretanha e da França – a atualização se faria a cada 12 meses. Nos sistemas de base fixa há, por outro lado, necessidade de informações comparáveis ao longo do período em que se mantém fixa a base. Um exemplo genuíno é o antigo "*Índice de Custo de Vida*" do Ministério do Trabalho, cuja última atualização 1967/1968 se manteve durante 12 anos⁽²⁸⁾. Seus questionários conservaram o conteúdo fixo durante todo aquele período, acarretando sérios embarraços e problemas de coleta⁽²⁹⁾.

. saída e entrada de produtos: os índices em cadeia captam as variações na estrutura econômica decorrentes de inovações tecnológicas e alterações de demanda. Então, os problemas de mudança de qualidade – praticamente insuperáveis – atenuam-se, diferentemente do caso dos índices de base fixa, em que o surgimento de produtos novos e as alterações de qualidade constituem problemas sobremaneira complexos, não havendo métodos seguros e consistentes para sua incorporação no índice.

. base fixa mesmo? Excetuando-se a peculiaridade do Ministério do Trabalho, já comentada, não temos, na prática, índices rigorosamente de base fixa. Há maior ou menor grau de flexibilidade. No caso do INPC, as séries históricas de preços – a partir das quais são obtidos os estimadores dos movimentos de preços – originam-se de amostras de locais e produtos, *periodicamente atualizadas*, os questionários de campo, sendo

(28) Totalmente desativado em outubro de 1980. Esteve sob a responsabilidade do IBGE desde junho de 1978.

(29) Para ilustrar, existiam produtos que nos parecem bastante estranhos: anãgua, calça interior, cinta liga para meia, "*penhoir*", rádio eletrola, entre muitos.

mensalmente emitidos por computador, proporcionam condições de rápida adaptação. Esta situação apenas diminui o sentido de base fixa, porquanto não pode ir além. A base de ponderação é imutável e as alterações nos perfis de consumo no caso dos IPC's não podem ser assimiladas. Haja vista dois exemplos simples: "metrô" no Rio de Janeiro, cujo surgimento é posterior à ENDEF; de somenos relevância, pelo diminuto número de passageiros transportados; já o feijão "carioquinha", não consumido em 74/75 em São Paulo, atualmente representa 70% do feijão comercializado. A estrutura de pesos do item "*Cereais, Leguminosa e Oleaginosa*" está irreal e assim continuará até que tenhamos outro levantamento de orçamentos familiares.

. o sentido das séries históricas: qualquer que seja a alternativa é importante compreender o significado das séries históricas. Pelo sistema de base fixa, as comparações são sempre de cada ano (ou mês) com respeito à base; no sistema em cadeia, as relações teoricamente certas existem apenas para os períodos sucessivos.

Por fim, nossa opinião. Estritamente com referência aos índices de preços ao consumidor, pensamos ser este aspecto um dos poucos em que o objetivo do índice tenha influência marcante. Se os IPC's refletem os efeitos das variações de preços nos orçamentos familiares e são utilizados como base para recompô-los, através da indexação dos salários, então é crucial que os índices sejam calculados a partir do padrão de consumo vigente. A economia brasileira testemunha, hoje, notável mudança nos hábitos de consumo. Significa rápida obsolescência das estruturas de pesos obtidas anteriormente, significa perda do significado dos índices que ainda as utilizam.

A consequência desta forma de pensar é que optamos - tendo em vista a irreconciliabilidade dos dois sistemas - pelo maior valor informativo do índice *no período de sua aplicação* em detrimento de seu sentido em séries históricas longas.

Resta o aspecto custo, até aqui ignorado. É indiscutível que os recursos empregados em uma ou outra alternativa constituem variável importante. Deve-se ponderar, em avaliação objetiva, o adicional necessário à montagem de um sistema em cadeia e os benefícios que lhe advêm. A situação atual do Brasil, no que respeita ao INPC, caracterizar-se-ia por uma

adaptação do método de base fixa do sistema de pesos para o método em cadeia, já que os estimadores dos movimentos de preços dos subitens têm atualização relativamente rápida. Pensamos que num sistema produtivo de Índices bem montado, em todos os seus segmentos, bases, função coleta, crítica/análise, a passagem "*base fixa*" - "*índice em cadeia*" acarreta acréscimos suportáveis de custo. E os benefícios, substanciais, inclusive extra-índice como a geração de séries históricas de consumo familiar a nível bastante desagregado.

5 - CONCLUSÕES

Vários aspectos relevantes dos números Índices - pesos, método de cálculo, sentido das séries históricas - são tratados no presente capítulo sob o "*approach*" dos Índices teóricos de Divisia, isto é, sob o "*approach*" da análise contínua.

Não obstante a importância da análise bisituacional do primeiro capítulo, de inspiração fisheriana, estamos convictos de que se atinge maior profundidade na compreensão da prática dos Índices examinando-os e avaliando-os à luz da análise contínua. Através de suas diretrizes cumprimos nossos objetivos de natureza conceitual ao caracterizarmos, com rigor, o sentido dos métodos de cálculo, na perspectiva de produção contínua.

As conclusões, sob a ótica deste capítulo, são mais abrangentes com respeito às fórmulas de cálculo em si. Mesmo assim, no que concerne especificamente à pergunta "*qual a melhor fórmula*", a resposta é inteiramente coerente com os resultados do primeiro capítulo. Senão, resumamos. Naquela ocasião, através do atendimento das propriedades desejadas, concluímos que as fórmulas de cálculo que competem na prática - *Laspeyres* e *Geométrico* - são equivalentes, com leve superioridade do primeiro por reagir adequadamente ao teste da Determinação (em bases idênticas ao Índice de *Laspeyres*, encontra-se o Índice de *Paasche*). Neste capítulo, demonstramos matematicamente que o problema dos Índices contínuos não é a "*escolha da fórmula*" mas sim a "*escolha dos pesos*" uma vez que a especificação da função I é determinada pela definição do sistema de pesos. As duas fórmulas em pauta - e qualquer fórmula primária que se imagine - decorrem das hipóteses assumidas acerca das trajetórias de preços e quantidades ou de preços e participações relativas. Neste sentido são igualmente arbitrá

rias, igualmente hipotéticas, igualmente corretas, igualmente boas ou igualmente ruins.

Quanto aos métodos de cálculo empregados pelas instituições brasileiras produtoras de índices de preços, o desenvolvimento deste capítulo esclarece pontos não passíveis de apreciação pelo crivo da análise bisituacional. No final do primeiro capítulo, esclarecemos que os cinco métodos relacionados constituíam índices conforme a definição 1.1, exatamente por se limitar à comparação do movimento de preços em dois pontos. Com o instrumental da análise contínua podemos concluir:

a) o chamado "*índice de Laspeyres Modificado*", de amplo uso no Brasil — IPC-Recife, do Instituto Joaquim Nabuco de Ciências Sociais; IPC-Porto Alegre, do Centro de Estudos e Pesquisas Econômicas do Rio Grande do Sul; IPC-Belo Horizonte, do Instituto de Pesquisas Econômicas e Administrativas da Universidade Federal de Minas Gerais; IPC- São Paulo, do Departamento Intersindical de Estudos Econômicos e Sociais; IPC-Brasília, da Coordenadoria de Desenvolvimento do Planalto Central; IPA, da Fundação Getúlio Vargas — não existe teoricamente⁽³⁰⁾.

b) a média aritmética com ponderação fixa, utilizada no cálculo dos grandes agregados — IGP e INPC — Restrito — deve ser considerada simplesmente como tal.

De sorte que o problema encontra-se no método conhecido como "*Laspeyres modificado*". Entendemos que se trata de uma corruptela do Índice de *Laspeyres*, ocasionada quer por problemas de má interpretação conceitual, quer por inadequada adaptação operacional na passagem dos sistemas de quantidades para os sistemas de pesos⁽³¹⁾. Ademais, o problema não é apenas teórico, tem implicações práticas importantes. Como a relação entre "*Laspeyres modificado*" e o *Laspeyres* original não é determinada, po-

(30) Inclua-se, também, nesse rol, na área dos índices de "*quantum*", o Índice de Produção Industrial da Fundação IBGE, cujo cálculo orienta-se na mesma concepção.

(31) Ver nosso comentário ao Teorema da Equivalência à p. 14, 2º parágrafo.

dendo os resultados do primeiro serem superiores aos do segundo, sua contra indicação é óbvia, principalmente quando se trata de Índices de preços ao consumidor. Neste caso, por um resultado bem conhecido, sabemos que o Índice de *Laspeyres* é uma quota superior do verdadeiro Índice de custo de vida. Qualquer método que possa apresentar resultados superiores à quota superior, não pode ter "*status*" de Índice de preços ao consumidor.

Encerramos o capítulo com uma discussão sobre as estratégias de geração de séries históricas de Índices: base fixa ou Índice em cadeia. Procuramos deixar nítidas as posições de *Fisher e Divisia*, com o intuito de ilustrar o sentido e as implicações de cada opção. Entretanto, essa questão extrapola os limites deste texto, mas pensamos oportuno o momento atual das estatísticas brasileiras — pelo evento INPC e pela iminente obsolescência de suas estruturas de ponderação, baseadas em pesquisa de orçamentos familiares relativos ao período agosto de 1974 a agosto de 1975 — para uma reflexão sobre este ponto e o delineamento de um programa de longo prazo.

CAPÍTULO III

A PRÁTICA DOS ÍNDICES DE PREÇOS

1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Nos dois primeiros capítulos tratamos das abordagens fundamentais dos números Índices: a análise bisituacional e a análise em cadeia. Neste capítulo concentramo-nos na prática dos Índices de preços, fazendo-o através da exploração de seus ingredientes essenciais:

- . o sistema de preços e quantidades (p_t , p_b , q_t , q_b), como se nos apresenta, sentido e limitações.

- . método de cálculo, caracterização clara de seu sentido e da informação que se lhe associa.

Desde já insistimos que um aspecto básico dos Índices correntes, em termos da análise bisituacional, é a utilização parcial do sistema (p_t , p_b , q_t , q_b) e, em termos do enfoque contínuo, o fato de requererem que o vetor p_t seja atualizado a cada fase. O mesmo não ocorre com o vetor de quantidades, pela impossibilidade de sua rápida atualização. Daí a necessidade de se admitir hipóteses, quer explícitas, quer implícitas, sobre o comportamento de q_t ao longo do tempo. As hipóteses alternativas distinguem os Índices, conforme concluímos no final do capítulo anterior, de tal modo que tudo se passa como se reconstruíssemos a cada momento o sistema (p_t , p_b , q_t , q_b) incorporando-lhe a hipótese escolhida, por exemplo: $q_t = q_{t-1} = \dots = q_b$. Para calcular o Índice, bastaria aplicar a fórmula genérica dos Índices contínuos.

Tendo presente esta noção, é vital, para nossos objetivos neste capítulo, entendermos a dupla finalidade atribuída a todos os indicadores dos movimentos de preços: expressar as variações de preços *no curto prazo* e *no longo prazo*. Assim, o INPC mensal indica de quanto, em média, os preços a nível do consumo familiar se alteraram em determinado mês (ou período equivalente), relativamente ao mês anterior (ou a período equivalente anterior); o INPC anual, de quanto variaram no ano de comparação, isto é, com respeito a dezembro do ano anterior.

Pesquisaremos, assim, o sentido da informação dada pelos Índices, examinando-lhes as estruturas de pesos e as séries históricas de preços — que correspondem ao sistema de informações (p_t , p_b , q_t , q_b) — e os

métodos de cálculo ou métodos de integração — que correspondem às especificações da função I ou às hipóteses sobre as trajetórias de preços e quantidades.

Uma ressalva inicial faz-se necessária. No capítulo II, analisamos teoricamente uma variante do Índice de *Laspeyres* que chamamos *Laspeyres Modificado*. Para alinhamento com a nomenclatura utilizada no Brasil, chamamos *Laspeyres Modificado I* e *Laspeyres Modificado II* aos dois "índices de *Laspeyres*" empregados. O *Laspeyres Modificado II* corresponde ao *Laspeyres Modificado* do Capítulo II enquanto que o *Laspeyres I* significa, como ficará claro adiante, um recurso operacional para a versão contínua do Índice original de *Laspeyres*.

2 - AS ESTRUTURAS DE PESOS E AS SÉRIES HISTÓRICAS DE PREÇOS

A precisão de um Índice depende dos dados e da fórmula de cálculo. A atualização parcial do sistema de informações faz com que se trabalhe com uma estrutura fixa de pesos e uma série histórica de preços de ciclo mensal.

Verificar a precisão de um Índice, ou mesmo examinar-lhe a correção, implica inquirir todos os aspectos relativos aos pesos, à série histórica de preços e à fórmula de cálculo, desde representatividade estatística dos inquéritos, até processamento, crítica e análise final. Para nossos fins, tratamos apenas do sentido das informações de pesos e de preços no contexto "curto prazo" e "longo prazo"⁽³²⁾. Por hipótese, admitimos atendidas todas as exigências técnicas a fim de que se possa avaliar a precisão dos indicadores em suas duas funções de estimadores de preços. A discussão concerne, agora, especificamente a Índices de preços ao consumidor.

2.1 - Estruturas de Pesos

As estruturas de pesos, nos Índices de preços ao consumidor originam-se das pesquisas de orçamentos familiares e são aplicadas nos cálculos mensais, semestrais, anuais, etc.

(32) O sentido das fórmulas de cálculo, objeto da seção 3, será estudado de forma ligeiramente diversa.

Esses inquéritos, efetuados em domicílios particulares, estendem-se por um período de 12 meses o fim de que registrem a composição dos gastos familiares em um ano. Suas informações originais — a nível de cada unidade de observação — sofrem um processo de agregação em dois sentidos: agregação de famílias e agregação de produtos.

Há dois métodos para a agregação das famílias. O primeiro consiste na soma das despesas de cada produto para todas as famílias; o resultado é uma única relação de despesas relativa ao grupo como um todo, como se fosse uma grande família. Para a obtenção dos pesos basta fazer a relação despesa total no bem x /despesa total em todos os bens; é universalmente utilizado e defendido por *Koberger* () como correto e simples. O segundo consiste na obtenção da estrutura final pela média aritmética de todas as estruturas individuais, às quais atribui-se indistintamente peso um ⁽³³⁾; foi sugerido por *Prais* () e *Muelbauer* () entre outros mas não é aplicado por instituição alguma produtora de índices em sua forma mais desagregada; de nosso conhecimento, de modo bastante agregado (em quatro faixas de rendimento), foi aplicada apenas pelo IBGE na montagem da estrutura de pesos do INPC-restrito ⁽³⁴⁾.

Qualquer que seja o método de agregação, a característica comum é que se baseiam em informações obtidas ao longo de um ano e o resultado é uma estrutura média de pesos referida e representativa deste período.

A agregação dos produtos é necessária pelo grande número de registros captados nesses inquéritos, *a fortiori*, quando os questionários de campo são abertos como na ENDEF, da qual extraímos as estruturas de pesos para a parte empírica deste trabalho. O processo de agregação de produtos, no entanto, não tem regras analíticas como na agregação de famílias. É uma simples montagem, onde se determinam os bens e serviços que devem figurar explicitamente no índice. Explicitamente, porque o tratamen

(33) Observe-se que o primeiro método também representa uma média aritmética de todas as estruturas individuais, a diferença é que são ponderadas pela relação entre a despesa total do domicílio e a despesa total de todos os domicílios. Ver *Prais* ().

(34) Em "O Problema da Agregação em Índices de Preços e os Efeitos Distributivos" mimeo, DESIP/IBGE, 1980, mostramos algumas consequências das duas opções.

to de uma estrutura de pesos implica necessariamente a consideração de todos os componentes registrados pela pesquisa. Em outras palavras, quando definimos uma estrutura de pesos, definimo-la *explícita* e *implicitamente*. Significa, então, uma representação de um conjunto bastante grande de elementos, de ordem de 4.000, em um conjunto trabalhável de 300 subitens. Este ponto é importante, exatamente porque a estrutura explícita direciona a formação da coleta de preços e da série histórica de preços. Em geral compõem a estrutura de pesos os elementos que atingem um peso mínimo (no INPC, um elemento permanece na estrutura desde que seu peso seja maior ou igual a 5×10^{-3}). Os pesos dos bens ou serviços que não atingem o limite são agregados a subitens semelhantes ou são redistribuídos pelos elementos que compõem o item, implicando assumir, respectivamente, o movimento de preços do subitem ou do item.

Importa, nesse processo, abranger todo o espectro de despesas sem a preocupação de ter todos os bens e serviços figurando no índice. O valor informativo de uma estrutura de pesos não está no número de elementos que contém, mas na correta representação dos agregados básicos que são os itens e, conseqüentemente, na perfeita reprodução de todo o orçamento familiar do grupo de famílias considerado.

Uma vez determinados os bens e serviços que figurarão explicitamente na estrutura de pesos, pode-se classificar o conjunto em duráveis, semiduráveis e bens de consumo imediato. No caso dos índices de preços ao consumidor — cuja ótica apropriada é a ótica da medida da variação de preços dos fluxos de serviços — os bens de consumo duráveis constituem problema dada a referência anual das despesas. Os gastos registrados no período da pesquisa são entendidos como despesas para reposição de estoque desde que o ano do inquérito seja um ano "normal". Nessa condição representam o fluxo de consumo dos duráveis; caso não se trate de ano "normal", a estrutura de pesos derivada é defeituosa. Mesmo que estes problemas sejam detectados não há forma prática de resolvê-los⁽³⁵⁾.

(35) A FIPE de São Paulo optou por "retirar" os bens duráveis do IPC-SP. O que não deixa de ser uma ingenuidade: não os retira e diminui o valor informativo da estrutura e do índice.

De modo que, em resumo, os dois processos de agregação são importantes para se atingir o sentido e a expressividade das estruturas de pesos, mas a feição eminente é a estratégia das pesquisas de orçamentos familiares que determina serem as estruturas de ponderação representativas do comportamento das famílias no período de 12 meses. Sua aplicação no cálculo dos Índices mensais, por imperativa, sugere que os observemos com as devidas ressalvas ao desempenhar essa função de curto prazo⁽³⁶⁾. A rigor, as referências anuais são mais apropriadas e os Índices correspondentes fornecem informações corretas.

2.1 - A Série Histórica de Preços

A série histórica de preços é gerada pela pesquisa contínua de preços. Os estimadores dos subítemos — as variáveis de fato dos Índices da prática — são obtidos, a cada ciclo, de séries históricas bimensais (mês de referência e mês de comparação). Assim os problemas que discutiremos são de natureza conjuntural relacionados aos mercados dos produtos que compõem o Índice. Para melhor esclarecimento, os problemas de mercado afetam o Índice na medida em que nestes mercados é que se originam as informações de preços que formam as séries históricas.

Em caráter introdutório, vejamos os elementos que constituem a base para o cálculo do estimador do subítem, que são as duas amostras de locais e de produtos. A ótica correta é considerar fixos os dois painéis de tal modo que possamos associar inequivocamente o estimador do subítem ao painel conjunto locais/produtos como um todo. Assim, os problemas que possam ocorrer com o painel, como perda de local e ausência de produtos, afetam o significado do estimador. As soluções devem ser tais que mantenham as características iniciais, exigindo das instituições produtoras de Índices esforços no sentido de preservar a consistência da série histórica ao longo de determinado período de tempo que pode ser fixado em 12 meses. É perfeitamente aceitável redirecionar a característica do painel de modo a captar as alterações de mercado, quando possível.

(36) Há o hábito, em algumas instituições, inclusive no IBGE para o cálculo do INPC, de montagem de estruturas mensais de pesos para produtos marcadamente sazonais. O objetivo não é outro senão melhorar o valor informativo do Índice em sua função de curto prazo. Este procedimento não pode ter por custo a perda do valor informante em sua função de longo prazo.

Nas fases em que entendemos crucial manter "fixos" os painéis, os problemas de alterações de amostras, seja de produtos, seja de locais, significam perda da representatividade do subitem quer no curto prazo quer no longo prazo.

Mesmo admitindo um rígido controle de painéis e consistência em sua atualização, há redução do valor informativo dos índices, em certos momentos, devido a, pelo menos, dois fenômenos: as crises de abastecimento e os períodos de diminuição da atividade econômica. Façamos algumas considerações.

As crises de abastecimento ocorrem em geral com produtos de origem agropecuária, às vezes por problemas climáticos, às vezes por questões de preço quando administrado pelo governo ou mesmo em decorrência de problemas de natureza estrutural. Do ponto de vista do índice, o desaparecimento do produto tem implicações na série histórica de preços e nos pesos. Em primeiro lugar, a ausência de cotações de preços em grande parte dos locais da amostra empobrece o estimador do subitem e, em casos extremos, requer soluções de compromisso tipo uso de informações externas ao sistema ou adoção de métodos excepcionais de imputação (a imputação de preços é prática corrente, mas se justifica pacificamente quando é pequeno o número de dados em falta). Em segundo lugar, no período de crise, ocorre uma redução de consumo do produto. Então o peso passa a não corresponder à importância relativa real naquele momento, a menos que os hábitos se mantenham pelo recurso generalizado ao mercado negro se existir⁽³⁷⁾. O mercado negro, por definição, não pode ser acompanhado pela coleta de dados que requer um ponto fixo de comercialização.

(37) No último trimestre de 1980 e princípio de 1981 ocorreu uma situação "sui generis" com o feijão preto na área metropolitana do Rio de Janeiro. Fixado artificialmente em Cr\$ 25,00, a população acorria aos supermercados nas primeiras horas da manhã, esvaziando-lhes as prateleiras. Quando a rede de coleta iniciava seus trabalhos já não encontrava o produto e não registrava o preço porquanto uma regra básica de coleta do INPC é a observância de produto presente. O estimador do subitem ficava, logo, reduzido em seu significado estatístico, embora possivelmente o peso do feijão preto continuasse representativo mesmo que não se observasse prática de mercado negro.

Entendemos que nas ocorrências de crises de abastecimento, os órgãos produtores devem estar atentos fundamentalmente para a consistência da série histórica de preços e dos métodos de acumulação dos índices ao longo do tempo. Em outros termos, quaisquer que sejam as decisões sobre crítica ou método durante os períodos de crises, deve-se cuidar para que não haja incoerência entre os registros das séries de preços e os resultados dos índices quer calculados pelo processo de acumulação normal quer por comparação direta entre dois períodos normais.

Durante as fases de redução da atividade econômica é exigida uma readaptação do comércio varejista, em termos de política de estoques, técnicas de venda, etc. Caracteriza-se, no entanto, um período de desequilíbrio. Em particular, uma forte retração de demanda — como a que ocorreu no Brasil no primeiro semestre de 1981 e manifesta-se ainda no terceiro trimestre — impulsiona os comerciantes a adotar práticas de venda parcelando o pagamento em cinco, seis vezes.

Evidenciou-se, então, no período citado, uma generalizada redução de preço real em vários agrupamentos de produtos, como nos bens duráveis e no grupo Vestuário. Os problemas de coleta são intransponíveis. O preço correto seria o preço real de venda à vista. Por mais bem treinada que seja uma equipe de campo dificilmente se pode — nestes momentos — obter os dados adequados, pois é usual simplesmente o preço à vista ser igual à soma das parcelas ou ser inteiramente arbitrário. A equipe de crítica/análise tão pouco pode fazer algo, mesmo porque as informações existem, diferentemente da situação anterior das crises de abastecimento, e não há registro externo seguro em termos numéricos.

Ainda uma vez, procura-se assumir a perda do valor informativo do índice em sua função de curto prazo e zelar para a manutenção de sua consistência historicamente, garantindo-lhe precisão no desempenho de sua função de longo prazo.

Com estas considerações, procuramos aduzir os motivos pelos quais os índices têm maior significado em períodos mais longos, em geral 12 meses, do que no mês a mês. Não apenas pela própria estratégia das pesquisas de orçamentos familiares, mas também pelos problemas práticos de crises de abastecimento e retração de demanda que afetam fortemente os in-

dicadores mensais por se deduzirem de informações bimensais. Costaríamos de observar que admitimos implicitamente que estes problemas são passageiros, não obstante a "rationalidade" se manter em qualquer situação.

Passamos, a seguir, aos aspectos metodológicos dos Índices da prática, analisados sob a noção de seu duplo objetivo.

3 - ASPECTOS METODOLÓGICOS

No final do primeiro capítulo avaliamos seis fórmulas possíveis de aplicação prática que foram: I^L , I^P , I^G , I^{hL} , I^{hp} e I^{PG} . As três últimas expressões e o Índice de *Brasão* podem ser utilizadas em situações especiais como quando temos estruturas mensais de pesos. Na produção sistemática do Índice como um todo, as alternativas limitam-se a I^L e I^G . Vimos também que é bastante comum no Brasil a aplicação de uma média aritmética com pesos fixos a cada mês, sendo definidas no País as expressões "*Laspeyres Modificado I*" e "*Laspeyres Modificado II*"⁽³⁸⁾. Do ponto de vista da teoria dos Índices contínuos do capítulo 2 fica clara a impropriedade teórica do chamado "*Laspeyres Modificado II*", que simplesmente não existe sob aquele enfoque. Pela importância deste índice — é o método empregado no cálculo do IPA — continuamos, ainda neste capítulo, a examiná-lo.

3.1 - Os Índices de Laspeyres I e II

Conforme definido originalmente, o índice de *Laspeyres* expressa-se como a relação entre o custo de uma cesta fixa de mercadorias em t e b , sendo a cesta definida no momento b . Em outras palavras, mede a variação dos preços entre os períodos b e t , tomando-se como pesos as quantidades do período base de cálculo, isto é:

$$I_{b,t}^L = \frac{\sum_i p_t^i q_b^i}{\sum_i p_b^i q_b^i} = \sum_i \frac{p_b^i q_b^i}{\sum_i p_b^i q_b^i} \left(\frac{p_t^i}{p_b^i} \right) \quad (3.1)$$

(38) Ver, por exemplo, *Kirsten* () e () e *Souza* ().

A expressão acima relaciona os preços entre b e t, quaisquer que sejam b e t. Mesmo que definamos subintervalos compreendidos entre os extremos a fórmula deve-se manter intacta. Caracteriza, também, a idéia de Índice binário. Na produção sistemática e contínua de índices de preços, de ritmo mensal, o Índice (3.1) tem assumido duas configurações:

$$I_{t-1,t}^{L1} = \sum \omega_{t-1}^i \cdot r_{t-1,t}^i \quad (3.2)$$

$$\text{onde } \omega_{t-1}^i = \frac{p_{t-1}^i q_b^i}{\sum p_{t-1}^i q_b^i}$$

$$r_{t-1,t}^i = p_t^i / p_{t-1}^i$$

$$i = 1, \dots, n$$

$$I_{t-1,t}^{L2} = \sum \omega_b^i \cdot r_{t-1,t}^i \quad (3.3)$$

$$\text{onde } \omega_b^i = \frac{p_b^i q_b^i}{\sum p_b^i q_b^i}$$

$$r_{t-1,t}^i = p_t^i / p_{t-1}^i$$

$$i = 1, \dots, n$$

Para o cálculo dos Índices de longo prazo, por exemplo 12 meses — um intervalo de tempo compreendido entre b e t — as expressões são estas:

$$I_{B,t}^{L1} = \prod_{t=s+1}^t I_{t-1,t}^{L1} \quad (3.4)$$

$$I_{B,t}^{L2} = \prod_{t=s+1}^t I_{t-1,t}^{L2}$$

sendo: $b < s < t < t$

Verifiquemos a definição dos pesos em (3.2) e (3.3) e, após, os resultados da acumulação dos índices mensais conforme definido em (3.4).

O sentido das ponderações do índice *Laspeyres Modificado II* é bastante claro: representa a participação relativa do bem i na despesa total do período base. Enquanto na expressão (3.2) esta participação é definida por preços do período de comparação $t-1$ e quantidades do período base. Significa, então, que a cada período de cálculo os pesos são reavaliados conforme a fórmula (3.5) abaixo que define, também, a relação entre os dois sistemas alternativos sob análise:

$$\omega_{t-1}^i = \omega_b^i \cdot \frac{p_{b,t-1}^i}{I_{b,t-1}^L} \quad (3.5)$$

O que pode ser deduzido facilmente a partir da definição do peso em (3.1):

$$\begin{aligned} \omega_{t-1}^i &= \frac{p_{t-1}^i q_b^i}{\sum_i p_{t-1}^i q_b^i} = \frac{p_b^i q_b^i}{\sum_i p_b^i q_b^i} \cdot \left(\frac{p_{t-1}^i}{p_b^i} \right) = \frac{p_b^i q_b^i / \sum_i p_b^i q_b^i}{\sum_i p_{t-1}^i q_b^i / \sum_i p_b^i q_b^i} \cdot \left(\frac{p_{t-1}^i}{p_b^i} \right) \\ &= \omega_b^i \cdot \frac{p_{b,t-1}^i}{I_{b,t-1}^L} \end{aligned}$$

Ou seja, os pesos são reestimados a cada mês pela relação entre o relativo do subitem e o índice total verificados ambos entre o período de comparação $t-1$ e o período base⁽³⁹⁾. Acarreta as seguintes possibilidades: para os subitens que têm crescimento de preços acima da média, os pesos crescem relativamente ao período base; para os que têm crescimento abaixo da média, decrescem; e permanecem iguais aqueles subitens cujos relativos apresentam variações idênticas à média⁽⁴⁰⁾.

Para examinarmos os resultados da acumulação conforme (3.4) vamos admitir que percorremos o período b, r , no caso de $s = b$ e $r < t$. Temos então os resultados:

$$I_{br}^{L1} = \prod_{t=b+1}^r I_{t-1,t}^{L1} = \left[\frac{p_b^i q_b^i}{\sum p_b^i q_b^i} \left(\frac{p_{b+1}^i}{p_b^i} \right) \dots \right] \left[\frac{p_{r-1}^i q_b^i}{\sum p_{r-1}^i q_b^i} \left(\frac{p_r^i}{p_{r-1}^i} \right) \right]$$

$$= \frac{\sum p_{b+1}^i q_b^i}{\sum p_b^i q_b^i} \dots \frac{\sum p_r^i q_b^i}{\sum p_{r-1}^i q_b^i} = \frac{\sum p_r^i q_b^i}{\sum p_b^i q_b^i} \therefore I_{br}^{L1} = I_{br}^L$$

$$I_{br}^{L2} = \prod_{t=b+1}^r I_{t-1,t}^{L2} = \left[\frac{p_b^i q_b^i}{\sum p_b^i q_b^i} \left(\frac{p_{b+1}^i}{p_b^i} \right) \dots \right] \left[\frac{p_b^i q_b^i}{\sum p_b^i q_b^i} \left(\frac{p_r^i}{p_{r-1}^i} \right) \right]$$

$$\therefore I_{br}^{L2} \neq I_{br}^L$$

(39) Suponha-se que os preços de todos os componentes do índice se mantenham estáveis e que o elemento "i" tenha seu preço crescendo ao longo do tempo. Então:

$$\lim_{r^i \rightarrow \infty} \omega_t^i = \lim_{r^i \rightarrow \infty} \omega_b^i \cdot \frac{r_{b,t-1}^i}{I_{b,t-1}^i} = \lim_{r_{t-1}^i \rightarrow \infty} \frac{p_{t-1}^i q_b^i}{\sum_j p_b^j q_b^j + p_{t-1}^i q_b^i} \rightarrow 1$$

Isto é, o peso do bem i tende a 1, eliminando todos os outros componentes do índice. Trata-se de uma curiosidade analítica, sem relevância prática.

(40) Por isso é indeterminada a relação entre I^{L1} e I^{L2} , dependendo da combinação entre maiores (menores) relativos e maiores (menores) pesos.

Os resultados acima ajustam-se às nossas conclusões do capítulo 2 da seguinte forma: o Índice I^{L1} , que corresponde a uma expressão operacional do Índice de *Laspeyres* quando acumulado ao longo do tempo atende à propriedade da circularidade e identifica-se exatamente ao Índice original de *Laspeyres* quando aplicado nos pontos extremos; na análise contínua corresponde à hipótese de trajetórias de preços e quantidades definidas fixando-se as quantidades do período base. O Índice I^{L2} quando acumulado ao longo dos períodos (mesmo em períodos tão curtos quanto dois meses) não atende à propriedade da circularidade e não corresponde a nenhuma fórmula conhecida de cálculo; o que corrobora a afirmativa do capítulo 2 de que não existe, à luz da análise contínua⁽⁴¹⁾.

Entendemos, portanto, que a expressão I^{L1} constitui-se um artifício operacional que traduz a noção do Índice de *Laspeyres* com pesos fixos em termos das quantidades do período base.

3.2 - O Índice Geométrico

A expressão analítica do Índice geométrico - I^G - é aplicada na prática da seguinte forma:

$$I_{t-1,t}^G = \prod_i (r_{t-1,t}^i)^{\omega^i(b)}$$

$$\text{onde: } \omega^i(b) = \frac{p_b^i q_b^i}{\sum p_b^i q_b^i}$$

$$r_{t-1,t}^i = p_t^i / p_{t-1}^i$$

$$i = 1, \dots, n$$

(41) A relação entre os índices I^{L1} e I^{L2} e o critério da circularidade não foi percebida em *Kirsten* () que deixou de observá-la corretamente, sete anos depois, em *Kirsten* ().

O cálculo dos índices de longo prazo, dado por

$$I_{br}^G = \prod_{t=b+1}^r I_{t-1,t}^G \quad (3.6)$$

A estrutura de pesos \bar{G} definida pelas participações relativas de cada subitem na despesa total observadas no período base. Mantém-se constante em todos os ciclos.

Desenvolvamos, então a acumulação geométrica definida por (3.6), considerando $s = b$ e $r < t$:

$$I_{br}^G = \prod_{t=b+1}^r I_{t-1,t}^G = \prod_{t=b+1}^r \left(\frac{p_{b+1}^i}{p_b^i} \right)^{\omega^i(t)} \dots \prod_{t=r}^r \left(\frac{p_r^i}{p_{r-1}^i} \right)^{\omega^i(b)} = \prod_{t=b+1}^r \left(\frac{p_r^i}{p_b^i} \right)^{\omega^i(b)}$$

Isto é, o índice geométrico acumulado ao longo do tempo corresponde ao índice geométrico quando tomamos seus pontos extremos; significa que atende à propriedade da circularidade⁽⁴²⁾ e lhe é associada uma fórmula binária conhecida; em termos da análise contínua corresponde à fórmula decorrente da hipótese de trajetórias arbitradas em termos das participações relativas fixas observadas no período base. Registre-se, ainda, que o índice geométrico quando aplicado continuamente não requer artifício operacional algum. É válido, sendo nítida sua definição, para qualquer intervalo de tempo.

(42) Encontramos uma pequena impropriedade em *Simonsen* (), segundo o qual "os índices geométricos, de preços e quantidades, passam tranquilamente pelos testes de proporcionalidade, comensurabilidade, *circularidade* e *reversão no tempo*" (p. 6.7, grifo nosso); enquanto os índices de *Larpeyres* e *Paasche*, "Eles passam tranquilamente nos de proporcionalidade e comensurabilidade, mas esbarram nos três outros. No caso do teste da *circularidade*, o impasse parece irremediável..." (p. 6.4). Conforme nossa classificação dos índices da prática, Quadro 2 à p. 19, nenhum deles atende aos testes da circularidade e da reversão temporal, justamente porque a cada período mudam as estruturas de pesos, quer em termos de quantidades quer em termos de participações relativas. Entretanto, quando estabelecemos pesos fixos, ou em termos de quantidades (I^{L1}) ou em termos de participações relativas (I^G), como demonstrado nas seções 3.1 e 3.2, então os testes são atendidos.

4 - UMA "CORRETA" INTERPRETAÇÃO DOS ÍNDICES I^{LI} e I^G

Nas deduções anteriores relativas aos índices I^{LI} e I^G fixamos o período base "b" como o ponto inicial da acumulação no tempo. Os índices encadeados resultantes identificam-se rigorosamente com suas respectivas definições do primeiro capítulo. Conquanto possa-se generalizar, para qualquer intervalo (s,r), o argumento da correção dos índices acumulados, o mesmo não ocorre com o sentido dos índices. Isto é, caso iniciemos o processo em algum ponto $s > b$ não atingimos o mesmo conceito quando iniciado o processo em "b". Na realidade, a regra geral é a associação de resultados dos índices a períodos ou intervalos de tempo desvinculados da base. Por exemplo, afirma-se "o INPC de 1981 ..., com referência a 1980", sendo março de 1979 sua base. Nosso intento é precisar a informação dada pelos índices I^{LI} e I^G em qualquer momento de sua produção contínua.

4.1 - Análiticamente

Pela expressão (3.1) o índice I^{LI} é uma média aritmética ponderada, sendo os pesos compostos por preços do período de referência e quantidades do período base ou:

$$I_{t-1,t}^{LI} = \sum_i w_{t-1}^i r_{t-1,t}^i$$

Admitimos, agora, uma acumulação de índices mensais ao longo, e.g., de 1981. Os pesos, w_{t-1}^i são referidos ao ano de 1980 (precisamente ao mês de dezembro). Desenvolvamos a fórmula acima, mantendo a referência $t-1$ e t , entendida como 1980 e 1981.

$$\begin{aligned} I_{t-1,t}^{LI} &= \sum_i \frac{p_{t-1}^i q_b^i}{\sum_i p_{t-1}^i q_b^i} \left(\frac{p_t^i}{p_{t-1}^i} \right) = \frac{\sum_i p_t^i q_b^i}{\sum_i p_{t-1}^i q_b^i} = \frac{\sum_i p_t^i q_b^i}{\sum_i p_b^i q_b^i} \div \frac{\sum_i p_{t-1}^i q_b^i}{\sum_i p_b^i q_b^i} = \\ &= I_{b,t}^H \div I_{b,t-1}^L \end{aligned}$$

Ou seja, a fórmula I^{L1} é uma relação entre dois *Laspeyres* de longo prazo. Consequentemente a interpretação correta do Índice de *Laspeyres* para o ano de 1981 é esta: *representa a razão entre dois estimado res de preços com base fixa em b; no numerador, o movimento de preços desde b até 1981 inclusive - $I_{b, 1981}^L$; no denominador, o movimento de preços des de b até 1980 (dezembro de 1980) - $I_{b, 1980}^L$* . É óbvia a diferença desta in- formação e da informação dada pelo Índice de *Laspeyres* de 1981 com base em 1980, como usualmente consideramos.

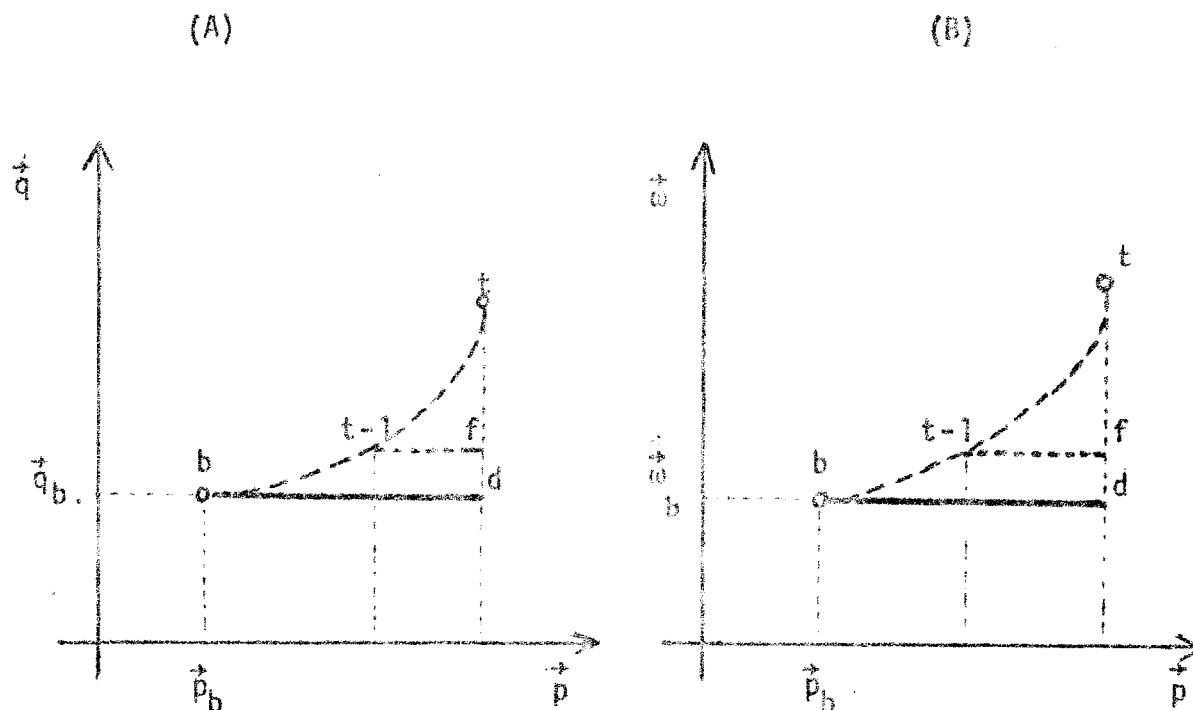
Da mesma forma, na expressão (3.5) do Índice geométrico, po- de-se deduzir:

$$\begin{aligned} I_{t-1,t}^G &= \prod_i (r_{t-1,t}^i)^{\omega^i(b)} = \frac{\prod_i p_t^i \omega^i(b)}{\prod_i p_{t-1}^i \omega^i(b)} = \frac{\prod_i p_t^i \omega^i(b)}{\prod_i p_b^i \omega^i(b)} \div \frac{\prod_i p_{t-1}^i \omega^i(b)}{\prod_i p_b^i \omega^i(b)} = \\ &= I_{b,t}^G \div I_{b,t-1}^G \end{aligned}$$

A interpretação correta do Índice geométrico é semelhante à do Índice I^{L1} : o Índice geométrico do período t com respeito ao período t-1 é uma razão entre dois Índices de longo prazo, $I_{b,t}^G$ e $I_{b,t-1}^G$. O que é di- verso, a rigor, do Índice geométrico de t com respeito a t-1.

4.2 - Graficamente

Vejamos, agora, uma interpretação gráfica das conclusões da seção 4.1. Conforme a teoria dos Índices contínuos, seus resultados são de- tectados através das trajetórias de preços e quantidades verificadas ou ar- bitradas.. Representemos estas trajetórias para os Índices I^{L1} e I^G na figure 4 A e B respectivamente.

FIGURA 4: INTERPRETAÇÃO GRÁFICA DE I^{L1} e I^G 

O ponto b de qualquer das figuras representa a base do Índice, período a que se referem os sistemas de pesos; na figura "A", o subespaço das quantidades é fixado em \vec{q}_b , na figura "B" o subespaço das participações relativas em $\vec{w}(b)$. As trajetórias $T(b,t)$ são as trajetórias reais e não conhecidas e as trajetórias (b,d) são arbitradas pelas hipóteses de quantidades fixas em "A" e pesos fixos em "B".

Meçamos os Índices de preços em qualquer intervalo das duas trajetórias, por exemplo, no intervalo $(c;d)$, que pode ser 1981. Pela expressão dos Índices contínuos, o valor do Índice é dado por⁽⁴³⁾:

(43)

Por uma propriedade conhecida das integrais curvilíneas, $\int_d^t = \int_d^c + \int_c^t$, sendo c um ponto intermediário da trajetória $T(b,t)$.

$$\log I^D = \int_c^d \omega^i(t) \, d \log p^i(t) =$$

$$= \int_b^d \omega^i(t) \, d \log p^i(t) - \int_b^c \omega^i(t) \, d \log p^i(t)$$

Em outros termos, o valor do Índice em 1981 é dado pela diferença logarítmica dos Índices definidos entre (b,d) e (b, c). Tudo se passa como se percorrêssemos o segmento (b,d) e após o segmento (b,c). Note-se a diferença entre esta informação e a informação dada pelo Índice de *Laspeyres* que, rigorosamente, para o ano de 1981, fornece o valor obtido pela trajetória tracejada (t-1, f) na figura "A" e o Índice geométrico pela trajetória (t-1, f) da figura "B".

Resta-nos uma apreciação de I^{L2} . Como deduzimos, o I^{L2} não atende à propriedade da circularidade e, também, não pode ter uma interpretação correta na linha seguida para os dois Índices sob análise. Ao longo do período de 12 meses, a informação dada pelo referido Índice é simplesmente uma acumulação geométrica de resultados mensais sem a correspondente definição em termos das fórmulas do primeiro capítulo. Além do aspecto técnico do método de cálculo há, em decorrência, imprecisões das estatísticas de participação e influência a níveis desagregados.

Evidencia-se, em nosso estudo, a relevância da análise contínua no entendimento e no exame dos Índices da prática corrente. É importante ressaltar que nossas inferências são gerais e, portanto, válidas qual quer que seja o segmento de tempo que escolhermos, uma vez que as duas fórmulas são definidas e empregadas de modo inequívoco. Significa que na prática também assim deva ser, de tal sorte que se mantenham consistentes todas as alternativas, como cálculo mensal, semestral, anual, etc. aos vários níveis de agregação.

5 - CONCLUSÕES

Estabelecidas as noções principais dos dois "aproximações" da análise dos números Índices, neste capítulo examinamos alguns aspectos de ordem prática, procurando determinar o sentido e a precisão dos Índices em suas funções de curto e longo prazos e a informação que se lhes associa.

Podemos concluir, do ponto de vista das estruturas de pesos e das séries históricas de preços, pela maior pertinência dos indicadores em suas funções de longo prazo, ou seja quando expressam o movimento de preços em período de 12 meses. Por um lado, os inquéritos de orçamentos familiares exigem este período a fim de captar a estrutura das despesas considerando-se todas as estações do ano. Por outro lado os problemas de natureza conjuntural - crises de abastecimento e retrações de demanda - têm efeitos acentuados nos indicadores mensais. Estas considerações não se estendem necessariamente a outros indicadores de preços que não os Índices de preços ao consumidor.

Na análise das fórmulas práticas de cálculo encontramos uma "conciliação" entre os enfoques bisituacional e contínuo quanto aos Índices *Laspeyres Modificado I e Geométrico*. Já para o Índice *Laspeyres Modificado II* não é possível tal conciliação, uma vez que sua acumulação no tempo não resulta em fórmula simples que possa ser classificada conforme o Capítulo I.

Por desenvolvimento algébrico e ilustração gráfica, apresentamos uma "correta" interpretação de I^{L1} e I^G , precisando-lhes, com nitidez, a informação contida. Embora estes Índices sejam as únicas alternativas teoricamente corretas quando as informações de quantidades se limitam ao período base, o sentido aos quais se lhes atribui na prática não corresponde à informação que de fato encerram, porquanto constituem rigorosamente uma razão entre dois Índices de base fixa em b.

CAPÍTULO IV

ESTIMATIVAS DOS VIÊSES

1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Uma vez precisadas as idéias centrais dos Índices de preços e a análise dos métodos de cálculo aplicados na prática, nossos objetivos dirigem-se para o conhecimento de suas relações, principalmente do ponto de vista empírico. Por isso não restringiremos o conjunto de alternativas conforme aconselham as conclusões dos capítulos 2 e 3. Aplicaremos os doze Índices definidos no primeiro capítulo a um único conjunto de informações, verificaremos o comportamento e estimaremos os vieses do subconjunto que denominamos de Índices da prática.

Esta linha de pesquisa é bem semelhante ao estudo de *Fischer*, efetuado em 1922. Segue-lhe o método, acrescentando-lhe aspectos de ordem dedutiva. Nossos resultados são cotejados com as principais inferências daquele renomado autor.

O experimento empírico que efetuamos inclui o cálculo de Índices Ideais, mais exigentes em termos das informações requeridas. Somente pôde ser levado a termo porque seccionamos a amostra do Estudo Nacional da Despesa Familiar - *ENDEF*--em seis subamostras conforme o período de entrevista do domicílio. A metodologia de obtenção dos dados da *ENDEF* e sua forma de aplicação, abrangendo o período de 21 de agosto de 1974 a 11 de agosto de 1975, facultam ampla flexibilidade de modo a tornar viáveis pesquisas dessa natureza.

A experimentação empírica constitui-se, assim, de estimativas de Índices de preços ao consumidor para a área metropolitana do Rio de Janeiro no período setembro de 1974 a julho de 1975, em diversos níveis de agregação.

Nesse período, a taxa de crescimento da inflação no País medida pelo Índice Geral de Preços apresentava-se relativamente baixa, na casa dos 28% ao ano. O Índice de Preços ao Consumidor do Rio de Janeiro, 22,5% aproximadamente nos dez meses de nosso experimento. Estávamos no início do período da fase ascendente dos preços que perdura até hoje.

Embora não seja possível estender o experimento para etapas subsequentes do processo inflacionário em virtude da ausência de informações de quantidades ou valores, entendemos que o modesto nível dos Índi-

ces de preços estimados não invalidam nossas conclusões. A razão está no fato, analiticamente demonstrado, de que as relações entre os índices são definidas pelas estruturas de variâncias e covariâncias. Neste sentido, para fins de qualificação dos resultados, e possíveis conjecturas, procederemos à estimativa da medida própria de dispersão dos relativos de preços (variância logarítmica) para um longo período onde se evidenciou elevada taxa de inflação no Brasil.

2. AS RELAÇÕES ENTRE OS ÍNDICES

Pouco tempo após o surgimento do livro "*The Making of Index Number*", mais precisamente na década de trinta, um outro grande estudioso da teoria e da prática dos números Índices, mais inclinado às idéias de Divisia, *Leo Tinbergen*, estabeleceu as principais relações entre as médias geométrica, harmônica e aritmética. Partiu das seguintes definições⁽⁴⁴⁾.

a. Média Ponderada de Ordem δ (μ_δ):

$$(\mu_\delta)^\delta = \sum_i \omega^i \cdot (r^i)^\delta = \sum_i \omega^i e^{\delta \log r^i} \quad (4.1)$$

$$\text{onde } \omega^i > 0, \sum \omega^i = 1$$

$$r^i = p_t^i / p_b^i$$

$$-\infty < \delta < \infty$$

μ_δ é uma função contínua e crescente de δ conforme demonstra *Hasenkamp* ().

b. Média Geométrica:

$$\log G = \sum_i \omega^i \log r^i \quad (4.2)$$

$$\text{onde } \omega^i > 0, \sum \omega^i = 1$$

$$r^i = p_t^i / p_b^i$$

(44) Seguimos, nos aspectos analíticos desta seção, basicamente os artigos de *Hasenkamp* () e *Vartia* ().

Fazendo a divisão dos termos de (4.1) por G^δ , temos:

$$(u_\delta)^\delta = \sum \omega^i e^{-\delta (\log r^i - \log G)} \quad (4.3)$$

A expressão $\log r^i - \log G$, que identificaremos daqui em diante resumidamente por \hat{x}_i , é o desvio logarítmico do relativo de preços r^i com respeito à média geométrica G .

Expandindo, por *Maclaurin*, a expressão (4.3) obtemos:

$$(u_\delta)^\delta = 1 + \frac{\delta^2}{2!} \sum \omega^i \hat{x}_i^2 + \frac{\delta^3}{3!} \sum \omega^i \hat{x}_i^3 + \dots$$

Aplicando logaritmos neperianos em ambos os membros da expressão acima, vem:

$$\log \mu_\delta - \log G = \frac{\delta}{2} \sum \omega^i \hat{x}_i^2 + \frac{\delta^2}{6} \sum \omega^i \hat{x}_i^3$$

onde $\sum \omega^i \hat{x}_i^2$ é a variância da variação logarítmica de preços - $\log r^i$ - em torno da média $\log G$.

Fazendo a ordem da média ponderada, respectivamente, igual a 1 e -1, temos:

$$\log \mu - \log G = \frac{1}{2} \sum \omega^i \hat{x}_i^2 + \frac{1}{6} \sum \omega^i \hat{x}_i^3 \quad (4.4)$$

$$\log \mu_{-1} - \log G = -\frac{1}{2} \sum \omega^i \hat{x}_i^2 + \frac{1}{6} \sum \omega^i \hat{x}_i^3 \quad (4.5)$$

As equações acima constituem as relações básicas entre as fórmulas geométrica, aritmética e harmônica. Quando, na média ponderada de ordem δ , fazemos $\delta = 1$, então temos a média aritmética ponderada que conforme 4.4 é maior que a média geométrica G ; quando fazemos $\delta = -1$, então temos a média harmônica que é menor que a média geométrica.

De tal modo que, sempre:

$$\mu_{-1} < G < \mu_1$$

Ou, em outros termos, a média harmônica é inferior à média geométrica que por sua vez, é inferior à média aritmética. A diferença logarítmica entre elas sendo aproximadamente igual à metade da variância logarítmica dos relativos de preços.

Apliquemos estas noções aos índices de preços da prática,

objeto de nossas estimativas de viés. Lembremos, em primeiro lugar, que a presente análise aplica-se a comparações bisituacionais que podem ter as estruturas de pesos fixas quer no momento b quer no momento t .

Quando os pesos são definidos em b , temos:

$$1) I_{b,t}^L = \frac{\sum_i r_t^i q_b^i}{\sum_i p_b^i q_b^i} = \sum_i \omega_b^i \cdot r_{b,t}^i$$

Isto é, nos termos deste capítulo, I^L é uma média aritmética ponderada (μ_1).

$$2) \log I_{b,t}^G = \sum_i \omega_b^i \log r_{b,t}^i$$

Ou seja, o índice I^G corresponde à média geométrica ponderada G .

$$3) I^{HL} = 1 / \sum_i \omega_b^i (r_{b,t}^i)^{-1}$$

Então, o Índice Harmônico *Laspeyres* corresponde à média harmônica, quando atribuímos o valor -1 a δ na expressão 4.1.

De sorte que, para o conjunto $A = \{I^L, I^G, I^{HL}\}$ de índices ponderados por ω_b , valem, em qualquer circunstância: $I^{HL} < I^G < I^L$ (45).

Quando os pesos são definidos no período de comparação:

$$4) I^{PG} = \sum_i \omega_t^i r_{b,t}^i$$

O Índice de *Palgrave* constitui-se uma média aritmética.

$$5) \log I^{IP} = \sum_i \omega_t^i \cdot \log r_{b,t}^i$$

O Índice logarítmico *Paasche* é uma média geométrica pela definição 4.2.

(45) A igualdade entre estes índices somente ocorreria na situação em que todos os relativos de preços fossem iguais, i. e., tivéssemos variância zero.

$$6) I^P = \frac{\sum p_t^i q_b^i}{\sum p_b^i q_t^i} = \frac{\sum p_t^i q_t^i}{\sum p_t^i q_t^i} \frac{p_b^i}{p_t^i} = \frac{1}{\sum \omega_t^i (r_{t,b}^i)^{-1}}$$

Isto é, o Índice do *Paasche* é uma média harmônica, ou o momento ponderado de ordem $\lambda = -1$.

Consequentemente, poderemos definir as relações entre os Índices do conjunto $\pi = \{I^{PB}, I^{IP}, I^P\}$ que se caracterizam por terem seus pesos definidos por ω_t^i :

$$I^P < I^{IP} < I^{PB}$$

As duas relações acima, decorrência direta das equações de *Thunqvist*, determinam a posição relativa dos Índices quaisquer que sejam os relativos de preços e constituem as únicas relações definidas "a priori". Para se conhecer a magnitude das diferenças entre eles basta calcular a variância logarítmica dos relativos de preços.

Como os dois conjuntos são independentes, a posição relativa conjunta pode ser qualquer. O mesmo ocorre para todo par de Índices composto por elementos dos dois conjuntos. Significa, por exemplo, ser indeterminada a relação entre *Laspeyres* e *Paasche*. Esta relação é, de modo aproximado, igual à covariância entre \dot{p} e \dot{q} , ou:

$$\log \left(\frac{I^P}{I^L} \right) \approx \text{cov} (\dot{p}, \dot{q})$$

$$\text{onde } \dot{p}^i = \log r^i - \log I^I$$

$$\dot{q}^i = \log (q_t^i / q_b^i) - \log I_q^I$$

Ou, ainda, de modo preciso, pela equação de *Bortkiewicz* (46):

$$\frac{I^P}{I^L} = 1 + r \delta_p \delta_q / I_p^L I_q^L$$

onde: δ_p é o desvio padrão de $r_{b,t}^i$

δ_q é o desvio padrão de $q_{t,b}^i / q_b^i$

I_p^L o Índice de preços de Laspeyres

I_q^L o Índice de quantidades de Laspeyres

A partir desta relação, Allen sintetiza as possibilidades:

"The *Pasche* price index is greater than the *Laspeyres* if prices and quantities tend to move in the same direction between years 0 and 1; the *Laspeyres* index is the greater if price and quantities tend to go in opposite direction". (p. 64).

Enfim, as deduções acima mostram como se situam os índices da prática quando agrupado em dois conjuntos e evidenciam que inferências adicionais dependem de como se comportam, em cada situação, as variáveis intervenientes.

3. OS RESULTADOS DE FISHER

3.1 Os Dados e os Principais Índices

Um dos aspectos mais importantes do livro de *Irving Fisher*, desenvolvido no capítulo V e retomado de modo mais genérico, mas igualmente conclusivo, no capítulo X, é a estimativa dos vieses e a classificação dos índices. Trabalhou com 134 índices diferentes, classificados em primários e derivados. Os índices primários, num total de 46, foram obtidos através da combinação de cinco tipos de fórmulas (aritmética, harmônica, geométrica, média e moda) e quatro tipos de pesos, além dos índices agregativos e dos "*factor antitheses*". As fórmulas derivadas, deduziram-se através do cruzamento de fórmulas primárias, cruzamento de pesos, de fórmulas primárias com suas respectivas "*time antitheses*", etc (47).

Os dados utilizados foram informações de preços e quantidades transacionadas a nível de atacado nos Estados Unidos no período 1913-1918. Os produtos, em número de 36, vão desde bens alimentícios até aço e petróleo (ver relação completa no anexo 3).

(47) Ver, especialmente, o capítulo IX: "*The Enlarged Serie of Formulae*".

Apesar do grande número de fórmulas consideradas, as estimativas de *Fisher* levaram-no a classificá-las todas em sete categorias. Destas, uma se referia às modas e medianas e suas derivadas e outra os índices simples (sem pesos) e seus derivados. Excluídos estes dois grupos, os demais índices se classificavam em cinco categorias. Esta classificação ficou conhecida como o "*garfo das cinco pontas*". Cada uma das pontas é representada por um agrupamento de índices que estariam ao mesmo tempo tão próximos entre si e nitidamente distante dos índices que compunham os agrupamento mais próximos.

Resumiremos, nesta seção 3, os principais argumentos de *Fisher*. Destacamos as nove fórmulas comuns ao conjunto de índices objeto de nossas estimativas. Não há, entretanto, perda alguma de generalidade, pois as fórmulas escolhidas representam todo o espectro da classificação de *Fisher*.

Para facilitar o acompanhamento das referências aos índices, apresentamos, no quadro 3 a seguir, a descrição completa das fórmulas que utilizamos, incluindo a numeração dada por *Fisher*.

QUADRO 3: RELAÇÃO DOS ÍNDICES E SUA CORRESPONDÊNCIA EM FISHER

ÍNDICES	NOME	Nº EM FISHER	DESCRIÇÃO EM FISHER	NOME EM FISHER
I^{Pe}	Palgrave	9	AIV	Palgrave
I^L	Laspeyres	53	AgI	Laspeyres
I^{1P}	Logaritmo Paasche	29	GIV	-
I^F	Fisher	353	AgI, AgIV	Ideal
I^T	Törnqvist	123	GI, GIV	-
I^{Wt}	Wash	1.123	Cruzamento de pesos GI e GIV	Wash
I^G	Geométrico	23	GI	-
I^P	Paasche	19	HIV	Paasche
I^{HL}	Harmônico Laspeyres	13	HI	-

OBS.: A: aritmético; Ag: agregativo; G: geométrico; H: harmônico;

I caracteriza o sistema de pesos do período de comparação

IV Caracteriza o sistema de pesos do período de referência

3.2 Os Métodos de Fisher

A noção de viés, como uma tendência previsível em determinada direção, é operacionalizada em *Fisher* pela aplicação dos testes de Reversibilidade Temporal e Reversibilidade dos Fatores. Aqueles índices que não os atendessem de modo preciso ou aproximado teriam viés ascendente ou descendente.

De início o autor procura distinguir entre viés de tipo e viés de peso, cada um deles estimado com base quer no teste da Reversão Temporal quer no teste da Reversão dos Fatores.

O viés de tipo seria medido pela diferença entre o resultado da multiplicação (de qualquer fórmula simples, aritmética, geométrica e harmônica) dos índices "forward" e "backward" e a unidade. Por exemplo, no caso do Índice aritmético simples, teríamos:

$$A_{t-1,t} \times A_{t,t-1} > 1$$

A diferença, ou seja o excesso sobre a unidade, define um erro conjunto dos dois índices $A_{t-1,t}$ e $A_{t,t-1}$ ⁽⁴⁸⁾. Esta relação é sempre verdadeira, assim como a relação entre os índices harmônicos simples calcula - "forward" e "backward" e a unidade. É necessário ressaltar, conforme o faz *Fisher* repetidas vezes, que esta noção de erro conjunto não permite distinguir que percentual pode ser atribuível a cada índice ($A_{t-1,t}$ e $A_{t,t-1}$):

"Thus, Formula 1, the simple arithmetic average, has necessarily a positive joint error. While we cannot go further and say, in any given case, how much of this error lies in its forward form and how much in its backward form, in the absense of any reason to accuse one more than the other, we are justified in accusing both equally" (p.87, grifo do autor).

(48) É demonstrado, analiticamente, que os índices simples aritmético e harmônico, têm erro conjunto, respectivamente, ascendente e descendente. Ver *Fisher* (), Apêndice I, nota ao capítulo V, 62.

Mesmo assim, a inferência é que há viés ascendente nos índices aritméticos simples e viés descendente nos harmônicos simples:

"That is, the arithmetic average exhibits an *inherent tendency* to exaggeration, a '*bias*', ... By similar reasoning, it may be shown that the harmonic index number ..., has an *inherent bias downward*". (pg 84, grifo do autor).

Quanto ao tipo "geométrico", por atender ao teste da Reversão Temporal, é considerado por *Fisher* como não viesado, não obstante suas ressalvas de que não se pode inferir que não haja erro em qualquer direção, mas apenas que não há erro conjunto.

O viés de peso é definido da mesma forma, apenas que neste caso emprega-se a fórmula geométrica a fim de se ter garantido que o excesso da aplicação do teste da Reversão Temporal se deva somente aos pesos⁽⁴⁹⁾. *Fisher* conclui que o sistema de pesos definido no período de comparação (I) tem viés descendente enquanto que o do período de referência tem viés ascendente⁽⁵⁰⁾. Observe-se que, por não se poder demonstrar algebricamente como no caso do viés de tipo, a inferência sobre o viés de peso é tida por *Fisher* como uma questão de probabilidade.

Sendo as fórmulas de cálculo combinações de tipos de médias e pesos e o método de medir o viés aplicável em geral, *Fisher* dispunha de todos os elementos para estimar os vieses e apresentar suas justificativas.

3.3 Principais Conclusões

Através da aplicação dos dois testes, *Fisher* obtém os erros conjuntos de cada fórmula. Fez estas estimativas para 28 índices.

(49) Cf. nossa nota de rodapé nº 42 do capítulo 3, lembrando que não trabalhamos com fórmulas simples, não ponderadas.

(50) Trabalha, além destes dois sistemas, com estruturas mistas: preços de comparação e quantidades de referência (II) e preços de referência e quantidades de comparação (III).

Reproduzimos, a seguir, os resultados para os índices considerados neste estudo e tidos como não ideais ou índices da prática.

TABELA 1: ERRO CONJUNTO DA APLICAÇÃO DE CADA FÓRMULA SOB O TESTE DA REVERSÃO TEMPORAL

ÍNDICE	Nº EM FISHER	1914 %	1915 %	1916 %	1917 %	1918 %
I^{PB}	9	1.68	4.59	6.65	22.78	11.03
I^L	53	-0.39	-0.43	-0.24	0.63	0.25
I^G	23	-1.01	-2.42	-3.28	-9.60	-4.99
I^P	19	0.39	0.43	0.24	-0.63	-0.25
I^{HL}	13	-1.65	-4.39	-6.15	-18.55	-9.93
I^{1P}	29	1.02	2.48	4.32	10.62	5.26

FONTE: "The Making of Index Number", tabela 7.

TABELA 2: ERRO CONJUNTO DA APLICAÇÃO DE CADA FÓRMULA SOB O TESTE DA REVERSÃO DOS FATORES

ÍNDICES	Nº EM FISHER	1914 %	1915 %	1916 %	1917 %	1918 %
I^{PB}	9	2.26	5.53	6.47	16.62	10.58
I^L	53	-0.39	-0.43	-0.24	0.63	0.25
I^G	23	-1.40	-2.57	-2.76	-6.53	-5.22
I^P	19	0.39	0.43	0.24	-0.63	-0.25
I^{HL}	13	-2.51	-4.46	-4.96	-12.58	-11.18
I^{1P}	29	1.35	2.81	3.19	7.40	5.08

FONTE: "The Making of Index Number", tabela 8

Os resultados das duas tabelas confirmam as considerações de *Fisher* sobre os tipos de viés, assim:

- o Índice de *Palgrave* tem viés duplo ascendente, uma vez que se define como uma média aritmética com sistema de ponderação no período de referência. Os resultados de 1917 apontam um viés da ordem de 11.8% (tabela 1),

- o Índice Harmônico *Laspeyres* tem viés duplo descendente, pois é uma combinação de média harmônica e pesos do período de comparação. Ainda pela tabela 1, temos um viés da ordem de -9.3%

- o Índice de *Laspeyres* e o Índice de *Paasche* não apresentam viés em qualquer sentido, uma vez que o erro conjunto, quer pelo teste 1, quer pelo teste dois, oscila de sinal e é de magnitude diminuta. Para o caso do Índice de *Laspeyres*, o mínimo de -0.2% em 1916 e máximo de 0.31% em 1917. A razão "lógica" apresentada pelo autor é que os dois índices constituem combinação de tipo com viés ascendente e peso com viés descendente ou vice versa, em cujos resultados líquidos as tendências se anulariam.

- o Índice Geométrico apresenta viés negativo, pois apesar de ser constituído de tipo (média geométrica) não viesado, a estrutura de pesos tem viés descendente. Observe-se nas tabelas que todos os resultados são negativos e que para o ano de 1917 a estimativa do viés é de -4.3%.

- o Índice Logarítmico *Paasche* tem viés simples positivo, uma vez que se constitui de uma combinação de média geométrica e pesos do período de referência. Os números apontam um viés máximo de 5.3% em 1917.

Em síntese, teríamos cinco categorias de índices, conforme apresentassem viés duplo ascendente, viés simples ascendente, sem viés, viés simples descendente e viés duplo descendente.

A "rationale" viés de tipo e viés de peso e a confirmação empírica observada levou *Fisher* à firme convicção do posicionamento dos índices considerados em sua classificação e, ainda mais, que qualquer índice poderia ser classificado em uma das cinco categorias. De tal modo que ficou famoso o símbolo do "garfo das cinco pontas" assim descrito:

"Those which have no bias lie approximately in coincidence and constitute the middle time. Those which have only one upward bias, whether type bias or weight bias, likewise agree and form the mid-upper time. Similarly, those which have only one downward bias, whether type or weight, make the mid-lower bias. Those which have a double upward bias, i.e. a type bias and a weight bias, make the uppermost time. Likewise those doubly biased downward make the lowermost time". (p. 203).

Excluindo os índices simples, a moda a mediana e seus derivados, classificou todos os demais na tabela 22 ("THE FIVE - TINED FORK", p. 204), concluindo:

"... We find that although we have numerous formulae, they all fall under only five clearly defined heads, namely, those without bias, those with single bias up or down, and those with double bias up or down". (p. 204/205).

Na tabela 3, abaixo, apresentamos os resultados dos nove índices para todo o período em que Fisher trabalhou (1913 a 1918). Os números referem-se tanto aos índices de base fixa como aos índices em cadeia.

TABELA 3: RESULTADOS DE FISHER - ÍNDICES DE BASE FIXA E EM CADEIA
- 1918-1913

ÍNDICES	Nº EM FISHER	RESULTADOS		VIESES-F(*)	
		B. FIXA	EM CADEIA	B. FIXA	EM CADEIA
I ^{Pg}	9	187.18	205.56	(+) 5.305	(+) 15.166
I ^{IP}	29	182.41	182.41	(+) 2.622	(+) 2.196
I ^L	53	177.87	178.56	(+) 0,124	(+) 0,039
I ^{Wh}	1.123	177.87	178.40	-	-
I ^T	123	177.80	178.87	-	-
I ^F	353	177.65	178.49	-	-
I ^P	19	177.43	178.43	(-) 0,124	(-) 0,034
I ^G	23	173.30	166.93	(-) 2,375	(-) 6,476
I ^{HL}	13	168.59	157.78	(-) 5,100	(-) 11.603

FORTE: "The making of Index Number", Appendix VII

Temos os seguintes percentuais de viés, agora medido com respeito ao padrão absoluto estabelecido pelo Índice Ideal de *Fisher* (I^F).

I^{Pg} - ponta superior do garfo	- (+) 5.276%
I^{IP} - ponta intermediária superior	- (+) 2.679%
I^G - ponta intermediária inferior	- (-) 2.445%
I^{HL} - ponta inferior do garfo	- (-) 5.010%

Os Índices de *Laspeyres* e *Paasche*, com base nos dados acumulados até 1918 mantêm uma relação com o Índice ideal de 0,123%, sendo classificados na ponta do meio do garfo.

Como última observação, registre-se que *Fisher* escolheu o ano de 1917 para elaborar uma avaliação geral dos Índices por se tratar do período em que as diferenças manifestaram-se mais acentuadas (p.e., o I^G apresenta viés de 4,63% negativo). E, com base nos números de 1917, afirma que, para os objetivos práticos dos usos dos Índices, seriam aceitáveis as fórmulas que tivessem uma aproximação ao Índice ideal até dois por cento.

4. ESTIMATIVAS DOS VIESES

4.1 A definição de Viés

Vejam os, agora, as linhas gerais e os resultados da parte empírica de nosso trabalho. Um ponto de questionamento inicial é a definição de viés e a forma de medi-lo. Segundo *Fisher*, conceitua-se viés como uma tendência previsível de um Índice em certo sentido. Sua medida é feita pela aplicação de qualquer dos testes de reversibilidade. Os exemplos marcantes são os Índices aritmético e harmônico simples quando aplicados ao teste da Reversão Temporal.

Por entendermos precárias essa noção e essa forma de estimar os vieses, cujas razões apresentamos na seção 5, utilizamos em nosso experimento a seguinte definição:

Define-se viés de determinado Índice da prática, como o

afastamento de seus resultados com respeito aos resultados observados para qualquer índice classificado como ideal.

Analogicamente:

$$V(I) = \log \left(\frac{I}{I^*} \right) \quad (4.)$$

onde: $V(I)$ é a função viés de I

I é o valor do índice da prática

I^* é o valor de um índice ideal.

ou, alternativamente:

$$V(\Delta I) = \log \left(\frac{\Delta I}{\Delta I^*} \right)$$

onde: $V(\Delta I)$ é a função viés da variação de I

ΔI é a variação do índice em determinado período

ΔI^* é a variação de um índice ideal em determinado período.

Consoante conclusões do primeiro capítulo, classificamos como ideais seis índices (I^P , I^{Wh} , I^{Th} , I^F , I^{V1} e I^{V2}) porque atendem de modo aproximado (os três primeiros ou de modo exato (os três últimos) à propriedade da Reversão dos Fatores. Então, I^* pode ser qualquer um dos seis índices relacionados. Visando uma hierarquia dentro do próprio conjunto admitimos ser o índice I^{V1} superior a todos os outros, inclusive ao índice de *Fisher*, em virtude de atender à propriedade da Consistência Agregativa. Esta propriedade é relevante quando temos em mente um sistema completo de informações estatísticas, não o sendo para os fins a que nos propomos no momento. De modo que se pode considerar o índice de *Fisher* em mesmo nível que o I^{V1} . Embora tenhamos procedido a estimativas de vieses com base em todos os índices ideais, no texto apresentamos apenas os resultados relativos ao índice de *Fisher* para fins comparativos com os resultados do referido autor.

A definição alternativa, em termos de variação, deve-se ao generalizado hábito de raciocínio com variações de índices e não com os índices em si. Observe-se que, do ponto de vista do posicionamento dos índices, é idêntica à definição anterior. Simplesmente, no caso das medidas

de variação as diferenças são mais nítidas.

4.2 Os Dados

O experimento que efetuamos baseia-se em dados de preços ao consumidor e informações de despesas familiares observados na área metropolitana do Rio de Janeiro no período agosto de 1974 a julho de 1975. Abrangem todos os tipos de despesas próprias do consumo familiar. Com o objetivo de efetuar estimativas de agrupamentos específicos, destacamos o conjunto de todos os produtos alimentícios e dentro deste, 19 itens conforme a hierarquização do Sistema do INPC. Esta estrutura encontra-se no anexo 2.

Os dados de despesa - informação primária das estruturas de pesos - originam-se da pesquisa Estudo Nacional de Despesa Familiar - ENDEF. Para atingir nossas finalidades dividimos a amostra da ENDEF em cinco subamostras conforme o período de entrevista do domicílio, ficando assim distribuída:

1º período	- setembro/outubro de 1974	- 477 domicílios
2º	" - novembro/dezembro de 1974	- 562 "
3º	" - janeiro/fevereiro de 1975	- 559 "
4º	" - março/abril de 1975	- 524 "
5º	" - maio/junho de 1975	- 488 "
6º	" - julho/agosto(51) de 1975	- 342 "

No anexo 5 apresentamos as informações a nível de despesa, porquanto as estruturas de pesos dependem da definição em cada índice.

Os relativos de preços foram obtidos diretamente das listagens de computador do Índice de Preços ao Consumidor da Fundação Getúlio Vargas. Cada período de referência cobre exatamente o mês civil. Tivemos que proceder a pequenas adaptações porque nossas estruturas de pesos não

(51) A pesquisa encerrou-se em 11 de agosto de 1975, de modo que este último mês fica representado por fração do período normal. Esse período é utilizado apenas para os cálculos do índice de *Paasche*, nas estimativas em cadeia.

correspondiam - em sua categorização - à estrutura empregada pela Fundação Getúlio Vargas. Ademais, procedemos à agregação de informações mensais a fim de montar as 5 observações necessárias. No anexo 4 encontram-se os relativos de preços por período, conforme abaixo:

1º período - outubro/novembro de 1974

2º " - dezembro 74/janeiro - 75

3º " - fevereiro/março de 1975

4º " - abril/maio de 1975

5º " - junho/julho de 1975

Uma vez montados os arquivos descritos, os registros são combinados conforme a definição de cada uma das 12 fórmulas discriminadas no final do primeiro capítulo. Os correspondentes índices em cadeia - aproximações discretas do índice teórico de Divisia de nosso capítulo 2 - são calculados também a partir dos mesmos arquivos.

4.3 Os Resultados

Os resultados completos - todos os índices, todos os grupos e as estimativas dos vieses relativos a cada índice ideal - encontram-se nos anexos 6 e 7. Aqui reproduzimos apenas os resultados mais importantes dos índices gerais e do grupo alimentação.

Os números dos índices gerais encontram-se na tabela 4 a seguir.

TABELA 4: RESULTADOS DOS ÍNDICES GERAIS E ESTIMATIVA DE SEUS VIESES BASE FIXA E EM CADEIA - RIO DE JANEIRO 09-74 a 07-75

ÍNDICES	Nº EM FISHER	RESULTADOS		VIESES-F ^(*)	
		B.FIXA	EM CADEIA	B.FIXA	EM CADEIA
I ^{PG}	9	122.84	122.92	(+) 5.620	(+) 6.337
I ^L	53	122.06	121.30	(+) 2.163	(+) 2.827
I ^{IP}	29	121.99	121.90	(+) 1.851	(+) 1.767
I ^F	353	121.59	121.51	-	-
I ^T	123	121.58	121.51	-	-
I ^{Wh}	1.123	121.54	121.50	-	-
I ^G	23	121.18	121.10	(-) 1.924	(-) 1.940
I ^P	19	121.12	120.90	(-) 2.202	(-) 2.894
I ^{HL}	13	120.27	120.09	(-) 6.290	(-) 6.791

FONTE: Tabulações Especiais "Índices Binários" e "Índices em cadeia", DESIP/IBGE, agosto de 1981

(*) Estimados a partir das variações dos índices

Pode-se observar que as estimativas dos vieses encontram-se no intervalo (-6.290 a + 5.620) e (-6.791 a + 6.337) respectivamente para os índices de base fixa e em cadeia. O índice de *Laspeyres* (I^L) tem viés positivo de 2.163, quando medido em base fixa e 2.827, quando em cadeia. O Índice Geométrico, respectivamente, 1.924 e 1.940 ambos os valores negativos.

Fato importante a se ressaltar é o pequeno viés observado nos índices que competem na prática e o pequeno efeito acarretado pela mudança de estratégia de produção (base fixa para índices em cadeia). Além desse ponto, merece destaque o comportamento do índice de *Paasche* que apresenta viés maior do que o índice geométrico.

Os números do grupo Alimentação encontram-se na tabela 5, abaixo.

TABELA 5: RESULTADOS DOS ÍNDICES DO GRUPO ALIMENTAÇÃO E ESTIMATIVAS DE SEUS VIESES - BASE FIXA E EM CADEIA - RIO DE JANEIRO 09-74 a 07-75

ÍNDICES	Nº EM FISHER	RESULTADOS		VIESES - F	
		B.FIXA	EM CADEIA	B.FIXA	EM CADEIA
I ^{FG}	9	117.44	117.25	(+) 9.625	(+) 11.748
I ^L	53	116.40	116.60	(+) 3.472	(+) 7.916
I ^{LP}	29	116.35	115.64	(+) 3.151	(+) 1.965
I ^F	353	115.84	115.34	-	-
I ^T	123	115.81	115.28	-	-
I ^{Wh}	1.123	115.67	115.23	-	-
I ^G	23	115.28	114.92	(-) 3.603	(-) 2.775
I ^P	19	115.25	114.09	(-) 3.579	(-) 3.499
I ^{HL}	13	114.21	113.27	(-) 10.874	(-) 14.495

FONTE: Tabulações Especiais "Índices Binários" e "Índices em cadeia", DESIP/IBGE, agosto de 1981

(*) Estimados a partir das variações dos índices

Desta feita os valores dos vieses têm amplitude mais acentuada que no caso anterior. Para os índices de base fixa, (-10.874 a + 9.625) e para os índices de base móvel (-14.495 a 11.748).

Repetindo a ordem da tabela anterior o índice de Laspeyres encontra-se em segundo lugar em termos de viés, com + 3.472 na ótica base fixa e 7.916 na ótica em cadeia. O índice geométrico, na ótica de base fixa tem viés equivalente em valor absoluto, ao de Laspeyres (3.603), porém quando aplicado em cadeia observa-se significativa diminuição do viés para - 2.775. O índice de Paasche apresenta-se semelhante ao geométrico, exceto na ótica em cadeia.

5. CONCLUSÕES

Extraímos, do desenvolvimento deste capítulo e das informações analisadas, vários pontos passíveis de discussão e avaliações.

No plano conceitual, o núcleo das idéias fisherianas de viés e sua firme convicção da validade do "garfo das cinco pontas" compõem-nos a aduzir as seguintes reflexões:

- a definição de viés de tipo, embora conceitualmente aceitável, é indeterminada quanto à mensuração do viés. O próprio autor tinha ciência desse senão, mas como o assunto exigia um resultado numérico, arbitrou, com senso de justiça próprio, em 50% do erro conjunto a magnitude do viés de cada índice (52).

- já seus argumentos quanto ao viés de peso são inteiramente frágeis. Pela simples constatação de que o sistema de pesos definido no período de comparação, conjugado à média geométrica "forward" e "backward", leva a resultados inferiores à unidade, não se pode inferir que tenha inerentemente uma tendência no sentido decrescente. "Mutatis mutandis" o sistema de pesos do período de referência.

As deduções conseqüentes, obtidas pela aplicação destas duas idéias a toda e qualquer fórmula de cálculo, implicam em associar a cada índice determinado nível de viés ou sua ausência. Culminam com a teoria do "garfo das cinco pontas", segundo a qual os índices se distribuem de forma discreta, isto é, a intervalos nítidos, em cinco categorias, conforme o grau do viés.

Além das ressalvas já apontadas a respeito do processo de elaboração do "garfo das cinco pontas", temos ainda a objetar a idéia de variação discreta cuja razão de ser não nos parece convincente. Por estes motivos, pensamos que a forma de estimar os vieses não deva comportar inferências "a priori" baseadas em tipos de médias e pesos. Mas que constitua

(52) Ver, à página 70 deste capítulo, nossa citação relativa a esse ponto.

simplesmente uma medida da relação entre um método de cálculo e uma fórmula superior..

No plano experimental, podemos dizer que a lógica de *Fisher*, não obstante baseada em premissas pouco seguras, é fortemente corroborada pela evidência empírica configurada em seus resultados. Decorrencia, porém, do particular conjunto de dados com que trabalhou. Haja vista nossas estimativas que, expressas num sistema de garfos, têm maior número de pontas e contrariam as principais conclusões de *Fisher*:

- Nos quatro experimentos a nível mais agregado, o Índice I^P apresenta viés inferior ao viés do Índice de Laspeyres. Considerados num garfo de mais opções e pertencendo a pontas distintas, teriam avaliações inversas às de *Fisher*.

- o Índice geométrico, I^G , desaconselhado por *Fisher*, apresenta viés menor que o Índice de Paasche. Exceto no caso do grupo alimentação, sob a ótica de base fixa, em que é ligeiramente maior.

- nos dados agrupados há concordância de nossos resultados com as inferências de *Fisher* quanto aos Índices com viés duplo, seja ascendente (I^{Pg}), seja descendente (I^{HL}). No entanto, em dados desagregados, estas posições não se mantêm, como nos itens 1108 e 1109 onde se evidencia até mesmo uma inversão de sinal dos vieses.

A razão básica para estas discrepâncias é que o posicionamento dos Índices depende da natureza das informações econômicas consideradas. Em particular, os Índices de *Laspeyres* e *Paasche*, consoante deduções apresentadas neste capítulo, se relacionam conforme o coeficiente de correlação entre preços e quantidades. No caso dos dados de *Fisher* - preços e quantidades, a nível de atacado, de uma gama heterogênea de produtos (alimentos e insumos produtivos) - o coeficiente de correlação estaria próximo de zero. Para dados relativos a agentes econômicos bem definidos é possível estabelecer o sinal do coeficiente de correlação e, portanto, do posicionamento dos Índices sob comentário. Allen () observa que o caso de $I^P > I^L$ caracteriza condição econômica em que o mercado é dominado pela oferta, pois a um aumento de preços corresponde um acompanhamento, na mesma direção, das quantidades. Enquanto a situação inversa, $I^L > I^P$, caracteriza um mercado dominado pela demanda, onde as compras diminuem quando

os preços se elevam.

É razoável, portanto, que, ao se tratar de Índices de preços ao consumidor, o Índice de *Laspeyres* apresente viés positivo e o Índice de *Paasche*, negativo.

Nossos resultados confirmam tal expectativa nas quatro estimativas dos dados agregados (tabelas 4 e 5) e na maioria das estimativas por itens.

De relevância especial é a simetria de resultados dos Índices de *Laspeyres* e geométrico. Particularmente, sob a ótica base fixa em que, considerando-se todos os dados, o viés de *Laspeyres* se apresenta levemente superior e considerando-se o grupo alimentação, é um pouco inferior. Julgando as estimativas do grupo alimentação as mais apropriadas para o presente estudo, podemos inferir que os vieses dos dois Índices são simétricos e da ordem de 3.5%.

A evidência empírica sob análise se alinha bem às conclusões de nosso segundo capítulo, consoante as quais os dois Índices que competem na prática são teoricamente equivalentes, nada havendo que indique a superioridade de qualquer deles. Faça-se nítido o teor das duas abordagens: numa, a universalidade da lógica matemática; na outra, a evidência factual de que ao estimarmos os movimentos de preços ao consumidor no Rio de Janeiro, no período setembro de 1974 a julho de 1975, pelo método de *Laspeyres*, incorporamos um viés positivo de 3.5% e pela fórmula geométrica de 3.5% negativos.

ANEXO 1: DEMONSTRAÇÕES MATEMÁTICAS DO CAPÍTULO II

A - O Índice de Valor independe dos pontos intermediários ou da trajetória de preços e quantidades:

$$IV_{bt} = IV_{T_{bt}}^D = \frac{\sum_i p_t^i q_t^i}{\sum_i p_b^i q_b^i} \quad (1)$$

2.1 - Caso Discreto (em cadeia):

$$\overline{IV}_{bt} = IV_{b, b+1} \cdot IV_{b+1, b+2} \cdot \dots \cdot IV_{t-1, t}$$

$$\overline{IV}_{bt} = \frac{\sum_i p_{b+1}^i q_{b+1}^i}{\sum_i p_b^i q_b^i} \cdot \frac{\sum_i p_{b+2}^i q_{b+2}^i}{\sum_i p_{b+1}^i q_{b+1}^i} \cdot \dots \cdot \frac{\sum_i p_t^i q_t^i}{\sum_i p_{t-1}^i q_{t-1}^i}$$

$$\therefore \overline{IV}_{bt} = \frac{\sum_i p_t^i q_t^i}{\sum_i p_b^i q_b^i} \quad (2)$$

a.2 - Caso Contínuo (Divisia)

Consideremos $V(t) = \sum_i p^i(t) q^i(t)$ uma função positiva de valores reais diferenciável em t . O Índice de Valor

$$IV_{T_{bt}}^D = \frac{V(t)}{V(t_b)} \quad (3)$$

também é uma função diferenciável de t .

Aplicando a diferenciação logarítmica em (3) obtemos:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} [\log IV_{T_{bt}}^D] &= \frac{d}{dt} [IV_{T_{bt}}^D] \cdot \frac{1}{IV_{T_{bt}}^D} = \\ &= \frac{d}{dt} \left[\frac{\sum p^i(t) q^i(t)}{\sum p^i(t_b) q^i(t_b)} \right] \cdot \frac{\sum p^i(t_b) q^i(t_b)}{\sum p^i(t) q^i(t)} = \\ &= \frac{\sum q^i(t) \cdot dp^i(t) + \sum p^i(t) \cdot dq^i(t)}{\sum p^i(t_b) q^i(t_b)} \cdot \frac{\sum p^i(t_b) q^i(t_b)}{\sum p^i(t) q^i(t)} dt = \\ &= \frac{\sum q^i(t) dp^i(t) + \sum p^i(t) dq^i(t)}{\sum p^i(t) q^i(t)} \cdot dt \end{aligned}$$

A partir dessa expressão que representa uma taxa instantânea de crescimento de $V(t)$, pelo processo inverso da logaritimização e diferenciação temos:

$$IV_{T_{bt}}^D = e^{\int_{t_b}^t \frac{\sum q^i(\tau) dp^i(\tau) + \sum p^i(\tau) dq^i(\tau)}{\sum p^i(\tau) q^i(\tau)} dt}$$

A expressão do expoente representa uma integral curvilínea definida na trajetória T_{bt} . No entanto, como o integrando é o diferencial logarítmico de V_t , o processo de integração independe da específica trajetória

tória de T_{bt} mas apenas de seus extremos. Então:

$$IV_{T_{bt}}^D = e^{\int_{tb}^t \frac{d}{dt} \log V(t) dt}$$

$$\therefore IV_{T_{bt}}^D = e^{\log V(t) - \log (V_{tb})} = \frac{V(t)}{V_{(tb)}} = \overline{IV}_{tb}$$

D - Quando arbitramos uma trajetória determinada, em termos das quantidades do primeiro momento, então o Índice de Divisia se identifica com o Índice de Preços de Laspeyres.

b.1 - Caso Discreto

$$\overline{I}_{bt} = \prod_{k=b+1}^t I_{k-1, k}^L = \frac{\sum_i p_{b+1}^i q_b^i}{\sum_i p_b^i q_b^i} \cdot \frac{\sum_i p_{b+2}^i q_b^i}{\sum_i p_{b+1}^i q_b^i} \cdot \dots \cdot \frac{\sum_i p_t^i q_b^i}{\sum_i p_{t-1}^i q_b^i}$$

$$= \frac{\sum_i p_t^i q_b^i}{\sum_i p_b^i q_b^i} = I_{tb}^L$$

b.2 - Caso Contínuo

$$\log I_{T_{bt}}^D = \int_{T_{bt}} \frac{\sum_i q^i(\tau) dp^i(\tau)}{\sum_i p^i(\tau) q^i(\tau)} dt \quad (4)$$

quando definimos a trajetória de preços e quantidades ao longo do tempo, fixando subespaço das quantidades em termos de q_b^i , temos

$$\log I_{T_{bt}}^D = \int_{T_{bt}} \frac{\sum_i q^i(b) dp^i(\tau)}{\sum_i p^i(\tau) q^i(b)} dt \quad (5)$$

O integrando da expressão 5 é a diferencial total logarítmica da função $\sum_i p^i(\tau) q^i(b)$, como se pode constatar:

$$\frac{d}{dt} \left[\log \sum_i p^i(\tau) q^i(b) \right] dt = \frac{\sum_i q^i(b) dp^i(\tau)}{\sum_i p^i(\tau) q^i(b)} dt$$

Daí, temos:

$$\log I_{T_{bt}}^D = \log \sum_i p^i(t) q^i(b) - \log \sum_i p^i(b) q^i(b)$$

$$\therefore I_{T_{bt}}^D = e^{\log \left[\sum_i p^i(t) q^i(b) / \sum_i p^i(b) q^i(b) \right]}$$

$$\therefore I_{T_{bt}}^D = I_{bt}^L$$

• C - Idêntico a "b", basta fazer $q^i(\tau) = q^i(t)$

D - Quando arbitramos uma trajetória determinada, em termos de pesos observados no primeiro momento, então o Índice de Divisia se identifica com o Índice Geométrico.

d.1 - Caso Discreto - idêntico a "b.1"

d.2 - Caso Contínuo:

$$\log I_{T_{bt}}^D = \int_{T_{bt}} \frac{\sum_i q^i(\tau) \cdot dp^i(\tau)}{\sum_i q^i(\tau) p^i(\tau)} dt \quad (6)$$

Tomemos o integrando da expressão (6). Multiplicando e dividindo por $p^i(\tau)$, vem:

$$\sum_i \frac{q^i(\tau) \cdot p^i(\tau)}{\sum_i q^i(\tau) p^i(\tau)} \cdot \frac{dp^i(\tau)}{p^i(\tau)} dt$$

$$\text{fazendo } \frac{q^i(\tau) p^i(\tau)}{\sum_i q^i(\tau) p^i(\tau)} = \alpha^i(\tau)$$

$$\text{e } \tau = b,$$

$$\log I_{T_{bt}}^D = \int_{T_{bt}} \sum_i \alpha^i(b) \cdot \frac{dp^i(\tau)}{p^i(\tau)} dt \quad (7)$$

O integrando da expressão acima é o diferencial total logarítmico da função $f(t) = \prod_i p^i(t) \alpha^i(b)$. Como podemos constatar abaixo:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[\log f(t) \right] dt &= \frac{d}{dt} \left[\log \prod_i p^i(t)^{\alpha^i(b)} \right] dt = \frac{d}{dt} \left[\sum_i \alpha^i(b) \log p^i(t) \right] dt \\ &= \sum_i \alpha^i(b) \cdot \frac{dp^i(t)}{p^i(t)} \end{aligned}$$

Então, retornando à expressão (7), temos:

$$\begin{aligned} \log I_{Tbt}^D &= \int_{Tbt} d \log \prod_i p^i(t)^{\alpha^i(b)} dt = \\ &= \left[\log \prod_i p^i(t)^{\alpha^i(b)} - \log \prod_i p^i(b)^{\alpha^i(b)} \right] = \log \prod_i \left(\frac{p^i(t)}{p^i(b)} \right)^{\alpha^i(b)} \end{aligned}$$

$$\text{Assim :} \quad I_{Tbt}^D = I_{bt}^G$$

E - Idêndico a "d", substituindo $\omega_i(b)$ por

$$\bar{\omega}^i = \left[\omega_i(b) + \omega_i(t) \right] : 2.$$

ANEXO 2: A ESTRUTURA DOS ÍNDICES

1101 - CEREAIS, LEGUMINOSAS E OLEAGINOSAS

- 002 - Arroz Polido
- 049 - Feijão Manteiga
- 051 - Feijão Mulatinho
- 052 - Feijão Preto
- 068 - Feijão Roxo

1102 - FARINHAS, FÉCULAS E MASSAS

- 001 - Creme de Arroz
- 002 - Aveia
- 006 - Macarrão s/Ovos
- 008 - Fubã de Milho
- 009 - Maizena
- 012 - Farinha de Trigo
- 023 - Farinha de Mandioca

1103 - TUBÉRCULOS, RAÍZES E LEGUMES

- 002 - Batata Doce
- 003 - Batata Inglesa
- 005 - Mandioca (aipim)
- 017 - Abóbora
- 021 - Chuchu
- 026 - Pimentão
- 027 - Quiabo
- 028 - Tomate
- 029 - Vagem
- 043 - Cebola
- 044 - Cenoura

1104 - AÇÚCARES E DERIVADOS

- 003 - Açúcar Refinado
- 004 - Açúcar Cristal
- 014 - Rapadura
- 018 - Balas Sortidas de qq. Marca
- 027 - Geléia de Frutas de qq. Marca
- 028 - Gelatina de frutas em Pó
- 029 - Geléia de Mocotô
- 032 - Sorvetes Industrializados
- 045 - Pó para Pudim Royal
- 049 - Toddy
- 050 - Chocolate em Pó (qq. Marca)

1104 - AÇÚCARES E DERIVADOS

- 059 - Doce de frutas em calda Industrializado
- 060 - Doce de frutas em pasta Industrializado

1105 - HORTALIÇAS E VERDURAS

- 001 - Alface
- 005 - Couve
- 007 - Espinafre
- 010 - Repolho

1106 - FRUTAS

- 003 - Abacaxi
- 004 - Abacate
- 005 - Banana D'água
- 008 - Banana Prata
- 009 - Coqui
- 015 - Limão
- 017 - Maçã
- 018 - Mamão
- 021 - Melancia
- 023 - Pera
- 027 - Tangerina
- 028 - Uva
- 039 - Laranja Pera

1107 - CARNES FRESCAS E VÍSCERAS

- 002 - Carne de Boi
- 008 - Vísceras
- 009 - Fígado
- 012 - Tripa de qq Animal
- 014 - Miolos de qq Animal
- 019 - Carne de Porco c/Osso s/Gordura
- 020 - Carne de Porco s/Osso c/Gordura

1108 - PESCADO

- 002 - Peixe Anchova
- 009 - Peixe Pescadinha
- 011 - Peixe Tainha
- 013 - Camarão
- 029 - Atum
- 177 - Sardinha (água doce)
- 190 - Peixe Corvina (água doce)

1100 - CARNES E PEIXES INDUSTRIALIZADOS

- 002 - Presunto
- 003 - Toucinho de Porco
- 007 - Salsicha embutida industrializada
- 008 - Linguiça, Salsicha Industriais
- 010 - Mortalela, Salame, Salaminho
- 011 - Patê Embutido Industrializado
- 023 - Bacalhau
- 024 - Camarão seco Salgado
- 156 - Carne Seca
- 157 - Carne de Boi Defumada c/Osso
- 158 - Carne de Porco Salgada s/Osso

1110 - AVES E OVOS

- 001 - Carne de Galinha c/Osso
- 003 - Peru com Osso
- 044 - Ovo de Galinha

1111 - LEITE E DERIVADOS

- 003 - Leite de Vaca Natural Fresco
- 008 - Leite Condensado
- 009 - Leite em Pó Integral
- 010 - Leite em Pó Desengordurado
- 011 - Leite em Pó Nanon
- 012 - Creme de Leite
- 019 - Yogurte
- 021 - Queijo tipo Creme de qq. Marca
- 022 - Queijo Caseiro (tipo Minas)
- 024 - Queijo tipo Prato e Muzzarela
- 025 - Queijo tipo Parmezon
- 030 - Manteiga com Sal
- 032 - Margarina Vegetal

1112 - PANIFICADOS

- 003 - Biscoito Salgados
- 015 - Pão Francês
- 018 - Pão de Forma
- 019 - Bolo Industrializado

1113 - ÓLEOS E GORDURAS

- 003 - Óleo de Algodão de qq. Marca
- 010 - Óleo de Amendoim de qq. Marca
- 012 - Óleo de Milho de qq. Marca
- 013 - Óleo de Soja
- 014 - Azeite de Oliva

1112 - ÓLEOS E GORDURAS

- 019 - Gordura de coco Industrializada
- 021 - Banha Vegetal de qq. Marca

1114 - BEBIDAS NÃO ALCOÓLICAS E INFUSÕES

- 001 - Sucos de Frutas Artificiais e Enlatadas
- 008 - Coca-cola
- 010 - Guaranã
- 015 - Água Mineral de qq. Marca
- 022 - Café-Moído
- 023 - Café Solúvel
- 027 - Chá preto de qq. Marca
- 029 - Mate

1115 - ENLATADOS E CONSERVAS

- 006 - Ervilha em Lata
- 016 - Palmito em Conserva
- 039 - Sardinha Enlatada
- 057 - Azeitona

1116 - SAL E CONDIMENTOS

- 005 - Massa de Tomate
- 010 - Alho
- 013 - Sal Refinado
- 016 - Canela em Pó
- 041 - Vinagre de Vinho
- 062 - Pimenta do Reino

1201 - REFEIÇÃO FORA DO DOMICÍLIO

- 001 - Refeição em Restaurante
- 003 - Lanche em Restaurante
- 005 - Café da manhã Restaurante
- 009 - Caforzinho

RELATIVOS DE PREÇOS BIMENSAIS E ACUMULADOS-RIO DE JANEIRO (10.74 a 07.75)

CODIGO	PERIODOOS					ACUMULADO
	1	2	3	4	5	
7302003	1.10897	1.05519	1.09197	1.05458	1.00000	1.34754
7302001	1.07210	1.08648	1.06868	1.10115	1.09530	1.50136
7301006	1.01938	1.00000	1.00000	1.21324	1.06531	1.31752
7301004	1.04586	1.00556	1.07454	1.10992	1.03396	1.29688
7301003	1.04752	1.03367	1.00973	1.05368	1.03830	1.19614
7202046	1.11967	1.05348	1.04063	1.01948	1.05256	1.37598
7202045	1.01647	1.15527	1.04271	0.97713	1.13316	1.38244
7202044	1.01222	1.04493	1.08931	1.14445	1.15374	1.53634
7202043	1.01952	1.00952	1.20670	1.01177	1.00000	1.24426
7202042	1.01000	1.11111	1.12647	1.04439	1.00000	1.33333
7202041	1.01304	1.09924	1.12983	1.04636	1.00000	1.32947
7202038	1.01197	1.05478	1.00269	1.13506	1.01659	1.24719
7202023	1.01269	0.99017	0.98566	1.03586	1.16794	1.19573
7202011	1.01699	0.98252	1.01456	1.04992	1.03951	1.12818
7202004	1.01922	1.00206	1.00341	1.02254	1.07252	1.15698
7202001	1.01044	1.19658	1.06221	1.03980	1.05302	1.40621
7201021	1.14302	1.02332	0.99167	1.04675	1.05189	1.27716
7201020	1.18605	1.01284	1.05034	0.98333	1.03345	1.28222
7201019	1.03333	0.99233	1.00168	1.02736	1.13077	1.19322
7201009	1.19633	1.03754	1.03483	1.06423	1.01136	1.26694
7201008	1.16942	1.07147	1.09472	1.00000	1.12807	1.41504
7201006	1.16667	1.04000	1.20000	1.05000	1.00800	1.40895
7201003	1.18197	1.01414	1.00000	1.37764	1.05257	1.59111
7201001	1.17784	1.01381	1.01462	1.06919	1.07148	1.27014
7101009	1.13686	1.05150	1.16047	1.04247	1.10613	1.45893
7101008	1.11828	1.04133	1.08761	1.05233	1.06300	1.29007
7101004	1.11683	1.00903	1.07884	1.06198	1.05313	1.23796
7101002	1.12637	1.05884	1.13053	1.06028	1.10391	1.43804
7101001	1.15292	1.02672	1.08215	1.05304	1.10909	1.36630
6301017	1.11125	1.02490	1.00460	1.00738	1.01835	1.06813
6301016	0.99192	1.03625	1.01784	1.02029	1.08342	1.15649
6301015	1.07298	1.02103	1.05861	1.01952	1.02662	1.21387
6301014	1.04936	1.05350	1.04641	1.06613	1.03618	1.27793
6301013	1.06097	1.06993	1.01834	1.08522	1.07348	1.34667
6301009	1.06128	1.07673	1.07228	1.00429	1.03983	1.27958
6301008	0.99618	1.01865	1.01445	1.01382	1.16363	1.21442
6301007	1.02070	1.05192	1.04627	1.05037	1.07273	1.26578
6301006	1.04378	1.03627	1.00563	1.03016	1.03166	1.15601
6301005	1.01191	1.05796	1.03474	1.01703	0.99640	1.12256
6301004	1.04420	1.05308	1.05625	1.04388	1.04179	1.26311
6301002	1.03134	1.04768	1.01852	1.00000	1.00000	1.10052
6301001	1.06091	1.09100	1.04177	1.01987	1.04856	1.28948
6202004	1.00000	1.15324	1.08214	1.00710	1.01664	1.28882
6202003	1.02314	1.07373	1.04989	1.02476	1.06601	1.25996
6202002	1.00000	1.12884	1.15273	1.01333	1.02459	1.35102
6201003	1.03535	1.04288	1.03377	1.10436	1.11677	1.37664
6201002	1.01191	1.03221	1.03571	1.04956	1.13089	1.28403
6102001	1.02140	1.02441	1.09732	1.02652	1.04617	1.23303
6101015	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
6101003	1.03806	1.06154	1.09908	1.04093	1.07963	1.36108
6101001	1.00892	1.03103	1.10036	1.06119	1.08324	1.31577
6201002	1.00000	1.31366	1.00000	1.00000	1.00000	1.31366
5201001	1.24439	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.24439
5102010	1.01863	1.11794	1.09121	1.06971	1.09014	1.44908
5102008	1.03549	1.00000	1.22552	1.06467	1.00000	1.35108

RELATIVOS DE CINCO PERIODOS E ACUMULADO

CODIGO	PERIODOS					ACUMULADO
	1	2	3	4	5	
5102007	1.12384	1.01786	1.19471	1.00000	1.02857	1.40569
5102005	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000
5102004	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000
5101006	1.00000	1.10949	1.01955	1.00262	1.14471	1.29827
5101004	1.00000	1.00000	1.14000	1.05266	1.00000	1.20001
5101001	1.03899	1.00000	1.12405	1.05046	1.00000	1.22681
4401002	1.03837	1.05009	1.04615	1.04447	1.05685	1.27475
4401001	1.01081	0.99925	1.01540	1.02055	1.00734	1.05445
4401004	1.03866	1.05101	1.04173	1.05944	1.02109	1.23125
4301002	1.13842	1.18129	1.05900	1.04909	1.03499	1.53307
4301001	1.03636	1.02222	1.06667	1.00000	1.05250	1.18934
4201029	1.02778	1.01852	1.06492	1.00000	1.00000	1.13571
4201028	1.05838	1.01769	1.12286	1.03568	1.04759	1.31222
4201018	1.08050	1.04167	1.00000	1.02308	1.11479	1.28368
4201015	1.09517	1.05976	1.05000	1.00000	1.04292	1.27095
4201014	1.05480	1.03880	1.00000	1.05172	1.02667	1.18313
4201009	1.09751	1.11467	1.04765	1.02073	1.00967	1.32093
4201008	1.09463	1.04428	1.08205	1.02781	1.07720	1.35692
4201007	1.05592	1.03868	1.03536	1.03093	1.03794	1.21508
4201004	1.01593	1.09460	1.02130	1.02123	1.01162	1.17331
4201003	1.06436	1.04939	1.00000	1.00000	1.08003	1.20632
4201002	0.99575	1.00000	1.00000	1.00824	0.99427	0.99820
4103018	1.00474	1.02860	1.00000	1.06296	1.00514	1.10419
4103017	1.01504	1.02937	1.02807	1.02590	1.04439	1.15092
4103016	1.01297	1.11099	1.02938	1.00915	1.02034	1.19284
4103015	1.03332	1.00000	1.09183	1.00725	1.04937	1.19249
4103014	1.06364	1.25691	1.06516	1.07869	1.00000	1.50723
4103011	1.05352	1.06160	1.03459	1.03192	1.00227	1.19675
4103010	1.01197	1.02256	1.00000	1.02857	1.00000	1.06436
4103009	1.00000	1.31623	1.00000	1.08118	1.13367	1.18796
4103005	0.96664	1.00000	1.07049	1.03718	1.02618	1.10135
4103002	1.00000	1.04360	1.15610	1.03424	0.98571	1.23082
4103001	1.01536	1.03556	1.11631	1.03346	0.97891	1.18745
4102012	1.00000	1.05923	1.00000	1.00000	1.00000	1.05923
4102010	1.00489	1.06285	1.08365	1.01734	1.05444	1.24156
4102009	1.00000	1.04941	1.16442	1.05306	1.02767	1.32240
4102008	1.06163	1.00462	1.00000	1.06192	1.10595	1.25257
4102007	1.00288	1.00000	1.00000	1.00000	1.01067	1.01358
4102005	1.06542	1.00593	1.00146	1.01612	1.00782	1.09913
4102004	1.02423	0.99488	1.00000	1.12686	1.06403	1.22178
4102003	1.00000	1.00000	1.00000	1.07680	1.09632	1.18052
4102002	1.04385	1.00000	1.00199	1.04445	1.01505	1.10887
4102001	1.02084	1.03527	1.02892	1.07582	1.00000	1.16986
4101015	1.05030	1.00000	1.00962	1.05783	1.04392	1.17099
4101014	1.11563	1.05386	1.02792	1.02222	1.00000	1.23540
4101013	1.00974	1.01600	1.04121	1.00000	1.05354	1.12536
4101012	1.00000	1.00000	1.03954	1.00000	1.06322	1.10526
4101011	1.07645	1.00959	1.02344	1.06765	1.06331	1.26267
4101009	1.00381	1.00040	1.00653	1.00200	1.05760	1.07113
4101008	1.00373	1.00000	1.05710	1.00284	1.02206	1.08753
4101006	1.02778	1.14962	1.00000	1.01667	1.00000	1.20125
4101005	1.00000	1.00000	0.99175	1.01273	1.01552	1.01996
4101004	1.00000	1.00407	1.01732	0.97197	1.00355	0.99635
4101002	1.01623	1.00834	1.00000	1.00011	0.99809	1.02286
3202003	1.02938	1.02207	1.04509	1.01850	1.00919	1.13017

RELATIVOS DE CINCO PERIODOS E ACUMULADO

CODIGO	PERIODOOS					ACUMULADO
	1	2	3	4	5	
3202002	1.04603	1.03245	1.01560	1.04882	0.97862	1.12550
3202001	0.99927	0.91638	1.07823	1.02007	1.01092	0.98937
3201027	1.23529	0.95629	1.01309	1.07072	1.15781	1.49754
3201014	1.03637	1.04612	1.05053	1.04450	1.06140	1.26268
3201013	1.05633	1.01012	0.97534	1.06702	1.01783	1.12794
3201012	1.05858	1.03503	1.02889	1.05010	1.04412	1.23602
3201011	1.05800	1.00102	1.06830	1.07409	1.05256	1.27911
3201010	1.06629	1.09346	1.16777	1.03717	1.07654	1.52009
3201008	1.08743	1.00896	1.00000	0.98756	1.03112	1.11724
3201007	1.04122	1.02033	1.08829	1.06505	1.09332	1.34015
3201006	1.03682	1.05992	1.06450	0.97084	1.01398	1.15166
3201005	1.07574	1.02906	1.04946	1.04017	1.06479	1.28571
3201003	1.14977	1.01932	1.03378	0.98028	1.08432	1.28780
3201001	1.03950	1.04514	1.08001	1.09095	1.01473	1.29892
3103003	1.04543	1.02553	1.04548	1.01456	1.01216	1.15103
3103002	1.08902	1.05250	1.03470	1.00074	1.01995	1.21061
3103001	1.02988	1.00401	1.07124	1.03052	1.06916	1.22042
3102034	1.03188	1.00403	1.09487	1.00000	1.03488	1.17389
3102016	1.02763	1.05114	1.03548	1.02858	1.01840	1.17164
3102014	1.08986	1.20913	1.04171	1.02778	1.03405	1.45892
3102012	1.03077	1.05919	1.03823	1.03636	1.00769	1.18154
3102010	1.12066	1.15697	1.02174	1.05600	1.05528	1.47628
3102009	1.08593	1.09764	1.05722	1.06959	1.04776	1.41223
3102007	1.16241	1.11827	1.05770	1.02527	1.05362	1.48522
3102006	1.02658	1.00904	1.00000	0.99954	1.00000	1.03538
3102005	1.09018	1.00596	1.05111	1.05816	1.01137	1.23364
3102004	1.08587	1.02447	1.04303	1.00757	1.06537	1.24552
3101004	0.86709	1.03149	1.00096	1.01154	1.01142	0.91593
3101003	1.12624	0.96752	1.02101	1.15334	1.06312	1.36416
3101002	1.03153	1.06389	1.03662	1.01505	1.01787	1.17538
3101001	1.00000	1.01132	1.12808	1.03519	1.00000	1.18100
2201009	1.08999	1.01313	1.08067	1.02817	1.09275	1.34081
2201007	1.01616	1.05495	1.06126	1.06690	1.00910	1.22482
2201006	1.07240	1.01096	1.05839	1.02082	1.07800	1.26271
2201005	1.05742	1.00000	1.00000	1.10458	1.03220	1.30385
2201003	1.03290	1.05696	1.01923	1.00015	1.07134	1.20183
2201001	1.06575	1.00985	1.06050	1.02153	1.08572	1.26588
2104017	0.98569	1.03169	1.07222	1.03211	1.04685	1.17810
2104014	1.02975	1.00964	1.04124	1.05350	1.03243	1.16716
2104013	1.05703	1.05913	1.02951	1.02150	1.06603	1.25509
2104012	1.06111	1.00501	1.07210	1.05084	1.10497	1.32756
2104011	1.04730	1.06750	1.09443	1.07638	1.02438	1.34913
2104010	1.09647	1.06366	1.01797	1.07341	1.10588	1.40932
2104009	1.05424	1.02746	1.00076	0.98923	1.00571	1.07846
2104008	0.99547	1.17976	1.15968	1.09882	1.09746	1.64239
2104005	1.13520	1.02473	1.02109	1.00994	1.00488	1.20547
2104002	1.00911	0.97278	1.02089	1.01559	0.97173	0.98802
2102005	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.30268	1.30268
2101007	1.00000	1.10000	1.00000	1.00000	1.23789	1.36169
2101001	1.03881	1.06227	1.05781	1.07753	1.08538	1.36518
1201009	1.16227	1.02381	1.00000	1.00000	1.00000	1.18994
1201005	1.01200	1.12709	1.11872	1.02437	1.05529	1.37940
1201003	1.03303	1.10601	1.08998	1.01659	1.03324	1.30809
1201001	1.02817	1.06397	1.07919	1.02700	1.06953	1.29675
1116062	1.03935	1.06573	1.03989	1.02518	1.02757	1.21341

RELATIVOS DE CINCO PERIODOS E ACUMULADO

CODIGO	PERIODOS					ACUMULADO
	1	2	3	4	5	
1116041	1.08971	1.03362	1.05226	1.15735	1.04488	1.43323
1116016	1.01402	1.00059	1.07082	1.01931	1.03201	1.23474
1116013	0.99737	1.00519	1.00297	1.13559	1.00643	1.14920
1116010	0.99525	0.99659	1.06548	1.07205	1.12939	1.27954
1116005	1.08786	1.08306	1.01866	1.02441	1.10801	1.36230
1115057	1.03573	1.05469	1.03942	1.01350	1.08657	1.25039
1115039	0.99207	0.90739	0.99890	1.03222	1.01878	0.94551
1115016	1.01966	1.00474	1.00432	1.00342	1.02574	1.05797
1115006	0.99081	1.03467	1.00077	1.12555	1.07782	1.24462
1114029	1.10813	1.02898	1.01842	1.02091	1.01810	1.20699
1114027	1.04608	1.06065	1.02927	1.02758	1.05050	1.23276
1114023	1.03622	1.03151	0.99473	1.01651	1.04532	1.12977
1114022	1.03783	1.00228	1.00152	1.00126	1.00013	1.04323
1114015	1.00410	1.07013	1.10974	1.03940	1.04328	1.29306
1114010	1.01540	1.10209	1.02806	1.03072	1.02029	1.20986
1114008	1.08041	1.03405	1.09302	1.01426	0.99683	1.23461
1114001	1.01725	1.01560	1.03276	1.07156	1.04486	1.19460
1113021	0.96285	0.94622	1.07953	0.97369	0.99410	0.95200
1113019	1.13771	0.98354	0.92610	0.97299	0.98346	0.99162
1113014	1.03548	1.02739	1.06276	1.09186	1.10090	1.35902
1113013	1.10573	0.95941	0.97681	0.96138	0.97702	0.97333
1113012	1.36499	1.02195	1.04738	1.03393	1.01638	1.53536
1113010	1.07119	1.15662	1.20676	1.10051	0.99081	1.63028
1113003	1.56495	1.03354	0.99407	1.00728	1.01553	1.64470
1112019	1.08799	1.03052	1.01326	1.03509	1.09745	1.29052
1112018	1.09481	1.01612	1.00838	1.03700	1.09724	1.27640
1112015	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000
1112003	1.02582	1.06399	1.05614	1.02463	1.02095	1.20587
1111032	0.99059	1.01580	1.16630	1.02228	1.07787	1.29315
1111030	1.01831	1.12499	1.01294	1.00365	1.01851	1.18620
1111025	1.01218	1.07688	0.99321	1.01235	1.11727	1.22449
1111024	1.04721	1.14215	1.00372	1.00875	1.10557	1.33887
1111022	1.01900	1.09958	1.00929	1.05686	1.12250	1.34159
1111021	1.05482	1.06885	1.01778	1.03920	1.08160	1.28978
1111019	1.05772	1.02975	1.12150	1.01096	1.07596	1.32871
1111012	1.07372	1.07401	1.03868	1.04629	1.04003	1.30340
1111011	1.00593	1.07479	1.12869	1.05626	1.04596	1.34819
1111010	0.99611	1.09612	1.15379	1.03258	1.07509	1.39849
1111009	1.00226	1.09550	1.13649	1.05938	1.05038	1.38853
1111008	1.07380	1.10304	1.05536	1.01344	1.01458	1.28528
1111003	1.07142	1.09667	1.15520	1.00000	1.02253	1.38793
1110044	0.82962	1.11225	0.98062	1.31835	1.11063	1.32490
1110003	1.04289	1.04159	0.94896	0.99296	0.98648	1.00972
1110001	1.11653	0.99541	0.97583	0.96218	1.05565	1.10160
1109158	0.99912	1.01987	1.01014	1.02480	1.01448	1.07011
1109157	0.98349	0.98821	1.08961	0.98688	1.05232	1.09977
1109156	0.99710	1.00309	1.00310	0.96541	0.99788	0.96652
1109024	0.92782	1.00423	1.00944	1.04276	1.07878	1.05802
1109023	1.02157	1.11171	1.05727	1.06956	1.00665	1.29279
1109011	1.01916	1.01103	1.02131	1.03386	1.01926	1.10895
1109010	1.00109	0.96597	1.04610	1.06667	1.01213	1.09213
1109008	1.00640	1.01368	1.02872	1.05170	1.03234	1.13942
1109007	0.99292	1.00409	1.01579	0.98964	1.03014	1.03244
1109003	1.02234	0.97828	1.02454	0.99024	1.00931	1.02412
1109002	0.96591	1.04290	1.05983	1.01364	1.00093	1.08319

RELATIVOS DE CINCO PERIODOS E ACUMULADO

CODIGO	PERIODOS					ACUMULADO
	1	2	3	4	5	
1108190	0.97157	1.06798	1.22447	1.10562	0.96168	1.35089
1108177	1.06769	1.16028	0.92908	1.16250	1.00786	1.34851
1108029	1.03750	0.99878	1.01496	1.00919	0.99709	1.05831
1108013	1.13895	0.94834	1.10197	1.07984	0.98644	1.26785
1108011	0.99774	1.03093	1.16116	1.08775	1.04081	1.35219
1108009	0.94978	1.18999	1.11244	1.12862	1.03909	1.47450
1108002	0.86698	1.32194	1.11453	1.20665	1.05101	1.61995
1107020	1.04039	1.01235	1.05962	1.04507	1.02151	1.19119
1107019	1.01777	1.07482	1.07436	0.98093	0.97695	1.12628
1107014	1.13980	1.00470	0.94664	0.87132	1.00385	0.94736
1107012	1.06658	0.98630	0.92042	0.81224	1.00801	0.79275
1107009	1.03201	0.99746	0.98042	0.90282	1.00882	0.91919
1107008	1.04009	0.97618	0.94806	0.84041	1.01946	0.82470
1107002	1.03158	1.00650	1.02616	0.98544	0.99332	1.04292
1106039	0.94500	0.96297	1.17120	0.99913	1.02276	1.08911
1106028	1.00000	1.00000	0.77199	1.06365	1.00584	0.82592
1106027	1.25750	1.03571	1.14811	0.99355	0.84017	1.34747
1106023	1.37362	0.93690	0.98274	0.90047	1.25249	1.28127
1106021	1.28273	0.58779	1.17144	0.96436	1.04304	1.04259
1106018	1.48691	0.76296	1.30401	1.05680	0.81319	1.23799
1106017	1.05110	1.32135	1.21957	0.93920	1.05664	1.68095
1106015	2.00563	0.68796	0.55109	0.87996	1.15932	1.00123
1106007	0.97426	1.00000	0.98366	1.04687	1.41383	1.41844
1106008	1.00975	1.09213	1.28956	1.03202	1.04018	1.51262
1106005	1.05001	1.09524	1.12613	1.02645	1.05666	1.40464
1106004	1.18995	1.38978	0.59925	0.92681	1.08685	0.99071
1106003	0.94030	0.95635	1.04892	1.04997	1.18110	1.16974
1105010	1.38261	0.93081	0.87734	1.53513	1.08207	1.87555
1105007	1.02325	1.03409	1.23460	1.16441	1.04039	1.58259
1105005	1.02632	1.00000	1.12130	1.21509	1.01907	1.42501
1105001	1.47311	0.83941	1.28144	1.10489	0.71385	1.24978
1104060	1.00890	1.01832	1.01135	1.01387	1.03809	1.09358
1104059	1.02743	0.99532	1.04029	1.01994	0.99837	1.08327
1104050	1.06002	1.05612	1.01270	1.03080	1.01224	1.18315
1104049	1.06130	1.08064	1.07180	1.09076	1.00224	1.34380
1104045	1.07785	1.13162	1.09473	1.07523	1.06204	1.52478
1104032	1.08407	1.06020	1.13215	1.00034	1.01190	1.31715
1104029	1.05260	1.06247	1.02190	1.09592	1.06355	1.33206
1104028	1.05914	1.08981	1.10616	1.07870	1.07599	1.48194
1104027	1.02160	1.07821	1.07528	1.04332	1.01702	1.25676
1104019	1.00236	1.10513	1.08295	1.03498	1.03503	1.28508
1104014	1.04394	1.00912	1.09179	1.01527	1.04035	1.21484
1104004	1.02995	1.01770	1.00203	1.00034	1.06529	1.11926
1104003	1.02633	1.00499	1.00925	1.00000	1.26479	1.31664
1103044	0.86312	1.20705	1.02981	0.97281	1.04472	1.09039
1103043	0.88449	0.82818	1.11259	1.41694	1.19459	1.37949
1103029	1.07860	1.02513	0.87617	1.35302	1.04412	1.36862
1103028	1.16581	1.22667	1.14468	0.91217	0.81370	1.21581
1103027	1.18750	0.92511	0.60404	1.53353	1.67127	1.70072
1103026	1.02259	0.85542	1.13976	1.24666	0.89546	1.11298
1103021	1.33621	1.18065	0.74020	1.13954	1.25744	1.67325
1103017	0.96774	1.11111	1.03827	0.92782	0.89526	0.92734
1103005	1.18310	1.11311	1.05056	1.06055	0.98776	1.44932
1103003	1.00600	0.94643	0.99872	1.12219	1.21435	1.29581
1103002	1.17117	0.90001	1.13328	0.95000	1.01951	1.15696

RELATIVOS DE CINCO PERIODOS E ACUMULADO

CODIGO	PERIODOS					ACUMULADO
	1	2	3	4	5	
1102023	1.01768	1.09310	1.19591	1.00567	1.12658	1.50726
1102012	1.00116	0.99907	0.99982	0.99953	1.00053	1.07011
1102009	1.06046	1.04026	1.02555	1.01798	1.09026	1.25563
1102008	1.05085	1.15889	1.08554	1.00337	0.97284	1.29042
1102006	0.99502	1.03858	1.01808	1.02705	1.03318	1.11637
1102002	1.13719	0.98458	0.98954	1.02293	1.05798	1.19906
1102001	1.09805	1.05845	1.11001	1.01939	1.02407	1.34773
1101068	0.94788	0.95191	1.03259	1.04740	1.05684	1.03133
1101052	0.88075	0.99296	1.01162	1.00081	1.04986	0.92976
1101051	0.90816	1.00252	0.99679	0.92429	1.30637	1.09581
1101049	1.22060	1.11676	1.02919	0.99815	1.02593	1.43662
1101002	1.07157	1.03899	1.03574	1.00872	1.02571	1.19310

PONTE: Índice de Custo de Vida - FVG 1974 a 1975;
 Tabulação DESIP/IBGE (05.08.81).

NOTA: Períodos: 1 - outubro/novembro 74;
 2 - dezembro 74/janeiro 75;
 3 - fevereiro/março 75;
 4 - abril/maio 75;
 5 - junho/julho 75;

ANEXO 5:

DESPESAS FAMILIARES BIMENSAIS - RIO DE JANEIRO (09-74 a 06-75)

CODIGO	PERIODO					
	1	2	3	4	5	6
7302003	3788	3330	7708	7895	7735	8260
7302001	27065	30965	34103	35517	36722	35725
7301006	23505	20134	22414	19784	18868	19832
7301004	33230	38025	31067	25084	22536	18113
7301003	19877	19511	22062	23614	17228	23704
7202046	484	856	1369	1370	1734	1943
7202045	9168	9137	6192	5926	7515	5946
7202044	1613	2052	1146	3367	1833	3675
7202043	2634	770	1	1	833	1
7202042	24903	17863	15527	33746	23064	33850
7202041	246362	334846	316927	380782	369574	319561
7202038	1	625	1	1	604	771
7202023	1	2162	9848	1464	1	3294
7202011	2741	5840	1995	5873	8562	6682
7202004	1198	10556	6255	2909	1	3430
7202001	35210	57269	31210	32786	26032	32952
7201021	626	210	473	514	439	539
7201020	145	87	30	60	102	125
7201019	7310	9255	9159	8734	8464	9074
7201009	556	802	2230	4102	6260	4190
7201008	4440	4697	6289	5769	7679	5827
7201006	52056	67817	65839	63495	62591	66607
7201003	468	3492	417	13500	6254	14020
7201001	13075	8407	6535	10391	6455	10703
7101009	47566	41970	37351	42084	40314	42696
7101008	20457	27419	29573	27432	29365	27612
7101004	2136	1407	8052	1068	990	4196
7101002	6864	4760	6008	8288	6688	8424
7101001	24484	25432	23140	26276	18300	26336
6301017	31377	40314	37134	36117	36252	36141
6301016	35071	40996	43267	41195	40925	41293
6301015	7324	6556	6224	6997	8544	7491
6301014	37879	40303	43953	39211	38746	39283
6301013	10795	10256	12329	10906	11606	10130
6301009	360	42	1	62	1	300
6301008	2349	2424	2941	3355	3786	3427
6301007	24720	29683	26516	26081	29742	26189
6301006	21929	15684	15059	11768	17881	11902
6301005	2064	2979	3667	6037	5438	6079
6301004	2520	2464	3429	2702	2412	2760
6301002	1041	2016	1216	1377	1148	1391
6301001	33565	41159	42086	40374	37075	40614
6202004	34670	28560	46975	12927	21901	15127
6202003	7620	4624	3634	6394	4167	6454
6202002	1461	1337	1692	733	1372	793
6201003	38548	34480	40830	31564	35552	30999
6201002	23898	40949	30252	53796	42060	53826
6102001	29300	24679	24706	23523	14330	23723
6101015	0	0	0	0	0	0
6101003	1	12	1	1	924	1
6101001	155066	180422	165622	189028	190266	189329
5201002	46408	52330	82932	85809	52999	87549
5201001	2805	4978	6035	2134	3457	2140
5102010	7925	5336	5466	17860	9726	17930
5102008	11532	5474	2085	1877	1824	2398

VALORES DE SEIS PERIODOS

CODIGO	PERIODOS					
	1	2	3	4	5	6
3202002	7632	11286	16973	10820	13981	12520
3202001	84587	97813	74148	97867	73150	98913
3201027	2669	2772	1369	2624	2407	2644
3201014	390	1346	1677	640	1715	790
3201013	10466	8538	10520	10463	9980	10583
3201012	3712	2997	6744	4619	5580	4839
3201011	324	1883	460	1180	935	1610
3201010	575	1	188	155	830	180
3201008	607	324	623	454	1009	518
3201007	2240	2985	2846	2143	2700	2191
3201006	10972	1097	5463	3397	3884	4397
3201005	2490	4739	4792	4659	2449	4859
3201003	13579	15255	9927	8757	13557	9349
3201001	60341	43886	42432	57171	53578	58121
3103003	5600	6532	6788	3288	5088	3332
3103002	2872	3236	7908	3204	3632	3304
3103001	31772	52736	41368	35356	53744	36036
3102034	951	649	1091	671	1791	761
3102016	0	0	0	0	0	0
3102014	1048	917	522	1065	1188	1068
3102012	904	1158	1414	1386	1126	1421
3102010	382	380	1956	552	576	567
3102009	1629	1509	4090	1962	1204	1854
3102007	7096	7856	4706	8179	8041	8229
3102006	12554	6935	15863	11868	6786	12188
3102005	3723	1739	3895	2082	10313	2732
3102004	895	963	1266	1960	1215	2260
3101004	24962	24380	14032	15886	33160	16566
3101003	37824	51992	48744	34290	60190	34704
3101002	36576	19370	14899	12198	14821	10932
3101001	35784	25811	43456	24784	32701	26188
2201009	178919	154886	169067	212135	155406	219956
2201007	227648	258984	229099	251841	213721	252507
2201006	128988	159089	136986	144118	142609	144598
2201005	15405	15294	14434	21251	15177	21793
2201003	201	408	138	1752	696	1848
2201001	8292	4962	3717	5840	8582	5868
2104017	570	348	87	68	128	98
2104014	13191	17640	16362	13855	14798	13942
2104013	11926	16908	16343	10945	9278	10972
2104012	11216	14107	12287	11885	14102	11915
2104011	624	1205	1351	666	1025	747
2104010	4119	5560	4047	4739	4492	4784
2104009	82194	98303	87218	95658	94044	95859
2104008	8672	12101	10234	9524	9212	9565
2104005	3991	3710	3841	4841	6430	4856
2104002	12321	15276	12867	12547	11220	12581
2102005	47617	39603	35988	38248	28156	38312
2101002	79977	58356	78108	79770	83329	82170
2101001	445826	597083	608978	571968	490855	574368
1201009	4808	5610	1916	3322	3770	3363
1201005	27493	16407	26825	23161	43151	23202
1201003	48284	53419	47123	64234	104249	64477
1201001	182582	189738	246569	274435	260589	275112
1116062	1070	2057	1026	1275	1351	1473

VALORES DE SEIS PERIODOOS

CODIGO	PERIODOOS					
	1	2	3	4	5	6
5102007	1977	2189	2553	1979	4556	2500
5102005	8351	600	2944	1736	4875	1786
5102004	23625	25009	25130	30038	19746	28221
5101006	21238	22679	33832	14534	30259	14734
5101004	16801	16893	11070	11206	14396	11268
5101001	372376	454772	383576	464303	470334	466091
4401002	9968	5468	4996	10656	3816	10680
4401001	51460	49476	53588	62952	34248	63552
4301004	46956	54992	54372	42824	30076	43864
4301002	12548	10928	22148	8104	5796	8504
4301001	8908	2560	3864	3192	4696	3296
4201029	1060	748	2068	1040	2468	1600
4201028	240	1488	1192	628	3380	1424
4201018	696	1304	2168	1392	776	1084
4201015	9094	8256	9850	8893	9223	9445
4201014	104	532	1284	404	792	504
4201009	1740	1600	1352	3248	1580	2620
4201008	6420	6524	9992	12408	5808	12824
4201007	23008	33396	57152	49984	26836	50576
4201004	7608	9860	15272	11672	7576	11732
4201003	20892	14276	22536	13176	16284	13416
4201002	38108	46596	64212	41996	30704	42728
4103018	7284	7384	9688	6896	16948	7460
4103017	2324	2952	1892	1820	2644	2164
4103016	120	260	288	140	76	1
4103015	768	108	1	140	800	216
4103014	1244	1180	1268	1508	1696	1568
4103011	2896	2068	4800	3856	1464	3900
4103010	68	172	1428	408	288	532
4103009	3660	3996	11292	7224	2672	8236
4103005	1492	540	540	748	2624	948
4103002	7052	4056	9460	5380	3112	5632
4103001	31691	23235	23461	49096	27228	49667
4102012	736	3072	2892	4932	2044	5492
4102010	13220	12252	17520	14784	13168	14856
4102009	1412	568	524	260	520	300
4102008	36484	39968	53132	46216	39980	46408
4102007	18396	12284	13092	12552	11676	15668
4102005	8756	19216	28800	13436	12200	13572
4102004	2356	4168	9348	11076	7320	11512
4102003	3536	192	1236	48	4124	128
4102002	39044	40420	53588	31364	32812	31408
4102001	7760	5436	9796	21564	9612	23044
4101015	1492	432	820	796	228	752
4101014	852	836	2036	1148	680	1284
4101013	356	316	1048	348	276	540
4101012	612	608	860	708	436	888
4101011	2776	2908	3852	2028	2508	2184
4101009	40908	53484	55940	47116	44100	48116
4101008	4960	5752	11464	5820	5624	5232
4101006	1348	2136	5372	6756	3892	6104
4101005	6568	3780	3180	1548	10248	2508
4101004	15468	11880	23012	6800	6520	8400
4101002	56564	55080	84872	59928	53420	61156
3202003	44797	46609	38705	56357	26368	56692

VALORES DE SEIS PERIODOS

CODIGO	PERIODOS					
	1	2	3	4	5	6
1108190	1	828	1	1	1	469
1108177	1	817	1	312	1	1
1108029	1	1	1	1	782	1
1108013	10733	11643	5335	15657	7901	16048
1108011	1157	2521	3543	5548	3908	6330
1108009	9272	5709	7779	8899	5362	10098
1108002	9480	10720	4425	780	625	1249
1107020	13663	16544	8935	16189	2464	16632
1107019	1	1	1	1	1	1668
1107014	562	312	83	547	156	859
1107012	3982	6059	3858	6751	4247	6949
1107009	25682	34057	20326	22753	23443	23144
1107008	5460	9706	6528	6569	5980	6829
1107002	365623	465537	418394	386661	390121	389308
1106039	16245	21191	18395	15330	6234	15512
1106028	104	11561	16154	8425	521	8686
1106027	1920	369	286	4490	14961	4646
1106023	3156	7564	5134	8494	4388	8937
1106021	2650	4500	2740	1664	520	1820
1106018	3434	4341	3148	6094	2153	6182
1106017	18872	19749	10432	17598	18015	17702
1106015	4442	5246	4460	4765	2828	4817
1106009	1	1	1586	8583	988	1
1106008	28775	32602	23640	26758	28274	26924
1106005	6664	6202	4624	6169	7827	6325
1106004	2549	223	3858	5463	2393	5598
1106003	3502	10818	1378	156	598	260
1105010	6599	7537	5955	6262	6045	6324
1105007	1093	1196	156	457	1357	483
1105005	5089	7121	2600	3027	3216	3079
1105001	9948	13454	9342	11170	12151	11300
1104060	8669	8200	9886	10927	10667	10958
1104059	5184	8379	2958	3278	2358	3583
1104050	494	931	950	1	624	130
1104049	377	2366	1	1091	819	1320
1104045	431	416	283	426	1619	480
1104032	2481	4958	7284	4508	421	4778
1104029	4161	4972	3016	3802	5747	3979
1104028	2235	963	2390	5422	957	4616
1104027	1200	502	703	2165	1369	2447
1104018	9709	2378	1067	4260	3380	4342
1104014	229	1	1	52	223	312
1104004	8954	4209	4840	4602	3864	5097
1104002	62351	76754	55543	66351	66264	66455
1103044	11662	13828	10499	11561	10055	11691
1103043	18134	20030	16476	23277	20703	23318
1103029	7868	9374	7291	7919	7983	7997
1103028	35925	44777	41675	38466	36173	38531
1103027	5270	7721	12720	6367	3733	6497
1103026	5234	5422	5030	6430	7320	6529
1103021	10376	11196	8907	11860	9458	11906
1103017	8128	7836	5970	6779	6999	6883
1103005	3056	3940	2907	5607	5241	5711
1103003	46613	54110	46798	51567	48913	47504
1103002	2977	3809	2673	5064	5540	5105

VALORES DE SEIS PERIODOS

CODIGO	PERIODOS					
	1	2	3	4	5	6
1116041	1256	6629	3180	4128	3548	4232
1116016	156	625	255	627	130	739
1116013	9216	8733	7744	8457	7360	8509
1116010	13995	15949	11216	17572	14054	17728
1116005	8797	12179	10167	12353	11727	12544
1115057	4260	7319	2967	6380	4474	6765
1115039	4035	5469	4950	4941	4230	5263
1115016	1	1240	1	952	539	1
1115006	2453	2989	2643	2103	2688	2204
1114029	511	1265	890	1459	648	1672
1114027	286	651	1340	347	910	446
1114023	988	964	2857	1882	1516	2099
1114022	94691	108461	88631	98981	95732	66914
1114015	135	463	670	479	104	1
1114010	7235	9762	8356	8886	3871	9094
1114008	16767	32502	28559	29780	17566	29910
1114001	2896	7603	4718	7334	2957	7464
1113021	1	1	1	291	276	1
1113019	6187	2068	1	1743	1031	2027
1113014	12055	19285	9119	23587	12802	23920
1113013	89937	116083	79442	88214	83379	88568
1113012	1	1	563	442	1209	1436
1113010	1	1	1	336	1	1
1113003	2536	3670	375	1	338	1
1112019	4515	3471	3798	5422	4111	5630
1112018	7713	8580	6936	10261	9405	10756
1112015	169044	199600	158362	190164	186014	191224
1112003	17739	22542	20806	23142	21030	23272
1111032	39689	45240	37287	40516	40670	40640
1111030	11188	18178	12131	17771	14334	17992
1111025	3880	5808	3670	3299	5596	3549
1111024	20351	26611	15069	21133	24665	21302
1111022	1	1	281	1	432	563
1111021	2396	5190	949	3906	1594	4362
1111019	4110	4621	4169	4887	5346	5045
1111012	1108	2132	1008	936	2220	1139
1111011	938	1412	1	1	1	1
1111010	5672	3347	1547	4932	11352	5594
1111009	18234	19714	14476	12446	20743	12957
1111008	4704	7008	6259	6501	4439	6782
1111003	3045	2652	8241	5988	7182	4305
1110044	75145	79700	64321	73895	64877	74353
1110003	625	2575	1	520	1	1
1110001	136243	152575	113051	114784	101821	115409
1109158	3852	6770	7357	7249	5590	7760
1109157	0	0	0	0	0	0
1109156	36612	41084	32673	27488	48161	29443
1109024	0	0	0	0	0	0
1109023	6779	32058	11963	46556	3219	47369
1109011	1	1	1	234	1460	1
1109010	13689	12399	14615	7879	7911	7983
1109008	33242	48472	36442	32184	29152	32449
1109007	2663	1598	869	906	4111	1111
1109003	7216	6620	8211	10591	7183	10799
1109002	4665	9444	10143	6421	5225	6619

VALORES DE SEIS PERIODOS

CODIGO	PERIODOS					
	1	2	3	4	5	6
1102023	- 13244	17634	12788	14527	20986	14725
1102012	4399	6966	2822	4113	4811	4206
1102009	6505	5925	2855	3683	5748	3771
1102008	10441	7315	1823	8990	7317	9068
1102006	37143	45567	34957	45997	44493	46247
1102002	1136	1753	341	2262	2459	2580
1102001	1803	2784	600	1038	2097	1548
1101068	208	1	1	1	1	385
1101052	110435	99435	78090	85568	88945	85901
1101051	4988	12334	3595	3582	969	3816
1101049	3901	1189	1240	924	1092	1
1101002	248433	303694	246289	286190	261553	286450

FONTE: Estudo Nacional da Despesa Familiar - ENDEF -
 Tabulação Especial
 "Índice de Preços ao Consumidor" Ponderações 1980-DESIP/INCEP

NOTA: Períodos: 1 - setembro/outubro 74;
 2 - novembro/dezembro 74;
 3 - janeiro/fevereiro 75;
 4 - março/abril 75;
 5 - maio/junho 75;
 6 - julho/agosto 75.

ANEXO 6-A

INDICES BINARIOS GERAL

L	P	PG	HL	G	LP
1.22065381	1.21122921	1.22841578	1.20276782	1.21181770	1.21996664
F	T	W1	TH	V1	V2
1.21593238	1.21588534	1.21544850	1.21557042	1.21350682	1.21510854

INDICES

RESULTADOS

PG	1.2284158
L	1.2206538
LP	1.2199666
F	1.2159324
T	1.2158853
V2	1.2155887
TH	1.2155704
W1	1.2154485
V1	1.2135068
G	1.2118177
P	1.2112292
HL	1.2027678

VARIANCIA LOGARITMICA

0.014766

INDICES	RESULTADOS	VIESES - F
PG	1.228416	5.620228
L	1.220654	2.152970
LP	1.219967	1.851058
G	1.211818	-1.923932
P	1.211229	-2.202144
HL	1.202768	-6.290371

INDICES	RESULTADOS	VIESES - T
PG	1.228416	5.642015
L	1.220654	2.184757
LP	1.219967	1.872845
G	1.211818	-1.902145
P	1.211229	-2.180357
HL	1.202768	-6.268584

INDICES	RESULTADOS	VIESES - W1
PG	1.228416	5.844569
L	1.220654	2.387311
LP	1.219967	2.075399
G	1.211818	-1.699591
P	1.211229	-1.977803
HL	1.202768	-6.066030

INDICES	RESULTADOS	VIESES - TH
PG	1.228416	5.787996
L	1.220654	2.330738
LP	1.219967	2.018826
G	1.211818	-1.756164
P	1.211229	-2.034376
HL	1.202768	-6.122603

INDICES	RESULTADOS	VIESES - V1
PG	1.228416	6.749882
L	1.220654	3.292624
LP	1.219967	2.980713
G	1.211818	-0.794278
P	1.211229	-1.072490
HL	1.202768	-5.160716

INDICES	RESULTADOS	VIESES - V2
PG	1.228416	5.779498
L	1.220654	2.322239
LP	1.219967	2.010328
G	1.211818	-1.764662
P	1.211229	-2.042875
HL	1.202768	-6.131101

ANEXO 5-B

INDICES BINARIOS

ALIMENTACAO

L 1.16398740	P 1.15282195	PG 1.17439339	HL 1.14207132	G 1.15278538	L 1.1634615
F 1.15839122	T 1.15811116	W1 1.15671700	TH 1.15711316	V1 1.15552503	V 1.1571649

INDICES

RESULTADOS

PG	1.1743934
L	1.1639874
LP	1.1634615
F	1.1583912
T	1.1581112
V2	1.1571649
TH	1.1571132
W1	1.1567170
V1	1.1555250
P	1.1528219
G	1.1527854
HL	1.1420713

VARIANCIA LOGARITMICA

0.019013

INDICES	RESULTADOS	VIESES - F
PG	1.174393	9.624559
L	1.163987	3.472154
LP	1.163462	3.150971
P	1.152822	-3.579455
G	1.152785	-3.603386
HL	1.142071	-10.673888

INDICES	RESULTADOS	VIESES - T
PG	1.174393	9.801531
L	1.163987	3.649125
LP	1.163462	3.327943
P	1.152822	-3.402483
G	1.152785	-3.426414
HL	1.142071	-10.696916

INDICES	RESULTADOS	VIESES - W1
PG	1.174393	10.687200
L	1.163987	4.534794
LP	1.163462	4.213612
P	1.152822	-2.516814
G	1.152785	-2.540745
HL	1.142071	-9.811247

INDICES	RESULTADOS	VIESES - TH
PG	1.174393	10.434734
L	1.162987	4.282328
LP	1.163462	3.961146
P	1.152822	-2.769280
G	1.152785	-2.793211
HL	1.142071	-10.063713

INDICES	RESULTADOS	VIESES - V1
PG	1.174393	11.450695
L	1.163987	5.298289
LP	1.163462	4.977107
P	1.152822	-1.753319
G	1.152785	-1.777250
HL	1.142071	-9.047752

INDICES	RESULTADOS	VIESES - V2
PG	1.174393	10.401804
L	1.163987	4.249399
LP	1.163462	3.928217
P	1.152822	-2.802210
G	1.152785	-2.826140
HL	1.142071	-10.096642

ANEXO 7 - A - INDICES EM CADEIA GERAL

L	P	PG	HL	G	L
1.22129990	1.20899344	1.22920607	1.20086000	1.21099808	1.2189655
F	T	W1	TH	V1	V1
1.21513109	1.21497527	1.21500266	1.21499272	1.21311450	1.2149925

INDICES

RESULTADOS

PG	1.2292061
L	1.2212999
LP	1.2189655
F	1.2151311
W1	1.2150027
TH	1.2149927
V2	1.2149925
T	1.2149753
V1	1.2131145
G	1.2109981
P	1.2089934
HL	1.2008600

INDICES	RESULTADOS	VIESES - F
PG	1.229206	6.337392
L	1.221300	2.827122
LP	1.218966	1.766678
G	1.210998	-1.939854
P	1.208993	-2.894469
HL	1.200860	-6.863941

INDICES	RESULTADOS	VIESES - T
PG	1.229206	6.409846
L	1.221300	2.899576
LP	1.218966	1.839132
G	1.210998	-1.867400
P	1.208993	-2.822015
HL	1.200860	-6.791487

INDICES	RESULTADOS	VIESES - W1
PG	1.229206	6.397106
L	1.221300	2.886836
LP	1.218966	1.826392
G	1.210998	-1.880140
P	1.208993	-2.834755
HL	1.200860	-6.804227

INDICES	RESULTADOS	VIESES - TH
PG	1.229206	6.401729
L	1.221300	2.891459
LP	1.218966	1.831015
G	1.210998	-1.875517
P	1.208993	-2.830132
HL	1.200860	-6.799604

INDICES	RESULTADOS	VIESES - V1
PG	1.229206	7.279189
L	1.221300	3.768919
LP	1.218966	2.708475
G	1.210998	-0.998058
P	1.208993	-1.952673
HL	1.200860	-5.922145

INDICES	RESULTADOS	VIESES - V2
PG	1.229206	6.401829
L	1.221300	2.891559
LP	1.218966	1.831115
G	1.210998	-1.875417
P	1.208993	-2.830032
HL	1.200860	-6.799505

ANEXO 7-B - ÍNDICES EM CADEIA ALIMENTAÇÃO

L	D	PG	HL	G	L
1.16600675	1.14087592	1.17249224	1.13267748	1.14917581	1.1564169
F	T	W1	TH	V1	V
1.15337289	1.15279070	1.15234928	1.15247067	1.15110822	1.1524911

ÍNDICES

RESULTADOS

PG	1.1724922
L	1.1660067
LP	1.1564170
F	1.1533729
T	1.1527907
V2	1.1524911
TH	1.1524707
W1	1.1523493
V1	1.1511082
G	1.1491758
P	1.1408759
HL	1.1326775

INDICES	RESULTADOS	VIESES - F
PG	1.172492	11.748013
L	1.166007	7.915631
LP	1.156417	1.965308
G	1.149176	-2.774659
P	1.140876	-8.499265
HL	1.132677	-14.495087

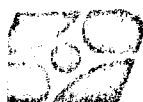
INDICES	RESULTADOS	VIESES - T
PG	1.172492	12.128328
L	1.166007	8.295946
LP	1.156417	2.345623
G	1.149176	-2.394344
P	1.140876	-8.118950
HL	1.132677	-14.114772

INDICES	RESULTADOS	VIESES - W1
PG	1.172492	12.417646
L	1.166007	8.585264
LP	1.156417	2.634942
G	1.149176	-2.105025
P	1.140876	-7.829631
HL	1.132677	-13.825454

INDICES	RESULTADOS	VIESES - TH
PG	1.172492	12.338001
L	1.166007	8.505620
LP	1.156417	2.555297
G	1.149176	-2.184670
P	1.140876	-7.909276
HL	1.132677	-13.905099

INDICES	RESULTADOS	VIESES - VI
PG	1.172492	13.235598
L	1.166007	9.403216
LP	1.156417	3.452893
G	1.149176	-1.287073
P	1.140876	-7.011679
HL	1.132677	-13.007502

INDICES	RESULTADOS	VIESES - V2
PG	1.172492	12.324593
L	1.166007	8.492212
LP	1.156417	2.541889
G	1.149176	-2.198078
P	1.140876	-7.922684
HL	1.132677	-13.918506



ESCOLA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA
DO INSTITUTO BRASILEIRO DE ECONOMIA
DA FUNDAÇÃO GETÚLIO VARGAS

SEMINÁRIOS DE PESQUISA ECONÔMICA - II (2a. parte)

Coordenadores: Prof. Roberto Castello Branco
Prof. Antonio C.P. Gonçalves

A ESTRUTURA E O MECANISMO DE TRANSMISSÃO DO MODELO MACROECONOMÉTRICO

PARA O BRASIL (MEB)

Milton Assis

Data: 08 de outubro de 1981
Horário: 13:30h
Local: Auditório Eugenio Gudim

A ESTRUTURA E O MECANISMO DE TRANSMISSÃO DO MODELO MACROECONOMÉTRICO

PARA O BRASIL (MEB)

Milton Assis

O trabalho presentemente colocado para a discussão é parte do Projeto "Modelo Macroeconômico para o Brasil", ora em andamento no Instituto de Pesquisas do IPEA.

O Modelo MEB é essencialmente de curto prazo e tem seu interesse voltado fundamentalmente para a análise dos problemas de inflação e do balanço de pagamentos no contexto de um modelo macroeconômico completo. Este tipo de estudo é importante sob os pontos de vista analítico e do tomador de decisão política porque, ao explicitar claramente a relação entre as variáveis macroeconômicas, permite analisar os efeitos de diferentes políticas de estabilização.

Esta parte do Projeto apresenta a estrutura macroeconômica do Modelo MEB juntamente com o sistema de equações estruturais e o mecanismo de transmissão. Foi também anexada ao trabalho uma série de gráficos cuja análise ajuda a entender as mudanças verificadas na economia no período analisado e sugere a especificação do modelo macroeconômico.

3 - A Estrutura Macroeconômica do Modelo MER

O modelo macroeconômico especificado e estimado neste estudo é um sistema dinâmico de 54 equações simultâneas com igual número de variáveis endógenas e 57 variáveis predeterminadas.¹ O sistema de equações é determinado por 29 equações de comportamento e 25 equações de identidade ou quase-identidade.

As principais características da estrutura econômica do Brasil estão representadas através de um modelo de equilíbrio geral que, para fins de exposição, pode ser dividido em três grandes blocos de equações: 1) demanda agregada; 2) setor externo; e 3) oferta agregada.

A demanda agregada, constituída de sete equações de comportamento e 12 identidades (das quais cinco são quase-identidades), é determinada pelo equilíbrio simultâneo do mercado de bens e serviços e do mercado monetário.

O equilíbrio ex-ante no mercado de bens e serviços é determinado pela igualdade entre a renda nacional e a soma dos gastos desejados de consumo e investimento dos setores privado e governo e das exportações líquidas de bens e serviços, menos os tributos indiretos e mais os subsídios.

¹ O modelo é dinâmico porque se constitui de variáveis endógenas defasadas, e a acumulação de capital resulta da adição do investimento líquido ao estoque de capital no ano-base. A simultaneidade é caracterizada pela inclusão de duas ou mais variáveis endógenas nas equações estruturais do modelo.

Os gastos com o consumo de bens não-duráveis, por habitante, do setor privado são explicados através da hipótese keynesiana da renda absoluta e dos hábitos persistentes de Brown.² Porém, como o coeficiente linear estimado é bastante reduzido, os resultados estatísticos obtidos também são consistentes com a hipótese da renda permanente quando sujeita à transformação de Koyck.³

O consumo privado de bens duráveis é representado pela demanda de automóveis no período de 1970 a 1979, considerado como uma proxy para os gastos com bens duráveis neste período. Esta simplificação estará captando os efeitos macroeconômicos sobre a demanda de duráveis na medida em que o setor como um todo responde na mesma direção às restrições à disponibilidade de crédito no sistema, às variações na taxa de juros reais e às mudanças na renda disponível do setor privado. A hipótese implícita nesta especificação é de que a demanda de bens duráveis é determinada pela teoria dos investimentos através do acelerador simples.⁴ A introdução da taxa de juros nominal e da taxa de inflação introduz no sistema um elo explícito entre as políticas de demanda, em particular a política monetária, e os gastos de consumo na econo-

² A condição de estabilidade para convergência no longo prazo é que o valor absoluto do coeficiente do consumo defasado seja menor do que um e a convergência monotônica ao equilíbrio requer que o valor do coeficiente esteja compreendido entre zero e um. Ver. J.J. Henderson e R. E. Quandt, Microeconomic Theory: A Mathematical Approach (2.^a ed.; Nova York: MacGraw-Hill, Inc., 1971), pp. 136-144, e T. M. Brown, "Habit Persistence and lags in Consumer Behavior", in Econometrica, Vol. 120, nº 3 (julho de 1952), pp. 335-371.

³ M. Friedman, A Theory of the Consumption Function (Princeton: National Bureau of Economic Research, 1957), e L. M. Koyck, Distributed Lags and Investment Analysis (Amsterdã: North-Holland Publishing Company, 1954).

⁴ M. K. Evans, Macroeconomic Activity (Nova York: Harper and Row Publisher, 1969), pp. 80-86.

· mia. Além disso, devido às imperfeições do mercado financeiro, a introdução da disponibilidade de crédito como variável explicativa complementa a taxa de juros para captar os efeitos das políticas de demanda. (Mais adiante, teremos oportunidade de discutir com mais detalhe o funcionamento das políticas de demanda no modelo macroeconômico.) Por outro lado, um recrudescimento do processo inflacionário faz com que os indivíduos acelerem o processo de acumulação de bens duráveis como uma forma de proteção da desvalorização monetária.

O investimento líquido privado é determinado por habitante segundo a teoria do acelerador simples, a disponibilidade de empréstimos reais e a poupança real do setor externo. A disponibilidade de empréstimos, medida pela oferta de empréstimos governamentais, reflete a inexistência de um organizado mercado de capitais de longo prazo. Na medida em que os empréstimos governamentais representam uma boa aproximação para os empréstimos efetivamente verificados para fins de investimentos, esta variável representa uma conexão importante entre as políticas de demanda e a decisão de investir. Por outro lado, como o déficit em conta corrente do balanço de pagamentos soma-se à poupança privada nacional no financiamento dos gastos do governo e dos investimentos do setor privado, uma parte da poupança externa serve para financiar os investimentos privados e representa, no funcionamento do modelo macroeconômico, um elo explícito entre o setor externo e o processo de acumulação do capital.

No setor governo, os gastos reais de consumo e de investimento são determinados exogenamente como variáveis de política. (Mais tarde, na simulação dos efeitos das variações destes gastos sobre as variáveis endógenas

do modelo iremos supor diferentes taxas de crescimento.)

As exportações líquidas de bens e serviços são determinadas em dólares no setor externo e transformadas em cruzeiros reais de 1975, que é o ano-base para todos os índices de preços usados neste estudo.

As exportações de mercadorias foram desagregadas em café, minério de ferro, produtos primários, exceto café e minério de ferro, e produtos manufaturados. A exportação de serviços é exôgena ao modelo e segue a tendência histórica de crescimento nas simulações.

As equações de exportação de mercadorias representam a forma reduzida dos mercados externos dos bens analisados. Como cada uma delas reproduz o equilíbrio entre a oferta e a demanda dos bens de exportação nacionais, suas especificações reúnem variáveis que representam os dois lados dos respectivos mercados. Nas exportações de produtos primários, exceto café e minério de ferro, e de produtos manufaturados assumimos, devido ao nível de agregação destas variáveis, que os preços são determinados no mercado mundial onde a participação brasileira é reduzida. A exportação real de produtos primários, exceto café e minério de ferro, depende da renda real do resto do mundo, dos preços relativos destas exportações nos dois períodos anteriores e das exportações no período anterior. Os preços relativos refletem a decisão do produtor em vender para o mercado externo ou interno e as defasagens estão relacionadas com a decisão de produzir para o mercado externo e, possivelmente, com contratos firmados.

As exportações reais de produtos manufaturados dependem da ren

da real do resto do mundo, do preço relativo, das exportações no período anterior e de uma variável de tendência.⁵ O preço relativo é influenciado pelos incentivos fiscais para a exportação de manufaturados e relaciona os preços de exportação em cruzeiros com os preços dos produtos industriais no mercado interno, influenciando desta maneira a decisão do produtor na alocação do seu produto entre esses mercados. A variável de tendência foi incluída para captar a melhora crescente na organização dos mecanismos institucionais de suporte destas exportações, assim como o processo de aprendizado de marketing no mercado internacional.

Como as exportações de café e minério de ferro do Brasil são significativas no mercado internacional, as formas reduzidas dos mercados destes produtos não incluem os atuais preços internacionais. O coeficiente estimado do preço defasado na exportação de café serve para captar os efeitos dos contratos realizados no passado e que foram parcialmente influenciados pelos preços vigentes na época de sua realização. Além disso, o nível da atividade no resto do mundo também determina a demanda atual de ambos os produtos e, finalmente, a taxa de câmbio atual em termos reais influencia a oferta de café dos produtores nacionais que têm, pelo menos em parte, a opção alternativa de colocar os seus produtos no mercado interno.

⁵ Para conciliar a hipótese de exportador marginal no mercado mundial e a inclusão da renda real no resto do mundo na equação de exportações de manufaturados, podemos supor que a demanda externa é inelástica no curto prazo mas perfeitamente elástica no longo prazo. No curto prazo, os custos de transação e informação retardam a velocidade de ajustamento da demanda quando os preços variam. Além disso, a demanda externa no curto prazo está em geral sujeita a cotas de importação em decorrência de contratos governamentais, rigidez institucional, etc. Em qualquer uma dessas situações, uma expansão do mercado mundial aumentaria no curto prazo as exportações de produtos manufaturados.

As importações de mercadorias foram desagregadas por tipos de bens em consumo, capital, petróleo e insumos intermediários exceto petróleo, enquanto as despesas de serviços, por sua vez, foram reunidas em transportes, seguros e viagens internacionais, juros, lucros e outros serviços.

As importações de bens de consumo no Brasil são tradicionalmente sujeitas a restrições quantitativas, condicionadas, pelo menos em parte, pela disponibilidade de reservas internacionais. Por outro lado, o custo real da divisa estrangeira também limita as importações de bens de consumo, assim como, da mesma forma, a disponibilidade de reservas internacionais condiciona as restrições quantitativas às importações de bens de capital, que são normalmente complementares à produção de bens de capital produzidos internamente, representando uma parcela do total dos investimentos realizados no País. Além disso, o preço de importação em dólares dos bens de capital também influencia a demanda destes bens. A não inclusão do preço relativo dos bens de capital na equação reflete a dificuldade de sua substituição no processo produtivo (entre capital e trabalho) e no lado da demanda (porque não existem substitutos produzidos internamente).

As importações de insumos intermediários, que são essencialmente determinados pela atividade industrial, e de petróleo, que estão relacionadas com o nível geral da atividade interna,⁶ são vitais para o funcionamento da economia e dificilmente substituíveis internamente. Porém, os custos de

⁶ Hipótese semelhante é usada por J. Tinbergen, *The Theory of Economic Policy* (Amsterdã: North-Holland Publishing Company, 1963), p. 17, onde a demanda de importações é de natureza técnica e determinada pela função de produção.

importação da matéria-prima em relação aos preços da indústria, e do petróleo em relação ao índice geral de preços, restringem a demanda desejada destes bens. Os preços relativos, contudo, afetam muito mais intensamente a demanda de importações de insumos intermediários exclusive petróleo. Além disso, como a maior parte destes bens não são competitivos, o efeito da variável preço é uma indicação de substituição tecnológica.

As equações explicativas da demanda de serviços são especificamente simples. As despesas com os serviços de transportes, seguros e viagens internacionais variam proporcionalmente às importações de mercadorias, e os lucros remetidos aumentam com o estoque de capital externo no período anterior. As despesas de juros são determinadas pelos estoques de empréstimos e financiamentos externos e pelas taxas de juros destes ativos, enquanto as demandas destes empréstimos são determinadas endogenamente no modelo e analisadas mais adiante no movimento de capitais externos. As outras despesas são supostas exôgenas e crescem a uma taxa histórica nas simulações.

Uma vez que o equilíbrio no mercado monetário é determinado pela igualdade entre as quantidades ofertada e demandada de moeda, a teoria subjacente à especificação usada para explicar a oferta de moeda é bastante conhecida, incluindo como variáveis explicativas a base monetária, a taxa de juros das Letras do Tesouro e a taxa da reserva obrigatória sobre os depósitos bancários. As variações na base monetária, por sua vez, são determinadas endogenamente na restrição orçamentária do governo, onde as ofertas de empréstimos e de títulos são variáveis de política. Nesta equação, as despesas do Tesouro são uma proporção dos gastos de caixa do governo apresentados nas contas nacionais, que incluem os gastos com bens e serviços, os subsídios e as

transferências. Na restrição orçamentária do governo também são determinados endogenamente os juros da dívida pública, as variações em cruzeiros das reservas internacionais e a receita de caixa do Tesouro, que é uma parcela da soma dos tributos diretos e indiretos das contas nacionais, os quais dependem, respectivamente, do nível da renda e do consumo privado. A inclusão da restrição orçamentária do governo é essencial na formulação do modelo macroeconômico porque é através dela que são transmitidos os efeitos das políticas monetária, fiscal e cambial.⁷ (Mais adiante, na análise do mecanismo de transmissão do modelo, voltaremos a discutir a importância desta equação. Por enquanto é suficiente adiantar que uma operação de open market é sempre parcialmente neutralizada pelo efeito contrário da variação resultante na taxa de juros.)

No outro lado do mercado monetário, como a demanda de moeda é determinada pelo nível da atividade econômica e pelos diferentes retornos dos ativos da economia, medidos pela taxa de juros das letras do Tesouro e pela taxa de inflação,⁸ o acréscimo da oferta monetária superior à quantidade demandada é alocado na compra de títulos e de bens de consumo duráveis. A resultante queda na taxa de juros aumenta a demanda de moeda, mas este efeito é

⁷ C. F. Christ, "A Short-Run Aggregate-Demand Model of the Interdependence and Effects of Monetary and Fiscal Policies with Keynesian and Classical Interest Elasticities", in American Economic Review, nº 57 (maio de 1967), pp. 434-443, "Some Dynamic Theory of Macroeconomic Policy Effects on Income and Prices under the Government Budget Restraint", in Journal of Monetary Economics, nº 4 (1978), pp. 45-70, e "On Fiscal and Monetary Policies and the Government Budget Restraint", in American Economic Review (setembro de 1979), pp. 526-538.

⁸ Ver J. Tobin, "The Theory of Portfolio Selection", in Hahn e Brechling (eds.), The Theory of Interest Rates (Nova York: St. Martin's, 1965), pp. 3-51, e "Liquidity Preference as behavior Towards Risks" in Review of Economic Studies, vol. 25 (fevereiro de 1958), pp. 65-86.

parcialmente neutralizado pelo aumento na taxa de inflação decorrente da aceleração dos gastos particularmente na compra de bens de consumo duráveis. Como os ajustamentos entre os pontos de equilíbrio de longo prazo não são instantâneos, a velocidade de ajustamento é medida introduzindo-se a demanda de moeda no período anterior como variável explicativa na equação de demanda de moeda.⁹

As variações no fluxo líquido das reservas internacionais em cruzeiros, como já dissemos anteriormente, são um dos determinantes das variações na oferta de moeda. Estas variações dependem das mudanças na taxa de câmbio - periodicamente desvalorizada pelo diferencial entre as taxas de inflação interna e externa e por um multiplicador que se constitui numa variável de política - e das variações no estoque das reservas internacionais em dólares, cujo acréscimo ocorre quando o fluxo líquido de capitais é mais do que suficiente para financiar o déficit em conta corrente do balanço de pagamentos.

O fluxo líquido de capitais aumenta com os investimentos estrangeiros no País, com os empréstimos externos e com o financiamento das importações, os quais são endogenamente determinados no modelo. Os investimentos brasileiros no exterior são inexpressivos e determinados exogenamente, cres

⁹ A utilização de um modelo de ajustamento parcial não introduz nenhum problema na estimação da equação. Os resíduos são serialmente independentes, e o estimador de mínimos quadrados é consistente. Nos modelos de expectativas adaptadas, os resíduos são negativamente autocorrelacionados e não são independentes da variável dependente defasada. Neste caso, o estimador de mínimos quadrados da variável defasada apresenta um viés assintótico negativo, cujo tamanho aumenta com a correlação entre a variável defasada e as outras variáveis da equação. Veja-se, a respeito, C. F. Christ, *Econometric Models and Methods*. (Nova York: John Wiley and Sons, 1966), pp. 487-488, e Z. Griliches, "A Note on Serial Correlation Bias in Estimates of Distributed Lags", in *International Economic Review*, vol. 4, nº 1 (janeiro de 1963), pp. 44-52.

cendo nas simulações à taxa histórica de 5%

Os investimentos estrangeiros correspondem a uma parte dos investimentos privados realizados no País, estando sujeitos às mesmas motivações dos empresários nacionais. Além disso, o grau de confiança de que a remessa dos lucros será realizada no futuro, medido pela disponibilidade de reservas internacionais, e uma comparação entre as atividades econômicas interna e do resto do mundo são fatores que comparecem na decisão do empresário estrangeiro em investir internamente.

O financiamento das importações pelas entidades internacionais (BIRD, BID e CFI), agências governamentais (USAID, EXIMBANK-EUA, EXIMBANK-Japão, etc.) e outros créditos de fornecedores são explicados no modelo juntamente com os empréstimos exclusive em moeda (aproximadamente 7% da dívida externa em 1980) como uma função do nível da atividade interna e das taxas de juros de longo prazo prevalentes no mercado externo de empréstimos. Também os empréstimos em moeda (Resolução nº 63, de 21/9/67, Instrução nº 289, de 14/1/65, e Lei nº 4.131, de 3/9/62) são uma parte importante da dívida externa (70,2% em 1980) e aumentam com o nível da atividade interna. Por outro lado, o grau de liquidez interna da economia, medido pela razão entre a disponibilidade interna de empréstimos e o nível da renda, e a diferença entre as taxas de juros interna e externa condicionam a decisão de realizar empréstimos externos em moeda. As demais variáveis que entram na definição das reservas internacionais são consideradas exógenas ao modelo e crescem a taxas históricas nas simulações.

A oferta agregada compreende os produtos dos setores agrícola,

industrial e de serviços, os primeiros determinados pela oferta que responde aos aumentos nos preços relativos da agricultura com uma defasagem média de três anos. Além dos produtos de cultivo mais longo, como é o caso do café, os preços relativos certamente influenciam a oferta de produtos de cultivo inferior a um ano, como é o caso dos produtos hortigranjeiros. Os efeitos das variações nos atuais preços relativos da agricultura, contudo, não foram captados na análise empírica porque, devido ao nível de agregação usado, o efeito líquido dos preços relativos sobre os diversos produtos é pequeno. No curto prazo, porém, a disponibilidade de crédito é um fator importante para estimular a produção agrícola. A parte não exportada do produto agrícola constitui-se na oferta interna que determina, juntamente com a demanda, o preço médio do mercado.

Os produtos dos setores industrial e de serviços são determinados pela demanda, o que corresponde implicitamente a uma aplicação dos coeficientes fixos da matriz de input-output da economia. Esta hipótese é razoável porque no curto prazo os coeficientes técnicos devem ser pouco sensíveis às variações nos preços relativos. A produtividade do trabalho depende do estoque de capital e, juntamente com os produtos dos setores secundário e terciário, determina o nível de emprego como um fator quase fixo.

Os preços nos setores industrial e de serviços são determinados pelos custos da mão-de-obra e dos insumos utilizados na produção, juntamente com o mark-up estabelecido pelas pressões de demanda sobre a capacidade instalada. O custo nominal unitário da mão-de-obra é um valor médio estimado para os setores secundário e terciário, basicamente localizados no setor urbano, sendo fixado pelo salário mínimo atual (indicado pela inflação no ano anterior e por uma variável de política e usado como uma proxy para o salário

médio) e pela produtividade média destes setores. As pressões da demanda sobre a capacidade instalada são medidas pela relação entre a renda disponível e o estoque de capital do setor privado. Os efeitos da indexação da economia são capturados pelas variações no salário mínimo e na desvalorização cambial, e os restantes efeitos pela inclusão do índice geral de preços defasado de um período. As variações dos preços em dólares dos insumos intermediários importados afetam os preços dos produtos industriais e as do petróleo importado influenciam os preços dos serviços. O índice geral de preços é uma média dos preços agrícola, industrial e de serviços ponderados pelos respectivos produtos.

As equações foram estimadas pelo método dos mínimos quadrados ordinários (MQO), uma vez que o número de observações nas estimações não são iguais para todas as equações. O uso de diferentes variáveis instrumentais, com ou sem correção para a autocorrelação dos resíduos, poderia aperfeiçoar as atuais estimações e deverá ser testado no futuro.

A Tabela 1 apresenta as estimações MQO do modelo macroeconômico e entre parênteses, abaixo dos coeficientes estimados, a estatística t e a elasticidade no ponto para 1979 sempre que a especificação usada não for logarítmica. Apresentamos também as seguintes estatísticas: o coeficiente de correlação múltipla, R^2 , a estatística de Durbin Watson, DW , e o erro-padrão da estimativa, SEE .¹⁰

¹⁰ A rigor, o teste de Durbin-Watson não se aplica quando a variável endógena defasada integra a especificação da equação. Ver. J. Durbin e G. S. Watson, "Testing for Serial Correlation in Least-Squares Regression", in *Biometrika* (1951), parte II, p. 159. Neste caso, quando a amostra é pequena, a estatística DW é viesada para 2.

LISTA DAS VARIÁVEIS DO MODELO MEB EM ORDEM ALFABÉTICA

B	- Títulos do Governo Federal, preços correntes
B1	- Títulos do Governo Federal no Ano Anterior, preços correntes
Base	- Base Monetária, preços correntes
Base1	- Base Monetária no Ano Anterior, preços correntes
CGR	- Consumo do Governo, preços de 1975
CPDR	- Consumo Privado de Bens Duráveis, preços de 1975
CPNDR	- Consumo Privado Exclusive de Bens Duráveis, preços de 1975
CPNDR1	- Consumo Privado Exclusive de Bens Duráveis no Ano Anterior, preços de 1975
DFR	- Fluxo Líquido de Reservas Internacionais, preços correntes
EAMP	- Empréstimos das Autoridades Monetárias para o Setor Privado, preços correntes
EAMP1	- Empréstimos das Autoridades Monetárias para o Setor Privado no Ano Anterior, preços correntes
EFIEXDR	- Financiamento Externo das Importações mais Empréstimos Exclusive em Moeda, dólares de 1975
EFIEXDR1	- Financiamento Externo das Importações mais Empréstimos Externos Exclusive em Moeda no Ano Anterior, dólares de 1975
EMOEXDR	- Empréstimos Externos em Moeda, dólares de 1975
EMOEXDR1	- Empréstimos Externos em Moeda no Ano Anterior, dólares de 1975
ERROD	- Erros e Omissões, dólares correntes
FRD	- Reservas Internacionais, dólares correntes
FRD1	- Reservas Internacionais no Ano Anterior, dólares correntes
GOMF	- Despesas do Tesouro, preços correntes
IBD	- Investimentos do Brasil no Exterior, dólares correntes
IEXDR	- Investimentos Externos, dólares de 1975

IGP	- Deflator Implícito do Produto, base 1975
IGP1	- Deflator Implícito do Produto no Ano Anterior, base 1975
IGP3	- Deflator Implícito do Produto Defasado de Três anos, base 1975
ILGR	- Investimento Líquido do Governo, preços de 1975
ILPR	- Investimento Líquido Privado, preços de 1975
INFL	- Taxa de Inflação
INFL1	- Taxa de Inflação no Ano Anterior
INFMAX	- Incentivos Fiscais para Exportação de Manufaturados
IPAUSA	- Índice de Preços por Atacado em Dólares nos Estados Unidos, base 1975
IPAUSA1	- Índice de Preços por Atacado em Dólares nos Estados Unidos no Ano Anterior, base 1975
IPKUSA	- Índice de Preços em Dólares dos Bens de Capital nos Estados Unidos, base 1975
IPMUSA	- Índice de Preços em Dólares da Matéria Prima nos Estados Unidos, base 1975
JDF	- Juros da Dívida Federal, preços correntes
KEXD	- Capital Externo, dólares correntes
KEXD1	- Capital Externo no Ano Anterior, dólares correntes
KPI	- Capital do Setor Privado, preços de 1975
KPI1	- Capital do Setor Privado no Ano Anterior, preços de 1975
LIBOR	- Taxa de Juros no Euro-Dólar
MCDR	- Importação de Bens de Consumo, dólares de 1975
MCDR1	- Importação de Bens de Consumo no Ano Anterior, dólares de 1975
MIDR	- Importação de Insumos Intermediários Exclusive Petróleo, dólares de 1975
MKDR	- Importação de Bens de Capital, dólares de 1975
MKDR1	- Importação de Bens de Capital no Ano Anterior, dólares de 1975

IMD	- Importação de Mercadorias, dólares correntes
MOEDA	- Oferta de Moeda, preços correntes
MOEDA1	- Oferta de Moeda no Ano Anterior, preços correntes
MPETRDR	- Importação de Petróleo, dólares de 1975
MPETRDR1	- Importação de Petróleo no Ano Anterior, dólares de 1975
MR	- Importação de Bens e Serviços, preços de 1975
MSD	- Despesa de Serviços, dólares correntes
MSJD	- Despesa de Juros, dólares correntes
MSLD	- Despesa de Lucros e Dividendos, dólares correntes
MSOD	- Outras Despesas, dólares correntes
MSTD	- Despesas de Viagens Internacionais, Transportes e Seguros, dólares correntes
NX2X3	- Emprego nos Setores Secundário e Terciário, milhões de habitantes
OCAPD	- Capitais a Curto Prazo Líquido, dólares correntes
ORLOGF	- Outras Receitas Líquida, preços correntes
OUTR	- Outros, preços de 1975
PAGR	- Índice de Preços do Setor Primário, base 1975
PAGR1	- Índice de Preços do Setor Primário no Ano Anterior, base 1975
PAGR2	- Índice de Preços do Setor Primário Defasado de Dois Anos, base 1975
PAGR3	- Índice de Preços do Setor Primário Defasado de três Anos, base 1975
PCEXD	- Índice de Preços em Dólares do Café Exportado, base 1975
PCEXD1	- Índice de Preços em Dólares do Café Exportado no Ano Anterior, base 1975
PFEXD	- Índice de Preços em Dólares do Minério de Ferro Exportado, base 1975
PIND	- Índice de Preços do Setor Secundário, base 1975

PMPD	- Índice de Preços em Dólares dos Insumos Intermediários Importados, base 1975
PMPED	- Índice de Preços em Dólares do Petróleo Importado, base 1975
POP	- População, milhões de habitantes
POP1	- População do Ano Anterior, milhões de habitantes
PRODX2X3	- Produtividade Média do Setores Secundário e Terciário, preços de 1975
PSERV	- Índice de Preços do Setor Terciário, base 1975
PXPRCFD	- Índice de Preços em Dólares da Exportação de Produtos Primários Exceto Café e Minério de Ferro, base 1975
PXPRCFD1	- Índice de Preços em Dólares da Exportação de Produtos Primários Exceto Café e Minério de Ferro no Ano Anterior, base 1975
PXPRCFD2	- Índice de Preços em Dólares da Exportação de Produtos Primários Exceto Café e Minério de Ferro Defasado de Dois Anos, base 1975
RATE	- Taxa de Câmbio, preços correntes
RATE1	- Taxa de Câmbio no Ano Anterior, preços correntes
RATE2	- Taxa de Câmbio Defasada de Dois Anos, preços correntes
ROMF	- Receita do Tesouro, preços correntes
SAGR	- Oferta Interna do Setor Primário, preços de 1975
SAL	- Salário Mínimo, preços de 1975
SAL1	- Salário Mínimo no Ano Anterior, preços de 1975
SALTC	- Saldo do Balanço de Pagamentos em Conta Corrente, dólares correntes
SBR	- Subsídios, preços de 1975
TDR	- Tributos Diretos, preços de 1975
TIME	- Tempo
TIR	- Tributos Indiretos, preços de 1975
TJEFID	- Taxa de Juros dos Financiamentos e Empréstimos Externos
TJLTN	- Taxa de Juros das Letras do Tesouro Nacional

TRESBC	- Taxa da Reserva Obrigatória em Moeda dos Depósitos nos Bancos Comerciais
TRR	- Transferências, preços de 1975
TRUNID	- Transferências Unilaterais, dólares correntes
UAGE	- Custo Unitário Médio da Mão-de-Obra nos Setores Secundário e Terciário, preços correntes
XACDR	- Exportação de Café, dólares de 1975
XAFDR	- Exportação de Minério de Ferro, dólares de 1975
XAFDR1	- Exportação de Minério de Ferro no Ano Anterior, dólares de 1975
XMADR	- Exportação de Manufaturados, dólares de 1975
XMADR1	- Exportação de Manufaturados no Ano Anterior, dólares de 1975
XMD	- Exportação de Mercadorias, dólares correntes
XPRCFDR	- Exportação de Produtos Primários Exceto Café e Minério de Ferro, dólares de 1975
XPRCFDR1	- Exportação de Produtos Primários Exceto Café e Minério de Ferro no Ano Anterior, dólares de 1975
XR	- Exportações de Bens e Serviços, preços de 1975
XSD	- Receita de Serviços, dólares correntes
YAGR	- Produto do Setor Primário, preços de 1975
YCFR	- Renda Nacional, preços de 1975
YDR	- Renda Disponível do Setor Privado, preços de 1975
YDR1	- Renda Disponível do Setor Privado no Ano Anterior, preços de 1975
YIND	- Produto do Setor Secundário, preços de 1975
YSERV	- Produto do Setor Terciário, preços de 1975
YMDR	- Índice da Renda Real em Dólares do Resto do Mundo

4 - O Mecanismo de Transmissão do Modelo MEB

Esta seção analisa a interação entre as variáveis endógenas dos setores demanda agregada, externo e oferta agregada.

As variações da demanda agregada medida pela renda nacional afetam as importações de petróleo (equação 29), o investimento externo (equação 39), o índice geral de preços (equação 46) e a determinação, por resíduo, do produto do setor terciário. Por outro lado, as variações na renda nacional determinam variações na renda disponível do setor privado, que por sua vez afetam os gastos de consumo de bens não-duráveis e duráveis (equações 2 e 3), os investimentos (equação 4), a demanda de moeda e, conseqüentemente, a taxa de juros (equação 9). Além disso, as variações na renda disponível do setor privado afetam o financiamento das importações (equação 38) e os empréstimos em moeda (equação 39), ao mesmo tempo que afetam os preços agrícolas (equação 43), industriais (equação 44) e dos serviços (equação 45).

Os gastos dos componentes da demanda agregada afetam individualmente o comportamento do setor externo, da oferta agregada e dos preços. Os gastos de consumo de bens duráveis e não-duráveis e de investimento privado afetam diretamente o produto industrial (equação 41). Os investimentos privados também afetam a importação de bens de capital (equação 27), os investimentos externos (equação 37) e o estoque de capital estrangeiro no País (equação 54).

Por outro lado, as variações na taxa de juros afetam o consumo de bens duráveis (equação 3), a oferta e a demanda de moeda (equação 8 e 9) e os empréstimos externos em moeda (equação 39) e são determinadas pelas opera

ções de open market e pelo desejo dos indivíduos em reter moeda.

Na forma simplificada em que o setor fiscal comparece nesta versão do modelo MEB, os tributos indiretos menos os subsídios são determinados pelos gastos de consumo (equação 12) e afetam a determinação da renda nacional (equação 1). Os tributos diretos menos as transferências, por sua vez, são determinados pela renda nacional, influenciam a renda disponível dos indivíduos e, juntamente com os tributos indiretos, são parcialmente destinados a compor a receita do Tesouro (equação 17).

O setor externo afeta a demanda agregada através das exportações e importações de bens e serviços (equação 1). O produto industrial, por sua vez, é influenciado pelas exportações de minério de ferro e de produtos manufaturados (equação 41), e a oferta interna de produtos primários é negativamente afetada pelas exportações de café e de outros produtos primários (equação 51).

A influência da oferta agregada e dos preços sobre o restante do modelo ocorre, principalmente, através do índice geral de preços e da taxa de câmbio. O índice geral de preços é uma média ponderada dos preços dos setores primário, secundário e terciário (equação 46) e afeta diretamente o consumo privado de bens duráveis (equação 3), o investimento privado (equação 4), a taxa de juros (equação 9), as receitas e despesas nominais do Tesouro (equações 16 e 17), as importações de bens de consumo (equação 26) e de petróleo (equação 29) e os empréstimos externos em moeda (equação 39). Além disso, as variações nos preços afetam a taxa de câmbio (equação 48), cujas variações são determinadas proporcionalmente às diferenças entre as taxas de inflação interna e externa (equação 48) e afetam o fluxo em cruzeiros das reservas inter

nacionais (equação 11), que influenciam, por sua vez, a base monetária na restrição orçamentária do governo. No setor externo, a taxa de câmbio influencia diretamente as exportações de café (equação 21) e de produtos manufaturados (equação 24), as importações de bens de consumo (equação 26), de insumos intermediários (equação 28) e de petróleo (equação 29) e os empréstimos em moeda (equação 39). As variações na taxa de câmbio também afetam os preços da indústria e dos serviços (equação 44 e 45) que, por sua vez afetam as exportações de bens manufaturados (equação 24) e as importações de insumos intermediários (equação 28). Os preços dos produtos agrícolas afetam a exportação de café (equação 21) e dos restantes produtos agrícolas (equação 23).

A produção industrial implica a importação de insumos intermediários (equação 28), requer a produção de serviços (equação 42) e, juntamente com os produtos agrícola e de serviços, influencia o índice geral de preços (equação 46) e o emprego (equação 49). O estoque de capital também influencia os preços dos produtos industriais e dos serviços (equação 44 e 45) e a produtividade do trabalho (equação 53).

As variações na taxa de inflação afetam o consumo de bens duráveis (equação 3) e a taxa de juros (equação 9), enquanto as variações no custo nominal da mão-de-obra afetam os preços da indústria e dos serviços (equações 44 e 45).

As mudanças nas variáveis predeterminadas constituem-se na variação inicial que aciona o mecanismo de transmissão acima exposto e determinam o equilíbrio dinâmico do modelo. Entre as variáveis predeterminadas encontram-se os seguintes instrumentos de política econômica:

- CGR - Consumo do Governo, preços de 1975;
- EAMP - Empréstimos das Autoridades Monetárias para o Setor Privado, preços correntes;
- ILGR - Investimento Líquido do Governo, preços de 1975
- B - Títulos do Governo Federal, preços correntes;
- INFMAX - Incentivos Fiscais para a Exportação de Manufaturados
- K1 - Variável de Política na determinação do Tributos Indiretos menos Subsídios;
- K2 - Variável de Política na determinação dos Tributos Diretos menos Transferências;
- K3 - Variável de Política na Indexação do Índice Geral de Preços no Ano Anterior;
- K4 - Variável de Política na determinação da Taxa de Câmbio; e
- K5 - Variável de Política na determinação do Salário Mínimo.

ESCOLA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA
DO INSTITUTO BRASILEIRO DE ECONOMIA
DA FUNDAÇÃO GETÚLIO VARGAS

CONGLOMERADOS FINANCEIROS:

FUNÇÕES E DESEMPENHO DA INTERMEDIÇÃO FINANCEIRA
NO DESENVOLVIMENTO DO BRASIL RECENTE

PROPOSTA DE TESE DE DOUTORADO

LUIS ANTONIO PERDIGÃO

OUTUBRO DE 1981

I - INTRODUÇÃO

O Sistema Financeiro Nacional tem sido objeto de muitas discussões e controvérsias a respeito de sua recente tendência em formar grandes conglomerados em torno de uma empresa líder — em geral um Banco Comercial — bem como em relação ao indiscutível processo de concentração ocorrido nas últimas décadas.

O notável crescimento da importância da intermediação financeira no passado recente já era preconizado há muito tempo, pela teoria econômica, como um fenômeno natural. À medida que a economia se desenvolvia, a divisão do trabalho, o avanço tecnológico das indústrias, a agilização do comércio e a modernização da agricultura, além de uma maior participação do Estado na economia através de obras públicas cada vez mais complexas e numerosas, exigiam meios de troca cada vez mais sofisticados, práticos e rápidos.

Atendendo a essa demanda crescente de intermediários financeiros, os bancos comerciais, em uma primeira fase, expandiram-se extraordinariamente tanto em número de sedes, quanto em números de agências, estendendo seus serviços para regiões cada vez mais distantes dos centros econômicos principais, até que a crise se abateu sobre o setor, provocando a falência de muitos bancos e a frustração de outros tantos.

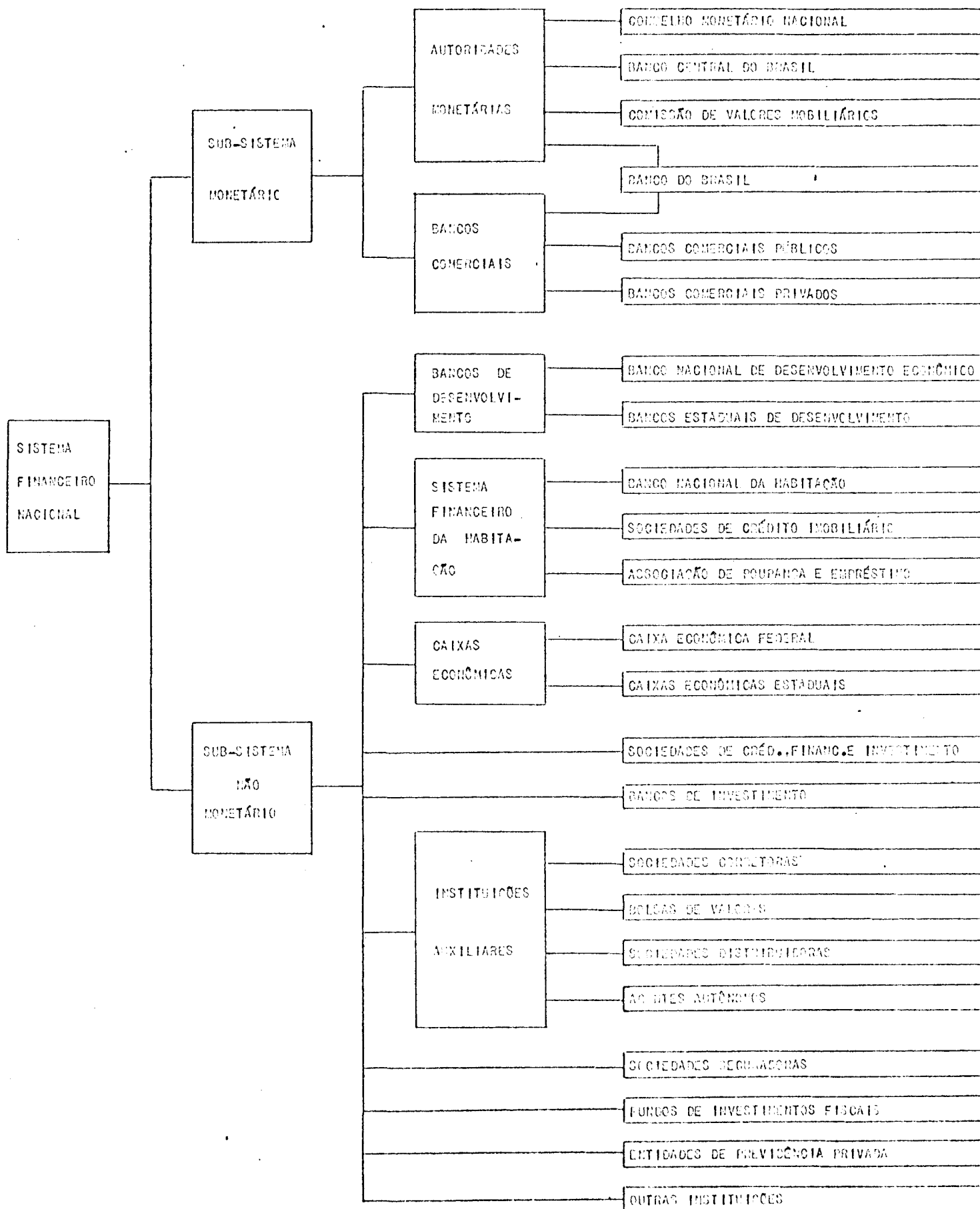
Em uma segunda etapa, como a economia continuava a exigir cada vez mais dos serviços da intermediação financeira, os bancos reorganizaram-se de uma forma mais sólida e

começaram a surgir, a partir daí, novas instituições financeiras, com finalidades mais específicas, em função do tipo, do prazo de maturação e do risco da transação envolvida.

Esse processo parece ter ocorrido — em maior ou menor escala ou em diferentes épocas — na maioria dos países industrializados. No Brasil, de onde essa síntese de acontecimentos foi extraída, temos hoje um sistema financeiro bem definido, com várias instituições atuando — cada uma na sua área estabelecida — com o controle do Conselho Monetário Nacional e a fiscalização do Banco Central do Brasil. (Esquema I)

ESQUEMA I

SISTEMA FINANCEIRO BRASILEIRO



A formação de conglomerados financeiros, na visão dos banqueiros,¹ surgiu como a opção encontrada pelos bancos comerciais, para reconquistar sua posição no mercado, enfraquecida a partir do final da década de 50 (Quadro I), quando a Legislação vigente os impedia de remunerarem convenientemente a captação e a aplicação de recursos. Face ao agravamento do processo inflacionário da época, os investidores buscavam obter taxas de juros reais positivas através de operações nos mercados mobiliário e imobiliário. (Quadro II)

QUADRO I

PARTICIPAÇÃO DOS DEPÓSITOS DOS BANCOS COMERCIAIS NO PIB

Em Cr\$ milhões

A N O	DEPÓSITOS (a)	PIB (b)	PARTICIPAÇÃO $\frac{(a)}{(b)} \times 100$
1950	60	272	22,06
1955	122	783	15,58
1960	486	2.756	17,63
1965	6.040	38.818	15,56
1970	25.827	206.565	12,50
1975	133.172	1.009.379	13,19
1980	1.200.909	12.513.462	9,60

Fonte: Boletim do Banco Central do Brasil - vários números.
Relatório anual do Banco Central do Brasil. vários números
Conjuntura Econômica - vários números.

¹ Sindicato dos Bancos do Estado do Rio Grande do Sul [101].

QUADRO II

TAXAS DE JUROS REAIS EFETIVAS SOBRE AS OPERAÇÕES DOS
BANCOS COMERCIAIS NO BRASIL - 1952-1964

ANO	MÉDIA EFETIVA DOS JUROS NOMINAIS		ALTERAÇÕES DOS ÍN- DICES DE PREÇOS POR ATACADO (EX- CLUSIVE CAFÉ) NO PERÍODO.	TAXAS DE JUROS EFETIVAS DEFLACIONADAS PELO ÍNDICE DE PREÇOS POR ATACADO (EXCLUSIVE CAFÉ)	
	SOBRE EMPRESTIMOS	EM DEPÓSITOS		SOBRE EMPRESTIMOS	SOBRE DEPÓSITOS
1952	14,1	4,4	13,1	+ 0,9	- 7,7
1954	13,0	4,9	22,1	- 7,5	- 14,1
1956	14,5	4,2	26,3	- 9,3	- 17,5
1958	16,0	4,7	35,9	- 14,6	- 23,0
1960	18,6	4,0	34,5	- 11,8	- 22,7
1962	21,0	3,8	45,7	- 17,0	- 28,8
1964	33,2	3,6	84,1	- 27,6	- 43,7

Fonte: Análise de uma amostra dos Bancos Comerciais²

O estabelecimento de novas instituições financeiras e a integração das já existentes, a partir de 1964,³ provocou

² CHRISTOFFERSEN, Leif E. - Taxas de juros e a estrutura de um sistema de bancos comerciais em condições inflacionárias: o caso do Brasil. Revista Brasileira de Economia, Rio de Janeiro, 23(2) p. 5/34, junho 1969.

³ Lei nº 4.595 de 31/12/64 - Lei da Reforma Bancária Nacional, e Lei nº 4.728 de 14/07/65 - Lei do Mercado de Capitais.

um significativo acréscimo na participação dos agentes financeiros não monetários na captação de poupança (Quadro III) e nos empréstimos ao setor privado (Quadro IV), limitando, dessa forma, a área de atuação dos bancos comerciais no processo de desenvolvimento econômico.

QUADRO III

DEPÓSITOS DOS BANCOS COMERCIAIS E TOTAL DOS PRINCIPAIS
HAVERES FINANCEIROS NÃO-MONETÁRIOS

Saldos em Cr\$ milhões

A N O	DEPÓSITOS DOS BANCOS COMERCIAIS (a)	TOTAL DOS HAVERES NÃO-MONETÁRIOS (b)	PARTICIPAÇÃO $\frac{(a)}{(b)} \times 100$
1950	60	24,4	245,9
1955	122	30,4	401,3
1960	486	63,0	771,4
1965	6.040	1.424,0	424,2
1970	25.827	28.433,0	90,8
1975	133.172	285.930,0	46,6
1980	1.200.909	2.839.708,0	42,3

Fonte: Boletim do Banco Central do Brasil - vários números.

QUADRO IVPARTICIPAÇÃO DOS EMPRÉSTIMOS DOS BANCOS COMERCIAIS AO
SETOR PRIVADO, NO TOTAL DO SISTEMA FINANCEIRO

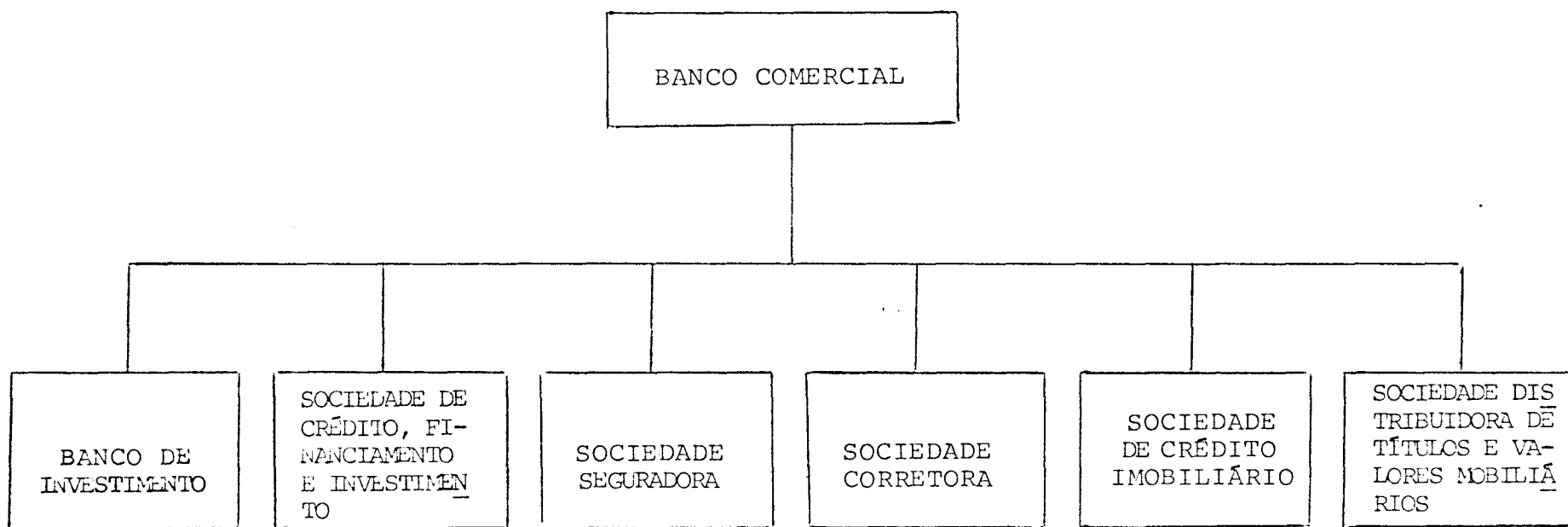
Saldo em Cr\$ milhões

A N O	EMPRÉSTIMOS DOS BANCOS COMERCIAIS (a)	TOTAL DOS EMPRÉSTIMOS AO SETOR PRIVADO (b)	PARTICIPAÇÃO $\frac{(a)}{(b)} \times 100$
1955	106,4	171,4	62,1
1960	382,4	565,0	67,7
1965	3.914,0	6.895,0	56,8
1970	22.511,0	64.591,0	34,8
1975	164.550,0	581.242,0	28,3
1980	1.736.365,0	5.962.757,0	29,1

Fonte: Boletim do Banco Central do Brasil - vários números.

Entende-se como conglomerado financeiro, o conjunto geralmente liderado pelo Banco Comercial e constituído pela maioria, senão a totalidade, das seguintes empresas: Banco de Investimento; Sociedade de Crédito, Financiamento e Investimen_{to}; Sociedade Seguradora; Sociedade Corretora; Sociedade de Crédito Imobiliário e Sociedade Distribuidora de Títulos e Valores mobiliários. (Esquema II)

ESQUEMA II
CONGLOMERADO FINANCEIRO



Esse panorama, apresentado pelos banqueiros, sem dúvida reveste-se de alguma parcialidade já que, embora em termos relativos a participação dos bancos comerciais na economia tenha se reduzido, em números absolutos os depósitos e os empréstimos dos bancos comerciais — apenas para citar esses dois exemplos — apresentaram taxas de crescimento reais positivas durante todo o período, com uma única e inexpressiva exceção dos empréstimos no período 60/65. (Quadro V) Além disso, apesar das taxas de juros efetivas sobre empréstimos terem sido negativas e decrescentes no período 1952/1954, as diferenças entre as taxas de juros efetivas sobre empréstimos (taxas de aplicação) e as taxas de juros efetivas sobre depósitos (taxas de captação)⁴, apresentaram-se positivas e crescentes ao longo do tempo. (Quadro VI)

⁴ A diferença entre taxa de aplicação e taxa de captação de recursos representa a fonte de lucro dos bancos e é comumente chamada de "spread".

QUADRO V

EVOLUÇÃO DOS DEPÓSITOS E DOS EMPRÉSTIMOS DOS BANCOS COMERCIAIS
EM TERMOS REAIS, NO PERÍODO 1955/1980

Saldo em Cr\$ milhõ

A N O	ÍNDICE DE PREÇOS POR ATACADO (65/67 = 100)	D E P Ó S I T O S			E M P R É S T I M O S		
		NOMINAL	R E A L	ÍNDICE DE CRESCIMENTO	NOMINAL	R E A L	ÍNDICE CRESCIME
1955	2,54	122	4.803	100	106	4.173	100
1960	6,89	486	7.054	147	382	5.544	133
1965	73,47	6.040	8.221	171	3.914	5.327	128
1970	229,00	25.827	11.278	235	22.511	9.830	236
1975	627,00	133.172	21.239	442	164.550	26.244	629
1980	5.669,00	1.200.909	21.183	441	1.736.365	30.629	734

Fonte: Boletim do Banco Central - vários números

Conjuntura Econômica - vários números

QUADRO VI

DIFERENÇAS DE TAXAS DE JUROS EFETIVAS SOBRE
 EMPRÉSTIMOS E DEPÓSITOS DOS BANCOS COMERCIAIS
 1952/64

A N O	TAXA DE JUROS EFETIVA SOBRE EMPRÉSTIMOS (a)	TAXA DE JUROS EFETIVA SOBRE DEPÓSITOS (b)	DIFERENÇA (a) - (b)
1952	+ 0,9	- 7,7	+ 8,6
1954	- 7,5	-14,1	+ 6,6
1956	- 9,3	-17,5	+ 8,2
1958	-14,6	-23,0	+ 8,4
1960	-11,8	-22,7	+10,9
1962	-17,0	-28,8	+11,8
1964	-27,6	-43,7	+16,1

Já o processo de concentração do Sistema Financeiro Nacional, é visto como um fenômeno de caráter internacional que reflete a tendência dos institutos de crédito em se agruparem reduzindo seu número e aumentando seu poder financeiro⁵.

(Quadro VII)

⁵ João Machado Sobrinho [53].

No caso brasileiro, esse processo deu-se, em boa parte, estimulado pela própria orientação do governo que buscava "dar aos bancos nacionais solidez e porte compatíveis com as necessidades impostas pela crescente dimensão da economia nacional, bem como pela sua maior participação na economia internacional, tanto na área do comércio como na própria atividade bancária"⁶.

QUADRO VII

SISTEMA FINANCEIRO DO BRASIL NÚMERO DE INSTITUIÇÕES

Em 31.12

INSTITUIÇÕES FINANCEIRAS	A N O S			
	1950	1960	1970	1980
Bancos Comerciais	413	338	172	112
Bancos de Desenvolvimento	-	-	10	16
Sociedades de Crédito Imobiliário	-	-	44	53
Associações de Poupança e Empréstimos	-	-	32	36
Bancos de Investimento	-	-	30	39
Caixas Econômicas Federais	21	22	1	1
Caixas Econômicas Estaduais	2	3	5	4
Sociedades Distribuidoras	-	-	573	461
Sociedades Corretoras	-	-	404	271
Seguradoras	152	193	184	43
Sociedade de Crédito, Financiamento e Investimento	-	-	214	115

Fonte: Banco Central do Brasil
Anuário Estatístico do IBGE

⁶ Carlos Geraldo Langoni [39].

QUADRO VIII.
CONCENTRAÇÃO BANCÁRIA

Percentagem de depósitos sobre o total do sistema

NÚMEROS DE BANCOS*	1 9 7 0	1 9 8 0
5 maiores	29,7	37,2
10 maiores	43,0	54,4
15 maiores	50,3	65,0
20 maiores	57,8	73,4
25 maiores	63,2	81,4

* não incluem: Banco do Brasil e Banco do Nordeste do Brasil.

Fonte: Banco Central do Brasil.

O estímulo dado pelo governo para a concentração bancária através de regulamentações tais como: restrição com relação ao valor do capital social do banco e da agência a ser aberta; limites no número e na localização de novas agências, direcionamento regional de novas aberturas; entre outras,⁷ tinha como hipótese básica a existência de economias de escala no setor.

Os vários estudos empíricos feitos com o objetivo de detectar essas economias de escala nos Bancos Comerciais do

⁷ José Luis Carvalho [13].

Brasil⁸ partiram de uma suposta função de produção, definindo de várias maneiras o que seriam os insumos e os produtos no setor bancário. Os resultados encontrados, porém, foram ou inconclusivos ou apoiados em hipóteses não sustentáveis a uma crítica mais severa.⁹ Dessa forma, a alegada existência de economia de escala nos bancos comerciais, permaneceu sem suporte empírico aceitável.

Diante das divergentes opiniões em relação ao processo de desenvolvimento do Sistema Financeiro Nacional, nasceu a idéia deste trabalho de avaliar a eficiência e o desempeenho das instituições financeiras no Brasil, utilizando metodologia recentemente desenvolvida e de certa forma inédita neste tipo de aplicação. O perigo, neste caminho, será certamente maior do que o de outros mais tradicionais, pois existem pontos ainda não suficientemente testados. Porém, o benefício de se utilizar uma nova teoria — a meu ver mais completa — que se adapte de maneira mais conveniente aos objetivos do trabalho, sobrepuja o risco adicional e abre campo para novos estudos e aplicações.

Portanto, o objetivo deste trabalho será o de avaliar o desempenho e a eficiência do Sistema Financeiro Brasileiro na última década (1970/80), aplicando a teoria do Modelo de Formação de Preços de Ativos — Capital Asset Pricing Model — CAPM — aos dados contábeis (balanços e demonstrativos) e

⁸ Oseas Maurer [5 7]; Sebastião Marcos Vital [8 9]; A. C. Meirelles [5 9] e J. Brito Alves [2].

⁹ José Luis Carvalho [13].

aos dados de mercado (cotações das ações na Bolsa de Valores, informações de dividendos e bonificações, etc.) e finalmente comparando os resultados com algumas medidas tradicionais de performance.

II - FUNDAMENTOS TEÓRICOS

A teoria a ser utilizada para a avaliação do desempenho do Sistema Financeiro, será a do Modelo de Formação de Preços de Ativos — CAPM — e do seu subsequente Modelo de Mercado, desenvolvidos a partir dos conceitos de risco e retorno de um ativo, sob condição de incerteza.

II.1 - A teoria do portfólio

Os trabalhos pioneiros na teoria do portfólio, são devidos à Markowitz¹⁰ e Tobin¹¹, sendo o segundo uma extensão do primeiro, que mostraram que a diversificação de ativos é uma consequência lógica para investidores aversos ao risco, cuja função objetivo pode ser escrita como:

$$\max_{x_i} E [U(R_t)] \quad (2.1)$$

onde R_t é o retorno de um período ao portfólio, $U(R_t)$ é a função utilidade do investidor, x_i é a proporção do investimento aplicada no título (ou ativo) i e E representa a esperança matemática ou valor esperado. Em outras palavras, podemos dizer que a função objetivo do investidor é a que maximiza a utilida

¹⁰ Harry M. Markowitz [55] e [56].

¹¹ James Tobin [86] e [87].

de esperada do retorno ao portfólio no período t .¹²

Em particular, o portfólio que maximiza a utilidade para qualquer investidor será um portfólio eficiente, no sentido que ele oferece a mínima variância para um dado nível de retorno esperado e o máximo retorno esperado para um dado nível de variância¹³, se: (a) a função utilidade do investidor satisfaz as condições $U' > 0$ e $U'' < 0$, e (b) as distribuições de retornos do ativo ou portfólio são da mesma forma e são completamente caracterizadas por dois parâmetros.¹⁴ Estas condições implicam que todos os retornos devem ser normalmente distribuídos, para que a eficiência tenha significado. Porém, podemos estender o teorema para o caso mais geral de distribuições estáveis simétricas com primeiro momento finito.

A representação gráfica do modelo de Markowitz é

¹² Originalmente, a função objetivo do investidor é dada por: $\max E [U(C_t, W_{t+1})]$, onde C_t = consumo no período t , W_{t+1} = riqueza no final do período t . Supondo entretanto que a proporção entre consumo e investimento já foi estabelecida, e que portanto C_t e W_t são dados, e fazendo-se ainda $R_t = \frac{\Delta W_t}{W_t} = \frac{W_{t+1} - W_t}{W_t}$, podemos, por transformações lineares, chegar à forma de (2.1): $\max E [U(R_t)]$.

x_i

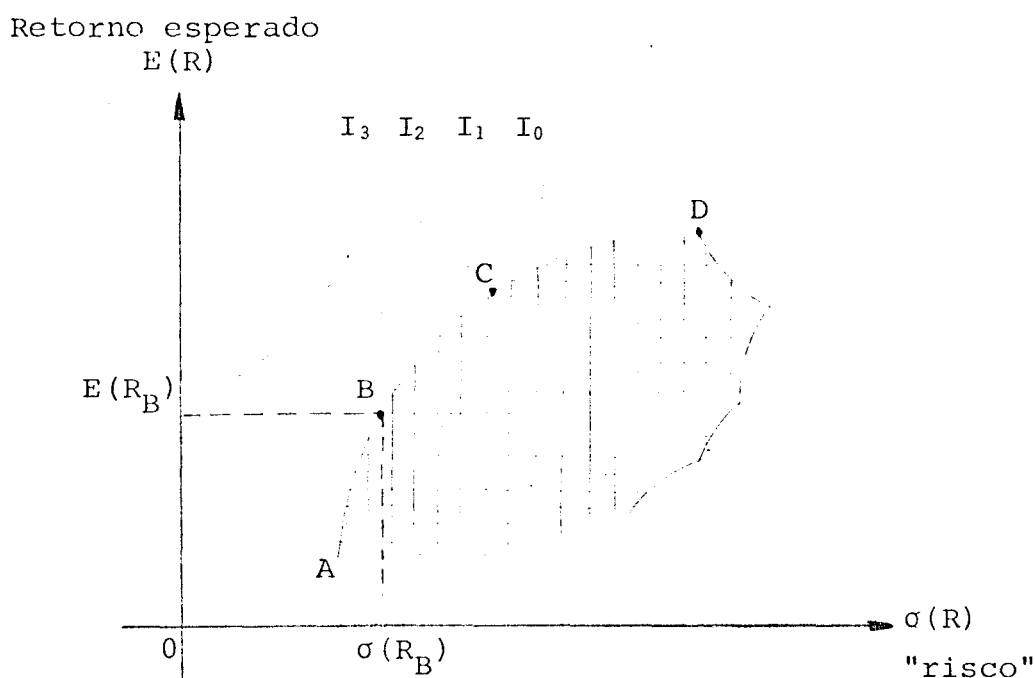
¹³ Costuma-se também dizer que um investidor é avesso ao risco se ele satisfaz as condições aqui apresentadas como características de portfólio eficiente, mas isso me parece um outro modo de dizer a mesma coisa.

¹⁴ James Tobin [86] e [87].

dada na Figura 1, onde $E(R)$ é o retorno esperado e $\sigma(R)$ é o desvio padrão do retorno futuro.

FIGURA 1

A MAXIMIZAÇÃO DA UTILIDADE DO INVESTIDOR DADO O CONJUNTO DE OPORTUNIDADES DE INVESTIMENTO EM ATIVOS DE RISCO



A área hachureada da Figura 1 representa todas as possíveis combinações de risco e retorno disponíveis para investimento em títulos de risco. Os portfólios eficientes são aqueles que estão sobre a fronteira ABCD.

Um investidor que tenha as curvas de indiferença I_0 , I_1 , I_2 , I_3 da Figura 1,¹⁵ irá maximizar sua utilidade futura

¹⁵ Curva de indiferença I_1 significa que em qualquer ponto da curva I_1 , o investidor terá o mesmo nível de utilidade esperada U_1 . Índices crescentes representam níveis de utilidade também crescentes. A convexidade e a inclinação positiva das curvas de indiferença são garantidas pelas condições impostas anteriormente de normalidade dos retornos dos títulos e aversão ao risco dos investidores.

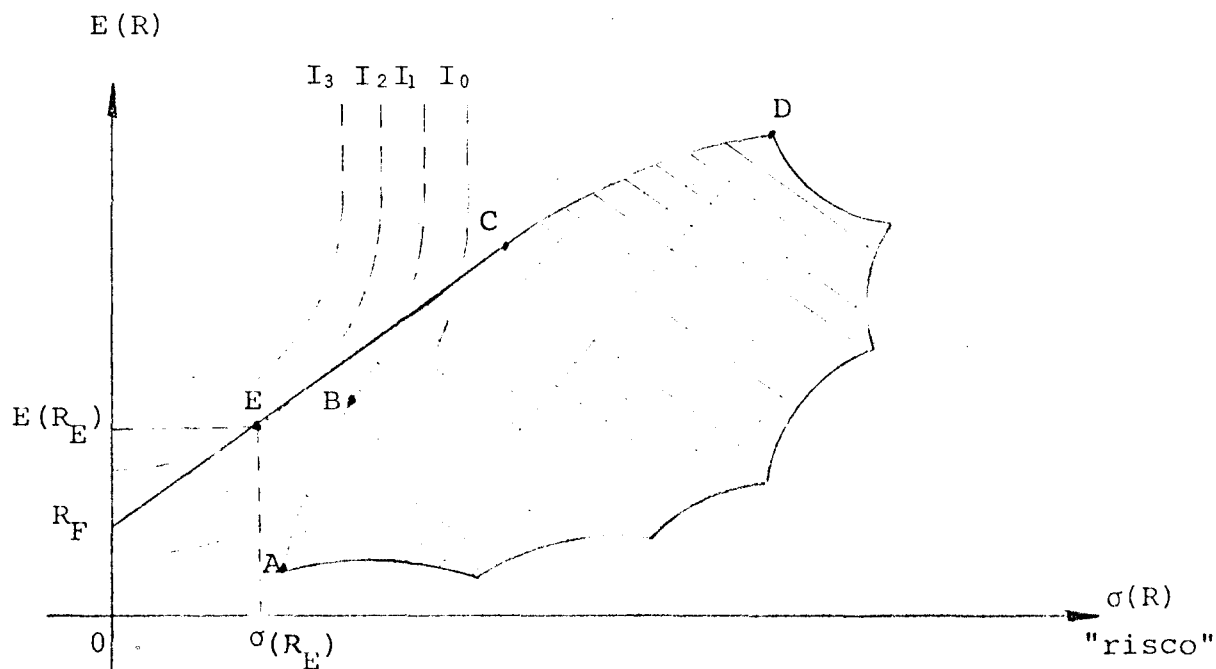
esperada, investindo no portfólio B, obtido pela tangência da curva de indiferença I_1 com a fronteira de portfólios eficientes ABCD, que proporciona um retorno esperado $E(R_B)$ com desvio-padrão $\sigma(R_B)$ e nível de utilidade dado por I_1 .

Supondo agora a existência de um ativo sem risco F , com um retorno futuro R_F , e a possibilidade do investidor formar um portfólio com qualquer combinação dos dois tipos de ativos (com e sem risco), o conjunto de opções factíveis para o investidor será a área hachureada da Figura 2 mais a linha reta unindo o ponto R_F do eixo vertical do gráfico, com o ponto de tangência (C) dessa linha com a fronteira ABCD.

FIGURA 2

A MAXIMIZAÇÃO DA UTILIDADE DE INVESTIDOR DADA
A EXISTÊNCIA DE UM ATIVO SEM RISCO

Retorno esperado



Os portfólios eficientes, neste caso, são aqueles que estão sobre a linha R_FCD . A hipótese da existência de um ativo sem risco, tira a condição de máximo do portfólio B pois o investidor pode combinar o portfólio C com o título sem risco F e atingir um nível de utilidade futura esperada U_2 maior que a anterior U_1 . Na Figura 2, essa combinação ótima é dada pelo ponto E obtido pela tangência da linha de portfólios eficientes R_FCD com a curva de indiferença I_2 , que proporciona um retorno esperado $E(R_E)$ com desvio padrão $\sigma(R_E)$ e nível de utilidade dado por I_2 , maior do que I_1 .

Por outro lado, se o investidor puder emprestar ou tomar emprestado à taxa sem risco R_F , o conjunto de portfólios eficientes será dado pela linha reta R_FC e sua extensão além do ponto C.

A linha R_FC que claramente domina todos os pontos abaixo de C na fronteira ABCD na Figura 2 (pois agora esses pontos representam portfólios ineficientes), é dada pela equação:

$$E(R) = R_F + \frac{E(R_C) - R_F}{\sigma(R_C)} \cdot \sigma(R) \quad (2.2)$$

$$\sigma(R) < \sigma(R_C)$$

II.2 - O modelo de formação de preços de ativos-CAPM

Essa nova conceituação da teoria do portfólio provocou uma completa reavaliação da formação de preços de ativos em condições de incerteza. Um subproduto dessa reavaliação foi a teoria de equilíbrio no mercado de capitais apresentada in

dependentemente por Sharpe¹⁶, Lintner¹⁷ e Mossin¹⁸. As hipóteses básicas dos modelos são:

- a. todos os investidores têm idênticos horizontes de tempo;
- b. todos os investidores podem emprestar ou tomar emprestado à taxa livre de risco; e
- c. os investidores têm expectativas homogêneas relacionadas com o retorno esperado, o desvio padrão do retorno e as covariâncias entre todos os retornos de ativos.

Para que o mercado esteja em equilíbrio, o ponto C da Figura 2 deverá representar o portfólio de mercado, ou seja, o portfólio que contém todos os ativos na proporção exata de sua fração no valor total de todos os ativos que formam o mercado.

O resultado mais importante, é que, em equilíbrio, o retorno esperado em qualquer portfólio eficiente ϵ será relacionado linearmente ao retorno esperado do portfólio de mercado pela equação:

$$E(R_{\epsilon})/E(R_M), \sigma(R_{\epsilon}) = R_F + \frac{E(R_M) - R_F}{\sigma(R_M)} \cdot \sigma(R_{\epsilon}) \quad (2.3)$$

onde R_{ϵ} é o retorno ao portfólio eficiente ϵ , $\sigma(R_{\epsilon})$ é o seu

¹⁶ William F. Sharpe [77].

¹⁷ John Lintner [46] e [47].

¹⁸ Jan Mossin [63].

desvio padrão, R_F é o retorno ao título sem risco, R_M é o retorno ao portfólio de mercado e $\sigma(R_M)$ é o seu desvio padrão.

Em adição, Sharpe, Lintner e Mossin mostraram que se o mercado de capitais está em equilíbrio, o retorno em qualquer título individual (ou portfólio) será uma função linear da covariância dos seus retornos com o retorno ao portfólio de mercado, dada pela equação:

$$E(R_j | E(R_M), \text{cov}(R_j, R_M)) = R_F + \frac{E(R_M) - R_F}{\sigma^2(R_M)} \cdot \text{cov}(R_j, R_M) \quad (2.4)$$

onde R_j é o retorno ao título (ou portfólio) j , $\sigma^2(R_M)$ é a variância do retorno ao portfólio de mercado e $\text{cov}(R_j, R_M)$ é a covariância entre o retorno ao título (ou portfólio) j e o retorno ao portfólio de mercado.

É importante notar que enquanto (2.3) vale somente para portfólios eficientes, (2.4) vale para qualquer título individual ou portfólio, seja ele eficiente ou não.

Uma medida relevante de risco, no contexto de portfólios eficientemente diversificados aqui apresentado, será dada pela quantidade $\text{cov}(R_j, R_M)$ e, através de (2.4), podemos dizer que o preço de mercado por unidade de risco será $[E(R_M) - R_F] / \sigma^2(R_M)$.

Entretanto, nós não podemos comparar os retornos de vários portfólios com diferentes graus de risco com o mesmo padrão, que neste caso é o portfólio de mercado, pois $\text{cov}(R_j, R_M)$ é uma medida absoluta de risco. Para resolver este problema, fazemos:

$$\beta_j = \frac{\text{cov}(R_j, R_M)}{\sigma^2(R_M)} \quad (2.5)$$

que é a medida de risco de qualquer portfólio relativo ao risco do portfólio de mercado, ou mais conhecido como "risco sistemático" do j-ésimo ativo ou portfólio.

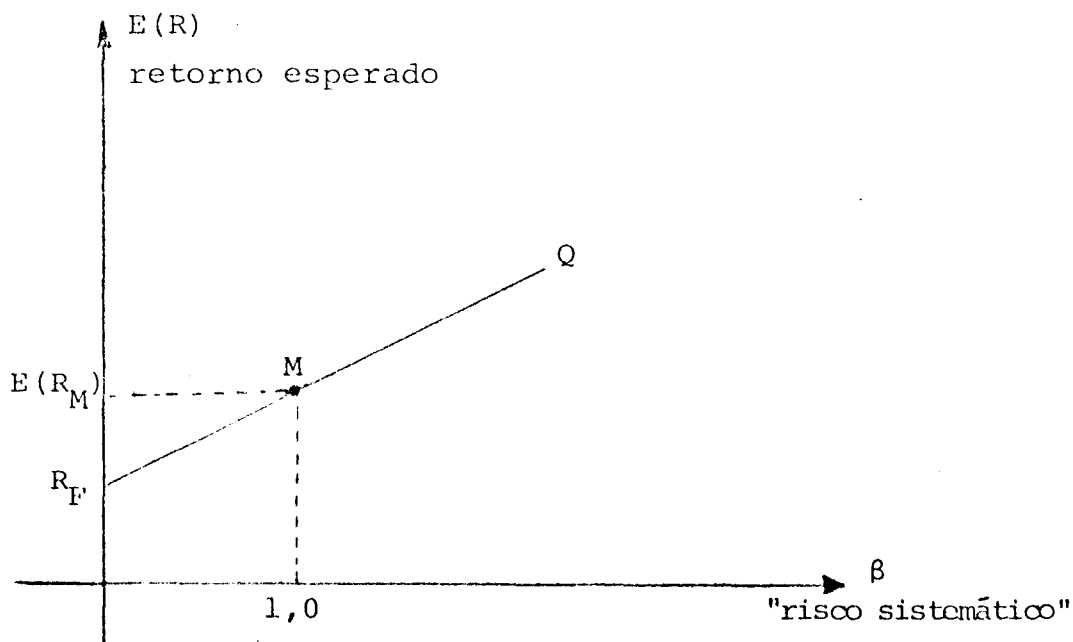
Substituindo (2.5) em (2.4) chegamos à seguinte expressão:

$$E(R_j) = R_F + [E(R_M) - R_F] \beta_j \quad (2.6)$$

ou seja, se o modelo é válido e se o mercado está em equilíbrio, o retorno esperado em qualquer ativo ou portfólio será uma função linear de β , seu nível de risco sistemático. A representação gráfica da equação (2.6) é apresentada na Figura 3:

FIGURA 3

RELAÇÃO ENTRE O RETORNO ESPERADO EM QUALQUER ATIVO (OU COLEÇÃO DE ATIVOS) E O SEU CORRESPONDENTE RISCO SISTEMÁTICO β



O ponto M da Figura 3 representa o portfólio de mercado que tem retorno esperado $E(R_M)$ e risco sistemático $\beta = 1,0$.¹⁹ R_F representa o retorno do ativo sem risco.

II.3 - O modelo de mercado

O modelo apresentado na seção anterior, é válido somente para situações ex-ante, ou seja, ele é baseado em expectativas de retornos que são incertos.

Quando porém desejamos estimar o desempenho passado de determinados investimentos em ativos de risco, devemos trabalhar com um modelo que estabeleça relações ex-post, como é o caso do modelo de mercado.²⁰

O modelo de mercado é uma extensão do modelo de formação de preços de ativos que impõe uma estrutura adicional através de hipóteses sobre os retornos dos ativos. O seu fundamento é a suposição da existência de uma relação linear entre os retornos de qualquer título e um fator de mercado genérico, ou seja:

$$R_j = E(R_j) + b_j f + e_j \quad (2.7)$$

$$j = 1, 2, \dots, N$$

¹⁹ Como β é a medida de risco relativo ao risco do portfólio de mercado, temos

$$\beta_M = \frac{\text{cov}(R_M, R_M)}{\sigma^2(R_M)} = \frac{\sigma^2(R_M)}{\sigma^2(R_M)} = 1,0$$

²⁰ Foi assim denominado por Fama [21] e Blume [7], mas Sharpe [77] o chamava de "modelo diagonal".

onde R_j é o retorno ao j -ésimo título (ou ativo), $\mathbb{1}$ é o fator de mercado ($E(\mathbb{1})=0$), b_j é uma constante e N é o número total de títulos (ou ativos) no mercado.

Para que o modelo seja útil, devemos expressar $\mathbb{1}$ — o fator de mercado — em função de variáveis mensuráveis e isto é feito através de hipóteses sobre $\mathbb{1}$ e e_j (os resíduos aleatórios). Dois casos são analisados na literatura que supõem: (a) que as distribuições dos retornos são normais²¹; (b) que as distribuições dos retornos são estáveis, simétricas e com variância infinita (mas com média finita).

(a) Modelo de Mercado Gaussiano:

As hipóteses adicionais neste caso, são:

- (i) $\mathbb{1}$ e e_j são variáveis aleatórias normalmente distribuídas;
- (ii) $E(e_j) = 0$, $j = 1, 2, \dots, N$;
- (iii) $E(e_j \mathbb{1}) = 0$, $j = 1, 2, \dots, N$;
- (iv) $E(e_i, e_j) = \begin{cases} 0 & \text{para } i \neq j \\ \sigma^2(e_j) & \text{para } i = j \end{cases}$

Com essas hipóteses e efetuando-se transformações e substituições na equação (2.7), chegamos à seguinte expressão:²²

$$E(R_j/R_M, \beta_{1j}) \equiv (1 - \beta_{1j}) R_F + \beta_{1j} R_M \quad (2.8)$$

²¹ William F. Sharpe [77]:

²² O desenvolvimento detalhado das transformações e substituições é apresentado em Jensen [35].

onde R_j é o retorno ao título j , R_M é o retorno ao portfólio de mercado; R_F é o retorno ao título sem risco e β_{1j} é a medida de risco sistemático no contexto do modelo de mercado Gaussiano.²³

Esse importante resultado nos fornece uma expressão para o retorno esperado no ativo j , condicionado à realização expost do retorno ao portfólio de mercado, ao contrário do modelo CAPM que fornecia a mesma expressão porém condicionada à expectativa ex-ante do retorno ao portfólio de mercado.

(b) Modelo de Mercado Estável:

A evidência empírica parece indicar que as distribuições dos retornos de títulos fazem parte da classe de distribuições estáveis que têm médias finitas mas variâncias infinitas.²⁴

As distribuições estáveis são caracterizadas por quatro parâmetros que são:

- (i) α = expoente característico ($0 < \alpha \leq 2$)
- (ii) β = coeficiente de assimetria ($-1 \leq \beta \leq 1$)
- (iii) δ = parâmetro de locação
- (iv) γ = escala ou dispersão da distribuição ($\gamma > 0$)

²³ O índice 1 é utilizado para distinguir do risco sistemático β_j apresentado no modelo CAPM. A expressão para β_{1j} é:

$$\beta_{1j} = \frac{b_j \sigma^2(\eta) + x_j \sigma^2(e_j)}{\sigma^2(R_M)} \approx b_j + \frac{x_j \sigma^2(e_j)}{\sigma^2(R_M)} \text{ onde } x_j = \frac{V_j}{\sum_i V_i}$$

²⁴ Fama [20], Mandelbrot [54] e Roll [74].

As hipóteses do modelo neste contexto, são:

- (i) η e e_j ($j = 1, 2, \dots, N$) são variáveis aleatórias estáveis, simétricas ($\beta=0$), independentemente distribuídas e com o mesmo expoente característico ($1 < \alpha \leq 2$);
- (ii) os parâmetros de locação de η e e_j são, respectivamente, $\delta(\eta) = E(\eta) = 0$ e $\delta(e_j) = E(e_j) = 0$ ($j = 1, 2, \dots, N$);

Com essas condições, o parâmetro de locação de R_j é $E(R_j)$ e o parâmetro escala de R_j é dado por:

$$\gamma(R_j) = \gamma(\eta) \cdot |b_j|^\alpha + \gamma(e_j) \quad (2.9)$$

Novamente, através de transformações e substituições da equação (2.7), chegamos à seguinte expressão:²⁵

$$E(R_j/R_M, \beta_{2j}) \cong (1 - \beta_{2j}) R_F + \beta_{2j} R_M \quad (2.10)$$

Note que a equação (2.10) é análoga à equação (2.8), com a diferença de que agora o β_{2j} é a medida de risco sistemático no contexto do modelo de mercado estável com média finita e variância infinita.²⁶

²⁵ Para uma consulta ao desenvolvimento, veja Fama [21].

²⁶ O índice 2 é utilizado para distinguir dos betas apresentados anteriormente. A expressão para β_{2j} é:

$$\beta_{2j} = \frac{\gamma(\eta) b_j + \gamma(e_j) |x_j|^{\alpha-1}}{\gamma(R_M)} \cong b_j + \frac{\gamma(e_j) |x_j|^{\alpha-1}}{\gamma(R_M)}$$

II.4 - O Modelo para Horizontes Heterogeneos e Multiperiódicos

Tendo obtido um modelo que apresenta relações ex-post com variáveis que podem ser medidas através das realizações passadas, resta ainda um problema que é relacionado à hipótese de horizontes homogêneos e um único período de tempo, sob a qual se desenvolveu o modelo de formação de preços de ativos e portanto os subsequentes modelos de mercado.

Como esta suposição parece estar muito longe da realidade, vamos agora procurar modificá-la, introduzindo nos modelos as alterações que permitem supor horizontes heterogêneos e multiperiódicos.

O relaxamento dessa hipótese é abordado por Jensen²⁷ que apresenta vários argumentos para supor que o horizonte de mercado é um intervalo instantâneo.

Com essa nova hipótese de horizontes instantâneos, podemos obter os retornos ao título sem risco (R_F), ao portfólio de mercado (R_M) e ao particular ativo ou portfólio (R_j), expressos em termos de taxas nominais de N períodos, compostas instantaneamente, pelas expressões:

$$R_F^* = \log_e (1 + N R_F)$$

$$R_M^* = \log_e (1 + N R_M)$$

$$R_j^* = \log_e (1 + N R_j)$$

²⁷ Michael C. Jensen [35].

Em termos dessas notações, as equações dos modelos anteriores dadas por (2.6), (2.8) e (2.10) resultam, respectivamente:²⁸

$$E(R_j^*) = (1-\beta_j) R_F^* + \beta_j E(R_M^*) \quad (2.6)'$$

$$E(R_j^*) = (1-\beta_{1j}) R_F^* + \beta_{1j} R_M^* \quad (2.8)'$$

$$E(R_j^*) = (1-\beta_{2j}) R_F^* + \beta_{2j} R_M^* \quad (2.10)'$$

A implicação mais importante de todo o desenvolvimento aqui apresentado, é o fato de que a medida de risco sistemático $-\beta_j-$ independe do particular horizonte de tempo que desejamos usar. Assim, podemos calcular a medida de risco sistemático para a melhor amostra disponível, seja ela composta de dados diários, mensais ou anuais, e para todos os investidores, independente do horizonte de tempo que eles usam para avaliar e selecionar portfólios.

Outra constatação importante é que os dois modelos de mercado apresentados resultam em equações semelhantes (2.8) e (2.10) ou (2.8)' e (2.10)' o que, se em termos teóricos elas têm interpretações diferentes, em termos práticos elas podem ser testadas indistintamente através da mesma equação de regressão. A análise dos resultados é que irá levar em consideração as características e as hipóteses de cada modelo.

²⁸ O desenvolvimento matemático para a obtenção dessas expressões pode ser encontrado em Jensen [35]. Não foi aqui apresentado por fugir ao escopo do trabalho.

III - MEDIDAS DE PERFORMANCE

Como vimos na seção anterior, os modelos de mercado podem ser testados empiricamente, através das realizações passadas dos retornos aos ativos ou portfólios, do ativo sem risco²⁹ e do portfólio de mercado.³⁰

Vimos também, que os conceitos de retorno e risco de títulos, ativos ou portfólios, são complementares, no sentido que não podemos comparar dois investimentos, com níveis de risco diferentes, apenas em função de suas rentabilidades, ou duas aplicações, com retornos desiguais, considerando somente os riscos envolvidos.

Para superar essas dificuldades, a literatura apresenta vários índices, fundamentados na teoria do portfólio, que combinam as duas dimensões de performance — risco e retorno — em uma única medida.

Três medidas alternativas para a classificação ex-post de performance de investimento, são encontradas nos estudos de

²⁹ Na prática, costuma-se considerar como ativo sem risco os títulos do governo com determinado prazo de maturação ou os depósitos de poupança.

³⁰ Estimativas dos retornos ao portfólio de mercado podem ser obtidas pelas variações de índices de bolsas de valores (tais como Bovespa, IBV, IPBV, etc.) ou pela média ponderada de todos os retornos obtidos pelas empresas do setor em estudo.

Treynor³¹, Sharpe³² e Jensen³³ e serão mostradas a seguir.

III.1 - Variabilidade de Sharpe - ϕ -

A medida sugerida por Sharpe para avaliação e classificação de performance de portfólios, pode ser interpretada como o excesso de retorno ao portfólio por unidade de risco total ou como a "recompensa pela variabilidade". Matematicamente, a medida de Sharpe é dada pela expressão:

$$\phi_j = \frac{\bar{R}_j - R_F}{S} \quad (3.1)$$

onde: \bar{R}_j = rendimento médio de N períodos passados;

S = desvio padrão dessas N observações.

O risco total do portfólio, aqui medido pelo desvio padrão dos retornos, pode ser decomposto em dois componentes, que são: o risco sistemático e o risco residual. O risco sistemático é inerente ao próprio mercado e reflete, nas variações dos rendimentos da carteira, as flutuações ocorridas na economia. O risco residual, por outro lado, é atribuído exclusivamente ao particular título ou portfólio em consideração e nada tem a ver com os movimentos gerais do mercado.

³¹ Jack L. Treynor [88].

³² William F. Sharpe [77].

³³ Michael C. Jensen [34].

III.2 - Volatibilidade de Treynor - V -

O procedimento utilizado por Treynor para obter uma medida de performance, foi construir o gráfico dos pontos (R_{jt} , R_{Mt}), onde R_{jt} são os valores anuais dos rendimentos ex-post de um dado portfólio j e R_{Mt} os correspondentens rendimentos obtidos pelo mercado como um todo. Utilizando o método dos mínimos quadrados, podemos ajustar uma reta aos pontos do gráfico, obtendo a equação de regressão da forma:

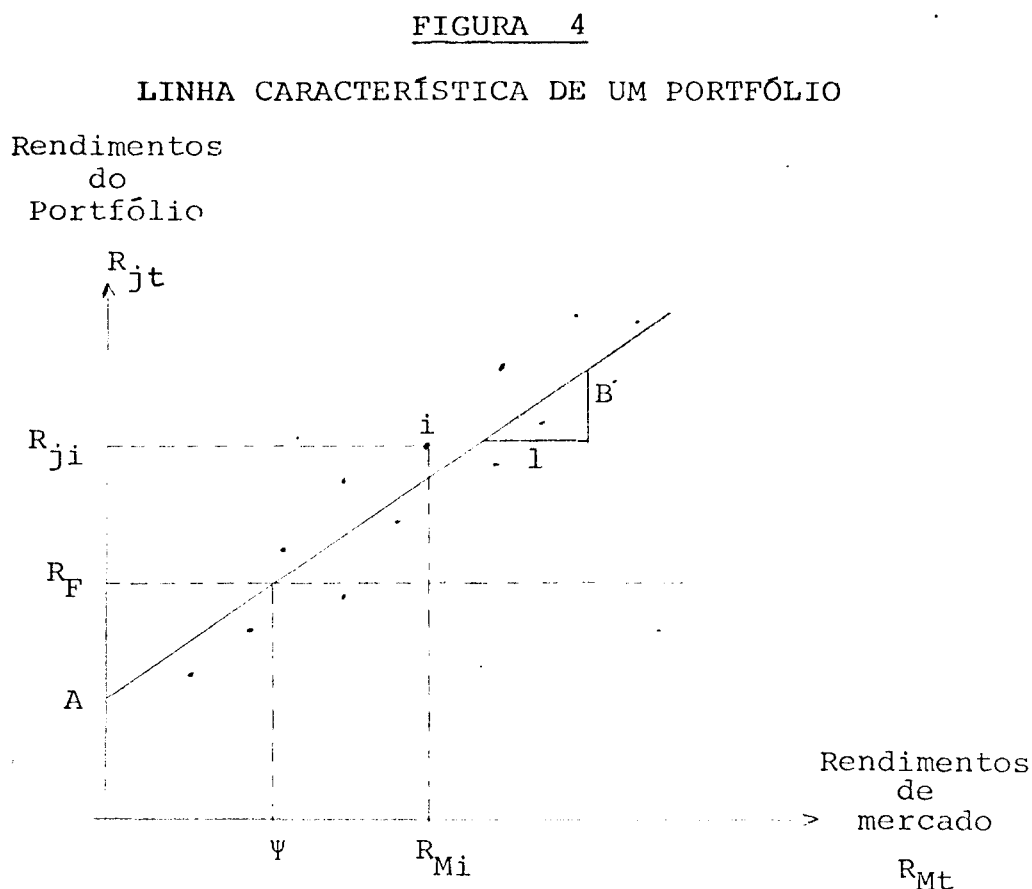
$$R_{jt} = A + B \cdot R_{Mt} + \mu_t \quad (3.2.)$$

$$t = 1, 2, \dots, N$$

onde μ_t é o termo aleatório com média zero e variância finita.

A linha reta expressa pela equação (3.2), foi denominada por Treynor como sendo a Linha Característica do Fundo ou Portfólio.

A Figura 4 apresenta a representação gráfica dos pontos de um portfólio hipotético:



Nesta formulação, podemos distinguir os dois componentes de risco mencionados anteriormente. O risco sistemático é a componente da variação total em R_{jt} , explicada pela linha característica, ou seja, B. O risco residual é a componente não explicada ou erro aleatório, dado por μ_t .

Caso o portfólio fosse eficientemente diversificado, ele teria uma correlação linear perfeita com o portfólio de mercado. Consequentemente, os pontos do gráfico na Figura 4 estariam todos sobre a linha característica e portanto o risco residual não existiria.

A medida de risco ex-post sugerida por Treynor, é a inclinação da linha característica, B , frequentemente mencionada como "volatilidade" do portfólio.

O índice de performance de Treynor, é obtido diretamente dos coeficientes de (3.2) pela equação:

$$\psi_j = \frac{R_F - A}{B} \quad (3.3)$$

que pode ser interpretado como o nível particular de mercado para o qual o retorno do portfólio se iguala ao retorno do ativo sem risco.³⁴ Quanto menor o valor de ψ_j , melhor a performance ex-post do portfólio.

Supondo que o portfólio seja eficientemente diversificado, o risco residual será nulo e podemos provar que a medida apresentada por Treynor — ψ — é equivalente à sugerida por Sharpe — ϕ . Porém, elas mantêm entre si uma relação inversa, ou seja, quanto menor for ψ (melhor performance por Treynor),

³⁴ Treynor define uma outra medida alternativa, substituindo, no índice de Sharpe da equação (3.1), o risco total (variabilidade) S , pelo risco sistemático (volatilidade) B , ou seja:

$$\psi_j' = \frac{\bar{R}_j - R_F}{B}$$

Em seguida ele demonstra que classifica

ções consistentes com esta medida de performance podem ser obtidas diretamente dos coeficientes da equação de regressão (3.2), chegando finalmente à forma da expressão (3.3).

maior será ϕ (melhor performance por Sharpe).³⁵

III.3 - Predição de Jensen

Trabalhando com excessos de rendimento de um particular portfólio e do portfólio de mercado, ambos em relação ao rendimento do ativo sem risco, e baseado nos modelos de mercado apresentados na seção II, Jensen desenvolveu a seguinte equação de regressão:

$$[R_{jt} - R_F] = \alpha + \beta [R_{Mt} - R_F] + e_t \quad (3.4)$$

onde os termos α (intercepto) e β (inclinação) são obtidos pelo método dos mínimos quadrados e e_t é o termo aleatório com média zero.

A lógica do modelo sugere que se o investidor tiver uma capacidade superior de prever convenientemente os preços de títulos de mercado para formar sua carteira, então o intercepto α será positivo. Portanto, se a equação de regressão for baseada em observações passadas, α poderá ser utilizado para comparar e classificar performances ex-post de portfólios. Quanto maior for α , melhor terá sido o desempenho do investimento.

Analisando a medida de Jensen, Treynor ponderou que ela é apropriada apenas para determinar se o portfólio é, por si só, superior ($\alpha > 0$), neutro ($\alpha = 0$) ou inferior ($\alpha < 0$). Po

³⁵ A demonstração dessa equivalência pode ser vista em "Risk-Return Measures of Ex Post Portfolio Performance" [82].

rém, ela é falha para classificar um portfólio em relação a outro. Procurando relacionar a sua medida com a de Jensen, Treynor chegou à seguinte expressão:

$$\psi = R_F - \frac{\alpha}{\beta} \quad (3.5)$$

onde, considerando-se R_F constante, a relação $\frac{\alpha}{\beta}$ resulta em uma outra forma de se obter a medida de performance proposta por Treynor.

A relação $\frac{\alpha}{\beta}$ é conhecida como a medida de Jensen modificada, pois o seu cálculo depende de modelo estatístico por ele proposto.

O retorno ao título sem risco — R_F — tem permanecido constante em todas as medidas até aqui apresentadas. Embora essa hipótese seja razoável para um dado período, ela pode não ser para um horizonte mais longo. Assim convém considerar a taxa R_F como sendo variável no tempo e isso pode ser feito introduzindo-se o índice t (R_{Ft}) nas equações onde ela aparece.

IV - TEORIAS SOBRE CONGLOMERADOS

Muitos autores têm se preocupado em desenvolver teorias que justifiquem ou expliquem as razões que levam as empresas a se organizarem em conglomerados através de fusões, aquisições e expansões. Podemos identificar três grupos distintos de teorias: modelos de maximização de lucros; modelos de maximização de crescimento (ou gerencial); e modelos financeiros.

Nos Estados Unidos, essa área é vista com especial interesse devido principalmente às leis anti-truste que lá existem. No caso brasileiro, porém, pouco tem sido feito nesse sentido. Os estudos, quando muito, limitam-se a analisar a existência de economias de escala em função do tamanho da empresa.

A intenção deste trabalho é sugerir alguns caminhos e apresentar alguns resultados, embora ainda rudimentares, nesse novo campo que se abre para estudos e pesquisas.

IV.1 - Identificação e Seleção de Conglomerados

A pesquisa dos artigos que tratam do assunto, não conseguiu identificar um denominador comum para o significado do termo conglomerado.³⁶ Várias definições têm sido usadas para identificar e selecionar as empresas segundo o seu nível de "conglomerção". A tendência, entretanto, parece indicar a di-

³⁶ J. Fred Weston and Surenda K. Mansinghka [93]; Laurence G. Goldeberg [28]; Ronald W. Melicher and David F. Rush [60] e [61], entre outros.

reção de classificar as empresas com base em dois critérios: o número de indústrias em que a empresa opera (geralmente determinado pela classificação de 2, 3 ou 4 dígitos da SRF-MF) e a importância quantitativa das participações das várias indústrias na empresa.

Uma medida que engloba esses dois critérios e que permite a classificação das empresas pelo nível de conglomeração é sugerida por Berry³⁷ e é derivada do Índice de concentração industrial de Herfindal, aplicado para a distribuição das atividades industriais da empresa ao invés da distribuição das vendas entre firmas de uma mesma indústria. Por definição, o índice de diversificação é dado por:

$$D = 1 - \sum_{i=1}^n P_i^2 \quad (4.1)$$

onde P_i é a razão da produção da firma da i -ésima indústria (ou atividade) pela produção total da empresa nas n indústrias (ou atividades).

O índice assim definido, assume o valor zero quando a empresa atua em um único ramo de atividade, e se aproxima da unidade quando a empresa produz igualmente em um grande número de diferentes atividades. É portanto uma medida que varia diretamente com o grau de diversificação da empresa ou, em outras palavras, com o seu nível de "conglomeração".

³⁷ Charles H. Berry [4]

O Quadro IX abaixo ilustra alguns valores hipotéticos do índice de diversificação proposto.

QUADRO IX

VALORES ILUSTRATIVOS DO ÍNDICE DE DIVERSIFICAÇÃO D

PERCENTAGEM DA PRODUÇÃO DAS INDÚSTRIAS NA PRODUÇÃO TOTAL DA EMPRESA					ÍNDICE DE DIVERSIFICAÇÃO
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	
100	-	-	-	-	0
95	5	-	-	-	.10
90	10	-	-	-	.18
80	10	10	-	-	.34
60	40	-	-	-	.48
60	10	10	10	10	.60
50	20	20	10	-	.66
40	20	20	10	10	.74
30	20	20	20	10	.78
20	20	20	20	20	.80

O fato de um mesmo índice poder ser obtido de várias composições diferentes, não tira a utilidade do mesmo para os objetivos do trabalho e tampouco reduz sua eficiência em medir diversificação.

Como o nosso objetivo é trabalhar com um particular setor da economia — o setor financeiro — convém agora estabelecer as correspondências entre o setor real (produção) e o setor financeiro (intermediação).

Em primeiro lugar, o conceito de conglomerado como sendo uma empresa atuando em várias indústrias, é visto no setor

setor financeiro como sendo um grupo de instituições, sob a mesma administração, que têm diferentes atribuições e que atuam nos diferentes segmentos do mercado. A esse grupo damos o nome de Conglomerado Financeiro.

O índice de diversificação será calculado para os Conglomerados Financeiros pela fórmula da equação (4.1) porém com P_i representando a razão da receita operacional da i -ésima instituição pela receita operacional total do Conglomerado Financeiro.

Receita operacional, neste contexto, substitui produção ou vendas, que não fazem muito sentido para as empresas financeiras. Idealmente, deveríamos utilizar as receitas para cada tipo de aplicação e dessa forma calcular um índice de diversificação mais refinado. Um banco comercial, por exemplo, pode diversificar suas atividades modificando a composição de seus investimentos ou aplicando em ativos que, embora fossem de sua competência, não eram anteriormente considerados. Porém, a dificuldade de se obter dados a esse nível de desagregação afasta a hipótese desse refinamento.

IV.2 - Modelos de Maximização de Lucros

As teorias que consideram a hipótese de maximização de lucro como sendo a razão principal para a formação de conglomerados, geralmente adotam um ou mais dos seguintes argumentos:³⁸

³⁸ Numerosos artigos fazem parte deste grupo. Entre eles estão: Keith V. Smith and John C. Schreiner [81]; Randolph Westerfield [90]; Haim Levy and Marshall Sarnat [43]; James H. Lorie and Paul Halpern [51]; John R. Carter [12]; Lawrence G. Goldberg [29]; J. Fred Weston and Surendra K. Mansinghka [95].

(a) Tentativa de obter poder de monopólio e lucros:

A estrutura do conglomerado permite à empresa a adoção de procedimentos tais como: transações recíprocas, transações exclusivas, vendas vinculadas ou preços predatórios, que prejudicam a competição e conferem ao conglomerado um maior poder oligopolístico ou monopolístico que, em última análise, irá aumentar seus lucros.

(b) Possibilidade de realizar economias de escala:

Do ponto de vista tecnológico, supõe-se que o conglomerado permite uma redução dos custos de: produção, distribuição, financiamentos, compras, gerenciamento, pesquisas e desenvolvimento, que irá resultar em um aumento dos lucros.

O papel do gerenciamento também é mencionado e acredita-se que a qualidade e a informação dos administradores dos conglomerados são superiores às das outras firmas, possibilitando uma alocação de recursos em áreas que apresentem melhores oportunidades de mercado para a empresa.

(c) Redução do risco através da diversificação:

O conglomerado atuando em várias facções de mercado, está menos sujeito às variações de demanda de um particular produto e reduz assim a sua exposição global ao risco comercial.

Para testar a validade desses argumentos, podemos utilizar os conceitos anteriormente desenvolvidos nas seções II e

III. Se as hipóteses do CAPM valem, e se o mercado de capitais está em equilíbrio, o modelo resulta na seguinte expressão para o retorno esperado de um período em qualquer portfólio i :

$$E(R_i) - R_F = \beta_i [E(R_M) - R_F] \quad (4.2)$$

Se o administrador do portfólio for um superior previsor de preços e puder escolher ativos sub-valorizados para compor sua carteira, ela poderá realizar retornos acima daquele correspondente ao nível de risco sistemático implicado pela equação (4.2).

Para reconhecer essa possibilidade, que implica na existência de algum ativo fora do equilíbrio, reescrevemos a equação (4.2) como:

$$E(R_i) - R_F = \alpha_i + \beta_i [E(R_M) - R_F] \quad (4.3)$$

onde α_i é a medida do gerenciamento e, segundo Jensen, no caso de conglomerados o α_i pode ser interpretado como o excesso de retorno devido ao efeito do sinergismo.³⁹ Em termos gerais, existem duas fontes possíveis de sinergia como resultado de fusões, incorporações ou aquisições de firmas pelos conglomerados: aumento do poder de mercado (argumento a) ou aumento da eficiência operacional e gerencial (argumento b).

Nesse sentido, a medida de performance sugerida por

³⁹ Diz-se que sinergismo existe se a renda de duas firmas combinadas é maior do que as rendas combinadas das duas firmas individuais.

Jensen (α_i) pode ser utilizada também para testar os argumentos (a) e (b) e podemos fazê-lo, ainda, de duas maneiras diferentes: em uma análise cros-section, pela comparação dos valores de α_i entre empresas com diferentes graus de conglomeração; ou em uma análise intertemporal pela comparação dos valores de α_i para uma mesma empresa que tenha apresentado uma evolução no índice de diversificação de atividades ao longo do tempo.

A medida de risco sistemático pode ser expressa por:

$$\beta_i = \frac{r(R_i, R_M) \cdot \sigma(R_i)}{\sigma(R_M)} \quad (4.4)$$

onde $r(R_i, R_M)$ é o coeficiente de correlação entre os retornos ao portfólio i e ao portfólio de mercado.

Substituindo (4.4) em (4.3) e dividindo ambos os lados por $\sigma(R_i)$, chegamos à expressão:

$$\frac{E(R_i) - R_F}{\sigma(R_i)} = \frac{\alpha_i}{\sigma(R_i)} + \frac{r(R_i, R_M) [E(R_M) - R_F]}{\sigma(R_M)} \quad (4.5)$$

O termo do lado esquerdo da equação (4.5) é a medida de performance de portfólio de Sharpe (ϕ), conforme já visto na seção III, e pode ser utilizada para medir a eficiência da diversificação. Uma vez que é definida como o excesso de retorno por unidade de risco total, valores maiores de ϕ para empresas mais diversificadas, significam que a diversificação tem sido eficiente no sentido de proporcionar maiores retornos para o dado nível de risco total envolvido.

Como o risco total envolve seus dois componentes — o sistemático e o residual⁴⁰ — a medida de Sharpe torna-se indicada para um teste conjunto dos argumentos (a), (b) e (c) da hipótese de maximização de lucros dos conglomerados, podendo a análise ser feita também com dados cros-section e intertemporais.

Um teste para o argumento (c) poderá ser efetuado através da utilização do índice de Treynor. Conforme vimos, o índice de Treynor é dado pela equação:

$$\psi_j = \frac{R_F - A}{B} \quad (4.6)$$

onde A e B são os coeficientes da equação da linha característica do portfólio (equação 3.2). Essa medida considera apenas o risco sistemático e é inversamente relacionada com as outras medidas anteriores, ou seja, menores valores de ψ representam melhores performances do portfólio em função do seu risco sistemático apenas. Assim, a redução do risco através da diversificação deverá ocorrer quando os valores de ψ decrescerem com o aumento de D (Diversificação). Novamente, a análise cros-section e temporal é sugerida.

Uma sugestão alternativa é dada por Westerfield⁴¹ que

⁴⁰ Note que os termos da direita da equação (4.5) representam os dois componentes do risco total: o residual e o sistemático, respectivamente.

⁴¹ Randolph Westerfield [90].

apresenta a expressão:

$$\frac{r(R_i, R_M)}{\beta_i} = \frac{\sigma(R_M)}{\sigma(R_i)} \quad (4.7)$$

que pode ser interpretada como sendo uma medida de risco total relativo do portfólio. Para um particular portfólio, a diversificação deve reduzir o risco não sistemático e resultar em um aumento da correlação entre os retornos do portfólio i e do portfólio de mercado. O ajustamento pelo risco sistemático β_i , resulta na forma da expressão (4.7). Quanto mais eficiente for o conglomerado em reduzir o risco relativo total, maior será a taxa $r(R_i, R_M)/\beta_i$.

Finalmente, um teste adicional é proposto para o argumento (a). O poder de mercado de uma firma é dado pelo coeficiente de "mark-up" que mede quanto o preço de mercado do seu produto excede o seu correspondente custo marginal. Um raciocínio análogo ao setor financeiro, seria determinar quanto a taxa de aplicação (preço dos serviços) excede a taxa de captação (custo dos serviços) de recursos para um determinado tipo de investimento. Na literatura essa diferença é comumente chamada de "spread" e idealmente, para uma empresa financeira, deveria ser calculada através de uma média ponderada dos "spreads" correspondentes aos diversos tipos de aplicações da empresa. Dessa forma, "spreads" maiores para empresas com maior grau de diversificação estariam confirmando empiricamente o argumento (a) de obtenção de poder de monopólio pelos conglomerados.

A falta de dados, mais uma vez, impede a obtenção dos

"spreads" corretamente. Porém, uma indicação grosseira do seu valor poderá ser dada pela diferença das taxas de receitas operacionais/[ativo circulante + realizável a LP] (aplicação) e despesas operacionais/[passivo circulante + exigível a LP] (captação).

IV.3 - Modelos de maximização de crescimento

O segundo grupo de teorias de conglomerados concentra-se no debate acerca do controle das empresas pelos seus proprietários ou por administradores. Supõe-se que as empresas adotam procedimentos diferentes daqueles que buscam a maximização da utilidade dos acionistas. Nesse grupo destacam-se os modelos de crescimento onde as aquisições dos conglomerados são vistos como um mecanismo que permite manter as taxas de crescimento da empresa (normalmente vendas ou ativos).⁴²

Em geral, a expansão das formas e do número de conglomerados é vista como uma reação das firmas contra o aumento das limitações impostas por políticas econômicas.⁴³ Outra justificativa é que os salários dos administradores, as suas gratifi-

⁴² Comentários e evidências dessa hipótese podem ser encontrados em: Dennis C. Mueller [64]; Dennis E. Logue [50]; David R. Kamerschen [37]; J. Fred Weston and Surenda K. Mansinghka [93]; Ronald W. Melicher and David F. Rush [61]; entre outros

⁴³ Essa é apenas uma explicação parcial e se refere à existência de leis anti-truste nos Estados Unidos. Porém, no nosso caso, podemos entender como sendo o controle e as limitações impostas pelas autoridades monetárias ao setor financeiro.

cações e promoções tendem a ser mais relacionados com o tamanho da empresa do que com os seus lucros. Além disso, o prestígio e o poder derivados de suas ocupações são diretamente relacionados com o tamanho e o crescimento da empresa e não com sua lucratividade.

O teste dessa hipótese de crescimento será feito analisando o crescimento dos ativos totais e das receitas operacionais em função do nível de conglomeração. Na amostra cross-section a análise é feita entre as empresas do setor e na amostra temporal a análise é dirigida para cada empresa individualmente.

IV.4 - Modelos financeiros

O último grupo de teorias não se adapta claramente a nenhum dos dois grupos anteriores. Essas teorias concentram-se em efeitos puramente nominais ou contábeis da conglomeração per se.⁴⁴ Mais especificamente, os conglomerados surgem de várias formas de "jogos financeiros" por parte de seus administradores ou como resultado das imperfeições do mercado de capitais.

Algumas possibilidades financeiras das aquisições dos conglomerados são: obtenção de vantagens devido a erros transitórios da avaliação de mercado da firma adquirida; utilização da capacidade de débito ociosa que porventura existisse nessa firma; ou simplesmente a diminuição da variabilidade das recei

⁴⁴ Veja James H. Lorie and Paul Halpern [51]; John Lintner [49]; Wilbur G. Lewellen [44]; entre outros.

tas totais da empresa através da diversificação.

As variáveis sugeridas pelos trabalhos anteriores para o teste desta hipótese, são: endividamento total (exigível de longo prazo + passivo circulante) dividido por ativos totais; e leverage total (ativos totais - capital social) dividido por ativos totais.

Embora essas variáveis permitam apenas um teste parcial para a hipótese, acreditamos que ao menos uma pequena evidência poderá ser extraída desse procedimento.

V - COMENTÁRIOS FINAIS

Críticas existem, sobre a utilização de dados contábeis para o tipo de análise aqui proposto. Talvez a mais importante seja aquela que argumenta que dados contábeis têm características de curto prazo. Estando, portanto, sujeitos a variações conjunturais que nada têm a ver com os movimentos de longo prazo das empresas envolvidas. Ao contrário, os dados de mercado refletem as expectativas de variações de longo prazo, sendo por isso mais estáveis e preferíveis às primeiras.

Reconhecemos que essa argumentação tem respaldo econômico e procuraremos, na medida do possível, evitar que esse tipo de distorção comprometa os resultados. Em primeiro lugar, sabemos que nem todas as variáveis aqui mencionadas possuem cotações de mercado e portanto a única fonte disponível para alguns dados será o registro contábil dessas informações. Em segundo lugar, é intenção do trabalho utilizar, para as outras variáveis, tanto os dados contábeis, quanto os dados de mercado para as análises. Em terceiro e último lugar, pretende-se utilizar médias tri-anuais (ou outro tipo mais conveniente) ao invés de um único valor contabilizado, diluindo-se assim o efeito de alguma causa passageira porventura existente.

Outra crítica que antevemos, diz respeito à utilização conjunta de dados de balanços que têm características de estoque (saldos em final de período) com dados de demonstrativos de resultados que têm características de fluxos (débitos e créditos no período). A prática comumente usada para superar essa dificuldade, é calcular estoques médios para o período con

siderado. Embora não resolva totalmente o problema, é uma maneira simples de minimizá-lo.

A nossa hipótese adicional é que um conglomerado financeiro investe em um número de atividades distintas como se fosse um investidor aplicando em diversos títulos.⁴⁵ As atividades distintas são as diversas instituições financeiras que compõem o conglomerado. Portanto, o ativo total de uma instituição é visto como um particular portfólio composto de diversos tipos de aplicações. O retorno a esse portfólio pode ser medido pelo Lucro Líquido Após IR/Ativo Total.

Essa hipótese é reconhecidamente forte e limita a capacidade de análise dos modelos. Porém, ela é necessária para se obter a homogeneidade e prover um denominador comum para comparações entre vários conglomerados.

Uma dúvida pode ainda permanecer devido ao fato de ter se tratado com termos como portfólios, ativos, aplicações e carteiras de uma forma indiscriminada. Porém essa prática é comum na literatura e significa que os modelos podem ser utilizados da mesma forma para os vários tipos de investimentos que envolvam retorno e risco em condições de incerteza.

⁴⁵ É frequente a utilização dessa hipótese nos estudos de conglomerados pesquisados.

VI - FONTES DE DADOS

Os dados contábeis terão como fontes o Banco Central do Brasil e a Revista Bancária Brasileira. Os dados de mercado tais como preços de ações, dividendos, bonificações, etc., serão obtidos na Bolsa de Valores do Rio de Janeiro. Outras informações relevantes serão procuradas na Federação Nacional dos Bancos (FENABAN), Instituto de Resseguros do Brasil (IRB), Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) e no Sindicicato dos Bancos.

VII - BIBLIOGRAFIA

- 1 - ALCÂNTARA, José C. G. *O Modelo de Avaliação de Ativos (Capital Asset Pricing Model) - Aplicações*. Revista de Administração de Empresas. Janeiro-março, 1981. Vol. 21(1). p.55/65.
- 2 - ALVES, J. Brito. *Fatores Determinantes da Eficiência dos Bancos Comerciais*. Rio de Janeiro, 1974. Sindicato dos Bancos.
- 3 - BEATTIE, D. L. *Conglomerate Diversification and Performance: A Survey and Time Series Analysis*. Applied Economics. September 1980. Vol. 12 Nº 3. p. 251/73.
- 4 - BERRY, Charles H. *Corporate Growth and Diversification*. The Journal of Law and Economics. October, 1971. Vol. XIV (2). p. 371/83.
- 5 - BHATT, V. V. *On a Development Bank's Selection Criteria for Industrial Projects*. Economic Development and cultural change. July, 1977. Vol. 25, Nº 4. p. 639/55.
- 6 - BLACK, Fisher; MILLER, Merton H. and POSNER, Richard A. *An Approach to the regulation of Bank Holding Companies*. The Journal of Business. July, 1978. Vol. 51. Nº 3. p. 379/412.
- 7 - BLUME, Marshall. *The Assessment of Portfolio Performance*. PhD. Dissertation, University of Chicago, 1968.
- 8 - BRANDÃO, Carlos. *Estrutura Funcional do Sistema Financeiro Nacional*. jun/79. Palestra realizada na Escola Superior de Guerra em junho/1979.
- 9 - BRITO, Ney O. *The efficiency or inflation expectations in Treasury bill markets: The brazilian evidence*. Journal of banking and finance. September 1979. Vol. 3, Nº 3. p. 235/52.

- 10 - CAMERON, Rondo. *Banking and Economic Development. Some lessons of history.* 1972.
- 11 - CARLETON, Willard T. and SILBERMAN, Irwin H. *Joint determination of rate of return and capital structure: An Econometric analysis.* The Journal of Finance. June, 1977, vol. XXXII, nº 3. p. 811/821.
- 12 - CARTER, J. R. *In Search of Synergy: A Structure-Performance test.* The Review of Economics and Statistics. August, 1977. Vol. LIX. Nº 3. p. 279/89.
- 13 - CARVALHO, José Luis. *O Estado na Economia: Estudo de dois casos brasileiros.* 1979.
- 14 - CARVALHO, José L.; HADDAD, Cláudio; LENGGRUBER, A. C.; NEUHAUS, Paulo; GONÇALVES, A. C. P.; STUKART, G. *Commercial Bank Behavior and Selective Credit Policies in Brasil.* Vol. I/II. 1976.
- 15 - CONN, R. L. *Performance of Conglomerate Firms: Comment.* The Journal of Finance. June, 1973. Vol. XXVIII, nº 3. p. 754/58. Repley: p. 759.
- 16 - CONTADOR, Cláudio R. *Custo de Oportunidade do Capital em Condições de Risco.* Pesquisa e Planejamento Econômico. Junho 1975. Vol. 5 (1). p. 163/218.
- 17 - CORRÊA, J. A. Vaz. *Custos Operacionais e Infra-estruturas.* Tese apresentada no VI Congresso Nacional de Bancos. Recife-PE, 1967.
- 18 - FAMA, Eugene F. and SCHWERT, G. William. *Asset Returns an Inflation.* Journal of Financial Economics. November, 1977. Vol. 5. Nº 2. p. 115/46.
- 19 - FAMA, Eugene F. *Risk, Return and Equilibrium: Some Clarifying Comments.* The Journal of Finance. March, 1968. p. 29/40.

- 20 - FAMA, Eugene F. *The Behavior of Stock-Market Prices*. Jour
nal of Business. January, 1965. p. 34/105.
- 21 - _____. *Risk, Return and Equilibrium*. Report nº 6831 Uni-
versity of Chicago. Center for Mathematical Studies
in Business and Economics. June, 1968.
- 22 - FONTENLA, Vicente Paz. *História dos bancos no Brasil*.
1975. 2^a. ed.
- 23 - FRANCO, Ricardo Fernandes. *Retornos de escala e adminis-*
tração de passivos em Bancos Comerciais brasileiros.
Tese de mestrado da Universidade Federal do Rio de Ja
neiro.
- 24 - FRASER, Donald R. and ROSE, Peter S. *Short-run Bank Port*
folio Behavior: An Examination of Selected Liquid As-
set. The Journal of Finance. May, 1973. Vol. XXVIII,
nº 2. p. 531/37.
- 25 - FRIEND, Irwin and BLUME, MARSHALL. *Measurement of Port-*
folio Performance Under Uncertainty. The American Eco
nomic Review. September, 1970. Vol. LX. Nº 4. p.
561/75.
- 26 - FRIEND, Irwin and VICKERS, Douglas. *Portfolio Selection*
and Investment Performance. The Journal of Finance.
September, 1965. Vol. XX. Nº 3. p. 391/415.
- 27 - GENTRY, James A. *Capital Market Line Theory, Insurance*
Company Portfolio Performance, and Empirical Anomalies.
The Quartely Review of Economics & Business. Spring,
1975. Vol. 15. Nº 1. p. 7/16.
- 28 - GOLBERG, L. G. *The Effect of Conglomerate Mergers on*
Competition. The Journal of Law and Economics. April,
1973. Vol. XVI (2). p. 137/58.

- 29 - GOLBERG, L. G. *Conglomerate Mergers and Concentration Ratios*. The Review of Economics and Statics. August, 1974. Vol. LVI. Nº 3. p. 303/309.
- 30 - GOREKI, P. K. *The Measurement of Enterprise Diversification*. The Review of Economics and Statistics. August, 1974. Vol. LVI. Nº 3. p. 399/401
- 31 - GURLEY, John G. and SHAW, E. S. *Financial Structure and Economic Development*. Economic Development and Cultural Change. April, 1967. Vol. 15. Nº 3. p.257/68.
- 32 - HOLZMANN, O.; COPELAND, R. and HAYYA, J. *Income Measures of Conglomerate Performance*. The Quarterly Review of Economic and Business. Autumn, 1975. Vol. 15. Nº 3. p. 67/78.
- 33 - IBMEC. *Banco Comercial*. 1972
- 34 - JENSEN, Michael C. *The Performance of Mutual Funds in the Period 1945-1964*. The Journal of Finance. May, 1968. Vol. XXIII. Nº 2. p. 389/416. Discussion, p. 417/19.
- 35 - _____. *Risk, the Pricing of Capital Assets, and the Evaluation of Investment Portfolios*. The Journal of Business. April, 1969. Vol. 42. Nº 2. p. 167/247.
- 36 - _____. *Capital Markets: Theory and Evidence*. Bell Journal of Economics and Management Science. 1972. Vol.3. p. 357/98.
- 37 - KAMERSCHEN, David R. *A Theory of Conglomerate Mergers: Comment*. The Quartely Journal of Economics. November, 1970. Vol. LXXXIV, nº 4. p. 668/73. A Reply: p. 674/79.

- 38 - LANGETIEG, Terence C. *And Application of a Three-Factor Performance Index to Measure Stockholder Gains From Merger.* Journal of Financial Economics. December, 1978. Vol. 6. Nº 4. p. 365/84.
- 39 - LANGONI, Carlos Geraldo. *Desenvolvimento do Sistema Financeiro Nacional.* Exposição à Comissão Parlamentar de Inquérito. 12.05.81
- 40 - LEME, Ruy Aguiar da Silva. *Análise Funcional de Custos.* Trabalho apresentado no VI Congresso Nacional de Bancos. Recife-PE, 1967.
- 41 - LEMGRUBER, Antonio Carlos. *As Flutuações nas taxas de juros no Brasil: Principais causas e efeitos.* FGV/IBRE. 1981.
- 42 - LERMER, George. *The Performance of Canadian banking.* Canadian Journal of Economics. November, 1980. Vol.XIII, Nº 4. p. 578/93.
- 43 - LEVY, Haim and SARNAT, Marshall. *Diversification, Portfolio Analysis and the Uneasy Case for Conglomerate Mergers.* The Journal of Finance. September, 1970. Vol. XXV. Nº 4. p. 795/802.
- 44 - LEWELLEN, Wilbur G. *A Pure Financial Rationale for the Conglomerate Merger.* The Journal of Finance. May, 1971. Vol. XXVI. Nº 2. p. 521/37. Discussion, p. 538/45.
- 45 - LIMA, José. *Custos das Operações Bancárias.* Trabalho apresentado no VI Congresso Nacional de Bancos. Recife-PE, 1967.

- 46 - LINTNER, John. *The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risk Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets*. The review of economics and statistics. February, 1965. Vol. XLVII. Nº 1. p. 13/37.
- 47 - _____. *Security Prices, Risk, and Maximal Gains from Diversification*. The Journal of Finance. December, 1965. Vol. XX. Nº 4. p. 587/615.
- 48 - _____. *The Agregation of Investor's Diverse Judgements and Preferences in Purely Competitive Security Markets*. Journal of Financial and Quantitative Analysis. December, 1969. Vol. IV. Nº 4. p. 347/400.
- 49 - _____. *Expectations, Mergers and Equilibrium in Purely Competitive Securities Markets*. The American Economic Review. May, 1971. Vol. LXI. Nº 2. p. 101/11.
- 50 - LOGUE, Dennis E. and NAERT, Philippe A. *A Theory of Conglomerate Mergers: Comment and Extension*. The Quarterly Journal of Economics. November, 1970. Vol. LXXXIV, Nº 4. p. 663/67.
- 51 - LORIE, James H. and HALPERN, Paul. *Conglomerates: The Rhetoric and the Evidence*. The Journal of Law and Economics. April, 1970. Vol. XIII (2). p. 149/66.
- 52 - LUCE, Fernando B. e MORAES Jr., Jorge Q. *O Modelo de Formação de Preços de Ativos. (Capital Asset Pricing Model) Teoria e Evidência*. Revista de Administração de Empresas. Outubro/dezembro, 1979. Vol. 19(4). p. 31/38.
- 53 - MACHADO SOBRINHO, João. *Fusão de Bancos - Vantagens e Inconvenientes*. Trabalho apresentado no V Congresso Nacional de Bancos. Porto Alegre-RS. 1965.

- 54 - MANDELBROT, Benoit. *The Variation of Certain Spectulative Prices*. Journal of Business. October, 1963. Vol. XXXVI. p. 394/419.
- 55 - MARKOWITT, Harry M. *Portfolio Selection*. The Journal of Finance. March, 1952. Vol. VII. p. 77/91.
- 56 - _____. *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. Cowles Foundation. Monograph nº 16. New York, 1959.
- 57 - MAURER, Oseas. *Eficiência e Economias de Escala no Banco do Brasil*. 1980. Dissertação de mestrado.
- 58 - McVEY, J. S. *The Industrial Diversification of Multi-Establishment manufacturing Firms: A Developmental Study*. Canadian Statistical Review. July, 1972. Vol. 47. Nº 7. p. 4, 6 e 112/13.
- 59 - MEIRELLES, A. C. *Economias de Escala e a Estrutura do sistema Financeiro: O Caso Brasileiro*. Rio de Janeiro, 1974. Sindicato dos Bancos.
- 60 - MELICHER, R. W. and RUSH, D. F. *The Performance of Conglomerate Firms: Recent Risk and Return Experience*. The Journal of Finance. May, 1973. Vol. XXVIII. Nº 2. p. 381/88.
- 61 - _____. *Evidence on the Acquisition-Related Performance of Conglomerate Firms*. The Journal of Finance. March, 1974. Vol. XXIX. Nº 1. p. 141/49.
- 62 - MINGO, John J. *Regulatory Influence on Bank Capital Investment*. The Journal of Finance. September, 1975. Vol. XXX. Nº 4. p. 1111/21.
- 63 - MOSSIN, Jan. *Equilibrium in a Capital Asset Market*. *Econometrica*. October, 1966. Vol. XXXIV. p. 768/83.

- 64 - MUELLER, Dennis C. *A Theory of Conglomerate Mergers*. The Quartely Journal of Economics. November, 1969. Vol. LXXXIII. Nº 4. p. 643/59.
- 65 - _____. *A Theory of Conglomerate Mergers: A reply*. The Quartely Journal of Economics. November, 1970. Vol. LXXXIV. Nº4. p. 674/79.
- 66 - PENROSE, Edith. *A Economia da Diversificação*. Revista de Administração de Empresas. Outubro/dezembro, 1979. Vol. 19. Nº 4. p. 7/30.
- 67 - PESEK, Boris P. *Bank's Supply Function and the Equilibrium Quantity of Money*. Canadian Journal of Economics. August, 1970. Vol. III. Nº 3. p. 357/85.
- 68 - PRINGLE, John J. *The Capital Decision in Commercial Banks*. The Journal of Finance. June, 1974. Vol. XXIX, Nº 3. p. 779/95.
- 69 - REID, S. *A Reply to the Weston/Mansinghka. Criticisms Dealing With Conglomerate Mergers*. The Journal of Finance. September, 1971. Vol. XXVI. Nº 4. p. 937/46.
- 70 - _____. *Conglomerate Performance Measurement - Reply*. The Journal of Finance. June, 1974. Vol. XXIX, Nº 3. p. 1013/15.
- 71 - RIBEIRO, Benedito e MAZZEI, Mário. *História dos Bancos e do Desenvolvimento do Brasil*. Editora Prô-Service Ltda. 1967.
- 72 - ROBINSON, Roland I.; BOEHLER, Erwin W.; GANE, FRANK H. and FARWELL, Loring C. *Financial Institutions*. 1960.
- 73 - ROLL, Richard. *Bias in Fitting the Sharpe Model to Time Series Data*. September, 1969. Vol. IV. Nº 3. p.271/289.

- 74 - ROLL, Richard. *The Efficient Market Model Applied to U.S. Treasury Bill Rates*. PhD. Dissertation. University of Chicago, 1968.
- 75 - SEFTON, Fernando Wilson. *Custos Operacionais no Sistema Bancário Privado e no Banco do Brasil*. Trabalho apresentado no VI Congresso Nacional de Bancos. Recife-PE, 1967.
- 76 - SHALIT, S. S. and SANKAR, U. *The Measurement of Firm Size*. The Review of Economics and Statistics. August, 1977. Vol. LIX. Nº 3. p. 290/298.
- 77 - SHARP, William F. *Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk*. The Journal of Finance. September, 1964. Vol. XIX. Nº 3. p. 425/44.
- 78 - _____. *Mutual Fund Performance*. The Journal of Business. January, 1966. Vol. XXXIX. Nº 1. part II. p. 119/38.
- 79 - SILBER, William L. *Portfolio Behavior of Financial Institutions*. An empirical study with implications for monetary policy, interest rate determination, and financial model-building.
- 80 - SILVERBERG, Stanley C. *Deposits Costs and Bank Portfolio Policy*. The Journal of Finance. September, 1973. Vol. XXVIII. p. 881/95.
- 81 - SMITH, Keith V. and SCHREINER, John C. *Portfolio Analysis of Conglomerate Diversification*. The Journal of Finance. June, 1969. Vol. XXIV. Nº 3. p. 413/27.
- 82 - SMITH, Keith V. and TITO, Dennis A. *Risk Return Measures of Ex-Post Portfolio Performance*. The Journal of Financial and Quantitative Analysis. December, 1969. Vol. IV. Nº 4. p. 449/72.

- 83 - TERANISHI, Juro. *Availability of Safe Assets and the Process of Bank Concentration in Japan*. *Economic development and cultural change*. April, 1977. Vol. 25. Nº 3. p. 447/70.
- 84 - THROOP, Adrian W. *Capital Investment and Entry in Commercial Banking*. *The journal of money, credit, and banking*. May, 1975. p. 193/214.
- 85 - TOBIN, James. *Financial Markets and Economic Activity*.
- 86 - _____. *Liquidity Preferences as Behavior Towards Risk*. *Review of Economic Studies*. February, 1958. Vol. XXV. p. 65/85.
- 87 - _____. *The Theory of Portfolio Selection*. in F. H. Hahn and F. P. Brechling. *The Theory of Interest Rates*. New York.
- 88 - TREYNOR, Jack. L. *How to Rate Management of Investment Funds*. *Harvard Business Review*. January/February, 1965. Vol. 43. Nº 1. p. 63/75.
- 89 - VITAL, Sebastião Marcos. *Economias de Escala em Bancos Comerciais Brasileiros*. *Revista Brasileira de Economia*. Janeiro/março, 1973. Vol. 27. Nº 1. p. 5/42.
- 90 - WESTERFIELD, Randolph. *A Note on the Measurement of Conglomerate Diversification*. *The Journal of Finance*. September, 1970. Vol. XXV. Nº 4. p. 909/16.
- 91 - WESTON, J. *Conglomerate and Vertical Responses to market imperfection: Discussion*. *The American Economic Review*. May, 1971. Vol. LXI. Nº 2. p. 125/27.
- 92 - _____. *Development in Finance Theory*. *Financial Management-tenth Anniversary Issue*, 1981. p. 5/22.

- 93 - WESTON, J. and MANSINGHKA, S. K. *Tests of the Efficiency Performance of Conglomerate Firms.* The Journal of Finance. September, 1971. Vol. XXXVI. Nº 4. p. 919/36. Reply: p. 937/46.
- 94 - _____. *Performance of Conglomerate Firms: Reply.* The Journal of Finance. June, 1973. Vol. XXVIII. Nº 3. p. 759.
- 95 - _____. *Conglomerate Performance Measurement: Comment.* The Journal of Finance. June, 1974. Vol. XXIX. Nº 3. p. 1011/12.
- 96 - WESTON, J. F.; SMITH, K. V. and SHRIEVES, R. E. *Conglomerate Performance Using the Capital Asset Pricing Model.* The Review of Economic and Statistics, 1972. Vol. 54. p. 357/63.
- 97 - *Custos Operacionais do Sistema Bancário.* Tese apresentada no VIII Congresso Nacional de Bancos. Brasília-DF, 1971.
- 98 - *Custos Bancários.* Trabalho apresentado no IX Congresso Nacional de Bancos. São Paulo-SP, 1972.
- 99 - *Os Bancos e o Surgimento da Sociedade de Serviços.* Trabalho apresentado no IX Congresso Nacional de Bancos. São Paulo-SP, 1972.
- 100- *Conglomerados. Padronização de Contas e Consolidação de Balancetes.* Trabalho apresentado no IX Congresso Nacional de Bancos. São Paulo-SP, 1972.
- 101- *Conglomerados Financeiros.* Tese apresentada no XI Congresso Nacional de Bancos. Rio de Janeiro-RJ, 1975.

ESCOLA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA
DO INSTITUTO BRASILEIRO DE ECONOMIA
DA FUNDAÇÃO GETÚLIO VARGAS

SEMINÁRIOS DE PESQUISA ECONÔMICA - II

(2ª parte)

Coordenadores: Prof. Roberto Castello Branco e
Prof. Antonio C. Porto Gonçalves

THE ECONOMICS OF SERVICE CONTRACTS

Dr. José P. Telxela
(IBMEC)

Data: 05/11/81
Horário: 13:30h
Local: Auditório Eugenio Gudin

.....

THE ECONOMICS OF SERVICE CONTRACTS*

by

Leon Courville**

Warren E. Hausman***

José P. Teixeira****

August, 1981

**Ecole des Hautes Etudes Commerciales, Montreal, Quebec, Canada

***Department of Industrial Engineering and Engineering Management,
Stanford University

****IBMEC, Rio de Janeiro, Brazil

*This paper is partially based on research conducted in association with the Center for Policy Alternatives, Massachusetts Institute of Technology under a grant from the National Science Foundation's Research Applied to National Needs (RANN) program. Additional support was provided by the Consumers and Corporate Affairs Department of the government of Canada. The opinions, findings, conclusions, or recommendations expressed herein are those of the authors and do not necessarily reflect the views of the Center for Policy Alternatives, the National Science Foundation, or the Canadian government.

ABSTRACT

A comprehensive economic model is proposed for the supply of, and demand for, service contracts for consumer durable appliances. The model structure contains the following elements: varying amounts of risk-aversion on the part of consumers; varying rates of usage of appliances across consumers, with mean failure rates assumed proportional to usage; stochastic appliance failures; consumers behaving so as to maximize their expected utility; and, alternative market structures (perfect competition versus monopoly). The phenomenon of adverse selection is explicitly taken into account by presuming that individual usage rates are known by potential buyers but are unknown to sellers.

To test the model, the market for color television sets was selected. Using empirical data on T.V. usage in Syracuse, N.Y. in 1976 (486 respondents), the distribution of reported T.V. usage across this sample was determined and approximated by a two-parameter Weibull distribution. Data on service contract prices and market shares in Syracuse were also obtained and analyzed. Also, three different alternatives (exponential, uniform, and spike) were examined for the distribution of the risk-aversion characteristic across the population.

Mathematical relations were derived under each market structure (competition and monopoly) for the equilibrium price and market share under each of the three possibilities for the distribution of risk-aversion. Since the mathematical relations derived could not be evaluated in analytical closed form, the solutions were estimated by numerical methods. A striking qualitative similarity was shown to exist among the results for the three alternative distributions of risk-aversion, implying that the shape of the distribution of this variable did not have a major influence.

The observed price and market share data were compared with the ones predicted by the model. This comparison supports the conclusion that a monopoly situation prevails in the market for service contracts on color television sets.

1. INTRODUCTION

Service contracts for home appliances¹ are a type of insurance. Such contracts are usually sold immediately after a consumer has agreed to purchase a particular appliance; the service contract takes over whenever the warranty period expires. The seller of a service contract provides the purchaser, for a limited period such as a year, with all repairs needed to maintain his appliance running in good order, without any charges other than the cost of the service contract itself. Therefore, paying a premium p , the consumer avoids any other monetary charges due to repairs on his appliance during the stated time period. Service contracts do not appear to be subject to moral hazard, because in this situation even heavy users of appliances would have no positive incentives to increase failure probabilities through abuse or neglect of their appliances.

A consumer's evaluation of a service contract depends not only on his risk preferences but also on the adverse selection bias. That is, his evaluation also depends on the consumer's estimate of his appliance's failure rate, which is presumed to be affected by his anticipated usage rate of the appliance. In this way, it is possible that a consumer who is risk-neutral may still purchase a service contract if much heavier-than-normal usage is anticipated.

Adverse selection is a critical element of the service contract business from the seller's point of view, because he is usually unable to discriminate among different individuals with respect to their potential cost (i.e., risk).

¹The focus here will be on service contracts for consumer durable goods, although the theory would apply to any contract for repair of equipment malfunction.

If the seller had any signals or criteria by which he could differentiate different prospective buyers of service contracts, he could in effect establish separate markets² for each of these individuals. That is, he could charge different prices for different usage rates. But such market segmentation cannot occur in all situations because the cost of temperproof, reliable metering devices to measure usage may be exorbitant. Therefore the seller of service contracts, in order to price the contract, has to estimate the number of above-average repairs which will occur among those individuals who choose to buy a service contract, given any tentative price p . The adverse-selection phenomenon is a possible explanation for the fact that service contracts tend to be sold at prices significantly higher than those implied by average appliance failure rates. Potential monopoly power in the sale of such contracts can also be an explanation for such prices.

Determination of the structure of the market for service contracts is not a simple matter. At first glance, one is tempted to presume the existence of a monopoly, since the consumer is offered a single contract at the same time that he purchases the corresponding appliance. But this view may be naive, since it ignores the feedback effects, both direct and indirect, which could occur, affecting future appliance sales. Similarly, associating a monopoly market structure with the discrepancy between average failure rates and those implied by the price of a service contract is not a satisfactory answer, due to the adverse selection phenomenon.

Although the literature contains models which consider markets with adverse selection (Laffont (29), Rothschild and Stiglitz (40), Wilson (47)), we know of no work in the literature which makes any attempt to describe the specific market for service contracts.

² Although the contract provisions would be the same, the expected cost of fulfilling the contract would vary, depending on the usage rate of the appliance.

2. THE MODEL

We propose a model of the market for service contracts based on a set of realistic assumptions, including explicit allowance for adverse selection. Both the monopoly and perfectly-competitive markets for service contracts are explored, allowing an examination of how changes in market structure affect equilibrium conditions such as the price of the service contract and the market penetration or market share (the percentage of potential³ buyers who do buy a service contract).

2.1 ASSUMPTIONS

- (1) Consumers are risk-averse, and may exhibit differing amounts of risk-aversion.
- (2) Usage rates of the appliance vary among consumers. Each consumer is presumed to know his own usage rate which is presumed constant.
- (3) Mean failure rates are proportional to usage, but independent of chronological time.
- (4) Consumers will choose to buy or not buy service contracts so as to maximize their expected utility.
- (5) Actual appliance failures are stochastic (Poisson distributed).
- (6) Sellers of service contracts do not know individual usage rates.
- (7) All individuals have similar utility functions for income, in that they exhibit the usual von Neumann-Morgenstern properties.

³Potential buyers of service contracts are appliance purchasers who are offered the option of buying a service contract.

Note that assumption (4) above includes both risk-aversion and adverse selection features.

2.2 NOTATION

(1) Consumer Risk-Aversion:

\tilde{y} = Income

\bar{y} = Expected value of income

Expected utility will be approximated by

$$U(\tilde{y}|k) = \bar{y} - k\sigma_y^2 \quad (1)$$

where k is the risk-aversion parameter.

$h_1(k)$ = Probability density function for the
distribution of k among the population

(2) Appliance Usage (Adverse Selection):

g = Relative usage rate per unit of
time ($\bar{g} = 1$ for normalization)

$h_2(g)$ = Probability density function for the
distribution of g among the population

(3) Stochastic Failures:

λ = Mean failure rate per unit
of relative usage

$\tilde{x}|g$ = Number of failures per unit time, given g ; this is assumed Poisson with mean = variance = λg .

f = Parts-and-labor repair cost for a failure (assumed constant).

p = Price of service contract (the same for all individuals).

2.3 OPTIMIZATION BY CONSUMERS

Based on the assumption that each consumer knows his own values for risk aversion (k) and usage rate (g) , the model solves for the break-even value g for which the consumer would be indifferent (in an expected-utility sense) between buying or not buying a service contract with price p :

Expected Utility of
Buying Contract

Expected Utility of
Not Buying the Contract

$$U(y - p) = y - p = U(y - f\tilde{x}) \quad (2)$$

$$= y - f\lambda g - kf^2\lambda g$$

$$= y - f\lambda g(1 + fk)$$

$$\text{so} \quad p = f\lambda g(1 + fk) \quad (3)$$

$$\text{or} \quad g_b(p, k) = p/[f\lambda(1 + fk)] \quad (4)$$

If a consumer's anticipated usage rate is greater than g_b he would choose to buy the contract, while he would not buy it if his usage rate were less than g_b . This result is illustrated in Figure 1, which represents break-even curves for various values of p .

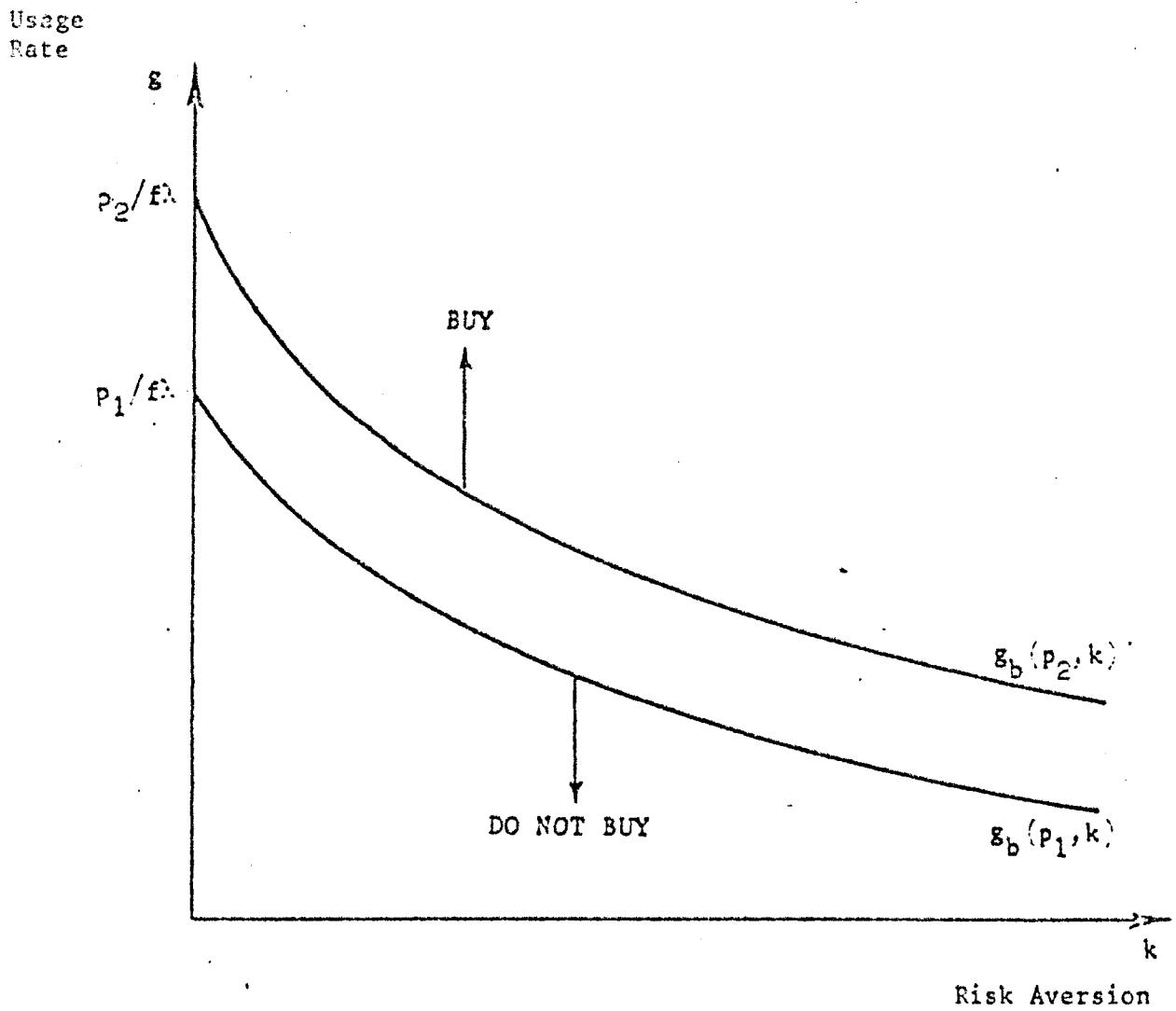


Figure 1. Break-even Curves for Various Values of p .

If we make an additional assumption of independence between the distribution of g and k , then the market share is:

$B(p)$ = Proportion of consumers who buy service contracts, given p

$$= \int_{k=0}^{\infty} \int_{g=g_b(p,k)}^{\infty} h_2(g)h_1(k)dgdk \quad (5)$$

The service contract seller faces the following profitability relationships:

$$E[\text{Profit}] = E[\pi] = E[\text{Revenue}] - E[\text{Cost}] \quad (6)$$

$$E[\text{Revenue}] = p \cdot B(p) \quad (7)$$

$$E[\text{Cost}] = f\lambda \int_{k=0}^{\infty} \int_{g=g_b(p,k)}^{\infty} g \cdot h_2(g)h_1(k)dgdk \quad (8)$$

2.4 ALTERNATIVE MARKET STRUCTURES

Under perfect competition, the equilibrium price will be set to solve the following constrained optimization problem:

$$\text{MAX}_p [B(p)U(y - p)] \quad (9)$$

subject to

$$B(p) \geq 0, \quad p \geq 0 \quad (10)$$

and

$$E[\text{Profit}] = 0 \quad (11)$$

Since both $E(p)$ and $U(y-p)$ are decreasing functions of p , the maximum occurs at the lowest p satisfying the zero-profit condition. In case $E\{\text{Profit}\} = 0$ has multiple real solutions, the lowest non-negative value will be taken as the solution equilibrium P_c .

Under a monopoly market structure, the monopolist will set p to maximize his total expected profit, or equivalently,

$$\text{MAX}\{\text{Expected Revenue} - \text{Expected Cost}\} \quad (12)$$

The profit-maximizing price will be denoted by P_m .

2.5 OUTLINE OF REST OF PAPER

The market for color T.V. service contracts was chosen to test the model, due to the availability of relevant data. In Section 3, using actual data containing information about the usage patterns of households, the distribution of the usage rate across households is estimated as well as the price and the market share in the sample. In Section 4, the distribution of the risk-aversion parameter is studied. In Section 5, using the distribution of usage rates previously estimated and different possible distributions of risk aversion, analytical results for both the perfect competition and the monopoly cases are derived. In Section 6, the empirical solution of the relations derived in Section 5 is obtained. Numerical methods were used and competitive equilibrium points as well as monopoly solutions are determined for several situations involving the risk-aversion characteristics of the population. Finally, in Section 7 these model results are compared with actual prices and market shares from the empirical data source.

3. THE DISTRIBUTION OF APPLIANCE USAGE

In this section, data analysis regarding the usage patterns of household television sets is carried out. Usage of Color T.V. sets is examined for particular times of the week (weekday, Saturday and Sunday). Users of Color T.V. sets are subdivided into subpopulations of people who were offered and not offered service contracts, and people who bought and did not buy service contracts. A probability function is estimated for usage; estimates of market penetration and market price for service contracts are also obtained. Estimates of the average perceived repair cost per service call and the mean failure rate per unit of relative usage are also presented.

3.1 REPAIR COSTS AND FAILURE RATES

In the Spring of 1975 a telephone survey of consumer perceptions and experience related to appliance repairs was commissioned by the M.I.T. Center for Policy Alternatives and was conducted by the Survey Research Center of the Institute for Social Research at the University of Michigan. This survey was intended to obtain consumer expectations of appliance reliability and repair cost, as well as actual repair experience.

The survey population consisted of 1317 households selected on a nationwide basis to be demographically representative of the population as a whole. The telephone survey was carried out by trained interviewers at the Survey Research Center during May of 1975.

All respondents were asked to estimate how often repairs might be needed in the first 5 years of ownership of a color T.V. set, and also to estimate the cost per repair. These respondents were also asked the following two question on service experience: "Has your color T.V. set ever been repaired?" and "How many times altogether?".

Table 1 summarizes this portion of the survey results. From this table we obtain estimates of perceived parts-and-labor repair cost⁴ for a failure (f) = \$36.64, and mean failure rate per year (λ) = $2.38/5$ = 0.476/year.

⁴ A consumer's perception of repair cost seems most relevant when the decision to buy a service contract is made. This estimate, however, may not be most relevant with respect to the zero-profit constraint. As no data on actual repair costs were available, it was felt that this estimate would not be very far from the actual average repair cost.

Table 1

Averages of Responses to Michigan Survey Questionnaire

		Mean Responses
Perception	Need Repairs:	
	# of Calls in 5 Years	2.99
	Repair Cost Per Call	\$36.64
Experience	Repaired: Yes	63%
	: No	37%
	# of Times Repaired	2.38 (Average) (Adjusted to 5-Year Period)

3.2 DISTRIBUTION OF USAGE: THE SYRACUSE SURVEY

During the Spring of 1976 a television purchaser survey was conducted in Syracuse, New York by Cornell University in association with the Center for Policy Alternatives, Massachusetts Institute of Technology, with the purpose of collecting data suitable for analyzing television set purchase, use, repair, complaint behavior of families and purchase of service contracts. (See {10}).

Random sampling of stores selling T.V. sets was utilized to obtain a set of cooperating retail establishments. The sales records of each cooperating retail establishment were randomly sampled for the names and addresses of television purchasers within the 1 January 1975 to 30 April 1975 period. This procedure resulted in a sample of 915 names and addresses of persons in the area who had purchased new television sets from a Syracuse store during the stated period. Questionnaires were mailed to the 915 addresses and \$3.00 was promised to be mailed in return for each questionnaire completely answered. Of the original 915 names, 483 usable questionnaires (53%) were received. Of the 483 observations, 355 (73.7%) represented color television sets.

The questions relative to service contracts were addressed to both the dealers and the households. They asked if the dealer offered a service contract, how many customers purchased it, and for how much. Similar questions were addressed to the households.

The survey questions related to color T.V. usage were addressed as: "How many hours would you estimate this T.V. set is on during an average weekday?; Saturday?; Sunday?; on the last day it was used?". In Table 2 summary information is displayed on usage of the color television set the last day it was used, average weekday, average Saturday, average Sunday, and a weighted average ($5/7$ weekday + $1/7$ Saturday + $1/7$ Sunday). The histogram for the weighted-average usage is shown in Figure 2.

3.2.1 DISAGGREGATION OF VIEWERS

Here we consider the population of color T.V. users divided into two subpopulations: the subpopulation of people that were offered service contracts at the point of purchase of the appliance, and the subpopulation of people that were not offered service contracts. Further, the subpopulation of people that were offered service contracts is further divided into two other subpopulations: those that bought service contracts and those who did not buy.

Table 3 summarizes the weighted-average usage data relative to these subpopulations. No significant differences exist among these subpopulations at the 5% level of significance (see Teixeira {43} for details). Thus we will take the weighted-average usage data of Figure 2 as appropriate data on the distribution of color TV usage across the population.

Table 2
Syracuse Survey: Color T.V. Sets Usage Data

Statistics	Last Day	Weekday	Saturday	Sunday	Weighted Average
# of Respondents	355	355	355	355	355
# of Missing Data	10	6	7	7	7
# of Usable Data	345	349	348	348	348
Average Usage (Hours/Day)	6.4	6.5	7.0	6.4	6.5
Median Usage (Hours/Day)	6.0	6.0	6.0	6.0	5.9
Standard Deviation (Hours/Day)	3.7	3.7	4.4	3.9	3.4
Maximum Value (Hours/Day)	22	20	20	20	16.6
Minimum Value (Hours/Day)	0.5	0	0	0	0.5

Figure 2. Color T.V. Weighted-Average Usage.

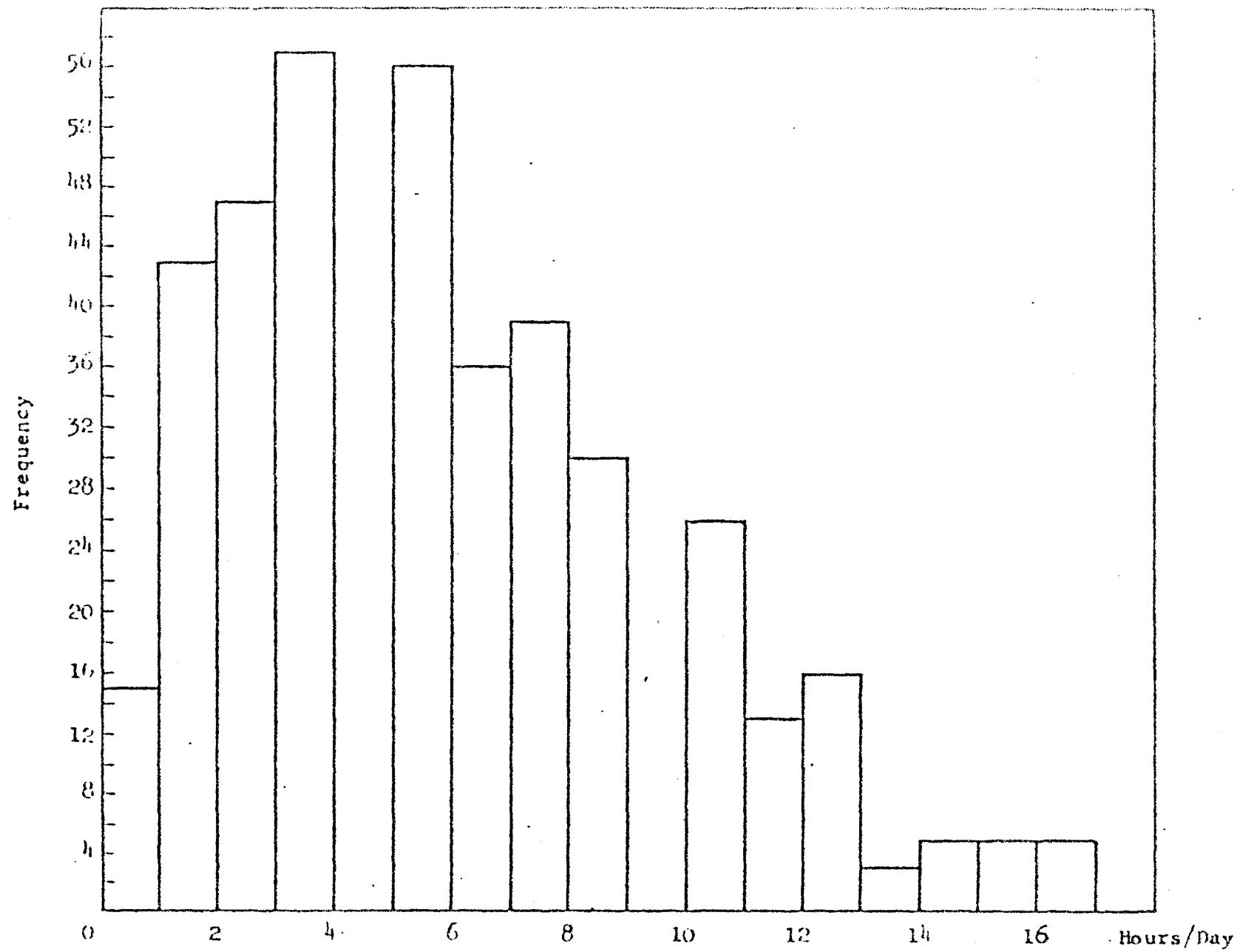


Table 3

Subpopulation Weighted-Average Usage Data

Statistics	Offered S.C.	Not Offered S.C.	Bought S.C.	Offered But Did Not Buy S.C.
# of Respondents	174	167	61	113
# of Missing Data	2	1	0	5
# of Usable Data	172	166	61	108
Average Usage (Hours/Day)	6.7	6.3	7.2	6.4
Median Usage (Hours/Day)	6.1	5.9	6.4	5.8
Standard Deviation (Hours/Day)	3.5	3.3	3.5	3.5
Minimum Value (Hours/Day)	0.6	0.5	1.4	0.6
Maximum Value (Hours/Day)	16.6	16.6	16.4	16.6

3.2.2 FITTING THE USAGE DISTRIBUTION WITH A WEIBULL DISTRIBUTION

After some preliminary exploration, it was decided that the data on usage were likely to be well-fitted by the Weibull distribution.

The two-parameter Weibull distribution can be represented as follows:

$$f(x|a,b) = \begin{cases} (b/a) x^{b-1} \exp (-x^b/a), & x > 0, a, b > 0 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (13)$$

In Figure 3 the weighted-average usage data is plotted on Weibull probability paper. A nearly straight-line plot would provide strong evidence that the data may have come from a Weibull population. The data seem to fit a straight line reasonably well.

To estimate the parameters of the Weibull distribution a regression method was used. If $F(x)$ is the cumulative Weibull distribution function:

$$F(x) = 1 - \exp (-x^b/a)$$

then manipulation of (14) leads to the following transformation:

$$\ln \{-\ln [1 - F(x)]\} = -\ln (a) + b \ln (x)$$

The parameters a and b are estimated with least-squares linear regression using Equation (15).

Weibull Probability Paper $\left\{ \ln x \text{ versus } \ln \ln \left[\frac{1}{1-F(x)} \right] \right\}$

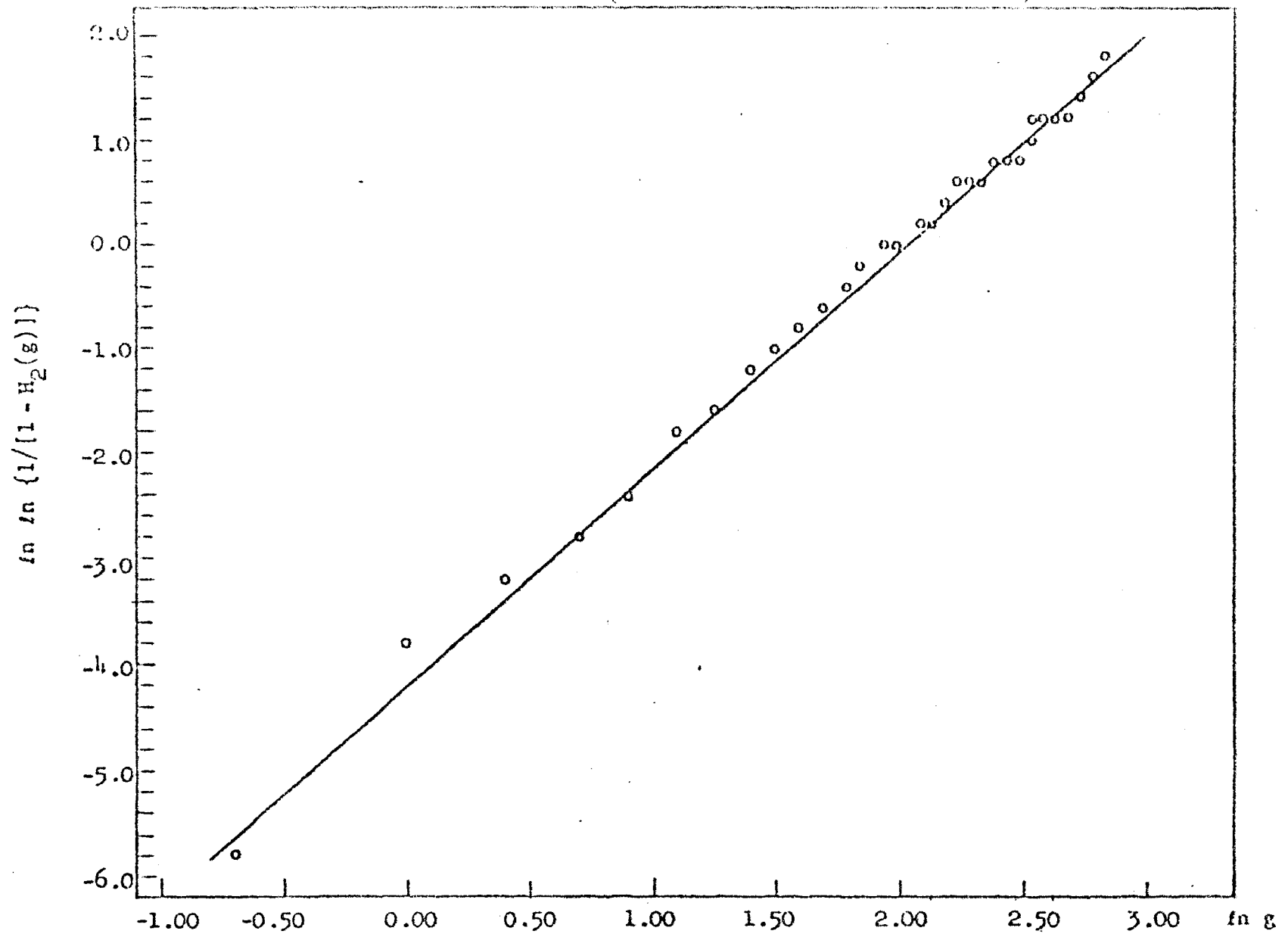


Figure 3. Color T.V. Weighted-Average Usage Data plotted on Weibull Probability Paper

Table 4 contains the results obtained by the regression method of parameter estimation, as well as a Chi-Square test of goodness of fit, for the usage data described above. The weighted average usage is fitted quite well by the estimated Weibull distribution.

3.2.3 FITTING THE WEIGHTED AVERAGE COLOR T.V. WEIBULL DISTRIBUTION TO DATA FROM SUBPOPULATIONS

Since the weighted average estimated Weibull distribution is the one selected to represent the distribution of color T.V. usage, it is of interest to know it compares to the empirical usage distributions of the subpopulations of people who were offered and not offered service contracts and the subpopulations of people offered that bought and did not buy service contracts.

The result of the Chi-square test for each case is shown in Table 5. In none of the four cases can we reject the hypothesis that the distribution fits the data at the 5% significance level.

3.3 ESTIMATION OF MARKET PRICE AND MARKET PENETRATION

There is some variation in reported prices of service contracts. The median reported price of a service contract (\$47.50) was used as the representative price.

We also need an estimate of the percentage of people who buy service contracts; that is, we need an estimate of the market share of service contracts for color T.V. sets. Since many customers of color T.V. sets reportedly were not offered service contracts, that percentage must be derived from the customers who were offered service contracts and bought them. There were 169 people who reported being offered service contracts, and 56 reported to have bought one. Thus the estimated market share is $56/169 = .332$ or 33.2%.

Table 4

Estimated Weibull Distribution Parameters and Chi-Square Test
For Weighted-Average Color T.V. Usage

Parameters Estimated		R-Squared	Degrees of Freedom	Computed Chi-Square Statistic	Critical Chi-Square at 5% Significance Level
a	b				
59.53	2.03	0.997	23	12.86	35.2

Table 5

Chi-Square Tests of Goodness of Fit of the Weighted
Average Usage Distribution

Data Set	Computed Chi-Square Statistic	Degrees of Freedom	Critical Chi-Square at 5% Significance Level
Offered S.C.	6.38	6	12.6
Not Offered S.C.	8.62	6	12.6
Bought S.C.	5.56	3	7.8
Did Not Buy S.C.	5.27	5	11.1

4. THE DISTRIBUTION OF THE RISK-AVERSION PARAMETER

4.1 THE RISK-AVERSION PARAMETER

Analysis of individual behavior under uncertainty focuses on the meaning and economics of two statements: (1) one situation is riskier than another, and (2) one individual is more risk averse than another. Here we are interested only in the second statement, since the decision under study is the purchase or not of a service contract for a domestic appliance.

Let \tilde{y} represent an individual's wealth or asset position. Suppose the individual is faced with the option of buying the service contract or taking the risk of having to pay for all the possible failures his appliance may suffer. The decision not to buy the service contract is clearly a gamble, where \tilde{y} has a distribution whose expected value will be denoted by \bar{y} and whose variance will be σ_y^2 . In our context, this variance will be a small percentage of an individual's asset position. Therefore, by Taylor series expansion we can write:

$$U(\tilde{y}) \doteq E[u(\bar{y}) + u'(\bar{y})(\tilde{y} - \bar{y}) + (1/2!)u''(\bar{y})(\tilde{y} - \bar{y})^2 + (1/3!)u'''(\bar{y})(\tilde{y} - \bar{y})^3 + \dots] \quad (16)$$

where u' , u'' , u''' , ... are derivatives of the indicated order of u . But, since σ_y^2 is assumed to be small in relation to y , we can drop all terms of order higher than the second and maintain a close approximation. Thus:

$$U(\tilde{y}) \doteq u(\bar{y}) + (1/2)u''(\bar{y}) \sigma_y^2 \quad (17)$$

Denoting the certainty equivalent of the gamble by y_r , we can write:

$$U(\tilde{y}) = u(y_r) = u[\bar{y} + (y_r - \bar{y})] \doteq u(\bar{y}) + u'(\bar{y})(y_r - \bar{y}) \quad (18)$$

Equating (20) and (21):

$$y_r = \bar{y} + (1/2)[u''(\bar{y})/u'(\bar{y})] \sigma_y^2 \quad (19)$$

and, as any positive linear transformation of the function of u without loss of generality will be order preserving, we can write:

$$\begin{aligned} U(\tilde{y}) &= \bar{y} + (1/2)[u''(\bar{y})/u'(\bar{y})] \sigma_y^2 \\ &= \bar{y} - k\sigma_y^2, \quad k = -\frac{1}{2} \frac{u''(\bar{y})}{u'(\bar{y})} \end{aligned} \quad (20)$$

We see, therefore, that for small gambles (small σ_y^2) about \bar{y} we would require a risk discount which is proportional to the variance of the gamble and approximately equals $-[u''(\bar{y})/u'(\bar{y})] \sigma_y^2/2$, irrespective of the form of the function u . Therefore, the parameter $k = -1/2 \cdot [u''(\bar{y})/u'(\bar{y})]$ will be called here the risk-aversion parameter [note that since $u'(y) > 0$ and $u''(y) < 0$, k is assumed always positive].

We have therefore justified the assertion that an individual with utility function u makes decisions involving small gambles approximately as a linear combination of expected value of variance, irrespective of the form of u .⁵

4.2 THE DISTRIBUTION OF THE RISK-AVERSE PARAMETER IN THE POPULATION

The empirical determination⁶ of the distribution of the risk-aversion parameter k across a population poses large difficulties. Nowhere in the literature are there any empirical or theoretical results bearing on the distribution of k . Our approach was to use, in turn, three extreme shapes of distributions: the exponential, the uniform, and the spike (a single point value). Based on the sensitivity of the model to these distribution assumptions, further retirements may be made.

The exponential distribution has a large amount of variability. The uniform or rectangular distribution can also exhibit a large amount of variability, while obviously the spike represents a single value of k for all members of the population, indicating no variability of k .

In the uniform case, we assume that the risk-aversion parameter is distributed uniformly between 0 and K , where K is the maximum value for this parameter; \bar{k} is the expected value.

Regarding the scale parameters of these distributions (i.e., the mean), we will parameterize on the mean and present results for a full range of mean values for each distribution in turn.

Since these three distributions are quite dissimilar, the conclusions drawn from their numerical results will illustrate the robustness of the model, as will be seen in the following sections.

⁵Though it is possible to show, following Borch [8], that the quadratic utility function generates the only preference ordering exactly equal to $U(y) = y - k\sigma_y^2$, we do not invoke that argument here, because for small σ_y^2 any u would give that ordering in the limit.

⁶Note that k is a function of \bar{y} as well as $u'(\cdot)$ and $u''(\cdot)$.

5. ANALYTICAL RESULTS

5.1 INTRODUCTION

In this section equilibrium service contract price and market share values are derived for each of the three alternative distributions for risk aversion in the population, under both competitive and monopoly market structures. The starting point is the break-even point of usage, defined in Section 2. As shown earlier, this break-even point is a function of both the price of the service contract and the individual's risk-aversion parameter k .

Figure 1 illustrated how the interaction of usage and risk-aversion defined the break-even usage rate. As derived in Section 2, the break-even value for g is repeated in Equation (21):

$$g_b = p/f\lambda(1 + fk) \quad (21)$$

where

- f = perceived cost of repair
- λ = failure rate
- g_b = break-even point of usage
- p = price of service contract
- G = maximum possible usage (hours/day)

Three cases regarding the distribution of the risk-aversion parameter k will be considered in turn.

5.2 UNIFORMLY DISTRIBUTED RISK-AVERSION PARAMETER

Observation of Figure 4 indicates that there are two cases to be analyzed: when the market price p is below $p^* = f\lambda G$ and when it is above p^* . When $p \leq p^*$, the market share $B(p)$ is given by:

$$B_1(p) = \int_{k=0}^K \int_{g=p/f\lambda(1+fk)}^G h_1(k) h_2(g) dg dk \quad (22)$$

When $p \geq p^*$, only people with a risk-aversion parameter greater than some minimum value, denoted in Figure 4 by k^* , will consider buying the service contract. In this situation the market share is given by:

$$B_2(p) = \int_{k=k^*}^K \int_{g=p/f\lambda(1+fk)}^G h_1(k) h_2(g) dk dg \quad (23)$$

where

$$k^* = p/(f^2\lambda G) - 1/f = (p - f\lambda G)/f^2\lambda G \quad (24)$$

The expected profit is given below for the cases $p \leq p^*$ and $p > p^*$.

For $p \leq p^*$:

$$E[\text{Profit}] = E_1[\pi] = E[\text{Revenue}] - E[\text{Cost}]$$

$$\begin{aligned} &= pB_1(p) - f\lambda \int_{g=p/f\lambda(1+fK)}^{p/f\lambda} \int_{k=(p-f\lambda g)/f^2\lambda G}^K gh_1(k) h_2(g) dk dg \\ &\quad - f\lambda \int_{g=p/f\lambda}^G \int_{k=0}^K gh_1(k) h_2(g) dk dg \end{aligned} \quad (25)$$

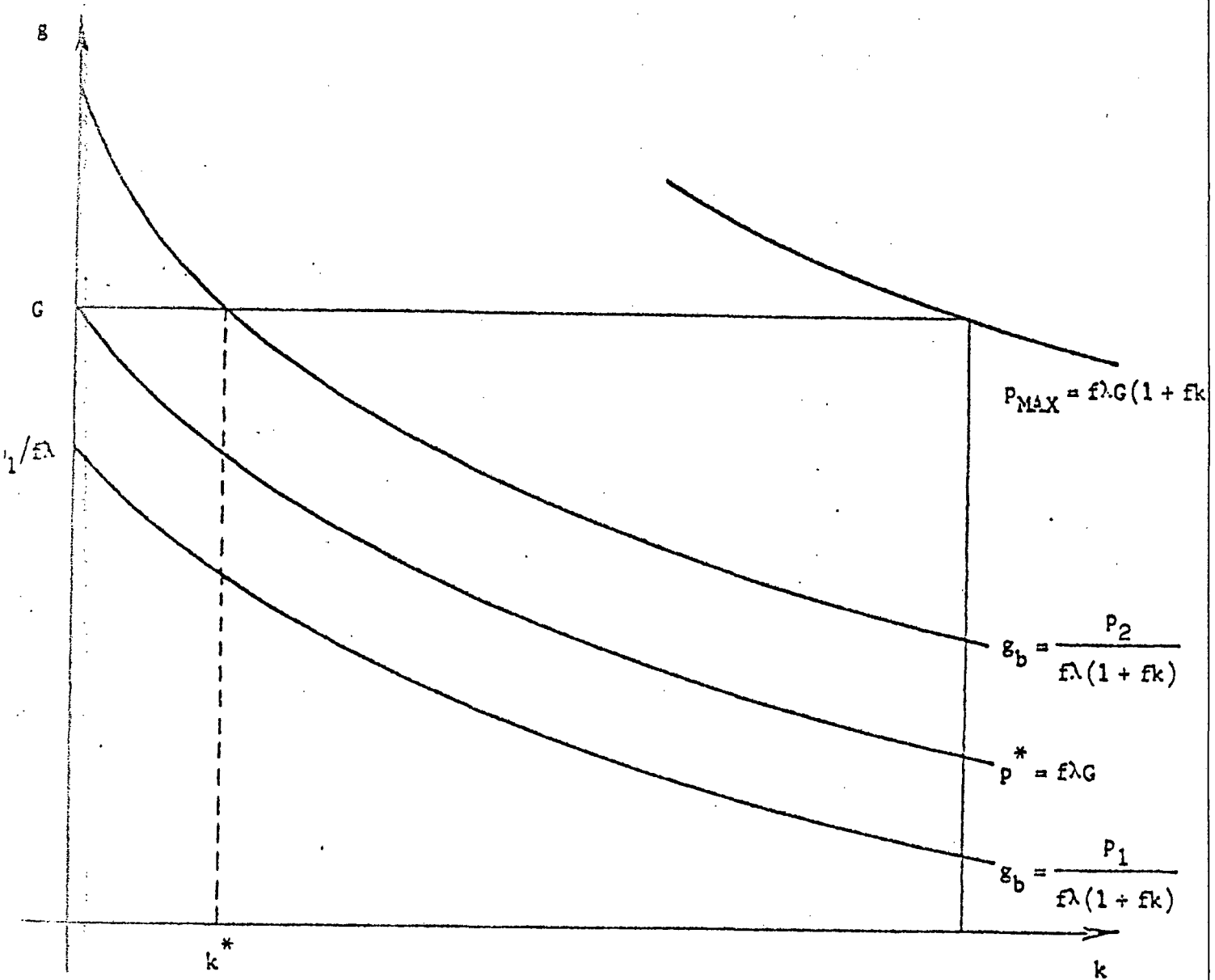


Figure 4* Indifference Curves for Various Values of p
(k Uniformly Distributed).

* G = maximum possible usage rate (hours/day)

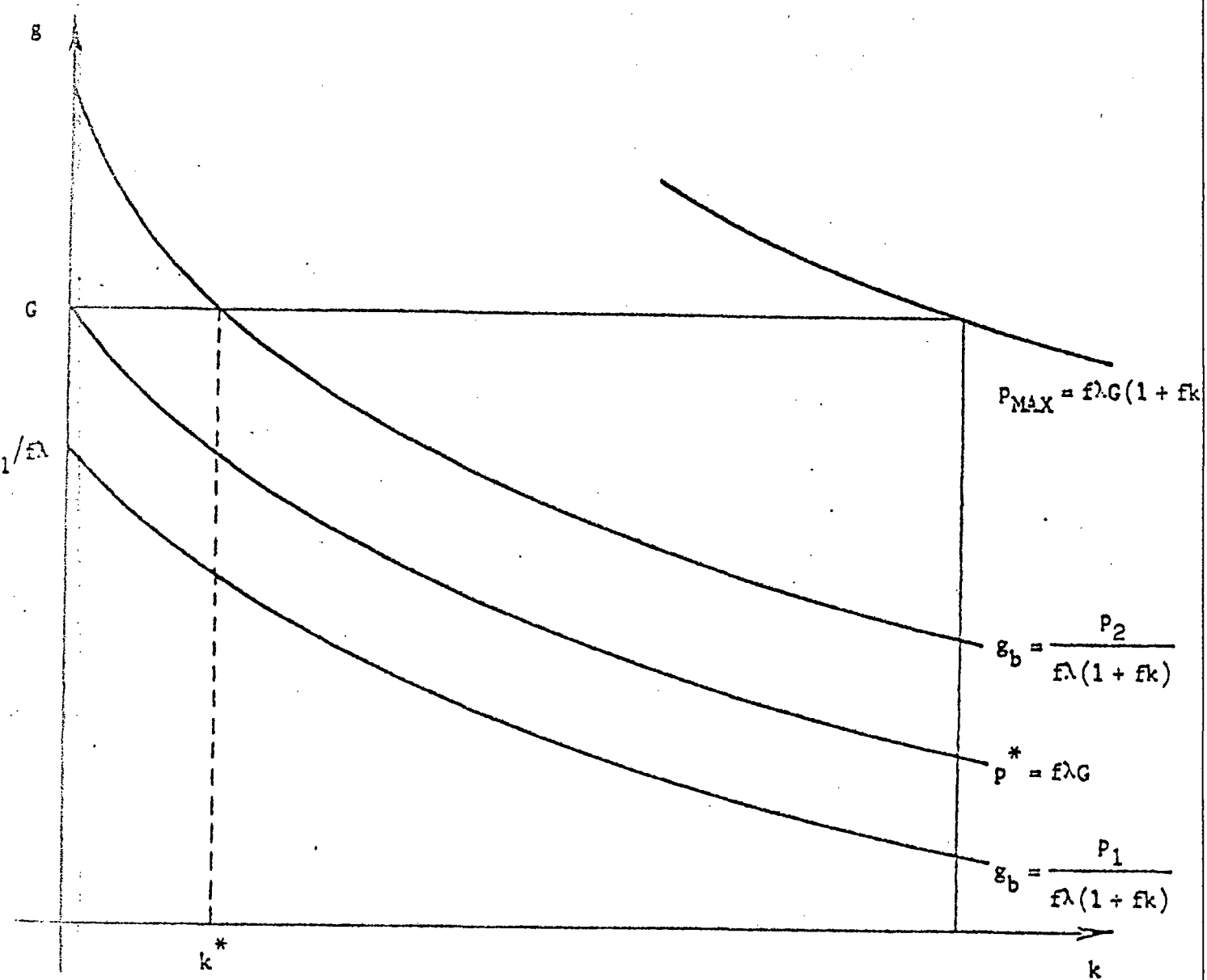


Figure 4* Indifference Curves for Various Values of p
(k Uniformly Distributed).

* G = maximum possible usage rate (hours/day)

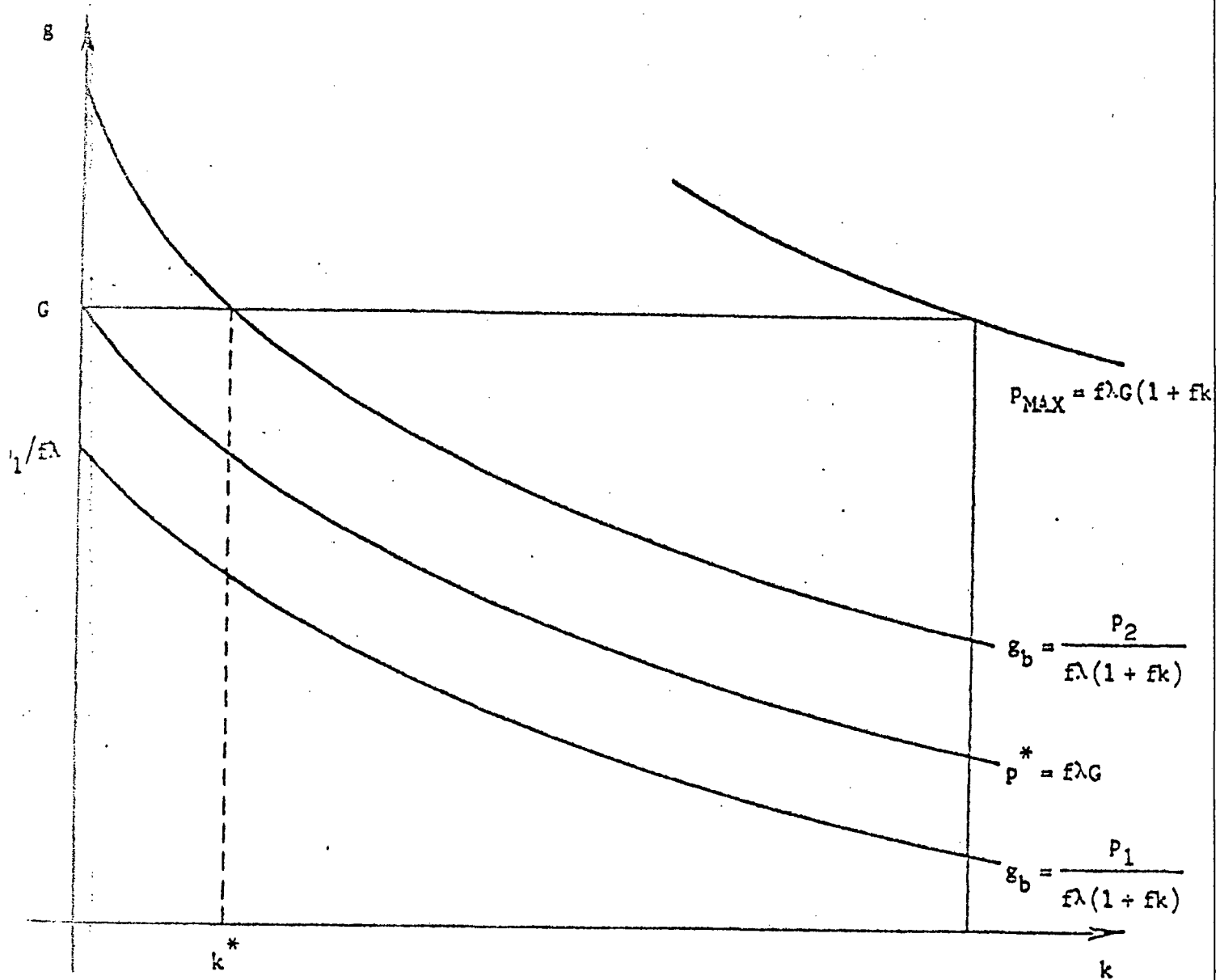


Figure 4* Indifference Curves for Various Values of p
(k Uniformly Distributed).

* G = maximum possible usage rate (hours/day)

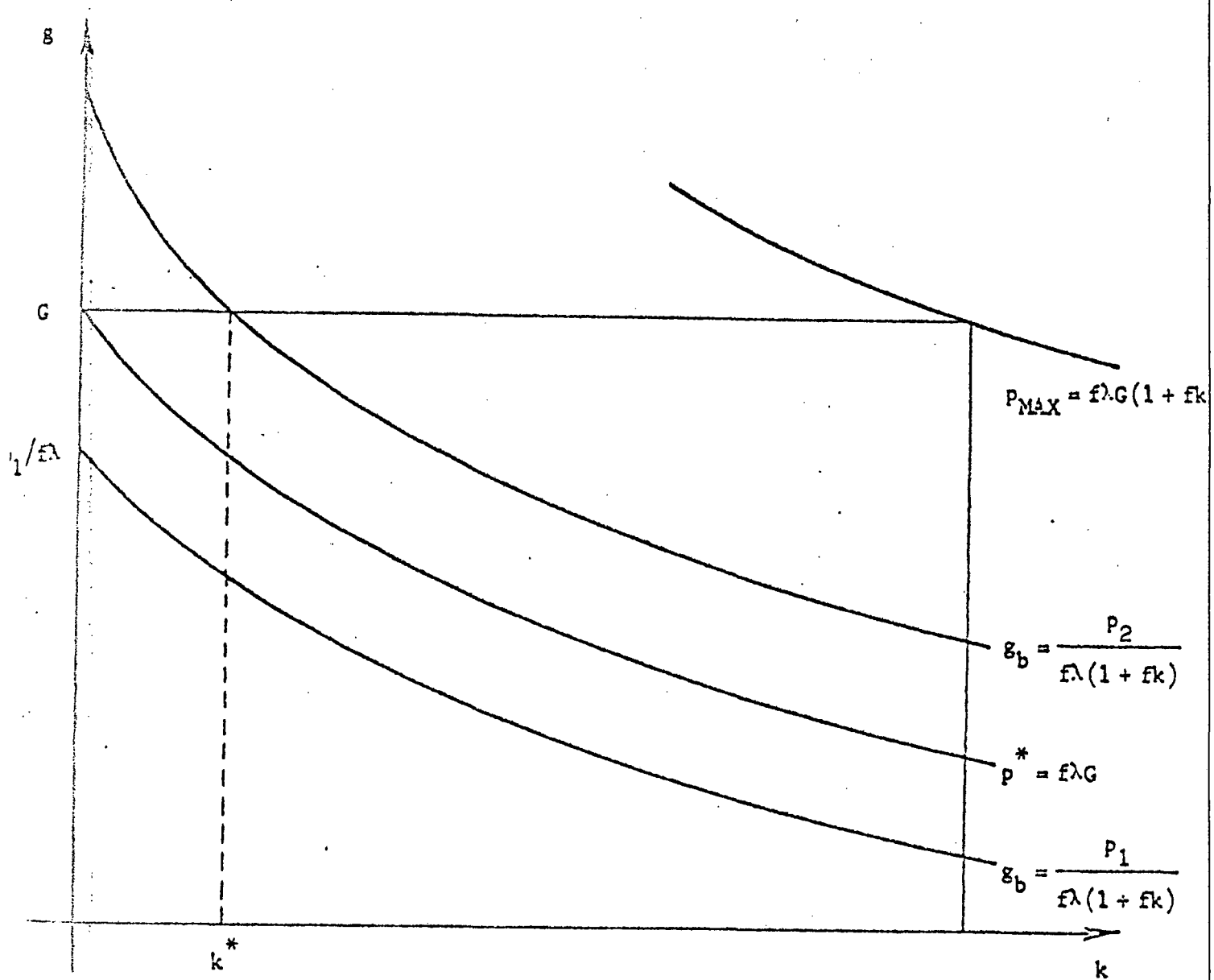


Figure 4* Indifference Curves for Various Values of p
(k Uniformly Distributed).

* G = maximum possible usage rate (hours/day)

The monopoly price p is obtained by the solution of $\text{MAX } E[\pi]$ for every K , and as shown by Figures 5 and 6, it always exists given our assumptions. See Appendix A-1 for details.

5.3 THE RISK-AVERSION PARAMETER DISTRIBUTED AS A SPIKE AT k_0

This case assumes that everyone in the population has the same risk-aversion parameter value, denoted by k_0 . In this situation, the expressions for market share and expected profit reduce to:

$$B(p) = \int_{g=p/f\lambda(1+fk_0)}^G h_2(g) dg \quad (30)$$

and
$$E[\pi] = p \int_{g=p/f\lambda(1+fk_0)}^G h_2(g) dg$$

$$- f\lambda \int_{g=p/f\lambda(1+fk_0)}^G gh_2(g) dg \quad (31)$$

See Appendix A-2 for details. $E[\pi]$ is plotted in Figure 7.

The equilibrium perfect competition price, p_c , again must satisfy $E[\pi] = 0$. The monopoly price, p_m , solves for $\text{MAX } E[\pi]$ (See Appendix A-2 for details.)

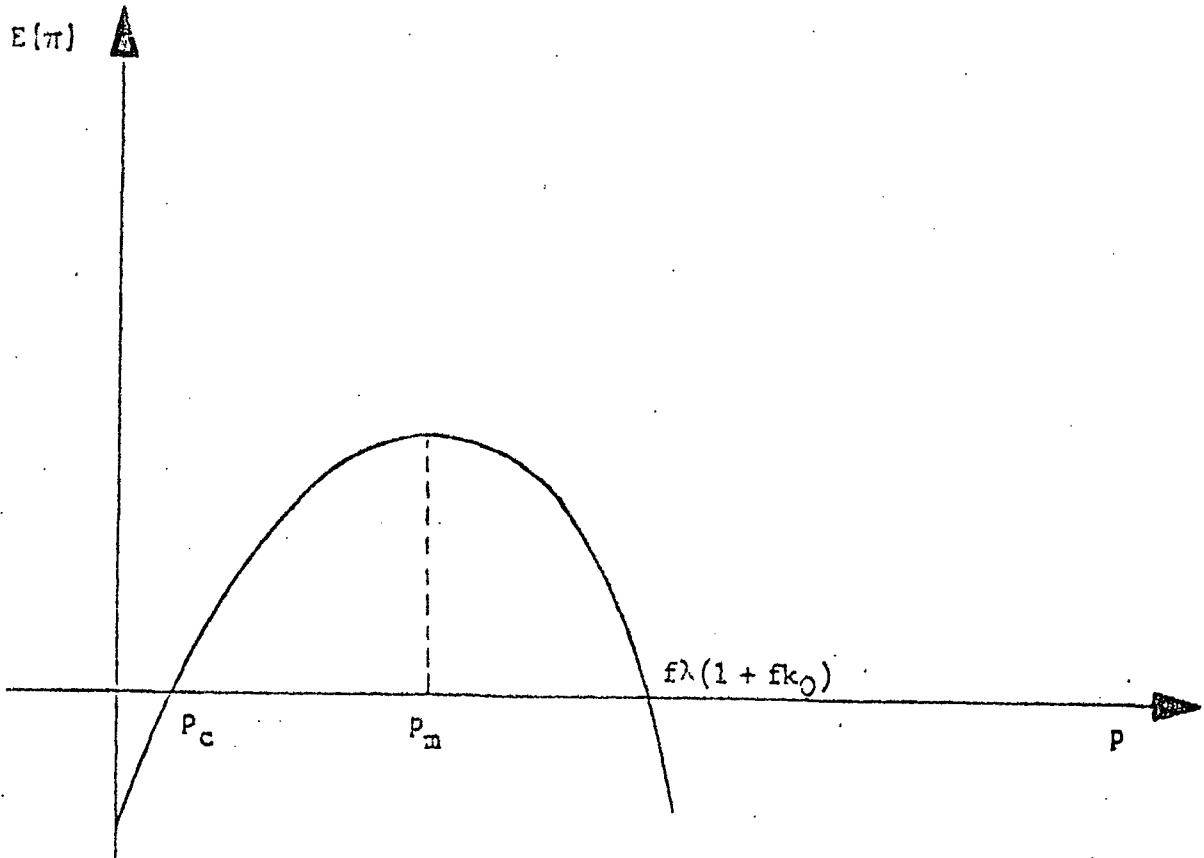


Figure 7. Expected Profit Versus p
(k Spike Distributed).

5.4 EXPONENTIALLY DISTRIBUTED RISK-AVERSION PARAMETER

Here, as in the rectangular distribution case, we have to consider two cases. In the first case, p is below $p^* = f\lambda G$, and in the second case it is above, as illustrated in Figure 8. For both cases the mathematical relations will be derived.

Figures 9 and 10 illustrate the two possibilities for $E[\pi]$ as a function of p for a given value of the risk-aversion parameter location. Letting v be the expected value of the exponential distribution of the risk-aversion parameter, we see that for $0 \leq v < v^*$, both the zero and maximum of $E[\pi]$ are given by the zero and maximum of $E_1[\pi]$ (note that v^* is the maximum value of v for which the maximum of $E[\pi]$ is given by the maximum of $E_1[\pi]$). Only for $v > v^*$ is the maximum of $E[\pi]$ shifted from $E_1[\pi]$ to $E_2[\pi]$. However, for any value of v , the zero of $E[\pi]$ is given by the zero of $E_1[\pi]$.

The perfect competition equilibrium price solves for $E[\pi] = 0$, more specifically $E_1[\pi] = 0$; See Appendix A-3. The monopoly price, p_m , solves for $\text{MAX} [\pi]$, See Appendix A-3 for details.

In the next section numerical results are presented using these results.

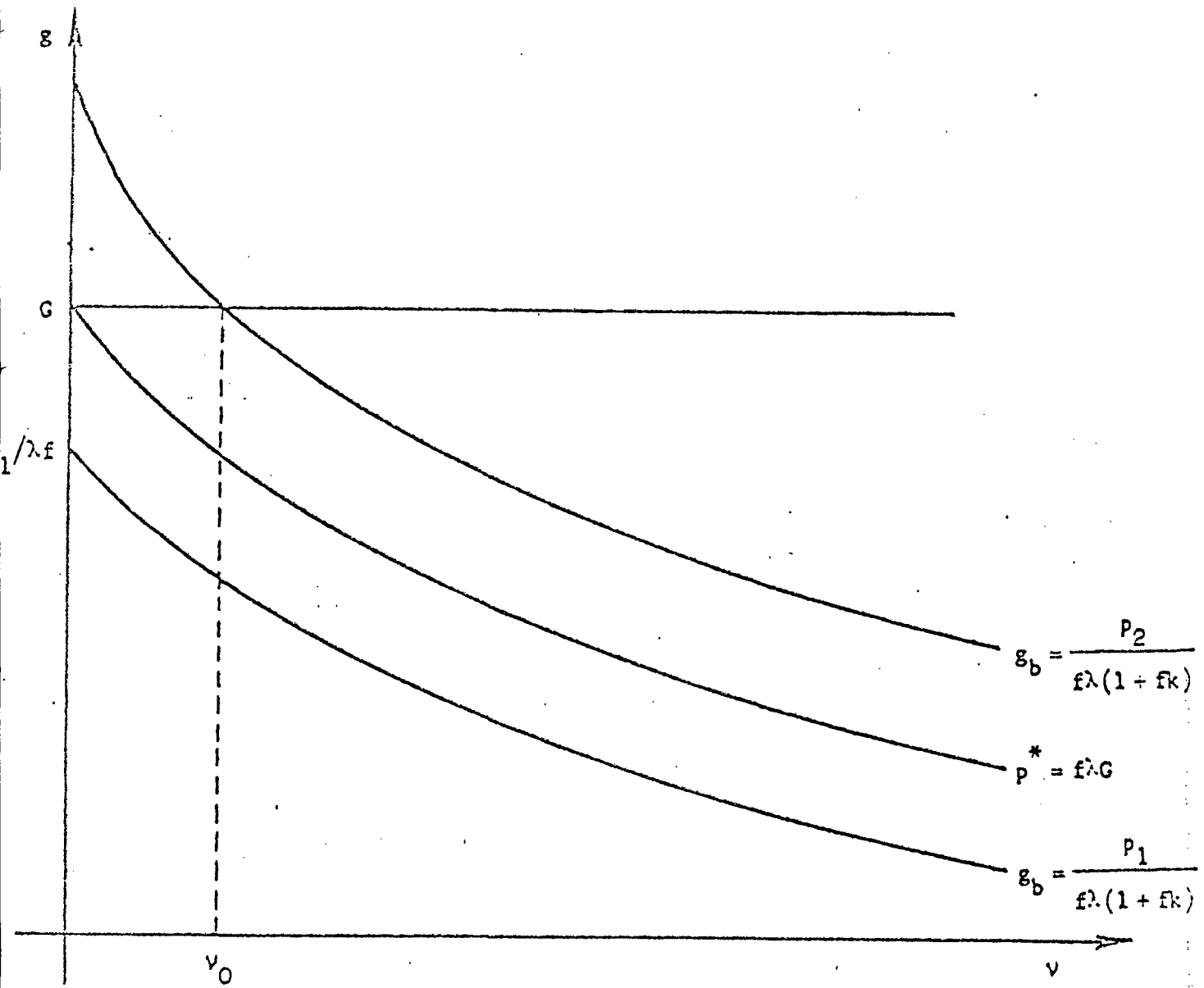


Figure 8. Indifference Curves for Various Values of p
(k Exponentially Distributed).

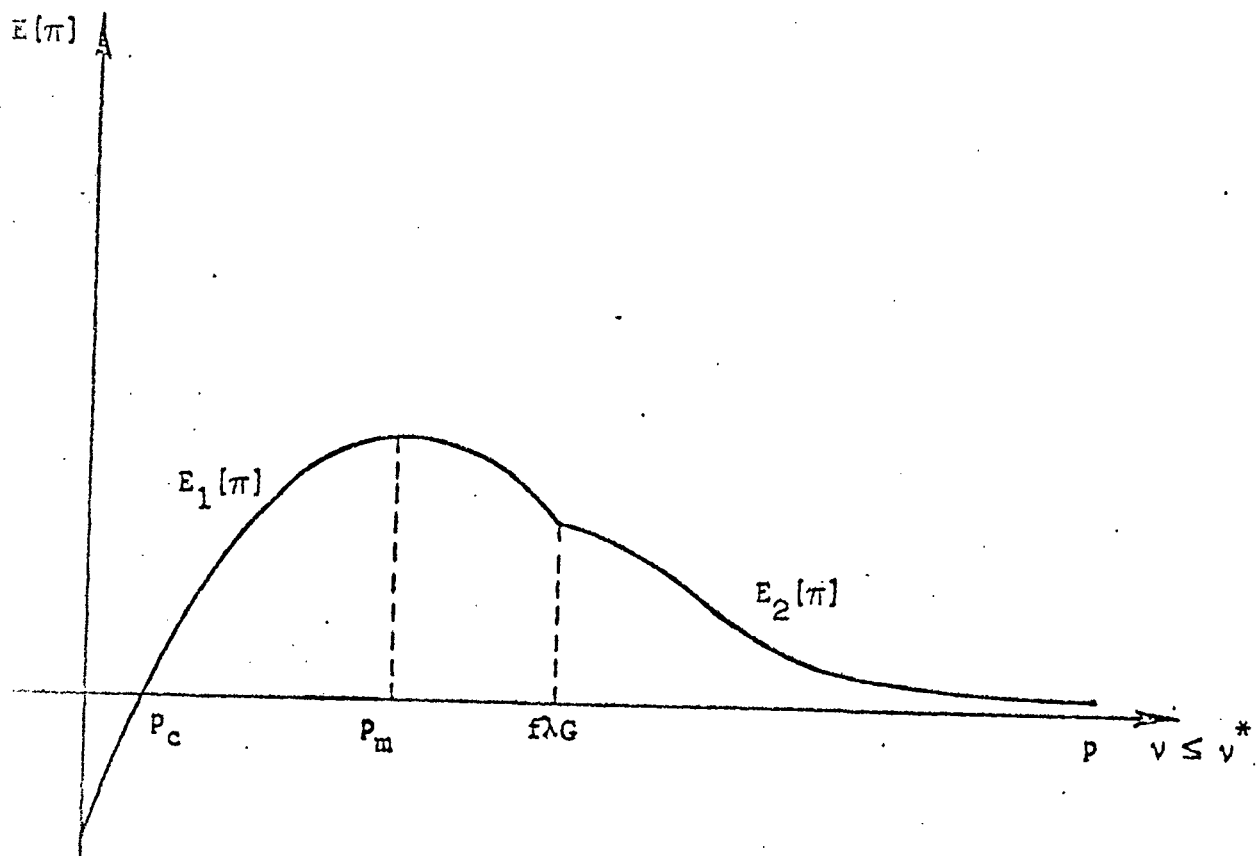


Figure 9 Expected Profit Versus p for $\nu \leq \nu^*$
(k Exponentially Distributed).

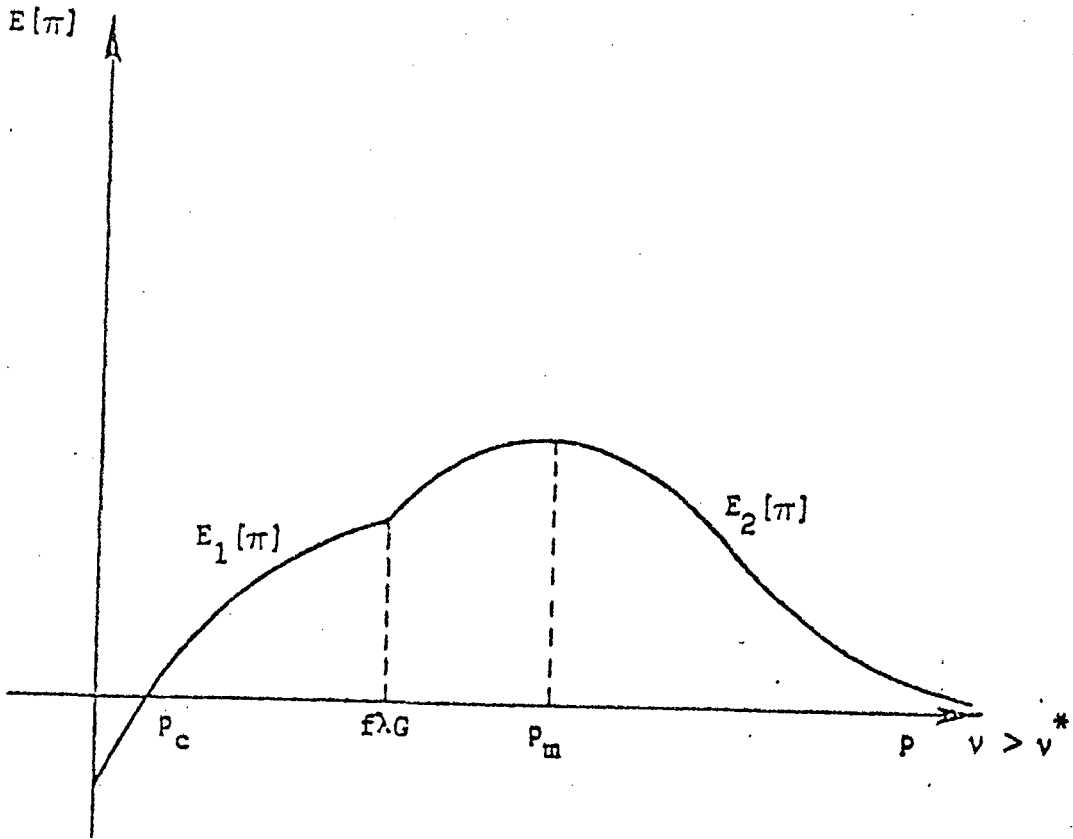


Figure 10. Expected Profit Versus Price for $v > v^*$
(k Exponentially Distributed).

6. EMPIRICAL RESULTS

6.1 INTRODUCTION

In this section we present the solutions to the analytical relations derived in Section 5. The relations to be solved involve integrations with no analytical closed-form solutions, and exponential expressions. Such equations can be solved only by numerical methods after the integrations involved have been numerically evaluated.

For each risk-aversion situation, values for the perfect competition and monopoly prices and market shares are calculated. All the numerical integrations were performed by the use of the Quadrature, Adaptive, Newton-Cotes' 8-Panel (QUANC8) method.

6.2 NUMERICAL VALUES FOR THE PARAMETERS OF INTEREST

In the original formulation of the model, the value of \bar{g} , the average value for usage, was normalized to 1. Here we do not make this normalization and consider G , the maximum possible usage per day, to be equal to 22 hours. Therefore, a correction is needed in the value of λ as estimated in Section 3.1 :

$$\lambda_{\text{adjusted}} = \lambda / \bar{g} \quad (32)$$

where

$$\bar{g} = E[g] = \xi \int_0^{22} (b/a) g^b \exp(-g^b/a) dg \quad (33)$$

and where ξ = Normalization Coefficient for truncated
Weibull Distribution = 1.0001337

Evaluating this integral numerically, $\bar{g} = 6.630533$ so that $\lambda = (0.476 \text{ failures/year}) / (6.630533 \text{ hours/day}) = 0.0718 \text{ failures/year/unit of usage}$, where usage is measured in hours/day. Henceforth the symbol λ will represent this transformation of the failure rate. Other parameters were determined previously, namely: $a = 59.53$, $b = 2.03$, and $f = 36.64$.

We will now investigate the model for each of the three choices of risk-aversion distribution in turn.

6.3 NUMERICAL RESULTS

Equations for market share and equilibrium price under both perfect competition and monopoly (See Appendix) were evaluated numerically for all three distributions of risk-aversion, parameterizing on the risk-aversion parameter. The error of estimation for each single integration was evaluated and ranged from 10^{-25} to 10^{-15} depending on the value of the risk aversion parameter.

The results for the "spike" risk aversion case are in Figures 11 and 12; for the uniform distribution, in Figures 13 and 14; and for the exponential distribution, in Figures 15 and 16.

6.4 PERFECT COMPETITION CASE

In the perfect competition case, as the risk-aversion parameter tends to infinity, Figures 11, 13 and 15 show that as consumers become sufficiently risk-averse they all choose to purchase the service contract, thereby removing adverse selection from the problem. In the limit the price is driven down to the value $\bar{p} = \$17.44$, the expected annual cost of service across the entire population of appliance purchasers.

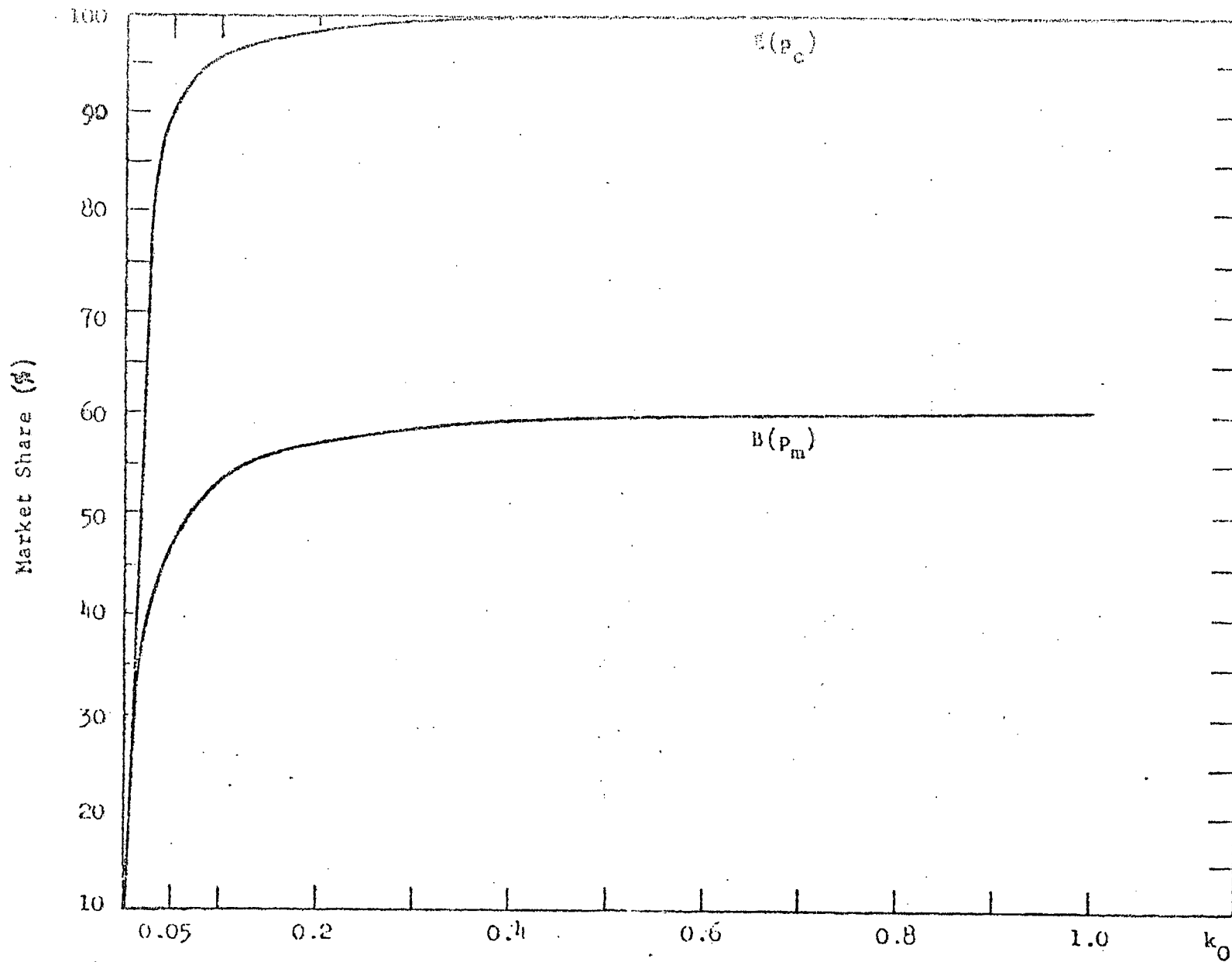


Figure 11. Market Share Versus k_0 in the Range $[0,1.0]$
(k Spike Distributed).

Price of Service Contract (\$)

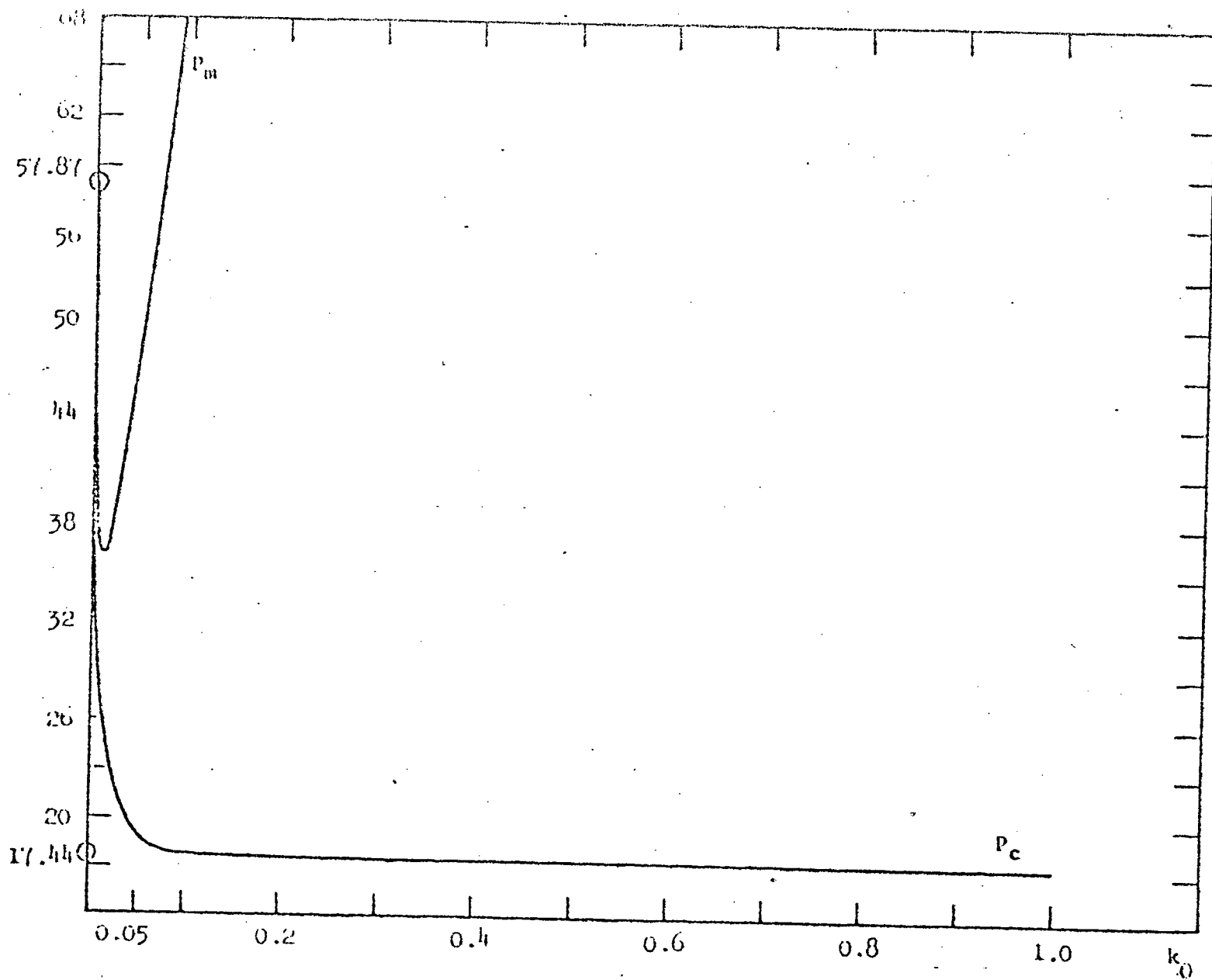


Figure 12 Price of Service Contract Versus k_0 in the Range $[0, 1.0]$ (k Spike Distributed).

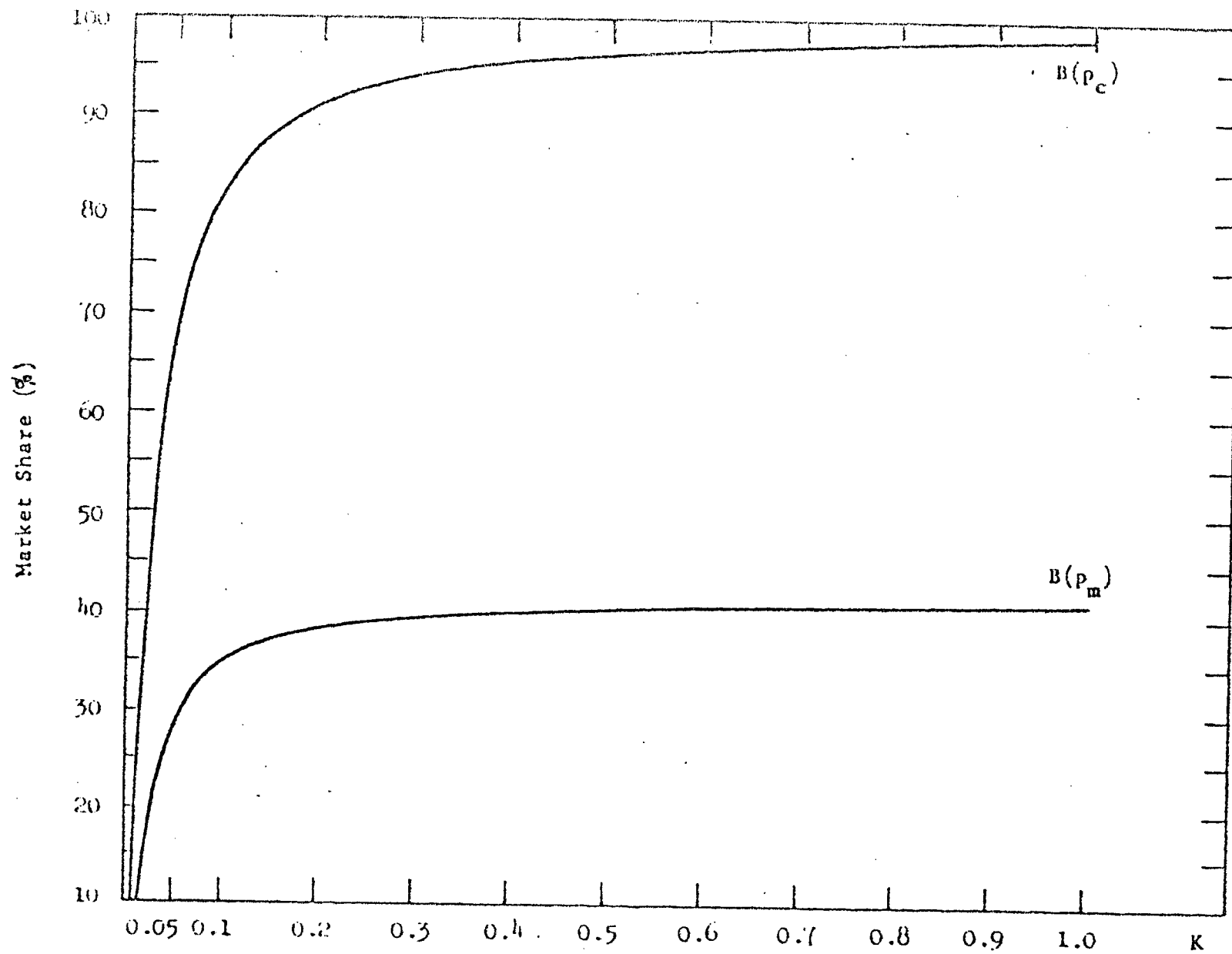


Figure 13. Market Share Versus K in the Range $[0, 1.0]$
(k , Uniformly Distributed).

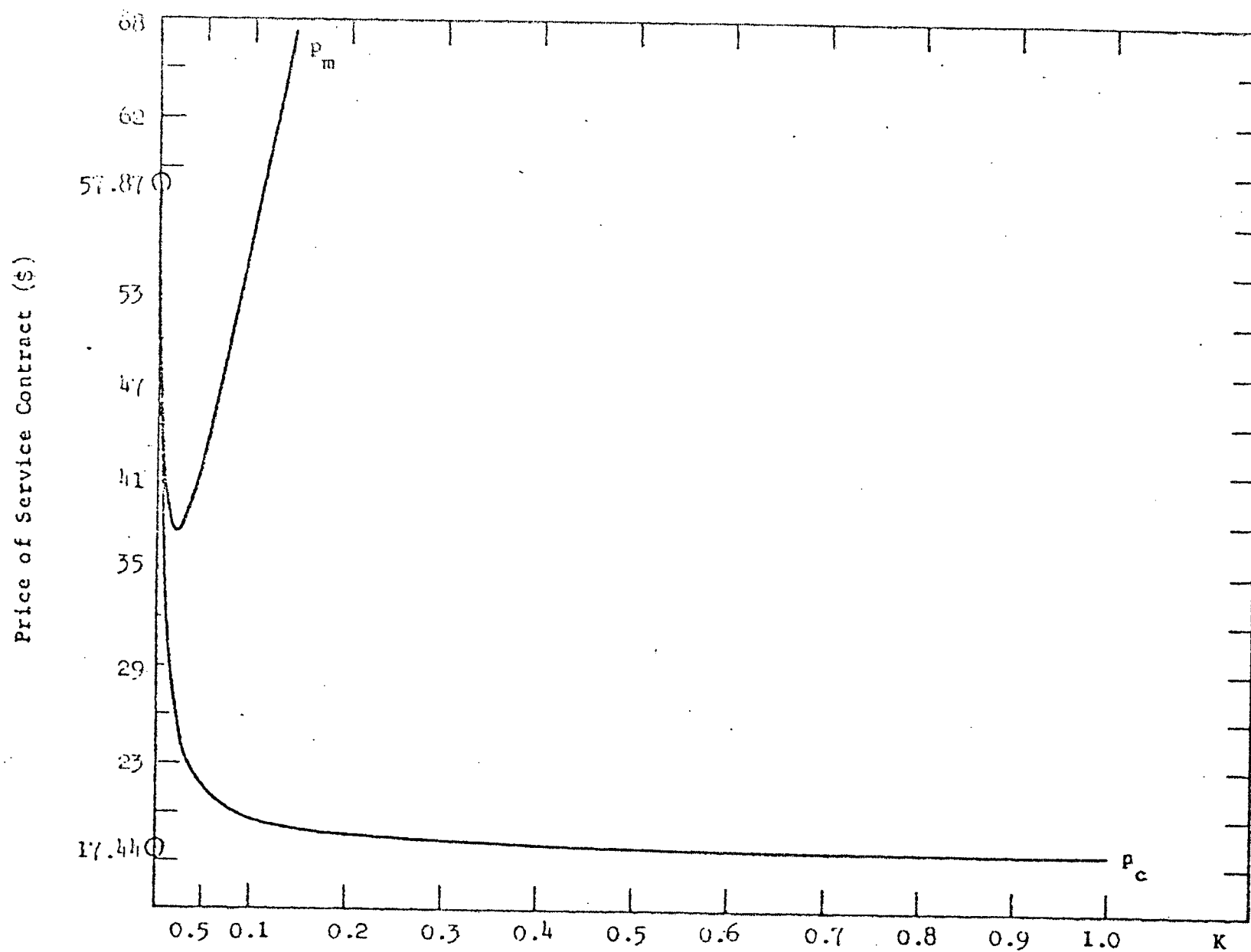


Figure 14 Price of Service Contract Versus K in the Range $[0, 1.0]$
 (k Uniformly Distributed).

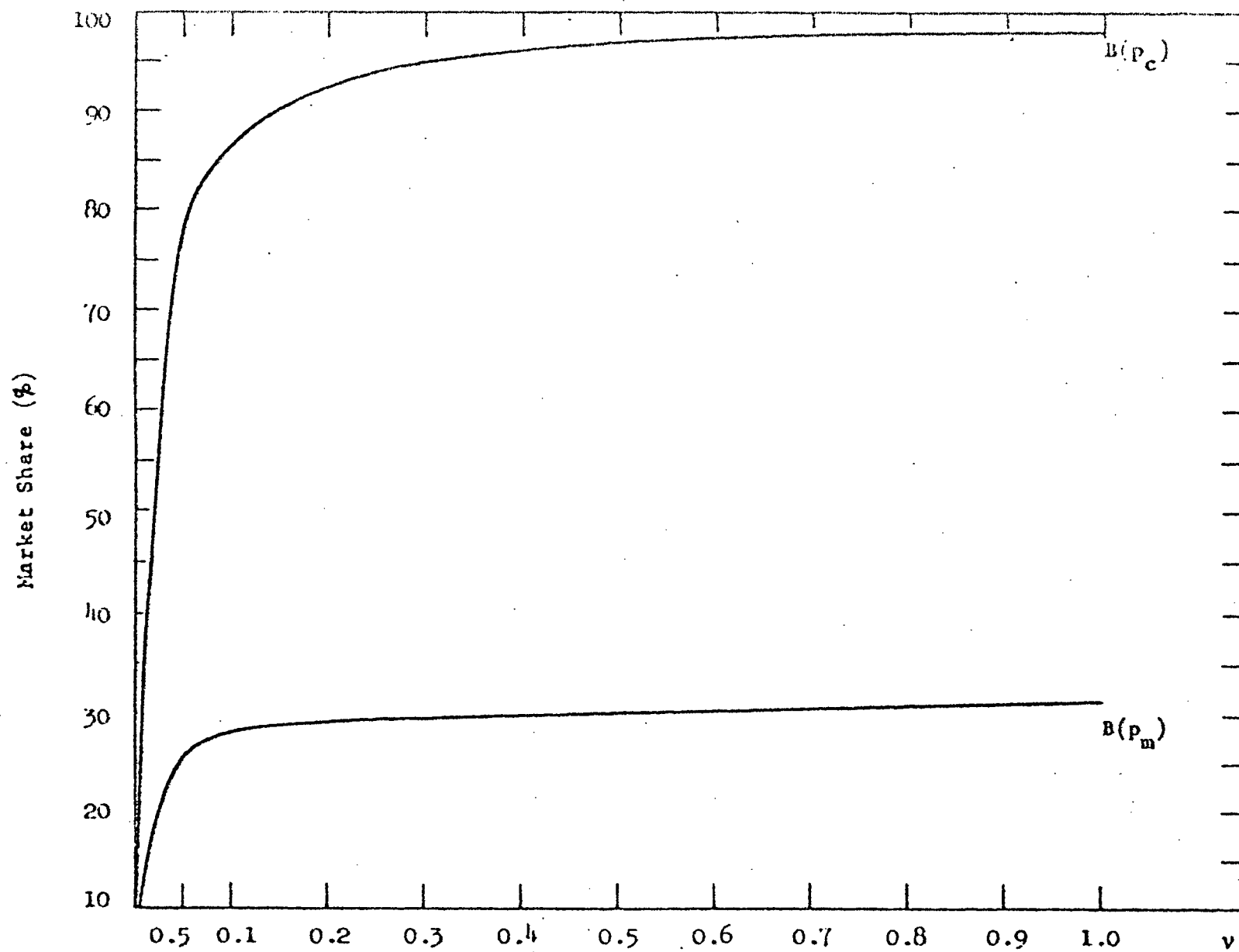


Figure 15: Market Share Versus v in the Range $[0,1.0]$
 (k Exponentially Distributed).

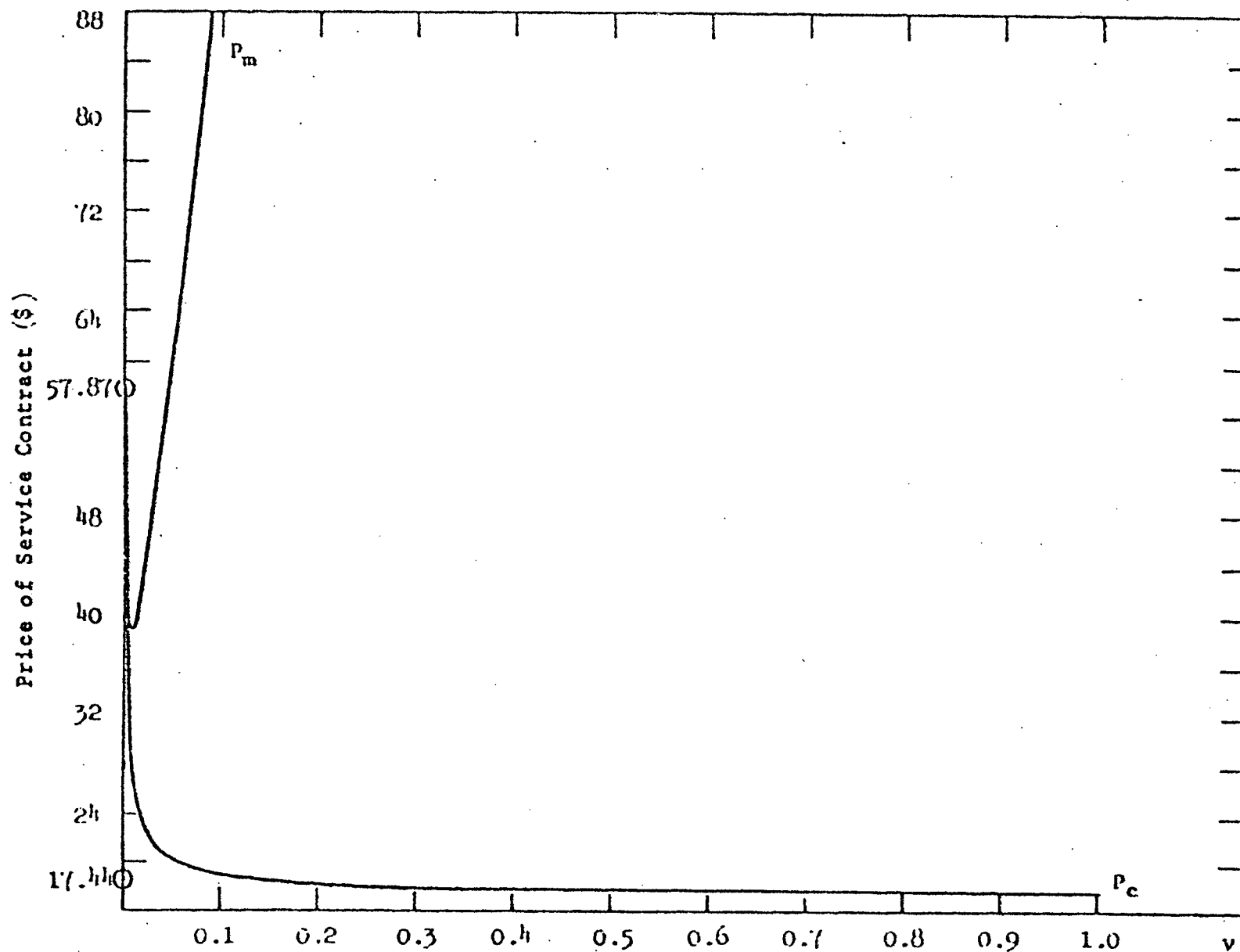


Figure 16 Price of Service Contract Versus v in the Range $[0,1.0]$
 (k Exponentially Distributed).

As customers become risk neutral the proportion of potential purchasers drops toward zero in the limit. Since the individuals who buy the contract as risk-aversion tends toward zero will tend to be high users, the perfect competition price must climb above $f\lambda\bar{g}$, eventually approaching a limit⁷ of $f\lambda G = \$57.87$, which is the actuarial price for service cost for individuals with the highest possible usage.

The qualitative similarity among the curves for all three cases of distribution of risk is evident. For corresponding variations in risk aversion they show nearly identical behavior. Equilibrium values are relatively insensitive to the shape of the distribution of the risk aversion parameter.

Equilibrium solutions are obtained for all situations of risk-aversion. Price is a decreasing function of risk aversion; as risk aversion increases, the phenomenon of adverse selection becomes less important, as expected. Market share behaves in the usual (inverse) manner with respect to price.

6.5 MONOPOLY CASE

In the monopoly situation, as can be seen from Figures 12, 14 and 16, when the risk factor increases from zero initially the price drops and market share increases. After a certain point, however, the monopoly price starts increasing without bound as people become more risk averse and market share increases toward 100% but at a much slower rate than in the perfect competition case.

⁷Recall that the maximum possible value of the T.V. usage rate, G , is 22 hours per day; at that value the distribution of g was truncated.

7. MARKET STRUCTURE RESULTS

7.1 GENERAL APPRAISAL

The results of Section 6, indicating strong qualitative similarity among the various curves for price and market share, allow us to conclude that the model is quite robust with respect to the shape of the distribution of the risk-aversion parameter. Although we considered only three distribution possibilities, the three distributions considered (Spike, Rectangular, and Exponential) differ substantially from each other.

However, due to the impossibility of a fully satisfactory estimation of the distribution of consumers' risk aversion, we will approach the market structure issue indirectly.

7.2 MARKET STRUCTURE DETERMINATION

Figure 17 shows equilibrium pairs of price and market share for both market structures for the three distributions of risk aversion. Each point on the curves represents values of price and market share for a given value of the risk aversion parameter ranging from 1×10^{-5} to 1. These plots show the complete spectrum of values calculated in Section 6. The observed values of price and market share are also plotted. In the rectangular distribution case this point coincides with a calculated value for the monopoly market structure and in the two other cases it is not far away.

Considering all the simplifications that had to be made, namely aggregation of the service contract market, omission of selling and administrative costs and omission of discount rates in the model for mulation, the proximity of our numerical results to the observed values for price and market share indicate that the model gives a reasonably satisfactory explanation of the service contract business (at least as color T.V.s are considered). If the model can explain reality satisfactorily, it can be used as a policy tool. Observation of Figure 17 shows that the observed values are much more consistent with a monopoly market structure than a competitive market structure. Since compensating behavior for the adverse-selection problem has been taken explicitly into account, this result removes that argument as a possible explanation for dealer pricing practices.

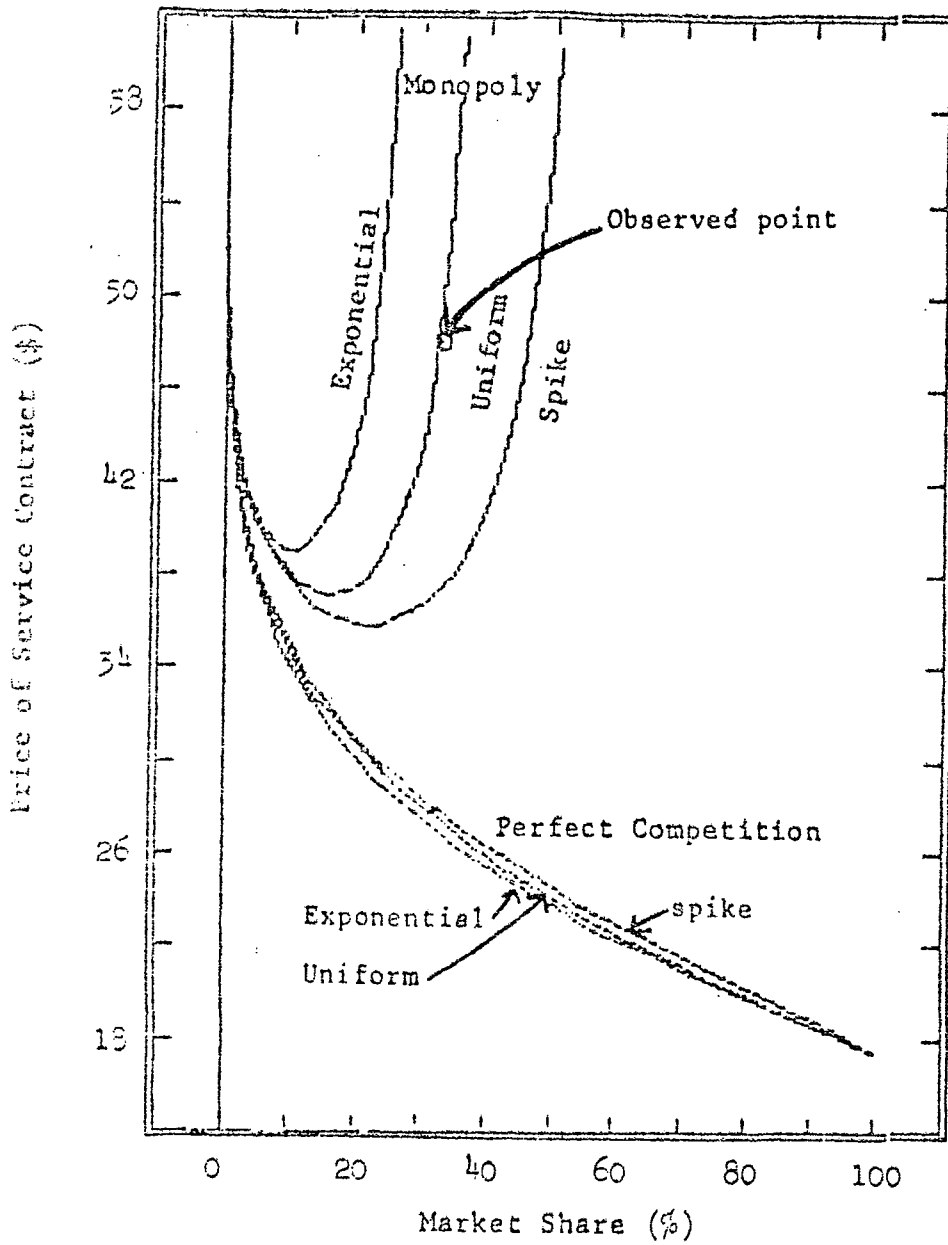


Figure 17. Price of Service Contract Versus Market Share (Three Distributions of k).

7.3 CONCLUSIONS

A general model framework has been specified for the service-contract market. The model includes a number of realistic features. The model has been parameterized using usage, price and market share data from surveys of Color T.V. set purchasers.

Based on the empirical results, the model seems to fit observed data reasonably well. In particular, the results indicate that the service contract market is characterized as a monopoly rather than a perfectly-competitive market.

APPENDIX: DERIVATIONS

A-1: Uniformly Distributed Risk-Aversion Parameter

Substituting equations (27) and (28) into equations (22) through (25), we have, for $p \leq p^*$:

$$\begin{aligned}
 B_1(p) &= \int_0^K \int_{g=p/f\lambda(1+fk)}^G (1/K) \xi(b/a) g^{b-1} \exp(-g^b/a) dg dk \\
 &= \xi/K \int_0^K \int_{g=p/f\lambda(1+fk)}^G (b/a) g^{b-1} \exp(-g^b/a) dg dk \\
 &= \xi/K \int_0^K \left\{ \exp\{-p^b/a[f\lambda(1+fk)]^b\} - \exp(-G^b/a) \right\} dk \\
 &= \xi/K \int_0^K \exp\{-p^b/a[f\lambda(1+fk)]^b\} dk - \xi \exp(-G^b/a)
 \end{aligned} \tag{34}$$

For $p > p^*$:

$$B_2(p) = \int_{k^*}^K \int_{g=p/f\lambda(1+fk)}^G (1/K) \xi(b/a) g^{b-1} \exp(-g^b/a) dg dk$$

(Cont'd)

$$= \xi/K \int_{k=(p-f\lambda G)/f^2\lambda G}^K \left\{ \exp \left\{ -p^b/a[f\lambda(1+fk)]^b \right\} - \exp(-G^b/a) \right\} dk$$

$$= \xi/K \int_{k=(p-f\lambda G)/f^2\lambda G}^K \exp \left\{ -p^b/a[f\lambda(1+fk)]^b \right\} dk$$

$$= (\xi/K) [K - (p - f\lambda G)/f^2\lambda G] \exp(-G^b/a) \quad (35)$$

The corresponding expressions for expected profit are obtained by integrating over regions I and II of Figure 4 reversing the order of integration for convenience.

For $p \leq p^*$:

$$E_1(\pi) = pB_1(p) - f\lambda \int_{g=p/f\lambda(1+fK)}^{p/f\lambda} \int_{k=(p-f\lambda g)/f^2\lambda g}^K \left\{ (1/K)\xi(b/a) g^b \right. \\ \left. \times \exp(-g^b/a) \right\} dk dg$$

$$= f\lambda \int_{g=p/f\lambda}^G \int_0^K (1/K)\xi(b/a) g^b \exp(-g^b/a) dk dg$$

$$= (\xi/K) p \int_0^K \exp \left\{ -p^b/a[f\lambda(1+fk)]^b \right\} dk - p\xi \exp(-G^b/a)$$

(Cont'd)

$$\begin{aligned}
 & - (\xi\lambda/K)(1 + fK) \int_{g=p/f\lambda(1+fK)}^{p/f\lambda} (b/a) g^b \exp(-g^b/a) dg \\
 & + (p\xi/Kf) \left\{ \exp\{-p^b/a[f\lambda(1+fK)]^b\} - \exp[-p^b/a(f\lambda)^b] \right\} \\
 & - \xi f\lambda \int_{g=p/f\lambda}^G (b/a) g^b \exp(-g^b/a) dg
 \end{aligned} \tag{36}$$

For $p > p^*$:

$$\begin{aligned}
 E_2[\pi] &= (p\xi/K) \int_{k=(p-f\lambda G)/f^2\lambda G}^K \exp\{-p^b/a[f\lambda(1+fK)]^b\} dk \\
 & - [(\xi\lambda/K)(1 + fK)] \int_{g=p/f\lambda(1+fK)}^G (b/a) g^b \exp(-g^b/a) dg \\
 & + (p\xi/Kf) \left\{ \exp\{-p^b/a[f\lambda(1+fK)]^b\} - \exp(-G^b/a) \right\} \\
 & - (\xi/K) p[K - (p - f\lambda G)/f^2\lambda G] \exp(-G^b/a)
 \end{aligned} \tag{37}$$

The perfect competition solution is the price p_c for which equation (36) equals zero. The monopoly price p_m is that which maximizes $E[\pi]$; for $p \leq p^*$:

$$\partial E[\pi] / \partial p = \xi \left\{ (1/K) \int_0^K \exp [- p^b / a (f\lambda + f^2 \lambda_k)^b] dk - \exp (- G^b / a) \right\}$$

$$- (\xi b p^b / K) \int_0^K \exp [- p^b / a (f\lambda + f^2 \lambda_k)^b] / a (f\lambda + f^2 \lambda_k)^b dk$$

$$+ (\xi b / a K f) \int_{p/f\lambda(1+fK)}^{p/f\lambda} g^{b-1} \exp (- g^b / a) dg = 0 \quad (38)$$

For $p > p^*$:

$$\partial E[\pi] / \partial p = (\xi / K) \int_{k=(p-f\lambda G)/f^2\lambda G}^K \exp [- p^b / a (f\lambda + f^2 \lambda_k)^b] dk$$

$$- (\xi p / K) \left\{ (1/f^2\lambda G) \exp (- G^b / a) + (b/a) p^{b-1} \int_{k=(p-f\lambda G)/f^2\lambda G}^K \right.$$

(Cont'd)

$$\begin{aligned}
 & \times \exp \left[- p^b / a (f\lambda + f^2 \lambda_k)^b \right] / a (f\lambda + f^2 \lambda_k)^b dk \Bigg\} \\
 & + (\xi / K f) \left\{ \exp \left[- p^b / a (f\lambda + f^2 \lambda_k)^b \right] - \exp (- G^b / a) \right\} \\
 & - \xi [1 - (2p - f\lambda G) / f^2 \lambda G K] \exp (- G^b / a) = 0
 \end{aligned}
 \tag{39}$$

A-2: Risk-Aversion Parameter Distributed as a Spike at k_0

Substituting the Weibull relation for $h_2(g)$ from (28) into equations (30) and (31), we obtain:

$$B(p) = \xi \{ \exp [- p^b / a (f\lambda + f^2 \lambda k_0)^b] - \exp (- G^b / a) \} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} E[\pi] &= p \xi \{ \exp [- p^b / a (f\lambda + f^2 \lambda k_0)^b] - \exp (- G^b / a) \} \\ &\quad - f\lambda \xi \int_{g=p/f\lambda(1+f k_0)}^G (b/a) g^b \exp (- g^b / a) dg \end{aligned} \quad (41)$$

The equilibrium perfect-competition price p_c must satisfy

$$\begin{aligned} &p \xi \{ \exp [- p^b / a (f\lambda + f^2 \lambda k_0)^b] - \exp (- G^b / a) \} \\ &- f\lambda \xi \int_{g=p/f\lambda(1+f k_0)}^G (b/a) g^b \exp (- G^b / a) dg = 0 \end{aligned} \quad (42)$$

The monopoly price, p_m , is obtained by differentiating equation (41).

Thus p_m is the solution of:

$$\begin{aligned} &\xi \{ \exp [- p^b / a (f\lambda + f^2 \lambda k_0)^b] - \exp (- G^b / a) \} \\ &- \xi b f k_0 / a (1 + f k_0) \{ [p / (f\lambda + f^2 \lambda k_0)]^b \\ &\times \exp [- p^b / a (f\lambda + f^2 \lambda k_0)^b] \} = 0 \end{aligned} \quad (43)$$

A-3: Exponentially Distributed Risk-Aversion Parameter

The market share is, for the case $p \leq p^*$:

$$\begin{aligned}
 B_1(p) = & \int_{g=0}^{p/f\lambda} (b/a) g^{b-1} \exp \{ - [(g^b/a) + (1/v)(p - f\lambda g)/f^2\lambda g] \} dg \\
 & + \int_{g=p/f\lambda}^G (b/a) g^{b-1} \exp (- g^b/a) dg
 \end{aligned} \tag{44}$$

and for $p > p^*$:

$$B_2(p) = \int_{g=0}^G (b/a) g^{b-1} \exp \{ - [(g^b/a) + (1/v)(p - f\lambda g)/f^2\lambda g] \} dg \tag{45}$$

The expected profit, for the case $p \leq p^*$, is:

$$\begin{aligned}
 E_1[\pi] &= \xi p \int_{g=0}^{p/f\lambda} (b/a) g^{b-1} \exp \left\{ - \left[(g^b/a) + (1/v)(p - f\lambda g)/f^2\lambda g \right] \right\} dg \\
 &+ \xi p \int_{g=p/f\lambda}^G (b/a) g^{b-1} \exp (-g^b/a) dg \\
 &- f\lambda \left\{ \xi \int_{g=0}^{p/f\lambda} (b/a) g^b \exp \left\{ - \left[(g^b/a) + (1/v)(p - f\lambda g)/f^2\lambda g \right] \right\} dg \right. \\
 &\left. + \xi \int_{g=p/f\lambda}^G (b/a) g^b \exp (-g^b/a) dg \right\} \quad (46)
 \end{aligned}$$

and for $p > p^*$:

$$\begin{aligned}
 E_2[\pi] &= \xi p \int_{g=0}^G (b/a) g^{b-1} \exp \left\{ - \left[(g^b/a) + (1/v)(p - f\lambda g)/f^2\lambda g \right] \right\} dg \\
 &- f\lambda \xi \int_{g=0}^G (b/a) g^b \exp \left\{ - \left[(g^b/a) + (1/v)(p - f\lambda g)/f^2\lambda g \right] \right\} dg \quad (47)
 \end{aligned}$$

The equilibrium perfect-competition price p_c is the value of p that makes (46) zero. The monopoly price p_m , is solved for the case $p \leq p^*$ by differentiating (46); p_m is the solution of

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left\{ \int_{g=0}^{p/f\lambda} (b/a) g^{b-1} \exp \left\{ - \left[(g^b/a) + (1/v)(p - f\lambda g)/f^2\lambda g \right] \right\} dg \right. \\ & + \left. \int_{g=p/f\lambda}^G (b/a) g^{b-1} \exp \left(- g^b/a \right) dg \right\} \\ & - \frac{1}{2} p/v f^2 \lambda \int_{g=0}^{p/f\lambda} (b/a) g^{b-2} \exp \left\{ - \left[(g^b/a) + (1/v)(p - f\lambda g)/f^2\lambda g \right] \right\} dg \\ & + \frac{1}{2} /v f \int_{g=0}^{p/f\lambda} (b/a) g^{b-1} \exp \left\{ - \left[(g^b/a) + (1/v)(p - f\lambda g)/f^2\lambda g \right] \right\} dg = 0 \end{aligned} \quad (48)$$

and for $p > p^*$, p_m is the solution of:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \int_{g=0}^G (b/a) g^{b-1} \exp \left\{ - \left[(g^b/a) + (1/v)(p - f\lambda g)/f^2\lambda g \right] \right\} dg \\ & - \left(\frac{1}{2} /v f^2 \lambda \right) p \int_{g=0}^G (b/a) g^{b-2} \exp \left\{ - \left[(g^b/a) + (1/v)(p - f\lambda g)/f^2\lambda g \right] \right\} dg \\ & + \frac{1}{2} /v \lambda f \int_{g=0}^G (b/a) g^{b-1} \exp \left\{ - \left[(g^b/a) + (1/v)(p - f\lambda g)/f^2\lambda g \right] \right\} dg = 0 \end{aligned} \quad (49)$$

REFERENCES

- Abramowitz, M. and Stegun, I., Handbook of Mathematical Functions, Dover Publications, Inc., 1968.
- Akerlof, G.A., "The Market for Lemons: Quality Uncertainty and the Market Mechanism," Quarterly Journal of Economics, Vol. 84, 1970.
- Arrow, K.J., Essays in the Theory of Risk-Bearing, Markham, Chicago, 1971.
- Arrow, K.J., "Limited Knowledge and Economic Analysis," American Economic Review, Vol. 64, 1974.
- Arrow, K.J., "Uncertainty and the Welfare Economics of Medical Care," American Economic Review, Vol. 53, 1963.
- Arrow, K.J. and Hahn, F.H., General Competitive Analysis, Holden-Day, San Francisco, 1971.
- Baumol, W., "An Expected Gain Confidence Limit Criterion for Portfolio Selection," Management Science, Vol. 10, 1963
- Borch, K., "Equilibrium in a Reinsurance Market," Econometrica, Vol. 30, 1962.
- Colantoni, C.S., Davis, D.A. and Swaninathan, M., "Imperfect Consumers and Welfare Comparisons of Policies Concerning Information and Regulation," Bell Journal of Economics and Management Science, Vol. 7, 1976.
- Department of Consumer Economics and Public Policy, Consumer Warranty Survey Code Book, New York State College of Human Ecology, Cornell University, Ithaca, N.Y., 1977.
- Courville, L. and Hausman, W.H., "Warranty Scope, Imperfect Information and Market Structure," Journal of Business, Vol. 17, 1979.
- Daniel, W., Applied Nonparametric Statistics, Houghton Mufflin Co., Boston, 1978.
- Diamond, P. and Stiglitz, J.E., "Increases in Risk and in Risk Aversion," Journal of Economic Theory, Vol. 8, 1974.
- Friend, I. and Blume, M., "The Demand for Risky Assets," American Economic Review, Vol. 65, 1975.

Furubotn, E.G., "Quality Control, Expected Utility and Product Equilibrium," Western Economic Journal, Vol. 9, 1971.

Gerner, J. and Bryant, W., "Appliance Warranties: Provisions and Changes Over Time," in Consumer Durables: Warranties, Service Contracts and Alternatives, Center for Policy Alternatives, Massachusetts Institute of Technology, Report to the National Science Foundation, Research Applied to National Needs Program, Spring 1977.

Goldberg, V.P., "The Economics of Product Safety and Imperfect Information," Bell Journal of Economics and Management Science, Vol. 5, 1974.

Halligan, W., "Self-Selection by Contractual Choice and the Theory of Share-Cropping," Bell Journal of Economics and Management Science, Vol. 9, 1978.

Harris, M. and Raviv, A., "Optical Incentive Contracts With Imperfect Information," Working Paper, Carnegie Mellon University, March 1976.

Hausman, W.H. and Courville, L., "The Economics of Service Contracts," Preliminary Memorandum, Industrial Engineering Department, Stanford University, Stanford, Calif., November 1977.

Hausman, W.H. and Kamins, M., "The Reliability of New Automobile Parts," The Rand Corporation, RM-4002-PR, 1964.

Heal, G., "Do Bad Products Drive Out Good," Quarterly Journal of Economics, Vol. 90, 1976.

Hirshleifer, J., "Where Are We in the Economics of Information," American Economic Review, Vol. 63, 1973.

Hollander, M. and Wolfe, D., Nonparametric Statistical Methods, John Wiley and Sons, N.Y., 1973.

Jaffe, J. and Rubinstein, M., "The Value of Information in Impersonal Markets," Working Paper 16-75, Wharton School, University of Pennsylvania, 1975.

Jovanovic, B., "Adverse Selection Under Symmetric Information," Working Paper, Columbia University, 1978.

Kohneman, D. and Tversky, A., "Propect Theory: An Analysis of Decision Under Risk," Econometrica (in press).

Kunreuther, H., "Limited Knowledge and Insurance Protection", Public Policy, Vol. 24, 1976.

Laffont, J.J., "Optimism and Experts Against Adverse Selection in a Competitive Economy," Journal of Economic Theory, Vol. 10, 1975.

Leland, H., "Oranges, Lemons, and Licensing: A Theory of Minimum Quality Standards," Working Paper No. 60, University of California - Berkeley, August 1977.

McCall, J., "Probabilistic Microeconomics," Bell Journal of Economics and Management Science, Vol. 2, 1971.

Mossin, J., "Aspects of Rational Insurance Purchasing," Journal of Political Economy, Vol. 76, 1968.

Oi, W. Y., "The Economics of Product Safety," Bell Journal of Economics and Management Science, Vol. 4, 1973.

Pollatsek, A. and Tversky, A., "A Theory of Risk," Journal of Mathematical Psychology, Vol. 7, 1970.

Porat, M.V., "The Information Economy," Institute for Communication Research, Stanford University, Stanford, Calif., 1976.

Pratt, J., "Risk Aversion in the Small and in the Large," Econometrica, Vol. 32, 1964.

Quasch, J.L. and Weiss, A., "Prices as Sorting Mechanisms in Competitive Markets With Asymmetric Information," Working Paper, C.O.R.E., Hervelee, Belgium, and Bell Laboratories, U.S.A.

Raviv, A., "The Design of an Optimal Insurance Policy," American Economic Review, Vol. 69, 1979.

Rothschild, M. and Stiglitz, J., "Equilibrium in Competitive Insurance Markets," Quarterly Journal of Economics, Vol. 90, 1976.

Spence, M. and Zeckhauser, R., "Insurance, Information and Individual Action," American Economic Review, Vol. 61, 1971.

Stiglitz, J., "Information and Economic Analysis," in Current Economic Problems, Parkin and Nobay (eds), Cambridge University Press, 1975.

Teixeira, Jose P., "The Economics of Service Contracts," unpublished Ph.D. Dissertation, Stanford University, Department of Industrial Engineering and Engineering Management, 1979.

Wilson, C., "A Model of Insurance Markets With Incomplete Information," Journal of Economic Theory, Vol. 16, 1977.

- . Wilson, C., "An Analysis of Simple Insurance Markets With Imperfect Differentiation of Consumers," Working Paper, University of Rochester, December 1973.
- . Wilson, C., "Equilibrium in a Class of Self-Selection Models," Ph.D. Dissertation, Department of Economics, University of Rochester, 1976.
- . Wilson, C., "The Nature of Equilibrium in Markets With Adverse Selection," Social Systems Research Institute, University of Wisconsin-Madison, Working Paper No. 7715, November 1975.
- . Wilson, C., "The Welfare Benefits of Price Maintenance in Markets With Adverse Selection," Social Systems Research Institute, University of Wisconsin-Madison, Working Paper No. 7817, August 1978.

ESCOLA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA
DO INSTITUTO BRASILEIRO DE ECONOMIA
DA FUNDAÇÃO GETÚLIO VARGAS

SEMINÁRIOS DE PESQUISA ECONÔMICA II

(2ª parte)

Coordenadores: Prof. Roberto Castello Branco
Prof. Antonio C. Porto Gonçalves

MENSURAÇÃO DA CONCENTRAÇÃO INDUSTRIAL NO BRASIL

Helson Cavalcante Braga (CECEX/ESAF)
João Luiz Mascolo (CECEX/PUC)

Data: 12/11/81
Horário: 13:30h
Local: Auditório Eugênio Gudin

2. Significado e Implicações da Concentração Industrial

Em um sentido amplo, concentração significa a acumulação de certos atributos econômicos (tais como renda, riqueza, produção, emprego etc.) por correspondentes unidades de controle (indivíduos, firmas, estabelecimentos industriais etc.), e tem-se revelado um conceito extremamente útil em vários campos de investigação econômica, tais como distribuição de renda e estrutura industrial. (2)

Em particular, neste último campo, a expressão "concentração industrial" tem sido empregada para designar diferentes categorias econômicas, que requerem métodos apropriados de mensuração e se prestam à análise de problemas distintos. Não chega a surpreender, portanto, a confusão que tem permeado certas incursões nesta área de estudo. Assim sendo, parece oportuna uma discussão preliminar sobre alguns conceitos, destacando as diferenças existentes entre eles.

Cabe ressaltar, inicialmente, que é possível tratar concentração industrial em termos puramente estatísticos, sem maior preocupação com o seu significado econômico. Isso porque, estatisticamente, a concentração (ou, mais precisamente, o grau de concentração) constitui uma característica da distribuição de uma variável em uma população, que pode, naturalmente, ser calculada para diferentes conjuntos de firmas industriais, do mesmo modo que para outros tipos de distribuição. Este enfoque tem quase sempre um caráter didático e se propõe a apresentar e comparar, pelos seus méritos matemáticos, alguns dos índices de concentração mais conhecidos, com referência à distribuição pessoal da renda ou do tamanho das firmas de uma indústria. (3) Frequentemente os trabalhos que adotam este enfoque incluem, entre os índices de concentração, alguns índices de desigualdade, os quais, embora mantendo uma relação estreita com os primeiros, são conceitualmente distintos, como se verá mais adiante.

(2) Meller & Swinburn (1973), p.7; e Marfels (1971), p. 753.

(3) Exemplos dessa abordagem estatística são os artigos de Hart (1971), Hoffman (1976) e Barbosa (1981).

Helson C. Braga**

João L. Mascolo ***

1. Introdução

Tem-se registrado, nos últimos anos, um crescente interesse acadêmico pelo problema da concentração industrial no Brasil. Este fato pode perfeitamente estar associado ao aparecimento de uma base estatística mais adequada, porém é mais provável que esteja refletindo uma tomada de consciência em relação a algumas implicações da estrutura industrial que se formou no País ao abrigo de um acentuado protecionismo e que, agora, não contam com o mesmo grau de tolerância que caracterizou a fase de implantação do parque industrial.

De um modo geral, os vários trabalhos que, direta ou indiretamente, se ocuparam do assunto podem ser divididos em três grupos. No primeiro grupo, representado principalmente por Tavares & Façanha (1978) e Possas (1977), encontram-se descrições detalhadas do comportamento de índices de concentração discretos, segundo as categorias a quatro dígitos da classificação industrial da Fundação IBGE. ⁽¹⁾

Os trabalhos do segundo grupo procuraram estabelecer a associação da concentração industrial com alguma variável econômica em que estavam particularmente interessados, tais como Fajnzylber (1971) (exportações), Bonelli (1976) (tecnologia), Buttari & Dweck (1979) (emprego), e Newfarmer & Mueller (1975), Connor (1977) e Braga (1979, 1980) (rentabilidade privada).

(1) No mesmo gênero, Gonçalves (1979) apresentou vários índices de concentração e de desigualdade, mas só pôde calcular estes últimos.

* Este artigo é uma versão resumida da pesquisa de mesmo título elaborada para a Escola de Administração Fazendária (ESAF/MF).

** Fundação Centro de Estudos do Comércio Exterior (CECEX) e Escola de Administração Fazendária (ESAF/MF).

*** Fundação Centro de Estudos do Comércio Exterior (CECEX) e Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC/RJ).

Por último, os trabalhos de Sabóia(1980) e Bonelli (1980), que trataram especificamente da mensuração da concentração industrial, têm alguns traços comuns com o presente estudo.

O objetivo central deste trabalho é medir o grau de concentração industrial no Brasil, tanto ao nível agregado, como ao nível de mercados individuais. No primeiro caso (seção 3), a evolução do fenômeno é estudada com o auxílio de um índice de concentração agregada, construído com os dados divulgados pela revista Visão.

Ao nível de mercados individuais (seção 4), são apresentados seis diferentes índices de concentração, cujas características são discutidas e comparadas. A base estatística para esses cálculos foi uma amostra especial de 15.155 firmas industriais contribuintes do imposto de renda da pessoa jurídica, as quais, obviamente, não foram identificadas. Essa amostra não somente tornou possível a construção de índices especialmente exigentes em matéria de dados (e que, por essa razão, não tinham sido calculados para o Brasil), como permitiu que os vários índices de concentração fossem referidos à classificação industrial a quatro dígitos, que é o nível de agregação de firmas mais coerente com o conceito econômico de mercado.

Essas seções empíricas são precedidas de uma discussão sobre o significado e as implicações da concentração industrial (seção 2). O objetivo foi contribuir para a melhor organização do debate da questão e dar maior destaque aos fundamentos econômicos dos distintos conceitos de concentração industrial, que nem sempre têm recebido a devida ênfase em abordagens mais descritivas do ponto de vista estatístico.

É sobretudo do ponto de vista da análise econômica, que adquire relevância a taxonomia da concentração industrial. Nesse sentido, a primeira distinção importante a estabelecer é entre concentração agregada (overall concentration) e concentração em mercados ou indústrias individuais (market concentration).⁽⁴⁾ No primeiro caso, tem-se a proporção dos ativos (ou de outra variável de tamanho, como o valor das vendas ou o número de empregados) de todo o setor industrial ou de uma parte importante dele - como a indústria de transformação - , que está sob o controle das 100 ou 200 maiores empresas, independentemente dos mercados em que atuam.⁽⁵⁾ Já a concentração de mercado tem a ver com a participação das empresas líderes nas vendas de um particular mercado ou indústria.⁽⁶⁾

De uma maneira mais geral, a concentração agregada pode referir-se à economia como um todo, ou, mais usualmente, ao setor não-financeiro da economia.⁽⁷⁾ Em qualquer caso, porém, o que está por trás do conceito é a preocupação com as implicações econômicas, políticas e sociais da concentração do poder econômico, ou seja, a centralização do controle discricionário sobre os recursos produtivos e o curso da atividade econômica.⁽⁸⁾ Teme-se, particularmente: (a) a ameaça que o poder econômico possa representar para o processo democrático, na medida em que venha a ser

(4) Descrições detalhadas desses conceitos podem ser encontradas em Bain (1968, caps. 4 e 5), Blair (1972, cap. 1) e Utton (1971, caps. 4 e 5).

(5) Convém enfatizar que o interesse aqui está precisamente na concentração do controle sobre os ativos industriais, em contraste com a distribuição da propriedade desses ativos, a qual constitui a distribuição pessoal da riqueza representada pelos ativos das empresas. Veja, a esse respeito, Bain, op.cit., p. 81.

(6) Sobre a delimitação de mercado e sua melhor aproximação empírica nos sistemas de classificação industrial, veja Needham (1978), pp. 122-131.

(7) Foi com a cobertura mais ampla que Berle & Means (1932, cap. 3), construíram o índice relativo às 200 maiores companhias americanas, no primeiro estudo desse gênero.

(8) O poder econômico concede um controle sobre o uso dos ativos pertencentes à firma, sobre a mão-de-obra que ela emprega e sobre as políticas de preços e de distribuição de seus produtos. Trata-se, portanto, do fenômeno de big business, bastante diferente do fenômeno de few sellers, retratado no conceito de concentração de mercado. (Veja Adelman, 1958, p.4).

utilizado para influenciãr desproporcionalmente as decisões políticas; ⁽⁹⁾ e (b) a tendência à burocratização das grandes organizações, que, ao reduzir o espaço para a iniciativa, pode comprometer o dinamismo da economia no longo prazo. Além disso, as medidas usuais de concentração agregada devem subestimar o verdadeiro grau de concentração do poder econômico, uma vez que não levam em conta os casos em que: (a) duas ou mais firmas ostensivamente independentes são na realidade controladas por um indivíduo, uma família ou outra firma, que detem a maioria do capital votante; e (b) ocorrem as diretorias interligadas (interlocking directorates), em que executivos de várias firmas participam da direção umas das outras. ⁽¹⁰⁾

Em parte devido ao significado mais abrangente da concentração industrial agregada, que ultrapassa os limites da análise econômica convencional, e em parte porque existe um conjunto de hipóteses testáveis associadas à concentração de mercado, o fato é que o interesse da pesquisa empírica tem-se localizado preponderantemente neste último conceito de concentração industrial.

A mais importante dessas hipóteses - consubstanciada no denominado "modelo de coalizão" (collusion model) -, teve sua origem nas teorias de competição imperfeita (e, em particular, de concorrência monopolística), desenvolvidas por Chamberlin (1933) e Robinson (1933), que sugeriram a possibilidade de que estruturas de mercado intermediárias entre a competição perfeita e o monopólio poderiam dar origem a padrões de comportamento e de desempenho anteriormente associados exclusivamente ao caso extremo de monopólio. Especialmente em mercados dominados por poucos grandes vendedores - oligopólios -, a dimensão relativa de cada firma faz com que os ajustamentos de posição por ela realizados afetem perceptivelmente os preços e os volumes de venda das demais firmas, exigindo a necessidade de antecipar a reação dos concorrentes. Uma vez reconhecida essa mútua interdependência, e sendo pequeno o número de firmas, elas poderão achar praticável o controle do mer

(9) Essa influência pode assumir as formas de contribuição a campanhas políticas, pressões bem articuladas sobre o processo legislativo e as políticas de regulamentação, além de suprir a administração pública de assessores simpáticos aos interesses privados (Bain, op.cit., p.91). Veja, também, a esse respeito, Salamon & Siegfried (1977) e White (1981).

(10) Bain, op.cit., pp. 93-100; Utton, op.cit., pp. 52-53.

cado, mediante o estabelecimento de algum tipo de acordo visando a implementação de políticas de maximização conjunta de lucros ou de outro objetivo qualquer. Deve-se notar, entretanto, que um e levado grau de interdependência entre as firmas pode forçar a a doção de políticas de preços e de produção com consequências po tenciais não necessariamente distintas daquelas de coalizão for mal. (11)

Do ponto de vista empírico, a principal implicação do modelo é que o grau de interdependência oligopolística - e , por conseguinte, a probabilidade de uma conduta típica de monopólio - é determinada pelo grau de concentração da indústria. Deve-se esperar que quanto mais alta for a concentração, maior será a interdependência entre as firmas e, portanto, a probabilidade de que elas se comportem como um monopólio. (12)

Assim, o interesse central da concentração indus tri al, do ponto de vista econômico, é que ela torna possível o exer cício do poder de monopólio ou, mais genericamente, do poder de mercado (market power), em estruturas industriais não competi ti vas. (13) Em tais situações, os preços não guardam estrita corres pondência com os custos médios de longo prazo, evidenciando um espaço não aproveitado para a melhoria do bem-estar da coletivi dade, mediante uma realocação de recursos da economia. Essa ine ficiência alocativa estática, que acompanha o poder de mercado , está na origem da condenação doutrinária ao monopólio - e, por extensão, aos elevados níveis de concentração industrial - e da exaltação do ideal da concorrência perfeita.

Deixando de lado, provisoriamente, as outras impli cações do poder de mercado, convém examinar mais detalhadamente o conceito econômico de competição e sua relevância como mecanis mo promotor da eficiência produtiva.

(11) Chamberlin, op.cit., p. 48. Ver, também, U.S. Congress (1969), p. 873.

(12) Esta hipótese foi formulada por Bain (1951) em um trabalho pioneiro e de rivada posteriormente por Stigler (1968), em sua teoria de oligopólio.

(13) Uma firma tem poder de mercado quando ela pode afetar significativamente o preço de mercado através de decisões sobre quantidades, possibilidade essa que não existe em concorrência perfeita.

Apesar do extenso uso do conceito de competição na teoria econômica, não houve sempre o mesmo entendimento do seu significado por parte dos economistas. De fato, o conceito de competição evoluiu da ênfase inicial, dada por Adam Smith, sobre a rivalidade entre as firmas para a concepção moderna de oposição ao poder de mercado.⁽¹⁴⁾ A rivalidade, que era a essência da competição para Smith, é considerada hoje como um tipo de comportamento, enquanto que o termo competição passou a designar a (in) capacidade (determinada pela concentração econômica) de as firmas assumirem certas modalidades de conduta no mercado. Da mesma forma que o poder de mercado, a competição é uma questão de grau e varia no sentido inverso daquele, sendo mais intensa à proporção em que ele diminui.

O paradigma da competição perfeita deriva sua popularidade precisamente da ausência da ineficiência alocativa associada ao poder de mercado. Nessa particular estrutura de mercado, não somente os recursos produtivos são alocados da forma mais eficiente, como os diversos participantes são pressionados a fornecer seus produtos ou serviços aos menores preços compatíveis com os custos médios de longo prazo. Além disso, como a rivalidade (no sentido smithiano) é a única forma possível de comportamento - uma vez que o grande número de vendedores torna impraticável o estabelecimento de acordos coalizantes -, ficam garantidos, simultaneamente, os ideais de desempenho econômico e de conduta no mercado.

Apesar da ênfase da análise econômica no primeiro aspecto, até agora as medidas legislativas se concentraram sobretudo no combate às práticas de concorrência desleal.⁽¹⁵⁾ Essa limitação da política pública com relação ao poder de mercado apenas às questões de conduta se deve primordialmente ao enorme poder de reação dos interesses envolvidos às tentativas conhecidas de desconcentração industrial, mas decorre em grande parte, também,

(14) Sobre a evolução do conceito de competição e de sua importância na teoria econômica, veja Stigler (1957) e McNulty (1968).

(15) Nos EUA, por exemplo, a primeira lei antitruste, o Sherman Act, de 1890, não teve em vista a concentração econômica de facto, mas as tentativas de monopolização e restrição ao comércio. Somente mais tarde apareceram propostas de medidas visando à desconcentração industrial.

do desacordo dos economistas com respeito (a) à magnitude do custo social do monopólio; ⁽¹⁶⁾ (b) ao próprio fundamento do poder de mercado, que tanto pode originar-se de arranjos coalizantes como da superior capacidade competitiva proporcionada pelas economias de escala; ⁽¹⁷⁾ e (c) à relevância do conceito de eficiência alocativa estática - que requer a organização atomística dos mercados -, notadamente no contexto de uma economia em crescimento.

Esta última questão é de fundamental importância para o correto posicionamento frente ao problema da concentração industrial. Autores como Clark (1940, 1955), Schumpeter (1950) e, mais recentemente, Lindbeck (1971) e Hensley (1975), defenderam o ponto de vista de que o conceito relevante de eficiência - e, portanto, o papel econômico da competição - não era o alocativo estático, mas o tecnológico dinâmico, i.e., a introdução de novos produtos e o desenvolvimento de novos processos produtivos. E esse tipo de eficiência não dependia da existência de mercados atomísticos - afinal uma ocorrência cada vez mais rara nos modernos sistemas industriais -, mas da presença de alguma forma de pressão competitiva suficientemente forte para incentivar a redução de custos e o desenvolvimento de novos produtos. ⁽¹⁸⁾

Segundo Lindbeck, a teoria de preços neoclássica, ao associar concorrência perfeita a mercados atomísticos, introduziu a confusão entre tipo de competição e intensidade de competição, sendo este último aspecto (que não é um resultado exclusivo da concorrência perfeita) o ingrediente necessário para produzir a desejada eficiência técnica dinâmica. ⁽¹⁹⁾

(16) Estimativas feitas para os EUA revelaram custos geralmente baixos (veja, por exemplo, Harberger, 1954; e Worcester Jr., 1973).

Entretanto, vários autores, como Lindbeck (1971, p. 85) e Sutcliffe (1971, p. 241-242), sugeriram que essa perda seria maior nos países em desenvolvimento, dadas as elevadas barreiras tarifárias e a ausência de uma tradição de controle do poder de mercado.

(17) A segunda possibilidade tem sido sustentada principalmente por Demsetz (1973, 1974).

(18) Essa situação foi descrita como "competição factível" (workable competition) por Clark (1940).

(19) Lindbeck, op.cit., p. 104.

Porém, como observou Opie (1971), quando existem economias de escala, essa própria pressão competitiva, ao eliminar sucessivamente os menos eficientes, tenderá a uma solução de monopólio, a menos que os participantes restantes se decidam por uma política de acomodação. Em outras palavras, a competição pode destruir-se a si mesma, ou, pelo menos, o número suficiente de participantes para que ela funcione. ⁽²⁰⁾ Assim, a eficiência dinâmica, conquanto extremamente importante, não elimina a ineficiência alocativa estática, cuja relevância dependerá de sua própria magnitude - que é um problema empírico. Por essa razão, e também devido a outras implicações econômicas do poder de mercado (sobre a distribuição de renda e a eficiência de políticas de estabilização, por exemplo), a concentração industrial permanece um problema a mobilizar a atenção e o esforço tanto da pesquisa empírica como da política pública. ⁽²¹⁾

Uma segunda distinção conceitual importante a ser precisada é a existente entre concentração e desigualdade de uma distribuição. Com referência à distribuição por tamanho das firmas de uma indústria, o primeiro conceito corresponde à idéia de que um pequeno número de firmas é responsável por uma grande percentagem de produção da indústria, enquanto que o conceito de desigualdade implica em que uma pequena percentagem das firmas controla uma grande percentagem da produção. ⁽²²⁾ Portanto, o conceito de desigualdade depende de duas distribuições percentuais e, logicamente, suas medidas não refletirão o número absoluto das firmas envolvidas.

Como se pode perceber, os dois conceitos são estreitamente relacionados. ⁽²³⁾ De fato, com base nas definições acima,

(20) Opie (1971), p. 209.

(21) Sobre essas outras implicações do poder de mercado, consultar os artigos reunidos em Goldschmid et al. (1974).

(22) Rosenbluth (1955), p. 61. Esses dois conceitos podem ser visualizados graficamente através da "curva de concentração" (onde a altura da curva sobre um ponto x do eixo horizontal representa a percentagem da indústria controlada pelas x maiores firmas) e da familiar curva de Lorenz, respectivamente. A partir dessas curvas são derivadas algumas das medidas mais conhecidas de ambos os conceitos.

(23) Na realidade, podem-se derivar fórmulas que, sob determinadas condições, convertem medidas de um tipo nas do outro (veja Marfels, op.cit., p. 756). Algumas vezes, a desigualdade tem sido, inclusive, chamada de "concentração relativa", em contraposição à denominação de "concentração absoluta", reservada para a concentração no sentido acima (veja Lintner & Butters, 1950, p. 46).

tem-se que, dado o número de firmas na indústria, a concentração é uma função crescente da desigualdade; e dado o grau de desigualdade, a concentração decresce com o aumento do número de firmas. Essas relações pode ser resumidas na forma abaixo, onde C é uma medida qualquer de concentração, n é o número de firmas na indústria e $p = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ é o vetor normalizado (que representa, portanto, uma medida de discrepância) da distribuição das parcelas de mercado (p_i) das firmas: ⁽²⁴⁾

$$C = F(p, n)$$

sendo que $F_p > 0$ e $F_n < 0$.

O ponto central a observar é que a desigualdade é um dos fatores determinantes da concentração, a qual, diferentemente da primeira, também depende do número das unidades de controle (n). Essa diferença aparentemente simples no plano conceitual, é, no entanto, fundamental do ponto de vista da aplicação dos dois conceitos.

No estudo da distribuição de renda, onde não interessa o número absoluto de pessoas, a desigualdade constitui o conceito relevante. O mesmo ocorre quando se analisa a concentração industrial agregada, onde se considera um número relativamente grande de firmas. Quando, porém, se trata da estrutura industrial em mercados individuais, o número de firmas tem uma importância própria, independentemente da distribuição por tamanho, uma vez que a ele está associada uma hipótese de comportamento cooperativo, ausente nos estudos de distribuição de renda. ⁽²⁵⁾ Por essa razão, as medidas de desigualdade devem ser evitadas no estudo desse último tipo de estrutura industrial.

A exata compreensão dos dois conceitos é importante também porque, como se verá no item 4.1, é exatamente a ênfase relativa dada à desigualdade (distribuição por tamanho) e ao número de firmas que distingue as diversas medidas de concentração propostas na literatura.

(24) Veja Marfels, op.cit., p. 755. Obviamente, a desigualdade só depende de p .

(25) Marfels, op.cit., p.154; e Hart, op.cit., p.75.

3. Concentração Industrial Agregada

Esta seção examina a concentração industrial no Brasil em termos agregados, segundo dois ângulos distintos. Em primeiro lugar, fornece uma visão estática da distribuição por tamanho (medido pela receita total) das firmas industriais, no ano de 1977. Em seguida, analisa as mudanças ocorridas na distribuição por tamanho das 200 maiores firmas não-financeiras, durante o período 1971-1979.

A primeira abordagem já teve sua relevância discutida na seção anterior. Quanto à segunda, sua inclusão decorre do interesse em se avaliar quantitativamente o efeito sobre a concentração econômica agregada proporcionado pelo movimento de fusões e incorporações, que se processou no período.⁽²⁶⁾ Evidências neste sentido, para o Brasil, associadas principalmente ao takeover das multinacionais, foram notadas por Evans (1976), Newfarmer (1978) e Newfarmer & Mueller (1975). Além disso, entre 1974 e 1979, esteve em vigor uma legislação que concedia benefícios fiscais para fusões e incorporações entre empresas, com vistas à criação de economias de escala.⁽²⁷⁾

Cabe, ainda, uma explicação sobre a diferença de cobertura das firmas incluídas nas duas abordagens. A rigor, a temática do estudo recomendaria a manutenção do segundo enfoque nos estritos limites do setor industrial, em vez de englobar também firmas agrícolas, comerciais e de serviços (excluindo apenas firmas pertencentes ao setor financeiro). A razão principal para a ampliação da cobertura foi de natureza estatística. Contrariamente à primeira abordagem, que abrange o universo de declarantes do imposto de renda da pessoa jurídica, o segundo enfoque se baseia na amostra da revista Visão, que é a fonte de maior cobertura disponível a apresentar dados para os anos requeridos na a

(26) As fusões têm sido apontadas como o principal fator responsável pelo aumento da concentração agregada ao longo do tempo (veja Mueller, 1971; e Hannah & Kay, 1981).

(27) DL nº 1.346, de 25/9/74. Posteriormente, o DL nº 1.532, de 30/3/77, estendeu o incentivo fiscal para programas prioritários de reorganização ou modernização. O incentivo consistia, basicamente, na isenção do imposto de renda sobre a reavaliação do ativo imobilizado acima dos limites da correção monetária, para fins da fusão.

nálise. Mesmo admitindo-se uma boa representatividade do setor industrial nessa amostra, ⁽²⁸⁾ certamente a inclusão das outras firmas melhora a cobertura da amostra estudada.

É importante frisar que essa ampliação não sofre nenhuma restrição de ordem teórica, uma vez que a questão do poder econômico - a que as medidas de concentração agregada se referem, fundamentalmente - tem a ver com o controle dos recursos produtivos (producing assets), que se encontram também em outros setores. Costuma-se excluir o setor financeiro devido à natureza essencialmente distinta dos seus ativos, compostos sobretudo por moeda e obrigações creditícias de empresas não-financeiras. ⁽²⁹⁾

3.1 - Uma Visão Geral

A tabela 3.1 mostra a distribuição do número, receita e capital das firmas industriais, por classes de receita, em 1977. Os dados se referem às firmas tributadas segundo o lucro real, e que constituem o contingente mais expressivo dos contribuintes do imposto de renda da pessoa jurídica, aí incluídas as empresas estatais. ⁽³⁰⁾ Cada firma incorpora os resultados das filiais, sucursais e agências no País ou no exterior.

Como se pode observar, as 432 maiores firmas, com receita superior a Cr\$ 500 milhões, e representando pouco mais de meio por cento do número total, foram responsáveis por quase a metade da receita (mais precisamente 48,6%) e do capital (47%) do conjunto da indústria naquele ano. Se forem adicionadas as duas classes seguintes, chega-se à evidência de que 3% das firmas detêm cerca de 70% da receita e do capital da indústria.

(28) São estão excluídas as firmas não constituídas juridicamente sob a forma de sociedade anônima (as quais são obrigadas por lei a publicar seus resultados financeiros), que não forneceram seus dados a pedido de Visão.

(29) Veja Bain (1968), pp. 85-86.

(30) O lucro real é apurado a partir dos lançamentos contábeis. A tributação pode ser feita ainda com base no lucro presumido (que constitui uma opção para as firmas pequenas) e no lucro arbitrado (utilizado quando a firma é obrigada a manter escrituração regular e não o faz). Havia, em 1977, 66 mil firmas industriais e de outros tipos (13% do total geral) tributadas por esses dois últimos métodos, as quais, no entanto, respondiam por pouco mais de 1 por cento da receita total.

TABELA 3.1

SETOR INDUSTRIAL - NÚMERO DE FIRMAS, RECEITA TOTAL E CAPITAL MAIS RESERVAS,
POR CLASSES DE RECEITA - 1977.

Classes de Receita (Cr\$ milhares)			Firmas		Receitas		Capital mais Reservas	
			Nº	%	Cr\$ milhões	%	Cr\$ milhões	%
Zero			533	0,7	-	-	2.023,2	0,3
Zero	a	1	326	0,4	0,1	0,0	3.272,2	0,5
1	a	5	82	0,1	0,2	0,0	205,4	0,0
5	a	10	79	0,1	0,6	0,0	88,7	0,0
10	a	25	311	0,4	5,8	0,0	694,5	0,1
25	a	50	695	0,9	26,1	0,0	682,9	0,1
50	a	100	1.520	2,0	115,1	0,0	495,0	0,1
100	a	250	8.369	10,8	1.508,4	0,1	1.585,8	0,2
250	a	500	10.387	13,5	3.758,2	0,2	2.081,7	0,3
500	a	1.000	10.868	14,1	7.839,9	0,5	3.607,6	0,5
1.000	a	2.500	13.428	17,4	21.802,2	1,3	11.219,0	1,7
2.500	a	5.000	8.801	11,4	31.394,5	1,9	10.782,8	1,6
5.000	a	10.000	7.717	10,0	54.590,9	3,3	21.501,4	3,2
10.000	a	25.000	6.633	8,6	103.950,6	6,2	45.627,8	6,8
25.000	a	50.000	3.197	4,1	111.795,2	6,7	43.668,6	6,5
50.000	a	100.000	1.933	2,5	134.429,4	8,1	56.567,0	8,4
100.000	a	250.000	1.377	1,8	213.222,7	12,8	84.022,8	12,5
250.000	a	500.000	497	0,6	170.663,8	10,3	67.571,9	10,1
500.000	ou	mais	432	0,6	809.754,0	48,6	315.552,3	47,0
T O T A L			77.185	100,0	1.664.857,4	100,0	671.550,6	100,0

Fonte dos Dados Brutos: MF/SRF, Imposto de Renda - Pessoa Jurídica, 1978.

Vista, portanto, em um instante do tempo (1977), a indústria brasileira apresenta-se extremamente concentrada. O item seguinte analisa a evolução da concentração do setor não-financeiro entre 1971 e 1979.

3.2 - A Evolução nos Anos 70

A seleção das 200 maiores empresas não-financeiras da revista Visão é feita com base no patrimônio líquido que foi, então, uma das medidas de tamanho consideradas. A outra medida adotada foi o faturamento e, classificando-se a amostra segundo esta variável, observou-se que o conjunto das empresas é praticamente o mesmo nos dois casos embora a ordenação, evidentemente, seja diferente.⁽³¹⁾

Para a análise da evolução da disparidade de tamanho entre as 200 maiores empresas não-financeiras nos anos 70, optou-se pelo emprego do índice de entropia, tal como sugerido por Hexter & Snow (1970) e Jacquemin & Kumps (1971) em aplicações para os Estados Unidos e Comunidade Econômica Européia, respectivamente. Este índice foi inicialmente empregado na Física e posteriormente na Teoria da Informação, onde representa o valor esperado do conteúdo informacional de uma mensagem.⁽³²⁾

Seja p a probabilidade a priori de que um dado evento A ocorra. Caso se receba uma mensagem que diga que A de fato ocorreu, o conteúdo de informação, ou "grau de surpresa" associado a esta mensagem, será tão maior quanto menor for p . Desta forma, define-se uma relação inversa entre p e o conteúdo de informação da mensagem, que será representado por $h(p)$.

Dentre as várias especificações possíveis para funções decrescentes, a forma usual é ⁽³³⁾

(31) Não se pode afirmar que os dois conjuntos são exatamente iguais, pois dentre as 200 empresas classificadas segundo o patrimônio líquido, foi possível obter, para a variável faturamento, 167 observações em 1971, 181 em 1974 e 191 em 1979. Todas estas empresas, no entanto, incluíam-se entre as 200 maiores segundo o patrimônio líquido.

(32) Veja Theil (1967).

(33) Para uma discussão das razões da opção por esta particular especificação, veja Theil, op.cit., cap. 2.

$$h(p) = \ln \frac{1}{p} \quad (3.2.1)$$

Pode-se, a partir da expressão acima, definir o valor esperado do conteúdo de informação de uma mensagem referente ao evento A, ou seja, a entropia da distribuição que associa as probabilidades p e $1-p$ a seus dois pontos. A entropia é dada por:

$$ET = p \ln \frac{1}{p} + (1-p) \ln \frac{1}{1-p} \quad (3.2.2)$$

Generalizando para n eventos, A_1, \dots, A_n , tem-se que a entropia da distribuição de probabilidades p_1, \dots, p_n é definida como

$$ET = \sum_{i=1}^n p_i h(p_i) = \sum_{i=1}^n p_i \ln \frac{1}{p_i} \quad (3.2.3)$$

A utilização deste índice em estudos de concentração industrial foi inicialmente sugerida por Theil ⁽³⁴⁾. Considerando-se p_i como a parcela de mercado da i -ésima firma, a entropia representaria o valor esperado do conteúdo informacional de uma mensagem que afirmasse que, tendo sido vendido um certo montante pela indústria em questão a um consumidor qualquer, a venda foi efetuada pela i -ésima firma. Desta forma, quanto maior a parcela de mercado da firma, menor o "grau de surpresa" trazido pela mensagem e vice-versa. Conclui-se, portanto, que a entropia é uma medida inversa de concentração. De fato, no caso de um monopólio, quando a concentração é máxima, tem-se que $p_i = 1$ e $ET = 0$, seu valor mínimo; caso as parcelas de mercado de todas as firmas sejam idênticas ($p_i = \frac{1}{n}$), a concentração é mínima para um dado n e $ET = \ln n$, seu valor máximo.

Dentre as propriedades do índice de entropia, destaca-se a possibilidade de representá-lo como a soma da entropia entre-grupos e o total da entropia intra-grupos ⁽³⁵⁾:

$$ET = ET_o(p) + \sum_{g=1}^G p_g ET_g(p) \quad (3.2.4)$$

(34) Theil, op.cit., cap. 8.

(35) Para a derivação formal desta decomposição, veja Theil, op.cit., cap. 2.

onde $ET_o(p) = \sum_{g=1}^G p_g \ln \frac{1}{p_g}$ é a entropia entre-grupos,

sendo $p_g = \sum_{i \in S_g} p_i$, e

$ET_g(p) = \sum_{i \in S_g} \left(\frac{p_i}{p_g} \right) \ln \left(\frac{p_g}{p_i} \right)$ é a entropia intra

grupos para o grupo S_g . Assim, o total da entropia intra-grupos é dado por $\sum_{g=1}^G p_g ET_g(p)$.

Conforme já ressaltado, as firmas foram classificadas segundo o patrimônio líquido e o faturamento, e os anos estudados foram 1971, 1974 e 1979. Em termos de patrimônio líquido as 200 empresas foram desagregadas em dois grupos de 100 e quatro grupos de 50, e as tabelas 3.2 e 3.3 apresentam os valores obtidos para o índice de entropia total, bem como para suas parcelas, em cada um dos dois casos.

TABELA 3.2

INDICES DE ENTROPIA PARA AS 200 MAIORES EMPRESAS NÃO-FINANCEIRAS
CLASSIFICADAS SEGUNDO O PATRIMÔNIO LÍQUIDO.
DESAGREGAÇÃO EM 2 GRUPOS DE 100.

ANOS	ENTROPIA TOTAL	ENTROPIA ENTRE-GRUPOS	TOTAL DA ENTROPIA INTRA-GRUPOS	ENTROPIA INTRA-GRUPOS	
				Grupo 1	Grupo 2
1971	4,4044	0,4053	3,9991	3,9044	4,5802
1974	4,4104	0,4039	4,0065	3,9123	4,5884
1979	4,2140	0,3831	3,8309	3,7184	4,5947

TABELA 3.3

INDICES DE ENTROPIA PARA AS 200 MAIORES EMPRESAS NÃO-FINANCEIRAS
CLASSIFICADAS SEGUNDO O PATRIMÔNIO LÍQUIDO.
DESAGREGAÇÃO EM 4 GRUPOS DE 50.

ANOS	ENTROPIA TOTAL	ENTROPIA ENTRE-GRUPOS	TOTAL DA ENTROPIA INTRA-GRUPOS	ENTROPIA INTRA-GRUPOS			
				Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4
1971	4,4044	0,8699	3,5345	3,3957	3,9054	3,9010	3,9087
1974	4,4104	0,8572	3,5532	3,4262	3,9018	3,9054	3,9099
1979	4,2140	0,8132	3,4008	3,2396	3,8883	3,9088	3,9098

As tabelas 3.4 e 3.5, por outro lado, apresentam os valores obtidos para os diversos índices como percentuais de seus valores máximos ($\ln n$), com o objetivo de dar uma idéia da evolução da concentração relativa ao longo da década de 70.

TABELA 3.4

INDICES DE ENTROPIA COMO PERCENTUAIS DE SEUS VALORES
MÁXIMOS PARA AS 200 MAIORES EMPRESAS NÃO-FINANCEIRAS,
CLASSIFICADAS SEGUNDO O PATRIMÔNIO LÍQUIDO.
DESAGREGAÇÃO EM 2 GRUPOS DE 100.

ANOS	ENTROPIA TOTAL	ENTROPIA ENTRE-GRUPOS	ENTROPIA INTRA-GRUPOS	
			Grupo 1	Grupo 2
1971	83,13	58,47	84,78	99,46
1974	83,24	58,27	84,95	99,64
1979	79,53	55,27	80,74	99,77

TABELA 3.5

INDICES DE ENTROPIA COMO PERCENTUAIS DE SEUS VALORES
MÁXIMOS PARA AS 200 MAIORES EMPRESAS NÃO-FINANCEIRAS,
CLASSIFICADAS SEGUNDO O PATRIMÔNIO LÍQUIDO.
DESAGREGAÇÃO EM 4 GRUPOS DE 50.

ANOS	ENTROPIA TOTAL	ENTROPIA ENTRE-GRUPOS	ENTROPIA INTRA-GRUPOS			
			Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4
1971	83,13	62,75	86,80	99,83	99,72	99,92
1974	83,24	61,83	87,58	99,74	99,83	99,95
1979	79,53	58,66	82,81	99,39	99,92	99,94

Classificando-se as empresas segundo o faturamento, não foi possível trabalhar com as 200 maiores, conforme mencionado anteriormente, devido à carência de dados estatísticos. Assim, optou-se por utilizar, para cada ano, um número de observações igual ao maior múltiplo de quatro inferior ao número de firmas para as quais foi possível obter o dado de faturamento (36). As tabelas 3.6 e 3.7 apresentam os valores obtidos para os diversos índices, desagregando-se as empresas em dois e quatro grupos, todos, em cada caso, com o mesmo número de componentes.

TABELA 3.6

INDICES DE ENTROPIA PARA AS MAIORES EMPRESAS NÃO-FINANCEIRAS, CLASSIFICADAS SEGUNDO O FATURAMENTO.
DESAGREGAÇÃO EM 2 GRUPOS.

ANOS	ENTROPIA TOTAL	ENTROPIA ENTRE-GRUPOS	TOTAL DA ENTROPIA INTRA-GRUPOS	ENTROPIA INTRA-GRUPOS	
				Grupo 1	Grupo 2
1971	4,3976	0,3652	4,0324	4,0059	4,2281
1974	4,3913	0,3769	4,0144	3,9792	4,2610
1979	4,3134	0,3081	4,0053	3,9729	4,3239

(36) De acordo com este critério foram utilizadas 164 observações em 1971, 180 em 1974 e 188 em 1979.

TABELA 3.7

INDICES DE ENTROPIA PARA AS MAIORES EMPRESAS NÃO-FINANCEIRAS, CLASSIFICADAS SEGUNDO O FATURAMENTO.
DESAGREGAÇÃO EM 4 GRUPOS.

ANOS	ENTROPIA TOTAL	ENTROPIA ENTRE-GRUPOS	TOTAL DA ENTROPIA INTRA-GRUPOS	ENTROPIA INTRA-GRUPOS			
				Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4
1971	4,3976	0,8718	3,5258	3,4624	3,6929	3,6923	3,5535
1974	4,3913	0,8751	3,5162	3,4196	3,7756	3,7686	3,5318
1979	4,3134	0,7846	3,5288	3,4336	3,8201	3,8085	3,6996

São apresentados nas tabelas 3.8 e 3.9 os valores obtidos para os índices como percentuais de seus valores máximos. Esta forma de apresentação ganha ainda mais importância quando a classificação é feita segundo o faturamento, uma vez que neste caso o número de firmas difere de ano para ano.

TABELA 3.8

INDICES DE ENTROPIA COMO PERCENTUAIS DE SEUS VALORES MÁXIMOS PARA AS MAIORES EMPRESAS NÃO-FINANCEIRAS, CLASSIFICADAS SEGUNDO O FATURAMENTO.
DESAGREGAÇÃO EM 2 GRUPOS.

ANOS	ENTROPIA TOTAL	ENTROPIA ENTRE-GRUPOS	ENTROPIA INTRA-GRUPOS	
			Grupo 1	Grupo 2
1971	86,23	52,69	90,90	95,95
1974	84,56	54,38	88,43	94,69
1979	82,37	44,45	87,45	95,17

TABELA 3.9

INDICES DE ENTROPIA COMO PERCENTUAIS DE SEUS VALORES
MÁXIMOS PARA AS MAIORES EMPRESAS NÃO-FINANCEIRAS,
CLASSIFICADAS SEGUNDO O FATURAMENTO.
DESAGREGAÇÃO EM 4 GRUPOS.

ANOS	ENTROPIA TOTAL	ENTROPIA ENTRE-GRUPOS	ENTROPIA INTRA-GRUPOS			
			Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4
1971	86,23	62,89	93,24	99,44	99,43	95,69
1974	84,56	63,13	89,83	99,18	99,00	92,78
1979	82,37	56,60	89,18	99,22	98,92	96,09

O exame dos resultados obtidos para o índice de entropia total e seus componentes leva a uma série de constatações a respeito da evolução da concentração entre as maiores empresas não-financeiras ao longo da década de 70, dentre as quais cumpre destacar:

(i) em termos de patrimônio líquido, o índice de entropia total revela um aumento na concentração entre os pontos extremos da série (1971 e 1979), o qual se deu, no entanto, ao longo do período 1974-1979, uma vez que entre os anos de 1971 e 1974 a concentração chegou a apresentar ligeira queda. Quando as firmas são classificadas segundo o faturamento, o índice aponta uma elevação da concentração nos dois sub-períodos;

(ii) a entropia entre-grupos revelou um aumento da disparidade entre os segmentos da amostra ao longo da década, independentemente do número de grupos em que as firmas foram desagregadas e da variável empregada para a ordenação. No entanto, quando a classificação é feita segundo o faturamento, a disparidade diminui entre 1971 e 1974 e cresce entre 1974 e 1979, ao passo que, em termos de patrimônio líquido, a mesma apresenta um crescimento nos dois sub-períodos;

(iii) o total da entropia intra-grupos, por sua vez, mostra-se razoavelmente estável no período 1971-1974, apresentando uma queda entre 1974 e 1979 quando a análise é feita em termos de patrimônio líquido. Este fato deve-se, basicamente, ao agravamento da concentração no grupo das maiores empresas (grupo 1), quer se desagregue a amostra em dois ou em quatro grupos. Em termos de faturamento, o grupo das maiores é também o único a apresentar aumento significativo na concentração ao longo da década sendo que, neste caso, não se pode afirmar que o fenômeno tenha ocorrido de forma mais acentuada no segundo sub-período.

Como se observa, a evidência empírica revela inequivocamente um agravamento da concentração agregada ao longo da década de 70, notadamente no sub-período 1974-1979. Este resultado vem confirmar a expectativa a priori de que o movimento de fusões e incorporações teria se intensificado em função, não apenas das facilidades legais, como também em decorrência da desaceleração do ritmo de crescimento da economia brasileira.⁽³⁷⁾

4. Concentração Industrial em Mercados Individuais

O objetivo desta seção é medir a concentração em mercados individuais, representados pelas categorias a quatro dígitos da classificação industrial da Secretaria da Receita Federal (S.R.F.), que constitui uma aproximação aceitável para o conceito teórico de mercado (o item 4.2 explora mais detalhadamente este aspecto).

Conforme visto na seção 2, o interesse deste exercício está em se poder construir uma intuição sobre as características competitivas da indústria brasileira, tal como se apresentavam em 1978.

(37) Sobre esta última possibilidade, veja Bonelli. (1980).

Dada a inadequação do conceito de desigualdade para o tratamento dessa questão, serão empregadas exclusivamente as medidas de concentração industrial, propriamente ditas.⁽³⁸⁾

4.1 - Medidas de Concentração Industrial

As medidas de concentração industrial costumam ser classificadas em dois grupos: as medidas parciais ou discretas (que se baseiam em um número pequeno das maiores firmas de uma indústria) e as medidas-resumo ou acumuladas (que pretendem incorporar todas as firmas da indústria).⁽³⁹⁾

Foram selecionadas para este estudo duas medidas do primeiro tipo (as razões de concentração, relativas às quatro e oito maiores firmas da indústria) e quatro do segundo tipo (os índices de Hirschman-Herfindahl,⁽⁴⁰⁾ de Rosenbluth,⁽⁴¹⁾ de Horvath⁽⁴²⁾ e de entropia⁽⁴³⁾) - que são as medidas de concentração

(38) Para uma descrição resumida dos índices de desigualdade construídos a partir da curva de Lorenz - índices de Gini, de Pietra e da ordenada do desvio médio relativo (relative mean deviation intercept) -, veja, por exemplo, Kamerschen & Lam (1975).

(39) Esta classificação refere-se aos índices de concentração estáticos, que não levam em conta a instabilidade e a rotação das firmas no mercado. Para uma discussão sobre índices dinâmicos, veja Kamerschen & Lam, op.cit.

(40) Embora este índice seja mais frequentemente creditado a Herfindahl (1950), na realidade, ele foi introduzido anteriormente por Hirschman (1964), com a diferença de que este autor extraiu a raiz quadrada do índice apresentado pelo primeiro.

(41) Rosenbluth (1959). Este índice foi proposto independentemente por Hall & Tideman (1967): Por razões óbvias, decidiu-se manter a referência ao primeiro autor.

(42) Horvath (1970).

(43) Veja item 3.2.

industrial mais frequentemente utilizadas. (44)

A decisão de apresentar seis medidas diferentes de concentração industrial se deve, fundamentalmente, ao fato de que a teoria econômica não fornece elementos conclusivos para a escolha entre os vários índices (45). O que a teoria claramente sugere é que a medida ótima de concentração industrial deveria refletir a importância que cada firma atribui ao número e à distribuição por tamanho dos demais concorrentes, nas suas decisões de preço, produção e outras modalidades de comportamento no mercado. Com efeito, a diferença básica entre os diferentes índices está exatamente no sistema de pesos imputados às parcelas de mercado e, consequentemente na sensibilidade que eles revelam às mudanças no número de firmas da indústria. De certa forma, essas ponderações retratam a importância relativa dos dois argumentos dos índices (p e n) que seus proponentes acreditam ser relevante para a tomada de decisões das firmas. (46)

Uma expressão geral para os índices de concentração industrial pode ser dada por

$$C = \sum_{i=1}^n w(p_i) p_i$$

onde p_i é o vetor das parcelas de mercado das n firmas (em ordem decrescente de tamanho) que compõem o grupo a que se refere a medida; e $w(p_i)$ é o peso atribuído a cada parcela de mercado. Na-

(44) Esses índices podem ser apresentados sob a forma do número equivalente de firmas de igual tamanho que seria necessário para suprir a parcela de mercado indicada por um dado índice de concentração (veja Finkelstein & Friedberg, 1967; e Hart, op.cit.). Para um extenso levantamento de índices de concentração, inclusive alguns de presença discutível entre as medidas de concentração industrial, veja Meller & Swinburn, op.cit. Além do índice de Gini, é citado, por exemplo, o índice de Niehans, que consiste, na realidade, em um índice de tamanho da firma, obtido a partir de dados agrupados.

(45) Scitovsky (1955).

(46) Needham, op.cit., p. 128.

turalmente,

$$p_i \geq 0 \quad \text{e} \quad \sum_{i=1}^n p_i = 1$$

A tabela 4.1 resume as principais características dos índices empregados neste trabalho.

As razões de concentração - que medem a parcela do mercado que é controlada pelas maiores firmas da indústria - são os índices mais amplamente utilizados, devido, principalmente, à sua maior facilidade de cálculo e de interpretação. A principal crítica a esses índices reside no fato de que se baseiam em um único ponto da curva de concentração, não levando em conta nem o número total nem o tamanho relativo das firmas na indústria. Na realidade, eles enfatizam apenas a desigualdade entre o grupo das maiores firmas (que é escolhido arbitrariamente) e as demais, ignorando, inclusive, a disparidade existente entre as firmas líderes. Por conseguinte, a sensibilidade frente à variação no número de firmas é nula, desde que não altere o grupo líder.

Os índices-resumo apresentam, sobre os parciais, a vantagem de incluir toda a distribuição por tamanho das firmas na indústria. ⁽⁴⁷⁾ A contrapartida desse maior conteúdo informativo é a dificuldade de serem obtidos os dados requeridos para o seu cálculo, uma vez que razões de sigilo das instituições responsáveis pelas estatísticas impedem geralmente a utilização de informações individuais das firmas.

O índice-resumo de maior prestígio é o de Hirschman-Herfindahl, onde a ponderação da parcela de mercado de cada firma é a sua própria participação relativa na indústria. É exatamente a maior ênfase (implícita no sistema de pesos) no tamanho relativo - quanto menor a firma menor sua importância no índice - do que no número de firmas na indústria que levou Rosenbluth à ponderação pela ordem de tamanho (rank) da firma, que dá maior destaque ao segundo argumento.

(47) Além disso, os índices-resumo evitam o problema, revelado pelos índices parciais, de que a ordenação das indústrias pode ser alterada, dependendo do número de firmas escolhido, uma vez que as curvas de concentração não raro se cruzam.

TABELA 4.1

ÍNDICES DE CONCENTRAÇÃO INDUSTRIAL

Índice	Fórmula	Intervalo de Variação (*)	Sistema de Pesos das Parcelas de Mercado [w (p _i)]
1. Razão de Concentração das 4 Maiores Firms (CR ₄)	$CR_4 = \sum_{i=1}^4 p_i$	$\frac{4}{n}$ a 1	1 para as firmas incluídas no índice e 0 para as demais.
2. Razão de Concentração das 8 Maiores Firms (CR ₈)	$CR_8 = \sum_{i=1}^8 p_i$	$\frac{8}{n}$ a 1	1 para as firmas incluídas no índice e 0 para as demais.
3. Índice de Hirschman - Herfindahl (HH)	$HH = \sum_{i=1}^n p_i^2$	$\frac{1}{n}$ a 1	A parcela de mercado da firma i.
4. Índice de Rosenbluth (RO)	$RO = \frac{1}{2 \sum_{i=1}^n i p_i^{-1}}$	$\frac{1}{n}$ a 1	A ordem da firma na distribuição por tamanho.
5. Índice de Horvath (HO)	$HO = p_1 + \sum_{i=2}^n p_i^2 (2 - p_i)$	$\frac{3n^2 - 3n + 1}{n}^{(**)}$ a 1	0 termo p _i (2 - p _i).
6. Índice de Entropia (ET)	$ET = \sum_{i=1}^n p_i \ln \frac{1}{p_i}$	0 a ln n	0 logaritmo do inverso da parcela de mercado.

(*) O limite inferior do intervalo corresponde ao valor do índice para n firmas de igual tamanho e o limite superior refere-se ao caso do monopólio, à exceção do índice de entropia, que varia no sentido inverso (veja item 3.2).

(**) Pode-se demonstrar que este limite inferior sempre excede 1/n.

O índice de Horvath propõe-se a combinar os aspectos dos índices parciais e resumo e, por essa razão, foi denominado de índice de concentração compreensivo (comprehensive concentration index). A parte discreta é representada pela parcela de mercado da maior firma da indústria (p_1). A parte-resumo, por sua vez, consiste em um índice de Hirschman-Herfindahl relativo às p_2, \dots, p_n parcelas de mercado restantes, multiplicadas pelo termo $(2-p_1)$. Claramente, o índice de Horvath atribui um peso maior a todas as firmas do que o índice de Hirschman-Herfindahl, uma vez que (a) a parcela de mercado da firma líder não é elevada ao quadrado e (b) o termo multiplicativo $(2-p_1)$ é maior do que 1. Como os pesos utilizados pelo índice de Horvath para as firmas menores são também inferiores aos de Rosenbluth, resulta que a importância daquelas firmas neste último índice é maior.

A rationale e as principais características do índice de entropia já foram discutidas no item 3.2. Importa destacar aqui que ele apresenta um grau de sensibilidade a mudanças em n intermediário entre os índices de Horvath e Rosenbluth.⁽⁴⁸⁾

A apresentação de vários índices de concentração industrial coloca naturalmente a questão de como compará-los entre si, dada a ausência de critérios definitivos proporcionados pela teoria econômica.

A tendência recente de vincular a escolha dos índices ao preenchimento de certas propriedades matemáticas - conforme sugerido por Hall & Tideman, por exemplo - foi vivamente criticada por Needham e Horvath, para quem a elegância das formulações matemáticas não deve substituir, como critério de avaliação, a melhor representação do fenômeno econômico que se procura medir.⁽⁴⁹⁾

Além das compreensíveis preferências manifestadas pelos proponentes por seus próprios índices, outros autores tem-se inclinado, por razões diversas, por determinados índices. Stigler, por exemplo, favoreceu o índice de Hirschman-Herfindahl, que foi também derivado por ele em sua teoria de oligopólio, ao explorar as condições de estabilidade de acordos coalizantes em merca-

(48) Marfels, op.cit., p. 764.

(49) Horvath(1972), p. 841; Needham, op.cit., p. 128.

dos altamente concentrados.⁽⁵⁰⁾ Cowling (1976) e Cowling & Waterson (1976) também optaram por esse índice, em razão de ter apresentado melhor ajustamento estatístico como variável explicativa de diferenciais de taxas de lucro.

Hart, por outro lado, considerou mais apropriado o uso das razões de concentração para o caso de mercados individuais, entre outras causas porque o padrão de comportamento é tipicamente determinado por um número relativamente pequeno de firmas e ... "não é desejável que uma medida de concentração seja influenciada por todas as firmas."⁽⁵¹⁾

O fato de que os diversos índices de concentração industrial apresentam, em geral, um elevado grau de correlação entre si tem levado alguns analistas a sugerir que a escolha de um particular índice é irrelevante, e que, portanto, deve-se optar pelas razões de concentração, que são menos exigentes em termos de dados.⁽⁵²⁾

No entanto, recentemente, Boyes & Smith (1979) argumentaram que os resultados empíricos podem depender crucialmente da escolha do índice de concentração quando se examinam as mudanças da concentração ao longo do tempo ou a elasticidade de alguma variável com respeito à concentração.

Além disso, como ponderou Needham, uma vez que os diferentes índices adotam distintos sistemas de pesos para as parcelas de mercado, não se deve esperar que a ponderação efetivamente atribuída pelas firmas - que é a relevante - corresponda si multaneamente às de todas as medidas de concentração.⁽⁵³⁾

Uma solução de compromisso é apresentar os índices de concentração mais importantes, chamando a atenção para o papel que cada um reconhece às firmas menores na determinação do padrão de conduta no mercado, tal como foi ilustrado numericamente por Marfels (1971) e graficamente por Davies (1979).

(50) Stigler (1968), pp. 45-56.

(51) Hart, op.cit., p. 84.

(52) Veja, por exemplo, Kilpatrick (1967), Bailey & Boyle (1971) e Rosenbluth (1955).

(53) Needham, op.cit., p. 130.

O primeiro calculou os diferentes índices para quatro distribuições hipotéticas de firmas em uma indústria. O segundo introduziu o conceito de curva de iso-concentração (iso - concentration curve), que mostra as combinações de p e n que produzem um dado valor para o índice de concentração, supondo uma distribuição lognormal do tamanho das firmas.

O resultado é a seguinte escala de sensibilidade do índice de concentração ao aumento de firmas (de tamanho cada vez menor) em ordem crescente: as razões de concentração, o índice de Hirschman-Herfindahl, o de Horvath, o de entropia e o de Rosenbluth. Assim, por exemplo, nos casos em que o analista julgar que as pequenas firmas contribuem significativamente para o padrão de comportamento no mercado, o índice de Rosenbluth seria o mais indicado. Se, no outro extremo, as firmas pequenas em na da alterarem o caráter competitivo da indústria, justifica-se o uso das razões de concentração.

4.2 - Alguns Aspectos Metodológicos

Além da questão da escolha entre os diferentes índices, a mensuração da concentração industrial exige a definição prévia dos seguintes aspectos metodológicos: (a) o nível de agregação de indústria que melhor aproxima o conceito teórico de mercado; (b) a variável de tamanho (e sua dimensão temporal) para medir a concentração; (c) o emprego da firma ou do estabelecimento industrial como unidade produtiva; e (d) a correção dos índices de concentração calculados nacionalmente para levar em conta a presença de mercados tipicamente regionais e a concorrência externa. Esses pontos são tratados resumidamente a seguir.

Do ponto de vista deste estudo, as firmas deveriam ser agrupadas com base no grau de substituição de seus produtos, refletida em elasticidades-cruzadas de demanda negativas e de alto valor absoluto. Ocorre que esse critério teórico, além de ambíguo, não predomina nos sistemas de classificação industrial usualmente disponíveis, os quais, frequentemente, dão maior ênfase à substituição na produção que na demanda.

Muito embora a concentração industrial seja, muitas vezes, calculada para níveis mais elevados de agregação, há um certo consenso de que a classificação industrial a quatro dígitos é a que mais se aproxima do conceito teórico de mercado.⁽⁵⁴⁾

É importante assinalar que o emprego de categorias mais agregadas (dois dígitos, por exemplo) só faz sentido se essas categorias puderem ser interpretadas como mercados, na acepção competitiva. Não sendo este o caso, passa-se para uma outra categoria de problema - o poder econômico - o qual, por seu turno, exige a consideração de todo o setor industrial. Portanto, o cálculo da concentração industrial a um nível de agregação inadequado para a análise desses dois problemas - poder de mercado ou poder econômico - não tem significado econômico per se.

Tendo em vista que os índices de concentração expressam o tamanho relativo das firmas com respeito ao total da indústria, coloca-se o problema de definir qual a variável de tamanho a ser usada. As mais usuais são: o valor adicionado, o valor das vendas, o valor dos ativos e o emprego.⁽⁵⁵⁾

O valor adicionado reúne o maior número de preferências, mas, em geral, não é facilmente disponível. O principal argumento contra as vendas é que não levam em conta as diferenças de graus de integração vertical entre as firmas. Os ativos, via de regra, não refletem adequadamente o efeito inflacionário sobre o processo de acumulação ao longo do tempo. Por último, o emprego ignora as variações devidas às diferentes relações capital-trabalho. Diversos autores, entretanto, têm sugerido que as análises que dependem da ordenação das indústrias segundo o grau de concentração não são significativamente afetadas pela variável de tamanho escolhida.⁽⁵⁶⁾

Uma vez que o interesse básico da concentração em mercados individuais está na sua influência sobre o comportamento das firmas concorrentes, fica claro que a escolha da unidade pro

(54) Para um resumo dessa discussão, veja Braga (1980), pp. 37-41; e Needham, op.cit., cap. 5.

(55) Veja, por exemplo, Adelman (1958), pp. 3-45.

(56) Veja, por exemplo, Rosenbluth (1955), p. 92; e Needham, op.cit., pp. 131-132.

dutiva deve recair sobre a firma, que é a unidade de decisão dos estabelecimentos que a integram.

Os índices de concentração calculados para todo o território nacional podem não corresponder à extensão geográfica relevante dos mercados, em duas situações: (a) quando a concorrência externa for importante (neste caso, o índice nacional estaria superestimando a concentração); e (b) quando houver uma segmentação do mercado nacional em mercados regionais ou locais, em razão de os produtos serem perecíveis ou de custos de transporte relativamente elevados (tem-se, então, uma subestimação do índice).

O primeiro problema tem sido tratado, no plano empírico, de duas formas: (a) diretamente, pelo acréscimo das importações ao denominador da razão de concentração;⁽⁵⁷⁾ e (b) indiretamente, em análises de regressão, pela inclusão, juntamente com o índice convencional de concentração, de uma variável de competição externa, sempre que se admita que o efeito explicativo da concentração possa depender da competição estrangeira.⁽⁵⁸⁾ Em países que adotam políticas comerciais altamente protecionistas a concorrência potencial representada pelas importações pode ser praticamente negligenciada.⁽⁵⁹⁾

Quanto ao problema da segmentação dos mercados, há basicamente dois tipos de tratamento: (a) o cálculo de índices locais para indústrias cujas limitações espaciais são mais notórias;⁽⁶⁰⁾ e (b) a utilização conjunta com uma variável de dispersão geográfica.⁽⁶¹⁾ Naturalmente, supõe-se que mercados locais ou regionais estão associados a indústrias largamente dispersas, o contrário ocorrendo com os mercados nacionais.

(57) Kilpatrick, *op.cit.*, p. 258; e House (1973), p. 410.

(58) Pagoulatos & Sorensen (1976, 1976a).

(59) Caves & Uekusa (1976), em um estudo para o Japão, e Nam (1975), para a Coreia, simplesmente ignoraram a competição externa.

(60) Comanor & Wilson (1967) deram esse tipo de tratamento às indústrias de refrigerantes e laticínios, por exemplo.

(61) Veja Collins & Preston (1969). Embora seja difícil ordenar as indústrias segundo a importância relativa de seus mercados regionais ou locais vis-à-vis mercados nacionais, pode-se, não obstante, calcular o seu grau de concentração geográfica.

4.3 - A Evidência para 1978

A base de dados utilizada para o cálculo da concentração a nível de mercados individuais foi uma amostra especial de 15.155 firmas industriais contribuintes do imposto de renda da pessoa jurídica, no ano de 1978. Esta amostra foi construída para permitir a realização de um programa de estudos sobre o setor industrial brasileiro, que se inicia com este trabalho. A inclusão das firmas na amostra foi condicionada ao atendimento de vários critérios, dentre os quais a obtenção de uma receita mínima de Cr\$ 2 milhões. Com isso, garantiu-se a representatividade suficiente da amostra para estudos deste tipo.

Os índices de concentração correspondem às categorias a quatro dígitos da classificação utilizada pela Secretaria da Receita Federal, que constituem o nível de agregação mais coerente com o conceito econômico de mercado.

Em termos das demais opções metodológicas descritas no item anterior, o cálculo dos índices de concentração adotou: (a) o conceito de firma como unidade produtiva; (b) a receita líquida (vendas) como variável de tamanho; (c) a cobertura nacional para os índices, não tendo sido feitas, portanto, correções para a competição externa, nem para a possível segmentação dos mercados.

A título de ilustração, e tomando por base o índice CR_4 e a amostra da tabela 4.4, a indústria mais concentrada foi a de fabricação de celulose e pasta mecânica ($CR_4 = 0,93773$) e a de menor concentração foi a de fabricação de móveis de madeira, vime e junco ($CR_4 = 0,08325$).⁽⁶²⁾

A tabela 4.2 resume as distribuições de frequência absoluta e relativa das indústrias a quatro dígitos em 1978, segundo os seis índices de concentração discutidos no item 4.1.

(62) Os valores dos índices de concentração para cada uma das categorias industriais a quatro dígitos podem ser fornecidos mediante solicitação.

TABELA 4.2

BRASIL - DISTRIBUIÇÕES DE FREQUÊNCIA DE 228 INDÚSTRIAS
A 4 DÍGITOS, SEGUNDO DIFERENTES ÍNDICES DE CONCENTRAÇÃO - 1978

Indíces \ Classes	0,0 — 0,2	0,2 — 0,4	0,4 — 0,6	0,6 — 0,8	0,8 — 1,0	1,0 — 2,0*	2,0 — 3,0	3,0 — 4,0	4,0 — 5,5
Razão de concentração das 4 maiores firmas	15 (6,58)	39 (17,10)	48 (21,05)	44 (19,30)	38 (16,67)	44 (19,30)			
Razão de concentração das 8 maiores firmas	4 (1,75)	24 (10,53)	38 (16,67)	40 (17,54)	55 (24,12)	67 (29,39)			
Índice de Hirschman-Herfindahl	128 (56,14)	44 (19,30)	13 (5,70)	4 (1,75)	9 (3,95)	30 (13,16)			
Índice de Rosenbluth	142 (62,28)	31 (13,60)	14 (6,14)	5 (2,19)	6 (2,63)	30 (13,16)			
Índice de Horvath	51 (22,37)	57 (25,00)	50 (21,93)	25 (10,96)	15 (6,58)	30 (13,16)			
Índice de Entropia	33 (14,47)	4 (1,75)	4 (1,75)	2 (0,88)	9 (3,95)	43 (18,86)	54 (23,69)	49 (21,49)	30 (13,16)

Notas : (1) Esta tabela refere-se às 228 indústrias a 4 dígitos da classificação da S.R.F. que possuíam pelo menos uma firma em 1978, dentro da amostra considerada.

(2) Os valores entre parênteses representam a distribuição de frequência relativa das indústrias segundo os diferentes índices. Esta observação é válida também para as tabelas 4.3 e 4.4.

(3) Deve-se ter em mente que, para uma dada classe, as distribuições das indústrias segundo os diferentes índices não são estritamente comparáveis, dados os diferentes intervalos de variação de cada índice. Esta observação é válida também para as tabelas 4.3 e 4.4.

* Para os 5 primeiros índices, as frequências nesta classe referem-se ao valor 1.

Com o objetivo de abandonar as indústrias em que poucas firmas foram incluídas devido à forma de construção da amostra, os índices de concentração foram recalculados impondo-se a restrição de que as indústrias possuísem um certo número mínimo de firmas.⁽⁶³⁾ Assim, são apresentadas nas tabelas 4.3 e 4.4 as distribuições de frequência das indústrias com mais de 20 e mais de 30 firmas, respectivamente.

Conforme o esperado, a tabela 4.2 revela distribuições mais concentradas do que as resultantes das truncagens, uma vez que, quando se exige a presença de um certo número mínimo de firmas em cada indústria, ficam excluídos para efeito de cálculo dos índices aquelas categorias que, devido ao critério de construção da amostra, apareceram altamente concentradas no primeiro caso. Observa-se ainda uma pequena sensibilidade das distribuições das indústrias com respeito ao número mínimo de firmas exigido. Estas considerações podem ser também ilustradas pela tabela 4.5, onde são resumidas algumas características das distribuições dos índices de concentração.

Com efeito, os valores assumidos pelas diversas características revelam uma queda no grau de concentração à medida que o número mínimo de firmas exigido aumenta, sendo porém esta variação pouco pronunciada entre as amostras restritas.

As tabelas 4.6 - 4.8 apresentam os coeficientes de correlação de Spearman entre as ordenações das indústrias segundo os diferentes índices de concentração. Como se observa, os elevados valores assumidos pelos coeficientes de correlação (todos variando entre 0,9009 e 0,9989 em valores absolutos, e estatisticamente significantes a menos de 1 por cento) indicam que as ordenações são invariantes aos índices utilizados, sejam estes parciais ou resumo.

(63) Embora o critério de seleção da amostra garanta a presença das maiores empresas industriais, não fica igualmente assegurada a representatividade de cada categoria a quatro dígitos. Este procedimento de truncar o número de firmas em cada categoria tem sido frequentemente utilizado na pesquisa empírica. Veja, por exemplo, Adelman (1969) e Bailey & Boyle (op.cit.).

TABELA 4.3

BRASIL - DISTRIBUIÇÕES DE FREQUÊNCIA DE 130 INDÚSTRIAS
A 4 DÍGITOS, SEGUNDO DIFERENTES ÍNDICES DE CONCENTRAÇÃO - 1978

Indices \ Classes	0,0 — 0,2	0,2 — 0,4	0,4 — 0,6	0,6 — 0,8	0,8 — 1,0	1,0 — 2,0	2,0 — 3,0	3,0 — 4,0	4,0 — 5,5
Razão de concentração das 4 maiores firmas	15 (11,54)	39 (30,0)	44 (33,84)	28 (21,54)	4 (3,08)				
Razão de concentração das 8 maiores firmas	4 (3,08)	24 (18,46)	38 (29,23)	37 (28,46)	27 (20,77)				
Índice de Hirschman-Herfindahl	115 (88,46)	14 (10,77)	1 (0,77)						
Índice de Rosenbluth	126 (96,92)	4 (3,08)							
Índice de Horvath	51 (39,23)	51 (39,23)	22 (16,92)	6 (4,62)					
Índice de Entropia						7 (5,38)	44 (33,85)	49 (37,69)	30 (23,08)

Nota : Esta tabela refere-se às 130 indústrias a 4 dígitos da classificação da S.R.F. que possuíam mais de 20 firmas em 1978, dentro da amostra considerada.

TABELA 4.4

BRASIL - DISTRIBUIÇÕES DE FREQUÊNCIA DE 106 INDÚSTRIAS
A 4 DÍGITOS, SEGUNDO DIFERENTES ÍNDICES DE CONCENTRAÇÃO - 1978

Indices \ Classes	0,0 — 0,2	0,2 — 0,4	0,4 — 0,6	0,6 — 0,8	0,8 — 1,0	1,0 — 2,0	2,0 — 3,0	3,0 — 4,0	4,0 — 5,5
Razão de concentração das 4 maiores firmas	15 (14,15)	39 (36,79)	39 (36,79)	11 (10,38)	2 (1,89)				
Razão de concentração das 8 maiores firmas	4 (3,78)	24 (22,64)	38 (35,85)	30 (28,30)	10 (9,43)				
Índice de Hirschman-Herfindahl	98 (92,45)	8 (7,55)							
Índice de Rosenbluth	104 (98,11)	2 (1,89)							
Índice de Horvath	51 (48,11)	41 (38,68)	11 (10,38)	3 (2,83)					
Índice de Entropia						3 (2,83)	24 (22,64)	49 (46,23)	30 (28,30)

Nota : Esta tabela refere-se às 106 indústrias a 4 dígitos da classificação da S.R.F. que possuíam mais de 30 firmas em 1978, dentro da amostra considerada.

TABELA 4.5
ALGUMAS CARACTERÍSTICAS DAS DISTRIBUIÇÕES DOS ÍNDICES DE CONCENTRAÇÃO

Características* Indices	MÉDIA			MEDIANA			DESVIO PADRÃO			VALOR MÁXIMO			VALOR MÍNIMO		
	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C
CR ₄	0,6450	0,4445	0,3945	0,6650	0,4369	0,3752	0,2877	0,1973	0,1797	1,00	0,9377	0,9377	0,0833	0,0833	0,0833
CR ₈	0,7560	0,5878	0,5317	0,8353	0,5921	0,5486	0,2530	0,2110	0,1908	1,00	0,9813	0,9813	0,1507	0,1507	0,1507
HH	0,3034	0,0965	0,0763	0,1521	0,0690	0,0559	0,3359	0,0843	0,0666	1,00	0,5068	0,3593	0,0078	0,0078	0,0078
RO	0,2808	0,0638	0,0477	0,1199	0,0469	0,0355	0,3409	0,0560	0,0463	1,00	0,3100	0,3100	0,0052	0,0052	0,0052
HO	0,4811	0,2757	0,2384	0,4108	0,2523	0,2099	0,3011	0,1508	0,1340	1,00	0,7211	0,6710	0,0367	0,0367	0,0367
ET	2,2898	3,3051	3,5448	2,3285	3,2032	3,4398	1,4674	0,9244	0,8439	5,4396	5,4396	5,4396	$\frac{2,2204}{16}$	1,3611	1,3611
													10		

* As letras A , B e C representam, respectivamente, as amostras com 228, 130 e 106 indústrias a 4 dígitos.

TABELA 4.6

MATRIZ DOS COEFICIENTES DE CORRELAÇÃO DE ORDEM DE SPEARMAN ENTRE
OS DIVERSOS INDICES DE CONCENTRAÇÃO PARA 228 INDÚSTRIAS A
4 DÍGITOS

INDICES	CR ₄	CR ₈	HH	RO	HO	ET
CR ₄	1	0,9787	0,9852	0,9814	0,9876	-0,9854
CR ₈		1	0,9584	0,9763	0,9621	-0,9755
HH			1	0,9786	0,9989	-0,9871
RO				1	0,9797	-0,9971
HO					1	-0,9875
ET						1

TABELA 4.7

MATRIZ DOS COEFICIENTES DE CORRELAÇÃO DE ORDEM DE SPEARMAN ENTRE
OS DIVERSOS INDICES DE CONCENTRAÇÃO PARA 130 INDÚSTRIAS A
4 DÍGITOS

INDICES	CR ₄	CR ₈	HH	RO	HO	ET
CR ₄	1	0,9820	0,9825	0,9418	0,9805	-0,9658
CR ₈		1	0,9607	0,9719	0,9545	-0,9795
HH			1	0,9328	0,9972	-0,9667
RO				1	0,9262	-0,9922
HO					1	-0,9603
ET						1

TABELA 4.8

MATRIZ DOS COEFICIENTES DE CORRELAÇÃO DE ORDEM DE SPEARMAN ENTRE
OS DIVERSOS INDICES DE CONCENTRAÇÃO PARA 106 INDÚSTRIAS A
4 DÍGITOS

INDICES	CR ₄	CR ₈	HH	RO	HO	ET
CR ₄	1	0,9778	0,9849	0,9130	0,9797	-0,9490
CR ₈		1	0,9609	0,9540	0,9482	-0,9694
HH			1	0,9137	0,9952	-0,9573
RO				1	0,9009	-0,9896
HO					1	-0,9452
ET						1

5. Resumo e Conclusões

O objetivo básico deste trabalho foi avaliar quantitativamente o grau de concentração industrial no Brasil, tanto em termos agregados como ao nível de mercados individuais.

No primeiro caso, a análise esteve concentrada em dois aspectos: a distribuição das firmas industriais por tamanho, em 1977, e a evolução de uma medida de concentração agregada - o índice de entropia -, calculada para as 200 maiores empresas não financeiras segundo a revista Visão. A análise evidenciou não somente uma elevada concentração em 1977, como um agravamento ao longo da década, principalmente durante o sub-período 1974-1979.

No que concerne à concentração em mercados individuais, foram calculados seis diferentes índices de concentração ao nível das categorias a quatro dígitos da classificação industrial da Secretaria da Receita Federal, no ano de 1978. A fonte básica dos dados foi uma amostra de 15.155 firmas industriais contribuintes do imposto de renda da pessoa jurídica, as quais, obviamente, não foram identificadas. Os resultados mostraram uma grande variação no grau de concentração entre as diversas categorias, com uma expressiva frequência de indústrias nas classes de concentração mais elevadas. Observou-se, por outro lado, que as ordenações das indústrias segundo os diferentes índices de concentração apresentam-se altamente correlacionadas.

Além da análise empírica, o trabalho inclui uma discussão detalhada sobre o significado e as implicações da concentração industrial, dado o pouco rigor conceitual com que o assunto tem sido frequentemente tratado.

Bibliografia

- Adelman, Morris A., "The Measurement of Industrial Concentration", in Heflebower, Richard & Stocking, George (eds.), Readings in Industrial Organization and Public Policy (Homewood : Richard D. Irwin, 1958).
- _____, "Comment on the H Concentration Measure as a Number Equivalent", Review of Economics and Statistics (feb.1969).
- Bailey, Duncan & Boyle, Stanley E., "The Optimal Measure of Concentration", Journal of the American Statistical Association (dec.1971).
- Bain, Joe S., Industrial Organization (N. York: John Wiley & Sons, 1968).
- _____, "Relation of Profit Rate to Industry Concentration: American Manufacturing 1936-40", Quarterly Journal of Economics (aug. 1951).
- Barbosa, Fernando de H., "Medidas de Concentração", Revista de Econometria (abr. 1981).
- Berle, Adolf A. & Means, Gardiner, The Modern Corporation and Private Property (N. York: Macmillan, 1932).
- Blair, John M., Economic Concentration: Structure, Behavior and Public Policy (N. York: Harcourt, Brace Janovich, 1972).
- Bonelli, Regis, "Concentração Industrial no Brasil: Indicadores da Evolução Recente", Pesquisa e Planejamento Econômico (dez. 1980).
- _____, Tecnologia e Crescimento Industrial: A Experiência Brasileira nos Anos 60 (Rio: IPEA/INPES, 1976).
- Boyes, William J. & Smyth, David J., "The Optimal Concentration Measure: Theory and Evidence for Canadian Manufacturing Industries", Applied Economics, vol. 11 (1979).

Braga, Helson C., Estrutura de Mercado e Desempenho da Indústria Brasileira: 1973-75 (Rio: Editora da FGV, 1980).

-----"Determinantes do Desempenho da Indústria Brasileira: Uma Investigação Econométrica", Revista Brasileira de Economia (out/dez. 1979).

Buttari, Juan J. & Dweck, Ruth B., "Concentracion Industrial, Tecnología y Empleo en el Brasil", in Juan J. Buttari (coord.) El Problema Ocupacional en America Latina - Concentration Industrial, Tecnología y Empleo (Rio: ECIEL/SIAP, 1979).

Caves, Richard E. & Uekusa, Masu, Industrial Concentration in Japan (Washington: The Brookings Institution, 1976).

Chamberlin, Edwin H., The Theory of Monopolistic Competition (Cambridge: Harvard University Press, 1933).

Clark, John M., "Toward a Concept of Workable Competition" American Economic Review (june 1940).

-----"Competition: Static Models and Dynamic Aspects", American Economic Review (may 1955).

Connor, John M., The Market Power of Multinationals - A Quantitative Analysis of U.S. Corporation in Brazil and Mexico (N. York: Praeger, 1977).

Collins, Norman R. & Preston, Lee E., "Price-Cost Margins and Industry Structure", Review of Economics and Statistics (aug.1969).

Comanor, William S. & Wilson, Thomas A., "Advertising, Market Structure and Performance", Review of Economics and Statistics (nov. 1968).

Cowling, Keith, "On the Theoretical Specification of Industrial Structure - Performance-Relationships", European Economic Review (june 1976).

- _____ & Waterson, M., "Price-cost Margins and Market Structure", Economica (may 1976).
- Davies, Stephen, "Choosing Between Concentration Indices: The Iso-Concentration Curve", Economica (feb. 1979).
- Demsetz, Harold, The Market Concentration Doctrine (Washington: American Enterprise Inst., 1973).
- _____, "Two Systems of Belief About Monopoly", in Goldschmid, Harvey J. et al. (eds.) Industrial Concentration: The New Learning (Boston: Little Brown, 1974).
- Evans, Peter B., "Foreign Investment and Industrial Transformation: A Brazilian Case Study", Journal of Development Economics, vol. 3 (1976).
- Fajnzylber, Fernando, Sistema Industrial e Exportação de Manufaturados - Análise da Experiência Brasileira (Rio: IPEA/INPES, 1971), cap. 3.
- Finkelstein, M.O., & Friedberg, R.M., "The Application of an Entropy Theory of Concentration to The Clayton Act", Yale Law Journal (mar. 1967).
- Gonçalves, Angélica R., "Índices de Desigualdade e de Concentração - Aplicação ao Estudo da Concentração Industrial no Brasil no Período 1950/1970", Tese de Mestrado (Rio: COPPE/UFRJ, 1979).
- Hall, Marshal & Tideman, Nicolaus, "Measures of Concentration", Journal of The American Statistical Association (mar. 1967).
- Hannah, L. & Kay, J.A., "The Contribution of Mergers to Concentration Growth: A Reply to Professor Hart", Journal of Industrial Economics (mar. 1981).
- Harberger, Arnold C., "Monopoly and Resource Allocation", American Economic Review (may 1954).

- Hart, P.E., "Entropy and Other Measures of Concentration", Journal of The Royal Statistical Society, series A(general), vol. 134, part 1 (1974).
- Hensley, Roy J., "Industrial Organization and Economic Development", Economia Internazionale (aug./nov. 1975).
- Herfindahl, Orris C., "Concentration in the Steel Industry" (Ph.D. Dissertation, Columbia University, 1960).
- Hexter, J.L. & Snow, J.W., "An Entropy Measure of Relative Aggregate Concentration", Southern Economic Journal (jan.1970).
- Hirschman, Albert O., "The Paternity of an Index", American Economic Review (sept. 1964).
- Hoffman, Rodolfo, "Medidas de Concentração de uma Distribuição e a Desigualdade Econômica em uma Sociedade", Série Estudos nº 20, mimeogr. (Piracicaba: ESALQ/USP, 1976).
- Horvath, Janos, "Suggestion for a Comprehensive Measure of Concentration", Southern Economic Journal, vol. 36 (1970).
- _____, "Absolute and Relative Measures of Concentration Reconsidered: A Comment", Kyklos, vol. 25 (1972).
- House, William J., "Market Structure and Industry Performance: The Case of Kenya", Oxford Economic Papers (nov. 1973).
- Jacquemin, Alex P. & Kumps, A.-M., "Changes in the Size Structure of The Largest European Firms: An Entropy Measure", Journal of Industrial Economics (nov. 1971).
- Kamerschen, David R. & Lam, Nelson, "A Survey of Measures of Market Power", Rivista Internazionale di Scienze Economiche e Commerciali (dec. 1975).
- Kilpatrick, Robert W., "The Choice Among Alternative Measures of Industrial Concentration", Review of Economics and Statistics (may 1967).

- Lindbeck, Assar, "The Efficiency of Competition and Planning", in Kaser, Michael & Portes, Richard (eds.), Planning and Market Relations (London: The Macmillan Press, 1971).
- Lintner, John & Butters, J. Keith, "Effect of Mergers on Industrial Concentration", Review of Economics and Statistics (feb. 1950).
- Marfels, Christian, "Absolute and Relative Measures of Concentration Reconsidered", Kyklos, vol. 24 (1971).
- McNulty, Paul J., "Economic Theory and the Meaning of Competition", Quarterly Journal of Economics (nov. 1968).
- Meller, Patricio & Swinburn, Carlos, "5000 Indices de Concentracion Industrial - Chile: Año 1967", mimeogr. (Santiago: Universidad Catolica de Chile, 1973).
- Mueller, Willard F., "The Rising Economic Concentration in America: Reciprocity, Conglomeration and the New American 'Zaibatsu' System, parts I and II", Antitrust Law and Economic Review (spring/summer 1971).
- Nam, W.H., "The Determinants of Industrial Concentration: The Case of Korea", Malayan Economic Review (apr. 1975).
- Needham, Douglas, The Economics of Industrial Structure Conduct and Performance (N. York: St. Martin's Press, 1978).
- Newfarmer, Richard S., "O Takeover das Transnacionais no Brasil e o Controle sobre o Mercado", Pesquisa e Planejamento Econômico (dez. 1978).
- _____ & Mueller, Willard F., Multinational Corporations in Brazil and Mexico: Structural Sources of Economic and Noneconomic Power (Washington: U.S. Government Printing Office, 1975).
- Opie, Roger, "Monopoly Policy", in Kaser, Michael & Portes, Richard, op.cit.

Possas, Mário L., "Estrutura Industrial Brasileira, Base Produtiva e Liderança dos Mercados", Tese de Mestrado (Campinas: UNICAMP, 1977).

Robinson, Joan, The Economics of Imperfect Competition (London: The Macmillan Press, 1933).

Rosenbluth, Gideon, "Measures of Concentration", in Stigler, George J. (ed.), Business Concentration and Price Policy, NBER Conference Report (Princeton: Princeton University Press, 1955).

Concentration in Canadian Manufacturing Industries
(Princeton: Princeton University Press, 1959).

Sabóia, João L.M., "A Mensuração da Concentração Industrial", in Anais do II Encontro Brasileiro de Econometria (N. Friburgo : Sociedade Brasileira de Econometria, 1980).

Salamon, L.M. & Siegfried, J.J., "Economic Power and Political Influence: The Impact of Industry Structure on Public Policy".
American Political Science Review (set. 1977).

Scitovsky, Tibor, "Economic Theory and The Measurement of Concentration ", in Stigler, George J. (ed.), Business Concentration and Price Policy, NBER Conference Report (Princeton: Princeton University Press, 1955).

Schumpeter, Joseph A., Capitalism, Socialism and Democracy (N. York: Harper & Row, 1950).

Sorensen, Robert & Pagoulatos, Emilio, "Foreign Trade, Concentration and Profitability in Open Economies", European Economic Review (oct. 1976).

"International Trade, International Investment and Industrial Profitability of U.S. Manufacturing", Southern Economic Journal (jan. 1976).

Stigler, George J., The Organization of Industry (Homewood: Richard D. Irwin, 1968), cap. 5.

-----"Perfect Competition, Historically Contemplated", Journal of Political Economy (feb. 1957).

Sutcliffe, R.B., Industry and Underdevelopment (London: Addison-Wesley, 1971).

Tavares, Maria da C., Façanha, Luiz O., "Estrutura Industrial e Empresas Líderes", mimeogr. (Rio: FINEP, 1978).

Theil, Henri, Economics and Information Theory (Amsterdam: North-Holland, 1967).

Utton, M.,A., Industrial Concentration (Harmondsworth: Penguin Books, 1970).

U.S. Congress, Senate, Subcommittee on Monopoly of the Senate Select Committee on Small Business, Role of the Giant Corporations (Washington: U.S. Government Printing Office, 1969).

White, Lawrence J., "What Has Been Happening to Aggregate Concentration in The United States?", Journal of Industrial Economics (mar. 1981).

Worcester Jr., Dean A., "New Estimates of The Welfare Loss to Monopoly, United States: 1956-1969", Southern Economic Journal (oct. 1973).

ESCOLA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA
DO INSTITUTO BRASILEIRO DE ECONOMIA
DA FUNDAÇÃO GETÚLIO VARGAS

SEMINÁRIOS DE PESQUISA ECONÔMICA II
(2ª parte)

Coordenadores: Prof. Roberto C.Castello Branco
Prof. Antonio C.Porto Gonçalves

MONETARISMO E INFLAÇÃO

Antonio C. Porto Gonçalves

Data: 19/11/81
Horário: 13:30h
Local: Auditório Eugenio Gudín

MONETARISMO E INFLAÇÃO

1 - INTRODUÇÃO

A teoria quantitativa da moeda, na qual se fundamenta historicamente o chamado monetarismo, pelo menos na sua face de teoria explicativa da inflação¹, aparentemente foi proposta pela primeira vez (por escrito) por Jean Bodin (), o qual escreveu (no século XVI):²

"Eu acho que a carestia que observamos decorre de quatro ou cinco causas. A principal e quase única (a qual ninguém até o momento se referiu) é a abundância de ouro e de prata..."

Esta idéia, aperfeiçoada por John Locke e Richard Cantillon, foi colocada praticamente na sua forma atual, moderna, por David Hume (), ainda no século XVIII. Ele escreveu:²

"... embora um preço mais alto dos bens seja uma consequência necessária do aumento de ouro e de prata, não se segue imediatamente a este aumento..."

¹ O monetarismo parece englobar um conjunto de idéias econômicas, políticas e sociais notadamente "conservadoras", isto é, favoráveis à não intervenção estatal, à limitação do governo a normas pre-estabelecidas etc.. Num plano mais "técnico", por razões talvez ainda a serem totalmente explicitadas pelo estudiosos de história do pensamento, o monetarismo se liga à teoria quantitativa da moeda.

² Tradução do autor

Inicialmente, nenhuma alteração ocorre; paulatinamente os preços aumentam, primeiro de um bem, depois de outros; até que todos atinjam a proporção adequada com a quantidade de dinheiro no Reino. Na minha opinião, é apenas neste intervalo ou situação intermediária, entre a injeção de dinheiro e a subida de preços, que a maior quantidade de ouro e de prata favorece à produção."

Irving Fisher e Milton Friedman, além de outros, tornaram mais rebuscada a teoria de Hume, mas pouco acrescentaram de substancialmente original. O pequeno trecho de Hume acima sugere que:

(I) No longo prazo, aumentos na oferta monetária alteram apenas os preços. Aprofundando um pouco mais, podemos inferir que, no longo prazo, os fatores (econômicos, políticos, sociais, culturais) que alteram a oferta monetária não modificam, simultaneamente a demanda por moeda (em termos reais). Assim, a maior oferta monetária se traduziria, eventualmente, apenas em preços proporcionalmente mais elevados, pois a demanda permaneceria estável e a capacidade produtiva da economia não se alteraria com a injeção de moeda.

Esta idéia, da estabilidade de demanda por moeda face a variações na oferta, é uma proposição central de Friedman (), tendo sido contestada ainda no século XVIII, por Sir James Steuart (), que escreveu:³

³ Tradução do autor

"Aumente a quantidade de moeda e nada pode ser concluído a respeito dos preços, porque não é certo que as pessoas vão aumentar suas despesas....; ... então as moedas adicionais seriam guardadas, ou convertidas em peças de baixelas; porque os que as retêm não desejam aumentar seu consumo ..."

Steuart foi um precursor de Keynes (), o qual admitia a instabilidade da demanda por moeda através da sua famosa armadilha da liquidez. Aumentos na oferta monetária apenas levariam as pessoas a reterem mais caixa, sem alterar os preços ou a renda, e sem baixar as taxas de juros, nem estimular o investimento (neste ponto, de investimento em vez de consumo, Keynes diferia de Steuart). Segundo este modelo, a oferta de moeda e a velocidade-renda variariam em sentido oposto, cancelando mutuamente seus efeitos sobre a renda nominal.⁴ A não ocorrência deste cancelamento, no longo prazo, é um dos pontos mais importantes do monetarismo.

Ainda do trecho de Hume podemos inferir uma outra característica básica do monetarismo. A inflação sendo um fenômeno de subida generalizada de todos os preços, corresponde, na verdade à redução de um único preço: o da moeda. Logo, para estudar a inflação (pelo menos a longo prazo) basta considerarmos a demanda e a oferta de moeda, sem entrar em detalhes de por que os preços de cada mercadoria subiram; sem estudar cada mercado, de cada produto. Exceto se quisermos estudar o período que se segue imediatamente à injeção de moeda — "o intervalo ou situação intermediária" de Hume — o estu-

⁴ Veremos adiante um teste empírico desta proposição para o Brasil. Uma correlação positiva entre a expansão monetária e a variação da velocidade negaria a hipótese Keynesiana de cancelamento.

do detalhado, setor por setor, seria uma complicação no mínimo desnecessária.⁵ A análise direta da demanda e da oferta de moeda propiciariam um atalho muito mais conveniente, o qual, aliás, é adotado na chamada abordagem monetária para o estudo do balanço de pagamentos (ver Johnson ()). Esta diferença metodológica na construção de modelos de inflação também fica clara no debate entre os (monetaristas) que buscam construir modelos macroeconômicos simples, globalistas (tipo Saint-Louis), versus os economistas que se dedicam aos modelos extensos e multissetoriais (tipo Brookings).

Finalmente, cabe notar que os monetaristas, representados aqui pelo trecho de Hume, absolutamente não defendem o ponto de vista, até absurdo, de que a oferta de moeda seja exôgena. Certamente não o é, pelo menos, em relação ao sistema social em que o país se acha inserido. Entre muitas outras variáveis, a oferta de moeda pode também depender da inflação passada e presente,⁶ dos reajustes salariais, dos termos de troca, das lutas em torno da distribuição de renda etc., como o sugerem alguns autores pertencentes à chamada escala estruturalista (veja Rangel () e Robinson ()).

A oferta de moeda pode ser passiva, isto é, depende de causas sociais, políticas, econômicas e culturais as mais variadas, sem com isto invalidar a hipótese fundamental que permite a aplicação do modelo monetarista, qual seja: os

⁵ Pois, a inflação não seria um fenômeno ligado às variações de preços relativos. Veja adiante a nota 10.

⁶ No modelo clássico completo (veja Niehans ()) a oferta de moeda (ouro) depende do nível do preço do ouro o qual é exatamente o inverso do nível geral de preços no país. Logo, a oferta de moeda depende do nível de preços, no modelo clássico.

fatores que afetam a oferta de moeda não afetam a demanda (de longo prazo) de moeda. Se isto for verdade, uma sociedade em que pelo menos um dos fatores que determinam a oferta de moeda seja "razoavelmente oxêgeno" - isto é, meio independente de importantes variáveis políticas, sociais, econômicas etc., as quais tendem a dominar, a endogeneizar a oferta de moeda - poderia escolher, ainda que dentro de certos limites, sua taxa de inflação, sem a necessidade de alterar radicalmente as estruturas políticas, sociais etc. para mudar a inflação⁷. Se isto acontece, poderíamos, talvez, dizer que a inflação seria um fenômeno monetário, e não estrutural, a ser corrigido mediante os pequenos ajustes sociais envolvidos na mudança do fator "razoavelmente exôgeno".

Se a sociedade brasileira obedece à primeira hipótese, de que as variações na quantidade ofertada de moeda não alteram a demanda (de longo prazo) de moeda, é uma hipótese que pode ser verificada empiricamente, através de análise de correlação ou de regressão. Também é possível verificar se alguns fatores sugeridos pela literatura determinam a oferta monetária corrente (por exemplo, a inflação passada, o grau de recessão, a expansão monetária passada, etc.), tendendo a endogeneizá-la. Mas determinar se existe algum fator que influencia a oferta monetária e que seja "razoavelmente exôgeno", o que nos permitiria um certo grau de liberdade de es-

⁷ Esta posição, de alterar, melhorar as estruturas sociais passo a passo, sem adotar reformas radicais, de base, em busca de utopias, é defendida brilhantemente por Popper(). Num plano mais prático, a posição se associa idéia de ter um banco central independente de governo. A necessidade disto ou não é uma eterna polêmica entre os economistas (ver Niehans(1)).

colher a taxa de inflação, sem adotar reformas estruturais básicas, é uma tarefa muito mais complexa. Exigiria um avanço da nossa análise por outros campos de estudos sociais onde a competência nos falta. Não obstante, algum trabalho empírico nesta direção vai ser apresentado adiante, ainda que, provavelmente, suas conclusões não sejam totalmente sólidas e aceitáveis.

(II) No curto prazo, no "intervalo ou situação intermediária" de Hume, a oferta monetária mais abundante não afeta imediatamente os preços.⁸ Estes podem ser determinados por outros fatores: por exemplo, pelo nível de preços (ou de salários)pre-existent na economia, como Keynes () e seus seguidores propuseram. De fato, no curto prazo, como Hume observou e Keynes () salientou, a produção e o nível de emprego variam diretamente em resposta a uma expansão monetária; ou seja, o impacto monetário não se dá exclusivamente em preços, e para modelar a economia se faz necessária uma equação adicional (a famosa curva de Phillips ou a "missing equation" de Friedman()), definindo como os preços e a produção vão se ajustar. Uma correlação estatística positiva entre o nível de atividade econômica corrente e a inflação futura, o que pode ser testado, confirmariam as observações de Hume, sobre uma variação inicial em produção depois apenas em preços, decorrentes de maior oferta monetária.

⁸ Recentes modelos macroeconômicos — dos chamados economistas novos-clássicos, que usam a "hipótese de expectativas racionais" — pelo menos na sua versão mais simples, chegam à conclusão de que a expansão monetária influencia os preços muito rapidamente. Veja Fischer () e Stein ().

Mas a forma e as variáveis da "missing equation" não caracterizam o monetarismo. Diferentes economistas pertencentes a esta escola, no sentido de que aceitam a hipótese de longo prazo descrita no trecho citado de Hume, podem deferir quanto às suas equações de curto prazo. Estas poderão depender dos arranjos institucionais que determinam a rigidez dos preços e dos salários (práticos de correção monetária e grau de oligopolização da economia, por exemplo), de choques variados — decorrentes da formação de oligopólios, sindicatos, das variações cambiais, das retiradas de subsídios, da imposição de impostos indiretos, tarifas, etc. — além das expectativas quanto ao futuro, e assim por diante. Constituem, talvez, as outras "causas" de carestia, citadas por Jean Bodin.

Neste "intervalo ou situação intermediária" os preços (e portanto, os índices de preços) não sobem todos simultaneamente, conforme reconheceu Hume, antecipando Moura da Silva ()¹⁰, o que talvez justifique o uso de modelos setoriais detalhado para estudos de curto prazo, contrariando a posição globalista dos monetaristas. Mas, segundo se infere de Hume, num prazo maior, as variações percentuais médias dos diversos índices de preços devem ser muito próximas uma das outras, o que pode ser verificado empiricamente.

Em síntese, nesta situação transitória, de curto prazo, os monetaristas não têm nenhum modelo específico que

¹⁰ Moura da Silva () escreveu recentemente: "É da própria natureza dos processos inflacionários a observação de ampla dispersão entre as diferentes medidas de inflação". Hume reconhece isto no trecho citado anteriormente, mas de lá se infere também que a dispersão tende a diminuir à medida que a economia se ajusta totalmente à nova quantidade de moeda posta em circulação.

os caracterize inequívocamente. Poderiam até adotar, sem incongruência lógicas, a análise Keynesiana, de curto prazo, baseada em preços (ou salários) rígidos e em variações na demanda agregada (e na renda) decorrentes de flutuações nos gastos autônomos.¹¹ Mas, em geral, são tantas as dúvidas quanto ao comportamento no curto prazo que Friedman (), por exemplo, sugere que o governo não pratique política econômica baseada nos modelos de curto prazo (não faça a chamada "sintonia fina") pois existem muitas incertezas sobre sua validade. Segundo ele, deve-se usar apenas o modelo de longo prazo, monetarista no caso, mantendo uma taxa de expansão monetária constante de modo a obter, eventualmente, a estabilidade econômica. Enfim, ele acredita que a economia de mercado seja basicamente estável; e que as crises de curto prazo, os pânicos, a volatilidade dos investimentos, as grandes mudanças em expectativas, que poderiam levar a arandilha da liquidez Keynesiana ou a caminhos de desequilíbrio e à eventual implosão do capitalismo, num processo de sabor marxista, sempre se resolvam. Não passam de meras oscilações difíceis de modelar porque, talvez, cada oscilação seja influenciada por fatores específicos e únicos, difíceis de generalizar.

¹¹ Friedman e Meiselman () e Friedman () seguem a validade empírica desta análise. Mas ao fazerem isto não estão seguindo nenhuma tradição de cunho eminentemente monetarista.

2 - ALGUMAS VERIFICAÇÕES EMPÍRICAS

O texto da seção anterior sugeriu a realização de inúmeros testes empíricos para verificação das teorias da inflação baseadas nas hipóteses monetarista, estruturalista e keynesiana. Vamos, a seguir, explicar os testes e verificações que foram feitos, mostrar seus resultados, bem como mencionar, após cada um deles as conclusões parciais que foram obtidas. Na última seção vamos reunir as diversas conclusões parciais, numa avaliação final.

(I) O modelo keynesiano sugere que uma expansão monetária pode ser compensada por uma variação negativa da velocidade renda da moeda, de modo que não teria efeitos sobre a atividade econômica (é a armadilha da liquidez); ou seja, a maior oferta monetária determina uma maior demanda por moeda. Os monetaristas defendem o ponto de vista de que a demanda por moeda é estável, a velocidade não variando negativamente com a maior oferta monetária, pelo menos a longo prazo. Tomando (meio arbitrariamente) o longo prazo como sendo um período de um ano, vamos verificar a correlação entre ΔM e ΔV para dados anuais, e entre $\Delta^2 M$ e ΔV , também para dados anuais. O motivo de se verificar a correlação entre $\Delta^2 M$ e ΔV diz respeito ao fato de que, num mundo de moeda fiduciária, com ΔM constante,

¹² M e V são, respectivamente, oferta de moeda (M1) e velocidade de circulação da moeda; Δ de qualquer variável significa a variação percentual de um período para o outro; Δ^n corresponde à aplicação sucessiva do operador Δ , n vezes.

durante muitos períodos, V não variaria, isto é, $\Delta V=0$; neste caso, a correlação correta, a ser testada, seria entre $\Delta^2 M$ e ΔV . Os resultados das regressões foram os seguintes (as estatísticas t estão entre parênteses, aqui e em todas as outras regressões do Trabalho):

$$(i) \quad \Delta V = -0.0139 + 0.1283 \Delta M$$

$$(-0.5378) \quad (2.0975)$$

$R^2 = 0.1317$; $DW = 1.6164$; 31 observações anuais de 19 a 19;

$$(ii) \quad \Delta^2 V = 0.0379 - 0.0425 \Delta M$$

$$(3.2351) \quad (-0.9182)$$

$R^2 = 0.0282$; $DW = 1.1911$; 31 observações anuais de 19 a 19.

Estes resultados tendem a reputar a hipótese keynesiana de que entre a oferta de moeda e a velocidade existe uma correlação negativa. Ao contrário, na primeira equação pelo menos, a relação é positiva, no sentido de que M aumentando, V aumenta, tendo como consequência um multiplicador de política monetária maior que um. Friedman () sugere que isto ocorre porque V varia positivamente com a taxa de inflação esperada.

(II) Como as autoridades monetárias controlam a base monetária e não M_1 , é preciso verificar se não ocorre uma armadilha da liquidez do lado da oferta monetária, isto é, se as variações na base monetária seriam compensadas por varia-

ções contrárias no multiplicador monetário. Daí a regressão seguinte (onde m =multiplicador e B =base monetária):

$$(i) \quad \Delta m = \Delta B$$

Pelo resultado empírico obtido, duvida-se novamente da existência de uma armadilha da liquidez (agora do lado da oferta)

(III) A relação entre P (nível de preços, medida pelo IPA - disponibilidade interna da FGV) e M seria mais forte, segundo os monetaristas, no longo prazo; e menos marcante no curto prazo. Daí a realização das próximas três regressões entre ΔP e ΔM , para dados bienais, anuais e semestrais,

$$(i) \quad \Delta P = -0.1335 + 1.2188 \Delta M$$

$$(-1.9950) \quad (7.8715)$$

$R^2 = 0.8378$; $DW = 0.9026$; 14 observações bienais de 19 a 19;

$$(ii) \quad \Delta P = -0.0696 + 1.0537 \Delta M$$

$$(-1.2210) \quad (7.8398)$$

$R^2 = 0.6794$; $DW = 1.8131$; 31 observações anuais de 19 a 19;

$$(iii) \quad \Delta P = 0.0030 + 0.8931 \Delta M$$

$$(0.1412) \quad (7.7802)$$

$R^2 = 0.4746$; $DW = 1.1315$; 69 observações semestrais de 19 a 19.

A diminuição dos R^2 quando se vai das regressões (i) até a (iii), imediatamente acima, isto é, a medida que se passa de dados bienais para anuais e depois semestrais, sugere que, quando se alonga o prazo, a variação da moeda "explica" crescentemente mais da variação de preços. A palavra explicada foi colocada entre aspas para tirar-lhe a conotação de causalidade; o que se pretende concluir das equações acima é apenas a crescente correlação entre a variação da moeda e dos preços, a medida que se alonga o prazo. A oferta de moeda parece influenciar cada vez menos a demanda de longo prazo; maior oferta ficaria então simplesmente associada a maiores preços. Estas observações são, naturalmente, consistentes com o texto de Hume, citado logo no início.

Observe-se também que, no caso das equações bienal e anual, o coeficiente estimado de ΔM é um pouco superior a um (embora a diferença para a unidade não tenha significância estatística grande) e o termo independente é negativo. Tais observações sugerem que:

a) Se ΔM permanecer constante, período após período, (igual, por exemplo, a 50% a.a., na equação anual), ΔP será um pouco inferior a ΔM (no caso do exemplo, seria 45.7% a.a.). Uma interpretação plausível seria de que parte da expansão monetária estaria sendo absorvida pelo crescimento de longo prazo do produto, e, assim, os preços cresceriam menos rapidamente que a expansão de moeda;

b) Se ΔM subitamente aumentar, ΔP aumentaria mais do que proporcionalmente, ou seja, os multiplicadores monetários (de um ano e de dois anos) são maiores do que a unidade, conforme,

alias, também sugere a análise do resultado da equação estimada entre a velocidade e a moeda (equação (I) (i)). A equação estimada com dados semestrais sugere um multiplicador de política monetária um pouco menor do que um (a interpretação seria de que, em seus meses apenas, a expansão monetária não faz sentir seus efeitos plenamente).

(IV) Hume observou que, no curto prazo, após uma expansão monetária, os preços não aumentam uniformemente. Ocorrem variações de preços relativos. Mas no longo prazo, todos eles tornam a ficar em linha com a nova quantidade da moeda existente na economia. Tal sugestão pode ser corroborada pelo simples fato de que em 1980, por exemplo, a subida média mensal do IPA (disponibilidade interna) foi de 6.8% a.m.; a do ICV-RJ, foi de 5.3% a.m.. Mas ao longo da década 1970-80, a subida média mensal do IPA (disponibilidade interna) foi de 2.9% a.m.; a do ICV-RJ foi de 2.7% a.m.. As diferenças, no caso da década, são bem menores, mostrando que, apesar do processo inflacionário, a dispersão dos aumentos dos índices de preços não se acumulam; ao contrário, há uma tendência para se alinharem, conforme Hume observou. Pode ser que nunca se alinhem totalmente, pois além do processo inflacionário puro, podem estar ocorrendo variações nos preços relativos por razões microeconômicas. De qualquer modo, em termos anuais subsistem dispersões ainda consideráveis, as quais podem introduzir um erro de medida da inflação quando se estima uma equação como a (III) (ii) anterior.

Tendo em vista esta possibilidade, foram estimadas as seguintes regressões:

$$(i) \quad DIS = 0.0349 - 0.0963 \Delta M$$

$$(0.9405) \quad (-1.059)$$

$R^2 = 0.0385$; $DW = 2.5583$; 30 observações anuais de 19 a 19;

$$(ii) \quad REP = 0.6329 \quad REDIS$$

$$(2.8627)$$

$R^2 = 0.2203$; $DW = 1.7009$; 30 observações anuais de 19 a 19;

onde DIS é uma variável igual à diferença entre as taxas de inflação anual medidas pelo IPA (disponibilidade interna) e pelo deflator implícito do PIB, respectivamente; REP é uma variável igual ao resíduo da equação (III) (ii) e REDIS é uma variável igual ao resíduo da equação (IV) (i) logo acima.

O que se procurou determinar na primeira equação acima, (IV) (i), foi se a dispersão de preços (DIS) se correlacionava com a expansão monetária. O resultado da verificação foi negativo, como se pode ver pelos números da equação. Ou seja, independentemente da taxa de expansão monetária, parecem ocorrer na economia flutuações a curto prazo nos preços relativos, que depois se desfazem — observe a estatística Durbin Watson, um tanto alta, da equação (IV) (i), sugerindo que os resíduos positivos são em seguida compensados por resíduos negativos. Este resultado é meio surpreendente, mas fica claro que, em termos anuais pelo menos, as taxas de expansão monetária mais altas não se correlacionam com maiores dispersões entre os dois índices de preços utilizados.¹³

¹³ É possível, e não foi verificado empiricamente, que a variável DIS se correlacione com $\Delta^2 M$, isto é, as acelerações monetárias provocariam maiores dispersões de preços.

A segunda equação estimada, (IV)(ii) sugere, no entanto, que os resíduos da inflação anual não "explicados" pela equação (III) (ii), podem ser parcialmente "explicados" pela dispersão de preços (ou melhor, pela componente, REDIS, da dispersão de preços, que não se correlaciona com a expansão monetária ΔM). Isto é, a dispersão de preços DIS possui uma componente (REDIS) não correlacionada com a expansão monetária ΔM e que "explica" 22% ($R^2=0.2203$) da variância não "explicada" na equação (III) (ii). Uma interpretação plausível deste fato seria que erros na medida da inflação captados pela variável DIS e decorrentes de flutuações de preços relativos que ocorrem na economia, aparentemente independentes da própria expansão monetária, "explicam" uma boa parte da variância residual nas equações de regressão entre a variação de algum índice de preço e a variação monetária.¹⁴ Logo, nestas equações, possivelmente será sempre necessário introduzir alguma medida de dispersão entre os índices de preços, como variável independente; seria uma variável corretiva da "inflação", medida pelo particular índice de preços que foi escolhido para tal.¹⁵

Uma interpretação alternativa para os resultados obtidos, aparentemente proposta inicialmente por Schultze (), e com um certo sabor estruturalista, seria de que os desequilíbrios setoriais, associados às variações dos preços re-

¹⁴ Daí, possivelmente, as constantes discussões populares a respeito do melhor índice de preços que deve ser adotado para medir a inflação.

¹⁵ Nas equações tipo (III) (ii) discute-se muito a respeito de qual a variável M mais adequada (M_1 ou M_2 etc.). Curiosamente, raramente se discute a respeito do índice de preço (P , ou P_2 etc.).

lativos, causam inflação, independentemente da política monetária.

(V) A importância da dispersão entre os índices de preços (não "explicada" por ΔM) sugere que a taxa de inflação (medida por algum índice de preços) pode ter uma série de outras "causas" que não sejam estritamente monetárias, pelo menos a curto prazo. Além do mais, nas próprias equações (III) (i) e (III) (ii), um considerável resíduo inflacionário permaneceu sem "explicação" monetária, pois seus R^2 foram razoavelmente abaixo da unidade. Assim, por exemplo, o tamanho de um intervalo de predição de inflação no próximo ano, com 90% de confiança, baseado na equação (III) (ii), seria de $\pm 20\%$, aproximadamente.

Estas observações sugerem que, em países com baixa taxa de inflação (digamos, da ordem de 20% ou menos), a correlação observada entre esta e a expansão monetária pode ser bem fraca. E é o que efetivamente acontece, conforme se pode observar na tabela abaixo.

COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO ENTRE A TAXA DE INFLAÇÃO MÉDIA ANUAL E A TAXA DE EXPANSÃO MONETÁRIA × MÉDIA ANUAL - 1969 a 1979

Nível de Inflação Anual	Coef. de Correlação	Nº de Países
0 a 12%	0.5815	57
12 a 24%	0.5714	13
maior que 24%	9350	9

Dados obtidos do IFS/FMS

Em síntese, mesmo interpretando a equação (III) (ii) num sentido de causalidade, variações de níveis de preços da ordem de até mesmo 20% ao ano, podem não ter uma causa monetária indubitável. Daí que, mesmo um monetarista ferrenho, se desejar fazer previsões anuais de inflação com maior precisão, terá necessidade de estudar sistematicamente outras variáveis, sugeridas pelos keynesianos e/ou estruturalistas, para explicar os resíduos da equação (III) (ii). Aliás, através das equações (IV) (i) e (IV) (ii), já começamos a realizar este trabalho, que será repetido para muitas outras variáveis, sistematicamente.

ESCOLA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA
DO INSTITUTO BRASILEIRO DE ECONOMIA
DA FUNDAÇÃO GETÚLIO VARGAS

2/12/81
15:30h.

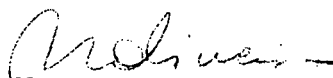
CIRCULAR Nº 43

Assunto: Seminários de Pesquisa
Econômica II (2a. parte)
Apresentação de antepro-
jeto de Dissertação de
Mestrado

02 ~~29 de outubro~~ ^{DEZ.} Para os devidos fins e efeitos, comunicamos aos professo-
res, que constituem a Congregação desta Escola, que no próximo dia
EPGE, o candidato Sr. JOSÉ ANTONIO DORIA DE ARAUJO apresentará seu
anteprojeto de Dissertação, intitulada "A TAXA DE CAMBIO EFETIVA E
A EXPORTAÇÃO PARA OS PRINCIPAIS MERCADOS BRASILEIROS", para julga-
mento desta Escola.

Solicitamos, assim, a presença e participação dos membros
de nossa Congregação.

Rio de Janeiro, 17 de setembro de 1981.


Ney de Oliveira

Subdiretor Adm./EPGE

P.S. Em anexo, cópia deste Anteprojeto.

ESCOLA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA
DO INSTITUTO BRASILEIRO DE ECONOMIA
DA FUNDAÇÃO GETULIO VARGAS

SEMINARIOS DE PESQUISA ECONOMICA II (2a.parte)

Coordenadores: Prof. R.Castello
Branco e Prof. A.C.Gonçalves

A TAXA DE CAMBIO EFETIVA E A EXPORTAÇÃO PARA OS
PRINCIPAIS MERCADOS BRASILEIROS

José Antonio Doria de Araujo
(ante-projeto de Dissertação
de Mestrado- EPGE/FGV)

Data: 29 de outubro de 1981
Horário: 13:30h
Local: Auditorio Eugenio Gudin

ESCOLA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA
DO INSTITUTO BRASILEIRO DE ECONOMIA
DA FUNDAÇÃO GETÚLIO VARGAS

A TAXA DE CÂMBIO EFETIVA E A EXPORTAÇÃO PARA OS PRINCIPAIS
MERCADOS BRASILEIROS

Mestrando: José Antonio Doria de Araujo
Orientador: Antonio Carlos B. Lengruber

Projeto de Dissertação de Mestrado em Economia

Rio de Janeiro, RJ
Outubro, 1981

S U M Á R I O

	Página
Índice de Tabelas	11
1. INTRODUÇÃO	1
2. A TAXA DE CÂMBIO EFETIVA	8
2.1 - Regimes Cambiais Vigentes	8
2.1.1 - Regimes Cambiais Mundiais	11
2.1.2 - Regime Cambial Brasileiro	17
2.2 - Teoria Relevante da T.C.E.	26
2.2.1 - Aspectos Introdutórios	26
2.2.2 - A T.C.E a ser Utilizada	29
3. MODELO ECONOMETRICO	39
3.1 - Introdução	39
3.2 - Apresentação do Modelo a ser utilizado ...	43
4. BIBLIOGRAFIA	54

ÍNDICE DAS TABELAS

Página

Tabela 1 - Exportações Brasileiras - Principais Países (Período 1978/1980)	48
Tabela 2 - Comércio Exterior Mundial - Principais Países (posição em 1980)	49
Tabela 3 - Regimes Cambiais Vigentes	50
Tabela 4 - Cálculo do Peso Atribuído a T.C.E. - Segundo do Critério da Exportação Brasileira	51
Tabela 5 - Exportações Mundiais Líquidas (1978/80) - Peso da T.C.E. pelo Critério dos Terceiros Mercados	52
Tabela 6 - Exportações, Brasileiras Evolução da Composição da Pauta - 1964/80	53

1. INTRODUÇÃO

Um dos grandes temas inserido na atualidade econômica concentra-se em torno da taxa de câmbio e seus efeitos sobre o setor externo da nossa economia.

A política cambial plenamente exercitada tem se constituído em importante elemento de estímulo ao parque exportador. A dinâmica desse processo é extremamente simples. O correspondente valor em cruzeiros da cotação em dólares dos produtos brasileiros torna-se cada vez mais atraente, na medida em que as variações cambiais refletem totalmente o ritmo do crescimento dos preços interna e externamente. Ou, em outras palavras, as desvalorizações cambiais praticadas em bases reais, isto é, espelhando fidedignamente a paridade entre a moeda nacional e a estrangeira, representam para cada dólar exportado mais quantidade efetiva de cruzeiros.

Entretanto, deve-se ressaltar o fato de que muito embora a política de câmbio esteja orientada no sentido de dar maior agressividade ao processo de desvalorizações cambiais, ainda assim, a política de exportações estaria sujeita a sérios danos advindos de imperfeições inerentes ao próprio sistema cambial.

Antes de mais nada, é preciso deixar claro que o objetivo do trabalho em pauta não é apresentar um novo regime cambial e sim, apresentar sugestões práticas, de modo a superar as imperfeições sugeridas acima e que serão ilustradas a seguir.

Considere o caso brasileiro em que as autorida-

dades econômicas vêm dando maior apoio ao segmento exportador a partir de reajustes constantes na taxa de câmbio cruzeiro/dólar.

Em princípio, acredita-se que o fato implica em maior competitividade e, por via de consequência, maior poder de penetração das mercadorias brasileiras nos principais centros internacionais.

Entretanto, o raciocínio acima está parcialmente incorreto.

Quando ocorre uma desvalorização do cruzeiro em relação ao dólar, os produtos brasileiros tendem a tornar-se mais competitivos (mais baratos) no mercado norte-americano. Se admitirmos que a moeda americana permaneceu constante vis-a-vis às demais divisas estrangeiras, podemos, no mesmo plano lógico, concluir que semelhante poder de competitividade foi gerado para os demais mercados estrangeiros.

A condição "sine qua non" para que em decorrência da desvalorização do câmbio Cr\$/US\$, os bens brasileiros tornem-se generalizadamente competitivos nos mercados internacionais, é que o dólar não oscile em relação às demais divisas.

Certamente, em um mundo de taxas flutuantes, a hipótese da constância do dólar relativamente às outras moedas é de frágil sustentação.

Assim é que, por exemplo, caso o dólar se valorizasse em relação ao marco alemão, a alteração da paridade entre essas duas moedas implicaria automaticamente na perda de competitividade dos produtos brasileiros no mercado germânico.

O problema, vale frisar, agravar-se-ia sobretudo porque, além disso, colidiria com a diretriz de política orientada no sentido de diversificar os mercados de absorção de nos sas mercadorias.

Nesse sentido, caberia registrar que nos últimos três anos, as estatísticas oficiais revelam uma paulatina perda de importância dos Estados Unidos, configurada pela redução da participação desse país na pauta global de nossas exportações. (vide tabela 1)

A consequência imediata decorrente dessa imperfeição na política de exportação, seria que o tradicional indicador cambial cruzeiro/dólar perderia sua representatividade na medida exata da sua incapacidade de informar sobre as flutuações do dólar americano.

Nesse caso, a conduta mais correta das autoridades cambiais seria a observância do comportamento conjunto das principais moedas em relação à moeda nacional.

Mas, sob essa ótica, como produzir um indicador representativo?

A partir da última década, alguns estudos investigando eventuais políticas de câmbio para países em desenvolvimento, sugerem para sistemas "managed floating" a ligação (ou "pegging") de sua unidade monetária a uma cesta de moedas.

De novo, voltamos a frisar que embora a área de políticas ótimas de câmbio encerre um vasto campo de pesquisa, não nos deteremos nesse particular. Aqueles interessados em se-

guir esse caminho, recomendamos recente trabalho de Williamson (1980), congregando os estudos mais expressivos na área.

As sugestões para a utilização de um indicador que superasse as deficiências do tradicional parâmetro cambial cruzeiro/dólar recaem quase que consensualmente sobre um índice denominado taxa de câmbio efetiva.

Conceitualmente, a taxa de câmbio efetiva representa uma média da variação da taxa cambial de um país em relação às oscilações ocorridas em um grupo aprioristicamente escolhido de moedas estrangeiras, utilizando-se um peso compatível com os propósitos de análise.

Ou, em termos primários, a taxa de câmbio efetiva seria composta pela média aritmética ponderada de uma cesta de moedas previamente escolhidas segundo o interesse comercial que o país em questão vislumbre.

Por oportuno, valeria adiantar que reservamos um capítulo específico dedicado à abordagem dos aspectos teóricos que circundam essa taxa. No momento, precisamos apenas desse esclarecimento básico sobre a T.C.E. para que possamos prosseguir na apresentação dos objetivos dessa dissertação.

A hipótese básica com a qual desenvolveremos nossa linha de argumentação é de que a taxa de câmbio efetiva é mais representativa do que o indicador cambial cruzeiro/dólar.

Em síntese, estamos advogando a tese de que a taxa de câmbio efetiva explicaria adequadamente o comportamento das exportações brasileiras, para os principais países consumi-

dores, em comparação à taxa cruzeiro/dólar.

Assim, poderíamos delinear como proposição central do presente trabalho o exame do desempenho das vendas externas brasileiras, à luz dos movimentos da taxa de câmbio efetiva.

Nesse ponto, surgiria a indagação de que modo poderíamos testar a representatividade do índice de câmbio efetivo.

Sob esse aspecto, seria de se destacar, que o presente trabalho se fundamentará na utilização de modelos econométricos apropriados à avaliação do comportamento das exportações brasileiras. Em face da maior facilidade de abordagem crítica e, deve-se ressaltar, sem apontar prejuízos nos resultados, focalizaremos tão-somente os bens industrializados.

No tocante à ótica econométrica, o estudo em apreço estará concentrado em três baterias de testes.

A primeira diz respeito à estimativa da equação de oferta global dos produtos manufaturados. A segunda resumirá uma série de testes aplicados às exportações para mercados individuais específicos, escolhidos a priori segundo o interesse comercial brasileiro. Por fim, nova carga de testes estará voltada para a equação de ofertas de manufaturados para organismos ou regiões de comércio excluídas da bateria anterior de testes (Ex: ALALC/ALADI, COLESTE,...).

A série de testes aplicada aos três casos anteriores deve ser entendida da seguinte maneira. O comportamento

das exportações brasileiras é ditado por um certo número de fatores, que se ordenam segundo uma escala de poder de explicação sobre a variável dependente, no nosso caso, as exportações. De modo geral, os estudos nessa área dão especial ênfase a um desses fatores: a variável cambial.

Assim, no primeiro (oferta das exportações em termos globais) e no último casos (oferta das exportações para organismos econômicos, como por exemplo ALADI), experimentaríamos alternadamente, no lugar destinado à variável cambial, duas taxas distintas: a taxa de câmbio efetiva e a tradicional cruzeiro/dólar. No segundo caso (oferta para mercados específicos, como por exemplo França e Japão), alternaríamos a taxa de câmbio cruzeiro/dólar, cruzeiro/moeda local e a taxa de câmbio efetiva.

Em suma, a abordagem econométrica reunirá uma série de experimentos em focos distintos de análise: as exportações globais, por país específico e por zonas econômicas.

A princípio, em bases meramente intuitivas, acreditamos que a taxa de câmbio efetiva é uma variável com razoável poder de explicação sobre o desempenho das nossas vendas externas.

Para a consecução dos objetivos propostos, dividimos o trabalho da seguinte forma.

No capítulo 2 abordamos todos os aspectos teóricos e práticos que envolvem a taxa de câmbio efetiva. Na primeira parte, teceremos algumas considerações acerca dos regimes cambiais vigentes, de modo a enquadrar nosso contexto cambial em

um cenário mais amplo de regimes cambiais, bem como discutir alguns elementos preliminares à teoria da taxa de câmbio efetiva. Na segunda parte, complementaremos com a formulação técnica da taxa de câmbio efetiva, precedida de tópico concernente às discussões teóricas a seu respeito.

Finalmente, no capítulo 3 dedicamos exclusiva atenção ao enfoque econométrico que o trabalho requer. Iniciamos o capítulo retratando analiticamente os vários ângulos das estimativas de equações de oferta de exportações de produtos brasileiros, à luz das pesquisas realizadas nessa área. Encerramos as discussões com a apresentação do modelo a ser utilizado no campo empírico.

2. A TAXA DE CÂMBIO EFETIVA

Qualquer pesquisa que se faça acerca da taxa de câmbio efetiva conduz à conclusão preliminar de que o campo teórico é por demais abrangente, com elevada interdependência de ângulos de análise e continuamente renovável.

A par disso, procuramos levantar alguns pontos-chaves do tópico em destaque, com a preocupação primordial de concatenar os aspectos introdutórios ao tema.

Dentro dessa estratégia, seria importante iniciarmos o capítulo descrevendo os regimes cambiais vigentes, dando especial ênfase, é claro, ao caso brasileiro. Em seguida, introduzimos formalmente a taxa de câmbio efetiva, recorrendo inicialmente à imprescindível análise teórica que o assunto requer.

2.1 REGIMES CAMBIAIS VIGENTES

Os debates sobre taxas de câmbio ganharam forte impulso a partir da publicação do clássico ensaio de Friedman (1953). Após o seu consagrado "The case for flexible exchange rates" numerosos trabalhos aceitaram o desafio de estudar todos os aspectos dos diferentes graus de flexibilidade da taxa de câmbio.

Desde então, conquanto os trabalhos nessa área divergissem quanto a forma de apresentação, na essência revelaram-se nivelados no sentido de procurar polarizar as comparações entre os dois tipos de sistemas (taxas fixas versus taxas flexíveis). As avaliações em termos de custos e benefícios advindos da even-

tual adoção de um desses sistemas consagraram-se como importante tópico em Economia Internacional.

A par disso, gradativamente as discussões nesse terreno afiguraram-se infrutíferas pela tendência das correntes de pensamento em alinhar um conjunto de argumentos, embora pertinente ao problema, concernente apenas à parte do quadro geral.

As publicações distinguidas pela notoriedade tiveram o mérito de abordar objetivamente os fatores inflação, incerteza, especulação e desemprego, envolvidos inerentemente no tema.

Superada essa fase, a literatura econômica curvaria-se ante ao novo enfoque oferecido pelo assunto. O agrupamento distinto das taxas fixas e flexíveis estaria por demais polarizado.

Em decorrência, os trabalhos concentraram-se na tentativa de amenizar a forma rígida de encarar as taxas de câmbio como fixas e flexíveis. A abordagem do assunto seria feita de modo desmembrado, permitindo subdivisões dentro de cada grupo.

Assim é que Machulup (1970) propôs um sistema alternativo de taxas de câmbio, classificado da seguinte maneira: taxas fixas e imutáveis; taxas fixas e ajustáveis; taxas flutuantes ou flexíveis.

O caso das taxas imutáveis ou eternamente fixas merece algumas considerações.

A sua presença no cenário dos sistemas cambiais prende-se à curiosidade meramente teórica, despertada por sua con

figuração extremada. Normalmente, o exemplo sugerido por esse caso é de alguns países africanos com taxas imutáveis em relação ao franco francês ou a libra esterlina, demonstrando inequivocamente os laços de dependência econômica, ainda que sejam ex-colônias.

Frequentemente, as teorias de integração regional incluem argumentos a favor de paridades imutáveis dentro do grupo, como um passo inicial na direção da unificação monetária. O exemplo apropriado ao caso é o do sistema monetário europeu, sobretudo após a criação da serpente europeia em 1972.

De qualquer forma, restringindo-se tão-somente à esfera de aceitação teórica, o caso das taxas fixas e imutáveis pode ser omitido daqui por diante, restando como objeto de análise as taxas fixas ajustáveis e as taxas flexíveis.

Segundo o mesmo autor, as classificações das categorias cambiais não se limitariam aos casos relatados até o momento. As taxas fixas e ajustáveis poderiam certamente ser subdivididas em, por exemplo, taxas abruptamente ajustáveis e taxas gradualmente ajustáveis.

Conquanto seja até certo ponto difícil estabelecer a fronteira entre ajustes abruptos e ajustes graduais, o caso do sistema brasileiro insere-se inequivocamente nessa última categoria. A propósito, o caso brasileiro será exclusivamente discutido no item 2.1.2, desse capítulo.

Valeria aduzir ainda, que o uso de taxas fixas — tanto abruptamente ajustáveis quanto gradualmente ajustáveis — corresponde de fato às situações onde as variações cambiais es-

tão de alguma forma sob o controle do governo.

Na prática, verificamos que o governo atua sobre as flutuações cambiais de acordo com um leque de indicadores econômicos e, em alguns casos, políticos.

Por seu turno, haveria igualmente fortes indícios da ingerência de ação governamental sobre a suposta política de neutralidade observada pelas taxas flexíveis. Entre as moedas que flutuam independentemente destacamos o dólar americano, o ien japonês, a libra esterlina e o franco suíço. Caberia lembrar que, embora teoricamente inadmissível, os países aceitam algum grau de intervenção nos mercados de câmbio internacionais, comportamento justificado pela necessidade de estabilizar sua moeda. Essa situação caracterizaria o que alguns economistas chamam de "dirty float" ou "managed flexibility".

2.1.1 REGIMES CAMBIAIS MUNDIAIS

Nesse tópico, procuramos agrupar os principais países do mundo em suas respectivas categorias cambiais.

Para tanto, valemo-nos da contribuição prestada por Lemgruber (1980), como igualmente, de dados fornecidos pelo Fundo Monetário Internacional (FMI).

A seguir, apresentamos o quadro em apreço, de forma sintetizada. Na tabela 3, apresentamos esse mesmo quadro de forma ampliada.

REGIMES CAMBIAIS (*)

1 - Taxas flutuantes:

- a) moedas flutuando independentemente;
- b) moedas flutuando conjuntamente.

2 - Taxas fixas:

- a) moedas ligadas a outra moeda;
- b) moedas ligadas a um conjunto de moedas;
- c) moedas ligadas a outra moeda, mas frequentemente modificada.

(*) dados atualizados até 31-3-81.

De acordo com o quadro, a primeira constatação a que chegamos refere-se à inclusão, no primeiro grupo, da quase totalidade dos países industrializados, respaldando-se, assim, a tese da predominância das taxas flutuantes no cenário monetário internacional. Em adição, os dados do FMI dão conta de que os aludidos países respondem por cerca de 2/3 do comércio internacional (vide tabela 2).

Por seu turno, a totalidade dos países em desenvolvimento encontra-se distribuída pelas três modalidades que compõem o grupo de taxas de câmbio fixas. Acrescente-se ao grupo, ainda, a Áustria, Finlândia, Noruega e Suécia, representantes dos países desenvolvidos enquadrados na classe em que a moeda nacional está "pegged" a um conjunto de moedas.

A característica marcante observada no perfil das três classes do segundo grupo diz respeito à estreita vinculação

da unidade monetária dos países em desenvolvimento à moeda das nações industrializadas. Justamente, o que diferencia as três classes é a forma pela qual é feita a ligação entre as moedas.

Uma vez realizadas as considerações de praxe, passemos a examinar distintamente cada classe cambial.

Entre as moedas que flutuam independentemente, valeria destacar o dólar norte-americano, o dólar canadense, o ien japonês, a libra esterlina, o franco suíço e a peseta espanhola.

Nesse ponto, seria de todo oportuno estabelecer algumas definições sobre o conceito preciso das moedas de flutuação independente.

Uma forte corrente de economistas ressalta a importância de se criar uma linha divisória de tal sorte que as taxas flutuantes fossem denominadas "clean floating" e "dirty floating".

No tocante ao caso "clean floating", a sua ocorrência corresponderia à situação em que a taxa de câmbio do país fosse determinada exclusivamente pelas forças de mercado. De sua parte, o caso "dirty floating", como o nome sugere, implicariam em algum nível de intervenção no mercado, influenciando, de modo artificial, a cotação da taxa de câmbio.

Contudo, cumpriria registrar o caráter simplificado de que se reveste a distinção entre "clean" e "dirty floating". Isto porque, haveria diversas maneiras pelas quais os países poderiam afetar as condições de oferta e demanda de sua moeda, sem intervir no mercado de câmbio estrangeiro. Por exemplo, a expansão na oferta monetária doméstica, sem a devida contrapartida com

pensatória por parte da demanda, acarretaria presumivelmente a depreciação do preço da moeda nacional em termos de outros ativos, inclusive das divisas estrangeiras.

De qualquer maneira, o propósito dessa discussão é deixar bem claro que, mesmo no regime de taxas flutuantes, a paridade entre as moedas seria estabelecida com relativa interferência das nações.

A próxima classe cambial, relativa às moedas flutuantes conjuntamente, é composta pela Bélgica, Dinamarca, Alemanha, Luxemburgo, Países Baixos, Irlanda, Itália e França. Como se pode observar, inequivocamente formam o Sistema Monetário Europeu.

O comentário cabível ao caso daria conta de que os oito países europeus mantêm taxas fixas entre si e flutuam conjuntamente em relação ao resto do mundo. Apesar de a pequena margem de variação para as taxas fixas, é como se este grupo de países se comportasse como um único país, com taxa flutuante para o resto do mundo. Em decorrência de seu porte econômico, a Alemanha assumiria o papel de líder no grupo. Assim, de certa maneira, a Alemanha se enquadraria no caso anterior das moedas flutuando independentemente, ao passo que as moedas restantes seriam classificadas na rubrica das taxas fixas e abruptamente ajustáveis. Ou, em outras palavras, enquanto os sete países do grupo em questão vinculariam sua moeda ao marco alemão, enquadrando-se automaticamente no item c, de sua parte, a moeda alemã flutuaria independentemente.

Igualmente, outro comentário que se faz pertinen-

te, refere-se à necessidade de se eleger como pré-requisito ao sucesso do sistema países com economia relativamente homogeneizada.

O item c caracterizaria o regime de taxas fixas e abruptamente ajustáveis. Como exemplo, citamos a Costa Rica, Venezuela, Equador, Egito, Paraguai e Chile. Em geral, o presente item agrega a grande maioria dos países sub e em desenvolvimento, destacando-se, segundo informações do FMI, três grandes áreas de influência: área do dólar norte-americano, área do franco-francês e área da libra esterlina. Uma quarta área poderia ser justamente a do marco alemão, comentado anteriormente.

No que toca ao item d, valeria proceder ao registro de que alguns países industriais, bem como muitos países em desenvolvimento, estão se voltando para a prática da vinculação de sua moeda não a uma outra moeda, e sim a um conjunto de moedas.

O fato é interpretado como diretriz de política voltada para a diversificação de relações comerciais e por vezes políticas. Ao lado disso, a vinculação a uma cesta de moedas conferiria ao país mais segurança, no sentido de que estaria distribuindo o risco de oscilações cambiais sobre várias moedas.

Basicamente, o conjunto de moedas eleito pelo país corresponderia ao DES - Direitos Especiais de Saque - ou, então, aos casos particulares de cestas de moedas especialmente criadas.

A Suécia, Áustria, Noruega e Finlândia enquadram-se no último caso, fixando as suas moedas em relação a uma particular cesta de moedas refletindo as características particulares

do seu comércio internacional. Ainda aglutinam-se a este grupo, entre outros, o Kuwait, a Argélia, Mauritânia e o Marrocos.

De outra parte, os seguintes países estão cotando suas moedas em relação a DES: Birmânia, Guiné, Irã, Jordânia, Quênia, Uganda, Zaire e Zâmbia.

Sobre o DES, valeria prestar alguns esclarecimentos adicionais. Até 1980, a moeda do Fundo Monetário Internacional era composta por uma cesta ponderada de 16 moedas. As moedas e ponderações da cesta original estabelecida a partir de 01-7-74 são, respectivamente, as seguintes:

dólar americano - 33%, marco alemão - 12,5%, libra esterlina - 9%, franco francês - 7,5%, ien japonês - 7,5%, dólar canadense - 6%, lira italiana - 6%, florim holandês - 4,5%, franco belga - 3,5%, coroa sueca - 2,5%, dólar australiano - 1,5%, coroa dinamarquesa - 1,5%, coroa norueguesa - 1,5%, peseta espanhola - 1,5%, xelim austríaco - 1%, finalmente o rand sul-africano - 1%.

Hoje em dia, valeria esclarecer, o DES é composto apenas por cinco moedas básicas: dólar, marco, ien, libra e franco.

Por fim, temos o grupo de taxas fixas e gradualmente ajustadas que é justamente onde se enquadra o caso brasileiro.

A característica básica deste grupo é que todas as moedas estão ligadas ao dólar americano. A diferença em relação ao item c concentra-se na forma pela qual a taxa de câmbio é modificada. Em geral, baseia-se em alguma regra, conjunto de in-

dicadores ou fórmula econômica. Enquadram-se nesta categoria: Argentina, Uruguai, Portugal e Israel. Sem surpresa, esta é a categoria dos países que apresentam altas taxas de inflação, sendo por isso mesmo forçados a realizar frequentes alterações na taxa de câmbio.

2.1.2 REGIME CAMBIAL BRASILEIRO

A partir do colapso final (março/73) do regime de taxas fixas arquitetado pela convenção de Bretton Woods, o sistema de taxas flutuantes (conquanto "managed floating", como comentamos anteriormente) tornou-se perfeitamente factível para a maioria dos países industrializados.

A rigor, muitos países industrializados começaram a flutuar com suas moedas, inicialmente em caráter experimental, no período compreendido entre agosto e dezembro de 1971. Em etapa posterior, a situação foi gradativamente se consolidando com a introdução das flutuações. Em caráter ilustrativo, valeria informar que a libra esterlina começou a flutuar em junho de 1972.

Assim, o sistema monetário internacional foi se adequando às novas contingências da época, reforçando a impressão oferecida em alguns exemplos de que o novo sistema de taxas flutuantes irreversivelmente conquistaria respeitabilidade no seio dos principais países do mundo.

Em decorrência, os países em desenvolvimento se viram forçados a proceder a uma reavaliação global na política de taxas de câmbio. Conforme mencionamos anteriormente, nessas

circunstâncias, este grupo de países se defrontou com três opções básicas:

- a) continuar a manter a moeda "pegged" a outra moeda (em geral o dólar americano, o franco francês e a libra esterlina);
- b) vinculá-la a uma cesta de moedas; ou
- c) flutuar independentemente.

Alguns trabalhos deteram-se em examinar acurada - mente a viabilidade econômica da adoção de cada uma das opções a apresentadas aos países em desenvolvimento.

Nesse particular, cumpriria destacar a colabora - ção de Crockett e Nsouli (1977) em descrever as vantagens de des vantagens das três alternativas oferecidas aos países em desen - volvimento e, igualmente, abordar criticamente os problemas dena a tureza prática envolvidos na escolha de qualquer opção.

A adoção da primeira alternativa (vinculação a uma outra moeda) parece ter sido a opção mais acertada para nações em estágio médio de desenvolvimento, a despeito de as distorções co laterais que a medida acarretaria.

De acordo ainda com os mesmos autores, diversas vantagens poderiam ser atribuídas à política de cotar a moeda do méstica em relação à outra moeda.

Segundo eles, "... pegging to a particular currency may reduce, relative to other alternatives, the fluctuation of the exchange rate between the less-developed country and the developed country. This facilitates trade between the two countries by reducing the uncertainties associated with changes in relative

currency values. For the same reason, capital flows for investment purposes from the developed country may increase ..."

Com efeito, por amenizar o problema de incerteza cambial associada ao comércio exterior e, da mesma forma, adequar a entrada de capitais no país, ambos os fatores tiveram participação preponderante na decisão de sustentar a atual política cambial brasileira.

Passemos, então, a analisar o caso brasileiro.

No Brasil, já em agosto de 1968 (bem antes, portanto, do colapso final de Bretton Woods - março/73), o Conselho Monetário Nacional decidia instituir um novo sistema de ajustes para a taxa cambial. A partir daquela data, pequenos ajustes seriam feitos a intervalos curtos, a fim de impedir a ocorrência de diferenças substanciais entre preços interno e externo que caracterizam uma economia inflacionária sujeita a taxa cambial nominal fixa.

A idéia original era de certo modo uma aproximação do funcionamento das taxas livremente flutuantes, com pequenas e frequentes variações, evitando-se, contudo, os inconvenientes decorrentes de sua adoção (flutuação diária desnecessária), ao se manter a administração cambial sob a tutela governamental e não entregue ao mercado.

Assim, a intenção implícita no novo sistema de desvalorizações era encontrar uma situação intermediária brasileira, aprimorando tanto sobre as taxas fixas e abruptamente ajustáveis quanto sobre taxas livremente flutuantes.

O sistema de pequenas modificações na taxa cambial dentro de intervalos curtos é provavelmente o mais adequado para países com inflação crônica e talvez mesmo para economias mais estáveis.

O atual sistema de mini-desvalorizações cambiais teve sua estrutura teórica derivada do sistema alternativo denominado "crawling peg".

Em uma nota sobre a origem do nosso regime cambial, Senna (1974) nos dá conta de que "...de acordo com a Meade (1964) a idéia original do "crawling peg" (ou "sliding peg") é relativamente recente, e foi introduzida por Black, do Merton College, Oxford, em uma nota não assinada para o semanário inglês. The Economist, em 1961..."

O "crawling peg", como se sabe, preconiza como li nha geral de ação um sistema de ajustes cambiais periódicos com reduzido percentual de variação sobre a linha de paridade, objetivando-se, assim, eliminar as inevitáveis pressões que o dese - quilíbrio cambial gera sobre a economia.

Por seu turno, Donges (1971) realimenta as discus sões sobre a matéria, ressaltando que desvalorizações de 1 a 2% a cada duas ou cinco semanas eram muito rápidas para caracteri - zar um movimento "crawling". Cunha, então, o termo "trotting peg", representando, a ser ver, a expressão correta do sistema cambial brasileiro.

Na prática, supõe-se que a condução da política cambial seja realizada com base em um leque de indicadores econô micos, destacando-se as tendências do balanço de pagamentos, o

fluxo de capitais externos e o diferencial entre o Índice doméstico de inflação e dos principais países com os quais o Brasil trava relações de comércio.

A propósito, valeria aduzir que, no plano da Economia Internacional, os estudos abordando o comportamento temporal da taxa real de câmbio cruzeiro/dólar demandam, como instrumento de deflação da taxa nominal de câmbio, o diferencial de preços interno e externo. Em geral, o cálculo dos diferenciais inflacionários é feito consoante Índices de preço por atacado (IPA). A explicação reside em que estes Índices expressariam adequadamente o comportamento dos preços das mercadorias presentes nas pautas de exportação e importação, além de não incluírem preços de serviços (como ocorre com alguns Índices de preços ao consumidor) que não são objeto de transações internacionais.

Sob essa ótica, poder-se-ia afirmar que o mecanismo brasileiro de reajustes cambiais fundamenta-se em certa medida na aplicação da teoria da paridade do poder de compra ("purchasing power parity"), segundo a qual ajusta-se a taxa nominal de câmbio com base na evolução da inflação interna e mundial.

No que diz respeito à teoria de paridade de poder de compra, parece-nos oportuno lembrar que a literatura nesse campo, além de fértil e extensa, vem-se renovando continuamente desde a publicação do trabalho pioneiro de Gustavo Cassel, em 1920.

Para maior profundidade nesse tópico, recomendamos particularmente os trabalhos de Officer (1976) e Mc Kinnon (1979).

Na versão relativa da teoria da paridade do poder de compra, considerando exclusivamente as mudanças no poder de compra de duas moedas, a construção simplificada das taxas de paridade obedeceria a seguinte fórmula:

$$TPPC_1 = TCo \cdot \frac{EP_0}{IP_0} \cdot \frac{IP_1}{EP_1},$$

onde:

$TPPC_1$ = Taxa de paridade do poder de compra, no tempo 1;

TCo = Taxa de câmbio (Cr\$/US\$), no tempo 0;

EP_0, EP_1 = Nível externo de preços, no tempo 0, 1, respectivamente;
(no caso Índice de preços dos Estados Unidos)

IP_0, IP_1 = Nível interno de preços, no tempo 0, 1, respectivamente;

Ou, de outra forma, teríamos:

$$TPPC_1 = TCo \cdot \left(\frac{IP_1}{IP_0} \right) \cdot \left(\frac{1}{\frac{EP_1}{EP_0}} \right)$$

O propósito da reapresentação da taxa de paridade consiste em desmembrar a expressão em três núcleos distintos. O primeiro núcleo refere-se à taxa de câmbio nominal. O segundo e terceiro referem-se, respectivamente, à evolução dos preços interna e externamente. É certamente óbvio que efetuando a operação entre os dois últimos termos, o resultado espelhará o diferencial inflacionário entre dois países, gerando o fator de reajuste aplicado à taxa de câmbio nominal.

Ou seja, de certo modo poderíamos concluir que o sistema de reajustes cambiais restringir-se-ia à observância do

comportamento do nível de preços interno e externo.

Até o presente momento, as nossas discussões se limitaram a girar em torno dos vários aspectos que envolvem a taxa de câmbio entre o cruzeiro e o dólar americano, negligenciando-se de certa forma alguns comentários pertinentes à cotação do cruzeiro e as demais divisas estrangeiras.

Conquanto a sistemática adotada pelo Brasil para o estabelecimento da taxa de câmbio entre o cruzeiro e as principais moedas estrangeiras seja razoavelmente simples, acreditamos que valeria a pena determo-nos nessa matéria, em benefício de ganhos futuros advindos da apreciação do próximo tópico (Teoria relevante da taxa de câmbio efetiva).

O mecanismo aludido se apropria em certa medida da já existente vinculação entre o cruzeiro e o dólar. No que diz respeito às outras divisas, o Banco Central fixa diariamente suas cotações em cruzeiro, de acordo com suas taxas em relação ao dôlar nos principais mercados internacionais de câmbio.

Em outras palavras, a triangulação se inicia pela cotação oficial do cruzeiro/dólar, igualmente, se beneficia da cotação no mercado internacional do dólar e a moeda em questão, culminando com a transformação que resultará na taxa cambial entre o cruzeiro e a divisa em causa.

Sobre o sistema em apreço, valeria considerar que, entre os períodos de ajustamentos, o cruzeiro permanece com sua cotação fixa em relação ao dólar, ao passo que, de sua parte, a moeda americana permanece continuamente flutuando diante das de-

mais moedas conversíveis.

Em decorrência, quer nos paracer extremamente lógico que pressupondo o cruzeiro em linha de paridade com o dólar, a súbita valorização (desvalorização) do dólar em relação, por exemplo, ao franco suíço implicaria automaticamente na valorização (desvalorização) da nossa moeda relativamente à moeda alemã.

Suponhamos que ocorra uma brusca oscilação no mercado de câmbio, internacional, acarretando como resultado final a valorização do dólar, frente ao franco francês, libra esterlina e lira italiana e, por outro lado, a sua desvalorização ante o marco alemão, ien japonês e o franco suíço.

A alteração da paridade cambial do dólar face aos dois grupos de moeda implicaria na elevação nos custos das importações de produtos americanos para os países presentes no primeiro grupo citado, ao tempo em que provocaria o barateamento dos produtos americanos para o segundo grupo.

Da mesma forma, parece-nos conveniente esclarecer que em virtude do cruzeiro estar atrelado à moeda americana, a situação esboçada acima "coeteris paribus", conduziria a que as exportações brasileiras perdessem competitividade no mercado consumidor afeto ao primeiro grupo de moedas e, paralelamente, ganharia impulso no segundo grupo.

Em síntese, seria de se informar que o trabalho em voga procura seguir o caminho sugerido pelas implicações decorrentes das oscilações do dólar (principalmente a valorização) nos principais mercados de câmbio do mundo sobre o setor externo brasileiro.

A manutenção da paridade cambial cruzeiro/dólar é condição necessária, mas não suficiente, para promover as exportações brasileiras junto aos grandes centros de absorção de nossas mercadorias. Isto porque, conforme discorreremos anteriormente, as valorizações do dólar frente às demais divisas provocariam efeitos colaterais negativos para a colocação de nossos bens naqueles mercados.

A conclusão a que chegaríamos é que por mais realista que seja a condução da política cambial, essa linha de ação se torna ineficaz ao se defrontar com situações apontadas acima.

2.2 TEORIA RELEVANTE DA T.C.E.

A discussão dos aspectos concernentes à taxa de câmbio efetiva foi conduzida de modo a ser resumida em dois núcleos básicos.

No primeiro núcleo, a preocupação predominante foi concentrar o foco de atenções sobre as considerações introdutórias pertinentes ao tema em pauta.

Em sequência, no segundo núcleo procuramos esgotar o assunto, no que toca à base teórica e o próprio indicador da taxa de câmbio efetiva.

2.2.1 ASPECTOS INTRODUTÓRIOS

Conforme discutíamos anteriormente, no âmbito dos mercados externos de câmbio, as variações do dólar frente às moedas fortes provocam efeitos de diversas magnitudes sobre o fluxo de exportações.

A título de conferir maior abrangência ao assunto em questão, poderíamos resumir que as flutuações cambiais influenciam as relações econômicas doméstico-externas entre os países nos seguintes aspectos: (*)

(*) ver Rhomberg, R., "Indices of Effective Exchange Rates". Internacional Monetary Fund Staff Papers. Mar/76.p.88-112, bem como Black, S.W., em "Exchange Policies for Less Countries in a World of Floating Rates". Essays in Internacional Finance, dez/76. Princeton University.

- a) mudança na direção dos fluxos de comércio mundial;
- b) alterações nas relações de trocas;
- c) variações nos preços dos bens negociados, induzidos por alterações nas taxas de câmbio;
- d) variação no grau de competição entre as exportações de dois países em terceiros mercados.

Com efeito, no presente trabalho procuramos colocar como alvo de discussões exclusivamente o primeiro item, encaminhando os restantes a uma abordagem ulterior.

Nesse sentido, caberia salientar que as flutuações do dólar nos mercados de câmbio internacionais acarretariam efeitos de diversos calibres sobre a performance das exportações brasileiras.

Por um lado, valeria apontar, se as moedas fortes sofrerem uma valorização ante o dólar, as nossas vendas externas se beneficiariam do fato na medida em que se tornariam mais competitivas nos mercados afetos a essas moedas.

Por outro lado, todavia, caso as moedas fortes sofressem uma desvalorização relativamente ao dólar, as nossas exportações seriam penalizadas no sentido de perder competitividade nos países em que suas moedas depreciaram frente àquela unidade monetária norte-americana.

As oscilações cambiais entre as grandes moedas estrangeiras ocorrem assiduamente à revelia de decisões internas de cunho cambial.

Sob esse aspecto, seria de se chamar a atenção para o fato de que nem sempre uma política cambial realista (no sentido de manter a paridade com o dólar) corresponderia irres-
tritamente a melhores desempenhos no terreno das exportações.

Ainda que a política cambial esteja corretamente comprometida em manter o equilíbrio paritário entre o cruzei
ro e o dólar, se esta última, por exemplo, experimentar um processo de valorização sobre as principais moedas estrangeiras, as vendas externas para os países correspondentes a essa moedas so
frerão sensível redução no grau de competição.

Sem sombra de dúvida, poderíamos concluir que a análise do comportamento das exportações à luz da tradicional ta
xa de câmbio cruzeiro/dólar incorre em erro de avaliação, uma vez que a referida taxa não reuniria condições de informar sobre as flutuações paralelas do dólar.

Decorreria, então que a perda de representativ
dade do indicador cambial cruzeiro/dólar levaria a que as autoridades cambiais atentassem, a partir daí, para o comportamento conjunto de um leque de moedas.

Nesse caso, as sugestões sobre o indicador que pudesse dimensionar as flutuações cambiais entre as grandes moe
das e o cruzeiro tenderiam em apontar o parâmetro denominado Ta
xa de Câmbio Efetiva.

Simplificadamente, a taxa de câmbio efetiva refletiria as oscilações médias entre o cruzeiro e um grupo de mo
edas, aprioristicamente escolhido consoante nossa conveniência comercial.

Passemos, então a analisá-la de forma detalhada.

2.2.2 - A T.C.E. A SER UTILIZADA

A Taxa de Câmbio Efetiva está alicerçada pelo es copo teórico constituído pelo tripé dos artigos clássicos de Hirsch e Higgins (1970), Rhomberg (1976) e Bélanger (1976).

O trabalho de Rhomberg se destaca dos demais por oferecer índices alternativos de taxa de câmbio efetiva, como ainda, por analisar comparativamente os principais índices utilizados por departamentos econômicos de diversos órgãos privados e governamentais.

Deve-se ressaltar, igualmente, a eficiente contribuição prestada por Carvalho (1979) à literatura econômica no sentido de abordar os principais aspectos metodológicos, bem como de sugerir a utilização de um indicador adequado às peculiaridades brasileiras.

O índice taxa de câmbio efetiva, conforme mencionamos anteriormente, mede a variação na taxa cambial de um país em relação às oscilações médias ocorridas em um grupo de moedas estrangeiras, e, valeria dizer, equivalente ao conjunto de alterações proporcionais nos preços que provocariam ganhos ou perdas de competitividade no comércio.

Na formulação do índice são computadas as oscilações de várias moedas em um determinado período, relativamente à moeda doméstica do país em que se quer determinar a taxa efetiva,

a partir de um período-base, as oscilações das moedas em pauta são ponderadas por um certo valor que reflita o campo que o índice se propõe a avaliar.

A esse respeito, cabe destacar que a escolha do peso apropriado dependerá fundamentalmente dos objetivos de análise considerados pelo índice. Para cada objetivo deve-se estabelecer índices que empreguem esquemas distintos de ponderação.

Dessa maneira, haveria várias alternativas a serem utilizadas no cálculo do índice de taxa de câmbio efetiva e cada formulação está ligada ao objetivo econômico a que se quer alcançar.

Segundo Rhomberg (*), as diferenças verificadas nos índices elaborados por diferentes instituições podem ocorrer devido aos seguintes aspectos:

- a) período-base do índice;
- b) número de parceiros (países) a serem considerados;
- c) os pesos usados no cálculo da média das oscilações cambiais e o tipo de fórmula empregada.

Portanto, a escolha acerca do período-base, número de parceiros e o peso utilizados na formulação da taxa de câmbio efetiva dependerá de critérios meramente arbitrários, expostos no decorrer da apresentação do índice em causa.

(*) Rhomberg, R.OP.IPT.

A seguir, apresentamos a formulação adotada para o cálculo do índice:

$$\frac{E_t}{E_{t-1}} = \sum_{i=1}^n W_i \cdot \frac{R_t^i}{R_{t-1}^i}, \text{ sendo } \sum_{i=1}^n W_i = 1 \text{ onde}$$

E_t, E_{t-1} = índice de taxa de câmbio efetiva para o tempo t e $t-1$, respectivamente;

R_t^i, R_{t-1}^i = taxa de câmbio cruzeiro/moeda i , nos tempos t e $t-1$, respectivamente;

W_i = peso atribuído à moeda do país i .

Dessa forma, no presente caso, poder-se-ia definir a taxa de câmbio efetiva como o índice que reflete a variação média da taxa de câmbio do país frente a um grupo previamente escolhido de moedas, atribuindo-se, para tanto, um peso a cada moeda de acordo com o interesse comercial que ela represente.

A esse respeito, caberia informar que consideramos os seguintes países: Estados Unidos, Japão, Reino Unido, França, Alemanha, Suíça, Itália e Holanda. Logo $n=8$.

A justificativa para a escolha desses países reside na disponibilidade de dados, uma vez que o Banco Central oferece com fartura informações periódicas sobre taxas cambiais. Com isso, conseguiríamos atender à necessidade de compatibilizar as ta

xas de câmbio cruzeiro versus outras divisas com a disponibilidade de dados nesse sentido.

No tocante ao período compreendido pelo índice de taxa em questão, a idéia preliminar seria cobrir o período 1968/1980, representando, portanto, 13 anos de observações. O comentário pertinente a escolha é que procura-se colocar como foco de análise um período homogêneo, no que concerne à política cambial, evitando-se, assim, cobrir um espaço de tempo com diretrizes distintas na órbita cambial. Daí, então, a escolha do ano de 1968, como período-base.

Outro ponto relevante diz respeito ao entendimento correto do termo R_t^i/R_{t-1}^i presente na formulação da taxa de câmbio efetiva. Conquanto óbvio, é preciso, entretanto, deixar claro que o referido termo alude à taxa de câmbio cruzeiro/moeda i , no tocante à variação ocorrida no período compreendido entre $t-1$ e t , não se cogitando incorporar ao cálculo do índice o valor cambial entre as duas moedas.

Como havíamos salientado anteriormente, a escolha do peso apropriado dependeria do objetivo específico de focalizar um determinado tópico, usando-se como instrumento a taxa de câmbio efetiva. Logo, para diferentes objetivos, diversos esquemas de ponderação seriam adequados ao tratamento do índice em questão.

As sugestões no plano teórico (*) quanto à ela-

(*) ver, por exemplo, Crocket (1978) e Rhomberg (1976)

boração do peso atribuído a taxa de câmbio efetiva informam da conveniência de se levar em conta o comércio exterior do país e a estrutura do balanço de pagamentos, principalmente o efeito-preço gerado pelas variações na taxa de câmbio, a elasticidade-preço dos diferentes produtos, o grau de competição do país exportador no mercado mundial, as características do comércio bilateral e os efeitos do fluxo de capital.

A computação dos fatores mencionados no nosso índice, embora desejável no plano teórico, esbarraria, na prática, em dificuldades de toda ordem, havendo, inclusive, o reconhecimento de que para fins práticos métodos menos sofisticados poderiam levar a resultados igualmente significativos.

Nessa linha de raciocínio, valeria frisar, procuramos compor o peso de tal sorte a levar em conta o comércio bilateral e o grau de competição em terceiros mercados, gerando, assim, um índice com elevado significado econômico, ao tempo em que atende plenamente aos objetivos do presente trabalho.

Em verdade, o peso em apreço será constituído pela média dos dois critérios, isto é, pelo critério da exportação bilateral e da competitividade em terceiros mercados.

Os dois critérios serão explicados mais adiante. Por ora, para efeito de argumentação, suponha que pelo primeiro critério (exportação bilateral) o peso atribuído ao país i seja w_i e, caso adotado o segundo critério P_i . Logo, fazendo um "mix" dos dois critérios, o peso final W_i terá a seguinte forma:

$$W_i = 0,67 w_i + 0,33 P_i$$

Ainda, valeria aduzir que utilizamos critérios meramente arbitrários para estipular as ponderações 0,67 e 0,33 incorporadas na formulação do peso final W_i . Como se depreendeda fórmula acima atribuímos maior relevância ao primeiro critério, comparativamente ao segundo.

Passemos a examinar os dois critérios.

Segundo o critério da exportação bilateral seriam consideradas as participações dos países no total das exportações brasileiras para esse mesmo grupo. Como já sabemos, os países são os Estados Unidos, Japão, Alemanha, França, Inglaterra, Suíça, Itália e Holanda e calculamos a média das participações no triênio 1978/80.

A fórmula é a seguinte:

$$W_i = \frac{\sum_{t=1}^3 x_{ji}^t}{\sum_{t=1}^3 \sum_{j=1}^8 x_{ji}^t}$$

onde:

W_i = peso atribuído ao país i ;

x_{ji}^t = exportação do país j para o país i , no tempo t . (país j =Brasil)

De outra forma, a tabela 4 nos dá conta dessa metodologia aplicada à ponderação do nosso Índice, segundo o critério de exportação bilateral.

Os pesos são os seguintes: Estados Unidos - 34,01%; Alemanha - 13,78%; Japão - 10,13%; Holanda - 11,73%; Itália - 8,80%;

França - 6,13%; Inglaterra - 7,07%; Suíça - 1,37%.

A idéia básica segundo a qual repousa o segundo critério consiste em captar os efeitos de competição em terceiros mercados, principalmente se os países concorrentes mantêm entre si reduzido volume de negócios.

Suponha, por hipótese, que dois países experimentem um baixo nível de transações comerciais, mas que mantenham entre si forte concorrência na disputa por terceiros mercados.

Quando ocorre uma variação cambial, sabemos que o fato tende a alterar a estrutura de compra e venda entre dois países, através do encarecimento (ou barateamento) das mercadorias transacionadas. Mas, se o volume de trocas entre eles é pequeno, então, a variação cambial pouco alterará em termos de estrutura de comércio dos dois países.

Mas, no que toca a um terceiro mercado, este se beneficiaria da flutuação cambial na medida em que a opção de compra em um dos países será vantajosa, relativamente ao outro. Ou seja, as mercadorias compradas em um dos países se tornarão mais baratas comparativamente ao mesmo produto do outro país fornecedor.

Portanto, com o exemplo citado podemos depreender que a variação cambial entre as moedas pouco alterou o comportamento de compra e venda entre os dois países, uma vez que ambos mantinham entre si reduzido volume de comércio. Por outro lado, a desvalorização da moeda de um país com relação a outro, determinou a mudança na demanda por parte do terceiro país, alvo da concorrência entre os dois primeiros, acarretando, no cômputo

final, melhoria para a balança comercial do país concorrente, em que sua moeda se desvalorizou.

A formulação do peso segundo este critério é a seguinte:

$$P_i = \frac{\sum_{t=1}^3 X_i^t}{\sum_{t=1}^3 \sum_{i=1}^8 X_i^t}$$

onde:

P_i = peso atribuído ao país i;

X_i^t = exportações totais líquidas (exclusive para o Brasil) do país i, no tempo t.

Com relação ao termo X_i^t (exportações totais líquidas), caberia alguns comentários esclarecedores acerca de sua natureza. O termo em pauta refere-se às exportações globais do país i, sendo desse total subtraída a parcela de exportação destinada ao Brasil. Isto porque, o objetivo do cálculo, segundo esse critério, é de captar o grau de competição em terceiros mercados. Logo, assumindo que o Brasil é um dos países concorrentes, disputando por isso mesmo terceiros mercados, a computação das exportações daqueles países para o Brasil tornar-se-ia completamente sem sentido.

Na tabela 5 encontramos a referida metodologia, bem como os pesos utilizados na composição da taxa de câmbio efetiva, segundo o presente critério.

Os pesos são os seguintes: Estados Unidos - 23,15%;

Japão - 13,93%; Alemanha - 21,07%; França - 11,49%; Itália - 8,31%; Suíça - 3,36%; Inglaterra - 11,31%; Holanda - 7,38%.

Por fim, restaria a tarefa de construir o peso final aplicado à taxa de câmbio efetiva, através da interação dos resultados obtidos pelos dois critérios abordados. De acordo com a fórmula:

$$W_i = 0,67 w_i + 0,33 P_i,$$

o peso final de cada país no cálculo do Índice descreve-se segundo o quadro a seguir:

PESOS ATRIBUIDOS À T.C.E

Países	1º critério w_i	2º critério P_i	$W_i = 0,67 w_i + 0,33 P_i$
1. Estados Unidos	37,89	23,15	33,03
2. Alemanha	14,26	21,07	16,51
3. Japão	11,00	13,93	11,97
4. Holanda	11,79	7,38	10,33
5. Itália	8,64	8,31	8,56
6. Inglaterra	7,82	11,31	8,97
7. França	7,26	11,49	8,66
8. Suíça	1,28	3,36	1,97

Finalmente, cumpriria registrar que a formulação da taxa de câmbio efetiva até então apresentada diz respeito unicamente a sua versão nominal, ou seja negligenciando a existência do crescimento dos preços não só no país em questão como nos demais.

Nesse sentido, valeria salientar que em certos casos é conveniente introduzir um deflacionamento nos índices de taxa de câmbio efetiva através dos índices de preços domésticos e dos países comerciais considerados.

Dessa forma, o índice passaria a representar variações em termos reais, uma vez que os substanciais diferenciais de inflação interna e externa provocariam sensíveis oscilações nas variações do índice em termos nominais, o que criaria algumas dificuldades de interpretação do índice.

Assim, a título de exemplo, o índice ponderado pela exportação bilateral teria a seguinte forma:

$$\frac{E_t}{E_{t-1}} = \sum_{i=1}^8 \frac{X_{ji}}{X_{ji}} \cdot \frac{R_t^i}{R_{t-1}^i} \cdot \frac{P_i}{P_j}$$

onde:

P_i, P_j = índice de preço nos países i e j, respectivamente.

Ainda que visivelmente óbvio, caberia informar que o termo P_i/P_j mensuraria o diferencial de evolução de preços nos países i e j. Vale notar, ainda, que em geral os trabalhos nessa área valem-se de índices de preços de produtos industriais, por computarem em sua composição a variação dos preços de produtos envolvidos nas transações internacionais.

Caberia, por fim, proceder ao registro de que u tilizaremos a taxa de câmbio efetiva versão real na elaboração do modelo econométrico, a ser objeto de discussão no próximo capítulo.

3. MODELO ECONOMÉTRICO

A intenção do presente capítulo é apresentar formalmente o modelo econométrico sobre o qual se fundamentam as hipóteses básicas levantadas no decorrer deste trabalho.

Além disso, seria oportuno esclarecer que o esboço econométrico a ser desenvolvido acolheria necessariamente sugestões, opiniões e críticas que viessem a preencher lacunas eventualmente existentes, já que objetivamos solidificar a nossa estrutura teórica a partir do modelo básico debatido ao longo do capítulo.

A apresentação da sustentação econométrica que se pretende dar ao estudo em questão divide-se em duas partes.

Na primeira delas, visamos precipuamente enfatizar as proposições centrais do trabalho, tendo sempre em conta que a sua complementação se dará plenamente com a introdução de um modelo que seja cercado de boa fundamentação teórica, bem como de eficácia na sua manipulação.

Sobre o assunto, o tópico em seguida diz respeito à apresentação do modelo econométrico a ser utilizado na verificação das hipóteses anteriormente formuladas, contando ainda, nesse sentido, com sugestões que se façam pertinentes ao tema.

3.1 INTRODUÇÃO

A apresentação de um novo tópico se faz tanto mais clara e precisa quanto tenhamos em mente os motivos pelos quais

conduziram a essa exposição.

Em breve retrospecto, caberia considerar que iniciamos a nossa apresentação procurando isolar o fato pelo qual fomos motivados a elaborar o estudo em tela.

Assim é que bruscas oscilações cambiais nos grandes mercados internacionais de câmbio estariam trazendo reflexos negativos ao setor externo brasileiro.

Com precisão, as fortes valorizações que o dólar estaria sofrendo ante às demais divisas estrangeiras provocariam inequivocamente sérios danos às exportações brasileiras para os países cuja moeda fora afetada pela valorização daquela unidade monetária norte-americana.

Decorreria, então, que em virtude da perda de competitividade dos produtos brasileiros para grandes mercados advinda exclusivamente da flutuação do dólar, alguns indicadores essenciais na política de promoção às exportações deveriam ser recompostos.

Principalmente, a tradicional taxa de câmbio cruzeiro/dólar se mostraria, como se espera, impossibilitada de refletir com exatidão os movimentos cambiais no exterior.

Encarado sob outro prisma, o problema estaria em que o indicador cambial cruzeiro/dólar não reuniria condições de explicar adequadamente o comportamento das vendas externas brasileiras.

A sugestão imediata seria que pela sua própria constituição a taxa de câmbio efetiva agruparia elementos capa-

zes de produzir um índice representativo, em termos de poder de explicação sobre as exportações brasileiras.

O índice taxa de câmbio efetiva, como já discutimos em capítulo passado, mede a variação da taxa cambial de um país em relação às oscilações médias observadas em uma cesta de moedas estrangeiras previamente escolhida.

Pela sua própria natureza, a T.C.E., seria um parâmetro confiável na tarefa de captar conjuntamente as flutuações cambiais ocorridas entre o cruzeiro e as demais moedas.

O próximo passo é dado no sentido de provar a relevância da T.C.E. comparativamente à taxa de câmbio Cr\$/US\$, no que tange ao comportamento das exportações brasileiras.

Nesse ponto, o trabalho em questão se complementaria com a introdução do modelo econométrico que sustentaria as hipóteses essenciais previamente caracterizadas.

O primeiro "approach" dado no plano econométrico sugeriria a identificação de um método quantitativo que visse a explicar fidedignamente o comportamento das exportações. Concluimos sem dificuldade que o objetivo nesse terreno situar-se-ia na estimação da equação de oferta de produtos brasileiros.

Estimada uma função de oferta de produtos brasileiros, os esforços de investigação seriam realizados em três etapas.

A primeira diz respeito à estimação da equação de exportações brasileiras globais. No lugar destinado a variável cambial — que, à propósito, é uma boa variável explicativa

— introduziríamos alternadamente em um primeiro "round", a taxa de câmbio Cr\$/US\$ e, em um segundo, a taxa de câmbio efetiva.

Em uma segunda etapa, os esforços estariam concentrados no sentido de estimar a equação de oferta de mercadorias brasileiras para mercados específicos de inegável conveniência comercial (por exemplo: Alemanha Ocidental e Japão).

Nesse caso, os testes seriam realizados com a introdução alternada no lugar reservado à variável cambial da taxa de câmbio CR\$/US\$, da taxa de câmbio efetiva e, por fim, da taxa de câmbio CR\$/ moeda do país em análise.

Finalmente, a terceira etapa de testes resumiria alguns experimentos na equação de oferta de produtos brasileiros para organismos econômicos (Ex: ALADI).

Nesse particular, cumprindo a linha de ação até agora esboçada, revezaríamos no espaço dedicado a taxa de câmbio a utilização da taxa de câmbio efetiva e a taxa de câmbio Cr\$/US\$.

Em resumo, a abordagem econométrica consistiria na identificação do modelo de equação de oferta de produtos brasileiros, a fim de se realizar alguns experimentos na formulação da equação de exportação em termos globais, por país específico e por bloco econômico.

3.2 APRESENTAÇÃO DO MODELO ECONOMETRICO A SER UTILIZADO

Normalmente a apresentação de modelos econométricos aplicados à análise do crescimento das exportações brasileiras é devidamente precedida por resenha minuciosa relatando os principais estudos realizados na área.

Assim é que, sob essa ótica, cumpriria considerar os trabalhos de Doellinger et AlII (1971), Tyler (1976), Suplicy (1976), Carvalho e Haddad (1978) e, por fim, Pinto (1980), que através de estimativas de funções de oferta de exportação procuraram explicar o crescimento das exportações brasileiras nos períodos 1963/68, 1961/70, 1964/72, 1955/74, e 1954/74, respectivamente.

Conquanto os aludidos trabalhos ofereçam efetiva contribuição acadêmica aos estudos desta natureza, procuramos estruturar o nosso modelo com base em Carvalho e Haddad (1978) e Pinto (1980), opção que, deve-se ressaltar, não descarta eventuais enfoques de análise ensejados pelos demais.

Preliminarmente, caberia notar que a estimação em pauta restringir-se-ia a análise das vendas dos produtos manufaturados, sem que com isso, é importante salientar, venhamos sofrer prejuízos na forma de interpretação dos resultados empíricos.

Para o nosso modelo, adotamos a tradicional hipótese de país pequeno pela qual admitimos que o país em questão não tem condições de afetar os preços estabelecidos no mercado internacional. Devido à sua condição de "price-taker", a demanda

pelo seus produtos, como se espera, é infinitamente elástica ($E=\infty$).

A fim de reforçar essa hipótese, parece-nos oportuno argumentar que a suposição de país pequeno seria totalmente incompatível com a análise das exportações de todas as categorias de produtos (i. é, industrializados mais básicos). Tanto mais, porque os produtos primários participam ativamente do mercado mundial, gerando consequentemente razoável poder de alteração de preços. Mas em se tratando tão-somente de mercadorias industrializadas, acreditamos que a suposição de país "tomador de preços" é perfeitamente plausível nesse contexto.

Além disso, a representatividade dos bens industrializados no perfil das nossas exportações é internamente indiscutível, patenteada pelas estatísticas oficiais que apontam a sua substantiva participação na pauta global de vendas externas. Com efeito, a anexa tabela 6 aponta a evidência inequívoca de que a participação dessa categoria de produtos passou de 10,8 % em 1968 para culminar com 44,8% em 1980.

Consideramos como período de análise os anos de 1968 e 1980. A escolha dessa época foi substancialmente afetada pela necessidade de se colocar como alvo de investigação um período de tempo coberto por política cambial com considerável dose de homogeneidade, o que efetivamente ocorreu a partir de 1968, com a introdução do sistema de mini-desvalorizações cambiais.

O modelo partiria evidentemente de equações estruturais de oferta e demanda por exportações brasileiras.

O método de estimação é de mínimos quadrados or-

dinários, sendo a especificação log-linear. Na forma reduzida, teríamos o seguinte:

$$X = f (E, S, Q, U, W)$$

onde:

X= exportações brasileiras de manufaturados em dólares reais(FOB);

E= taxa real de câmbio;

S= índice de incentivos fiscais às exportações (*);

Q= produto real doméstico;

U= taxa de utilização da capacidade industrial (**);

W= renda mundial.

É oportuno esclarecer que o modelo sugerido com põe-se de variáveis independentes revestidas de elevado grau de essencialidade na estimação de equação de oferta de manufaturados. Estamos convictos de que a inclusão de outras variáveis não se faz necessária em vista da pobreza dos dados ou, ainda, da duvidosa contribuição que esse fatores poderiam prestar na análise comportamental da oferta de nossos produtos.

(*) adotaremos a metodologia sugerida por Tyler (1976)

(**) definimos como sendo a razão entre o índice do produto real industrial e a sua tendência exponencial.

Conforme discorremos anteriormente, o esquema econométrico utilizado na estimativa da equação de oferta de manufaturados brasileiros será empregado na realização de alguns testes distribuídos em três baterias.

Vale repetir, serão efetuados experimentos na equação (1) de oferta global de manufaturados, (2) de oferta por país específico e (3), de oferta por organismos econômicos.

O modelo básico apresentado, caberia destacar, mantêm constantes as definições preliminares de algumas de suas variáveis quando da execução dos testes dispostos nas três fases aludidas. Serão mantidas intactas na sua forma as variáveis independentes: Índice subsídios fiscais (S), produto real doméstico (Q) e, finalmente, a taxa de utilização da capacidade (U).

Com relação às demais variáveis, cumpriria termos algumas considerações em função dos propósitos do presente trabalho.

No que diz respeito a variável renda mundial serão empregadas as seguintes definições. Nas estimativas de exportações globais e por grupos econômicos, acatando a definição de Carvalho (*), consideraremos em nossas estimativas as importações reais dos seguintes países: Estados Unidos, Japão, Alemanha, Reino Unido, França, Itália, Holanda e Suíça.

De outra parte, nas estimativas da equação para exportação por país específico, será considerado naturalmente o valor corrente em dólares das importações realizadas pelo mercado em apreço.

(*) Carvalho (1980), OP.CIT.

No que concerne ao parâmetro taxa de câmbio (real), dedicamos especial atenção ao seu comportamento na medida em que, sem dúvida, caracteriza-se como a principal variável dentro do modelo proposto.

Na estimativa de equação de ofertas de manufaturados em termos totais e por organismos realizaremos o teste de alternadamente introduzirmos: 1º a taxa de câmbio real Cr\$/US\$ e 2º a taxa de câmbio efetiva (em termos reais).

No tocante à equação de oferta de manufaturados por mercado específico, o objetivo seria testar a estimativa da função 1º a taxa de câmbio efetiva, 2º a taxa de câmbio Cr\$/US\$ e 3º a taxa de câmbio Cr\$/moeda local.

Nesse particular, esperamos colher elementos para a sustentação da tese de que como para as exportações para mercados específicos o relevante é a taxa de câmbio cruzeiro/moeda local (comparativamente à taxa Cr\$/US\$), na média estaremos procedendo corretamente em avaliar o comportamento das exportações brasileiras pela taxa de câmbio efetiva.

TABELA 1 - EXPORTAÇÕES BRASILEIRAS - PRINCIPAIS PAÍSES
(Em US\$ 1.000,00)

	1980		1979		1978	
	Valor	%	Valor	%	Valor	%
1. Estados Unidos	3.509.577	17,43	2.940.979	19,29	2.869.272	22,67
2. Alemanha Ocidental	1.337.097	6,64	1.114.947	7,31	1.062.075	8,39
3. Japão	1.231.882	6,12	886.884	5,82	650.368	5,14
4. Países Baixos	1.149.645	5,71	992.934	6,51	782.509	6,18
5. Argentina	1.091.521	5,42	718.424	4,71	348.912	2,76
6. Itália	979.286	4,86	700.308	4,59	509.279	4,02
7. França	822.393	4,09	598.205	3,92	529.287	4,18
8. Reino Unido	549.679	2,73	708.219	4,65	512.950	4,05
9. Polônia	523.166	2,60	434.153	2,85	247.756	1,96
10. Espanha	521.333	2,59	323.757	2,12	294.943	2,33
11. México	469.919	2,33	291.879	1,92	178.021	1,41
12. Chile	450.686	2,24	362.794	2,38	191.135	1,51
13. Paraguai	409.228	2,03	324.394	2,13	224.279	1,77
TOTAL	13.045.412	64,80	9.672.489	63,45	8.400.786	66,36
Outros	7.086.989	35,20	5.571.888	36,55	4.258.158	33,64
TOTAL GERAL	20.132.401	100,00	15.244.377	100,00	12.658.944	100,00

FONTE: CACEX, Banco do Brasil.

TABELA 2
COMÉRCIO EXTERIOR MUNDIAL

(Em US\$ 10⁹ FOB)

P a í s e s	1 9 8 0		Com. Ext. (1 + 2)	%
	Importações (1)	Exportações (2)		
Alemanha Ocidental	187,934	192,900	380,834	10,2
Austrália	22,331	22,061	44,392	1,2
Bélgica	71,612	64,466	136,078	3,6
Canadá	62,566	67,529	130,095	3,5
Dinamarca	19,344	16,725	36,069	1,0
Espanha	34,078	20,720	54,798	1,5
Estados Unidos	252,997	220,706	473,703	12,7
Finlândia	15,632	14,168	29,800	0,8
França	134,874	116,016	250,890	6,7
Irlanda	11,147	8,492	19,639	0,5
Itália	99,475	77,685	177,160	4,7
Japão	141,289	130,469	271,758	7,3
Nova Zelândia	5,473	5,421	10,894	0,3
Países Baixos	78,073	73,836	151,909	4,1
Reino Unido	120,077	115,316	235,393	6,3
Suíça (*)	34,573	28,191	62,764	1,7
(1) TOTAL	1.291,475	1.174,701	2.466,176	66,12
(2) Demais	598,225	665,399	1.263,624	33,88
(1+2) TOTAL GERAL	1.889,7	1.840,1	3.729,8	100,00

(*) - Dados calculados segundo a Taxa de Câmbio média do período

FONTE: International Financial Statistics - IFS

TABELA 3REGIMES CAMBIAIS (*)

(Principais Países)

1) TAXAS FLUTUANTESa) Moedas Flutuando Independentemente:

Estados Unidos, Japão, Reino Unido, Espanha, Austrália, Nova Zelândia, Suíça.

b) Moedas Flutuando Conjuntamente:

Bélgica, Dinamarca, Alemanha, Luxemburgo, Países Baixos, Irlanda, Itália e França.

2) TAXAS FIXAS:c) Moedas Ligadas a Outra Moeda:

Costa Rica, Equador, Egito, Honduras, Haiti, Jamaica, Paraguai, Chile, Venezuela, Etiópia, Iraque, Líbia, Paquistão, Nicarágua, e Guatemala.

d) Moedas Ligadas a um Conjunto de Moedas:

I - DES - Irã, Jordânia, Kenia, Uganda, Zaire, Zâmbia, Guiné.

II - CONJ.ESPECÍFICO: Austrália, Finlândia, Noruega, Suécia, Kuwait, Tunísia, Malásia, Mauritânia, Singapura, Tanzânia, Tailândia.

e) Moedas Ligadas a Outra Moeda, mas Frequentemente Modificada:

Brasil, Colômbia, Peru, Argentina, Portugal, Israel, Argentina.

(*) Dados Atualizados até 31.03.81

FONTE: Fundo Monetário Internacional.

TABELA 4

CÁLCULO DO PESO ATRIBUÍDO À T.C.E.

EXPORTAÇÕES BRASILEIRAS

(em US\$ 1.000 FOB)

Destino	1980		1979		1978		Peso Atribuído (* *)
	Valor	%	Valor	%	Valor	%	
1 - Estados Unidos (*)	3.509.577	36,18	2.940.979	36,60	2.869.272	40,88	37,89
2 - Alemanha	1.337.097	13,78	1.114.947	13,88	1.062.075	15,13	14,26
3 - Japão	1.231.882	12,70	886.884	11,04	650.368	9,27	11,00
4 - Holanda	1.149.645	11,85	992.934	12,36	782.509	11,15	11,79
5 - Itália	979.286	10,10	700.308	8,71	509.279	7,26	8,69
6 - França	822.393	8,48	598.205	7,44	529.287	7,54	7,82
7 - Inglaterra	549.679	5,67	708.219	8,81	512.950	7,31	7,26
8 - Suíça	119.509	1,23	92.521	1,15	102.160	1,46	1,28
TOTAL	9.699.068	100,00	8.034.997	100,00	7.017.900	100,00	-

(*) - Inclusive Porto Rico.

(**) - Média Aritmética simples de participação anual de cada país no grupo.

FONTE: Carteira de Comércio Exterior - CACEX, Brasil Exportação.

TABELA 5

EXPORTAÇÕES MUNDIAIS LÍQUIDAS (*)

(em US\$ 10⁹ FOB)

Origem	1980		1979		1978		Peso Atribuido (* *)
	Valor	%	Valor	%	Valor	%	
1. Estados Unidos	216,63	24,31	178,560	22,95	140,771	22,19	23,15
2. Alemanha	184,065	20,66	163,884	21,07	136,263	21,48	21,07
3. Japão	125,585	14,09	100,025	12,86	94,079	14,83	13,93
4. Holanda	67,199	7,54	58,177	7,48	45,271	7,13	7,38
5. Itália	65,588	7,36	71,092	9,14	53,486	8,43	8,31
6. França	95,625	10,73	93,738	12,05	74,168	11,69	11,49
7. Inglaterra	109,710	12,31	86,018	11,06	66,939	10,55	11,31
8. Suíça	26,650	2,99	26,424	3,40	23,346	3,68	3,36
TOTAL	891,052	100,00	777,918	100,00	634,313	100,00	-

(*) Exclusive Exportações para o Brasil

(**) Média Aritmética Simples de participação anual de cada país no Grupo.

FONTE: IFS - International Monetary Fund - CACEX, Brasil Exportação.

T A B E L A 6

EXPORTAÇÃO BRASILEIRA - EVOLUÇÃO DA COMPOSIÇÃO DA PAUTA - EM US\$ 10⁶ FOB

PERÍODO	Total	Geral	Produtos Básicos		Produtos Industrializados		Produtos Semimanufaturados		Manufaturados		Operações Especiais
	(A+B+E)	%	(A)	%	(B=C+D)	%	(C)	%	(D)	%	
1964	1.429,8	100	1.220,6	85,4	204,5	14,3	115,0	8,0	89,5	6,2	4,7
1965	1.595,5	100	1.301,0	81,5	283,7	17,8	154,0	9,6	129,7	8,1	10,8
1966	1.741,4	100	1.445,0	83,0	292,8	16,8	140,7	8,1	152,0	8,7	4,1
1967	1.654,0	100	1.302,4	79,3	342,9	20,7	147,0	8,9	195,9	11,8	8,7
1968	1.881,3	100	1.491,7	79,3	380,5	20,2	178,0	9,5	202,5	10,8	9,1
1969	2.311,1	100	1.796,1	77,7	495,0	21,4	210,7	9,1	284,2	12,3	20,0
1970	2.738,9	100	2.049,2	74,8	665,0	24,3	249,0	9,1	416,0	15,2	24,7
1971	2.903,8	100	1.988,4	68,5	821,9	28,3	240,6	8,3	581,2	20,0	93,6
1972	3.991,2	100	2.724,6	68,3	1.221,7	30,6	310,0	7,8	911,7	22,8	44,8
1973	6.199,2	100	4.096,5	66,1	1.941,5	31,3	476,2	7,7	1.465,3	23,6	161,2
1974	7.951,0	100	4.576,7	57,6	3.179,7	40,0	917,0	11,5	2.262,7	28,5	208,6
1975	8.669,4	100	5.027,4	58,0	3.434,0	39,6	849,4	9,8	2.584,5	29,8	381,0
1976	10.128,3	100	6.129,2	60,5	3.618,0	35,7	841,9	8,3	2.776,1	27,4	277,9
1977	12.120,2	100	6.958,6	57,4	4.883,6	40,3	1.044,1	8,6	3.839,6	31,7	177,4
1978	12.658,9	100	5.977,6	47,2	6.504,0	51,4	1.421,2	11,2	5.082,8	40,1	177,4
1979	15.244,4	100	6.552,6	43,0	8.532,0	56,0	1.887,1	12,4	6.645,1	43,6	159,5
1980	20.132,4	100	8.487,7	42,1	11.376,2	56,5	2.348,7	11,7	9.027,6	44,8	268,4

FONTE: CACEX, Séries Estatísticas, Vários Números.

4 - BIBLIOGRAFIA BÁSICA

1. BACHA, Edmar L., "Notes on the Brazilian Experience With Minidevaluations, 1968-1976". Journal of Development Economics, dez/1979, pp. 463-481.
2. BARATTIERI, V., "Effective Exchange Rates in 1975". Review of Economics Condition in Italy. Jan/76, pp. 29-34.
3. BÉLANGER, G., "An Indicattor of Effective Exchange Rates for Primary Producing Countries". International Monetary Fund Staff Papers. Vol. 23, nº 1, março/1976 pp. 113-136.
4. BLACK, S.W., "Exchange Policies for Less Developed Countries in a World of Floating Rates". Essays in International Finance, dez/76. Princenton University.
5. CARDOSO, E. e DORNBUSCH, R., "Nominal and Relal Effective Exchange Rates for Brazil. 1959-1978". Texto para discussão. Inpes, nº 25, 1980.
6. CARVALHO, J.L., e HADDAD, C.L.S. "A Promoção de Exportações: A Experiência Brasileira até 1974". Revista Brasileira de Economia 32(1), jan/mar., 1978.
7. CARVALHO, Vicente P.P., "Indicadores da Taxa de Câmbio Efetiva: a Experiência Mundial e Aplicação para o Brasil" - XVI Reunion de Técnicos de Bancos Centrales del Continente Americano, 1979.
8. CROCKETT, A. "International Money". Thomas Nelson, London, 1978.
9. CROCKETT, A.D. e NSOULI, S.M., "Exchange Rate Policies for Developing Countries", Journal of Development Studies, Janeiro/1977. P. 125-143.
10. DOELLINGER, Carlos Von, FARIA, Hugo B.C.; PEREIRA, J.E.C.

& Horta; Maria Helena T.T. - Exportações Dinâmicas Brasileiras. Rio de Janeiro, IPEA, 1971.

- 11 - DONGES, J.B., "Brazil's Trotting Peg, a New Approach to Greater Exchange Rate Flexibility in less Developed Countries". Washington, D.C., American Enterprise Institute for Public Policy Research, Aug. 1971.
- 12 - EBERLE, Pedro P., "A Taxa Efetiva de Câmbio do Cruzeiro". *Conjuntura Econômica*, vol. 34, nº7, julho 1980, pp. 62-66.
- 13 - FRIEDMAN, M. "The Case for Flexible Exchange Rates" Essays in Positive Economics, Ed. M.Friedman. Chicago, University of Chicago Press, 1953, P. 157-203.
- 14 - FUNDO MONETÁRIO INTERNACIONAL. "International Financial Statistics", vários números.
- 15 - FUNDO MONETÁRIO INTERNACIONAL, "Anual Report", vários números.
- 16 - HIRSCH, F. e HIGGINS I. "An Indicator of Effective Exchange Rates," International Monetary Fund Staff Papers -vol. 17, nº 3, nov/70, pp.453-487.
- 17 - LENGROBER, Antonio C., "O Sistema Cambial Brasileiro e as Taxas Flutuantes". *Conjuntura Econômica*, Vol. 3 nº5 maio/76, pp. 86-110.
- 18 - LENGROBER, Antonio C. e VIEIRA, M.C., "Taxas Efetivas de Câmbio - O Caso Brasileiro, 1973-1978". *Fundação Getúlio Vargas, IBRE/CEMEI*, Janeiro/1980.
- 19 - MACHLUP, F. "On Terms, Concepts, Theories and Strategies in the Discussion of Greater Flexibility of Exchange Rates". The Burgenstock Communiqué. Princeton, Princeton University Press, 1970, p. 31-47.

- 20 - McKINNON, Ronald, I. "Money in International Exchange". Oxford University Press, New York, 1979.
- 21 - MEADE, J. "The International Monetary Mechanism", The Three Banks Review, nº 63, p. 3-25, set./1964.
- 22 - PINTO, Maurício B.P., "O Crescimento das Exportações Brasileiras de Manufaturados, 1954-1974", Estudos Econômicos, IPE/USP, 10(3), 1980.
- 23 - RHOMBERG, R.R., "Indices of Effective Exchange Rates". International Monetary Fund Staff Papers, vol. 23, nº 1 - março/1976 pp. 88-112.
- 24 - SENNA, J.J., "Nota sobre a Origem do Sistema de Minidesvalorizações" Revista Brasileira de Economia. Abril/Junho 1974. 28(2). P. 29/35.
- 25 - SUPLICY, Eduardo M., "Os Efeitos da Minidesvalorizações na Economia Brasileira", Rio de Janeiro - Ed. Fundação Getúlio Vargas, 1979.
- 26 - TYLER, W.O., "Manufactured Export Expansion and Industrialization in Brazil". Tolinger, J.C.B. Mohr (Paul Siebeck), Alemanha.
- 27 - WILLIANSON, J. "A Survey of the Emergent Literature on the Optimal Peg". Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Abril/1980.

ESCOLA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA
DO INSTITUTO BRASILEIRO DE ECONOMIA
DA FUNDAÇÃO GETÚLIO VARGAS

SEMINÁRIOS DE PESQUISA ECONÔMICA II
(2ª parte)

Coordenadores: Prof. Roberto C. Castello Branco
Prof. Antonio C. Porto Gonçalves

EXPECTATIVAS RACIONAIS EM MODELOS MACROECONÔMICOS
PARA A ECONOMIA BRASILEIRA

P. Guedes e J.L. Mascolo

Data: 03/12/81
Horário: 13:30h
Local: Auditório Eugenio Gudin

EXPECTATIVAS RACIONAIS EM MODELOS MACROECONOMÉTRICOS
PARA A ECONOMIA BRASILEIRA *

P. GUEDES e J.L. MASCOLO **

1. INTRODUÇÃO

Elabora-se, neste trabalho, uma sequência de modelos macroeconômicos de pequeno porte, integrando duas importantes linhas de pesquisa: (i) os modelos macroeconômicos de Lucas-Sargent para análise de flutuações cíclicas, com base na hipótese de expectativas racionais; (ii) a abordagem de Zellner e Palm para sistemas dinâmicos de equações simultâneas, combinando a formulação tradicional de equações estruturais com análise de séries temporais.

Impondo restrições a um processo multivariado de séries temporais com base em teoria econômica, isto é, considerando algumas das variáveis do vetor estocástico como endógenas e as demais como puramente exógenas, e admitindo distintos processos de formação de expectativas, obtêm-se as formas estruturais alternativas do sistema, bem como as funções de transferência e equações finais associadas às mesmas.

As implicações testáveis de cada forma estrutural são as ordens das funções de transferência e equações finais para as variáveis endógenas, isto é, produto real, taxas de juros e taxa de inflação. É possível, portanto, identificar os modelos cujas implicações são compatíveis com as informações contidas nos dados e, conseqüentemente, as hipóteses econômicas que não são rejeitadas pela evidência empírica no Brasil.

2. METODOLOGIA PARA FORMULAÇÃO E ANÁLISE DE SISTEMAS DINÂMICOS DE EQUAÇÕES SIMULTÂNEAS

Em seu artigo clássico (1974), Zellner e Palm apresentam uma nova abordagem para o estudo de modelos dinâmicos, baseada em análise de séries temporais e na formulação tradicional de equações estruturais.

* Os autores agradecem a Ricardo Coqueiro e Antonio Perrota por sua assistência computacional.

** Fundação Centro de Estudos do Comércio Exterior (CECEX) e Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-RJ).

Segundo Quenouille (1957), um conjunto de variáveis $z_{1t}, z_{2t}, \dots, z_{nt}$, gerado por um processo linear multivariado de séries temporais, pode ser representado por um modelo MARMA (multivariate autoregressive moving average) do tipo:

$$(2.1) \quad [H(L)] \vec{z}_t = [F(L)] \vec{\epsilon}_t,$$

onde $t = 1, 2, \dots, T$

$\vec{z}_t = (z_{1t}, z_{2t}, \dots, z_{nt})$ é um vetor de variáveis estocásticas

$\vec{\epsilon}_t = (\epsilon_{1t}, \epsilon_{2t}, \dots, \epsilon_{nt})$ é um vetor de erros aleatórios

com média zero, não correlacionados serialmente e cuja matriz de variância-covariância é dada pela matriz identidade, isto é, $E \vec{\epsilon}_t = \vec{0}$ e $E \vec{\epsilon}_r \vec{\epsilon}_s' = \delta_{rs} I$, onde r e $s \in (1, 2, \dots, n)$, I é a matriz identidade e δ_{rs} é o delta de Kronecker. $[H(L)]$ e $[F(L)]$ são matrizes de ordem $n \times n$, de posto máximo, cujos elementos são polinômios finitos no operador de defasagens L .

Ainda de acordo com Quenouille, as equações em (2.1) podem ser resolvidas para \vec{z}_t , com as variáveis individuais seguindo processos ARMA univariados consistentes com o processo conjunto descrito em (2.1):

$$(2.2) \quad |H(L)| \vec{z}_t = [H(L)]^* [F(L)] \vec{\epsilon}_t,$$

onde $|H(L)|$ é o determinante da matriz não-singular $[H(L)]$ e $[H(L)]^*$ é a matriz adjunta associada à mesma.

Segundo Zellner e Palm, o processo multivariado linear de séries temporais pode ser transformado num sistema dinâmico de equações simultâneas, desde que restrições baseadas em teoria econômica sejam impostas a $[H(L)]$ e $[F(L)]$ em (2.1). Desta forma, as variáveis \vec{y}_t em \vec{z}_t podem ser vistas como endôgenas, ao passo que as demais variáveis \vec{x}_t serão vistas como puramente exôgenas, isto é, seguem um processo estocástico independente. Neste caso, pode ser adotada a seguinte partição para (2.1):

$$(2.3) \quad \begin{pmatrix} [H_{11}(L)] & [H_{12}(L)] \\ [H_{21}(L)] & [H_{22}(L)] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{y}_t \\ \vec{x}_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [F_{11}(L)] & [F_{12}(L)] \\ [F_{21}(L)] & [F_{22}(L)] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{v}_t \\ \vec{z}_t \end{pmatrix},$$

onde $[H_{11}(L)]$, $[H_{22}(L)]$, $[F_{11}(L)]$ e $[F_{22}(L)]$ são matrizes quadradas e as demais possuem as dimensões apropriadas. A hipótese de que o vetor \vec{y}_t , de ordem $p \times 1$, é endógeno e de que o vetor \vec{x}_t , de ordem $k \times 1$, é exógeno ($p + k = n$) faz com que sejam nulas as submatrizes $[H_{22}(L)]$, $[F_{21}(L)]$ e $[F_{12}(L)]$.

A forma estrutural do sistema dinâmico de equações simultâneas acima é dada por:

$$(2.4) \quad [H_{11}(L)] \vec{y}_t + [H_{12}(L)] \vec{x}_t = [F_{11}(L)] \vec{u}_t$$

e o processo MARMA seguido pelas variáveis exógenas é:

$$(2.5) \quad [H_{22}(L)] \vec{x}_t = [F_{22}(L)] \vec{t}_t$$

As equações da forma reduzida do sistema são derivadas das equações estruturais em (2.4):

$$(2.6) \quad \vec{y}_t = - [H_{11}^0(L)]^{-1} [H_{11}^h(L)] \vec{y}_t - [H_{11}^0(L)]^{-1} [H_{12}(L)] \vec{x}_t + [H_{11}^0(L)]^{-1} [F_{11}(L)] \vec{u}_t,$$

onde $[H_{11}^0(L)]$ é a matriz cujos elementos são os coeficientes dos termos de grau zero dos polinômios finitos no operador de defasagens e $[H_{11}^h(L)]$ é a matriz cujos elementos são as partes homogêneas destes polinômios, de tal forma que $[H_{11}^0(L)] + [H_{11}^h(L)] = [H_{11}(L)]$.

As equações da forma final, no sentido de Theil e Boot (1962), são também derivadas da forma estrutural:

$$(2.7) \quad \vec{y}_t = - [H_{11}(L)]^{-1} [H_{12}(L)] \vec{x}_t + [H_{11}(L)]^{-1} [F_{11}(L)] \vec{u}_t$$

As funções de transferência (Box e Jenkins, 1970), associadas às equações estruturais do sistema são dadas por:

$$(2.8) \quad |H_{11}(L)| \vec{y}_t = - [H_{11}(L)]^* [H_{12}(L)] \vec{x}_t + [H_{11}(L)]^* [F_{11}(L)] \vec{u}_t$$

Para se chegar às "equações finais" (Tinbergen, 1940), isto é, modelos ARMA lineares univariados para as variáveis endógenas, o processo MARMA em (2.5) deve ser substituído em (2.7):

$$(2.9) \quad |H_{22}(L)| \vec{y}_t = - [H_{11}(L)]^{-1} [H_{12}(L)] [H_{22}(L)]^* [F_{22}(L)] \vec{t}_t + |H_{22}(L)| [H_{11}(L)]^{-1} [F_{11}(L)] \vec{u}_t$$

3. OS MODELOS MACROECONOMÉTRICOS

São apresentados nesta Seção os modelos macroeconômicos, essencialmente monetários, cujas implicações serão testadas empiricamente. Admitindo-se de início expectativas adaptativas, duas versões são elaboradas, as quais diferem pela inclusão, ou não, de um termo de persistência para o hiato do produto na equação de oferta agregada.

A inclusão deste termo pode ser justificada, devido à

possibilidade de que a oferta responda também a erros passados de previsão, isto é, uma vez fora de sua posição de equilíbrio, a economia não se ajusta instantaneamente. Em seguida, admitindo-se expectativas racionais, deriva-se um modelo simplificado, que é generalizado, posteriormente, através da inclusão de diversos polinômios no operador de defasagens nas equações estruturais.

Os modelos possuem uma estrutura neoclássica comum: equações para oferta e demanda por moeda, uma condição de equilíbrio no mercado monetário, uma equação de Fisher para a determinação da taxa de juros nominal, uma oferta agregada tipo Lucas-Sargent e uma equação para descrever o processo de formação de expectativas.

3.1 - Um Modelo com Expectativas Adaptativas

A estrutura geral acima descrita, conjugada com a hipótese de expectativas adaptativas e sem um termo de persistência na equação de oferta agregada, tem a seguinte representação:

$$(1) \quad y_t - y_t^n = \gamma(p_t - p_t^*) + u_{1t}$$

onde $y_t = \ln$ do produto real

$y_t^n = \ln$ do produto potencial

γ = parâmetro que mede o desvio entre as taxas de crescimento - observada e potencial - do produto real como resposta a um ponto percentual de inflação não-antecipada.

$p_t = \ln$ do nível de preços

$p_t^* = \ln$ antecipado do nível de preços

u_{1t} = perturbação aleatória (choque real)

que é a equação de oferta agregada tipo Lucas-Sargent, na qual a inflação não-antecipada explica os desvios entre o produto real e sua tendência natural.

$$(2) \quad m_t^d = p_t + \alpha_1 y_t - \alpha_2 i_t + u_{2t}$$

onde $m_t^d = \ln$ da demanda nominal por moeda

α_1 = elasticidade renda da demanda por moeda; $\alpha_1 > 0$

i_t = taxa de juros nominal

$-\alpha_2 i_t$ = elasticidade juros da demanda por moeda; $\alpha_2 > 0$

u_{2t} = erro aleatório ,

que especifica a demanda por encaixes reais como função da renda real e da taxa nominal de juros.

$$(3) \quad i_t = \rho + (p_t^* - p_{t-1}) + u_{3t}$$

onde ρ = taxa de juros real

$p_t^* - p_{t-1}$ = taxa de inflação esperada

u_{3t} = erro aleatório ,

que é a equação de Fisher. Trata-se de uma representação da teoria neo-clássica de determinação da taxa de juros nominal, segundo a qual o componente real é determinado por fatores reais (poupança e investimento) ao passo que o prêmio inflacionário é determinado pela taxa de inflação esperada (fatores monetários).

$$(4) \quad m_t^s = h_t + \alpha_3 i_t + u_{4t}$$

onde m_t^s = \ln da oferta nominal de moeda.

h_t = \ln da base monetária

α_3 = parâmetro que mede o desvio entre as taxas de crescimento, da oferta de moeda e da base monetária, devido a um aumento de um ponto percentual na taxa nominal de juros ,

que descreve o processo de oferta de moeda como função da base monetária e do multiplicador monetário.

$$(5) \quad p_t^* = p_{t-1}^* + \beta (p_{t-1} - p_{t-1}^*)$$

onde β = coeficiente de ajustamento das expectativas; $0 < \beta \leq 1$,

que descreve o mecanismo de expectativas adaptativas.

$$(6) \quad m_t^d = m_t^s$$

que estabelece a condição de equilíbrio no mercado monetário.

Deve-se eliminar a variável não-observável da forma estrutural. De acordo com (6), pode-se igualar (2) e (4) obtendo-se uma demanda agregada no mercado de bens e serviços, cujos parâmetros são i_t e h_t . Diferenciando a equação obtida, elimina-se m_t^s e m_t^d , chegando-se à primeira equação da nova forma estrutural:

$$(7) \quad r p_t + \alpha_1 r y_t = (\alpha_2 + \alpha_3) \Delta i_t + r h_t - (1-L) (u_{2t} - u_{4t})$$

onde $L \equiv$ operador de defasagens

$$\Delta \equiv (1-L)$$

$$r p_t \equiv \Delta p_t : \text{taxa de inflação}$$

$$r y_t \equiv \Delta y_t : \text{taxa de crescimento do produto real}$$

$$r h_t \equiv \Delta h_t : \text{taxa de crescimento da base monetária}$$

Resta, ainda, eliminar p_t^* em (1) e (3). Diferenciando (3) e multiplicando a equação resultante por $[1-(1-\beta)L]$, tem-se:

$$(8) \quad [1-(1-\beta)L] (1-L) i_t = [1-(1-\beta)L] (1-L) L p_t^* - (1-L) [1-(1-\beta)L] L p_t + (1-L) [1-(1-\beta)L] u_{3t}$$

Rearrmando os termos em (5) e multiplicando por $(1-L)$, tem-se:

$$(9) \quad [1-(1-\beta)L] (1-L) p_t^* = (1-L) \beta L p_t$$

Levando (9) em (8), elimina-se a variável não-observável p_t^* na equação da taxa de juros, obtendo-se a segunda equação da nova forma estrutural:

$$(10) \quad [1-(1-\beta)L] \Delta i_t = - (1-\beta) (1-L) L r p_t + (1-L) [1-(1-\beta)L] u_{3t}$$

Multiplicando (1) por $[1-(1-\beta)L] (1-L)$ e usando (9), fecha-se o sistema:

$$(11) \quad [1-(1-\beta)L] (r y_t - r y_t^n) = \gamma (1-L) r p_t + (1-L) [1-(1-\beta)L] u_{1t}$$

onde $r y_t^n = \Delta y_t^n$: taxa de crescimento do produto potencial (taxa natural de crescimento), suposta constante.

A nova forma estrutural do modelo é dada pelas equações (7), (10) e (11). Em notação matricial tem-se:

$$(12) \begin{bmatrix} \alpha_1 & 1 & -(\alpha_2 + \alpha_3) \\ [1 - (1-\beta)L] & -\gamma(1-L) & 0 \\ 0 & (1-\beta)(1-L)L & [1 - (1-\beta)L] \end{bmatrix} \begin{pmatrix} ry_t \\ rp_t \\ \Delta i_t \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 \\ [1 - (1-\beta)L] \\ 0 \end{pmatrix} ry^n + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} rh_t + \begin{pmatrix} v_{1t} \\ v_{2t} \\ v_{3t} \end{pmatrix}$$

onde $v_{1t} = (1-L)(u_{4t} - u_{2t})$

$$v_{2t} = (1-L)[1 - (1-\beta)L] u_{1t}$$

$$v_{3t} = (1-L)[1 - (1-\beta)L] u_{3t}$$

Resolvendo (12) para ry_t , rp_t e Δi_t , chega-se às funções de transferência associadas ao modelo:

$$(13) \{-\alpha_1 \gamma (1-L) [1 - (1-\beta)L] - (\alpha_2 + \alpha_3) (1-L) (1-\beta)L [1 - (1-\beta)L] -$$

$$- [1 - (1-\beta)L]^2\} ry_t = \{-\gamma(1-L) [1 - (1-\beta)L]\} rh_t - \beta^2 ry^n +$$

$$+ \{-\gamma(1-L) [1 - (1-\beta)L]\} v_{1t} + \{-[1 - (1-\beta)L] - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-\beta)(1-L)L\} v_{2t} +$$

$$+ \{-\gamma(1-L)(\alpha_2 + \alpha_3)\} v_{3t}$$

$$(14) \{-\alpha_1 \gamma (1-L) - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-L)(1-\beta)L - [1 - (1-\beta)L]\} rp_t =$$

$$= \{-[1 - (1-\beta)L]\} rh_t + \alpha_1 \beta ry^n + \{-[1 - (1-\beta)L]\} v_{1t} +$$

$$+ \alpha_1 v_{2t} - (\alpha_2 + \alpha_3) v_{3t}$$

$$(15) \{-\alpha_1 \gamma (1-L) [1 - (1-\beta)L] - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-L)(1-\beta)L [1 - (1-\beta)L] -$$

$$- [1 - (1-\beta)L]^2\} \Delta i_t = \{(1-\beta)(1-L) [1 - (1-\beta)L] L\} rh_t +$$

$$+ \{(1-\beta)(1-L) [1 - (1-\beta)L] L\} v_{1t} + \{-\alpha_1 (1-\beta)(1-L)L\} v_{2t} +$$

$$+ \{-\alpha_1 \gamma (1-L) - [1 - (1-\beta)L]\} v_{3t}$$

Assim sendo, as ordens dos polinômios no operador de defasagem das funções de transferência, que são implicações testáveis da forma estrutural em (12), são:

Variável	AR	MA para rh_t	MA para o erro
ry_t	3	2	4
rp_t	2	1	2
Δi_t	3	3	4

Fazendo a hipótese de que a variável exógena segue um processo ARMA independente dado por $\phi_p(L) rh_t = \theta_q(L) u_{5t}$ e multiplicando as equações (13), (14) e (15) por $\phi_p(L)$, chega-se às equações finais associadas a (12):

$$\begin{aligned}
 (16) \quad & \phi_p(L) \{-\alpha_1 \gamma (1-L) [1 - (1-\beta)L] - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-L)(1-\beta)L [1 - (1-\beta)L] - \\
 & - [1 - (1-\beta)L]^2\} ry_t = \{-\gamma (1-L) [1 - (1-\beta)L]\} \theta_q(L) u_{5t} - \\
 & - \phi_p(1) \beta^2 ry^n + \{-\gamma (1-L) [1 - (1-\beta)L]\} \phi_p(L) v_{1t} + \\
 & + \{-[1 - (1-\beta)L] - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-\beta)(1-L)L\} \phi_p(L) v_{2t} + \\
 & + \{-\gamma (1-L)(\alpha_2 + \alpha_3)\} \phi_p(L) v_{3t}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (17) \quad & \phi_p(L) \{-\alpha_1 \gamma (1-L) - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-L)(1-\beta)L - [1 - (1-\beta)L]\} rp_t = \\
 & = \{-[1 - (1-\beta)L]\} \theta_q(L) u_{5t} + \phi_p(1) \alpha_1 \beta ry^n \\
 & + \{-[1 - (1-\beta)L]\} \phi_p(L) v_{1t} + \alpha_1 \phi_p(L) v_{2t} - (\alpha_2 + \alpha_3) \phi_p(L) v_{3t}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (18) \quad & \phi_p(L) \{-\alpha_1 \gamma (1-L) [1 - (1-\beta)L] - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-L)(1-\beta)L [1 - (1-\beta)L] - \\
 & - [1 - (1-\beta)L]^2\} \Delta i_t = \{(1-\beta)(1-L) [1 - (1-\beta)L]L\} \theta_q(L) u_{5t} + \\
 & + \{(1-\beta)(1-L) [1 - (1-\beta)L]L\} \phi_p(L) v_{1t} + \{-\alpha_1(1-\beta)(1-L)L\} \phi_p(L) v_{2t} + \\
 & + \{-\alpha_1 \gamma (1-L) - [1 - (1-\beta)L]\} \phi_p(L) v_{3t}
 \end{aligned}$$

As ordens dos polinômios, por inspeção para as partes AR e aplicando-se o lema de Granger às partes MA, são:

<u>Variável</u>	<u>AR</u>	<u>MA</u>
ry_t	$p+3$	$\max (q+2; p+4)$
rp_t	$p+2$	$\max (q+1; p+2)$
Δi_t	$p+3$	$\max (q+3; p+4)$
rh_t	p	q

3.2 - Um Modelo com Expectativas Adaptativas e Persistência no Produto Real

Desvios entre o produto observado e seu nível potencial podem não ser totalmente explicados pela inflação não-antecipada no período. Erros passados de previsão podem ter deslocado a economia de sua trajetória natural de crescimento e, como o ajustamento não se dá de forma instantânea, estes erros podem ser responsáveis por desvios correntes.

Para levar este efeito em consideração, foi introduzido um termo de persistência do hiato do produto real na equação de oferta agregada:

$$(19) y_t - y_t^n = \gamma(p_t - p_t^*) + k(y_{t-1} - y_{t-1}^n) + u_{1t}$$

onde $k \equiv$ coeficiente de persistência do hiato do produto real;
 $0 < k < 1$.

O sistema é fechado com as equações (2)-(6) do modelo anterior:

$$(20) m_t^d = p_t + \alpha_1 y_t - \alpha_2 i_t + u_{2t}$$

$$(21) i_t = \rho + (p_t^* - p_{t-1}) + u_{3t}$$

$$(22) m_t^s = h_t + \alpha_3 i_t + u_{4t}$$

$$(23) p_t^* = p_{t-1}^* + \beta(p_{t-1} - p_{t-1}^*)$$

$$(24) m_t^d = m_t^s$$

A demanda agregada no mercado de bens e serviços e a equação da taxa de juros são obtidos exatamente como na Seção anterior:

$$(25) rp_t + \alpha_1 ry_t = (\alpha_2 + \alpha_3) \Delta i_t + rh_t - (1-L)(u_{2t} - u_{4t})$$

$$(26) [1 - (1-\beta)L] \Delta i_t = -(1-\beta)(1-L)L rp_t + (1-L)[1 - (1-\beta)L] u_{3t}$$

Expressando p_t^* como função de rp_t em (23), multiplicando a equação resultante por γ e eliminando p_t^* na equação (19) após multiplicá-la por $[1-(1-\beta)L]$, obtém-se uma oferta agregada em função apenas das variáveis observáveis:

$$(27) \quad (1-kL) [1-(1-\beta)L] ry_t - (1-k) [1-(1-\beta)L] ry^n = \gamma [1-(1-\beta)L] rp_t - \gamma \beta L rp_t + (1-L) [1-(1-\beta)L] u_{1t}$$

Em notação matricial, a estrutura dada por (25), (26) e (27) é:

$$(28) \quad \begin{bmatrix} \alpha_1 & 1 & -(\alpha_2+\alpha_3) \\ (1-kL)[1-(1-\beta)L] & -\gamma(1-L) & 0 \\ 0 & (1-\beta)(1-L)L & [1-(1-\beta)L] \end{bmatrix} \begin{pmatrix} ry_t \\ rp_t \\ \Delta i_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ (1-k) [1-(1-\beta)L] ry^n \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} rh_t + \begin{pmatrix} v_{1t} \\ v_{2t} \\ v_{3t} \end{pmatrix},$$

onde

$$v_{1t} = (1-L) (u_{4t} - u_{2t})$$

$$v_{2t} = (1-L) [1-(1-\beta)L] u_{1t}$$

$$v_{3t} = (1-L) [1-(1-\beta)L] u_{3t}$$

Resolvendo-se o sistema para ry_t , rp_t e Δi_t as funções de transferência associadas ao modelo são obtidas:

$$(29) \quad \begin{aligned} & \{-(1-kL) [1-(1-\beta)L]^2 + (\alpha_2+\alpha_3) \{ \beta L - L [1-(1-\beta)L] \} \\ & \quad [1-(1-\beta)L] (1-kL) - \alpha_1 \gamma (1-L) [1-(1-\beta)L] \} ry_t = \\ & = \{-\gamma (1-L) [1-(1-\beta)L] \} rh_t - \beta^2 (1-k) ry^n - \\ & - \gamma (1-L) [1-(1-\beta)L] v_{1t} - \{ [1-(1-\beta)L] - (\alpha_2+\alpha_3) \\ & \quad \{ \beta L - L [1-(1-\beta)L] \} \} v_{2t} + \gamma (\alpha_2+\alpha_3) (1-L) v_{3t} \end{aligned}$$

$$(30) \quad \{- (1-kL) [1 - (1-\beta) L] + (\alpha_2 + \alpha_3) \{BL - L [1 - (1-\beta) L]\} (1-kL) - \\ - \alpha_1 \gamma (1-L)\} r p_t = \{- (1-kL) [1 - (1-\beta) L]\} r h_t + (1-k) \alpha_1 \beta r y^n + \\ + \{- (1-kL) [1 - (1-\beta) L]\} v_{1t} + \alpha_1 v_{2t} + \{(\alpha_2 + \alpha_3) (1-kL)\} v_{3t}$$

$$(31) \quad \{- (1-kL) [1 - (1-\beta) L]^2 + (\alpha_2 + \alpha_3) \{BL - L [1 - (1-\beta) L]\} [1 - (1-\beta) L] \\ (1-kL) - \alpha_1 \gamma (1-L) [1 - (1-\beta) L]\} \Delta i_t = \{- (1-kL) [1 - (1-\beta) L] \\ \{BL - L [1 - (1-\beta) L]\}\} r h_t + \{- (1-kL) [1 - (1-\beta) L] \\ \{BL - L [1 - (1-\beta) L]\}\} v_{1t} + \{\alpha_1 \{BL - L [1 - (1-\beta) L]\}\} v_{2t} + \\ + \{\alpha_1 \gamma (1-L) + (1-kL) [1 - (1-\beta) L]\} v_{3t}$$

A forma estrutural do modelo com persistência no hiato do produto real, dada por (28), tem como implicações as seguintes ordens para os polinômios de suas funções de transferência:

Variável	AR	MA para rh_t	MA para o erro
ry_t	4	2	4
rp_t	3	2	3
Δi_t	4	4	5

Supondo que a variável rh_t é puramente exógena, pode-se representá-la pelo processo $\phi_p rh_t = \theta_q(L) u_{5t}$. Para se chegar às equações finais a partir das funções de transferência acima, deve-se multiplicar (29), (30) e (31) por $\phi_p(L)$ e substituir o processo estocástico da taxa de crescimento da base monetária nas equações resultantes:

$$(32) \quad \phi_p(L) \{ - (1-kL) [1 - (1-\beta) L]^2 + (\alpha_2 + \alpha_3) \{BL - L [1 - (1-\beta) L]\} \\ [1 - (1-\beta) L] (1-kL) - \alpha_1 \gamma (1-L) [1 - (1-\beta) L]\} r y_t = \\ \{- \gamma (1-L) [1 - (1-\beta) L]\} \theta_q(L) u_{5t} - \phi_p(L) \beta^2 (1-k) r y^n - \\ - \phi_p(L) \gamma (1-L) [1 - (1-\beta) L] v_{1t} - \phi_p(L) \{ [1 - (1-\beta) L] - (\alpha_2 + \alpha_3) \\ \{BL - L [1 - (1-\beta) L]\} \} v_{2t} + \phi_p(L) \gamma (\alpha_2 + \alpha_3) (1-L) v_{3t}$$

$$\begin{aligned}
 (33) \quad & \phi_p(L) \{-(1-kL) [1 - (1-\beta)L] + (\alpha_2 + \alpha_3) \{BL - L [1 - (1-\beta)L]\} \\
 & (1-kL) - \alpha_1 \gamma (1-L)\} r_{pt} = \{-(1-kL) [1 - (1-\beta)L]\} \theta_q(L) u_{5t} + \\
 & + \phi_p(L) (1-k) \alpha_1 \beta r_{yt}^n + \phi_p(L) \{-(1-kL) [1 - (1-\beta)L]\} v_{1t} + \\
 & + \phi_p(L) \alpha_1 v_{2t} + \phi_p(L) [(\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)] v_{3t}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (34) \quad & \phi_p(L) \{-(1-kL) [1 - (1-\beta)L]^2 + (\alpha_2 + \alpha_3) \{BL - L [1 - (1-\beta)L]\} \\
 & [1 - (1-\beta)L] (1-kL) - \alpha_1 \gamma (1-L) [1 - (1-\beta)L]\} \Delta i_t = \\
 & - \{-(1-kL) [1 - (1-\beta)L] \{BL - L [1 - (1-\beta)L]\}\} \theta_q(L) u_{5t} + \\
 & + \phi_p(L) \{-(1-kL) [1 - (1-\beta)L] \{BL - L [1 - (1-\beta)L]\}\} v_{1t} + \\
 & + \phi_p(L) \{\alpha_1 \{BL - L [1 - (1-\beta)L]\}\} v_{2t} + \phi_p(L) \{\alpha_1 \gamma (1-L) + \\
 & + (1-kL) [1 - (1-\beta)L]\} v_{3t}
 \end{aligned}$$

Os graus dos polinômios no operador de defasagens são os seguintes:

<u>Variável</u>	<u>AR</u>	<u>MA</u>
ry_t	$p+4$	$\max(2+q; 2+p)$
rp_t	$p+3$	$\max(2+q; 2+p)$
Δi_t	$p+4$	$\max(4+q; 4+p)$
rh_t	p	q

3.3 - Um Modelo com Expectativas Racionais e Persistência no Produto Real

Este modelo mantém a idéia da persistência no hiato do produto real e introduz a hipótese de expectativas racionais. A estrutura, que reproduz a da Seção anterior exceto pela equação que descreve o processo de formação de expectativas, é:

$$(35) \quad (1-kL) (y_t - y_t^n) = \gamma (p_t - p_t^*) + u_{1t}$$

$$(36) \quad m_t^d = p_t + \alpha_1 y_t - \alpha_2 i_t + u_{2t}$$

$$(37) \quad i_t = \rho + (p_t^* - p_{t-1}) + u_{3t}$$

$$(38) \quad m_t^s = h_t + a_3 i_t + u_{4t}$$

$$(39) \quad m_t^s = m_t^d$$

$$(40) \quad p_t^* = E_t(p_t | \Omega_t)$$

onde $E_t \equiv$ operador de expectativas condicionais no período t

$\Omega_t \equiv$ conjunto de informações no período t .

Em primeiro lugar deve-se eliminar a variável não-observável mas, neste caso, é necessário resolver o sistema para p_t como função das variáveis pré-determinadas e dos erros. Igualando (36) e (38) de acordo com a condição de equilíbrio no mercado monetário dada por (39), e usando (37) para eliminar i_t , deriva-se uma demanda agregada no mercado de bens e serviços.

$$(41) \quad p_t + a_1 y_t - (a_2 + a_3) [p + E_t(p_t - p_{t-1}) + u_{3t}] = h_t + (u_{4t} - u_{2t})$$

Multiplicando (41) por $(1-kL)$ e substituindo $(1-kL)y_t$ por sua expressão obtida de (35), chega-se à solução para p_t :

$$(42) \quad p_t \left\{ (1+a_1\gamma) \left[1 + \left(\frac{a_2+a_3-k}{1+a_1\gamma} \right) L - \left(\frac{(a_2+a_3)k}{1+a_1\gamma} \right) L^2 \right] \right\} = (1-kL) h_t -$$

$$- a_1 (1-kL) y_t^n + (a_2+a_3) (1-k) p - a_1 u_{1t} + (a_2+a_3) (1-kL) u_{3t} +$$

$$+ (1-kL)(u_{4t} - u_{2t}) + [a_1\gamma + (a_2+a_3)(1-kL)] p_t^* \rightarrow$$

$$\rightarrow p_t = \{ (1+a_1\gamma) [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L)] \}^{-1} \{ (1-kL) h_t - a_1 (1-kL) y_t^n +$$

$$+ (a_2+a_3) (1-k) p - a_1 u_{1t} + (a_2+a_3) (1-kL) u_{3t} + (1-kL)(u_{4t} - u_{2t}) +$$

$$+ [a_1\gamma + (a_2+a_3)(1-kL)] p_t^* \}$$

onde

$$\psi_1 \psi_2 = - \frac{(a_2+a_3)k}{1+a_1\gamma}$$

$$\psi_1 + \psi_2 = - \frac{(a_2+a_3-k)}{1+a_1\gamma}$$

Se $\psi_1 \neq \psi_2$, (42) pode ser escrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
(43) \quad p_t = (1+\alpha_1\gamma)^{-1} & \left\{ \frac{\psi_1}{\psi_1-\psi_2} (1-\psi_1 L)^{-1} - \frac{\psi_2}{\psi_1-\psi_2} (1-\psi_2 L)^{-1} \right\} (1-kL) h_t - \alpha_1 (1-kL) y_t^n + \\
& + (\alpha_2+\alpha_3) (1-k) \rho - \alpha_1 u_{1t} + (\alpha_2+\alpha_3) (1-kL) u_{3t} + (1-kL) (u_{4t} - u_{2t}) + \\
& + [\alpha_1\gamma + (\alpha_2+\alpha_3)(1-kL)] p_t^* = (1+\alpha_1\gamma)^{-1} \left\{ \left[\frac{\psi_1}{\psi_1-\psi_2} (1-kL) \sum_{j=0}^{\infty} \psi_1^j L^j h_t - \right. \right. \\
& - \frac{\psi_2}{\psi_1-\psi_2} (1-kL) \sum_{j=0}^{\infty} \psi_2^j L^j h_t \left. \right] - \alpha_1 (1-kL) \left(\frac{\psi_1}{\psi_1-\psi_2} \sum_{j=0}^{\infty} \psi_1^j L^j y_t^n - \right. \\
& - \frac{\psi_2}{\psi_1-\psi_2} \sum_{j=0}^{\infty} \psi_2^j L^j y_t^n \left. \right) + \frac{(\alpha_2+\alpha_3)(1-k)}{(1-\psi_1)(1-\psi_2)} \rho - \alpha_1 \left(\frac{\psi_1}{\psi_1-\psi_2} \sum_{j=0}^{\infty} \psi_1^j L^j u_{1t} - \right. \\
& - \frac{\psi_2}{\psi_1-\psi_2} \sum_{j=0}^{\infty} \psi_2^j L^j u_{1t} \left. \right) + (\alpha_2+\alpha_3)(1-kL) \left(\frac{\psi_1}{\psi_1-\psi_2} \sum_{j=0}^{\infty} \psi_1^j L^j u_{3t} - \right. \\
& - \frac{\psi_2}{\psi_1-\psi_2} \sum_{j=0}^{\infty} \psi_2^j L^j u_{3t} \left. \right) + (1-kL) \left(\frac{\psi_1}{\psi_1-\psi_2} \sum_{j=0}^{\infty} \psi_1^j L^j u_{4t} - \frac{\psi_2}{\psi_1-\psi_2} \sum_{j=0}^{\infty} \psi_2^j L^j u_{4t} \right) - \\
& - (1-kL) \left(\frac{\psi_1}{\psi_1-\psi_2} \sum_{j=0}^{\infty} \psi_1^j L^j u_{2t} - \frac{\psi_2}{\psi_1-\psi_2} \sum_{j=0}^{\infty} \psi_2^j L^j u_{2t} \right) + [\alpha_1\gamma + (\alpha_2+\alpha_3)(1-kL)] \\
& \left(\frac{\psi_1}{\psi_1-\psi_2} \sum_{j=0}^{\infty} \psi_1^j L^j p_t^* - \frac{\psi_2}{\psi_1-\psi_2} \sum_{j=0}^{\infty} \psi_2^j L^j p_t^* \right)
\end{aligned}$$

Aplicando-se o operador de expectativas, considerando y_t^n como não estocástico, e representando h_t pelo processo $\phi_p(L)h_t = \theta_q(L)\varepsilon_t$ ou $(1+\phi_p'(L))h_t = (1+\theta_q'(L))\varepsilon_t$, onde $\phi_p'(L)$ e $\theta_q'(L)$ são as partes homogêneas do processo ARMA que gera h_t , a equação (43) passa a ter a seguinte representação:

$$\begin{aligned}
(44) \quad E_t p_t = (1+\alpha_1\gamma)^{-1} & \left\{ \left[\frac{\psi_1}{\psi_1-\psi_2} (-\phi_p'(L)h_t + \theta_q'(L)\varepsilon_t + \sum_{j=1}^{\infty} \psi_1^j h_{t-j} - k \sum_{j=0}^{\infty} \psi_1^j h_{t-1-j}) - \right. \right. \\
& - \frac{\psi_2}{\psi_1-\psi_2} (-\phi_p'(L)h_t + \theta_q'(L)\varepsilon_t + \sum_{j=1}^{\infty} \psi_2^j h_{t-j} - k \sum_{j=0}^{\infty} \psi_2^j h_{t-1-j}) \left. \right] - \\
& - \alpha_1 (1-kL) \left(\frac{\psi_1}{\psi_1-\psi_2} \sum_{j=0}^{\infty} \psi_1^j y_{t-j}^n - \frac{\psi_2}{\psi_1-\psi_2} \sum_{j=0}^{\infty} \psi_2^j y_{t-j}^n \right) + \frac{(\alpha_2+\alpha_3)(1-k)}{(1-\psi_1)(1-\psi_2)} \rho - \\
& - \alpha_1 \left(\frac{\psi_1}{\psi_1-\psi_2} \sum_{j=1}^{\infty} \psi_1^j u_{1t-j} - \frac{\psi_2}{\psi_1-\psi_2} \sum_{j=1}^{\infty} \psi_2^j u_{1t-j} \right) +
\end{aligned}$$

(continua)

(continuação da página anterior)

$$\begin{aligned}
& + (\alpha_2 + \alpha_3) \left[\frac{\psi_1}{\psi_1 - \psi_2} \left(\sum_{j=1}^{\infty} \psi_1^j u_{3t-j} - k \sum_{j=0}^{\infty} \psi_1^j u_{3t-1-j} \right) - \frac{\psi_2}{\psi_1 - \psi_2} \left(\sum_{j=1}^{\infty} \psi_2^j u_{3t-j} - \right. \right. \\
& \left. \left. - k \sum_{j=0}^{\infty} \psi_2^j u_{3t-1-j} \right) \right] + \left[\frac{\psi_1}{\psi_1 - \psi_2} \left(\sum_{j=1}^{\infty} \psi_1^j u_{4t-j} - k \sum_{j=0}^{\infty} \psi_1^j u_{4t-1-j} \right) \right. \\
& \left. - \frac{\psi_2}{\psi_1 - \psi_2} \left(\sum_{j=1}^{\infty} \psi_2^j u_{4t-j} - k \sum_{j=0}^{\infty} \psi_2^j u_{4t-1-j} \right) \right] - \left[\frac{\psi_1}{\psi_1 - \psi_2} \left(\sum_{j=1}^{\infty} \psi_1^j u_{2t-j} - \right. \right. \\
& \left. \left. - k \sum_{j=0}^{\infty} \psi_1^j u_{2t-1-j} \right) - \frac{\psi_2}{\psi_1 - \psi_2} \left(\sum_{j=1}^{\infty} \psi_2^j u_{2t-j} - k \sum_{j=0}^{\infty} \psi_2^j u_{2t-1-j} \right) \right] + \\
& + [\alpha_1 \gamma + (\alpha_2 + \alpha_3)(1 - kL)] \left(\frac{\psi_1}{\psi_1 - \psi_2} \sum_{j=0}^{\infty} \psi_1^j E_{t-j} p_{t-j} - \frac{\psi_2}{\psi_1 - \psi_2} \sum_{j=0}^{\infty} \psi_2^j E_{t-j} p_{t-j} \right)
\end{aligned}$$

Somando e subtraindo h_t , y_t^n , ε_t , u_{1t} , u_{2t} , u_{3t} e u_{4t} ao lado direito de (44) com o objetivo de substituir as representações de soma infinita por polinômios racionais e multiplicando a expressão resultante por $(1 - \psi_1 L)(1 - \psi_2 L)(1 + \alpha_1 \gamma)$, tem-se:

$$\begin{aligned}
(45) \quad & [(1 - \psi_1 L)(1 - \psi_2 L) - \alpha_1 \gamma - (\alpha_2 + \alpha_3)(1 - kL)] (1 + \alpha_1 \gamma) E_t p_t = \{(1 - \psi_1 L)(1 - \psi_2 L)(-\varepsilon_t) + \\
& + (1 - kL)h_t - \alpha_1 (1 - kL)y_t^n + (\alpha_2 + \alpha_3)(1 - k) \rho + \alpha_1 [(1 - \psi_1 L)(1 - \psi_2 L) - 1] u_{1t} - \\
& - (\alpha_2 + \alpha_3) [(1 - \psi_1 L)(1 - \psi_2 L) - (1 - kL)] u_{3t} - [(1 - \psi_1 L)(1 - \psi_2 L) - (1 - kL)] u_{4t} + \\
& + [(1 - \psi_1 L)(1 - \psi_2 L) - (1 - kL)] u_{2t} \}
\end{aligned}$$

Para que a nova forma estrutural seja obtida, deve-se eliminar a variável não-observável $E_t p_t$. Multiplicando a equação da oferta agregada, (35), por $\{(1 - \psi_1 L)(1 - \psi_2 L) - \alpha_1 \gamma - (\alpha_2 + \alpha_3)(1 - kL)\}(1 + \alpha_1 \gamma)$ e substituindo (45) na expressão resultante, tem-se:

$$\begin{aligned}
(46) \quad & \{(1 - \psi_1 L)(1 - \psi_2 L) - \alpha_1 \gamma - (\alpha_2 + \alpha_3)(1 - kL)\} (1 + \alpha_1 \gamma) [(1 - kL) y_t - \gamma p_t] = -\gamma (1 - kL) h_t + \\
& + \{\alpha_1 \gamma (1 - kL) + (1 - kL)(1 + \alpha_1 \gamma) [(1 - \psi_1 L)(1 - \psi_2 L) - \alpha_1 \gamma - (\alpha_2 + \alpha_3)(1 - kL)]\} y_t^n - \\
& - \gamma (\alpha_2 + \alpha_3)(1 - k) \rho + \gamma (1 - \psi_1 L)(1 - \psi_2 L) \varepsilon_t + [(1 - \psi_1 L)(1 - \psi_2 L) - (\alpha_2 + \alpha_3)(1 - kL) \\
& + (1 + \alpha_1 \gamma) - \alpha_1^2 \gamma^2] u_{1t} - \gamma [(1 - \psi_1 L)(1 - \psi_2 L) - (1 - kL)] u_{2t} + (\alpha_2 + \alpha_3) \gamma \\
& [(1 - \psi_1 L)(1 - \psi_2 L) - (1 - kL)] u_{3t} + \gamma [(1 - \psi_1 L)(1 - \psi_2 L) - (1 - kL)] u_{4t}
\end{aligned}$$

Multiplicando agora a equação da taxa de juros, (37), por $\{(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \alpha_1 \gamma - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)\}(1+\alpha_1 \gamma)$ e substituindo mais uma vez (45) no resultado obtido, vem:

$$(47) \quad \{(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \alpha_1 \gamma - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)\}(1+\alpha_1 \gamma) \{i_t + L p_t\} - \{(1+\alpha_1 \gamma) [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L)] - \alpha_1 \gamma (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)\} p_t - [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L)] \varepsilon_t + (1-kL) h_t - \alpha_1 (1-kL) y_t^n + \alpha_1 [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - 1] u_{1t} + [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - (1-kL)] u_{2t} - (\alpha_2 + \alpha_3) [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - (1-kL)] u_{3t} - [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - (1-kL)] u_{4t}$$

Após a eliminação da variável não-observável, completa-se a nova forma estrutural com a equação da demanda agregada:

$$(48) \quad p_t + \alpha_1 y_t = (\alpha_2 + \alpha_3) i_t + h_t + (u_{4t} - u_{2t})$$

Após diferenciar-se (46), (47) e (48), a nova forma estrutural, em notação matricial, tem a seguinte representação:

$$(49) \quad \begin{bmatrix} (1+\alpha_1 \gamma) [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \alpha_1 \gamma - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)] (1-kL) & -(1+\alpha_1 \gamma) [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \alpha_1 \gamma - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)] \gamma & 0 \\ \alpha_1 & 1 & -(\alpha_2 + \alpha_3) \\ 0 & (1+\alpha_1 \gamma) [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \alpha_1 \gamma - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)] L & (1+\alpha_1 \gamma) [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \alpha_1 \gamma - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)] \end{bmatrix} \begin{pmatrix} y_t \\ p_t \\ i_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \gamma (1-kL) + (1+\alpha_1 \gamma) [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \alpha_1 \gamma - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)] (1-kL) \gamma^2 \\ 0 \\ -\alpha_1 (1-kL) \gamma^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_t^n \\ p_t \\ i_t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\gamma (1-kL) \\ 1 \\ (1-kL) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{1t} \\ v_{2t} \\ v_{3t} \end{pmatrix}$$

onde

$$v_{1t} = [\gamma(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L)(1-L)] \varepsilon_t + \{(\alpha_2 + \alpha_3) [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - (1-kL)] \gamma(1-L)\} u_{3t} + \{\gamma [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - (1-kL)] (1-L)\} u_{4t} - \gamma [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - (1-kL)] u_{2t} + \{[(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - (\alpha_2 + \alpha_3)(1+\alpha_1 \gamma)(1-kL) - \alpha_1^2 \gamma^2] (1-L)\} u_{1t}$$

$$v_{2t} = [(1-L)(u_{4t} - u_{2t})]$$

$$v_{3t} = \{-(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L)(1-L)\} \varepsilon_t + \{\alpha_1 [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - 1] (1-L)\} u_{1t} - \{(\alpha_2 + \alpha_3) [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - (1-kL)] (1-L)\} u_{3t} - \{[(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - (1-kL)] (1-L)\} u_{4t} + [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - (1-kL)] u_{2t}$$

Resolvendo o sistema para ry_t , rp_t e Δi_t , chega-se às funções de transferência do modelo:

$$(50) \quad [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \alpha_1 \gamma - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)] (1+\alpha_1 \gamma) [(1-kL) + \alpha_1 \gamma + (1-kL)L(\alpha_2 + \alpha_3)] ry_t = \\ = \{ [1 + (\alpha_2 + \alpha_3)L] [-\gamma(1-kL)] + \gamma [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \gamma \alpha_1 - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)] (1+\alpha_1 \gamma) + \\ + (1-kL)\gamma(\alpha_2 + \alpha_3) \} rh_t + \{ \gamma \alpha_1 (1-kL) + (1-kL) [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \gamma \alpha_1 - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)] \\ (1+\alpha_1 \gamma) [1 + (\alpha_2 + \alpha_3)L] + \gamma(\alpha_2 + \alpha_3) [-\alpha_1 (1-kL)] \} ry^n + [1 + (\alpha_2 + \alpha_3)L] v_{1t} + \\ + \gamma [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \gamma \alpha_1 - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)] (1+\alpha_1 \gamma) v_{2t} + \gamma (\alpha_2 + \alpha_3) v_{3t}$$

$$(51) \quad [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \gamma \alpha_1 - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)] (1+\alpha_1 \gamma) [(1-kL) + \gamma \alpha_1 + (1-kL)L(\alpha_2 + \alpha_3)] rp_t = \\ = \{ \gamma \alpha_1 (1-kL) + [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \gamma \alpha_1 - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)] (1+\alpha_1 \gamma) (1-kL) + (1-kL)^2 (\alpha_2 + \alpha_3) \} rh_t - \\ - \{ \alpha_1 \gamma (1-kL) + (1-kL) [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \gamma \alpha_1 - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)] (1+\alpha_1 \gamma) \} + \alpha_1 (1-kL)(1-kL) \\ (\alpha_2 + \alpha_3) ry^n - \alpha_1 v_{1t} + [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \gamma \alpha_1 - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)] (1+\alpha_1 \gamma) (1-kL) v_{2t} \\ + (1-kL)(\alpha_2 + \alpha_3) v_{3t}$$

$$(52) \quad [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \gamma \alpha_1 - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)] (1+\alpha_1 \gamma) [(1-kL) + \gamma \alpha_1 + (1-kL)L(\alpha_2 + \alpha_3)] \Delta i_t = \\ = \{ -\alpha_1 \gamma (1-kL)L - [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \gamma \alpha_1 - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)] (1+\alpha_1 \gamma) (1-kL)L + \\ + (1-kL) [\alpha_1 \gamma + (1-kL)] \} rh_t + \{ \alpha_1^2 \gamma (1-kL) + (1-kL) [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \gamma \alpha_1 - \\ - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)] (1+\alpha_1 \gamma) \alpha_1 - \alpha_1 (1-kL) [(1-kL) + \gamma \alpha_1] \} ry^n + \alpha_1 L v_{1t} - \\ - (1-kL)L [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \gamma \alpha_1 - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)] (1+\alpha_1 \gamma) v_{2t} + \\ + [(1-kL) + \alpha_1 \gamma] v_{3t}$$

As ordens dos polinômios nas funções de transferência são:

Variável	AR	MA para rh_t	MA para o erro
ry_t	4	2	4
rp_t	4	3	4
Δi_t	4	4	5

Para se passar às equações finais, deve-se substituir o processo estocástico independente da variável exôgena rh_t , $\mu_{p-1}(L)rh_t = \theta_q(L) \varepsilon_t^{(1)}$, nas funções de transferência:

$$(53) \quad \mu_{p-1}(L) [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \alpha_1 \gamma - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)] (1+\alpha_1 \gamma) [(1-kL) + \alpha_1 \gamma + (1-kL)L(\alpha_2 + \alpha_3)] ry_t = \\ = \{ [1 + (\alpha_2 + \alpha_3)L] [-\gamma(1-kL)] + \gamma [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \alpha_1 \gamma - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)] (1+\alpha_1 \gamma) + \\ + (1-kL)\gamma(\alpha_2 + \alpha_3) \} \theta_q(L) \varepsilon_t + \{ \gamma \alpha_1 (1-kL) + (1-kL) [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \alpha_1 \gamma - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)] \\ (1+\alpha_1 \gamma) [1 + (\alpha_2 + \alpha_3)L] + \gamma(\alpha_2 + \alpha_3) [-\alpha_1 (1-kL)] \} \mu_{p-1}(L) ry_t^n + \mu_{p-1}(L) [1 + (\alpha_2 + \alpha_3)L] v_{1t} + \\ + \gamma(1+\alpha_1 \gamma) \mu_{p-1}(L) [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \alpha_1 \gamma - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)] v_{2t} + \mu_{p-1}(L) \gamma(\alpha_2 + \alpha_3) v_{3t}$$

$$(54) \quad \mu_{p-1}(L) [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \alpha_1 \gamma - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)] (1+\alpha_1 \gamma) [(1-kL) + \alpha_1 \gamma + (1-kL)L(\alpha_2 + \alpha_3)] r p_t = \\ = \{ \gamma \alpha_1 (1-kL) + [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \alpha_1 \gamma - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)] (1+\alpha_1 \gamma) (1-kL) + (1-kL)^2 (\alpha_2 + \alpha_3) \} \\ \theta_q(L) \varepsilon_t - \mu_{p-1}(L) \{ \alpha_1 \{ \alpha_1 \gamma (1-kL) + (1-kL) [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \alpha_1 \gamma - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)] \\ (1+\alpha_1 \gamma) \} + \alpha_1 (1-kL)(1-kL)(\alpha_2 + \alpha_3) \} ry_t^n - \alpha_1 \mu_{p-1}(L) v_{1t} + \\ + [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \alpha_1 \gamma - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)] (1+\alpha_1 \gamma) (1-kL) \mu_{p-1}(L) v_{2t} + \\ + (1-kL)(\alpha_2 + \alpha_3) \mu_{p-1}(L) v_{3t}$$

$$(55) \quad \mu_{p-1}(L) [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \alpha_1 \gamma - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)] (1+\alpha_1 \gamma) [(1-kL) + \alpha_1 \gamma + (1-kL)L(\alpha_2 + \alpha_3)] \Delta i_t = \\ = \{ -\alpha_1 \gamma (1-kL)L - [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \alpha_1 \gamma - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)] (1+\alpha_1 \gamma) (1-kL)L + \\ + (1-kL) [\alpha_1 \gamma + (1-kL)] \} \theta_q(L) \varepsilon_t + \{ \alpha_1^2 \gamma (1-kL) + (1-kL) [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \alpha_1 \gamma - \\ - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)] (1+\alpha_1 \gamma) \alpha_1 - \alpha_1 (1-kL) [(1-kL) + \alpha_1 \gamma] \} \mu_{p-1}(L) ry_t^n + \alpha_1 L \mu_{p-1}(L) v_{1t} + \\ - (1-kL)L [(1-\psi_1 L)(1-\psi_2 L) - \alpha_1 \gamma - (\alpha_2 + \alpha_3)(1-kL)] (1+\alpha_1 \gamma) \mu_{p-1}(L) v_{2t} + \\ + [(1-kL) + \alpha_1 \gamma] \mu_{p-1}(L) v_{3t}$$

(1) Admitindo-se que a estacionariedade da série do logaritmo da base monetária em termos nominais seja alcançada na d^{ésima} diferença, pode-se escrever $\lambda_{p-d}(L)(1-L)^d h_t = \theta_q(L) \varepsilon_t$. Tem-se, pois, que $\phi_p(L) = \lambda_{p-d}(L)(1-L)^d$ e que $\mu_{p-1}(L) = \lambda_{p-d}(L)(1-L)^{d-1}$.

As ordens esperadas para as equações finais são:

Variável	AR	MA
ry_t	3+p	max (2+q; 3+p)
rp_t	3+p	max (3+q; 3+p)
Δi_t	3+p	max (4+q; 4+p)
rh_t	p-1	q

3.4 - Um Modelo Generalizado com Expectativas Racionais

Nesta Seção, vários polinômios no operador de defasagens são introduzidos no modelo neoclássico até então considerado, com o objetivo de levar em consideração a possibilidade de estruturas de defasagens mais complexas no processo de oferta monetária, nos ajustamentos da demanda por moeda e na resposta da atividade econômica à inflação não-antecipada. A nova estrutura tem a seguinte representação:

$$(56) \quad \phi_1(L) (y_t - y_t^n) = \gamma (p_t - p_t^*) + u_{1t}$$

$$(57) \quad \phi_2(L) (m_t^d - p_t) = \alpha_1 \phi_3(L) y_t - \alpha_2 \phi_4(L) i_t + u_{2t}$$

$$(58) \quad i_t = \rho + (p_t^* - p_{t-1}) + u_{3t}$$

$$(59) \quad \phi_5(L) m_t^s = \phi_6(L) h_t + \alpha_3 \phi_7(L) + u_{4t}$$

$$(60) \quad p_t^* = E_t(p_t | \Omega_t)$$

$$(61) \quad m_t^s = m_t^d$$

A solução para p_t é obtida quando se iguala (57) e (59), de acordo com (61), e se substitui a expressão de i_t , dada por (58), na equação resultante:

$$(62) \quad p_t [L(\alpha_2 \phi_4(L) + \alpha_3 \phi_2(L) \phi_5^{-1}(L) \phi_7(L)) + \phi_2(L) + \alpha_1 \gamma \phi_1^{-1}(L) \phi_3(L)] =$$

$$- [\phi_2(L) \phi_5^{-1}(L) \phi_6(L)] h_t + [\alpha_2 \phi_4(L) + \alpha_3 \phi_2(L) \phi_5^{-1}(L) \phi_7(L)] \rho +$$

$$+ [\alpha_1 \gamma \phi_1^{-1}(L) \phi_3(L) + \alpha_2 \phi_4(L) + \alpha_3 \phi_2(L) \phi_5^{-1}(L) \phi_7(L)] p_t^* +$$

$$+ [\alpha_2 \phi_4(L) + \alpha_3 \phi_2(L) \phi_5^{-1}(L) \phi_7(L)] u_{3t} + \phi_2(L) \phi_5^{-1}(L) u_{4t} -$$

$$- \alpha_1 \phi_3(L) y_t^n - \alpha_1 \phi_3(L) \phi_1^{-1}(L) u_{1t} - u_{2t}$$

Com o intuito de simplificar a álgebra sem incorrer, no entanto, em perda de generalidade ⁽²⁾, supõe-se que $\phi_2, \phi_4, \phi_5, \phi_6, \phi_7$, α_1 e α_2 sejam parâmetros constantes e que $\phi_1(L) = \phi_3(L)$. Assim sendo, a equação (62) pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$(63) (\beta_0 - \psi L) p_t = \beta_1 h_t + \beta_2 + \beta_3 p_t^* + \beta_4 u_{3t} + \beta_5 u_{4t} - \beta_6(L) y_t^n - \beta_7 u_{1t} - u_{2t}$$

$$\text{onde } \beta_0 \equiv [\phi_2 + \alpha_1 \gamma \phi_1^{-1}(L) \phi_3(L)]$$

$$\psi \equiv -(\alpha_2 \phi_4 + \alpha_3 \phi_2 \phi_5^{-1} \phi_7)$$

$$\beta_1 \equiv \phi_2 \phi_5^{-1} \phi_6$$

$$\beta_2 \equiv -\psi \rho$$

$$\beta_3 \equiv (\alpha_1 \gamma \phi_1^{-1}(L) \phi_3(L) + \alpha_2 \phi_4 + \alpha_3 \phi_2 \phi_5^{-1} \phi_7)$$

$$\beta_4 \equiv -\psi$$

$$\beta_5 \equiv \phi_2 \phi_5^{-1}$$

$$\beta_6(L) \equiv \alpha_1 \phi_3(L)$$

$$\beta_7 \equiv \alpha_1 \phi_1^{-1}(L) \phi_3(L)$$

Supondo que a trajetória de p_t satisfaça a condição de estabilidade, isto é, $|\psi| < 1$, tem-se a seguinte representação para (63):

$$(64) p_t = \beta_0^{-1} \left[\beta_1 \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{\psi}{\beta_0} \right)^j h_{t-j} + \beta_2 \left(1 - \frac{\psi}{\beta_0} \right) + \beta_3 \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{\psi}{\beta_0} \right)^j p_{t-j}^* + \right. \\ \left. + \beta_4 \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{\psi}{\beta_0} \right)^j u_{3t-j} + \beta_5 \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{\psi}{\beta_0} \right)^j u_{4t-j} - \beta_6(L) \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{\psi}{\beta_0} \right)^j y_{t-j}^n - \right. \\ \left. - \beta_7 \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{\psi}{\beta_0} \right)^j u_{1t-j} - \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{\psi}{\beta_0} \right)^j u_{2t-j} \right]$$

(2) De acordo com Quenouille, as variáveis endógenas nas equações finais possuem polinômios autoregressivos idênticos. Desta forma, ry_t , rp_t e Δi_t comportam-se de maneira análoga durante os ciclos econômicos. Como ficará claro mais adiante, quando da obtenção das ordens esperadas para as funções de transferência e equações finais, qualquer que seja o grau dos polinômios AR verificado empiricamente, este pode ser explicado por uma ordem de $\phi_1(L)$ suficientemente alta.

Aplicando-se o operador de expectativas, considerando y_t^n como não-estocástico e representando h_t pelo processo $\phi_p(L)h_t = \theta_q(L)\varepsilon_t$, ou $(1+\phi_p'(L))h_t = (1+\theta_q'(L))\varepsilon_t$, onde $\phi_p'(L)$ e $\theta_q'(L)$ são as partes homogêneas do processo ARMA que gera h_t , tem-se:

$$(65) \quad E_t p_t = \beta_0^{-1} \left\{ \beta_1 \left[-\phi_p'(L) h_t + \theta_q'(L) \varepsilon_t + \sum_{j=1}^{\infty} \left(\frac{\psi}{\beta_0} \right)^j h_{t-j} \right] + \right. \\ + \beta_2 \left(1 - \frac{\psi}{\beta_0} \right) + \beta_3 \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{\psi}{\beta_0} \right)^j E_{t-j} p_{t-j} + \beta_4 \sum_{j=1}^{\infty} \left(\frac{\psi}{\beta_0} \right)^j u_{3t-j} + \\ + \beta_5 \sum_{j=1}^{\infty} \left(\frac{\psi}{\beta_0} \right)^j u_{4t-j} - \beta_6(L) \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{\psi}{\beta_0} \right)^j y_{t-j}^n - \\ \left. - \beta_7 \sum_{j=1}^{\infty} \left(\frac{\psi}{\beta_0} \right)^j u_{1t-j} - \sum_{j=1}^{\infty} \left(\frac{\psi}{\beta_0} \right)^j u_{2t-j} \right\}$$

Somando e subtraindo h_t , y_t^n , ε_t , u_{1t} , u_{2t} , u_{3t} e u_{4t} ao lado direito de (65) com o objetivo de substituir as representações de soma infinita por polinômios racionais, multiplicando a expressão resultante por $(\beta_0 - \psi L)$ e coletando os termos comuns, tem-se:

$$(66) \quad [(\beta_0 - \beta_3) - \psi L] E_t p_t = \beta_1 h_t - \beta_1 \left(1 - \frac{\psi}{\beta_0} L \right) \varepsilon_t + \beta_2 + \beta_4 \frac{\psi}{\beta_0} L u_{3t} + \\ + \beta_5 \frac{\psi}{\beta_0} L u_{4t} - \beta_6(L) y_t^n - \beta_7 \frac{\psi}{\beta_0} L u_{1t} - \frac{\psi}{\beta_0} L u_{2t}$$

A nova forma estrutural para y_t , p_t e i_t pode ser obtida, eliminando-se a variável não-observável $E_t p_t$ no sistema inicial. Multiplicando (56) por $[(\beta_0 - \beta_3) - \psi L]$ e substituindo (66) na equação resultante, obtém-se uma oferta agregada como função, apenas, das variáveis observáveis:

$$(67) \quad \phi_1(L) [(\beta_0 - \beta_3) - \psi L] y_t - \gamma [(\beta_0 - \beta_3) - \psi L] p_t = \\ = -\gamma \beta_1 h_t + \{ \gamma \beta_6(L) + \phi_1(L) [(\beta_0 - \beta_3) - \psi L] \} y_t^n + \\ + \gamma \beta_1 \left(1 - \frac{\psi}{\beta_0} L \right) \varepsilon_t - \gamma \beta_2 - \gamma \beta_4 \frac{\psi}{\beta_0} L u_{3t} - \gamma \beta_5 \frac{\psi}{\beta_0} L u_{4t} + \\ + [(\beta_0 - \beta_3) - \psi L + \gamma \beta_7 \frac{\psi}{\beta_0} L] u_{1t} + \gamma \frac{\psi}{\beta_0} L u_{2t}$$

Multiplicando (57) por ϕ_5 e (59) por ϕ_2 e igualando as expressões obtidas, chega-se à equação da demanda agregada:

$$(68) \quad \phi_2 \phi_5 p_t + \alpha_1 \phi_3(L) \phi_5 y_t - (\alpha_2 \phi_4 \phi_5 + \alpha_3 \phi_2 \phi_7) i_t = \\ = \phi_2 \phi_6 h_t + (\phi_2 u_{4t} - \phi_5 u_{2t})$$

Multiplicando (58) por $[(\beta_0 - \beta_3) - \psi L]$ e substituindo (66) no resultado, obtém-se a equação para a taxa nominal de juros, em função apenas das variáveis observáveis:

$$(69) \quad [(\beta_0 - \beta_3) - \psi L] i_t + [(\beta_0 - \beta_3) - \psi L] L p_t = \beta_1 h_t + \\ + (\beta_0 - \beta_3 - \psi) p + \beta_2 - \beta_6(L) y_t^n + \{[(\beta_0 - \beta_3) - \psi L] + \beta_4 \frac{\psi}{\beta_0} L\} u_{3t} + \\ + \beta_5 \frac{\psi}{\beta_0} L u_{4t} - \beta_7 \frac{\psi}{\beta_0} L u_{1t} - \frac{\psi}{\beta_0} L u_{2t} - \beta_1 (1 - \frac{\psi}{\beta_0} L) \epsilon_t$$

As equações (67), (68) e (69) descrevem a forma estrutural do modelo após a eliminação da variável não-observável $E_t p_t$. Diferenciando o sistema e empregando notação matricial, tem-se:

$$(70) \quad \begin{bmatrix} \phi_1(L) [(\beta_0 - \beta_3) - \psi L] & -\gamma [(\beta_0 - \beta_3) - \psi L] & 0 \\ \alpha_1 \phi_3(L) \phi_5 & \phi_2 \phi_5 & -(\alpha_2 \phi_4 \phi_5 + \alpha_3 \phi_2 \phi_7) \\ 0 & L [(\beta_0 - \beta_3) - \psi L] & [(\beta_0 - \beta_3) - \psi L] \end{bmatrix} \begin{pmatrix} r y_t \\ r p_t \\ \Delta i_t \end{pmatrix} = \\ = \begin{pmatrix} -\gamma \beta_1 \\ \phi_2 \phi_6 \\ \beta_1 \end{pmatrix} r h_t + \begin{pmatrix} [\gamma \beta_6(1) + \phi_1(L)(\beta_0 - \beta_3 - \psi)] \\ 0 \\ -\beta_6(1) \end{pmatrix} r y_t^n + \begin{pmatrix} v_{1t} \\ v_{2t} \\ v_{3t} \end{pmatrix}$$

onde

$$v_{1t} = \gamma \beta_1 (1 - \frac{\psi}{\beta_0} L) (1-L) \epsilon_t - \gamma \beta_4 \frac{\psi}{\beta_0} (1-L) L u_{3t} - \gamma \beta_5 \frac{\psi}{\beta_0} (1-L) L u_{4t} + \\ + \gamma \frac{\psi}{\beta_0} (1-L) L u_{2t} + [\gamma \beta_7 \frac{\psi}{\beta_0} L + (\beta_0 - \beta_3) - \psi L] (1-L) u_{1t}$$

$$v_{2t} = \phi_2 (1-L) u_{4t} - \phi_5 (1-L) u_{2t}$$

$$v_{3t} = \{[(\beta_0 - \beta_3) - \psi L] + \beta_4 \frac{\psi}{\beta_0} L\} (1-L) u_{3t} + \beta_5 \frac{\psi}{\beta_0} (1-L) L u_{4t} - \\ - \beta_1 (1 - \frac{\psi}{\beta_0} L) (1-L) \epsilon_t - \beta_7 \frac{\psi}{\beta_0} (1-L) L u_{1t} - \frac{\psi}{\beta_0} (1-L) L u_{2t}$$

Resolvendo o sistema para ry_t , rp_t e Δi_t , obtêm-se as funções de transferência do modelo:

$$(71) \quad \begin{aligned} &[(\beta_0 - \beta_3) - \psi L] [\phi_1(L) \phi_2 \phi_5 + \alpha_1 \gamma \phi_3(L) \phi_5 + \phi_1(L) (\alpha_2 \phi_4 \phi_5 + \alpha_3 \phi_2 \phi_7) L] ry_t = \\ &= \{-\gamma \beta_1 [\phi_2 \phi_5 + L(\alpha_2 \phi_4 \phi_5 + \alpha_3 \phi_2 \phi_7)] + \phi_2 \phi_6 \gamma [(\beta_0 - \beta_3) - \psi L] + \\ &+ \gamma \beta_1 (\alpha_2 \phi_4 \phi_5 + \alpha_3 \phi_2 \phi_7) rh_t + \{\gamma \beta_6(1) + \phi_1(1) (\beta_0 - \beta_3 - \psi) \} ry^n \\ &+ (\phi_2 \phi_5 + \alpha_2 \phi_4 \phi_5 + \alpha_3 \phi_2 \phi_7) - \beta_6(1) ry^n \gamma (\alpha_2 \phi_4 \phi_5 + \alpha_3 \phi_2 \phi_7) \} + \\ &+ [\phi_2 \phi_5 + (\alpha_2 \phi_4 \phi_5 + \alpha_3 \phi_2 \phi_7) L] v_{1t} + \gamma [(\beta_0 - \beta_3) - \psi L] v_{2t} + \\ &+ \gamma (\alpha_2 \phi_4 \phi_5 + \alpha_3 \phi_2 \phi_7) v_{3t} \end{aligned}$$

$$(72) \quad \begin{aligned} &[(\beta_0 - \beta_3) - \psi L] [\phi_1(L) \phi_2 \phi_5 + \alpha_1 \gamma \phi_3(L) \phi_5 + \phi_1(L) (\alpha_2 \phi_4 \phi_5 + \alpha_3 \phi_2 \phi_7) L] rp_t = \\ &= \{-\alpha_1 \phi_3(L) \phi_5 \gamma \beta_1 + \phi_1(L) \phi_2 \phi_6 [(\beta_0 - \beta_3) - \psi L] + \beta_1 \phi_1(L) (\alpha_2 \phi_4 \phi_5 + \alpha_3 \phi_2 \phi_7) \} rh_t - \\ &= \{-\alpha_1 \phi_3(1) \phi_5 [\gamma \beta_6(1) + \phi_1(1) (\beta_0 - \beta_3 - \psi)] ry^n + \beta_6(1) ry^n \phi_1(1) (\alpha_2 \phi_4 \phi_5 + \alpha_3 \phi_2 \phi_7) \} - \\ &= \alpha_1 \phi_3(L) \phi_5 v_{1t} + [(\beta_0 - \beta_3) - \psi L] \phi_1(L) v_{2t} + \phi_1(L) (\alpha_2 \phi_4 \phi_5 + \alpha_3 \phi_2 \phi_7) v_{3t} \end{aligned}$$

$$(73) \quad \begin{aligned} &[(\beta_0 - \beta_3) - \psi L] [\phi_1(L) \phi_2 \phi_5 + \alpha_1 \gamma \phi_3(L) \phi_5 + \phi_1(L) (\alpha_2 \phi_4 \phi_5 + \alpha_3 \phi_2 \phi_7) L] \Delta i_t = \\ &= \{\beta_1 [\phi_1(L) \phi_2 \phi_5 + \gamma \alpha_1 \phi_3(L) \phi_5] - \alpha_1 \gamma \beta_1 \phi_3(L) \phi_5 L - \phi_1(L) \phi_2 \phi_6 [(\beta_0 - \beta_3) - \psi L] rh_t + \\ &+ \{\gamma \beta_6(1) + \phi_1(1) (\beta_0 - \beta_3 - \psi) \} ry^n \alpha_1 \phi_3(L) \phi_5 L - \beta_6(1) ry^n [\phi_1(1) \phi_2 \phi_5 + \gamma \alpha_1 \phi_3(1) \phi_5] \} + \\ &+ \alpha_1 \phi_3(L) \phi_5 L v_{1t} - \phi_1(L) [(\beta_0 - \beta_3) - \psi L] v_{2t} + [\phi_1(L) \phi_2 \phi_5 + \gamma \alpha_1 \phi_3(L) \phi_5] v_{3t} \end{aligned}$$

A forma estrutural do modelo tem como implicações as seguintes ordens para os polinômios das funções de transferência:

Variável	AR	MA para rh_t	MA para os erros
ry_t	2+ORD $\phi_1(L)$	1	3
rp_t	2+ORD $\phi_1(L)$	1+ORD $\phi_1(L)$	2+ ORD $\phi_1(L)$
Δi_t	2+ORD $\phi_1(L)$	2+ORD $\phi_1(L)$	3+ ORD $\phi_1(L)$

Com base na hipótese de que o logaritmo da base monetária em termos nominais é não-estacionário, o processo ARMA $\phi_p(L)h_t = \theta_q(L)\epsilon_t$ pode ser representado por $\mu_{p-1}(L)(1-L)h_t = \theta_q(L)\epsilon_t$. Multiplicando (71), (72) e (73) por $\mu_{p-1}(L)$ e substituindo em cada uma destas equações o processo estocástico da variável exôgena, chega-se às equações finais do modelo:

$$\begin{aligned}
 (74) \quad & \mu_{p-1}(L) [(B_0 - B_3) - \psi L] [\phi_1(L) \phi_2 \phi_5 + \alpha_1 \gamma \phi_3(L) \phi_5 + \phi_1(L) (\alpha_2 \phi_4 \phi_5 + \alpha_3 \phi_2 \phi_7) L] r y_t = \\
 & - \{ -\gamma B_1 [\phi_2 \phi_5 + (\alpha_2 \phi_4 \phi_5 + \alpha_3 \phi_2 \phi_7) L] + \gamma \phi_2 \phi_6 [(B_0 - B_3) - \psi L] + \gamma B_1 (\alpha_2 \phi_4 \phi_5 + \alpha_3 \phi_2 \phi_7) \} \theta_q(L) \epsilon_t + \\
 & + \mu_{p-1}(L) \{ [\gamma B_6(1) + \phi_1(1) (B_0 - B_3 - \psi)] r y^n (\phi_2 \phi_5 + \alpha_2 \phi_4 \phi_5 + \alpha_3 \phi_2 \phi_7) - \\
 & - B_6(1) r y^n \gamma (\alpha_2 \phi_4 \phi_5 + \alpha_3 \phi_2 \phi_7) \} + \mu_{p-1}(L) [\phi_2 \phi_5 + (\alpha_2 \phi_4 \phi_5 + \alpha_3 \phi_2 \phi_7) L] v_{1t} + \\
 & + \gamma [(B_0 - B_3) - \psi L] \mu_{p-1}(L) v_{2t} + \gamma (\alpha_2 \phi_4 \phi_5 + \alpha_3 \phi_2 \phi_7) \mu_{p-1}(L) v_{3t}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (75) \quad & \mu_{p-1}(L) [(B_0 - B_3) - \psi L] [\phi_1(L) \phi_2 \phi_5 + \alpha_1 \gamma \phi_3(L) \phi_5 + \phi_1(L) (\alpha_2 \phi_4 \phi_5 + \alpha_3 \phi_2 \phi_7) L] r p_t = \\
 & - \theta_q(L) \{ \alpha_1 \phi_3(L) \phi_5 \gamma B_1 + \phi_1(L) \phi_2 \phi_6 [(B_0 - B_3) - \psi L] + B_1 \phi_1(L) (\alpha_2 \phi_4 \phi_5 + \alpha_3 \phi_2 \phi_7) \} \epsilon_t - \\
 & - \mu_{p-1}(L) \{ \alpha_1 \phi_3(1) \phi_5 [\gamma B_6(1) + \phi_1(1) (B_0 - B_3 - \psi)] r y^n + B_6(1) r y^n \phi_1(1) (\alpha_2 \phi_4 \phi_5 + \alpha_3 \phi_2 \phi_7) \} - \\
 & - \alpha_1 \phi_3(L) \phi_5 \mu_{p-1}(L) v_{1t} + \mu_{p-1}(L) [(B_0 - B_3) - \psi L] \phi_1(L) v_{2t} - \mu_{p-1}(L) \phi_1(L) (\alpha_2 \phi_4 \phi_5 + \alpha_3 \phi_2 \phi_7) v_{3t}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (76) \quad & \mu_{p-1}(L) [(B_0 - B_3) - \psi L] [\phi_1(L) \phi_2 \phi_5 + \gamma \alpha_1 \phi_3(L) \phi_5 + \phi_1(L) (\alpha_2 \phi_4 \phi_5 + \alpha_3 \phi_2 \phi_7) L] \Delta i_t = \\
 & - \theta_q(L) \{ B_1 [\phi_1(L) \phi_2 \phi_5 + \gamma \alpha_1 \phi_3(L) \phi_5] - \alpha_1 \gamma B_1 \phi_3(L) \phi_5 L - \phi_1(L) \phi_2 \phi_6 [(B_0 - B_3) - \psi L] L \} \epsilon_t + \\
 & + \mu_{p-1}(L) \{ [\gamma B_6(1) + \phi_1(1) (B_0 - B_3 - \psi)] r y^n \alpha_1 \phi_3(L) \phi_5 L - B_6(1) r y^n [\phi_1(1) \phi_2 \phi_5 + \\
 & + \gamma \alpha_1 \phi_3(1) \phi_5] \} + \alpha_1 \phi_3(L) \phi_5 \mu_{p-1}(L) v_{1t} - \mu_{p-1}(L) \phi_1(L) [(B_0 - B_3) - \psi L] L v_{2t} + \\
 & + [\phi_1(L) \phi_2 \phi_5 + \alpha_1 \gamma \phi_3(L) \phi_5] - \mu_{p-1}(L) v_{3t}
 \end{aligned}$$

As ordens esperadas para as equações finais são:

Variável	AR	MA
ry_t	$p + 1 + \text{ORD } \phi_1(L)$	$\max(q+1; p+2)$
rp_t	$p + 1 + \text{ORD } \phi_1(L)$	$\max(q+1 + \text{ORD } \phi_1(L); p+1 + \text{ORD } \phi_1(L))$
Δi_t	$p + 1 + \text{ORD } \phi_1(L)$	$\max(q+2 + \text{ORD } \phi_1(L); p+2 + \text{ORD } \phi_1(L))$
rh_t	$p - 1$	q

4. ANÁLISE EMPÍRICA DAS EQUAÇÕES FINAIS E DAS FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA

As formas estruturais dos modelos monetários desenvolvidos na Seção 3 têm como implicações testáveis as ordens das funções de transferência e modelos ARMA para produto real, taxa de juros e inflação. Nesta Seção aplicam-se aos dados brasileiros as técnicas de identificação e estimação sugeridas por Box e Jenkins, com o objetivo de identificar os modelos cujas implicações são compatíveis com as informações contidas nos dados e, consequentemente, as hipóteses econômicas que não são rejeitadas pela evidência empírica no Brasil.

A análise foi desenvolvida em bases mensais (1975-80) e trimestrais (1971-80) para as equações finais e, também, em bases semestrais (1975-80, 72 observações, considerando-se o semestre que termina a cada mes) para as funções de transferência.

A produção industrial foi considerada como "proxy" para o produto real, e entre as diversas alternativas de taxas de juros, foram utilizadas as taxas de juros das financeiras (crédito ao consumidor) que representam o segmento mais livre de um mercado altamente controlado. (1)

No processo de identificação das equações finais foram examinadas as funções de autocorrelação e de autocorrelação parcial (respectivamente AC e ACP), considerando-se os processos ARMA alternativos sugeridos pelo comportamento destas funções. Para a comparação destes processos, foi empregado o teste da razão de verossimilhança (RV), a fim de evitar o caráter subjetivo dos métodos de Box e Jenkins (Zellner e Palm, 1974, pág. 32).

Serão discutidas, primeiramente, as estimativas efetuadas em bases mensais. A Tabela 1 apresenta os resultados obtidos para o logaritmo do nível de preços. Rejeita-se de início o modelo m_2 , devido à não-significância de seus coeficientes e ao resultado do teste F. O teste RV indica que os modelos m_4 e m_5 são mais adequados que m_3 . O mesmo teste não pode ser feito com o modelo m_1 , uma vez que os parâmetros deste não representam um subconjunto dos parâmetros dos modelos (1, 2, 2). Por esta razão, o modelo m_1 será considerado, juntamente com m_4 e m_5 , como um dos processos estocásticos capazes de descrever a série do nível de preços em sua forma logarítmica.

(TABELA 1)

(1) As fontes dos dados utilizados são:

- (i) nível de preços - IGP, col.2, Conjuntura Econômica / FGV;
- (ii) produção industrial - Indústria de Transformação; Indicadores Conjunturais da Indústria / IBGE;
- (iii) taxas de juros - Taxas de Juros das Financeiras no Rio de Janeiro (Crédito ao Consumidor), Quadro I.28, Boletim do Banco Central do Brasil;
- (iv) base monetária - Quadro I.1, Boletim do Banco Central do Brasil.

TABELA 1 - LE DO NÍVEL DE FALSO, dados mensais, 1973-80: equações (teste estimado e testes de razão de verossimilhança)

MODELOS	FOR ^(a)	CL ^(b)	SIG/CL	AR ₁	AR ₂	CORRELATE	MA ₁	MA ₂	MA ₃	MA ₄	MA ₅	MA ₆	MA ₇	MA ₈	MA ₉	MA ₁₀	MA ₁₁	MA ₁₂	MA ₁₃	MA ₁₄	MA ₁₅	MA ₁₆	MA ₁₇	MA ₁₈	MA ₁₉	MA ₂₀	MA ₂₁	MA ₂₂	MA ₂₃	MA ₂₄	MA ₂₅	MA ₂₆	MA ₂₇	MA ₂₈	MA ₂₉	MA ₃₀	MA ₃₁	MA ₃₂	MA ₃₃	MA ₃₄	MA ₃₅	MA ₃₆	MA ₃₇	MA ₃₈	MA ₃₉	MA ₄₀	MA ₄₁	MA ₄₂	MA ₄₃	MA ₄₄	MA ₄₅	MA ₄₆	MA ₄₇	MA ₄₈	MA ₄₉	MA ₅₀	MA ₅₁	MA ₅₂	MA ₅₃	MA ₅₄	MA ₅₅	MA ₅₆	MA ₅₇	MA ₅₈	MA ₅₉	MA ₆₀	MA ₆₁	MA ₆₂	MA ₆₃	MA ₆₄	MA ₆₅	MA ₆₆	MA ₆₇	MA ₆₈	MA ₆₉	MA ₇₀	MA ₇₁	MA ₇₂	MA ₇₃	MA ₇₄	MA ₇₅	MA ₇₆	MA ₇₇	MA ₇₈	MA ₇₉	MA ₈₀	MA ₈₁	MA ₈₂	MA ₈₃	MA ₈₄	MA ₈₅	MA ₈₆	MA ₈₇	MA ₈₈	MA ₈₉	MA ₉₀	MA ₉₁	MA ₉₂	MA ₉₃	MA ₉₄	MA ₉₅	MA ₉₆	MA ₉₇	MA ₉₈	MA ₉₉	MA ₁₀₀	MA ₁₀₁	MA ₁₀₂	MA ₁₀₃	MA ₁₀₄	MA ₁₀₅	MA ₁₀₆	MA ₁₀₇	MA ₁₀₈	MA ₁₀₉	MA ₁₁₀	MA ₁₁₁	MA ₁₁₂	MA ₁₁₃	MA ₁₁₄	MA ₁₁₅	MA ₁₁₆	MA ₁₁₇	MA ₁₁₈	MA ₁₁₉	MA ₁₂₀	MA ₁₂₁	MA ₁₂₂	MA ₁₂₃	MA ₁₂₄	MA ₁₂₅	MA ₁₂₆	MA ₁₂₇	MA ₁₂₈	MA ₁₂₉	MA ₁₃₀	MA ₁₃₁	MA ₁₃₂	MA ₁₃₃	MA ₁₃₄	MA ₁₃₅	MA ₁₃₆	MA ₁₃₇	MA ₁₃₈	MA ₁₃₉	MA ₁₄₀	MA ₁₄₁	MA ₁₄₂	MA ₁₄₃	MA ₁₄₄	MA ₁₄₅	MA ₁₄₆	MA ₁₄₇	MA ₁₄₈	MA ₁₄₉	MA ₁₅₀	MA ₁₅₁	MA ₁₅₂	MA ₁₅₃	MA ₁₅₄	MA ₁₅₅	MA ₁₅₆	MA ₁₅₇	MA ₁₅₈	MA ₁₅₉	MA ₁₆₀	MA ₁₆₁	MA ₁₆₂	MA ₁₆₃	MA ₁₆₄	MA ₁₆₅	MA ₁₆₆	MA ₁₆₇	MA ₁₆₈	MA ₁₆₉	MA ₁₇₀	MA ₁₇₁	MA ₁₇₂	MA ₁₇₃	MA ₁₇₄	MA ₁₇₅	MA ₁₇₆	MA ₁₇₇	MA ₁₇₈	MA ₁₇₉	MA ₁₈₀	MA ₁₈₁	MA ₁₈₂	MA ₁₈₃	MA ₁₈₄	MA ₁₈₅	MA ₁₈₆	MA ₁₈₇	MA ₁₈₈	MA ₁₈₉	MA ₁₉₀	MA ₁₉₁	MA ₁₉₂	MA ₁₉₃	MA ₁₉₄	MA ₁₉₅	MA ₁₉₆	MA ₁₉₇	MA ₁₉₈	MA ₁₉₉	MA ₂₀₀	MA ₂₀₁	MA ₂₀₂	MA ₂₀₃	MA ₂₀₄	MA ₂₀₅	MA ₂₀₆	MA ₂₀₇	MA ₂₀₈	MA ₂₀₉	MA ₂₁₀	MA ₂₁₁	MA ₂₁₂	MA ₂₁₃	MA ₂₁₄	MA ₂₁₅	MA ₂₁₆	MA ₂₁₇	MA ₂₁₈	MA ₂₁₉	MA ₂₂₀	MA ₂₂₁	MA ₂₂₂	MA ₂₂₃	MA ₂₂₄	MA ₂₂₅	MA ₂₂₆	MA ₂₂₇	MA ₂₂₈	MA ₂₂₉	MA ₂₃₀	MA ₂₃₁	MA ₂₃₂	MA ₂₃₃	MA ₂₃₄	MA ₂₃₅	MA ₂₃₆	MA ₂₃₇	MA ₂₃₈	MA ₂₃₉	MA ₂₄₀	MA ₂₄₁	MA ₂₄₂	MA ₂₄₃	MA ₂₄₄	MA ₂₄₅	MA ₂₄₆	MA ₂₄₇	MA ₂₄₈	MA ₂₄₉	MA ₂₅₀	MA ₂₅₁	MA ₂₅₂	MA ₂₅₃	MA ₂₅₄	MA ₂₅₅	MA ₂₅₆	MA ₂₅₇	MA ₂₅₈	MA ₂₅₉	MA ₂₆₀	MA ₂₆₁	MA ₂₆₂	MA ₂₆₃	MA ₂₆₄	MA ₂₆₅	MA ₂₆₆	MA ₂₆₇	MA ₂₆₈	MA ₂₆₉	MA ₂₇₀	MA ₂₇₁	MA ₂₇₂	MA ₂₇₃	MA ₂₇₄	MA ₂₇₅	MA ₂₇₆	MA ₂₇₇	MA ₂₇₈	MA ₂₇₉	MA ₂₈₀	MA ₂₈₁	MA ₂₈₂	MA ₂₈₃	MA ₂₈₄	MA ₂₈₅	MA ₂₈₆	MA ₂₈₇	MA ₂₈₈	MA ₂₈₉	MA ₂₉₀	MA ₂₉₁	MA ₂₉₂	MA ₂₉₃	MA ₂₉₄	MA ₂₉₅	MA ₂₉₆	MA ₂₉₇	MA ₂₉₈	MA ₂₉₉	MA ₃₀₀	MA ₃₀₁	MA ₃₀₂	MA ₃₀₃	MA ₃₀₄	MA ₃₀₅	MA ₃₀₆	MA ₃₀₇	MA ₃₀₈	MA ₃₀₉	MA ₃₁₀	MA ₃₁₁	MA ₃₁₂	MA ₃₁₃	MA ₃₁₄	MA ₃₁₅	MA ₃₁₆	MA ₃₁₇	MA ₃₁₈	MA ₃₁₉	MA ₃₂₀	MA ₃₂₁	MA ₃₂₂	MA ₃₂₃	MA ₃₂₄	MA ₃₂₅	MA ₃₂₆	MA ₃₂₇	MA ₃₂₈	MA ₃₂₉	MA ₃₃₀	MA ₃₃₁	MA ₃₃₂	MA ₃₃₃	MA ₃₃₄	MA ₃₃₅	MA ₃₃₆	MA ₃₃₇	MA ₃₃₈	MA ₃₃₉	MA ₃₄₀	MA ₃₄₁	MA ₃₄₂	MA ₃₄₃	MA ₃₄₄	MA ₃₄₅	MA ₃₄₆	MA ₃₄₇	MA ₃₄₈	MA ₃₄₉	MA ₃₅₀	MA ₃₅₁	MA ₃₅₂	MA ₃₅₃	MA ₃₅₄	MA ₃₅₅	MA ₃₅₆	MA ₃₅₇	MA ₃₅₈	MA ₃₅₉	MA ₃₆₀	MA ₃₆₁	MA ₃₆₂	MA ₃₆₃	MA ₃₆₄	MA ₃₆₅	MA ₃₆₆	MA ₃₆₇	MA ₃₆₈	MA ₃₆₉	MA ₃₇₀	MA ₃₇₁	MA ₃₇₂	MA ₃₇₃	MA ₃₇₄	MA ₃₇₅	MA ₃₇₆	MA ₃₇₇	MA ₃₇₈	MA ₃₇₉	MA ₃₈₀	MA ₃₈₁	MA ₃₈₂	MA ₃₈₃	MA ₃₈₄	MA ₃₈₅	MA ₃₈₆	MA ₃₈₇	MA ₃₈₈	MA ₃₈₉	MA ₃₉₀	MA ₃₉₁	MA ₃₉₂	MA ₃₉₃	MA ₃₉₄	MA ₃₉₅	MA ₃₉₆	MA ₃₉₇	MA ₃₉₈	MA ₃₉₉	MA ₄₀₀	MA ₄₀₁	MA ₄₀₂	MA ₄₀₃	MA ₄₀₄	MA ₄₀₅	MA ₄₀₆	MA ₄₀₇	MA ₄₀₈	MA ₄₀₉	MA ₄₁₀	MA ₄₁₁	MA ₄₁₂	MA ₄₁₃	MA ₄₁₄	MA ₄₁₅	MA ₄₁₆	MA ₄₁₇	MA ₄₁₈	MA ₄₁₉	MA ₄₂₀	MA ₄₂₁	MA ₄₂₂	MA ₄₂₃	MA ₄₂₄	MA ₄₂₅	MA ₄₂₆	MA ₄₂₇	MA ₄₂₈	MA ₄₂₉	MA ₄₃₀	MA ₄₃₁	MA ₄₃₂	MA ₄₃₃	MA ₄₃₄	MA ₄₃₅	MA ₄₃₆	MA ₄₃₇	MA ₄₃₈	MA ₄₃₉	MA ₄₄₀	MA ₄₄₁	MA ₄₄₂	MA ₄₄₃	MA ₄₄₄	MA ₄₄₅	MA ₄₄₆	MA ₄₄₇	MA ₄₄₈	MA ₄₄₉	MA ₄₅₀	MA ₄₅₁	MA ₄₅₂	MA ₄₅₃	MA ₄₅₄	MA ₄₅₅	MA ₄₅₆	MA ₄₅₇	MA ₄₅₈	MA ₄₅₉	MA ₄₆₀	MA ₄₆₁	MA ₄₆₂	MA ₄₆₃	MA ₄₆₄	MA ₄₆₅	MA ₄₆₆	MA ₄₆₇	MA ₄₆₈	MA ₄₆₉	MA ₄₇₀	MA ₄₇₁	MA ₄₇₂	MA ₄₇₃	MA ₄₇₄	MA ₄₇₅	MA ₄₇₆	MA ₄₇₇	MA ₄₇₈	MA ₄₇₉	MA ₄₈₀	MA ₄₈₁	MA ₄₈₂	MA ₄₈₃	MA ₄₈₄	MA ₄₈₅	MA ₄₈₆	MA ₄₈₇	MA ₄₈₈	MA ₄₈₉	MA ₄₉₀	MA ₄₉₁	MA ₄₉₂	MA ₄₉₃	MA ₄₉₄	MA ₄₉₅	MA ₄₉₆	MA ₄₉₇	MA ₄₉₈	MA ₄₉₉	MA ₅₀₀	MA ₅₀₁	MA ₅₀₂	MA ₅₀₃	MA ₅₀₄	MA ₅₀₅	MA ₅₀₆	MA ₅₀₇	MA ₅₀₈	MA ₅₀₉	MA ₅₁₀	MA ₅₁₁	MA ₅₁₂	MA ₅₁₃	MA ₅₁₄	MA ₅₁₅	MA ₅₁₆	MA ₅₁₇	MA ₅₁₈	MA ₅₁₉	MA ₅₂₀	MA ₅₂₁	MA ₅₂₂	MA ₅₂₃	MA ₅₂₄	MA ₅₂₅	MA ₅₂₆	MA ₅₂₇	MA ₅₂₈	MA ₅₂₉	MA ₅₃₀	MA ₅₃₁	MA ₅₃₂	MA ₅₃₃	MA ₅₃₄	MA ₅₃₅	MA ₅₃₆	MA ₅₃₇	MA ₅₃₈	MA ₅₃₉	MA ₅₄₀	MA ₅₄₁	MA ₅₄₂	MA ₅₄₃	MA ₅₄₄	MA ₅₄₅	MA ₅₄₆	MA ₅₄₇	MA ₅₄₈	MA ₅₄₉	MA ₅₅₀	MA ₅₅₁	MA ₅₅₂	MA ₅₅₃	MA ₅₅₄	MA ₅₅₅	MA ₅₅₆	MA ₅₅₇	MA ₅₅₈	MA ₅₅₉	MA ₅₆₀	MA ₅₆₁	MA ₅₆₂	MA ₅₆₃	MA ₅₆₄	MA ₅₆₅	MA ₅₆₆	MA ₅₆₇	MA ₅₆₈	MA ₅₆₉	MA ₅₇₀	MA ₅₇₁	MA ₅₇₂	MA ₅₇₃	MA ₅₇₄	MA ₅₇₅	MA ₅₇₆	MA ₅₇₇	MA ₅₇₈	MA ₅₇₉	MA ₅₈₀	MA ₅₈₁	MA ₅₈₂	MA ₅₈₃	MA ₅₈₄	MA ₅₈₅	MA ₅₈₆	MA ₅₈₇	MA ₅₈₈	MA ₅₈₉	MA ₅₉₀	MA ₅₉₁	MA ₅₉₂	MA ₅₉₃	MA ₅₉₄	MA ₅₉₅	MA ₅₉₆	MA ₅₉₇	MA ₅₉₈	MA ₅₉₉	MA ₆₀₀	MA ₆₀₁	MA ₆₀₂	MA ₆₀₃	MA ₆₀₄	MA ₆₀₅	MA ₆₀₆	MA ₆₀₇	MA ₆₀₈	MA ₆₀₉	MA ₆₁₀	MA ₆₁₁	MA ₆₁₂	MA ₆₁₃	MA ₆₁₄	MA ₆₁₅	MA ₆₁₆	MA ₆₁₇	MA ₆₁₈	MA ₆₁₉	MA ₆₂₀	MA ₆₂₁	MA ₆₂₂	MA ₆₂₃	MA ₆₂₄	MA ₆₂₅	MA ₆₂₆	MA ₆₂₇	MA ₆₂₈	MA ₆₂₉	MA ₆₃₀	MA ₆₃₁	MA ₆₃₂	MA ₆₃₃	MA ₆₃₄	MA ₆₃₅	MA ₆₃₆	MA ₆₃₇	MA ₆₃₈	MA ₆₃₉	MA ₆₄₀	MA ₆₄₁	MA ₆₄₂	MA ₆₄₃	MA ₆₄₄	MA ₆₄₅	MA ₆₄₆	MA ₆₄₇	MA ₆₄₈	MA ₆₄₉	MA ₆₅₀	MA ₆₅₁	MA ₆₅₂	MA ₆₅₃	MA ₆₅₄	MA ₆₅₅	MA ₆₅₆	MA ₆₅₇	MA ₆₅₈	MA ₆₅₉	MA ₆₆₀	MA ₆₆₁	MA ₆₆₂	MA ₆₆₃	MA ₆₆₄	MA ₆₆₅	MA ₆₆₆	MA ₆₆₇	MA ₆₆₈	MA ₆₆₉	MA ₆₇₀	MA ₆₇₁	MA ₆₇₂	MA ₆₇₃	MA ₆₇₄	MA ₆₇₅	MA ₆₇₆	MA ₆₇₇	MA ₆₇₈	MA ₆₇₉	MA ₆₈₀	MA ₆₈₁	MA ₆₈₂	MA ₆₈₃	MA ₆₈₄	MA ₆₈₅	MA ₆₈₆	MA ₆₈₇	MA ₆₈₈	MA ₆₈₉	MA ₆₉₀	MA ₆₉₁	MA ₆₉₂	MA ₆₉₃	MA ₆₉₄	MA ₆₉₅	MA ₆₉₆	MA ₆₉₇	MA ₆₉₈	MA ₆₉₉	MA ₇₀₀	MA ₇₀₁	MA ₇₀₂	MA ₇₀₃	MA ₇₀₄	MA ₇₀₅	MA ₇₀₆	MA ₇₀₇	MA ₇₀₈	MA ₇₀₉	MA ₇₁₀	MA ₇₁₁	MA ₇₁₂	MA ₇₁₃	MA ₇₁₄	MA ₇₁₅	MA ₇₁₆	MA ₇₁₇	MA ₇₁₈	MA ₇₁₉	MA ₇₂₀	MA ₇₂₁	MA ₇₂₂	MA ₇₂₃	MA ₇₂₄	MA ₇₂₅	MA ₇₂₆	MA ₇₂₇	MA ₇₂₈	MA ₇₂₉	MA ₇₃₀	MA ₇₃₁	MA ₇₃₂	MA ₇₃₃	MA ₇₃₄	MA ₇₃₅	MA ₇₃₆	MA ₇₃₇	MA ₇₃₈	MA ₇₃₉	MA ₇₄₀	MA ₇₄₁	MA ₇₄₂	MA ₇₄₃	MA ₇₄₄	MA ₇₄₅	MA ₇₄₆	MA ₇₄₇	MA ₇₄₈	MA ₇₄₉	MA ₇₅₀	MA ₇₅₁	MA ₇₅₂	MA ₇₅₃	MA ₇₅₄	MA ₇₅₅	MA ₇₅₆	MA ₇₅₇	MA ₇₅₈	MA ₇₅₉	MA ₇₆₀	MA ₇₆₁	MA ₇₆₂	MA ₇₆₃	MA ₇₆₄	MA ₇₆₅	MA ₇₆₆	MA ₇₆₇	MA ₇₆₈	MA ₇₆₉	MA ₇₇₀	MA ₇₇₁	MA ₇₇₂	MA ₇₇₃	MA ₇₇₄	MA ₇₇₅	MA ₇₇₆	MA ₇₇₇	MA ₇₇₈	MA ₇₇₉	MA ₇₈₀	MA ₇₈₁	MA ₇₈₂	MA ₇₈₃	MA ₇₈₄	MA ₇₈₅	MA ₇₈₆	MA ₇₈₇	MA ₇₈₈	MA ₇₈₉	MA ₇₉₀	MA ₇₉₁	MA ₇₉₂	MA ₇₉₃	MA ₇₉₄	MA ₇₉₅	MA ₇₉₆	MA ₇₉₇	MA ₇₉₈	MA ₇₉₉	MA ₈₀₀	MA ₈₀₁	MA ₈₀₂	MA ₈₀₃	MA ₈₀₄	MA ₈₀₅	MA ₈₀₆	MA ₈₀₇	MA ₈₀₈	MA ₈₀₉	MA ₈₁₀	MA ₈₁₁	MA ₈₁₂	MA ₈₁₃	MA ₈₁₄	MA ₈₁₅	MA ₈₁₆	MA ₈₁₇	MA ₈₁₈	MA ₈₁₉	MA ₈₂₀	MA ₈₂₁	MA ₈₂₂	MA ₈₂₃	MA ₈₂₄	MA ₈₂₅	MA ₈₂₆	MA ₈₂₇	MA ₈₂₈	MA ₈₂₉	MA ₈₃₀	MA ₈₃₁	MA ₈₃₂	MA ₈₃₃	MA ₈₃₄	MA ₈₃₅	MA ₈₃₆	MA ₈₃₇	MA ₈₃₈	MA ₈₃₉	MA ₈₄₀	MA ₈₄₁	MA ₈₄₂	MA ₈₄₃	MA ₈₄₄	MA ₈₄₅	MA ₈₄₆	MA ₈₄₇	MA ₈₄₈	MA ₈₄₉	MA ₈₅₀	MA ₈₅₁	MA ₈₅₂	MA ₈₅₃	MA ₈₅₄	MA ₈₅₅	MA ₈₅₆	MA ₈₅₇	MA ₈₅₈	MA ₈₅₉	MA ₈₆₀	MA ₈₆₁	MA ₈₆₂	MA ₈₆₃	MA ₈₆₄	MA ₈₆₅	MA ₈₆₆	MA ₈₆₇	MA ₈₆₈	MA ₈₆₉	MA ₈₇₀	MA ₈₇₁	MA ₈₇₂	MA ₈₇₃	MA ₈₇₄	MA ₈₇₅	MA ₈₇₆	MA ₈₇₇	
---------	--------------------	-------------------	--------	-----------------	-----------------	-----------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	--

Os resultados da análise dos dados de produção industrial são descritos na Tabela 2. Os padrões de comportamento das funções AC e ACP sugerem que o processo $(2,1,1) \times (0,1,0)_{12}$ pode representar uma boa aproximação, embora esquemas mais simples, como $(0,1,1) \times (0,1,0)_{12}$, $(2,1,0) \times (0,1,0)_{12}$ ou $(1,1,1) \times (0,1,0)_{12}$ também sejam compatíveis com aquelas funções.

Os coeficientes AR mostraram-se estatisticamente não significantes quando estimados separadamente (modelos m_4 e m_5), o mesmo acontecendo quando considerados em conjunto com o termo MA (modelo m_6). Quando se abandona o componente de média móvel (modelo m_3) os termos autoregressivos tornam-se significantes, enquanto o modelo MA puro (m_1) também apresenta um bom ajustamento. Estes resultados, que indicam um melhor desempenho dos modelos AR ou MA, são confirmados pelos testes RV nos quais os modelos mistos são rejeitados.

TABELA 2 - LA DA PRODUÇÃO INDUSTRIAL, dados mensais, 1973-80; equações finais estimadas a partir da série de reconstituição

MODELO	DO	CL	DO/CL	AR ₁	AR ₂	CONSTANTE	MA ₁	S ²	Q(1)	Q(4)	F
$m_1 (2,1,1) \times (0,1,0)_{12}$	0,87643	37	0,0013603			-0,00081 (-0,3374)	0,40813 [*] (1,68)	0,343	9,4 ^{***} (16,47)	15,2 ^{***} (27,43)	F(2,33) = = 33,4 ^{***}
$m_2 (0,1,1) \times (0,1,0)_{12}$	0,87643	38	0,003391				0,44218 [*] (1,77)	0,343	9,4 ^{***} (16,47)	15,1 ^{***} (27,43)	F(1,33) = = 31,4 ^{***}
$m_3 (1,1,0) \times (0,1,0)_{12}$	0,87309	37	0,003317	-0,76777 [*] (-3,233)	-0,11943 [*] (-3,435)			0,334	12,6 ^{***} (18,41)	16,4 ^{***} (27,47)	F(2,33) = = 35,2 ^{***}
$m_4 (2,1,1) \times (0,1,0)_{12}$	0,87473	37	0,0033661			-0,04338 [*] (-0,337)	0,44013 [*] (1,73)	0,337	9,4 ^{***} (16,47)	15,3 ^{***} (27,47)	F(2,33) = = 33,2 ^{***}
$m_5 (1,1,1) \times (0,1,0)_{12}$	0,87343	36	0,0033473	-0,13917 [*] (-0,424)			0,39448 [*] (1,73)	0,345	10,9 ^{***} (16,47)	16 ^{***} (27,47)	F(2,33) = = 34,3 ^{***}
$m_6 (2,1,1) \times (0,1,0)_{12}$	0,87337	33	0,003334	-0,11408 [*] (-1,393)	-0,33607 [*] (-3,129)	-0,00136 (-0,337)	0,33162 (1,335)	0,338	12 ^{***} (16,47)	15,3 ^{***} (27,43)	F(3,33) = = 33,4 ^{***}
MODELOS COMBINADOS	1	$\frac{11 \times 11}{11 \times 11}$					2,44	0			
$m_1 + m_2 + m_3 + m_4$			0,33261				2,97 [*]				
$m_1 + m_2 + m_3 + m_5$			1,93336				1,9343				

A Tabela 3 resume os modelos estimados para as taxas de juros. A função AC apresenta valores estatisticamente diferentes de zero para as defasagens 1, 2 e 3, o mesmo acontecendo para a função ACP para as defasagens 1 e 4. Partindo-se de um esquema puramente MA (m_1) e introduzindo-se termos autoregressivos, o modelo m_4 emerge como o processo que melhor reproduz a série original, o que pode ser visto também pelo resultado do teste RV.

Discutem-se em seguida as análises trimestrais, sendo apresentados na Tabela 5 os modelos estimados para o logaritmo do nível de preços. A comparação entre m_1 e m_4 é favorável ao primeiro modelo: o termo MA de grau um introduzido em m_4 não se mostrou significativo e o teste RV confirmou a superioridade de m_1 . Este mesmo teste aponta m_3 como uma representação mais adequada que m_2 , apesar da não-significância do termo AR e do termo MA de primeiro grau, o que parece sugerir a importância do termo MA de quarto grau. Assim sendo, foram ajustados modelos MA puros (m_5 e m_6), os quais se mostraram superiores ao modelo misto m_3 .

TABELA 5 - O NÍVEL DE PREÇOS, dados trimestrais, 1971-80: equações finais estimadas e testes de razão de verossimilhança

MODELOS	PAR	QL	RQR/QL	A_1	CONSTANTE	B_1	B_2	B_3	B_4	B^2	Q(13)	Q(14)	F
$m_1 (1,1,1) \Rightarrow (1,1,0)_4$	0,01834	32	0,0001721	-0,1698 ^a (-1,845)				0,7497 ^a (16,881)	0,434	9,4 ^{***} (10,47)	16,3 ^{***} (27,43)	F(12,321) = 15,2 ^{***}	
$m_2 (1,1,1) \Rightarrow (1,1,0)_4$	0,01307	33	0,0001129	-0,1902 ^a (-2,103)		0,3680 ^a (2,216)		0,434	9,3 ^{***} (10,47)	16,3 ^{***} (27,43)	F(13,321) = 8,32 ^{***}		
$m_3 (1,1,1) \Rightarrow (1,1,0)_4$	0,01847	31	0,00019341	-0,0477 (-0,203)		-0,0381 (-0,203)	0,0013 ^a (0,03)	0,42	12,9 ^{***} (10,47)	16,3 ^{***} (27,43)	F(13,321) = 9,28 ^{***}		
$m_4 (1,1,1) \Rightarrow (1,1,0)_4$	0,01309	31	0,00011	-0,1646 ^a (-1,84)		-0,0413 (-0,103)	0,0119 ^a (0,041)	0,43	9,7 ^{***} (10,47)	16,3 ^{***} (27,43)	F(13,321) = 8,36 ^{***}		
$m_5 (0,1,0) \Rightarrow (0,1,1)_4$	0,01807	33	0,0003446		0,00744 (1,124)		0,7963 ^a (16,43)	0,438	11,6 ^{***} (10,47)	16,3 ^{***} (27,43)	F(13,321) = 28,9 ^{***}		
$m_6 (0,1,0) \Rightarrow (0,1,1)_4$	0,0180	33	0,0003497				0,3419 ^a (5,33)	0,431	10,3 ^{***} (10,47)	16,3 ^{***} (27,43)	F(13,321) = 22 ^{***}		
MODELOS COMPARADOS			$1 - \frac{1}{2} \frac{Q(13)}{Q(14)}$			2a b							F
$m_1 + m_2 \Rightarrow m_3 + m_4$			168,53166				10,3399 ^{***}						1
$m_5 + m_6 \Rightarrow m_1 + m_2$			1,041118				0,1093						3
$m_5 + m_6 \Rightarrow m_3 + m_4$			1,47501				0,70038						2

As funções AC e ACP, para os dados de produção industrial, sugerem um componente MA de primeira ordem e termos AR de primeiro, segundo e terceiro graus. As estimativas efetuadas, bem como o teste RV, ambos resumidos na Tabela 6, mostram que o modelo misto (3,1,1) é o que melhor reproduz o comportamento da série original.

TABELA 6 - A PRODUÇÃO INDUSTRIAL, dados trimestrais, 1971-80: equações finais estimadas e testes de razão de verossimilhança

MODELOS	PAR	QL	RQR/QL	A_1	A_2	A_3	CONSTANTE	B_1	B^2	Q(12)	Q(13)	F
$m_1 (1,1,1)$	0,30536	22	0,0014338				0,02329 ^a (2,201)	0,33617 ^a (3,139)	0,29	33,3 ^{***} (10,47)	16,3 ^{***} (27,43)	F(11,321) = 16,22 ^{***}
$m_2 (1,1,0)$	0,18148	33	0,0051506	-0,1564 ^a (-1,064)	-0,4544 ^a (-1,578)	-0,10708 ^a (-1,121)	0,00768 ^a (0,383)		0,367	6,4 ^{***} (10,47)	16,3 ^{***} (27,43)	F(13,321) = 8,35 ^{***}
$m_3 (1,1,1)$	0,14982	36	0,0049978	-1,1643 ^a (-24,25)	-1,1215 ^a (-19,22)	-0,15915 ^a (-4,254)	0,10726 ^a (0,223)	-0,0176 ^a (-0,043)	0,410	5,6 ^{***} (10,47)	16,3 ^{***} (27,43)	F(14,361) = 3,26 ^{***}
MODELOS COMPARADOS			$1 - \frac{1}{2} \frac{Q(12)}{Q(13)}$				2 a b					F
$m_2 + m_3 \Rightarrow m_1 + m_2$			65,04611				0,36328 ^{***}					3
$m_2 + m_3 \Rightarrow m_1 + m_2$			2,81887				2,81887 ^{***}					1

No que tange às funções de transferência, o exame das correlações cruzadas não indicou a existência de relações sistemáticas, em termos mensais, entre as variáveis endógenas e a base monetária. De acordo com Box e Jenkins, as séries relativas às variáveis endógenas foram filtradas através do mesmo processo ARMA ajustado à série da variável exógena (base monetária), examinando-se em seguida as correlações cruzadas entre os resíduos. Os poucos valores estatisticamente diferentes de zero apresentaram padrões bastante irregulares, não indicando a possibilidade de ajustamento de funções de transferência. Este resultado não chega a ser surpreendente: não seria mesmo razoável esperar que flutuações mensais na taxa de expansão da base monetária produzissem efeitos sistemáticos sobre o produto real, a taxa de juros e a taxa de inflação. Com dados trimestrais as relações tornaram-se mais claras, mas não a ponto de permitir modelagem.

Em termos semestrais, considerando-se o semestre que termina a cada mês (1), os resultados são bem melhores. Optou-se por esta agregação, e não por dados referentes a semestres legais, com o intuito de preservar um número aceitável de graus de liberdade. Para evitar falsa causalidade, foram examinados apenas os valores das funções de correlação cruzada para as defasagens $6k$, $k = 1, 2, \dots$

As funções estimadas foram:

$$(77) \quad (1-L^6) r p_t = (0,14 + 0,17 L^6) (1 - 0,39 L^{12}) (1-L^6) r h_t + 0,02 + e_{1t}$$

(1,718) (2,06) (3,784)

$$(78) \quad i_t = \frac{(1,77 + 3,47 L^6) (1 - 0,39 L^{12})}{(2,1) (4,58)} r h_t + \frac{1,35}{(6,36)} + e_{2t}$$

(1 - 0,76 L) (16,98)

Um resultado bastante interessante e que pode ser entendido a partir do conceito de expectativas racionais, segundo o qual apenas variações não-antecipadas na oferta de moeda afetam variáveis reais, é a ausência de uma relação sistemática entre a taxa de expansão da base monetária e a taxa de crescimento da produção industrial. Um exame das correlações cruzadas entre estas variáveis, uma vez filtradas pelo processo estocástico estimado para a base monetária, não sugere o ajustamento de uma função de transferência.

(1) A observação para o mês t é o \ln da média da série original nos últimos seis meses.

Os modelos ARMA sugeridos pela análise empírica encontram-se na Tabela 9.

TABELA 9 - MODELOS SELECIONADOS

<u>Variável</u>	<u>Dados mensais</u>	<u>Dados trimestrais</u>
$\ln p_t$	(1,2,2) ou (2,2,2)	$(4,2,8) \times (0,1,0)_4$ ou $(0,2,0) \times (0,1,1)_4$
$\ln y_t$	$(2,1,0) \times (0,1,0)_{12}$ ou $(0,1,1) \times (0,1,0)_{12}$	(3,1,1)
i_t	(4,1,3)	$(4,1,5) \times (0,1,0)_4$
$\ln h_t$	$(0,1,0) \times (0,1,1)_{12}$	$(1,1,0) \times (0,1,1)_4$ ou $(0,1,1) \times (0,1,1)_4$

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A comparação entre as ordens esperadas a partir dos modelos monetários examinados na Seção 3 e aquelas verificadas empiricamente, leva a algumas observações:

(i) em termos mensais, as ordens esperadas para os polinômios AR e MA são sistematicamente maiores do que as ordens encontradas na análise empírica, independentemente do mecanismo de formação de expectativas considerado;

(ii) as ordens esperadas para os polinômios AR nos modelos de expectativas racionais, são extremamente compatíveis com os resultados da análise dos dados trimestrais; a implicação, aparentemente restritiva, de que, salvo nos casos de cancelamento de termos comuns, os polinômios AR nas equações finais das variáveis endógenas são idênticos, é parcialmente satisfeita para inflação (m_1 na Tabela 5) e taxa de juros (m_4 na Tabela 7);

(iii) as ordens esperadas para os polinômios MA de todos os modelos são sempre maiores do que aquelas indicadas pelos resultados empíricos, o que sugere estruturas teóricas de erros menos complexas. Estas estruturas teriam sido obtidas caso tivesse sido adotado neste trabalho o procedimento de Zellner e Palm (1975), de introduzir as perturbações aleatórias nas equações estruturais somente após a eliminação da variável não-observável;

(iv) exceto no caso do modelo com expectativas adaptativas em que não se considera a persistência no hiato do produto real, as ordens esperadas para os polinômios AR e MA nas equações finais da taxa de juros correspondem exatamente àquelas encontradas na análise dos dados trimestrais;

(v) o modelo generalizado com expectativas racionais integra a prática econométrica usual à análise de séries temporais: a teoria econômica é utilizada na especificação da forma estrutural, cabendo à análise dos dados a determinação da estrutura de defasagens dos polinômios de ajustamento. Caso a evidência empírica houvesse mostrado que o conjunto das variáveis endógenas do modelo tem seu comportamento ao longo dos ciclos econômicos determinado por um polinômio AR de grau superior a 4, os dados teriam realmente transmitido alguma informação a respeito do "polinômio de persistência" $\phi_1(L)$. No entanto, a dinâmica introduzida na estrutura do modelo mais simples com expectativas racionais revelou-se suficientemente complexa para reproduzir as informações contidas nos dados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Box, G.E.P. and Jenkins, G.M. - Time Series Analysis Forecasting and Control, 1970, Holden-Day Inc., San Francisco
- Lucas, R. - "Some International Evidence on Output-Inflation Tradeoffs", American Economic Review, 1973, 68, 326-334
- Quenouille, M.H. - The Analysis of Multiple Time Series, 1957, C.Griffin and Co., London
- Sargent, T. - "A Classical Macroeconomic Model of the United States", Journal of Political Economy, 1976, 84, 207-238
- Theil, H. and Boot, J.C.D. - "The Final Form of Econometric Equation Systems", Review of the International Statistical Institute, 1962, 30, 136-152
- Tinbergen, J. - "Econometric business cycle research", Review of Economic Studies, 1940, 7, 73-90
- Zellner, A. and Palm, F. - "Time Series Analysis and Simultaneous Equation Models", Journal of Econometrics, 1974, 2, 17-54
- _____ and _____ - "Time Series and Structural Analysis of Monetary Models of the U.S. Economy", Sankyā (The Indian Journal of Statistics), 1975, 37, Series C, Pt. 2, 12-56

000046356



FUNDAÇÃO GETULIO VARGAS

BIBLIOTECA

ESTE VOLUME DEVE SER DEVOLVIDO À BIBLIOTECA
NA ÚLTIMA DATA MARCADA

[illegible]

passou 7/10

AC. 30075
JD 46356

N.Cham. P/EPGE SPE S471, 1981

Título: Seminários de pesquisa economica.



046356
30075

N° Pat.:AB18/86

V. 4 FGV - BMHS

BB 36508-2

AB18/86