

**FUNDAÇÃO GETULIO VARGAS  
ESCOLA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
ECONOMIA**

**Tiago Carvalho Machado de Souza**

**Inadimplência de dívida soberana em modelo de  
equilíbrio geral com credores heterogêneos**

Rio de Janeiro  
2012

**Tiago Carvalho Machado de Souza**

**Inadimplência de dívida soberana em modelo de  
equilíbrio geral com credores heterogêneos**

Dissertação submetida a Escola de Pós-Graduação em Economia como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Economia.

Área de Concentração: Macroeconomia

Orientador: Luis Henrique Bertolino Braidó

Rio de Janeiro  
2012

**Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Mario Henrique Simonsen/FGV.**

Souza, Tiago Carvalho Machado de

Inadimplência de dívida soberana em modelo de equilíbrio geral com credores heterogêneos / Tiago Carvalho Machado de Souza. - 2012.

36f.

Dissertação (Mestrado) - Fundação Getulio Vargas, Escola de Pós-Graduação em Economia.

Orientador: Luis Henrique Bertolino Braidó.

Inclui Bibliografia.

1. Dívida Pública. 2. Risco (Economia). 3. Equilíbrio Econômico.
4. Inadimplência(Finanças) I. Braidó, Luis H. B. II. Fundação Getulio Vargas. Escola de Pós-Graduação em Economia. III. Título.

CDD - 332



FUNDAÇÃO  
GETULIO VARGAS

**TIAGO CARVALHO MACHADO DE SOUZA**

**INADIMPLÊNCIA DE DÍVIDA SOBERANA EM MODELO DE EQUILÍBRIO GERAL  
COM CREDORES HETEROGÊNEOS.**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Economia da Escola de Pós-Graduação em Economia para obtenção do grau de Mestre em Economia.

Data da defesa: 19/09/2012.

Aprovada em:

**ASSINATURA DOS MEMBROS DA BANCA EXAMINADORA**

---

**Luís Henrique Bertolino Braidó**  
Orientador (a)

---

**Marcia Saraiva Leon**

---

**Victor Filipe Martins-da-Rocha**

## Resumo

Este artigo propõe um modelo de equilíbrio geral com inadimplência de dívida soberana (*default* soberano), sem setor bancário ou setor externo, em que há heterogeneidade dos agentes da economia. Essa heterogeneidade surge a partir da existência de dois tipos de consumidores com choques de riqueza distintos (mas idênticos em outros aspectos) e o governo, que toma decisão de *default*, pondera esses agentes de maneira distinta na função de bem-estar. O principal motivador dessa ideia vem da intuição de que a decisão de um país não cumprir com as suas obrigações de dívida pode estar ligada não somente ao valor de face dos títulos emitidos ou à situação econômica, mas também a quem detêm esses títulos (sua distribuição entre agentes). Essa abordagem permitiu que se reproduzissem comportamentos já identificados em estudos empíricos presentes na literatura, os quais encontraram uma relação negativa, porém surpreendentemente fraca, entre moratória da dívida e atividade econômica e lança luz sobre aspectos importantes que podem influenciar a decisão de *default*, como funcionamento de mercados secundários de títulos públicos.

**Palavras-Chave:** *Default* Soberano; Equilíbrio geral; Heterogeneidade.

**Códigos JEL:** E44, F34, H63

## Abstract

This paper provides a general equilibrium model of sovereign default with agents' heterogeneity, but without banking or foreign sectors. The heterogeneity is due to different kinds of consumers in the economy with distinct wealth shocks (but identical in other aspects) and the government, which decides whether or not to default, considers these agents differently in its welfare function. The intuition is that the default decision may be related to the bonds' owners (the distribution among agents) and not only the total resources borrowed or the economic activity. This approach matches empirical evidence which found a negative, though surprisingly weak, relationship between economic output and default. It also sheds light on other aspects that might influence the default decision, such as the existence and operation of secondary markets of public bonds.

**Keywords:** Sovereign default; General equilibrium; Heterogeneity.

**JEL Classification:** E44, F34, H63

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>6</b>
<b>2</b>	<b>O Modelo</b>	<b>11</b>
<b>3</b>	<b>Equilíbrio</b>	<b>17</b>
3.1	Mercado de Capital de Giro . . . . .	17
3.2	Consumidores . . . . .	18
3.2.1	Mercado de títulos aberto . . . . .	20
3.2.2	Mercado de títulos fechado . . . . .	22
3.3	Governo . . . . .	23
3.4	Equilíbrio Competitivo Recursivo . . . . .	24
<b>4</b>	<b>Implementação Numérica</b>	<b>26</b>
4.1	Parametrização . . . . .	26
4.2	Resultados . . . . .	28
4.2.1	Caso 1 . . . . .	29
4.2.2	Caso 2 . . . . .	30
<b>5</b>	<b>Conclusão</b>	<b>32</b>
	<b>Referências</b>	<b>33</b>
<b>A</b>	<b>Apêndice</b>	<b>34</b>

# 1 Introdução

A fim de cumprir seus objetivos, os governos devem dispor de recursos. Inicialmente, sua fonte principal de financiamento foram os impostos pagos pelos cidadãos, mas esse volume nem sempre era suficiente para a execução do que haviam planejado. Uma resposta a essa necessidade foi o acesso dos governos ao mercado de crédito, via emissão de títulos de dívida<sup>1</sup>. O problema torna-se interessante e complicado pelo fato de um governo não ser obrigado a pagar a dívida emitida por questões de soberania. Sendo assim, define-se *default* soberano quando há *recusa ou impossibilidade* de um governo ou estado soberano pagar suas dívidas integralmente<sup>2</sup>. Apesar da sua soberania, a decisão de não cumprir com as suas obrigações, ainda que unilateral, pode trazer consequências para a economia do país já que a contraparte detentora de tais ativos (que podem ser outros países, consumidores estrangeiros ou os próprios residentes) terá perdas que eventualmente serão reclamadas. Eventos como esses são relatados há anos e diversos estudos sobre padrões históricos desses acontecimentos foram feitos. Tomz e Wright (2007), por exemplo, utiliza dados coletados de 106 países que recorreram a moratória da dívida durante os anos de 1820<sup>3</sup> a 2004 para investigar a relação entre decisão de moratória da dívida e atividade econômica do país.

Devido à recorrência desses acontecimentos no mundo real a ciência econômica vem se debruçando sobre essas questões com a finalidade de entender quais são os principais determinantes e, talvez mais importante, consequências para a economia real dessa decisão dos países. Para compreender esse tipo de risco é necessário entender os incentivos dos tomadores de empréstimos (governos) em pagarem as dívidas emitidas e também os incentivos dos emprestadores em dispor de recursos a soberanos, já que isso tem impacto direto no quanto um governo pode se financiar.

Muitos dos trabalhos desenvolvidos pela literatura em economia investigam a decisão de fazer moratória sob o prisma de dois determinantes principais: 1 - Valor de face dos títulos emitidos; 2 - Situação econômica do país. Há, porém, uma dimensão da decisão de *default* que ainda não foi devidamente explorada na literatura e que configura como interesse principal do presente artigo: a distribuição da dívida emitida entre agentes ponderados diferentemente na função de bem estar do governo. As perguntas que norteiam esse trabalho são: como varia a decisão de inadimplência de um país quando os títulos emitidos pelo governo são detidos por consumidores com diferentes pesos na função de

---

<sup>1</sup>Impostos e dívida não são os únicos meios de um governo se financiar, embora sejam os principais. Dentre outras fontes há o resultado de empresas governamentais e senhoriação.

<sup>2</sup>Essa definição de *default* leva em conta toda a estrutura de pagamentos desses títulos (juros, cupons e o principal) e a possibilidade que haja uma reestruturação da dívida (reformulação do contrato levando a termos “menos favoráveis” que o acordo firmado inicialmente).

<sup>3</sup>Houve episódios de *default* soberano mesmo antes do século XIX. Existem relatos de inadimplência de dívida da Inglaterra nos séculos XIV, XV e XVI, e da Espanha no século XVI.



bem estar social? Quais impactos nos preços dos títulos (e na taxa de juros implícita) a distribuição desses ativos têm? Como os diferentes choques de riqueza desses consumidores alteram a escolha de recorrer à moratória?

As causas de um evento de *default* são associadas a algumas circunstâncias reconhecidamente importantes: 1 - Reversão no fluxo de capitais; 2 - Emissão excessiva de títulos de dívida; 3 - Problemas de rolagem de dívida; 4 - Receitas governamentais baixas. Cole e Kehoe (1996), investigando a crise do México de 1994-1995, apresenta um modelo no qual busca entender a decisão de moratória dando ênfase à questão de rolagem da dívida. A possibilidade de que a crise de dívida seja autorrealizável tem sido validada por muito tempo e deriva da seguinte lógica: se investidores acreditam que os títulos emitidos serão pagos, isso será refletido nos preços (juros mais baixos) e menores serão os incentivos de inadimplência; por outro lado, se investidores acreditam que a moratória é iminente, o encarecimento do crédito pode aumentar os incentivos de *default*. Essa situação é agravada quando um país tem muitos títulos vencidos no curto prazo e gostaria de rolar a dívida, ou seja, pagar a dívida emitindo novos títulos. O artigo supracitado conclui que se o nível de dívida estiver na chamada “zona de crise”, uma crise pode acontecer (ocorre estocasticamente de acordo com uma variável *sunspot*) acarretando em um evento de *default*, ainda que fosse possível a rolagem da dívida. Araujo et al. (2012a) buscou aprofundar a abordagem de Cole e Kehoe (1996) introduzindo comércio internacional e dívida denominada em moeda local (criando uma noção de taxa de câmbio no modelo). Os resultados qualitativos permaneceram praticamente os mesmos (a política recomendada é deixar a “zona de crise” através de ajustes fiscais ou aumentando a maturidade dos títulos) e, como novidade, efeitos positivos de bem-estar decorrentes da abertura da economia.

O benefício primordial da decisão de não cumprir com o pagamento da dívida é que os países ficam com os recursos que deveriam ser pagos a outros agentes. Por outro lado, por que os países pagam as suas dívidas no mundo real? Quais são as consequências (adversas) que fazem com que eles tenham incentivos de fazê-lo? Quando um empresário privado suspende os pagamentos em um contrato de dívida doméstico, os custos são determinados pelo sistema legal do país e as instituições relacionadas à falência. Já quando um país decide recorrer à moratória, a disponibilidade de remédios legais é limitada pela inexistência de instituições supranacionais que tenham poder de interferir na sua soberania. Na ausência de tais disposições legais, espera-se que um soberano seja punido diretamente pelos seus credores. Em casos mais extremos, como já aconteceu no passado, declarava-se guerra ao país que não cumprira suas obrigações, como a Inglaterra ao invadir o Egito em 1882 (Reinhart e Rogoff (2009)); contudo esse tipo de intervenção não é significativa nos dias atuais. Explicaremos aqui os dois principais custos de *default* considerados na literatura: 1 - Restrições de acesso ao Mercado Financeiro; 2 - Custos domésticos.

Com relação à primeira, não há dúvida que o acesso normal ao mercado de crédito impõe restrições ao que podem fazer os governos nos seus países. O simples fato de o governo emitir dívida (quando poderia escolher não fazê-lo) revela que a perda de acesso é potencialmente prejudicial. Há pelo menos duas abordagens para se acreditar que o acesso a mercados financeiros seja perdido ou restringido após um evento de inadimplência. Primeiramente o papel de sanções legais em bloquear o acesso ao mercado de crédito. Isso pode ser visto como ameaças dos credores em retaliar o país que não paga a dívida impedindo o acesso a crédito. Uma crítica a esse argumento vem de um artigo seminal de Bulow e Rogoff (1989) o qual desenvolve um modelo em equilíbrio parcial no qual o país seria impedido de tomar crédito após realizar a moratória da dívida, mas poderia ser prestador de recursos. O resultado a que eles chegam é que, havendo um conjunto de ativos suficientemente rico (no seu caso, todos ativos contingentes), um país poderia evitar os custos de *default* se pudesse apenas ser poupador e a exclusão do mercado de crédito não seria suficiente para garantir o pagamento das dívidas. A outra abordagem lida mais com a questão informacional (o tipo de país com o qual se está lidando), e o não pagamento da dívida levaria os credores a inferir que o país é um mal pagador.

A moratória da dívida também pode impor custos diretos à economia do país que toma essa decisão. Por exemplo, o não pagamento dos títulos pode desencadear crises bancárias afetando o sistema financeiro e gerando impactos na produção. Sosa-Padilla (2012) busca entender os canais pelos quais a decisão de *default* do país impacta a economia real através de uma crise bancária. Outro mecanismo pelo qual a economia pode ser afetada é o comércio internacional: países que decidem ser inadimplentes têm quedas significativas no volume de comércio, e estudos como Rose e Spiegel (2002) mostram evidências de que o padrão de comércio dos países influencia o padrão de empréstimos dos mesmos. Crises cambiais são também importantes, já que investidores estrangeiros vão evitar/retirar investimentos do país que não cumpriu suas obrigações e, a depender do grau de internacionalização da economia (contratos de empréstimos em moedas estrangeiras, exposição de bancos a posições denominadas em moeda estrangeira), pode-se ter impactos diretos na economia, inclusive por crises bancárias.

Alguns episódios de inadimplência soberana, apresentados no relatório IMF (2002), podem servir de ilustração para o ponto principal do presente artigo. O Equador, por exemplo, suspendeu os pagamentos da sua dívida em Setembro de 1999; o total de dívida reestruturada equivalia a 50% do PIB daquele país, dos quais os residentes eram detentores de aproximadamente 10%. A Ucrânia passou por um processo de reestruturação da dívida, mas não chegou a recorrer à moratória; contudo a dívida reestruturada era referente a 8,8% do PIB e 7,6% (do PIB) eram papéis de não residentes. Um caso recente de bastante destaque foi o da Argentina, que decidiu não pagar suas dívidas em dezembro de 2001. Conforme pode-se ver em Hornbeck (2004), mais da metade (53,1%) da dívida

argentina que seria reestruturada estava em mãos de estrangeiros. Olhando além dos fatos empíricos, esse questionamento sobre distribuição ajuda a entender melhor a importância da existência e funcionalidade de mercados secundários de títulos de dívida. Broner et al. (2010) argumenta que o desenvolvimento de mercados secundários de dívida podem reduzir os incentivos de *default*: se, através da operação dos mercados secundários, títulos que eram detidos por estrangeiros passam para mãos de agentes do país emissor, o governo pode ficar menos propenso a não pagá-los.

O presente trabalho desenvolve um modelo de tempo discreto e horizonte infinito em que existe apenas um bem em cada período. Ainda, há três classes de participantes nessa economia: 1 - Consumidores; 2 - Produtor (Firma); 3 - Governo. Há dois tipos de consumidores e eles devem tomar três decisões em cada período: 1 - Demanda por consumo; 2 - Escolha de empréstimo à firma; 3 - Escolha de poupança. A única maneira de poupar nessa economia é comprando o único ativo que permite transferir recursos entre períodos: títulos públicos (*bonds*) emitidos pelo governo. Quanto à produção, trata-se de um firma neoclássica padrão, que escolhe uma sequência ótima de capital a fim de maximizar a esperança do lucro descontado e tem choques de produtividade a cada período. O Governo é benevolente e busca maximizar a utilidade dos consumidores a partir de um função de bem-estar social. Ele faz 4 escolhas nesse modelo: 1 - Gastos públicos; (e as outras três são fontes de financiamento desses gastos) 2 - Taxação do consumo; 3 - Emissão de títulos; 4 - Moratória da dívida sobre a dívida emitida. Por fim, uma novidade deste artigo é considerar os dois tipos de consumidores na função de bem-estar, mas com pesos distintos<sup>4</sup>. Com esse arcabouço, esperamos poder investigar como a distribuição dos títulos emitidos impactam a decisão de moratória do governo e o preço dos títulos; além disso, investigar como os diferentes choques de riqueza influenciam a decisão de *default*.

Alguns pontos, que representam diferenças entre este modelo e os que já existem na literatura sobre o tema, devem ser chamados atenção. O primeiro é que não há setor bancário nesta economia: a decisão de empréstimo é tomada diretamente pelos consumidores. Segundo, não há um setor externo<sup>5</sup>. Ainda, a modelagem desse artigo busca endogeneizar a queda do produto a partir de impactos da moratória da dívida nos recursos da economia como feito em Sosa-Padilla (2012)<sup>6</sup>. Para tal não consideraremos o capital como um bem

---

<sup>4</sup>Modelos da área não incluem os investidores estrangeiros na função de bem estar do governo emissor de títulos de dívida. Nesse artigo, mais adiante, interpretaremos os dois consumidores um como residente e o outro estrangeiro, e ambos serão considerados na função objetivo do governo.

<sup>5</sup>Muitos modelos já desenvolvidos supõem, implicitamente, que existem agentes estrangeiros que disponibilizam qualquer quantidade capital demandada e há uma taxa de juros internacional constante e exógena (custo de oportunidade dos credores para o financiamento).

<sup>6</sup>Em alguns artigos da literatura, a queda no produto (o que representa um custo a ser considerado pelo governo) é arbitrária. Para citar alguns exemplos, a inadimplência em Cole e Kehoe (1996) gera uma queda na produtividade da função de produção e Arellano (2008) modela a queda do produto exogenamente, ainda que dependente do nível de produção que esteja.

estocável, mas sim recursos que serão emprestados à firma e, após devolvidos (acrescidos do serviço desse capital), podem ser usados para consumo ou para a compra de títulos públicos<sup>7</sup>. Assim, será possível relacionar a decisão de *default* de um país à disponibilidade de capital para a firma e isso gerará impactos na produção (e consequentemente no produto).

O restante do artigo está estruturado da seguinte forma. A Seção 2 apresenta o modelo teórico com os objetivos de cada participante e as restrições às que estão sujeitos. A Seção 3 explicita as decisões tomadas por cada agente fazendo-o por indução retroativa, por conta da estrutura Markoviana do problema, e a definição de equilíbrio que será utilizada no trabalho. A Seção 4 mostrará quais a escolha de parâmetros utilizada para a implementação numérica e os resultados são apresentados logo em seguida. A Seção 5 conclui. As figuras com os resultados do exercício numérico estão no Apêndice.

---

<sup>7</sup>Por isso chamamos a decisão de disponibilizar recursos à firma de empréstimos e não decisão de investimento.

## 2 O Modelo

Trata-se de um modelo de tempo discreto e horizonte infinito no qual existe apenas um bem em cada período; este bem será o numerário da economia. Começaremos descrevendo o Governo, pois sua decisão de *default* gerará impactos importantes nos conjuntos de escolha dos consumidores e isso facilitará a exposição do modelo. Sobre a notação, nesse artigo as variáveis minúsculas serão referentes à demanda e as maiúsculas à oferta.

Primeiramente vamos descrever impacto da decisão de *default* do Governo no mercado de títulos públicos. Adotaremos a hipótese de que se recorrer à moratória da dívida, o mercado de títulos será impedido de abrir naquele período e pode retornar no período seguinte com probabilidade exógena  $0 < \phi < 1$ , conforme proposto anteriormente pelo artigo seminal Eaton e Gersovitz (1981) e adotado por outros trabalhos subsequentes como Arellano (2008). Para identificar a realização deste sorteio, utilizaremos a variável aleatória  $\xi_t$ , que assumirá o valor  $\xi_t = 1$  se o mercado pode ser reaberto naquele período ( $P(\xi_t = 1) = \phi$ ). Denotaremos por  $\delta_t(z_t, \delta_{t-1}, \xi_t)$  a variável que captura o impacto da moratória no mercado de títulos, podendo assumir valores no conjunto  $\{0, 1\}$ :  $\delta_t = 0$ <sup>8</sup> implica que o mercado de títulos não está em funcionamento no período  $t$  e  $\delta_t = 1$  o contrário. Os argumentos da função  $\delta_t$  são a decisão de inadimplência do Governo no período corrente ( $z_t \in \{0, 1\}$ ), a situação do mercado de títulos no período anterior ( $\delta_{t-1}$ ) e a possibilidade de poder reabrir esse mercado no período  $t$  ( $\xi_t$ ). Há duas possibilidades para cada um dos valores que  $\delta_t$  assume:  $\delta_t = 0$  acontece se o Governo emitir dívida no período anterior ( $\delta_{t-1} = 1$ ) e decidir não pagá-la no período corrente ( $z_t = 0$ ) ou se o mercado não estava ativo no período anterior ( $\delta_{t-1} = 0$ ) e não foi possível emitir novos títulos ( $\xi_t = 0$ );  $\delta_t = 1$  acontece se o Governo emitir dívida no período anterior ( $\delta_{t-1} = 1$ ) e decidir cumprir suas obrigações no período corrente ( $z_t = 1$ ) ou se o mercado não estava ativo no período anterior ( $\delta_{t-1} = 0$ ) e foi possível emitir novos títulos ( $\xi_t = 1$ ). Resumindo<sup>9</sup>:

$$\delta_t(z_t, \delta_{t-1}, \xi_t) = \begin{cases} 0, & \text{se } \delta_{t-1} = 1 \text{ e } z_t = 0 \text{ ou } \delta_{t-1} = 0 \text{ e } \xi_t = 0, \\ 1, & \text{se } \delta_{t-1} = 1 \text{ e } z_t = 1 \text{ ou } \delta_{t-1} = 0 \text{ e } \xi_t = 1. \end{cases}$$

É importante perceber que, uma vez que esteja aberto o mercado de títulos, a única forma de fechá-lo é a partir da decisão de moratória do Governo. Ainda, note que  $z_t = 0$  implicar  $\delta_t = 0$  faz (implicitamente) a hipótese de que não há *default* parcial nessa economia, ou seja, o Governo não pode pagar uma fração do valor de face dos títulos emitidos<sup>10</sup>.

<sup>8</sup>Para a notação não ficar carregada, escreveremos apenas  $\delta_t$  ao invés de  $\delta_t(z_t, \delta_{t-1}, \xi_t)$ .

<sup>9</sup>Perceba que  $\xi_t$  não interfere no mercado de títulos se  $\delta_{t-1} = 1$ .

<sup>10</sup>Além da inexistência de moratória parcial, neste artigo não haverá a distinção entre títulos de dívida externos e internos; a dívida do Governo será considerada como um único ativo. Araujo et al. (2012b) estuda a questão de dívidas denominadas em moedas distintas e os impactos na política ótima do governo (com relação à decisão de moratória) para diferentes graus de liberdade na condução de política monetária (país com moeda própria ou que compartilha da mesma moeda com outros países), em que a inflação é

O Governo é benevolente e visa maximizar a utilidade esperada dos dois consumidores representativos indexados por  $\{i_1, i_2\}$  de acordo com a seguinte função de bem-estar<sup>11</sup>

$$U_{i_1} + \lambda U_{i_2}, \quad \forall \lambda \in [0, 1],$$

sob a restrição de gastos:

$$g_t + \delta_t(z_t, \delta_{t-1}, \xi_t)B_{t-1} \leq \tau_t c_t + \delta_t(z_t, \delta_{t-1}, \xi_t)q_t B_t.$$

No lado esquerdo da desigualdade estão os gastos correntes do Governo  $g_t$  (que pode ser interpretado como bens públicos) e pagamento (ou não) da dívida contratada no período anterior  $B_{t-1}$  (se o mercado esteve em funcionamento naquele período) capturado pelo termo  $\delta_t(z_t, \delta_{t-1}, \xi_t)B_{t-1}$ . O lado direito da desigualdade são as fontes de recursos do Governo: a renda tributada do consumo e a emissão de novos títulos de dívida  $B_t$ <sup>12</sup> cujo preço será dado por  $q_t$ . Assim, o financiamento dos gastos  $g_t$  pode ser feito por três vias: 1 - Imposto sobre o consumo ( $\tau_t$ ,  $c_t = c_{i_1,t} + c_{i_2,t}$ ); 2 - Emissão de novos títulos públicos ( $B_t$ ); 3 - *Default* ( $z_t$ ). Com relação à função de bem-estar do Governo, note a existência de um parâmetro que diferencia os consumidores ( $\lambda$ ) e que é de extrema importância para que se tenha a escolha de *default* em equilíbrio<sup>13,14</sup>. Para o caso em que fizer a moratória, todos os gastos do Governo são financiados por impostos ( $g_t = \tau_t c_t$ ), os quais distorcem as decisões de consumo e portanto têm efeitos negativos sobre o bem estar. Isso, juntamente com o fato de o Governo ser impedido de emitir novos títulos quando decidir não pagar os títulos que estão para vencer, fazem parte do trade-off enfrentado por esse agente quando tiver que tomar a decisão de *default*. Importante também é notar que o Governo não consegue discriminar, com respeito às suas escolhas, os dois tipos de consumidores: não pode cobrar impostos diferentes, escolher para quem vender os títulos ou suspender os pagamentos dos títulos detidos por um tipo específico de consumidor. Por conta da heterogeneidade, o Governo deve saber (ou inferir) qual a distribuição dos títulos para

---

uma opção de moratória parcial da dívida interna. Os resultados numéricos apontam que é melhor ter uma moeda comum quando os riscos que levam ao refinanciamento da dívida são altamente correlacionados entre os membros da união e que se há inflação ocasionada por fatores políticos, é melhor ter toda a dívida emitida em moeda estrangeira.

<sup>11</sup>As especificações das funções utilidade dos consumidores ( $U_{i_1}, U_{i_2}$ ) serão apresentadas a seguir.

<sup>12</sup>Vamos supor que esses títulos de dívida não pagam cupons e tem maturidade de um período.

<sup>13</sup>Muitos trabalhos da literatura modelam os emprestadores como um setor externo ou o setor bancário da economia. O primeiro não entra na função objetivo do governo, enquanto que o último é levado em conta pelo governo em algumas especificações. Assim, como são esses agentes os detentores dos títulos de dívida emitidos, temos a ocorrência de moratória em equilíbrio. Na formulação adotada no presente trabalho, no qual não há setor externo nem setor bancário, se não houvesse pesos diferentes para os distintos tipos de consumidores, o governo não emitiria dívida que certamente o levaria a não pagar, acarretando perdas para os agentes. Vem daí a necessidade de considerar a heterogeneidade dos consumidores e a busca em entender como a distribuição dos títulos emitidos muda os incentivos do governo em fazer uma moratória.

<sup>14</sup>A escolha do consumidor  $i_1$  ter peso maior na função de bem-estar é arbitrária e sem perda de generalidade para os resultados do modelo.

cada nível de dívida que venha a emitir. Vamos chamar de  $\nu_t(B_t) \in [0, 1]$ , a proporção da dívida que o Governo acredita estar em posse dos consumidores  $i_1$ . Por fim, faremos também a hipótese de que  $B_t \geq 0$  o que indica que o Governo pode ser apenas financiado.

Há dois consumidores representativos  $\{i_1, i_2\}$  que vivem eternamente e comportam-se competitivamente (são tomadores de preços). As preferências dos consumidores são representadas pela função utilidade:

$$U_i = \mathbb{E}_0 \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [c_{i,t} + v(g_t)] \right], \quad 0 < \beta < 1, \quad i \in I \equiv \{i_1, i_2\},$$

em que  $\beta$  é o fator de desconto intertemporal (supõe-se idêntico para ambos tipo de consumidores),  $c_{i,t}$  é o consumo privado do consumidor tipo  $i$  no período  $t$ ,  $g_t$  é o consumo do Governo (pode-se interpretar  $g_t$  como bens públicos e, portanto, é o mesmo valor para ambos consumidores),  $v(\cdot)$  é continuamente diferenciável, côncava e monoticamente crescente, com  $v(0) = -\infty$ <sup>15</sup>. Note que há hipóteses adicionais sobre a utilidade dos agentes: a função de utilidade  $v(\cdot)$  é a mesma para todos os períodos e idêntica para os dois tipos de agentes. Além disso, os consumidores fazem escolhas de empréstimo de capital de giro  $K_{i,t}$ <sup>16</sup> (ofertam para a firma) e de poupança, para a qual o único instrumento são títulos públicos  $b_{i,t}$  (demandam do Governo), ativos não contingentes ao estado da natureza<sup>17</sup>. A restrição orçamentária dos consumidores é dada por:

$$(1 + \tau_t)c_{i,t} + \delta_t q_t b_{i,t} + K_{i,t} \leq \underbrace{\delta_t b_{i,t-1} + y_{i,t}}_{\text{Antes da Produção}} + \underbrace{\theta_i \Pi_t^F + (1 + r_t)K_{i,t}}_{\text{Após a Produção}},$$

sendo  $q_t$  o preço do título público no período  $t$  (que será determinado pela interação entre consumidores e Governo no mercado de títulos),  $r_t$  a taxa de juros sobre o capital emprestado no período corrente (determinada pela interação dos consumidores e da firma no mercado de capital de giro),  $\delta_t \in \{0, 1\}$  que representa a situação do mercado de títulos no período (e é influenciada pela decisão de inadimplência do Governo),  $\tau_t$  o imposto cobrado sobre o consumo,  $\Pi_t^F$  é o lucro da firma no período,  $\theta_i$  é a fração da firma que possui o consumidor tipo  $i$  (supõe-se que essas frações são constantes, tal que  $\theta_{i_1} + \theta_{i_2} = 1$ ) e  $y_{i,t}$  é o choque de riqueza (exógeno) do consumidor tipo  $i$ . Esses choques de riqueza seguem cadeias de Markov distintas (para cada consumidor  $i$ ) definidas nos conjuntos  $Y^{i_1} = Y^{i_2} = \{y_1, \dots, y_L\} \equiv Y$ , com  $L$  estados da natureza distintos e funções de transição

<sup>15</sup>Essa hipótese garantirá que o gasto com bens públicos nunca será igual a zero.

<sup>16</sup>A formulação desenvolvida no presente artigo não considera o capital como um bem estocável, mas sim recurso que pode ser consumido ou utilizado para compra de títulos. Por isso salientamos a nomenclatura de “capital de giro” utilizada e que ele não investe e sim empresta recurso à firma.

<sup>17</sup>O mercado de ativos é exogenamente incompleto neste modelo.



$f_i(y', y)$ ,  $i \in I$ . As variáveis de escolha dos consumidores são  $(K_{i,t}, b_{i,t}, c_{i,t}) \in \mathbb{R}_+^3$ : consumo e oferta de capital são não negativos e  $b_{i,t} \geq 0$  implica que os consumidores podem apenas financiar o Governo (não podem ser financiados). Ainda, consideramos uma restrição *cash-in-advance* imposta sobre os recursos disponíveis antes da produção e a oferta de capital de giro no período (o que nos motivou a separar as fontes de recursos dos consumidores entre fontes antes e após a produção). Ela pode ser escrita como:

$$\delta_t b_{i,t-1} + y_{i,t} \geq K_{i,t}. \quad (1)$$

Assim, a disponibilidade de capital de giro de cada tipo de consumidor depende de quanto foi seu choque de riqueza do período  $(y_{i,t})$  e o pagamento, pelo Governo, da dívida obtida no período anterior para fins de poupança (se o mercado esteve aberto naquele período). Essa restrição captura, implicitamente, a cronologia das decisões: o volume de empréstimos para a firma é a primeira decisão determinada pelos consumidores e é tomada antes que aconteça a produção e, portanto, antes do pagamento do serviço do capital e da distribuição de lucros. Definiremos, assim, o *limite na oferta de crédito à firma* da economia como sendo a soma dos lados esquerdos da desigualdade (1) para cada um dos tipos de consumidores:

$$\delta_t (b_{i_1,t-1} + b_{i_2,t-1}) + (y_{i_1,t} + y_{i_2,t}), \quad (2)$$

o que deixa evidenciado o fato de a decisão de *default* do Governo no período  $t$  impactar a quantidade de recursos dos consumidores disponível para empréstimo à firma.

Há uma única firma representativa que maximiza lucros escolhendo o nível ótimo de capital, comportando-se competitivamente e tem tecnologia  $Y_t = H(a_t, k_t)$ . Especificamente para esse artigo, consideraremos um caso particular de tecnologia:  $H(a_t, k_t) = a_t F(k_t)$ , com  $F'(\cdot) > 0$ ,  $F''(\cdot) < 0$  e satisfazendo as condições de Inada<sup>18</sup> e  $a_t$  um parâmetro de produtividade aleatório,  $a_t \in A = \{a_1, \dots, a_L\}$  (Produtividade Total dos Fatores). O problema original da firma pode ser formulado como um problema dinâmico contudo a firma pode escolher a sua demanda por capital a cada período, pois não há intertemporalidade na sua decisão (o nível de capital de um período não impacta a produção em nenhum outro ponto do tempo); com isso pode resolver o problema de um período sem considerar os outros. Portanto, o problema (período a período) da firma é:

$$\max_{k_t} \Pi_t^F = a_t F(k_t) - r_t k_t,$$

com  $k_t$  a demanda de capital (de giro) da firma. Outra hipótese que fazemos nesse trabalho é que a firma nunca deixa de pagar o capital que lhes fora emprestado pelos consumidores

---

<sup>18</sup>  $F'(0) = \infty$  e  $F'(\infty) = 0$ .



(a opção de inadimplência será exclusiva do Governo).

Para fins de apresentação, a fim de ter uma notação concisa, denotaremos o estado da natureza  $(y_{i_1,t}, y_{i_2,t}, a_t)$  por  $s_t$  com função de transição  $f(s', s)$ . Vale a pena chamar atenção também que o operador esperança presente nas funções utilidade dos consumidores, cuja notação é  $\mathbb{E}_0$ , é referente às variáveis no vetor  $s_t$  e a variável  $\xi_t$ .

A cronologia dos acontecimentos deve ser distinguida entre os casos que o mercado de título esteve aberto no período anterior e a decisão de *default* do Governo: se ele decidiu ou não pagar os títulos no período corrente (caso o mercado esteve aberto no período anterior) ou se vai poder voltar a emitir títulos (caso o mercado de títulos não esteve aberto no período anterior). Ou seja:

1. Mercado de títulos aberto no período anterior:  $\delta_{t-1} = 1$

Realização do estado da natureza  $(s_t)$  e o estado agregado é  $(s_t, b_{i_1,t-1}, b_{i_2,t-1})$ .

- (a) Governo escolhe pagar seus títulos ( $z_t = 1 \Rightarrow \delta_t = 1$ ):
  - (i) Governo escolhe política ótima  $(\tau_t, g_t, B_t)$ , dados os preços  $q_t$ ;
  - (ii) Mercado de capital de giro: consumidores escolhem a oferta de capital  $(K_{i,t})$  e firma escolhe demanda por capital  $(k_t)$ , dada a taxa de juros  $r_t$ ;
  - (iii) Firma paga o capital mais os juros e distribui os lucros; Consumidores escolhem consumo  $(c_{i,t})$  e demanda por títulos públicos  $(b_{i,t})$ , dados os preços  $q_t$ ; por fim, *market clearing*.
- (b) Governo decide realizar moratória ( $z_t = 0 \Rightarrow \delta_t = 0$ ):
  - (i) Governo escolhe política ótima  $(\tau_t, g_t)$ ;
  - (ii) Mercado de capital de giro: consumidores escolhem a oferta de capital  $(K_{i,t})$  e firma escolhe demanda por capital  $(k_t)$ , dada a taxa de juros  $r_t$ ;
  - (iii) Firma paga o capital mais os juros e distribui os lucros; Consumidores escolhem consumo  $(c_{i,t})$ ; *market clearing*.

2. Mercado de títulos fechado no período anterior:  $\delta_{t-1} = 0$

Realização do estado da natureza  $(s_t)$  e o estado agregado é  $(s_t, 0, 0)$ .

- (a) Governo pode voltar a emitir títulos ( $\xi_t = 1 \Rightarrow \delta_t = 1$ ):
  - (i) Governo escolhe política ótima  $(\tau_t, g_t, B_t)$ , dados os preços  $q_t$ ;
  - (ii) Mercado de capital de giro: consumidores escolhem a oferta de capital  $(K_{i,t})$  e firma escolhe demanda por capital  $(k_t)$ , dada a taxa de juros  $r_t$ ;

- (iii) Firma paga o capital mais os juros e distribui os lucros; Consumidores escolhem consumo  $(c_{i,t})$  e demanda por títulos públicos  $(b_{i,t})$ , dados os preços  $q_t$ ; *market clearing*.
- (b) Governo não pode voltar a emitir títulos ( $\xi_t = 0 \Rightarrow \delta_t = 0$ ):
  - (i) Governo escolhe política ótima  $(\tau_t, g_t)$ ;
  - (ii) Mercado de capital de giro: consumidores escolhem a oferta de capital  $(K_{i,t})$  e firma escolhe demanda por capital  $(k_t)$ , dada a taxa de juros  $r_t$ ;
  - (iii) Firma paga o capital mais os juros e distribui os lucros; Consumidores escolhem consumo  $(c_{i,t})$ ; *market clearing*.

### 3 Equilíbrio

A estrutura Markoviana do problema nos permite escrevê-lo recursivamente e fazer a análise de trás para frente, com relação à ordem dos acontecimentos.

#### 3.1 Mercado de Capital de Giro

Apesar de os últimos a tomarem suas decisões serem os consumidores, a formulação do modelo torna mais fácil a resolução do problema do mercado de capital de giro primeiro. Para tal, vejamos a restrição orçamentária dos consumidores:

$$(1 + \tau_t)c_{i,t} + \delta_t q_t b_{i,t} + K_{i,t} \leq \delta_t b_{i,t-1} + y_{i,t-1} + \theta_i \Pi_t^F + (1 + r_t)K_{i,t}.$$

Note que o capital ofertado no período aparece nos dois lados da desigualdade. Logo, sob a hipótese de que  $F'(\cdot) > 0$  e  $F'(0) = \infty$ , teremos que  $r_t > 0$ ,  $\forall t$  e portanto a oferta de capital só vai afrouxar a restrição orçamentária do consumidor. Por isso temos imediatamente a escolha de empréstimo será o total de recursos disponíveis antes da produção, ou seja,

$$K_{i,t}^* = \delta_t b_{i,t-1} + y_{i,t}, \quad i \in I.$$

A oferta (agregada) de capital de giro será

$$K_{i_1,t}^* + K_{i_2,t}^* = \delta_t (b_{i_1,t-1} + b_{i_2,t-1}) + (y_{i_1,t} + y_{i_2,t}).$$

Por outro lado temos o problema da firma de demanda por capital de giro. Conforme argumentado acima, a firma resolve seu problema de maximização dos lucros período a período:

$$\max_{k_t} \Pi_t^F = a_t F(k_t) - r_t k_t.$$

A condição de primeira ordem nos dá:

$$[k_t]$$

$$a_t F'(k_t^*) - r_t = 0$$

$$\Rightarrow k_t^* = (F')^{-1}(r_t/a_t).$$

A condição de *market clearing* impõe

$$k_t^* = K_{i_1,t}^* + K_{i_2,t}^*,$$

e finalmente temos a taxa de juros de equilíbrio:

$$\begin{aligned} r_t &= a_t F'(K_{i_1,t}^* + K_{i_2,t}^*) \\ \Rightarrow r_t &= a_t F'(\delta_t(b_{i_1,t-1} + b_{i_2,t-1}) + (y_{i_1,t} + y_{i_2,t})). \end{aligned}$$

Vale ressaltar aqui o canal pelo qual se dará o impacto da escolha de *default* do Governo na economia real. Perceba, conforme apresentado na equação acima, que a taxa de juros está intimamente ligada à decisão de inadimplência do Governo. Sob a hipótese de concavidade da função de produção ( $F''(\cdot) < 0$ ), a decisão de não pagar suas dívidas acarreta em menor oferta de capital e, para que este mercado siga em equilíbrio, a taxa de juros de mercado deve aumentar. Sob o ponto de vista da firma, está mais cara a contratação de capital o que diminui a produção, acarretando impactos na economia real.

### 3.2 Consumidores

Para que fiquem claras as possibilidades e as escolhas dos consumidores nos casos em que o mercado de títulos está aberto ou não, descrevamos os problemas para  $\delta_t = 1$  e  $\delta_t = 0$  separadamente. Antes, faremos a sua formulação recursiva.

O problema do consumidor tipo  $i$  pode ser escrito como<sup>19</sup>:

$$\max_{\{c_{i,t}; b_{i,t}; K_{i,t}\}_{t=0}^{\infty}} \mathbb{E}_0 \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [c_{i,t} + v(g_t)] \right], \quad 0 < \beta < 1, \quad i \in I$$

s.a.

$$(1 + \tau_t)c_{i,t} + \delta_t q_t b_{i,t} + K_{i,t} \leq \delta_t b_{i,t-1} + y_{i,t} + \theta_i \Pi_t^F + (1 + r_t)K_{i,t}, \quad t \geq 0$$

$$\delta_t b_{i,t-1} + y_{i,t} \geq K_{i,t}, \quad t \geq 0$$

$$c_{i,t}, K_{i,t} \geq 0, \quad t \geq 0$$

$$(K_{i,-1}, b_{i,-1}, g_t, \tau_t, q_t, r_t, \delta_t, \Pi_t^F), \quad t \geq 0 \quad \text{dados}$$

---

<sup>19</sup>Note que, dado o estado agregado da economia  $(s_t, b_{i_1,t-1}, b_{i_2,t-1})$ , a taxa de juros para os casos em que for possível ou não transacionar títulos já estão determinadas, impondo que o mercado de capital de giro esteja em equilíbrio.

Escrevendo o problema de forma recursiva<sup>20,21</sup>:

$$\begin{aligned}
V_i(s, b_i, b_{-i}, \delta) &= \max_{\{c_i, b'_i, K'_i\}} c_i + v(g) + \beta \mathbb{E}[V_i(s', b'_i, b'_{-i}, \delta')], \\
&\text{s.a.} \\
(1 + \tau)c_i + \delta q b'_i + K'_i &\leq \delta b_i + y_i + \theta_i \Pi^F + (1 + r)K'_i \\
\delta b_i + y_i &\geq K'_i \\
c_i, K'_i &\geq 0 \\
\delta &= \delta(z, \delta_{-1}, \xi) \\
z &= \bar{z}(s, b_i, b_{-i}) \\
b'_{-i} &= \bar{b}_{-i}(s, b_i, b_{-i}, \delta) \\
g &= g(s, b_i, b_{-i}, \delta) \\
\tau &= \tau(s, b_i, b_{-i}, \delta) \\
q &= q(s, b'_i, b'_{-i}, \delta'),
\end{aligned}$$

em que  $\bar{z}$  e  $\bar{b}_{-i}$  são funções que indicam o que o agente  $i$  induz sobre o comportamento do Governo e do agente  $-i$  com relação à decisão de inadimplência e demanda por títulos, respectivamente. De início analisemos as variáveis de estado da função valor apresentadas na equação funcional dos consumidores e como essas impactam os conjuntos de escolhas e as decisões desses agentes. O estado da natureza ( $s$ ) determina a riqueza dos consumidores e a produtividade da firma, o que tem impacto direto na quantidade de recursos que poderão ser emprestados à firma e, por conseguinte, sobre a taxa de juros (via riqueza e produtividade total dos fatores). Os títulos nas mãos do agente  $i$  (na formulação sequencial esses seriam os títulos trazidos do período anterior, se fora possível transacionar títulos) representam recursos que serão emprestados à firma e posteriormente utilizados para consumo ou compra de mais títulos. A noção de que a quantidade de títulos do outro tipo de consumidor da economia é variável de estado representa uma novidade. Em outros artigos desse tema é importante saber o valor de face dos títulos emitidos pelo Governo e isso, juntamente com o estado da natureza da economia, seria suficiente para prever as decisões de *default* tomadas por esse agente. Na formulação que propomos não apenas a quantidade de dívida determina as escolhas do Governo, mas também a *distribuição* desta<sup>22</sup>. Como os diferentes tipos de consumidores são ponderados de maneira distinta

---

<sup>20</sup> $\delta_{-1}$  é uma variável de estado que tem influência no valor de  $\delta$ ; é bom salientar que o subíndice não refere-se à temporalidade, já que estamos formulando o problema recursivamente, mas deve ser visto apenas como notação.

<sup>21</sup>O operador esperança na formulação recursiva do problema dos agentes, cuja notação é  $\mathbb{E}$ , é referente somente às variáveis contidas no vetor  $s_t$ . A separação em diferentes casos proposta nessa seção mostrará onde a variável  $\xi$  impacta no problema dos consumidores e chamamos atenção de que, apesar de não ser explícito, ela interfere em todos os casos.

<sup>22</sup>Isso põe em evidência o problema principal do artigo, já que a informação de quanto o Governo emitiu no período anterior, juntamente com a quantidade de dívida que detém cada tipo de consumidor,

na função de bem-estar do Governo, a maneira como a dívida previamente emitida está distribuída entre eles ajudará a determinar a política ótima desse agente, o que traz impactos nos preços dos títulos ( $q = q(s, b'_i, b'_{-i}, \delta')$ ) via  $\delta'$ . Finalmente,  $\delta$  aparece como variável de estado, pois ela indica a situação do mercado de títulos públicos e isso altera os conjuntos de escolha dos consumidores assim como as variáveis que devem otimizar.

### 3.2.1 Mercado de títulos aberto

Antes, vale ressaltar que há duas possibilidades para que  $\delta = 1$ :

- Não há títulos trazidos do período anterior, porém o mercado foi reaberto ( $\xi = 1$ ). O vetor de estados dos consumidores é  $(s, 0, 0, 1)$ ;
- Houve transação de títulos no período anterior e o Governo decidiu pagar seus títulos vencidos. O vetor de estados é  $(s, b_i, b_{-i}, 1)$ .

Porém, em termos de formulação do problema e as variáveis de escolha do consumidor, essas duas possibilidades geram implicações idênticas no problema a ser resolvido<sup>23</sup>.

Dada a monotonicidade da função utilidade o consumo é residual e a primeira restrição vale com igualdade; teremos então<sup>24</sup>

$$c_i = \frac{\delta b_i + y_i + \theta_i \Pi^F + r K'_i - \delta q b'_i}{1 + \tau},$$

e com isso:

---

permite inferir a quantidade do outro tipo. Por outro lado, olhando para questões numéricas, o problema torna-se menos pesado pelo fato de a dimensionalidade da variável de estado  $b_{-i}$  ser menor que a da variável que indicaria a quantidade total de títulos emitidos pelo Governo, além de que teríamos quatro variáveis de estado no problema (a quantidade total emitida seria uma variável adicional) e não apenas três ( $s, b_{i_1}, b_{i_2}$ ) como temos ao escrever o problema desta maneira.

<sup>23</sup>De fato, na resolução recursiva do problema, a primeira situação é um caso particular da segunda.

<sup>24</sup>Apesar de estarmos explicitamente estudando o caso em que o mercado de títulos está aberto, continuaremos a escrever a variável  $\delta$  nas equações para evidenciar as vias pelas quais a inadimplência do Governo impacta as restrições e decisões dos consumidores. Entretanto não há perdas em se considerar  $\delta = 1$  nesta parte do artigo.

$$V_i(s, b_i, b_{-i}, \delta) = \max_{b'_i, K'_i} \left( \frac{\delta b_i + y_i + \theta_i \Pi^F + r K'_i - \delta q b'_i}{1 + \tau} \right) + v(g) + \beta \mathbb{E}[V_i(s', b'_i, b'_{-i}, \delta')] + \mu_i [\delta b_i + y_i - K'_i],$$

*s.a.*

$$c_i, K'_i \geq 0$$

$$\delta = \delta(z, \delta_{-1}, \xi)$$

$$z = \bar{z}(s, b_i, b_{-i})$$

$$b'_{-i} = \bar{b}_{-i}(s, b_i, b_{-i}, \delta)$$

$$g = g(s, b_i, b_{-i}, \delta)$$

$$\tau = \tau(s, b_i, b_{-i}, \delta)$$

$$q = q(s, b'_i, b'_{-i}, \delta'),$$

em que  $\mu_i$  é o multiplicador de Lagrange da restrição *cash-in-advance*. Sabendo qual será a oferta de capital de giro do consumidor  $i$  (apresentado na Seção 3.1), podemos reescrever o problema recursivo do consumidor como:

$$V_i(s, b_i, b_{-i}, \delta) = \max_{b'_i} \left( \frac{(1+r)(\delta b_i + y_i) + \theta_i \Pi^F - \delta q b'_i}{1 + \tau} \right) + v(g) + \beta \mathbb{E}[V_i(s', b'_i, b'_{-i}, \delta')],$$

*s.a.*

$$c_i, K'_i \geq 0$$

$$\delta = \delta(z, \delta_{-1}, \xi)$$

$$z = \bar{z}(s, b_i, b_{-i})$$

$$b'_{-i} = \bar{b}_{-i}(s, b_i, b_{-i}, \delta)$$

$$g = g(s, b_i, b_{-i}, \delta)$$

$$\tau = \tau(s, b_i, b_{-i}, \delta)$$

$$q = q(s, b'_i, b'_{-i}, \delta').$$

Fazendo a CPO, teremos<sup>25</sup>:

$$[b'_i]$$

$$\frac{-q}{1 + \tau} + \beta \mathbb{E} \left[ \frac{\partial V_i(s', b'_i, b'_{-i})}{\partial b'_i} \right] = 0 \quad (\delta = 1)$$

---

<sup>25</sup>Supondo diferenciabilidade da Função Valor.

$$\text{Benveniste} - \text{Scheinkman} : \frac{\partial V_i(s, b_i, b_{-i})}{\partial b_i} = \frac{\delta(1+r)}{1+\tau}$$

$$\Rightarrow \frac{q}{1+\tau} = \beta \mathbb{E} \left[ \delta' \left( \frac{1+r'}{1+\tau'} \right) \right],$$

onde  $\delta' = \delta(z', 1, \xi)$  e  $z' = \bar{z}(s', b'_i, b'_{-i})$ . Olhando atentamente para a expressão encontrada para o preço dos títulos públicos, pode-se entender melhor a maneira como ela foi escrita previamente e quais os incentivos dos consumidores em investir nesses ativos. A escolha de comprar títulos, desconsiderando os impostos (basta supor que o imposto é constante), leva em conta a quantidade de recursos que aquele título vai permitir comprar no período seguinte  $(1+r')$ , para os estados da natureza em que venham a ser pagos ( $\delta' \neq 0 \Rightarrow z' \neq 0$ ).

### 3.2.2 Mercado de títulos fechado

Análogo ao explicado acima, há duas possibilidades para  $\delta = 0$ :

- Não há títulos trazidos do período anterior e o mercado não foi reaberto ( $\xi = 0$ ). O vetor de estados dos consumidores é  $(s, 0, 0, 0)$ ;
- Houve transação de títulos no período anterior e o Governo recorreu à moratória. O vetor de estados é  $(s, 0, 0, 0)$ , pois os títulos trazidos não foram pagos.

Para facilitar a notação, definiremos:  $V_i^d(s) \equiv V_i(s, 0, 0, 0)$ . O problema recursivo do consumidor tipo  $i$  pode ser escrito da seguinte forma<sup>26</sup>:

$$V_i^d(s) = \max_{\{c_i, K'_i\}} c_i + v(g) + \beta \mathbb{E}[\phi V_i(s', 0, 0, 1) + (1-\phi)V_i^d(s')],$$

*s.a.*

$$(1+\tau)c_i + K'_i \leq y_i + \theta_i \Pi^F + (1+r)K'_i$$

$$y_i \geq K'_i$$

$$c_i, K'_i \geq 0$$

$$g = g(s, 0, 0, 0)$$

$$\tau = \tau(s, 0, 0, 0).$$

Observe que, para esse caso, a continuidade da função valor depende da realização de  $\xi$  no período seguinte: se o Governo pode voltar a emitir títulos (o que ocorre com probabilidade  $\phi$ ) ou se não será permitido fazê-lo. Dada a monotonicidade da função utilidade o consumo é residual e a primeira restrição vale com igualdade; teremos então

---

<sup>26</sup>Estando na situação de mercados de títulos fechados, vamos avaliar o problema do consumidor substituindo  $\delta = 0$ .



$$c_i = \frac{y_i + \theta_i \Pi^F + r K'_i}{1 + \tau}.$$

Sabendo qual será a oferta de capital de giro do consumidor “ $i$ ” (apresentado na Seção 3.1) e que a demanda por títulos é obrigatoriamente zero, temos as seguintes escolhas do consumidor:

$$\begin{aligned} b_i'^d &= 0 \\ K_i'^d &= y_i \\ c_i^d &= \frac{(1 + r)y_i + \theta_i \Pi^F}{1 + \tau} \end{aligned}$$

### 3.3 Governo

O problema original do Governo é:

$$\begin{aligned} \max_{\{B_t, g_t, \tau_t, z_t\}_{t=0}^{\infty}} \quad & U_{i_1} + \lambda U_{i_2} = \mathbb{E}_0 \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [c_{i_1,t} + \lambda c_{i_2,t} + (1 + \lambda)v(g_t)] \right], \quad \lambda \in [0, 1] \\ \text{s.a.} \quad & \\ & g_t + \delta_t B_{t-1} \leq \tau_t c_t + \delta_t q_t B_t, \quad c_t = c_{i_1,t} + c_{i_2,t} \\ & (B_0, c_t, \delta_t, q_t, r_t), \quad t \geq 0 \quad \text{dados.} \end{aligned}$$

A fim de escrever o problema de maneira recursiva e fazendo algumas alterações na notação adotada em Arellano (2008), defina  $V_g^o(s, B, \nu(B))$  a função valor do Governo que tem a opção de fazer uma moratória e que começa o período com uma quantidade  $B$  de ativos, estado da natureza  $s$  e a proporção desses ativos com os consumidores  $i_1$  é  $\nu(B)$ . O Governo decide pagar ou não suas dívidas a fim de maximizar a utilidade (ponderada) dos consumidores. Dada a opção de *default*,  $V_g^o(s, B, \nu(B))$  é definido como<sup>27</sup>:

$$V_g^o(s, B, \nu(B)) = \max_{\{nd, d\}} \{V_g^{nd}(s, B, \nu(B)), V_g^d(s)\}$$

Quando o Governo declara moratória (e teremos  $\delta = 0$ ), o valor dessa escolha é dado

---

<sup>27</sup>A opção de *default* só surge quando o mercado de títulos esteve aberto no período anterior, ou seja,  $\delta_{-1} = 1$ ; caso contrário, não haveria títulos nas mãos dos consumidores e não faria sentido falar de inadimplência nesse contexto.

por<sup>28</sup>:

$$\begin{aligned}
 V_g^d(s) = \max_{\{\tau^d, g^d\}} & \left\{ \tilde{c}_{i_1}^d + \lambda \tilde{c}_{i_2}^d + (1 + \lambda)v(g^d) + \right. \\
 & \left. + \beta \int_{s'} [\phi V_g^o(s', 0, \nu(0)) + (1 - \phi)V_g^d(s')] f(s', s) ds' \right\}, \\
 \text{s.a.} & \\
 g^d = \tau^d \tilde{c}^d, \quad \tilde{c}^d = & \tilde{c}_{i_1}^d + \tilde{c}_{i_2}^d.
 \end{aligned}$$

Por outro lado, quando o Governo decide manter a relação de crédito, o valor condicional de honrar suas dívidas é:

$$\begin{aligned}
 V_g^{nd}(s, B, \nu(B)) = \max_{\{\tau, g, B'\}} & \left\{ \tilde{c}_{i_1} + \lambda \tilde{c}_{i_2} + (1 + \lambda)v(g) + \right. \\
 & \left. + \beta \int_{s'} V_g^o(s', B', \nu(B')) f(s', s) ds' \right\}, \\
 \text{s.a.} & \\
 g + B \leq \tau \tilde{c} + qB', \quad \tilde{c} = & \tilde{c}_{i_1} + \tilde{c}_{i_2}.
 \end{aligned}$$

Resta então a pergunta: quais são os *trade-offs* do Governo ao tomar sua decisão de *default*? Os benefícios são bem claros, visto que a inadimplência permite que se consuma (no caso do Governo, prover de bens públicos) os recursos que deveriam ser pagos. Em relação aos custos, os impostos cobrados para financiar seus gastos ( $g$ ) e o pagamentos de dívidas já emitidas têm efeitos adversos no bem-estar. No nosso caso, estamos considerando um imposto proporcional sobre o consumo, o que sempre tem efeitos distorcivos (exceto quando o consumo é zero). Na situação em que há esse tipo de taxaço, há um papel importante para as dívidas do Governo como meios de suavizar essas distorções ao longo do tempo. E dada essa importância, a exclusão do mercado de crédito pode acarretar em custos não negligenciáveis de bem-estar.

### 3.4 Equilíbrio Competitivo Recursivo

Com os conceitos principais já desenvolvidos, podemos agora ir para a definição de equilíbrio da nossa economia:

**Definição 3.1 (Equilíbrio Competitivo Recursivo)** *Um Equilíbrio Competitivo Recursivo é uma lista de funções valor,  $V_i$   $i \in I$  para os consumidores e  $V_g$  para o Governo; uma lista de funções políticas,  $(c_i, b_i, K_i)$   $i \in I$  para os consumidores,  $k$  para a firma e*

---

<sup>28</sup>As variáveis de consumo aparecem com “ $\sim$ ” para assinalar que trata-se do que o Governo prevê como sendo o valor das escolhas feitas pelos consumidores.

$(B, g, \tau, z)$  para o Governo; crenças  $\nu(B)$  sobre a distribuição dos ativos para o Governo; e funções preço  $r$  e  $q$ , tais que:

- (i) Dados  $(B, g, z, \tau)$  do Governo e os preços  $(q, r)$ ,  $V_i$  é a função valor para a solução do problema do consumidor tipo  $i$ , e  $(c_i, b_i, K_i)$  são suas escolhas ótimas;
- (ii) Dado o a função preço  $(r)$ ,  $k$  resolve o problema de maximização de lucros da firma;
- (iii) Dados  $(c_i, b_i, K_i)$ ,  $i \in I$ , as crenças  $\nu$  e as funções preço  $(q, r)$ ,  $V_g$  é a função valor para a solução do problema do Governo, e  $(B, g, \tau, z)$  são suas escolhas ótimas;
- (iv) Crenças consistentes do Governo:  $B \cdot \nu(B) = b_{i_1}$ ;
- (v)  $q(s, b'_{i_1}, b'_{i_2}, \delta') = \beta \mathbb{E} \left[ \delta' (1 + r') \left( \frac{1+\tau}{1+\tau'} \right) \right] = \bar{q}(s, B, \nu(B))$ ;
- (vi) Market clearing no mercado de títulos:  $B = b_{i_1} + b_{i_2}$ ;
- (vii) Market clearing no mercado de capital de giro:  $k = K_{i_1} + K_{i_2}$ ;
- (viii) Market clearing no mercado de bens:  $aF(k) + y_{i_1} + y_{i_2} = c_{i_1} + c_{i_2} + g$ .

## 4 Implementação Numérica

Esta seção apresenta um exemplo numérico com o objetivo de investigar se o modelo desenvolvido nesse trabalho consegue gerar alterações na decisão de *default* de um país quando há heterogeneidade dos consumidores e busca relacionar com fatos empíricos que corroborem essas alterações. Por agora vamos mudar a notação e considerar  $i_1 = R$  e  $i_2 = E$ , numa referência a residentes ( $R$ ) e estrangeiros ( $E$ ) e trazendo com isso a intuição de que o Governo tem preferência, como se vê na sua função de bem-estar, pelos consumidores residentes<sup>29</sup>.

### 4.1 Parametrização

Conforme discutido anteriormente, a literatura que estuda o problema de inadimplência soberana lida com dois fatores principais como determinantes dessa decisão: o valor de face dos títulos emitidos e a situação econômica (estado da natureza). Como o objetivo aqui é avaliar como a distribuição dos títulos entre os diferentes tipos de consumidores altera os incentivos do país na hora de não pagar a sua dívida, vamos diminuir as possibilidades (*grid* de pontos) de um dos dois fatores citados acima (por questões numéricas) para melhor explorar outra dimensão<sup>30</sup>. Assim, consideraremos que há apenas 2 estados da natureza para cada componente da variável  $s_t = (y_{R,t}, y_{E,t}, a_t)$  e portanto teríamos 8 possibilidades para essa variável. Vamos impor também que o choque  $a_t$  seja perfeitamente correlacionado com o processo  $y_{R,t}$  ( $\text{corr}(y_{R,t}, a_t) = 1$ ); a interpretação disso é que um choque na economia doméstica determina o nível de riqueza daquele período dos residentes e o nível de produtividade da firma doméstica<sup>31</sup>. Sob a hipótese de que  $\text{corr}(y_{R,t}, a_t) = 1$ , a dimensionalidade de  $s_t$  reduz-se para 4. Para facilitar ainda mais vamos supor que os choques de riqueza ( $y_{R,t}; y_{E,t}$ ) são processos *iid*, independentes entre si e idênticos, ou seja,

$$\begin{aligned} f_R(y', y) &= f_R(y'), \quad \forall y, y' \in Y \\ f_E(y', y) &= f_E(y'), \quad \forall y, y' \in Y \\ f_R(y', y) &= f_E(y', y), \quad \forall y, y' \in Y \\ Y &\equiv \{y^H, y^L\}. \end{aligned}$$

<sup>29</sup>Uma crítica a essa nomenclatura é que muitos dos estrangeiros que comprem títulos públicos de um determinado país não residem neste e, por isso, não pagariam os impostos cobrados ou usufruiriam dos bens públicos oferecidos.

<sup>30</sup>As variáveis que compõem o estado agregado dos problemas recursivos apresentados na seção anterior eram: o estado da natureza  $s$ , a quantidade de títulos do agente  $b_i$ , a quantidade de títulos do outro  $b_{-i}$  e a situação do mercado de títulos  $\delta$ . Para podermos explorar melhor a interação entre  $b_i$  e  $b_{-i}$ , vamos abdicar de uma alta dimensionalidade em  $s$ , resolvendo o problema para  $\delta = 0$  e  $\delta = 1$  separadamente.

<sup>31</sup>Com essa hipótese de correlação perfeita, a existência da variável  $y_{R,t}$  se torna redundante (para o consumidor residente) com relação a gerar variações na sua riqueza, pois poderíamos fazê-lo via  $a_t$ . Contudo, mantivemos  $y_{R,t}$  para os consumidores seguirem simétricos no problema.

De maneira que o estado da natureza  $s_t$  tem função de transição

$$f(s', s) = f_R(\tilde{y}', \tilde{y})f_E(y', y) = f_R(\tilde{y}')f_E(y'), \quad s' = (\tilde{y}', y', a') \text{ e } s = (\tilde{y}, y, a).$$

Para a riqueza dos agentes, teremos  $(y^H; y^L) = (1, 5; 0, 8)$  e as probabilidades associadas serão

$$f_i(y_i^H) = 0,7 \quad f_i(y_i^L) = 0,3 \quad i = R, E,$$

o que nos leva à seguinte distribuição de probabilidade para  $s_t$ :

	$y_E^H$	$y_E^L$
$y_R^H$	0,49	0,21
$y_R^L$	0,21	0,09

A função de utilidade do consumidor tipo  $i$  será dada por

$$\mathbb{E}_0 \left[ \sum_{t=0}^{\infty} 0,9^t [c_{i,t} + \log(g_t)] \right].$$

O fator de de desconto  $\beta$  será considerado “0,9”, por ser um valor mediano dos valores encontrados nos artigos da literatura<sup>32</sup>. A escolha da forma funcional  $v(g_t) = \log(g_t)$  foi arbitrária, mas tal que fossem satisfeitas as hipóteses adotadas na apresentação do modelo.

A heterogeneidade dos agentes será fator importante no que concerne à evolução das suas riquezas (que seguem processos estocásticos distintos) e vale à pena ter em mente que essa variabilidade pode trazer alterações nas decisões de *default* (algo ainda pouco explorado na literatura). Contudo não queremos que diferenças nessas riquezas influenciem nos resultados do modelo. Por isso vamos supor que ambos agentes possuem o a mesma proporção da firma:  $\theta_R = \theta_E = 0,5$ .

A função de produção da firma será

$$F(k) = k^\alpha,$$

em que  $\alpha = 0,3$  e produtividade:  $(a^H; a^L) = (1; 0,5)$ .

Com relação ao Governo vamos supor que os impostos são constantes, com  $\tau = 0,2$ . Assim, teremos que o preço dos títulos será dado por:

$$q(s_t, b_{R,t}, b_{E,t}) = \beta \mathbb{E} [\delta_{t+1}(z_{t+1}, \delta_t, \xi_{t+1})(1 + r_{t+1}(s_{t+1}, b_{R,t}, b_{E,t}))].$$

---

<sup>32</sup>Sosa-Padilla (2012) considera o fator de desconto como “0,8”, Mendoza e Yue (2012) “0,88” e Arelano (2008) “0,955”. Mas vale salientar que esse artigos buscavam, ao definir o valor deste parâmetro, corresponder a momentos dos dados com os quais trabalhavam.

Consumidores	$(y_i^H; y_i^L) = (1, 5; 0, 8)$	Valores da riqueza (aleatória)
	$f_i(y_i^H) = 0, 7$ e $f_i(y_i^L) = 0, 3$	Distr. de Prob. da riqueza
	$\beta = 0, 9$	Fator de desconto
	$\theta_i = 0, 5 \quad i = R, E$	Participação na firma
Firma	$(a^H; a^L) = (1; 0, 5)$	Prod. Total dos Fatores
	$\alpha = 0, 3$	Par. da função de produção
Governo	$\tau = 0, 2$	Imposto
	$\lambda = 0, 1$	Param. da função de bem-estar
	$\phi = 0, 282$	Prob. de redenção

Tabela 1: Parâmetros

O parâmetro de ponderação do Governo em relação aos diferentes tipos de consumidores será  $\lambda = 0, 1$  e a função de bem-estar será:

$$U_R + 0, 1U_E = \mathbb{E}_0 \left[ \sum_{t=0}^{\infty} 0, 9^t [c_{R,t} + 0, 1c_{E,t} + (1, 1)v(g_t)] \right].$$

Por fim, faremos a probabilidade de redenção  $\phi = 0, 282$  (probabilidade de poder voltar a emitir títulos após um evento de *default*), como calibrado em Arellano (2008).

Resumindo na tabela 1:

## 4.2 Resultados

Esta seção será dedicada à apresentação dos resultados numéricos conseguidos a partir do cálculo do equilíbrio do modelo descrito neste artigo e a parametrização proposta acima. Dada a simplificação de utilidade linear no consumo, a partir de um preço atuarialmente justo para os títulos, teremos um contínuo de soluções para o problema de maximização dos consumidores e portanto estamos em uma situação de equilíbrios múltiplos. Apesar do cálculo do equilíbrio ser simples, a existência de equilíbrios múltiplos pode estar por traz da explicação de vermos países declarando moratória para níveis de dívida (como proporção do PIB) muito diferentes e faz a investigação da distribuição dos títulos públicos um objeto interessante como determinante para essa escolha dos soberanos.

Note que um aspecto essencial do equilíbrio são as crenças que o Governo faz sobre a distribuição de títulos no período seguinte,  $\nu(B_t)$ , já que impacta diretamente o preço dos títulos e devem ser consistentes com a distribuição que acontecerá em equilíbrio. Utilizando os graus de liberdade sobre a escolha de quantidade de títulos que os consumidores comprem (já que estão indiferentes entre quaisquer quantidades, dado um preço atuarialmente justo e consistentes com as escolhas de equilíbrio de todos os agentes - principalmente a escolha de *default* do Governo), vamos simplificar a análise estabelecendo crenças para o Governo e impondo que elas sejam a escolha, de fato, dos

agentes. Com isso o mercado de títulos estará sempre em equilíbrio e, dadas diferentes crenças de distribuição, poderemos avaliar como muda a decisão de *default* para cada um dos casos. Analisaremos dois tipos de crenças: 1 - A maior parte dos títulos é vendida para os residentes (Caso 1); 2 - Os títulos emitidos são divididos igualmente entre os dois tipos de agentes, com leve preferência para os estrangeiros (Caso 2)<sup>33</sup>. Para ambos casos apresentaremos as funções políticas do Governo e função preço dos títulos<sup>34</sup>.

#### 4.2.1 Caso 1

Inicialmente, apresentamos a função política do Governo quanto à decisão de *default* na figura (1) no Apêndice. Cada linha representa um estado da natureza de  $s_t$  e a legenda deve ser lida como a primeira coordenada sendo referente ao choque do consumidor doméstico e a segunda do estrangeiro. A diferenciação em cores e tracejado permite uma visualização mais clara dos resultados obtidos: as linhas contínuas (independente da cor) são dos casos em que o estrangeiro teve um choque positivo de riqueza; e as linhas azuis (independente da forma do traço) são os casos em que o consumidor doméstico teve um choque positivo.

Primeiro ponto de destaque é que o comportamento encontrado do Governo está dentro do esperado: para altos níveis de dívida contraída, ele opta por não pagar os títulos. Contudo, o mais interessante vem de como essa decisão está relacionada com os diferentes choques dos consumidores; mais especificamente, como varia a decisão de *default* do país com relação à situação econômica própria e à do outro país. Note que quando a economia estrangeira apresenta choque positivo (linhas contínuas), o Governo declara moratória para valores de face da dívida menores, porém o impacto de choques econômicos próprios nessa decisão não parecem ser tão significativos. Ainda, o resultado está de acordo com a intuição usual: um choque adverso na economia faz com que o Governo do país não pague as dívidas para valores de dívida menores (a linha contínua vermelha está à esquerda da linha contínua azul). Por outro lado, para a situação em que a economia estrangeira teve uma realização ruim do estado da natureza (linhas tracejadas), há uma variação muito maior da decisão de *default* com a atividade econômica doméstica do que no caso descrito acima e também uma relação interessante: um choque adverso na economia doméstica posterga a decisão de moratória, ou seja, é feita para valores de face de dívida mais altos, ao contrário do que se pensa usualmente. A relação entre decisão de inadimplência e atividade econômica foi investigada no artigo Tomz e Wright (2007), o qual constata que

<sup>33</sup>Por conta da aproximação numérica, não será possível dividir a quantidade de títulos emitidos pelo Governo e chegar a demandas dos consumidores que estejam no grid de pontos. Assim, nos casos que não se possa dividir perfeitamente, daremos prioridade ao consumidor estrangeiro de comprar um pouco mais (que será uma quantidade cada vez menor quanto mais fino for o *grid* de pontos).

<sup>34</sup>Todos os resultados foram derivados da determinação do equilíbrio para um grid de 30 pontos para  $b_{R,t}$  e  $b_{E,t}$ .

há uma relação negativa, porém surpreendentemente fraca, entre produto do país tomador de empréstimo e decisão de *default* do mesmo. Identifica também que países decidem não pagar suas dívidas quando a situação econômica não é favorável (como é esperado), e outros eventos não tão intuitivos como a suspensão pagamentos quando a economia atravessa bons momentos ou a manutenção de pagamentos diante de choques adversos. Ao se observar a função política conseguida com o exercício numérico, nota-se que os resultados do modelo permitiram reproduzir esses eventos padrões: a suspensão de pagamentos em momentos econômicos favoráveis seria identificado pelas linhas azuis (choque positivo na economia doméstica) e uma melhora da economia estrangeira poderia acarretar em um evento de moratória (basta que o valor de face da dívida estivesse no intervalo entre as linhas azuis); por outro lado o pagamento de durante situações econômicas desfavoráveis é identificado pelas linhas vermelhas e, se o valor da dívida estiver nesse intervalo, um choque negativo na economia estrangeira levaria a que o Governo não recorresse à moratória, ao contrário do que aconteceria se o outro país tivesse um choque positivo. Assim, o modelo proposto pode ser utilizado para compreender melhor a decisão de *default* e sua relação com a atividade econômica dos países e seus credores externos.

Para finalizar, a função preço dos títulos exposta na figura (2). Os pontos em que há uma queda abrupta do preço do título representam os níveis de dívida para os quais há possibilidade de *default* para algum estado da natureza no período seguinte (que correspondem aos pontos de descontinuidade da função política do Governo vistos na figura (1)). Note que quanto maior o nível de dívida, maior a probabilidade de *default* e, por isso, menor o preço dos títulos<sup>35</sup>. Porém note que mesmo na ausência de moratória, a função preço é decrescente; isso advém do fato de que os recursos emprestados ao Governo, quando pagos, serão utilizados para empréstimo de capital de giro. Quanto mais recursos disponíveis para a firma, menor deve ser a taxa de juros para que o mercado esteja em equilíbrio no período seguinte. Ainda, note que está de acordo com os modelos de inadimplência soberada existentes na literatura: para níveis baixos de dívida nunca recorre à moratória para qualquer realização do estado da natureza no período seguinte; para níveis de dívida suficientemente altos o comportamento do Governo é de nunca pagar o que deve (e o preço do título é zero); e para níveis intermediários há probabilidade positiva de inadimplência.

#### 4.2.2 Caso 2

A figura (3) apresenta a função política do Governo com relação à sua decisão de *default*. A diferença fundamental entre esse caso e o anterior é que uma maior parcela dos títulos emitidos fica nas mãos de consumidores estrangeiros. Os resultados qualitativos são

---

<sup>35</sup>Lembre-se que o preço do título, neste caso em que o imposto é constante, é dado por:  $q = \beta \mathbb{E}[\delta'(1 + r')]$ .



mantidos com relação ao conseguidos acima, mudando apenas o posicionamento das linhas no gráfico, deslocando-se para a esquerda (ou seja, a moratória acontece para valores de face da dívida menores), o que é intuitivo já que maior parte dos títulos estão nas mãos de não residentes.

Fazendo um balanço das duas análises executadas sobre o comportamento de *default* do Governo, vê-se claramente que a diferença de crenças com relação à distribuição desses ativos têm impactos na hora de tomar essa decisão. Pode-se imaginar, mudando um pouco a perspectiva, que parte desta crenças estão ligadas à percepção do Governo quanto ao desenvolvimento de mercados secundários de títulos e nota-se que esse é um fator que pode alterar seu comportamento na hora deste agente fazer tal escolha, algo que já foi apontado em Broner et al. (2010).

Finalmente, da mesma maneira feita acima, mostramos a função preço dos títulos na figura (4). Logo em seguida, para fins de comparação, apresentamos a figura (5) na qual sobrepomos as duas funções preço. O resultado está bem de acordo com o a intuição: para o caso em que a maior parte dos títulos está nas mãos dos estrangeiros (Caso 2), o Governo decide fazer uma moratória para menores níveis de dívida emitida.

## 5 Conclusão

Este artigo propôs um modelo de equilíbrio geral com *default* soberano, sem setor bancário ou setor externo, em que há heterogeneidade dos agentes da economia. O principal motivador dessa ideia vem da intuição de que a decisão de moratória de um país deve estar ligada não somente ao valor de face dos títulos emitidos ou à situação econômica, mas também quem são os detentores desses títulos. Essa abordagem trouxe duas contribuições interessantes: 1 - Reproduziu comportamentos já identificados em estudos empíricos presentes na literatura; 2 - Lança luz sobre aspectos importantes que podem influenciar a decisão de *default*, como funcionamento de mercados secundários.

Sobre a primeira contribuição, o modelo desenvolvido conseguiu replicar um comportamento identificado em artigos empíricos: relação negativa, porém menor do que a esperada, entre a decisão de *default* e atividade econômica. Mais interessante talvez, relacionou a decisão de inadimplência com a atividade econômica do país emissor dos títulos e dos seus credores externos. Os resultados forneceram uma explicação para comportamentos considerados não intuitivos de países com relação à decisão de moratória, identificando como fator importante na determinação dessa escolha a atividade econômica dos países emprestadores de recursos. Um potencial estudo empírico que se pode fazer a partir dos resultados gerados é identificar a relação entre *default* de um país e a situação econômica dos países que lhes financiaram. Uma limitação clara do nosso modelo é a hipótese de que os choques de riqueza são independentes. Deve-se ter em conta que os resultados certamente sofrerão alterações ao se introduzir alguma estrutura de correlação entre essas variáveis aleatórias (dos residentes e estrangeiros).

A segunda contribuição advém da necessidade de identificar quem são os detentores dos títulos, o que pode estar intimamente relacionado à existência e funcionamento de mercados secundários e os mecanismos dos governos em identificar o destino dos títulos. Aqui entram questões de regulação dos mercados e de perigo moral que podem ser exploradas futuramente: o fato de um país não estimular o desenvolvimento de mercados secundários pode estar ligado à sua vontade de declarar moratória com maior frequência, o que deve ser levado em conta e se refletirá nos preços dos títulos.

## Referências

- ARAUJO, A., LEON, M. e SANTOS, R. (2012a): “Speculative attacks, openness and crises,” *Revista Brasileira de Economia*, 66(2), 135–165.
- ARAUJO, A., SANTOS, R. e LEON, M. (2012b): “Welfare analysis of currency regimes with defaultable debts,” *Journal of International Economics*.
- ARELLANO, C. (2008): “Default risk and income fluctuations in emerging economies,” *The American Economic Review*, 98(3), 690–712.
- BRONER, F., MARTIN, A. e VENTURA, J. (2010): “Sovereign risk and secondary markets,” *The American Economic Review*, 100(4), 1523–55.
- BULOW, J. e ROGOFF, K. (1989): “Sovereign debt: Is to forgive to forget?,” *The American Economic Review*, 79(1), 43–50.
- COLE, H. e KEHOE, T. (1996): “A self-fulfilling model of Mexico’s 1994–1995 debt crisis,” *Journal of International Economics*, 41(3), 309–330.
- EATON, J. e GERSOVITZ, M. (1981): “Debt with potential repudiation: Theoretical and empirical analysis,” *The Review of Economic Studies*, 48(2), 289–309.
- HORNBECK, J. F. (2004): “Argentina’s Sovereign Debt Restructuring,” Discussion paper.
- IMF (2002): “Sovereign Debt Restructurings and the Domestic Economy Experience in Four Recent Cases,” *Policy development and review department*.
- MENDOZA, E. e YUE, V. (2012): “A general equilibrium model of sovereign default and business cycles,” *The Quarterly Journal of Economics*, 127(2), 889–946.
- REINHART, C. e ROGOFF, K. (2009): *This time is different: Eight centuries of financial folly*. Princeton Univ Pr.
- ROSE, A. e SPIEGEL, M. (2002): “A gravity model of sovereign lending: trade, default and credit,” Discussion paper, National Bureau of Economic Research.
- SOSA-PADILLA, C. (2012): “Sovereign Defaults and Banking Crises,” *Manuscript, University of Maryland*.
- TOMZ, M. e WRIGHT, M. (2007): “Do countries default in “bad times”?,” *Journal of the European Economic Association*, 5(2-3), 352–360.

## A Apêndice

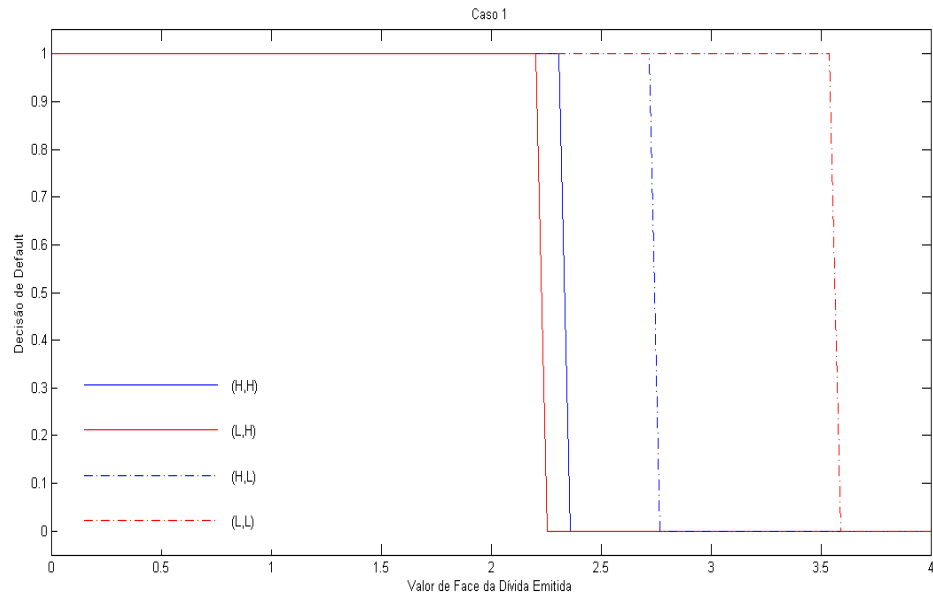


Figura 1: Função política do Governo - Caso 1

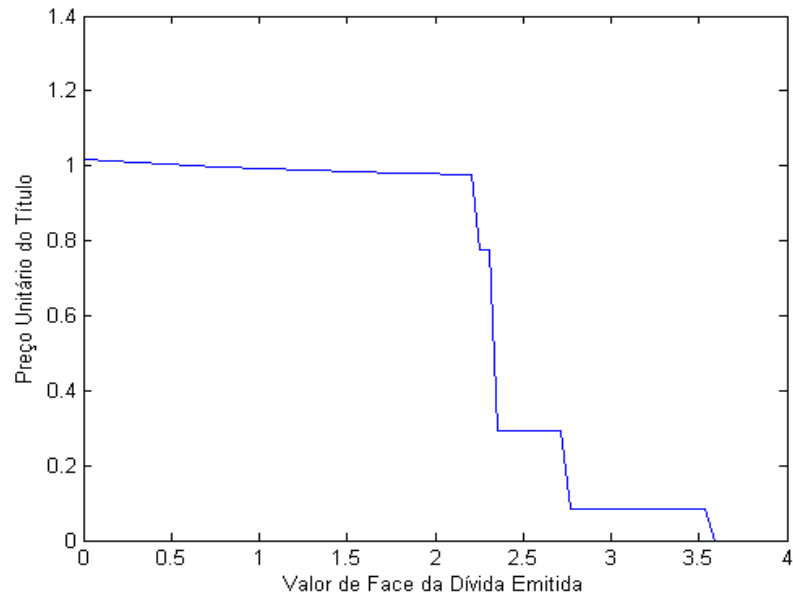


Figura 2: Preço dos Títulos Públicos - Caso 1

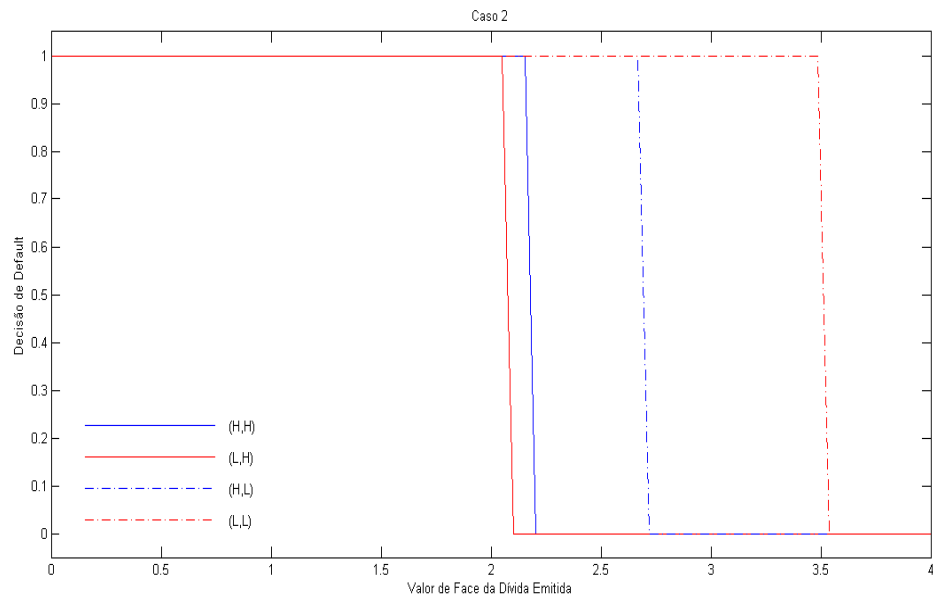


Figura 3: Função política do Governo - Caso 2

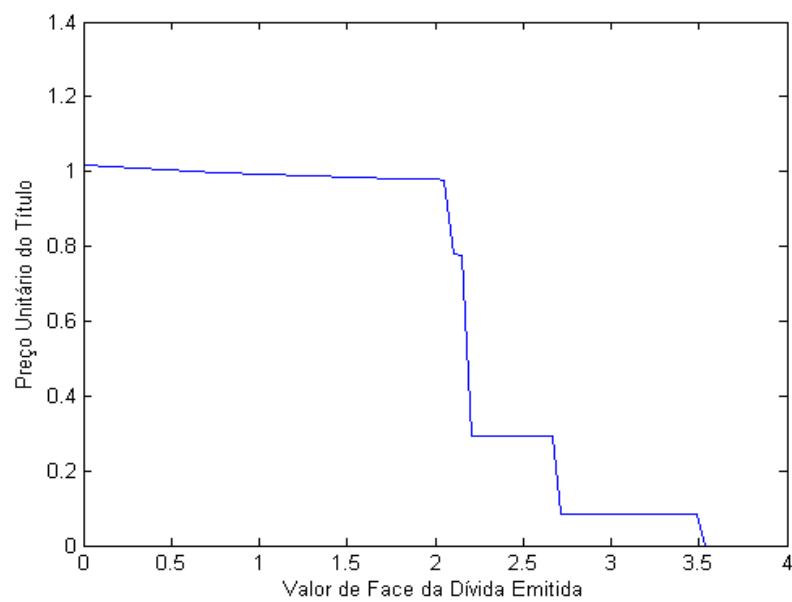


Figura 4: Preço dos Títulos Públicos - Caso 2

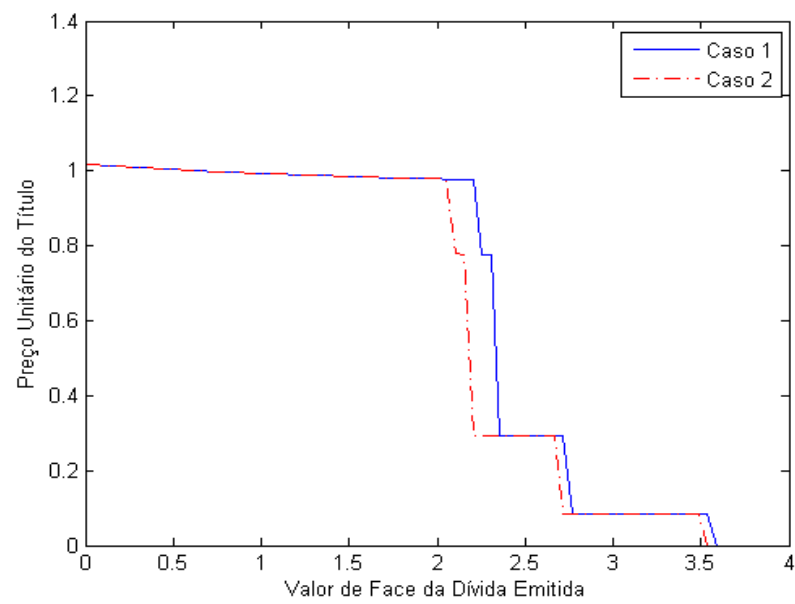


Figura 5: Comparação das Funções Preço dos Títulos